HÜTTE

MANUALUL INGINERULUI

EDITURA TEHNICĂ
(EDITURA AGIR)

Pentru deschiderea rapidă!

Tabele utilizate des

	Pagina
Abur (tabele)	557
Arii şi volume	211
Calculul conductelor (nomogramă)	477
Căldură specifică	535, 546, 618
Cifre de elasticitate şi rezistenţă	754
Cimenturi (norme)	896
Compararea gradelor termometrice	530
Conductibilităţi	589
Diagrama i - s (Mollier)	558
Dilataţia liniară a solidelor	532
Elemente şi compuşi chimici (soluţii)	779, 781, 1002
Esenţe lemnoase (proprietăţi)	918
Frecvenţe, lungimi de undă	233, 251, 1210
Grade vechi şi noi (funcţiuni trigonometrice)	36, 40, 44, 88
Greutăţi specifice (greutăţi ale unităţii de volum)	786
Grinzi cu diferite încărcări	665
Grinzi de egală rezistenţă	678
Logaritmi (Briggs, vulgari)	34
Materiale artificiale (proprietăţi)	925
Metale (proprietăţi fizice)	804
Momente de inerţie şi module de rezistenţă	352, 658
Momente de torsiune, tensiuni de torsiune şi torsiuni	687
Oţeluri pentru construcţia maşinilor (compoziţie, proprietăţi)	755, 827
Profile standardizate I L T C	1013, 1028
Proprietăţi termice ale solidelor, lichidelor şi gazelor	533, 536, 538
Tabela capacităţilor	794
Ţoli englezi în mm (tablă de conversiune)	1152
Tensiuni admisibile	771
Tuburi cu manşon şi cu bridă (norme)	1034
Uleiuri şi unsori lubrifiante	954
Unităţi de energie (table comparative) kWh, CPh, kcal, kgm	222, 1179
Unităţi din mecanică	226, 312
Unităţi de putere (table comparative) CP, kW, HP	222, 1180

Citeşte indicaţiile din p. XVII

Scanned with OKEN Scanner

Capitole importante

(Secțiunile principale sunt imprimate gras)

Pagina

Acustică 250
Anexă 1137
Apă 937
Ardere 603
Calculul vectorial 164
Căldură 528
Combustibili 942
Fier și oțel 820
Fizică tehnică 220
Gaze 545
Hidromecanică 457
Lemn 915
Lubrifianți 952
Măsuri 1058
Matematici 1
Materiale 777
Materiale artificiale 924
Mecanică 311
Metale neferoase 833
Mortar, beton etc. 891
Nomografie 187
Optică 282
Registru alfabetic 1193
Rezistența materialelor 636
Roce și pietre 877
Sticlă 905
Substanțe chimice 991
Tensiuni admisibile 768
Termodinamică 541
Topografie 1088
Vapori 556
Vopsele și lacuri 957

Impărțire detaliată: Cuprinsul în p.VIII

Scanned with OKEN Scanner

Ing. N. Curteanu
Iaşi. 24.II.1950.—

„HÜTTE“

MANUALUL INGINERULUI

Scanned with OKEN Scanner

„HÜTTE"

MANUALUL INGINERULUI

Număr de control
Fa
248
Ing. [illegible]

EDITURA TEHNICĂ
EDITURA AGIR

Scanned with OKEN Scanner

„HÜTTE"

MANUALUL INGINERULUI

Volumul I

TRADUCERE INGRIJITĂ DE
PROF. DR. ING. REMUS RĂDULEŢ

DUPĂ EDIŢIA A 27-A GERMANĂ
REVĂZUTĂ ŞI ADĂOGITĂ

CU 1028 FIGURI

BUCUREŞTI 1949

EDITURA TEHNICĂ
EDITURA AGIR

Scanned with OKEN Scanner

Traducătorii

volumului I din „Hütte”, manualul inginerului

MATEMATICI FIZICĂ TEHNICĂ MECANICĂ (I...IV)	PROF. DR. ING. REMUS RĂDULEȚ
MECANICĂ (V...VI)	PROF. DR. ING. AUREL BĂRGLĂZAN
CĂLDURĂ	PROF. ING. ION ZĂGĂNESCU
REZISTENȚA MATERIALELOR MATERIALE (I)	PROF. DR. ING. REMUS RĂDULEȚ
MATERIALE (II...IV)	PROF. DR. ING. ION VLĂDESCU
MATERIALE (V...XX)	PROF. ING. COLOMAN BAKONYI
MĂSURI	PROF. DR. ING. REMUS RĂDULEȚ
TOPOGRAFIE	PROF. ING. ION BONEA
ANEXĂ REGISTRUL ALFABETIC	PROF. DR. ING. REMUS RĂDULEȚ

CORECTURA ȘI SUPRAVEGHEREA IMPRIMĂRII

ING. HARRY RUDEANU

ING. VIRGIL BĂLAN

TIPĂRIT LA INDUSTRIA DE
ARTE GRAFICE
„TIPARUL ROȘU“
SIBIU

Scanned with OKEN Scanner

Prefaţă la prima ediţie românească

Numărul tehnicienilor chemaţi să servească industria ţării noastre a spôrit considerabil în ultimul deceniu. Specializarea impune astăzi unor cercuri din ce în ce mai largi să se ocupe de probleme cari erau rezervate în trecut pentru puţinii iniţiaţi. Şi la unii şi la alţii, cunoştinţele de specialitate cer însă o repetată revenire la cunoştinţe generale, pe cari toţi şi le doresc strânse într'un manual care să-i însoţească pretutindeni în câmpul muncii. Volumul întâiu din Manualul Inginerului, editat la Asociaţia Academică Hütte, împlineşte în cea mai mare măsură această nevoie. Traducerile lui în limbile neolatine sunt făcute însă după ediţii mai vechi — iar cei mai mulţi din tehnicienii noştri nu cunosc în deajuns germana spre a putea consulta cu uşurinţă ultimele ediţii. De altă parte, volumul întâiu din manualul Hütte se găseşte azi cu mare greutate, oricare ar fi limba în care ne-ar interesa. Acestea sunt motivele cari ne-au îndemnat să-l traducem în româneşte.

Volumul întâiu cuprinde *bazele teoretice*, *al doilea* tratează *maşinile*, *al treilea construcţiile*, inclusiv căile ferate, *al patrulea tehnica industrială* şi celelalte domenii ale tehnicei comunicaţiilor. Importantele progrese realizate în toate domeniile tehnicei dela apariţia ultimei ediţii au cerut ca aproape toate capitolele să trebue să sufere o reorganizare şi prelucrare cuprinzătoare, să se adauge o serie de capitole noi şi să nu rămână nemodificată aproape nicio pagină, tablă sau tabelă.

La prelucrarea redacţională am avut tendinţa de a-i menţine lui „Hütte" recunoscuta sa înaltă ţinută ştiinţifică, de care-i depinde renumele. Cu toate acestea ne-am străduit să-i dăm expunerii o formă cât mai clară şi uşoară, şi prin diferite mijloace să-i mărim *uşurinţa de a-l folosi*, care trebuise să sufere prin creşterea volumului de material şi concentrarea devenită necesară. La cuprinsul din prima coală şi din faţa diferitelor capitole, la registrul alfabetic cuprinzător dela finele volumului, la indicaţiile de pe coperte etc., s'au adăugat scurte îndrumări care urmăresc să uşureze găsirea datelor căutate şi conţin şi unele indicaţii practice. Fiindcă într'un manual alegerea materialului e limitată totdeauna de volumul dat, s'a tins intenţionat să i se dea expunerii o completare prin date bibliografice de specialitate din toată lumea.

Dispoziţia materiei volumului întâiu

In secţiunea „*Matematici*" tablele au suferit în primul rând o înmulţire considerabilă. Impărţirii cadranului în 100 de grade i s'a dat importanţa cuvenită nu numai în tablele de conversiune din grade vechi în grade noi, ci s'au calculat şi funcţiunile trigonometrice pentru noua împărţire a cadranului. Afară de aceasta s'a calculat tabla factorialelor şi s'a adăugat o tablă de numere prime şi una de numere pitagorice. S'a mai mărit mult numărul de exemple de calcul pentru

Scanned with OKEN Scanner

folosirea vastului material din tablele prezentate aici, spre a-i arăta aplicațiile variate. Şi celelalte părţi ale capitolului de matematici au suferit transformări, ca de exemplu capitolul despre dobânzile compuse şi nomografie. Noi sunt şi relatările dela sfârşit despre probleme de matematici rezolvate şi nerezolvate, chestiuni cari se pun mereu din nou în cercuri tehnice.

Secţiunea „Fizică tehnică", trecută în ediţia de faţă imediat după „Matematici", a fost mult amplificată. Incepe cu un scurt rezumat al unităţilor fundamentale şi al sistemelor de măsură, după care urmează capitolele „Oscilaţia", „Calculul frecvenţelor proprii", „Acustica", „Protecţia contra trepidaţiilor şi a sunetului", „Optica" şi „Electronica". Aici s'a reorganizat între altele capitolul despre frecvenţele oscilaţiilor la torsiune, excitaţia electrică a sistemelor oscilatoare mecanice şi măsurarea intensităţii sunetului. „Electronica" e tratată pentru prima oară în Hütte. S'a amplificat foarte mult expunerea despre protecţia contra trepidaţiilor şi a transmiterii sunetului, inclusiv izolarea sgomotului, din cauza aplicabilităţii ei mărite. Urmează apoi celelalte părţi ale fizicei tehnice prelucrate, din cauza importanţei lor speciale pentru inginer, în secţiuni independente: Mecanica, Căldura şi Rezistenţa materialelor.

Impărţirea secţiunii „Mecanică" a rămas aceeaşi ca în trecut. In „Mecanica solidelor" i s'a dat o formă nouă în primul rând expunerii despre frecare. După „Mecanisme" urmează iarăşi „Similitudinea mecanică". Capitolul despre „Mecanica corpurilor plastice" a fost redactat din nou; s'a ţinut seamă în amănunt de stările de echilibru la începutul deformării plastice şi de forţe şi curgerea materialului în procedeele tehnice de fasonare. Urmează „Mecanica lichidelor neelastice" şi a celor „elastice", cari ţin cont de cele mai noi desvoltări.

S'a făcut o nouă prelucrare a capitolului de „Căldură". Cu această ocaziune s'a amplificat mult mai ales expunerea privitoare la scara temperaturii şi tabelele privitoare la proprietăţile tehnice ale corpurilor solide, lichide şi gazoase. La transmisiunea căldurii, textul a fost completat între altele prin exemple de calcul şi un rezumat despre termoizolanţi. Capitolului despre „Ardere" i s'a dat o formă cu totul nouă şi o amplificare cu numeroase diagrame.

La noua prelucrare a secţiunii „Rezistenţa materialelor" autorii au fost puşi în faţa unei probleme dificile, fiindcă chestiunea domeniului de valabilitate a „ipotezelor de rupere" mai e controversată şi mai există divergenţă de păreri privitoare la alte probleme de rezistenţă, ca de exemplu despre efectul de sprijinire la repartiţie neuniformă a tensiunilor şi despre calculul cu coeficienţi de siguranţă sau tensiuni admisibile. De aceea s'a încercat să se prezinte în capitolul de introducere bazele fizice şi teoretice ale rezistenţei materialelor, pentru ca cititorul să-şi poată forma singur o părere. S'au prelucrat în întregime capitolele despre „Flambaj" şi „Solicitarea compusă". Capitolul despre „Resoarte" a primit o formă nouă. S'au revăzut şi completat expunerile despre „Plăci şi vase", „Solicitarea prin forţe centrifuge", „Forţe de presiune între feţe bombate" şi „Concentrarea tensiunilor prin crestături şi găuri". Ultimul capitol prezintă o inovaţie şi amplificare; „modulele de elasticitate şi rezistenţele" sunt precedate de „încercarea de rezistenţă", unde se dă şi o privire asupra a diferite experienţe privitoare

la rezistență; se tratează pentru prima oară măsurarea tensiunilor. Modulele de elasticitate și valorile rezistențelor se găsesc în table ample pentru toate materialele importante. La tensiunile admisibile se insistă între altele asupra solicitării variabile și a factorului de formă.

In secțiunea „Materiale" a trebuit să se rezolve problema de a ține seamă de noile materiale de înlocuire și de problemele în legătură cu ele, atât cât părea necesar, considerând desvoltarea încă în evoluție extraordinar de pronunțată. Capitolele de introducere cuprind iarăși o expunere despre constituția materiei și tabele amplificate despre compuși importanți din punct de vedere tehnic, despre greutăți specifice, standardizare, coroziune și protecția suprafețelor. In capitolele despre metale s'a completat, între altele, în mare măsură materialul din table; s'a amplificat mult capitolul despre „Procedee de turnare", în care a fost amintită și turnarea în nisip și prelucrarea pulberilor metalice. Foarte rezumative, capitolele despre fier, oțel și celelalte metale conțin datele cele mai importante pentru constructor. S'au prelucrat și capitolele despre „Roce și pietre", materiale ceramice, sticlă și esențe lemnoase. Noi sunt capitolele despre „Materiale artificiale" și „Produse din cărbuni". Nu e nevoie de o accentuare specială a faptului că apa, combustibilii, vopselele, lacurile, cleiurile, asfaltul, gudronul, cartonul gudronat, ca și materialele textile, pielăria, guma, explozivii și materialele chimice au trebuit să sufere o prelucrare cuprinzătoare. Ultimul capitol, despre „Produsele comerciale standardizate", a fost completat între altele și cu tabele privitoare la profile de metale ușoare. Noile norme au fost larg respectate.

Secțiunii următoare, „Măsurilor", i s'a dat o dispoziție puțin schimbată; datele privitoare la debitele prin diafragme și ajutaje standard au fost amplificate considerabil. Nou e capitolul despre oscilații și forțele asupra părților de construcție.

S'au revăzut și completat secțiunile „Topografie" și „Anexă" cu importantele table de conversiune. Relevăm introducerea de date astronomice și geografice, ca și amplificarea datelor privitoare la legislația în materie de brevete."

Grupul de profesori care a tradus în românește acest prim volum din „Hütte" e convins că apariția traducerii împlinește o importantă funcțiune tehnică — și roagă cititorii să-i dea concursul comunicând eventuale scăpări sau propuneri privitoare la nomenclatura, prin Editură Tehnică, București sau pe adresa celui ce semnează aceste rânduri.

Tipografiei „Tiparul Roșu" îi exprimăm cele mai vii mulțumiri pentru înțelegerea pe care a arătat-o față de numeroasele noastre dorințe, pe cari le-a implicat tipărirea unui manual de felul celui de față, ca și pentru calitatea pe care a reușit să o dea tiparului.

Prof. dr. ing. **Remus Răduleț**

Cuprinsul

volumului întâiu

(Numele colaboratorilor se găsesc în text la capitolele respective. Tabloul colaboratorilor p. V)

Capitolele încep cu câte un cuprins special

Indicații privitoare la consultare (p. XXI)
Abreviații și lămuriri (p. XXI ș. u.)

SECȚIUNEA 1.

Matematici

	Pagina
Cuprinsul	1
I. Table	3
Indrumări pentru folosirea tablelor	2, 62
Tabla 1. Formule de aproximație	3
Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri	4
Tabla 3. Mantisele logaritmilor vulgari (Briggs)	34
Tabla 4. Funcțiunile trigonometrice al gradelor noi	36
Tabla 5. Funcțiunile trigonometrice al gradelor vechi	40
Tabla 6. Trecerea dela gradele noi la cele vechi și invers	44
Tabla 7. Transformarea minutelor și secundelor noi în vechi	46
Tabla 8. Funcțiuni trigonometrice, exponențiale și hiperbolice	47
Tabla 9. Volumele sferelor pentru diametrele $d = 1...200$	51
Tabla 10. Lungimile și săgețile arcelor, lungimile coardelor și ariile segmentelor de cerc pentru raza 1	52
Tabla 11. Lungimile arcelor pentru raza 1	54
Tabla 12. Integrale eliptice	58
Tabla 13. Coeficienți binomiali	59
Tabla 14. Rădăcinile pătrate și cubice ale unor fracțiuni	59
Tabla 15. Valori numerice importante π, g, e	59
Tabla 16. Multipli ai lui π, $1 : \pi$ ș. a.	60
Tabla 17. Puteri, factoriale și factoriale reciproce	60
Tabla 18. Numere prime	61
Tabla 19. Numere pitagorice	61
II. Aritmetică și algebră	
A. Puteri, rădăcini, logaritmi	71
B. Analiza combinatorie	74
C. Determinanți	74
D. Ecuații	76
E. Dobândă compusă și rente	79
F. Progresiuni	81
G. Serii, în particular de puteri	82
III. Funcțiuni trigonometrice și hiperbolice	
A. Funcțiuni trigonometrice	88
B. Triunghiuri plane	93
C. Triunghiuri sferice	95
D. Funcțiuni hiperbolice	96
E. Relațiuni între funcțiunile trigonometrice, hiperbolice, exponențiale și inversele lor în complex	97

Pagina

IV. Calculul diferențial și integral
A. Limită, continuitate, derivabilitate .. 98
B. Derivate și diferențiale .. 99
C. Teorema mediilor și formula lui Taylor .. 102
D. Forme nedeterminate .. 103
E. Maxime și minime .. 103
F. Calculul integral .. 104
G. Ecuații diferențiale comune .. 119
H. Ecuații cu derivate parțiale .. 124
I. Calculul variațiunilor .. 128

V. Geometrie analitică și diferențială
A. Punctul și dreapta în plan .. 129
B. Curbe în plan .. 132
C. Punctul, dreapta și planul în spațiu .. 150
D. Curbe strâmbe în spațiu .. 156
E. Suprafețe curbe .. 159

VI. Calculul vectorial .. 164

VII. Numere complexe și vectori în plan, funcțiuni de variabilă complexă, reprezentare conformă .. 178

VIII. Matematici aplicate
A. Calculul numeric .. 184
B. Nomografie .. 187
C. Calculul probabilităților și al compensării .. 190
D. Calculul interpolării și al diferențelor, reprezentarea analitică a funcțiunilor din tablouri .. 195
E. Metode analitice, grafice și instrumentale ale analizei practice 197
F. Serii trigonometrice (Fourier) și analiză armonică .. 205
G. Proiecțiune paralelă .. 209

IX. Arii și volume .. 211

X. Vechi probleme de matematici rezolvate și nerezolvate .. 218

SECȚIUNEA 2.

Fizică tehnică

Cuprinsul .. 220

I. Introducere .. 221

II. Oscilația
A. Observații preliminare .. 224
B. Sistemul oscilant simplu .. 227
C. Sisteme oscilante cuplate .. 230
D. Intervale de frecvență .. 233

III. Calculul frecvențelor proprii ale sistemelor mecanice
A. Generalități .. 234
B. Pendulul. Corzi și tuburi acustice .. 234
C. Bare, arbori .. 235
D. Cadre de fundație .. 246
E. Diafragme .. 247
F. Plăci .. 248

IV. Acustica .. 250
A. Intervalul de frecvență al limbajului, muzicii și cântecului 251
B. Câmpul acustic .. 252
C. Aparate acustice .. 255
D. Măsurarea intensității sunetului .. 260
E. Acustica încăperilor mari .. 261

V. Protecția contra trepidațiilor și a transmiterii sunetului
A. Protecția contra trepidațiilor .. 266
B. Protecția contra transmiterii sunetului .. 275

Pagina

VI. Optică
- A. Bazele opticei .. 282
- B. Reflexiune și refracțiune .. 283
- C. Instrumente optice .. 288
- D. Polarizație .. 295
- E. Interferență .. 296

VII. Electronică
- A. Clasificarea și nomenclatura descărcărilor .. 298
- B. Conducțiunea electronică a vidului de înaintat .. 299
- C. Legile generale ale descărcărilor prin gaze .. 302
- D. Descărcările obscure și aplicațiile lor .. 307
- E. Descărcările luminescente și aplicațiile lor .. 309
- F. Descărcările în arc și aplicațiile lor .. 310
- G. Descărcări în redresoare .. 310

SECȚIUNEA 3.

Mecanică

Cuprinsul .. 311

I. Mecanica solidelor
- A. Conceptele fundamentale ale mecanicei
  - a) Unități și sisteme de măsură .. 312
  - b) Rază vectoare, viteză, accelerație .. 313
  - c) Forță și masă .. 313
  - d) Punctul material și ecuația fundamentală .. 314
  - e) Momentul unei forțe și cuplul .. 315
  - f) Lucru mecanic și putere .. 316
  - g) Energie .. 318
- B. Statică
  - a) Legile fundamentale .. 318
  - b) Compunerea și descompunerea forțelor aplicate solidului rigid .. 310
  - c) Construcții cu zăbrele .. 332
  - d) Echilibrul firelor .. 335
  - e) Teorema lucrului mecanic. Principiul deplasărilor virtuale 337
  - f) Feluri de echilibru .. 340
- C. Centru de masă și momente de ordinul al doilea ale maselor
  - a) Centru de masă și centru de greutate .. 341
  - b) Momente de inerție și centrifugale .. 347
- D. Cinematică
  - a) Mișcarea punctului .. 356
  - b) Mișcarea solidului .. 362
  - c) Mișcarea relativă a punctelor față de solide rigide în mișcare .. 371
- E. Dinamică
  - a) Dinamica punctului material (punctului de masă) .. 374
  - b) Dinamica sistemului de puncte materiale .. 380
  - c) Dinamica solidului rigid .. 386
  - d) Ciocnirea solidelor rigide .. 391
- F. Frecarea
  - a) Frecarea de adeziune și alunecare, rezistența la rostogolire 395
  - b) Frecarea în tehnică .. 400
- G. Balistică
  - a) Aruncarea în vid .. 405
  - b) Rezistența aerului .. 406
  - c) Proprietăți generale ale traiectoriei în mediul rezistent 408
  - d) Bazele calculului traiectoriei .. 408
  - e) Abaterile proiectilelor .. 408
  - f) Efectul proiectilelor în obiectiv .. 409
  - g) Balistică interioară .. 410

Pagina

II. Dinamica mecanismelor
A. Mecanismele .. 412
B. Cinematica mecanismelor .. 413
C. Forțele .. 428

III. Similitudinea mecanică și teoria modelelor
a) Similitudinea statică .. 436
b) Similitudinea dinamică .. 436
c) Similitudinea termică .. 443
d) Similitudinea termodinamică .. 444

IV. Mecanica corpurilor plastice
A. Bazele .. 445
a) Plasticitatea .. 445
b) Starea de tensiune la deformarea plastică .. 446
c) Starea de tensiune la rupere. Deformabilitatea .. 446
d) Curgerea plastică a materialului .. 447
B. Stări de echilibru la începutul deformării plastice .. 447
a) Condițiunile de solicitare la limită de curgere pronunțată .. 447
b) Condițiunile de echilibru la mers oarecare al curbei de curgere .. 450
c) Tensiuni reziduale după deformările plastice .. 452
C. Forțele și curgerea materialului la procedeele tehnice de fasonare .. 452
a) Rezistența la deformație .. 452
b) Lucrul mecanic de deformare .. 454
c) Pierderile de fasonare .. 455
d) Fasonarea prin presiune directă .. 455
e) Fasonarea prin presiune indirectă .. 456

V. Mecanica fluidelor neelastice
A. Proprietăți fizice .. 458
B. Statica corpurilor lichide și gazoase .. 458
a) Legile fundamentale .. 459
b) Presiune hidrostatică. Forță ascensională .. 460
c) Stabilitatea statică a corpurilor plutitoare și scufundate .. 461
C. Hidrodinamică .. 462
a) Noțiuni și legi generale .. 462
b) Fenomene fără pierderi (mișcarea potențială) .. 467
c) Scurgerea prin conducte .. 472
d) Scurgerea apei prin pământ .. 486
e) Rezistența corpurilor .. 488
f) Vine de lichid .. 496
g) Aripi portante și roți cu aripi .. 502

VI. Mecanica fluidelor elastice
A. Statică (aerostatică) .. 514
a) Legi fundamentale .. 514
b) Statica atmosferei .. 514
B. Dinamica gazelor .. 516
a) Scurgerea prin conducte drepte de secțiune variabilă și teoreme generale .. 516
b) Fenomene în plan la vitese mai mici decât a sunetului. Legea lui Prandtl .. 520
c) Scurgere cu vitesă mai mare decât a sunetului .. 521
C. Lovitura de berbec .. 526

SECȚIUNEA 4.

Căldură

Cuprinsul .. 528

I. Proprietăți termice generale
A. Scara temperaturilor .. 529
B. Proprietățile termice ale corpurilor .. 531

Scanned with OKEN Scanner

Pagina

II. Principiile generale ale termodinamicei
a) Unități termo-mecanice 541
b) Principiile fundamentale ale termodinamicei 542
c) Lucru mecanic util 544
d) Formule deduse din cele două principii 544
e) Reprezentări grafice 545

III. Gaze perfecte
a) Mărimi de stare și transformări 545
b) Cicluri speciale 553

IV. Vapori
a) Vapori saturați 556
b) Vapori supraîncălziți 565
c) Aplicațiuni la teoria mașinilor cu abur 569
d) Amestec de aer și abur (aer umed) 570
e) Acumularea aburului 574
f) Aplicațiuni la teoria mașinilor frigorifice 576

V. Scurgerea gazelor și vaporilor
a) Ecuații generale 582
b) Vapori și gaze perfecte 583
c) Scurgerea contra unei presiuni exterioare 585
d) Scurgerea gazelor și a vaporilor prin conducte 586
e) Laminarea 586

VI. Transmisiunea căldurii 588
A. Conducția 588
B. Transiția căldurii fără schimbarea stării de agregare .. 590
C. Transiția căldurii cu schimbarea stării de agregare 595
D. Trecerea căldurii 596
E. Radiația căldurii 599
F. Termoizolanți 601

VII. Arderea 603
Observație preliminară 603
A. Arderea completă 603
B. Arderea incompletă 611
C. Puterea calorifică (căldură de ardere) 613
D. Arderea carbonului, sulfului, hidrogenului și oxidului de carbon. Reducerea bioxidului de carbon. Reacțiunea gazului de apă 614
E. Temperatura de ardere 617
F. Arderea motoare 623
G. Gazeificarea 628

SECȚIUNEA 5.

Rezistența materialelor

Cuprinsul 636
Observație preliminară 637

I. Tensiuni și deformații 637
A. Concepte fundamentale. Tensiune și deformație. Stare de tensiune 637
B. Stări de tensiune echivalente. Ipoteze de rezistență. Siguranță. Efort admisibil 643
C. Valoarea și limitele teoriei matematice a elasticității 647

II. Bare drepte 649
A. Intinderea și compresiunea 649
B. Incovoierea 649
C. Tăierea 683
D. Torsiunea (răsucirea) 686
E. Solicitare compusă 691
F. Flambajul 707

III. Bare curbe 716
A. Bara curbă plană. Sarcini în planul curbei. Incovoierea 717
B. Torsiunea 719

Pagina

IV. Resoarte .. 719
A. Concepte fundamentale .. 720
B. Resoarte de încovoiere .. 721
C. Resoarte de torsiune .. 725
V. Plăci și vase .. 728
VI. Solicitarea prin forțe centrifuge .. 733
VII. Forțe de compresiune între suprafețe bombate .. 736
VIII. Concentrarea tensiunii prin crestături și găuri 739
IX. Incercarea de rezistență. Cifre de rezistență .. 741
A. Incercarea de rezistență .. 741
a) Incercări de rezistență statice .. 742
b) Incercări de rezistență dinamice .. 746
c) Incercări la solicitare alternativă .. 746
d) Incercări de rezistență la cald .. 747
e) Incercări de rezistență asupra părților de construcție .. 748
B. Măsurători de tensiuni (Metode de măsură prin alungire, curbare, linii de alungire, radiografie, elastooptică și analogie) .. 748
C. Cifre de elasticitate și rezistență .. 754
a) Oțel și fontă .. 754
b) Cupru și aliaje de cupru .. 759
c) Metale ușoare .. 761
d) Alte metale .. 764
e) Materiale nemetalice .. 764
f) Esențe lemnoase .. 764
g) Materiale de construcție minerale .. 764
D. Tensiuni admisibile .. 768
a) Tensiuni admisibile în construcția mașinilor .. 771
b) Solicitări admisibile în construcțiile înalte și construcția de poduri .. 772

SECȚIUNEA 6.

Materiale

Cuprinsul .. 777
I. Generalități .. 778
A. Constituția materiei .. 778
B. Tabele de greutățile unității de volum etc. .. 786
C. Standardizarea .. 796
D. Coroziunea și protecția suprafețelor .. 797
II. Privire asupra metalelor .. 803
A. Tabele generale .. 804
B. Metode de turnare .. 810
a) Turnare în nisip .. 810
b) Turnare în cochilie .. 812
c) Turnare sub presiune .. 816
d) Turnare centrifugă .. 818
e) Pulberi metalice .. 819
III. Fier și oțel .. 820
a) Clasificare și definiții .. 820
b) Producerea fierului tehnic .. 821
c) Compoziția chimică, structura și proprietățile fierului tehnic .. 823
d) Operații de prelucrare .. 824
e) Tratamente termice .. 826
f) Calități tehnice de oțeluri .. 826
g) Date asupra câtorva produse .. 830
IV. Metale neferoase .. 833
A. Metalele ușoare și aliajele lor .. 833
a) Aluminiul .. 833
b) Magneziul .. 841
c) Beriliul .. 843

		Pagina
	B. Cuprul	844
	C. Aliajele cuprului	848
	D. Zincul și aliajele zincului	858
	E. Plumbul, staniul, stibiul, bismutul și aliajele lor	861
	F. Nichelul, cobaltul și aliajele lor (aliajele dure)	866
	G. Metale nobile (argint, aur, platină, paladiu, rodiu, iridiu)	870
	H. Alte metale și aliaje (crom, molibden, wolfram, mercur, tantal, ceriu)	874
V.	Roce și pietre naturale	877
VI.	Pietre artificiale și produse ceramice	882
	A. Pietre nearse și alte materiale de construcție	882
	a) Pietre de zidit	882
	b) Plăci de construcție	884
	c) Alte produse	884
	B. Produse ceramice	885
	a) Produse din argilă comună	885
	b) Produse concreționate	890
	c) Steatită	891
VII.	Mortar, beton etc.	891
	A. Materiale de bază	891
	a) Lianți	891
	b) Agregate	897
	B. Mortarul	897
	C. Betonul și betonul armat	900
VIII.	Sticla	905
IX.	Lemnul	915
X.	Materiale artificiale	924
	A. Clasificare, proprietăți	924
	B. Proprietățile, formele comerciale și utilizarea materialelor artificiale	928
	a) Materiale artificiale din mase nedurcisabile	928
	b) Materiale artificiale din mase durcisabile	932
IX.	Apa	937
	a) Proprietăți fizice și chimice	937
	b) Apă potabilă și de utilizare	939
	c) Analiza apei	941
XII.	Combustibili	942
	A. Combustibili solizi	942
	B. Combustibili lichizi	945
	C. Combustibili gazoși	950
XIII.	Lubrifianți	952
XIV.	Vopsele și lacuri, materiale de lipit, asfalt, gudron, carton gudronat	957
	A. Materiale de spoit și vopsele	957
	B. Materiale de lipit	960
	C. Gudronul, bitumul, asfaltul, cartonul gudronat	965
XV.	Materiale textile	965
	A. Materii prime	965
	B. Torturi, ațe, frânghii	969
	C. Suprafețe textile	970
XVI.	Pielărie, gumă, plută	971
	A. Piei și pielărie	971
	a) Piei și tăbăcire	971
	b) Feluri de pielărie	972
	c) Proprietăți fizice și tehnice	974
	d) Date în serviciu și condițiuni de livrare	975
	e) Materiale cuiroide	976
	B. Gumă	977
	C. Plută	980

Scanned with OKEN Scanner

Pagina

XVII. Produse de cărbune .. 981
A. Produse de cărbune sau grafit .. 981
B. Carbură de siliciu .. 986
C. Negru de fum .. 987
XVIII. Substanțe explozive .. 987
XIX. Substanțe chimice de importanță tehnică .. 991
A. Acizi .. 991
B. Baze .. 994
C. Săruri .. 996
D. Substanțe organice .. 997
E. Solvenți .. 1001
F. Materiale de lustruit și polisat .. 1004
G. Săpunuri și materiale de spălat .. 1004
H. Sicative și adsorbanți .. 1005
XX. Produse comerciale standardizate — Diverse .. 1006
A. Fier și oțel .. 1006
a) Generalități .. 1006
b) Produse comerciale de oțel de fuziune și fontă .. 1008
B. Produse comerciale din metale neferoase .. 1027
C. Tuburi .. 1033
D. Diverse .. 1051

SECȚIUNEA 7.

Măsuri

Cuprinsul .. 1058
Generalități .. 1059
I. Măsurători de presiune .. 1059
II. Măsurători de viteză .. 1061
III. Măsurători de cantitate .. 1063
A. Balanțe și bascule .. 1063
B. Măsurători privitoare la lichide .. 1064
C. Măsurători privitoare la gaze .. 1067
D. Măsurători privitoare la abur .. 1071
IV. Măsurători de putere .. 1073
V. Vibrații, forțe asupra părților de construcție .. 1077
VI. Măsurători termice .. 1078
A. Temperatura .. 1078
B. Cantitatea de căldură .. 1081
VII. Măsurători de tehnica arderii .. 1084
A. Determinarea puterii calorifice .. 1084
B. Analiza tehnică a gazelor .. 1085

SECȚIUNEA 8.

Topografie (geodezie, geometrie practică)

Cuprinsul .. 1088
I. Generalități .. 1089
II. Instrumente pentru măsurarea unghiurilor .. 1092
III. Instrumente pentru măsurarea lungimilor .. 1103
IV. Ridicarea planurilor de situație prin metoda numerică .. 1107
A. Suprafețe mici .. 1107
B. Ridicări prin poligonații .. 1107
C. Ridicări pe bază trigonometrică și poligonometrică .. 1111
D. Racordarea la triangulația țării printr'o mică triangulație .. 1112
E. Ridicări cu busola .. 1115
F. Confecționarea planurilor .. 1115

Pagina
V. Calculul şi parcelarea suprafeţelor 1116
VI. Altimetrie (Nivelment) 1118
VII. Tahimetrie 1124
VIII. Pichetarea dreptelor şi arcelor de cerc 1127
IX. Compensarea după metoda minimelor pătrate .. 1130

Anexă

Cuprinsul 1137
I. Măsuri şi greutăţi 1138
Valori astronomice, constante terestre 1144
Scările durităţii mineralogice 1144
Orele locale 1145
II. Table de comparare şi conversiune a măsurilor şi greutăţilor 1146
Observaţie preliminară despre unităţile de lungime engleze şi americane 1146
A. Unităţi de lungime 1146
B. Unităţi de arie 1153
C. Unităţi de capacitate 1155
D. Greutăţi 1157
E. Greutăţi pe unitatea de lungime 1164
F. Greutăţi pe unitatea de arie (presiune) 1166
G. Greutăţi şi unitatea de volum (greutăţi specifice) 1173
H. Vitese, frecvenţe 1174
J. Energii (lucru mecanic şi putere) 1179
K. Volume de gaze 1185
III. Codul Morse 1189
IV. Legi de protecţie a proprietăţii industriale 1189

Registru alfabetic

Registrul alfabetic al volumului întâiu 1193

Indicaţii

Se vor citi înainte de utilizarea manualului

Priviri generale. Manualul Hütte prezintă materialul în forma cea mai concentrată, fiindcă altfel volumele s'ar mări prea mult din cauza imensei întinderi a ştiinţei. Spre a găsi cât se poate de repede ceea ce se caută, s'au constituit următoarele priviri generale:

1. Registru alfabetic la sfârşitul volumului
2. Cuprins sistematic în prima coală a volumelor, ordonat după secţiuni,
3. In faţa fiecărei secţiuni privire asupra termenilor caracteristici importanţi pentru practician,
4. Registru scurt al tablelor şi privire asupra capitolelor, pe coperte,
5. Registrul abreviaţiilor pentru simbolurile şi mărimile matematice, fizice şi tehnice, ca şi pentru reviste ş. a., în prima coală, p. XVIII ş. u.

Registrul alfabetic dela sfârşitul fiecărui volum cuprinde multe mii de termeni caracteristici şi trimiteri la pagini pentru toate indicaţiile importante. Dacă se caută domenii întregi, se găsesc în *cuprinsul sistematic* din Prima coală a volumului. Adesea face servicii importante şi *privirea asupra termenilor caracteristici, la începutul fiecărei secţiuni*, fiindcă în ea se găseşte chiar o alegere a indicaţiilor de cari practicianul are des nevoie, ca de ex. table, tabele, formule, definiţii etc. In interiorul copertelor se mai găsesc alte priviri generale „*Tabele utilizate des*" şi „*Capitole importante*".

Neapărat de ţinut în seamă sunt *privirile asupra abreviaţiilor* (p. XVIII ş. u.), cari dau şi indicaţii asupra semnelor şi unităţilor matematice, fizice şi tehnice.

Registrul completărilor şi îndreptărilor (pp. XXII şi XXIII). Se recomandă ca indicaţiile să se treacă pe paginile din text.

Formule. *Inţelesurile simboalelor* din formule se găsesc reunite în liste la începutul secţiunii sau al capitolului respectiv, întru cât nu urmează imediat lămurirea formulei. *Linia de fracţiune oblică* (lămurită în p. XIX) e indispensabilă în vederea economisirii de spaţiu.

Abreviaţii şi lămuriri

1. Lucrările de ştiinţă ale asociaţiei „Hütte"

a) *Ediţii în alte limbi*:

Hütte, Manuel de l'Ingénieur, Librairie Polytechnique, Ch. Béranger, Paris	= Hütte principal francez
Hütte, Manuel de l'Ingénieur Métallurgiste, Librairie Polytechnique, Ch. Béranger, Paris	= Hütte de siderurgie francez
„Hütte", Manuale Enciclopedico della Ingegneria Moderna, Ulrico Hoepli, Milano	= Hütte principal italian
„Hütte Chimica", Manuale dell'Ingegnere Chimico e del Chimico Industriale, Ulrico Hoepli, Milano	= Hütte de chimie italian
Hütte, Manual del Ingeniero, Gustavo Gili, Barcelona	= Hütte principal spaniol
Hütte, Manual del Ingeniero Guimico, Gustavo Gili, Barcelona	= Hütte de chimie spaniol

Scanned with OKEN Scanner

b) Hütte special:

Hütte, Taschenbuch der Stoffkunde. ed. a 3-a, Berlin 1941 = Hütte tehnologic, ed. a 3-a.
Hütte, Taschenbuch für Betriebsingenieure, ed. a 3-a, Berlin 1929 = Hütte de exploatare, ed. a 3-a.
Hütte, Taschenbuch für den praktischen Chemiker, ed. a 2-a, Berlin 1927 = Hütte de chimie, ed. a 2-a.
Hütte, Taschenbuch für Eisenhüttenleute, ed. a 4-a, Berlin 1930 = Hütte de siderurgie, ed. a 4-a.
Hütte, Bootsbau, ed. a 7-a, Berlin 1929 = Hütte pentru costrucţia bărcilor, ed. a 7-a.
Hütte, Hilfstafeln, ed. a 4-a, Berlin 1941 = Hütte, tabele auxiliare, ed. a 4-a.

2. Abreviaţii

AEG — Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft.
AEF = Ausschuß für Einheiten und Formelgrössen.
AWF = Ausschuß für wirtschaftliche Fertigung.
BBC — Brown-Boveri & Cie.
C. A. = cifră de aciditate.
C. C. = cifră cetenică.
C. E. = cifră esterică.
C. I. = cifră de întărire.
C. O. = cifră octanică.
cp. = compară.
DEMAG = Deutsche Maschinenfabrik A.-G. Duisburg.
DGG = Deutsche Glastechnische Gesellschaft.
DKG = Deutsche Keramische Gesellschaft.
D. I. = diametru interior.
D. N. = diametru nominal.
DRP = Deutsches Reichspatent.
DVL = Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt.
DVM = Deutscher Verband für d. Materialprüfung d. Technik.
GHH = Gutehoffnungshütte.
ISA = Federaţia internaţională a asociaţiilor naţionale de standardizare
IEC = Comisiunea electronică internaţională.
MAN = Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg AG.
m. j. = mai jos.
m. s. = mai sus.
m^3N = metru cub normă.
p. = pagina.
p. f. = punct de fuziune.
p. gr. = părţi de greutate
p. i. = punct de inflamabilitate.
p. la = până la
P. N. = presiune nominală.
pp. = paginile.
pt. = pentru
PTR = Physikalisch-Technische Reichsanstalt.
p. vol. = părţi de volum
RAL = Reichsausschuss für Lieferbedingungen.
RKW = Reichskuratorium für Wirtschaftlichkeit.
S & H = Siemens & Halske.
SM = Siemens-Martin (oţel).
SSW = Siemens-Schuckertwerke.
ş. a. = şi altele.
TH = Technische Hochschule (Politehnică).
v. = vezi.
VDE = Verband Deutscher Elektrotechniker.
VDEh = Verein Deutscher Eisenhüttenleute.
VDEV = Verein Deutscher Eisenbahnverwaltungen.
VDI = Verein Deutscher Ingenieure.
VDCh = Verein Deutscher Chemiker.
Z = Zeitschrift.
Ztg = Zeitung.
ZN = zero normal.

3. Unităţi şi simboluri de tehnică şi fizică

(v. şi în corpul lucrării prefixele unităţilor şi notaţiile standardizate ale tipurilor de fier şi oţel)

Å = Ångström = 10^{-10} m
A, Amp = Amper.
at = kg/cm², atmosferă tehnică
Atm = 760 torr, atmosferă fizică
Bg = Balling.
Bx = Brix.
Bé = Baumé.
BTU = British Thermal Unit.
°dH = DG = grade germane de duritate.
°E = grade Engler.
EV = electron-volt.
grd = grade, °
H_B (H) = duritate Brinell.
LH = lumânări Hefner.
Pcs, *Pci* putere calorifică, superioară, inferioară.
kcal TI = kilocalorie internaţională.
Hz = Hertz.
kg, g = greutate kilogram şi greutate gram.
kg+, g+ = masă kilogram, masă gram (+ se trece numai dacă e nevoie de deosebire).
μ = micron = 10^{-6} m.
mμ = milimicron = 10^{-9} m.
Ω = Ohm.
Ø = Oersted.
col. Hg = coloană de mercur.
W = Watt.
col. apă = coloană de apă.
′ = picior.
″ = ţol.

Notaţia secţiunilor. La secţiunile dreptunghiulare se întrebuinţează în concordanţă cu AEF de ex. următoarea formă: secţiunea de lungimile de laturi 10 cm şi 12 cm: 10 × 12 cm². Notaţia de până acum 10/12 cm se mai găseşte în vreo câteva figuri. Notaţia e analoagă pentru paralelepipedul dreptunghic.

Notaţia durităţii Brinell H [kg/mm²], de ex. H 5/250/30. Mai sus 5 [mm] e diametrul sferei, 250 [kg] încărcarea, 30 [s] durata de încărcare, cp. DIN 1605.

4. Simboluri pentru calculele de rezistenţă (cp. DIN 1350)

σ tensiune normală,
τ tensiune tangenţială,
σ_a tensiune normală admisibilă
τ_a tensiune tangenţială admisibilă,
σ_B resp. τ_B rezistenţă statică,
σ_W rezistenţă la solicitare alternativă,
σ_P resp. σ_E tensiunea la limita de proporţionalitate resp. de elasticitate,
σ_S şi σ_F limită de etirare (curgere),
E modul de elasticitate,
$\alpha = 1/E$ coeficient de alungire

Indicii pentru felul de solicitare

z pentru solicitarea la întindere,
d „ „ „ compresiune
b „ „ „ încovoiere
t „ „ „ torsiune
s „ „ „ tăiere
f „ „ „ forfecare

Exemple:

σ_z, σ_a, σ_{za}, σ_{da}, σ_{ba}, σ_{zB}, σ_{dP},
τ_t, τ_a, τ_{ta}, τ_{sa}, τ_{fa}, τ_{tB}, τ_{fB}.

5. Simboluri matematice (cp. DIN 1302)

$+$ = plus, şi.
$-$ = minus.
$\times$ = ori.
$:/-$ = împărţit cu [1]).
$=$ înseamnă egal.
$\neq$ = diferit, inegal.
$\equiv$ = identic egal.
$<$ = mai mic.
$>$ = mai mare.
$\gg$ = mare faţă de.
$\ll$ = mic faţă de.
∞ = infinit
$\left|\,\right|$ = determinant.
$|\ |$ = valoare absolută, modul.
$!$ = factorială (p. 71).
C_n^p sau $\binom{n}{p}$ = comb. de n luate câte p (p. 71).
$\varDelta$ = variaţie finită.
d = diferenţială totală.

∂ = diferenţială parţială.
Σ = sumă de.
sin, tg, Sin, Tg etc. = funcţiuni trigonometrice, hiperbolice şi inversele lor după DIN 1302 (p. 88 ş. u.).
$i = \sqrt{-1}$.
$\int$ = integrală.
$\|$ = paralel.
$\#$ = egal şi paralel.
$\uparrow\uparrow$ = paralel cu acelaşi sens (omoparalel).
$\uparrow\downarrow$ = antiparalel.
$\perp$ = perpendicular pe.
$\cong$ = congruent.
$\sim$ = asemenea, proporţional.
$\approx$ = circa, aproximativ.
$\measuredangle$ = unghiu.
$\overline{AB}$ = segmentul AB.
$\widehat{AB}$ = arcul AB.

$\triangle$ = triunghiu.
lim = limită.
${}^a\log$ = logaritmul unui număr cu baza a (p. 72).
lg = logaritmul zecimal (Briggs), cu baza 10.
ln = logaritmul natural (Neperian), cu baza e.
exp x = e la puterea x (funcţiune exponenţială de x).
M_b = modulul sistemului de logaritmi cu baza b ($M_{10} = \lg e$).
… = până la [2]).
∇ = operatorul lui Hamilton (del, derivator vectorial).
rot = rotor, rotaţional.
div = divergenţă.
grad = gradient.

[1]) In Statele Unite adesea $\div$

[2]) In Statele Unite . . . înseamnă deci (therefore).

Fracţiuni zecimale, abreviaţie, de ex. $0{,}0_4 19$ înseamnă 0,000 019.

Intrebuinţarea liniei oblice de fracţiune. In privinţa înţelesului liniei oblice de fracţiune s'a convenit de acord cu AEF ca efectul ei să ajungă până la semnul următor de înmulţire, adunare sau scădere.

Avem deci

$$a\,b/c\,d = a\,b/(c\,d) = (a\,b)/(c\,d) = \frac{a\,b}{c\,d}; \quad a\,b/c \cdot d = (a\,b/c)\,d = \frac{a\,b}{c}\,d,$$

$$(a+b)/(c+d) = \frac{a+b}{c+d}; \quad a + b/c + d = a + \frac{b}{c} + d.$$

Intr'un produs dintr'un număr de factori se întrebuinţează după linia oblică de fracţiune / parantezele spre a uşura privirea generală.

Scanned with OKEN Scanner

6. Reviste și alte publicațiuni

ATM = Archiv für technisches Messen.
Arch. Wärme = Archiv f. Wärmewirtschaft.
ATZ = Automobiltechnische Zeitschrift.
Bauing. = Bauingenieur.
Bautechn. = Bautechnik.
B u. E = Beton u. Eisen.
Chem. Fabrik = Die chemische Fabrik.
Chem. Ztg. = Chemiker Zeitung.
D Bauztg. = Deutsche Bauzeitung.
Engng. = Engineering.
ENT = Elektrische Nachrichtentechnik.
Ergebn. d. exakt. Naturw. = Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften.
ETZ = Elektrotechnische Zeitung.
E. u. M. = Elektrotechnik u. Maschinenbau, Wien.
Forschung = Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens (VDI); cuprind și „Forschungsarbeiten".
Génie Civ. = Le Génie Civil, Paris.
Glaser Ann. = Glasers Annalen.
GWF — Das Gas- und Wasserfach.
Maschbau = Maschinenbau.
Mitt. Forschungsarb. VDI = Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens.
Mitt. KW-Inst. Eisenforsch. = Mitteilungen des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Eisenforschung, Düsseldorf.
RDT = Rundschau deutscher Technik.
Schweiz. Bauztg. = Schweizerische Bauzeitung.
ST u. E = Stahl und Eisen.
T. Gmdbl. = Technisches Gemeindeblatt.
TidL = Technik in der Landwirtschaft.
Werkst-T = Werkstattstechnik.
WRH = Werft, Reederei, Hafen.
ZAM = Zeitschrift für angewandte Mathematik u. Mechanik.
Z ang. Chemie = Zeitschrift für angewandte Chemie.
Z f. Bauwes. = Zeitschrift für Bauwesen.
ZFM = Zeitschrift für Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt.
Z f. Metallk = Zeitschrift f. Metallkunde.
ZdÖIAV = Zeitschr. d. Österreichischen Ingenieur- u. Architekten-Vereins.
ZVDI = Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.
Ztrbl. Bauv. = Zentralblatt der Bauverwaltung.
Z f. Phys. = Zeitschrift für Physik.

Citate din reviste. In trimiterile la reviste, primul număr indică volumul sau seria anuală, al doilea (în paranteze) anul apariției, al treilea numărul paginii.

DIN, RAL, VDE. Cu privire la normele și prescripțiile stabilite de Deutscher Normenausschuss (DIN), de Reichsausschuss für Lieferbedingungen beim Reichskuratorium für Wirtschaftlichkeit (RAL) și de Verband Deutscher Elektrotechniker (VDE) observăm următoarele:

Exclusivitatea pentru filele de norme o are Beuth-Vertrieb GmbH, Berlin SW 68. Obligatorie e în fiecare moment numai ultima ediție a unei file DIN. La întrebuințare trebue observat cu atențiune o să se aplice numai cele mai noi norme.

Prescripțiile de notare și condițiunile de calitate ale lui RAL (definiții, condițiuni de livrare) se desfac prin Beuth-Vertrieb GmbH, Berlin SW 68. Pentru întrebuințarea lor se aplică cele spuse cu privire la filele de norme DIN.

7. Schimbări de norme

Standardizarea nu e un sistem rigid; ea se adaptează condițiunilor economice pe baza experienței din practică și a cercetărilor științifice. De aceea o parte mai mare din normele citate în Hütte a suferit schimbări dela culegere încoace. Hotărîtoare pentru întrebuințare sunt însă totdeauna numai cele mai noi ediții ale filelor de norme. In reunirea de mai jos sunt înșirate filele de norme cari par deosebit de importante. Nu s'a insistat asupra detaliilor din cauza lipsei de spațiu. De aceea trebue să trimitem la cercetarea filelor de norme.

a) Norme noi

Acustică. Sunetul de acord standard, DIN 1317. Măsurarea tăriei sunetului, DIN 5045. Tăria sunetului, DIN 1318. Teoria oscilațiilor, DIN 1311 și 1320. — **Gips de construcție,** DIN pr. de normă 1168. — **Beton.** Lianți DIN 1166; DIN DVM 2170. Țevi de beton, DIN 4033. Țevi de beton armat, DIN 4035. — **Incercarea combustibililor.** DIN pr. de normă 285. — **Impletituri de sârmă.** DIN 1200. — **Incercări de rezistență.** Incercări generale, DIN pr. de normă 50 142; DIN pr. de normă DVM 125. Incercarea durității, DIN pr. de normă 50 103; DIN pr. de normă DVM 132; DIN pr. de normă DVM 133. Incercarea corpurilor goale, DIN 135 și 136. Incercarea cusăturilor de sudură, DIN pr. de normă 50 121. — **Pietre refractare,** DIN 1090. — **Oțel de fuziune.** Oțeluri de adaus și ameliorare nealiate și slab aliate, DIN E 1660. Oțeluri de resoarte, DIN pr. de normă 1669. Oțel turnat, DIN pr. de normă 1682. Țevi de oțel de fuziune, DIN 2440 U. **Butelii** de gaz, rezervoare de gaz sub presiune DIN 4660. — Incercarea pietrelor, DIN DVM 1991 și 2100. Nisip de forme, DIN pr. de normă DVM 2401. — **Sticlă.** Sticlă plată, DIN 1279. — **Gumă.** Incercarea gumei, DIN DVM 3504, DIN 53 510, 53 511, 53 512, 53 550, 53 555 53 661. — **Semifabricate**

din metale neferoase. Aliaje de aluminiu, profile, DIN L 94. Profile de aliaje de aluminiu-magneziu presate, DIN 9711, 9712, 9713, 9714. Țevi de aliaje de magneziu, DIN 9709 și 9710. Tablă de zinc, DIN 9721 și 9722. — Lemn. Incercarea, DIN DVM 2176, DIN 4076. Lemna ameliorat și materiale cu conținut de lemn, DIN 4076. Lână vegetală, DIN 4077. — Culori caracteristice, DIN 5381. — Materiale artificiale. Semnalizare, DIN 7702. Paliere DIN pr. de normă 7703. Piese presate din rășini artificiale, DIN E 7710. Țevi, DIN 8061...8065. Incercarea, DIN 53 451 și 53 452. — Metale neferoase, Bronzuri de plumb, DIN pr. de normă 1716. Aliaje de aluminiu, DIN 1713. Aliaje de cupru, DIN 1718. Aliaje de magneziu pentru turnare prin centrifugare, DIN 1740. Zinc, DIN 1706. — Optică. Absorpția luminii, DIN 1349. — Fizică. Constante și mărimi de conversiune, DIN 1348. — Fiare profilate. Fier plat, DIN 31 101. Fier rotund, DIN 31 110. Fier cornier cu aripi egale, DIN 31 112. Fier cornier, DIN 31 113. Fier Z DIN 31 114. Fier în bare U, fier U DIN 31 115. Fier T, DIN 31 116. Fier de ferestre și pentru bare de grătar, DIN pr. de normă 1021. Fier în bandă, DIN 1016. Fier cornier cu aripi egale cu muchii ascuțite și fier T înalt. DIN pr. de normă 1022. Fier semirotund, DIN pr. de normă 1018. Fier rotund, DIN 670 și 671. Sârmă, încercarea straturilor acoperitoare, DIN pr. de normă 1213. Profile de oțel ușoare, DIN 6761. — Produse textile. Conversiunea numerotajului firelor, DIN tex. 910. — Căldură. Stare standard, DIN 1343.

b) Ediții noi ale normelor existente

Țevi de scurgere din materiale ceramice etanșe, DIN 4250. — Lianți. Var de construcție, DIN 1060. — Incercarea combustibililor, DIN DVM 3725. Părți constuctive. Cărămizi, DIN 105. Cărămizi de var și nisip, DIN 106. Cărămizi refractare, DIN 398. Cărămizi ușoare refractare, DIN 399. Cărămizi de sgură, DIN 400. Cărămizi ușoare din piatră ponce naturală, DIN 1059. — Cărămizi refractare, DIN 1081 și 1082. Metode de încercare, DIN 1065. — Oțel de fuziune, aliat. Oțel de crom și crom-molibden, DIN pr. de normă 1663. — Țevi de oțel de fuziune. Țevi fără cusătură, DIN 2448. Țevi de precizlune, DIN 2385, 2391, 2393 și 2394. — Butelii de gaz. Butelii pentru gaze comprimate, DIN 4664. Butelii pentru gaze lichefiate, DIN 4665. Butelii pentru acetilenă, DIN 4666. — Incercarea pietrelor, DIN DVM 2102, 2108 și 2109. — Gumă. Incercarea gumei, DIN 53 510. — Semifabricate din metale neferoase. Tablă de aluminiu, DIN 1753. Tablă din aliaje de aluminiu, DIN L 23. Bandă din aliaje de aluminiu, DIN L 25. Profile. Aliaje de aluminiu și aliaje de magneziu, DIN 1771. Bare rotunde de aluminiu, DIN 1798. Bare hexagonale de aluminiu și aliaje de aluminiu, DIN 1797. Bare plate de aluminiu și aliaje de aluminiu, DIN 1769 și 1770. Profile pline de alamă, DIN 1776. Alamă rotundă, DIN 1758. Alamă hexagonală, DIN 1763. Alamă în patru muchii, DIN 1761. Țevi de alamă, DIN 1755. — Lemn. Dimensiuni, DIN 4070...4072. Plăci de lemn transversal, DIN 4078. — Țevi de canalizare. Țevi din material pietros, DIN 1230. Țevi de beton, DIN 4033. — Materiale artificiale. Materiale presate prin rășini artificiale, DIN 7701. — Metale neferoase. Aliaje de aluminiu, DIN 1713. Aliaje de aluminiu pentru turnare prin centrifugare, DIN 1744. Bronzuri și bronzuri de mașini, DIN 1705. Cupru, DIN 1708. Cositor de lipit, DIN 1707. Metal alb, DIN 1703. Aliaje de zinc pentru turnare prin centrifugare, DIN 1743. Cositor, DIN 1704. — Țevi. Țevi profilate, DIN L 92. Privire generală, DIN 2410. — Ciururi. Table cu găuri rotunde pentru ciururi de încercare, DIN 1170. — Oțel turnat, DIN 1681. — Fiare profilate. Oțel de resoarte cu nervuri, DIN 1570. Gurguie de plăci de resoarte, DIN 1571. Fier E, DIN 1026. Oțeluri de aplicație, DIN 1023. Fier rotund, DIN pr. de normă 1013. Fier rotund de precizie, DIN 175. Fier pătrat, DIN pr. de normă 1014. Fier plat, DIN pr. de normă 1017. Fier în bare U și oțel U, DIN 1026. Oțel Z, DIN 1027. Fier cornier cu aripi egale, DIN 1028. Fier cornier, DIN 1029. — Fontă maleabilă, DIN 1692. — Apa. Mijloace contra durității, DIN 8101 și 8102. Incercarea, DIN 8104.

c) Norme anulate

DIN 1758, alamă rotundă. — DIN L 24, țevi din aliaje de aluminiu și magneziu, normă înlocuită cu Lg N 13 533 și Lg N 13 535.

Completări și îndreptări

La p. 1143, adaugă:

Vechi unități de măsură românești

(Mo = Moldova, Mu = Muntenia, T = Transilvania, D = Dobrogea)

Unitatea	1/n
Unități de lungime	
Mu: 1 cot = 8 rupi = 16 grefi = 0,664 m	1,506 0
1 stânjen al lui Șerban Vodă = $^1/_3$ prăjină = 10 palme = 100 degete = 1000 linii = 1,9665 m	0,508 5
1 stânjen al lui Constantin Vodă = 8 palme de 8 sau 10 degete de 10 linii = 2,020 m	0,495 1
1 poștă ≈ 10 000 stânjeni	
Mo: 1 cot = 8 rupi = 16 grefi = 0,637 m	1,569 9
1 cot halep = 8 rupi = = 16 grefi = 0,688 m	1,453 5
1 stânjen moldovenesc = $^1/_3$ prăjină (difer.) = 8 palme gospodărești = 64 palmace de 12 linii = 2,230 m	0,448 4
1 poștă ≈ 10 000 stânjeni	
Mu și Mo: 1 pumn = $^1/_8$ stânjen = $^2/_3$ palmă	
1 lanț = 10 stânjeni	
1 funie (otgon) = 10,20 sau 25 stânjeni, piciorul, pasul nedeterminați	
T: 1 stânjen = 6 picioare = 72 degete = 1,8965 m	0,527 3
D: 1 arșin al mimarilor (constructorilor) = 24 parmace (degete) de 12 haturi de 12 nohtale (punturi) = 0,758 m	1,319 3
Unități de lungime	
1 arșin (cot) al bazarului (târgului) = 8 rupi = 16 ghirahe = 0,680 m	1,470 6
1 endaze (cot mic) = 8 rupi = 16 ghirahe = 0,650 m	1,538 5
Unități de arie	
Mu: 1 pogon = 24 prăjini pogonești = 72·18 (1296) stânjeni pătrați = 24·6 (144) prăjini pătrate = 0,501 1789 ha	1,995 3
1 pogon mic (pentru vii) = 784 stânjeni pătrați = 0,303 18 ha	3,298 3
1 delniță = 45 stânjeni pătrați	
1 stânjen pătrat al lui Șerban Vodă = 64 palme pătrate = 6400 degete pătrate = 640 000 linii pătrate = 3,867 12 m²	0,258 6
Mo: 1 falce = 80·4 prăjini pătrate moldovenești = 240·42 (2880) stânjeni pătrați = 80 prăjini fălcești = 1,432 195 ha	0,698 2
1 palmă pătrată = 7,770 16 dm²	0,128 7
1 parmac pătrat = 144 linii pătr. = 0,121 409 dm²	8,236 6
1 prăjină pogonească 2,088 25 a	0,478 9

Scanned with OKEN Scanner

Unitatea	1/n
Unități de arie	
T: 1 jugăr cadastral = 1600 stânjeni pătrați = 0,575 464 ha	1,737 7
1 stânjen pătrat = 3,596 651 m^2	0,278 03
1 ferdelă = 200 stânjeni p.	
1 lanț (Banat) = 1 jugăr	
D: 1 donum = 1600 arșini pătrați sau pași pătrați = 9,193 02 a	0,108 8
1 parmac (pas) pătrat = 9,98 cm^2	0,100 2
1 hat pătrat = 6,92 mm^2	0,144 5
1 cot pătrat al bazarului = 64 rupi pătr. = 256 ghirane pătr. = 0,4624 m^3	2,162 6
1 cot mic pătrat = 64 rupi ai cotului mic pătrați = 256 ghirane ale cotului pătr. = 0,4225 m^2	2,366 9
Unități de capacitate	
Mu: 1 stânjen cubic al lui Șerban Vodă = 512 palme cubice = 7,604 696 m^3	0,131 5
1 palmă cubică = 1000 degete cubice = 1 000 000 linii cubice = 14,8529 dm^3	0,067 33
Mo: 1 stânjen moldovenesc cubic = 512 palme cubice de 512 palmace cubice de 1728 linii cubice = 11,089 57 m^3	0,090 18

Unitatea	1/n
Unități de capacitate	
Pentru solide:	
Mu: 1 chilă = 10 banițe mari = 20 banițe mici = 400 ocale = 1600 litre = 12 800 cinzeci = 6,792 68 hl	0,147 2
1 chilă de Brăila = 35 banițe de Brăila = 7 hl (pt. cereale)	
Pentru convertirea capacității șlepurilor cu cereale: 1 chilă de Brăila 0,5 t	
Mo: 1 chilă (în comerțul de cereale 1 chilă de Galați) = 2 merțe = 20 dimirlii = 240 ocale = 960 litre = 1920 cinzeci = 4,3000 hl	0,232 6
1 chilă = 8 banițe (cuturi) = 80 ocale = 32000 dramuri = 37,0 l	0,027 0
T: 1 ferdelă = 20 l	
1 stânjen (lemne) = 4 metri steri	
Pentru lichide:	
Mu: 1 vadră = 10 ocale = 40 litre = 80 cinzeci = 320 ciocane de 12,5 dramuri (4000) = 15,2 l	0,065 8
Mo: 1 vadră (subdivizare ca în Mu) = 12,880 l	0,077 6
T: 1 ferie (vadră) = 10 l	
D: Lichidele după greutate	

Scanned with OKEN Scanner

SECŢIUNEA 1.

Matematici

Prelucrare de profesor Dr. Rudolf Rothe, Berlin;
colaborator Dr. Johannes Stein, Hamburg

I. Table

Pagina

Indrumări pentru folosirea tablelor 2, 62
Formule de aproximaţie 3
Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri 4
Logaritmi vulgari (Briggs) . . . 34
Funcţiunile trigonometrice ale gradelor noi 36
Funcţiunile trigonometrice ale gradelor vechi 40
Trecerea dela gradele noi la cele vechi 44
Funcţiuni trigonometrice, exponenţiale şi hiperbolice 47
Volumele sferelor 51
Lungimile şi săgeţile arcelor, lungimile coardelor şi ariile segmentelor de cerc 52
Lungimile arcelor pentru raza 1 . 54
Integrale eliptice 58
Coeficienţi binomiali 59
Radicalii unor fracţiuni . . . 59
Valori numerice importante, multipli ai lui π 59
Puteri, factoriale 60
Numere prime, factori numere prime 61
Numere pitagorice 61

II. Aritmetică şi algebră

Puteri, radicali, logaritmi, numere complexe 71
Analiza combinatorie, determinanţi 74
Ecuaţii 76
Dobândă compusă 79
Progresiuni 81
Serii 82

III. Funcţiuni trigonometrice şi hiperbolice

Funcţiuni trigonometrice 88
Triunghiuri plane 93
Triunghiuri sferice 95
Funcţiuni hiperbolice 96
Funcţiuni exponenţiale complexe etc. 97

IV. Calculul diferenţial şi integral

Limită, continuitate, derivabilitate 98
Derivate şi diferenţiale 99
Teorema mediilor, formula lui Taylor 102
Limite, maxime şi minime . . . 103
Calculul integral 104

Pagina

Ecuaţii diferenţiale comune . . . 119
Ecuaţii cu derivate parţiale . . 124
Calculul variaţiunilor 128

V. Geometrie analitică şi diferenţială

Punctul, dreapta 129
Curbe în plan 132
Conice 135
Cercul, elipsa şi hiperbola . . . 136
Parabola 141
Alte curbe importante în tehnică (cicloida, desfăşurătoarea cercului, spirale etc.) 143
Punctul, dreapta şi planul în spaţiu 150
Curbe strâmbe în spaţiu 156
Suprafeţe strâmbe 159

VI. Calculul vectorial . 164

VII. Numerele complexe şi vectorii în plan, teoria funcţiunilor, reprezentare conformă

Numere complexe 178
Reprezentare conformă 181

VIII. Matematici aplicate

Calculul numeric 184
Rigla de calcul 185
Nomografie 187
Calculul probabilităţilor şi al compensării 190
Calculul interpolării şi al diferenţelor 195
Metode ale analizei practice . . 197
Serii Fourier 205
Proiecţiune paralelă 209

IX. Arii şi volume

Arii de figuri plane 211
Volume şi suprafeţe de corpuri . 213

X. Vechi probleme matematice rezolvate şi nerezolvate. 218

Scanned with OKEN Scanner

Indrumări pentru folosirea tablelor

I. Determinarea prin interpolare a valorilor intermediare

Valorile intermediare se pot calcula pe baza proporționalității dintre creșterile (destul de mici ale) mărimilor date și cerute, dacă se poate neglija o optime din a doua diferență din table.

n	$\sqrt{n}$	Dif. 1.	Dif. 2.
28	5,2915		
		0,0937	
29	5,3852		—0,0017
		0,0920	
30	5,4772		

Astfel se poate obține pentru $\sqrt{n}$ în punctul $n = 29$ din tabla 2 (p. 4):

A doua diferență (abs.) e 0,0017, $1/8$ din ea: 0,0002. Această valoare nu joacă rol pentru 3 zecimale ale radicalului, așa încât în acest caz se poate interpola liniar.

In general valoarea intermediară interpolată liniar e exactă cu aproximație mai mică decât 1 unitate a ultimei zecimale, dacă în punctul considerat a doua diferență din tablă e mai mică decât 4 unități ale ultimei zecimale.

Exemplele cari urmează conțin indicațiuni despre limitele de respectat. Când corecția de aplicat valorii din tablă e de cel mult trei cifre, se întrebuințează cu folos rigla de calcul (R, VIII. A 8.).

Mărimea primei diferențe dă un indiciu despre câte rânduri noi e cazul să se considere intercalate între rândurile vecine din tablă; ea ne dispensează astfel de calculul cu zecimalele inutile și ne dă o idee despre exactitatea valorilor interpolate.

n	$\sqrt[3]{n}$	Dif. 1
868	9,5391	
		0,0036
869	9,5427	

Extrasul alăturat din tabla a 2-a (p. 21) are prima diferență 0,0036 cu 36 de unități ale celei de a patra zecimale. Divizarea intervalului în 36 de părți dă pentru n noile valori 868,03, 868,06, . . . cu intervalul de 0,03 unități. La interpolarea din spre n spre radical sau invers se vor considera sau se va conta pe cel mult 2 zecimale în plus pentru n, și n determinat din radical e sigur numai cu aproximație de 3 unități ale zecimalei a doua.

Dacă a doua diferență influențează rezultatul interpolării (v. m. s.), diferența din tablă trebue corectată din tabla auxiliară de mai jos, după creșterea argumentului (numărul rândului) și a doua diferență (numărul din capătul coloanelor) și se calculează ca obișnuit cu diferența corectată.

Tablă auxiliară. Valori de corectare a diferenței din table

(Corecțiunile se înmulțesc ca diferențele de al doilea, așa încât se poate ține cont și de diferențele de al doilea mai mari decât 100 unități)

Creșterea argumentului în fracțiuni de interval	A doua diferență în unități ale ultimei zecimale: 0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0,0	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
0,1	0	4	9	13	18	22	27	31	36	40	45
0,2	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
0,3	0	3	7	10	14	17	21	24	28	31	35
0,4	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
0,5	0	2	5	7	10	12	15	17	20	22	25
0,6	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
0,7	0	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15
0,8	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,9	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5
1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Continuarea textului în p. 62

Tabla 1. Formule de aproximație

Formulele de aproximație pentru x mici cari urmează, derivă aproape toate din seriile de puteri (G), prin păstrarea numai a primilor termeni. Păstrând mai mulți termeni, se obțin formule mai exacte. Coloana a doua cuprinde primul termen neglijat și poate servi la evaluarea erorii. Coloana a treia arată sub ce margine trebue să rămână $|x|$, pentru ca valoarea absolută a erorii formulei de aproximație să fie mai mică decât 0,001.

	Termenul următor	Marginea lui $\|x\|$ pentru ca valoarea absolută a erorii formulei de aproximație să fie mai mică decât 0,001
$(1 \pm x)^n \approx 1 \pm n x$	$+ \frac{1}{2} \cdot n(n-1) x^2$	—
$(1 \pm x)^2 \approx 1 \pm 2x$	$+ x^2$	$\|x\| < 0{,}032$
$(1 \pm x)^3 \approx 1 \pm 3x$	$+ 3x^2$	$\|x\| < 0{,}018$
$\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{1}{2} \cdot x$	$- \frac{1}{8} \cdot x^2$	$\|x\| < 0{,}089$
$1 : (1 + x) \approx 1 - x$	$+ x^2$	$\|x\| < 0{,}032$
$1 : \sqrt{1 + x} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot x$	$+ \frac{3}{8} \cdot x^2$	$\|x\| < 0{,}052$
$\sqrt[q]{(1 + x)^p} \approx 1 + p/q \cdot x$	$+ \frac{1}{2} \cdot p(p - q)/q^2 \cdot x$	—
$1 : \sqrt[q]{(1 + x)^p} \approx 1 - p/q \cdot x$	$+ \frac{1}{2} \cdot p(p + q)/q^2 \cdot x$	—
$e^x \approx 1 + x$	$+ \frac{1}{2} \cdot x^2$	$\|x\| < 0{,}045$
$a^x \approx 1 + \ln a \cdot x = 1 + 2{,}3026 \lg a \cdot x$	$+ \frac{1}{2} (\ln a)^2 \cdot x^2$	—
$\ln(1 + x) \approx x$,	$- \frac{1}{2} \cdot x^2$	$\|x\| < 0{,}045$
$\lg(1 + x) \approx 0{,}434\,29\, x$	$- 0{,}217\,15\, x^2$	$\|x\| < 0{,}068$
$\ln[(1 + x)/(1 - x)] \approx 2x$	$+ \frac{2}{3} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}114$
$\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \approx x$	$- \frac{1}{6} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}182$
$\cos x \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot x^2$	$+ \frac{1}{24} \cdot x^4$	$\|x\| < 0{,}394\ (= 22{,}6°)$
$\sin x \approx x$	$- \frac{1}{6} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}182\ (= 10{,}4°)$
$\operatorname{tg} x \approx x$	$+ \frac{1}{3} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}144\ (= 8{,}25°)$
$\operatorname{ctg} x \approx 1/x$	$- \frac{1}{3} \cdot x$	$\|x\| < 0{,}003\ (= 0{,}172° = 10{,}3')$
$\operatorname{arc\,sin} x \approx x$	$+ \frac{1}{6} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}182\ (= 10{,}4°)$
$\operatorname{arc\,tg} x \approx x$	$- \frac{1}{3} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}144\ (= 8{,}25°)$

Se va observa că în ultimele șase formule x e dat în radiani!

$\operatorname{Cos} x \approx 1 + \frac{1}{2} \cdot x^2$	$+ \frac{1}{24} \cdot x^4$	$\|x\| < 0{,}394$
$\operatorname{Sin} x \approx x$	$+ \frac{1}{6} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}182$
$\operatorname{Tg} x \approx x$	$- \frac{1}{3} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}144$
$\operatorname{Ctg} x \approx 1/x$	$+ \frac{1}{3} \cdot x$	$\|x\| < 0{,}003$
$\operatorname{Ar\,Sin} x \approx x$	$- \frac{1}{6} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}182$
$\operatorname{Ar\,Tg} x \approx x$	$+ \frac{1}{3} \cdot x^3$	$\|x\| < 0{,}144$

In general $f(x) \approx f(0) + f'(0)x$. Eroarea făcută e cuprinsă de regulă între $\frac{1}{2} \cdot x^2 f''(0)$ și $\frac{1}{2} \cdot x^2 f''(x)$.

Pentru x și y mic mai avem

$$(1 + x)^p (1 + y)^q \approx 1 + px + qy\text{; în particular}$$

$$(1 + x)(1 + y) \approx 1 + x + y, \qquad (1 + x)/(1 + y) \approx 1 + x - y.$$

$$\text{In general} \quad f(x, y) \approx f(0, 0) + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{00} x + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{00} y.$$

Aproximația unor funcțiuni într'un domeniu, astfel ca eroarea medie pătratică să fie minimă.

Pentru $0 \leqq x \leqq 1$ avem

$$\sqrt{x} \approx \frac{4}{15} + \frac{4}{5} \cdot x$$

$$\sqrt{1 + x^2} \approx 0{,}934\,32 + 0{,}426\,95\, x.$$

Pentru $0 \leqq y < x \leqq 1$ avem

$$x^2 + y^2 \approx -\frac{2}{5} + \frac{6}{5} \cdot x + \frac{4}{5} \cdot y$$

$$\sqrt{1 + x^2 + y^2} \approx 0{,}860\,69 + 0{,}487\,02\, x + 0{,}286\,26\, y.$$

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1	1	1	1,0000	1,0000	0,00000	1000,000	3,142	0,7854	1
2	4	8	1,4142	1,2599	0,69315	500,000	6,283	3,1416	2
3	9	27	1,7321	1,4422	1,09861	333,333	9,425	7,0686	3
4	16	64	2,0000	1,5874	1,38629	250,000	12,566	12,5664	4
5	25	125	2,2361	1,7100	1,60944	200,000	15,708	19,6350	5
6	36	216	2,4495	1,8171	1,79176	166,667	18,850	28,2743	6
7	49	343	2,6458	1,9129	1,94591	142,857	21,991	38,4845	7
8	64	512	2,8284	2,0000	2,07944	125,000	25,133	50,2655	8
9	81	729	3,0000	2,0801	2,19722	111,111	28,274	63,6173	9
10	100	1 000	3,1623	2,1544	2,30259	100,000	31,416	78,5398	**10**
11	121	1 331	3,3166	2,2240	2,39790	90,9091	34,558	95,0332	11
12	144	1 728	3,4641	2,2894	2,48491	83,3333	37,699	113,097	12
13	169	2 197	3,6056	2,3513	2,56495	76,9231	40,841	132,732	13
14	196	2 744	3,7417	2,4101	2,63906	71,4286	43,982	153,938	14
15	225	3 375	3,8730	2,4662	2,70805	66,6667	47,124	176,715	15
16	256	4 096	4,0000	2,5198	2,77259	62,5000	50,265	201,062	16
17	289	4 913	4,1231	2,5713	2,83321	58,8235	53,407	226,980	17
18	324	5 832	4,2426	2,6207	2,89037	55,5556	56,549	254,469	18
19	361	6 859	4,3589	2,6684	2,94444	52,6316	59,690	283,529	19
20	400	8 000	4,4721	2,7144	2,99573	50,0000	62,832	314,159	**20**
21	441	9 261	4,5826	2,7589	3,04452	47,6190	65,973	346,361	21
22	484	10 648	4,6904	2,8020	3,09104	45,4545	69,115	380,133	22
23	529	12 167	4,7958	2,8439	3,13549	43,4783	72,257	415,476	23
24	576	13 824	4,8990	2,8845	3,17805	41,6667	75,398	452,389	24
25	625	15 625	5,0000	2,9240	3,21888	40,0000	78,540	490,874	25
26	676	17 576	5,0990	2,9625	3,25810	38,4615	81,681	530,929	26
27	729	19 683	5,1962	3,0000	3,29584	37,0370	84,823	572,555	27
28	784	21 952	5,2915	3,0366	3,33220	35,7143	87,965	615,752	28
29	841	24 389	5,3852	3,0723	3,36730	34,4828	91,106	660,520	29
30	900	27 000	5,4772	3,1072	3,40120	33,3333	94,248	706,858	**30**
31	961	29 791	5,5678	3,1414	3,43399	32,2581	97,389	754,768	31
32	1024	32 768	5,6569	3,1748	3,46574	31,2500	100,531	804,248	32
33	1089	35 937	5,7446	3,2075	3,49651	30,3030	103,673	855,299	33
34	1156	39 304	5,8310	3,2396	3,52636	29,4118	106,814	907,920	34
35	1225	42 875	5,9161	3,2711	3,55535	28,5714	109,956	962,113	35
36	1296	46 656	6,0000	3,3019	3,58352	27,7778	113,097	1017,88	36
37	1369	50 653	6,0828	3,3322	3,61092	27,0270	116,239	1075,21	37
38	1444	54 872	6,1644	3,3620	3,63759	26,3158	119,381	1134,11	38
39	1521	59 319	6,2450	3,3912	3,66356	25,6410	122,522	1194,59	39
40	1600	64 000	6,3246	3,4200	3,68888	25,0000	125,66	1256,64	**40**
41	1681	68 921	6,4031	3,4482	3,71357	24,3902	128,81	1320,25	41
42	1764	74 088	6,4807	3,4760	3,73767	23,8095	131,95	1385,44	42
43	1849	79 507	6,5574	3,5034	3,76120	23,2558	135,09	1452,20	43
44	1936	85 184	6,6332	3,5303	3,78419	22,7273	138,23	1520,53	44
45	2025	91 125	6,7082	3,5569	3,80666	22,2222	141,37	1590,43	45
46	2116	97 336	6,7823	3,5830	3,82864	21,7391	144,51	1661,90	46
47	2209	103 823	6,8557	3,6088	3,85015	21,2766	147,65	1734,94	47
48	2304	110 592	6,9282	3,6342	3,87120	20,8333	150,80	1809,56	48
49	2401	117 649	7,0000	3,6593	3,89182	20,4082	153,94	1885,74	49
50	2500	125 000	7,0711	3,6840	3,91202	20,0000	157,08	1963,50	**50**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n} 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
50	25 00	125 000	7,0711	3,6840	3,91202	20,0000	157,08	19 63,50	**50**
51	26 01	132 651	7,1414	3,7084	3,93183	19,6078	160,22	20 42,82	51
52	27 04	140 608	7,2111	3,7325	3,95124	19,2308	163,36	21 23,72	52
53	28 09	148 877	7,2801	3,7563	3,97029	18,8679	166,50	22 06,18	53
54	29 16	157 464	7,3485	3,7798	3,98898	18,5185	169,65	22 90,22	54
55	30 25	166 375	7,4162	3,8030	4,00733	18,1818	172,79	23 75,83	55
56	31 36	175 616	7,4833	3,8259	4,02535	17,8571	175,93	24 63,01	56
57	32 49	185 193	7,5498	3,8485	4,04305	17,5439	179,07	25 51,76	57
58	33 64	195 112	7,6158	3,8709	4,06044	17,2414	182,21	26 42,08	58
59	34 81	205 379	7,6811	3,8930	4,07754	16,9492	185,35	27 33,97	59
60	36 00	216 000	7,7460	3,9149	4,09434	16,6667	188,50	28 27,43	**60**
61	37 21	226 981	7,8102	3,9365	4,11087	16,3934	191,64	29 22,47	61
62	38 44	238 328	7,8740	3,9579	4,12713	16,1290	194,78	30 19,07	62
63	39 69	250 047	7,9373	3,9791	4,14313	15,8730	197,92	31 17,25	63
64	40 96	262 144	8,0000	4,0000	4,15888	15,6250	201,06	32 16,99	64
65	42 25	274 625	8,0623	4,0207	4,17439	15,3846	204,20	33 18,31	65
66	43 56	287 496	8,1240	4,0412	4,18965	15,1515	207,35	34 21,19	66
67	44 89	300 763	8,1854	4,0615	4,20469	14,9254	210,49	35 25,65	67
68	46 24	314 432	8,2462	4,0817	4,21951	14,7059	213,63	36 31,68	68
69	47 61	328 509	8,3066	4,1016	4,23411	14,4928	216,77	37 39,28	69
70	49 00	343 000	8,3666	4,1213	4,24850	14,2857	219,91	38 48,45	**70**
71	50 41	357 911	8,4261	4,1408	4,26268	14,0845	223,05	39 59,19	71
72	51 84	373 248	8,4853	4,1602	4,27667	13,8889	226,19	40 71,50	72
73	53 29	389 017	8,5440	4,1793	4,29046	13,6986	229,34	41 85,39	73
74	54 76	405 224	8,6023	4,1983	4,30407	13,5135	232,48	43 00,84	74
75	56 25	421 875	8,6603	4,2172	4,31749	13,3333	235,62	44 17,86	75
76	57 76	438 976	8,7178	4,2358	4,33073	13,1579	238,76	45 36,46	76
77	59 29	456 533	8,7750	4,2543	4,34381	12,9870	241,90	46 56,63	77
78	60 84	474 552	8,8318	4,2727	4,35671	12,8205	245,04	47 78,36	78
79	62 41	493 039	8,8882	4,2908	4,36945	12,6582	248,19	49 01,67	79
80	64 00	512 000	8,9443	4,3089	4,38203	12,5000	251,33	50 26,55	**80**
81	65 61	531 441	9,0000	4,3267	4,39445	12,3457	254,47	51 53,00	81
82	67 24	551 368	9,0554	4,3445	4,40672	12,1951	257,61	52 81,02	82
83	68 89	571 787	9,1104	4,3621	4,41884	12,0482	260,75	54 10,61	83
84	70 56	592 704	9,1652	4,3795	4,43082	11,9048	263,89	55 41,77	84
85	72 25	614 125	9,2195	4,3968	4,44265	11,7647	267,04	56 74,50	85
86	73 96	636 056	9,2736	4,4140	4,45435	11,6279	270,18	58 08,80	86
87	75 69	658 503	9,3274	4,4310	4,46591	11,4943	273,32	59 44,68	87
88	77 44	681 472	9,3808	4,4480	4,47734	11,3636	276,46	60 82,12	88
89	79 21	704 969	9,4340	4,4647	4,48864	11,2360	279,60	62 21,14	89
90	81 00	729 000	9,4868	4,4814	4,49981	11,1111	282,74	63 61,73	**90**
91	82 81	753 571	9,5394	4,4979	4,51086	10,9890	285,88	65 03,88	91
92	84 64	778 688	9,5917	4,5144	4,52179	10,8696	289,03	66 47,61	92
93	86 49	804 357	9,6437	4,5307	4,53260	10,7527	292,17	67 92,91	93
94	88 36	830 584	9,6954	4,5468	4,54329	10,6383	295,31	69 39,78	94
95	90 25	857 375	9,7468	4,5629	4,55388	10,5263	298,45	70 88,22	95
96	92 16	884 736	9,7980	4,5789	4,56435	10,4167	301,59	72 38,23	96
97	94 09	912 673	9,8489	4,5947	4,57471	10,3093	304,73	73 89,81	97
98	96 04	941 192	9,8995	4,6104	4,58497	10,2041	307,88	75 42,96	98
99	98 01	970 299	9,9499	4,6261	4,59512	10,1010	311,02	76 97,69	99
100	1 00 00	1 000 000	10,0000	4,6416	4,60517	10,0000	314,16	78 53,98	**100**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
100	1 00 00	1 000 000	10,0000	4,6416	4,60517	10,0000	314,16	78 53,98	**100**
101	1 02 01	1 030 301	10,0499	4,6570	4,61512	9,90099	317,30	80 11,85	101
102	1 04 04	1 061 208	10,0995	4,6723	4,62497	9,80392	320,44	81 71,28	102
103	1 06 09	1 092 727	10,1489	4,6875	4,63473	9,70874	323,58	83 32,29	103
104	1 08 16	1 124 864	10,1980	4,7027	4,64439	9,61538	326,73	84 94,87	104
105	1 10 25	1 157 625	10,2470	4,7177	4,65396	9,52381	329,87	86 59,01	105
106	1 12 36	1 191 016	10,2956	4,7326	4,66344	9,43396	333,01	88 24,73	106
107	1 14 49	1 225 043	10,3441	4,7475	4,67283	9,34579	336,15	89 92,02	107
108	1 16 64	1 259 712	10,3923	4,7622	4,68213	9,25926	339,29	91 60,88	108
109	1 18 81	1 295 029	10,4403	4,7769	4,69135	9,17431	342,43	93 31,32	109
110	1 21 00	1 331 000	10,4881	4,7914	4,70048	9,09091	345,58	95 03,32	**110**
111	1 23 21	1 367 631	10,5357	4,8059	4,70953	9,00901	348,72	96 76,89	111
112	1 25 44	1 404 928	10,5830	4,8203	4,71850	8,92857	351,86	98 52,03	112
113	1 27 69	1 442 897	10,6301	4,8346	4,72739	8,84956	355,00	1 00 28,7	113
114	1 29 96	1 481 544	10,6771	4,8488	4,73620	8,77193	358,14	1 02 07,0	114
115	1 32 25	1 520 875	10,7238	4,8629	4,74493	8,69565	361,28	1 03 86,9	115
116	1 34 56	1 560 896	10,7703	4,8770	4,75359	8,62069	364,42	1 05 68,3	116
117	1 36 89	1 601 613	10,8167	4,8910	4,76217	8,54701	367,57	1 07 51,3	117
118	1 39 24	1 643 032	10,8628	4,9049	4,77068	8,47458	370,71	1 09 35,9	118
119	1 41 61	1 685 159	10,9087	4,9187	4,77912	8,40336	373,85	1 11 22,0	119
120	1 44 00	1 728 000	10,9545	4,9324	4,78749	8,33333	376,99	1 13 09,7	**120**
121	1 46 41	1 771 561	11,0000	4,9461	4,79579	8,26446	380,13	1 14 99,0	121
122	1 48 84	1 815 848	11,0454	4,9597	4,80402	8,19672	383,27	1 16 89,9	122
123	1 51 29	1 860 867	11,0905	4,9732	4,81218	8,13008	386,42	1 18 82,3	123
124	1 53 76	1 906 624	11,1355	4,9866	4,82028	8,06452	389,56	1 20 76,3	124
125	1 56 25	1 953 125	11,1803	5,0000	4,82831	8,00000	392,70	1 22 71,8	125
126	1 58 76	2 000 376	11,2250	5,0133	4,83628	7,93651	395,84	1 24 69,0	126
127	1 61 29	2 048 383	11,2694	5,0265	4,84419	7,87402	398,98	1 26 67,7	127
128	1 63 84	2 097 152	11,3137	5,0397	4,85203	7,81250	402,12	1 28 68,0	128
129	1 66 41	2 146 689	11,3578	5,0528	4,85981	7,75194	405,27	1 30 69,8	129
130	1 69 00	2 197 000	11,4018	5,0658	4,86753	7,69231	408,41	1 32 73,2	**130**
131	1 71 61	2 248 091	11,4455	5,0788	4,87520	7,63359	411,55	1 34 78,2	131
132	1 74 24	2 299 968	11,4891	5,0916	4,88280	7,57576	414,69	1 36 84,8	132
133	1 76 89	2 352 637	11,5326	5,1045	4,89035	7,51880	417,83	1 38 92,9	133
134	1 79 56	2 406 104	11,5758	5,1172	4,89784	7,46269	420,97	1 41 02,6	134
135	1 82 25	2 460 375	11,6190	5,1299	4,90527	7,40741	424,12	1 43 13,9	135
136	1 84 96	2 515 456	11,6619	5,1426	4,91265	7,35294	427,26	1 45 26,7	136
137	1 87 69	2 571 353	11,7047	5,1551	4,91998	7,29927	430,40	1 47 41,1	137
138	1 90 44	2 628 072	11,7473	5,1676	4,92725	7,24638	433,54	1 49 57,1	138
139	1 93 21	2 685 619	11,7898	5,1801	4,93447	7,19424	436,68	1 51 74,7	139
140	1 96 00	2 744 000	11,8322	5,1925	4,94164	7,14286	439,82	1 53 93,8	**140**
141	1 98 81	2 803 221	11,8743	5,2048	4,94876	7,09220	442,96	1 56 14,5	141
142	2 01 64	2 863 288	11,9164	5,2171	4,95583	7,04225	446,11	1 58 36,8	142
143	2 04 49	2 924 207	11,9583	5,2293	4,96284	6,99301	449,25	1 60 60,6	143
144	2 07 36	2 985 984	12,0000	5,2415	4,96981	6,94444	452,39	1 62 86,0	144
145	2 10 25	3 048 625	12,0416	5,2536	4,97673	6,89655	455,53	1 65 13,0	145
146	2 13 16	3 112 136	12,0830	5,2656	4,98361	6,84932	458,67	1 67 41,5	146
147	2 16 09	3 176 523	12,1244	5,2776	4,99043	6,80272	461,81	1 69 71,7	147
148	2 19 04	3 241 792	12,1655	5,2896	4,99721	6,75676	464,96	1 72 03,4	148
149	2 22 01	3 307 949	12,2066	5,3015	5,00395	6,71141	468,10	1 74 36,6	149
150	2 25 00	3 375 000	12,2474	5,3133	5,01064	6,66667	471,24	1 76 71,5	**150**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
150	2 25 00	3 375 000	12,2474	5,3133	5,01064	6,66667	471,24	1 76 71,5	**150**
151	2 28 01	3 442 951	12,2882	5,3251	5,01728	6,62252	474,38	1 79 07,9	151
152	2 31 04	3 511 808	12,3288	5,3368	5,02388	6,57895	477,52	1 81 45,8	152
153	2 34 09	3 581 577	12,3693	5,3485	5,03044	6,53595	480,66	1 83 85,4	153
154	2 37 16	3 652 264	12,4097	5,3601	5,03695	6,49351	483,81	1 86 26,5	154
155	2 40 25	3 723 875	12,4499	5,3717	5,04343	6,45161	486,95	1 88 69,2	155
156	2 43 36	3 796 416	12,4900	5,3832	5,04986	6,41026	490,09	1 91 13,4	156
157	2 46 49	3 869 893	12,5300	5,3947	5,05625	6,36943	493,23	1 93 59,3	157
158	2 49 64	3 944 312	12,5698	5,4061	5,06260	6,32911	496,37	1 96 06,7	158
159	2 52 81	4 019 679	12,6095	5,4175	5,06890	6,28931	499,51	1 98 55,7	159
160	2 56 00	4 096 000	12,6491	5,4288	5,07517	6,25000	502,65	2 01 06,2	**160**
161	2 59 21	4 173 281	12,6886	5,4401	5,08140	6,21118	505,80	2 03 58,3	161
162	2 62 44	4 251 528	12,7279	5,4514	5,08760	6,17284	508,94	2 06 12,0	162
163	2 65 69	4 330 747	12,7671	5,4626	5,09375	6,13497	512,08	2 08 67,2	163
164	2 68 96	4 410 944	12,8062	5,4737	5,09987	6,09756	515,22	2 11 24,1	164
165	2 72 25	4 492 125	12,8452	5,4848	5,10595	6,06061	518,36	2 13 82,5	165
166	2 75 56	4 574 296	12,8841	5,4959	5,11199	6,02410	521,50	2 16 42,4	166
167	2 78 89	4 657 463	12,9228	5,5069	5,11799	5,98802	524,65	2 19 04,0	167
168	2 82 24	4 741 632	12,9615	5,5178	5,12396	5,95238	527,79	2 21 67,1	168
169	2 85 61	4 826 809	13,0000	5,5288	5,12990	5,91716	530,93	2 24 31,8	169
170	2 89 00	4 913 000	13,0384	5,5397	5,13580	5,88235	534,07	2 26 98,0	**170**
171	2 92 41	5 000 211	13,0767	5,5505	5,14166	5,84795	537,21	2 29 65,8	171
172	2 95 84	5 088 448	13,1149	5,5613	5,14749	5,81395	540,35	2 32 35,2	172
173	2 99 29	5 177 717	13,1529	5,5721	5,15329	5,78035	543,50	2 35 06,2	173
174	3 02 76	5 268 024	13,1909	5,5828	5,15906	5,74713	546,64	2 37 78,7	174
175	3 06 25	5 359 375	13,2288	5,5934	5,16479	5,71429	549,78	2 40 52,8	175
176	3 09 76	5 451 776	13,2665	5,6041	5,17048	5,68182	552,92	2 43 28,5	176
177	3 13 29	5 545 233	13,3041	5,6147	5,17615	5,64972	556,06	2 46 05,7	177
178	3 16 84	5 639 752	13,3417	5,6252	5,18178	5,61798	559,20	2 48 84,6	178
179	3 20 41	5 735 339	13,3791	5,6357	5,18739	5,58659	562,35	2 51 64,9	179
180	3 24 00	5 832 000	13,4164	5,6462	5,19296	5,55556	565,49	2 54 46,9	**180**
181	3 27 61	5 929 741	13,4536	5,6567	5,19850	5,52486	568,63	2 57 30,4	181
182	3 31 24	6 028 568	13,4907	5,6671	5,20401	5,49451	571,77	2 60 15,5	182
183	3 34 89	6 128 487	13,5277	5,6774	5,20949	5,46448	574,91	2 63 02,2	183
184	3 38 56	6 229 504	13,5647	5,6877	5,21494	5,43478	578,05	2 65 90,4	184
185	3 42 25	6 331 625	13,6015	5,6980	5,22036	5,40541	581,19	2 68 80,3	185
186	3 45 96	6 434 856	13,6382	5,7083	5,22575	5,37634	584,34	2 71 71,6	186
187	3 49 69	6 539 203	13,6748	5,7185	5,23111	5,34759	587,48	2 74 64,6	187
188	3 53 44	6 644 672	13,7113	5,7287	5,23644	5,31915	590,62	2 77 59,1	188
189	3 57 21	6 751 269	13,7477	5,7388	5,24175	5,29101	593,76	2 80 55,2	189
190	3 61 00	6 859 000	13,7840	5,7489	5,24702	5,26316	596,90	2 83 52,9	**190**
191	3 64 81	6 967 871	13,8203	5,7590	5,25227	5,23560	600,04	2 86 52,1	191
192	3 68 64	7 077 888	13,8564	5,7690	5,25750	5,20833	603,19	2 89 52,9	192
193	3 72 49	7 189 057	13,8924	5,7790	5,26269	5,18135	606,33	2 92 55,3	193
194	3 76 36	7 301 384	13,9284	5,7890	5,26786	5,15464	609,47	2 95 59,2	194
195	3 80 25	7 414 875	13,9642	5,7989	5,27300	5,12821	612,61	2 98 64,8	195
196	3 84 16	7 529 536	14,0000	5,8088	5,27811	5,10204	615,75	3 01 71,9	196
197	3 88 09	7 645 373	14,0357	5,8186	5,28320	5,07614	618,89	3 04 80,5	197
198	3 92 04	7 762 392	14,0712	5,8285	5,28827	5,05051	622,04	3 07 90,7	198
199	3 96 01	7 880 599	14,1067	5,8383	5,29330	5,02513	625,18	3 11 02,6	199
200	4 00 00	8 000 000	14,1421	5,8480	5,29832	5,00000	628,32	3 14 15,9	**200**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
200	4 00 00	8 000 000	14,1421	5,8480	5,29832	5,00000	628,32	3 14 15,9	**200**
201	4 04 01	8 120 601	14,1774	5,8578	5,30330	4,97512	631,46	3 17 30,9	201
202	4 08 04	8 242 408	14,2127	5,8675	5,30827	4,95050	634,60	3 20 47,4	202
203	4 12 09	8 365 427	14,2478	5,8771	5,31321	4,92611	637,74	3 23 65,5	203
204	4 16 16	8 489 664	14,2829	5,8868	5,31812	4,90196	640,88	3 26 85,1	204
205	4 20 25	8 615 125	14,3178	5,8964	5,32301	4,87805	644,03	3 30 06,4	205
206	4 24 36	8 741 816	14,3527	5,9059	5,32788	4,85437	647,17	3 33 29,2	206
207	4 28 49	8 869 743	14,3875	5,9155	5,33272	4,83092	650,31	3 36 53,5	207
208	4 32 64	8 998 912	14,4222	5,9250	5,33754	4,80769	653,45	3 39 79,5	208
209	4 36 81	9 129 329	14,4568	5,9345	5,34233	4,78469	656,59	3 43 07,0	209
210	4 41 00	9 261 000	14,4914	5,9439	5,34711	4,76190	659,73	3 46 36,1	**210**
211	4 45 21	9 393 931	14,5258	5,9533	5,35186	4,73934	662,88	3 49 66,7	211
212	4 49 44	9 528 128	14,5602	5,9627	5,35659	4,71698	666,02	3 52 98,9	212
213	4 53 69	9 663 597	14,5945	5,9721	5,36129	4,69484	669,16	3 56 32,7	213
214	4 57 96	9 800 344	14,6287	5,9814	5,36598	4,67290	672,30	3 59 68,1	214
215	4 62 25	9 938 375	14,6629	5,9907	5,37064	4,65116	675,44	3 63 05,0	215
216	4 66 56	10 077 696	14,6969	6,0000	5,37528	4,62963	678,58	3 66 43,5	216
217	4 70 89	10 218 313	14,7309	6,0092	5,37990	4,60829	681,73	3 69 83,6	217
218	4 75 24	10 360 232	14,7648	6,0185	5,38450	4,58716	684,87	3 73 25,3	218
219	4 79 61	10 503 459	14,7986	6,0277	5,38907	4,56621	688,01	3 76 68,5	219
220	4 84 00	10 648 000	14,8324	6,0368	5,39363	4,54545	691,15	3 80 13,3	**220**
221	4 88 41	10 793 861	14,8661	6,0459	5,39816	4,52489	694,29	3 83 59,6	221
222	4 92 84	10 941 048	14,8997	6,0550	5,40268	4,50450	697,43	3 87 07,6	222
223	4 97 29	11 089 567	14,9332	6,0641	5,40717	4,48430	700,58	3 90 57,1	223
224	5 01 76	11 239 424	14,9666	6,0732	5,41165	4,46429	703,72	3 94 08,1	224
225	5 06 25	11 390 625	15,0000	6,0822	5,41610	4,44444	706,86	3 97 60,8	225
226	5 10 76	11 543 176	15,0333	6,0912	5,42053	4,42478	710,00	4 01 15,0	226
227	5 15 29	11 697 083	15,0665	6,1002	5,42495	4,40529	713,14	4 04 70,8	227
228	5 19 84	11 852 352	15,0997	6,1091	5,42935	4,38596	716,28	4 08 28,1	228
229	5 24 41	12 008 989	15,1327	6,1180	5,43372	4,36681	719,42	4 11 87,1	229
230	5 29 00	12 167 000	15,1658	6,1269	5,43808	4,34783	722,57	4 15 47,6	**230**
231	5 33 61	12 326 391	15,1987	6,1358	5,44242	4,32900	725,71	4 19 09,6	231
232	5 38 24	12 487 168	15,2315	6,1446	5,44674	4,31034	728,85	4 22 73,3	232
233	5 42 89	12 649 337	15,2643	6,1534	5,45104	4,29185	731,99	4 26 38,5	233
234	5 47 56	12 812 904	15,2971	6,1622	5,45532	4,27350	735,13	4 30 05,3	234
235	5 52 25	12 977 875	15,3297	6,1710	5,45959	4,25532	738,27	4 33 73,6	235
236	5 56 96	13 144 256	15,3623	6,1797	5,46383	4,23729	741,42	4 37 43,5	236
237	5 61 69	13 312 053	15,3948	6,1885	5,46806	4,21941	744,56	4 41 15,0	237
238	5 66 44	13 481 272	15,4272	6,1972	5,47227	4,20168	747,70	4 44 88,1	238
239	5 71 21	13 651 919	15,4596	6,2058	5,47646	4,18410	750,84	4 48 62,7	239
240	5 76 00	13 824 000	15,4919	6,2145	5,48064	4,16667	753,98	4 52 38,9	**240**
241	5 80 81	13 997 521	15,5242	6,2231	5,48480	4,14938	757,12	4 56 16,7	241
242	5 85 64	14 172 488	15,5563	6,2317	5,48894	4,13223	760,27	4 59 96,1	242
243	5 90 49	14 348 907	15,5885	6,2403	5,49306	4,11523	763,41	4 63 77,0	243
244	5 95 36	14 526 784	15,6205	6,2488	5,49717	4,09836	766,55	4 67 59,5	244
245	6 00 25	14 706 125	15,6525	6,2573	5,50126	4,08163	769,69	4 71 43,5	245
246	6 05 16	14 886 936	15,6844	6,2658	5,50533	4,06504	772,83	4 75 29,2	246
247	6 10 09	15 069 223	15,7162	6,2743	5,50939	4,04858	775,97	4 79 16,4	247
248	6 15 04	15 252 992	15,7480	6,2828	5,51343	4,03226	779,11	4 83 05,1	248
249	6 20 01	15 438 249	15,7797	6,2912	5,51745	4,01606	782,26	4 86 95,5	249
250	6 25 00	15 625 000	15,8114	6,2996	5,52146	4,00000	785,40	4 90 87,4	**250**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
250	6 25 00	15 625 000	15,8114	6,2996	5,52146	4,00000	785,40	4 90 87,4	**250**
251	6 30 01	15 813 251	15,8430	6,3080	5,52545	3,98406	788,54	4 94 80,9	251
252	6 35 04	16 003 008	15,8745	6,3164	5,52943	3,96825	791,68	4 98 75,9	252
253	6 40 09	16 194 277	15,9060	6,3247	5,53339	3,95257	794,82	5 02 72,6	253
254	6 45 16	16 387 064	15,9374	6,3330	5,53733	3,93701	797,96	5 06 70,7	254
255	6 50 25	16 581 375	15,9687	6,3413	5,54126	3,92157	801,11	5 10 70,5	255
256	6 55 36	16 777 216	16,0000	6,3496	5,54518	3,90625	804,25	5 14 71,9	256
257	6 60 49	16 974 593	16,0312	6,3579	5,54908	3,89105	807,39	5 18 74,8	257
258	6 65 64	17 173 512	16,0624	6,3661	5,55296	3,87597	810,53	5 22 79,2	258
259	6 70 81	17 373 979	16,0935	6,3743	5,55683	3,86100	813,67	5 26 85,3	259
260	6 76 00	17 576 000	16,1245	6,3825	5,56068	3,84615	816,81	5 30 92,9	**260**
261	6 81 21	17 779 581	16,1555	6,3907	5,56452	3,83142	819,96	5 35 02,1	261
262	6 86 44	17 984 728	16,1864	6,3988	5,56834	3,81679	823,10	5 39 12,9	262
263	6 91 69	18 191 447	16,2173	6,4070	5,57215	3,80228	826,24	5 43 25,2	263
264	6 96 96	18 399 744	16,2481	6,4151	5,57595	3,78788	829,38	5 47 39,1	264
265	7 02 25	18 609 625	16,2788	6,4232	5,57973	3,77358	832,52	5 51 54,6	265
266	7 07 56	18 821 096	16,3095	6,4312	5,58350	3,75940	835,66	5 55 71,6	266
267	7 12 89	19 034 163	16,3401	6,4393	5,58725	3,74532	838,81	5 59 90,2	267
268	7 18 24	19 248 832	16,3707	6,4473	5,59099	3,73134	841,95	5 64 10,4	268
269	7 23 61	19 465 109	16,4012	6,4553	5,59471	3,71747	845,09	5 68 32,2	269
270	7 29 00	19 683 000	16,4317	6,4633	5,59842	3,70370	848,23	5 72 55,5	**270**
271	7 34 41	19 902 511	16,4621	6,4713	5,60212	3,69004	851,37	5 76 80,4	271
272	7 39 84	20 123 648	16,4924	6,4792	5,60580	3,67647	854,51	5 81 06,9	272
273	7 45 29	20 346 417	16,5227	6,4872	5,60947	3,66300	857,65	5 85 34,9	273
274	7 50 76	20 570 824	16,5529	6,4951	5,61313	3,64964	860,80	5 89 64,6	274
275	7 56 25	20 796 875	16,5831	6,5030	5,61677	3,63636	863,94	5 93 95,7	275
276	7 61 76	21 024 576	16,6132	6,5108	5,62040	3,62319	867,08	5 98 28,5	276
277	7 67 29	21 253 933	16,6433	6,5187	5,62402	3,61011	870,22	6 02 62,8	277
278	7 72 84	21 484 952	16,6733	6,5265	5,62762	3,59712	873,36	6 06 98,7	278
279	7 78 41	21 717 639	16,7033	6,5343	5,63121	3,58423	876,50	6 11 36,2	279
280	7 84 00	21 952 000	16,7332	6,5421	5,63479	3,57143	879,65	6 15 75,2	**280**
281	7 89 61	22 188 041	16,7631	6,5499	5,63835	3,55872	882,79	6 20 15,8	281
282	7 95 24	22 425 768	16,7929	6,5577	5,64191	3,54610	885,93	6 24 58,0	282
283	8 00 89	22 665 187	16,8226	6,5654	5,64545	3,53357	889,07	6 29 01,8	283
284	8 06 56	22 906 304	16,8523	6.5731	5,64897	3,52113	892,21	6 33 47,1	284
285	8 12 25	23 149 125	16,8819	6,5808	5,65249	3,50877	895,35	6 37 94,0	285
286	8 17 96	23 393 656	16,9115	6,5885	5,65599	3,49650	898,50	6 42 42,4	286
287	8 23 69	23 639 903	16,9411	6,5962	5,65948	3,48432	901,64	6 46 92,5	287
288	8 29 44	23 887 872	16,9706	6,6039	5,66296	3,47222	904,78	6 51 44,1	288
289	8 35 21	24 137 569	17,0000	6,6115	5,66643	3,46021	907,92	6 55 97,2	289
290	8 41 00	24 389 000	17,0294	6,6191	5,66988	3,44828	911,06	6 60 52,0	**290**
291	8 46 81	24 642 171	17,0587	6,6267	5,67332	3,43643	914,20	6 65 08,3	291
292	8 52 64	24 897 088	17,0880	6,6343	5,67675	3,42466	917,35	6 69 66,2	292
293	8 58 49	25 153 757	17,1172	6,6419	5,68017	3,41297	920,49	6 74 25,6	293
294	8 64 36	25 412 184	17,1464	6,6494	5,68358	3,40136	923,63	6 78 86,7	294
295	8 70 25	25 672 375	17,1756	6,6569	5,68698	3,38983	926,77	6 83 49,3	295
296	8 76 16	25 934 336	17,2047	6,6644	5,69036	3,37838	929,91	6 88 13,4	296
297	8 82 09	26 198 073	17,2337	6,6719	5,69373	3,36700	933,05	6 92 79,2	297
298	8 88 04	26 463 592	17,2627	6,6794	5,69709	3,35570	936,19	6 97 46,5	298
299	8 94 01	26 730 899	17,2916	6,6869	5,70044	3,34448	939,34	7 02 15,4	299
300	9 00 00	27 000 000	17,3205	6,6943	5,70378	3,33333	942,48	7 06 85,8	**300**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
300	9 00 00	27 000 000	17,3205	6,6943	5,70378	3,33333	942,48	7 06 85,8	**300**
301	9 06 01	27 270 901	17,3494	6,7018	5,70711	3,32226	945,62	7 11 57,9	301
302	9 12 04	27 543 608	17,3781	6,7092	5,71043	3,31126	948,76	7 16 31,5	302
303	9 18 09	27 818 127	17,4069	6,7166	5,71373	3,30033	951,90	7 21 06,6	303
304	9 24 16	28 094 464	17,4356	6,7240	5,71703	3,28947	955,04	7 25 83,4	304
305	9 30 25	28 372 625	17,4642	6,7313	5,72031	3,27869	958,19	7 30 61,7	305
306	9 36 36	28 652 616	17,4929	6,7387	5,72359	3,26797	961,33	7 35 41,5	306
307	9 42 49	28 934 443	17,5214	6,7460	5,72685	3,25733	964,47	7 40 23,0	307
308	9 48 64	29 218 112	17,5499	6,7533	5,73010	3,24675	967,61	7 45 06,0	308
309	9 54 81	29 503 629	17,5784	6,7606	5,73334	3,23625	970,75	7 49 90,6	309
310	9 61 00	29 791 000	17,6068	6,7679	5,73657	3,22581	973,89	7 54 76,8	**310**
311	9 67 21	30 080 231	17,6352	6,7752	5,73979	3,21543	977,04	7 59 64,5	311
312	9 73 44	30 371 328	17,6635	6,7824	5,74300	3,20513	980,18	7 64 53,8	312
313	9 79 69	30 664 297	17,6918	6,7897	5,74620	3,19489	983,32	7 69 44,7	313
314	9 85 96	30 959 144	17,7200	6,7969	5,74939	3,18471	986,46	7 74 37,1	314
315	9 92 25	31 255 875	17,7482	6,8041	5,75257	3,17460	989,60	7 79 31,1	315
316	9 98 56	31 554 496	17,7764	6,8113	5,75574	3,16456	992,74	7 84 26,7	316
317	10 04 89	31 855 013	17,8045	6,8185	5,75890	3,15457	995,88	7 89 23,9	317
318	10 11 24	32 157 432	17,8326	6,8256	5,76205	3,14465	999,03	7 94 22,6	318
319	10 17 61	32 461 759	17,8606	6,8328	5,76519	3,13480	1002,2	7 99 22,9	319
320	10 24 00	32 768 000	17,8885	6,8399	5,76832	3,12500	1005,3	8 04 24,8	**320**
321	10 30 41	33 076 161	17,9165	6,8470	5,77144	3,11526	1008,5	8 09 28,2	321
322	10 36 84	33 386 248	17,9444	6,8541	5,77455	3,10559	1011,6	8 14 33,2	322
323	10 43 29	33 698 267	17,9722	6,8612	5,77765	3,09598	1014,7	8 19 39,8	323
324	10 49 76	34 012 224	18,0000	6,8683	5,78074	3,08642	1017,9	8 24 48,0	324
325	10 56 25	34 328 125	18,0278	6,8753	5,78383	3,07692	1021,0	8 29 57,7	325
326	10 62 76	34 645 976	18,0555	6,8824	5,78690	3,06748	1024,2	8 34 69,0	326
327	10 69 29	34 965 783	18,0831	6,8894	5,78996	3,05810	1027,3	8 39 81,8	327
328	10 75 84	35 287 552	18,1108	6,8964	5,79301	3,04878	1030,4	8 44 96,3	328
329	10 82 41	35 611 289	18,1384	6,9034	5,79606	3,03951	1033,6	8 50 12,3	329
330	10 89 00	35 937 000	18,1659	6,9104	5,79909	3,03030	1036,7	8 55 29,9	**330**
331	10 95 61	36 264 691	18,1934	6,9174	5,80212	3,02115	1039,9	8 60 49,0	331
332	11 02 24	36 594 368	18,2209	6,9244	5,80513	3,01205	1043,0	8 65 69,7	332
333	11 08 89	36 926 037	18,2483	6,9313	5,80814	3,00300	1046,2	8 70 92,0	333
334	11 15 56	37 259 704	18,2757	6,9382	5,81114	2,99401	1049,3	8 76 15,9	334
335	11 22 25	37 595 375	18,3030	6,9451	5,81413	2,98507	1052,4	8 81 41,3	335
336	11 28 96	37 933 056	18,3303	6,9521	5,81711	2,97619	1055,6	8 86 68,3	336
337	11 35 69	38 272 753	18,3576	6,9589	5,82008	2,96736	1058,7	8 91 96,9	337
338	11 42 44	38 614 472	18,3848	6,9658	5,82305	2,95858	1061,9	8 97 27,0	338
339	11 49 21	38 958 219	18,4120	6,9727	5,82600	2,94985	1065,0	9 02 58,7	339
340	11 56 00	39 304 000	18,4391	6,9795	5,82895	2,94118	1068,1	9 07 92,0	**340**
341	11 62 81	39 651 821	18,4662	6,9864	5,83188	2,93255	1071,3	9 13 26,9	341
342	11 69 64	40 001 688	18,4932	6,9932	5,83481	2,92398	1074,4	9 18 63,3	342
343	11 76 49	40 353 607	18,5203	7,0000	5,83773	2,91545	1077,6	9 24 01,3	343
344	11 83 36	40 707 584	18,5472	7,0068	5,84064	2,90698	1080,7	9 29 40,9	344
345	11 90 25	41 063 625	18,5742	7,0136	5,84354	2,89855	1083,8	9 34 82,0	345
346	11 97 16	41 421 736	18,6011	7,0203	5,84644	2,89017	1087,0	9 40 24,7	346
347	12 04 09	41 781 923	18,6279	7,0271	5,84932	2,88184	1090,1	9 45 69,0	347
348	12 11 04	42 144 192	18,6548	7,0338	5,85220	2,87356	1093,3	9 51 14,9	348
349	12 18 01	42 508 549	18,6815	7,0406	5,85507	2,86533	1096,4	9 56 62,3	349
350	12 25 00	42 875 000	18,7083	7,0473	5,85793	2,85714	1099,6	9 62 11,3	**350**

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
350	12 25 00	42 875 000	18,7083	7,0473	5,85793	2,85714	1099,6	9 62 11,3	**350**
351	12 32 01	43 243 551	18,7350	7,0540	5,86079	2,84900	1102,7	9 67 61,8	351
352	12 39 04	43 614 208	18,7617	7,0607	5,86363	2,84091	1105,8	9 73 14,0	352
353	12 46 09	43 986 977	18,7883	7,0674	5,86647	2,83286	1109,0	9 78 67,7	353
354	12 53 16	44 361 864	18,8149	7,0740	5,86930	2,82486	1112,1	9 84 23,0	354
355	12 60 25	44 738 875	18,8414	7,0807	5,87212	2,81690	1115,3	9 89 79,8	355
356	12 67 36	45 118 016	18,8680	7,0873	5,87493	2,80899	1118,4	9 95 38,2	356
357	12 74 49	45 499 293	18,8944	7,0940	5,87774	2,80112	1121,5	10 00 98	357
358	12 81 64	45 882 712	18,9209	7,1006	5,88053	2,79330	1124,7	10 06 60	358
359	12 88 81	46 268 279	18,9473	7,1072	5,88332	2,78552	1127,8	10 12 23	359
360	12 96 00	46 656 000	18,9737	7,1138	5,88610	2,77778	1131,0	10 17 88	**360**
361	13 03 21	47 045 881	19,0000	7,1204	5,88888	2,77008	1134,1	10 23 54	361
362	13 10 44	47 437 928	19,0263	7,1269	5,89164	2,76243	1137,3	10 29 22	362
363	13 17 69	47 832 147	19,0526	7,1335	5,89440	2,75482	1140,4	10 34 91	363
364	13 24 96	48 228 544	19,0788	7,1400	5,89715	2,74725	1143,5	10 40 62	364
365	13 32 25	48 627 125	19,1050	7,1466	5,89990	2,73973	1146,7	10 46 35	365
366	13 39 56	49 027 896	19,1311	7,1531	5,90263	2,73224	1149,8	10 52 09	366
367	13 46 89	49 430 863	19,1572	7,1596	5,90536	2,72480	1153,0	10 57 84	367
368	13 54 24	49 836 032	19,1833	7,1661	5,90808	2,71739	1156,1	10 63 62	368
369	13 61 61	50 243 409	19,2094	7,1726	5,91080	2,71003	1159,2	10 69 41	369
370	13 69 00	50 653 000	19,2354	7,1791	5,91350	2,70270	1162,4	10 75 21	**370**
371	13 76 41	51 064 811	19,2614	7,1855	5,91620	2,69542	1165,5	10 81 03	371
372	13 83 84	51 478 848	19,2873	7,1920	5,91889	2,68817	1168,7	10 86 87	372
373	13 91 29	51 895 117	19,3132	7,1984	5,92158	2,68097	1171,8	10 92 72	373
374	13 98 76	52 313 624	19,3391	7,2048	5,92426	2,67380	1175,0	10 98 58	374
375	14 06 25	52 734 375	19,3649	7,2112	5,92693	2,66667	1178,1	11 04 47	375
376	14 13 76	53 157 376	19,3907	7,2177	5,92959	2,65957	1181,2	11 10 36	376
377	14 21 29	53 582 633	19,4165	7,2240	5,93225	2,65252	1184,4	11 16 28	377
378	14 28 84	54 010 152	19,4422	7,2304	5,93489	2,64550	1187,5	11 22 21	378
379	14 36 41	54 439 939	19,4679	7,2368	5,93754	2,63852	1190,7	11 28 15	379
380	14 44 00	54 872 000	19,4936	7,2432	5,94017	2,63158	1193,8	11 34 11	**380**
381	14 51 61	55 306 341	19,5192	7,2495	5,94280	2,62467	1196,9	11 40 09	381
382	14 59 24	55 742 968	19,5448	7,2558	5,94542	2,61780	1200,1	11 46 08	382
383	14 66 89	56 181 887	19,5704	7,2622	5,94803	2,61097	1203,2	11 52 09	383
384	14 74 56	56 623 104	19,5959	7,2685	5,95064	2,60417	1206,4	11 58 12	384
385	14 82 25	57 066 625	19,6214	7,2748	5,95324	2,59740	1209,5	11 64 16	385
386	14 89 96	57 512 456	19,6469	7,2811	5,95584	2,59067	1212,7	11 70 21	386
387	14 97 69	57 960 603	19,6723	7,2874	5,95842	2,58398	1215,8	11 76 28	387
388	15 05 44	58 411 072	19,6977	7,2936	5,96101	2,57732	1218,9	11 82 37	388
389	15 13 21	58 863 869	19,7231	7,2999	5,96358	2,57069	1222,1	11 88 47	389
390	15 21 00	59 319 000	19,7484	7,3061	5,96615	2,56410	1225,2	11 94 59	**390**
391	15 28 81	59 776 471	19,7737	7,3124	5,96871	2,55754	1228,4	12 00 72	391
392	15 36 64	60 236 288	19,7990	7,3186	5,97126	2,55102	1231,5	12 06 87	392
393	15 44 49	60 698 457	19,8242	7,3248	5,97381	2,54453	1234,6	12 13 04	393
394	15 52 36	61 162 984	19,8494	7,3310	5,97635	2,53807	1237,8	12 19 22	394
395	15 60 25	61 629 875	19,8746	7,3372	5,97889	2,53165	1240,9	12 25 42	395
396	15 68 16	62 099 136	19,8997	7,3434	5,98141	2,52525	1244,1	12 31 63	396
397	15 76 09	62 570 773	19,9249	7,3496	5,98394	2,51889	1247,2	12 37 86	397
398	15 84 04	63 044 792	19,9499	7,3558	5,98645	2,51256	1250,4	12 44 10	398
399	15 92 01	63 521 199	19,9750	7,3619	5,98896	2,50627	1253,5	12 50 36	399
400	16 00 00	64 000 000	20,0000	7.3681	5,99146	2.50000	1256,6	12 56 64	**400**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
400	16 00 00	64 000 000	20,0000	7,3681	5,99146	2,50000	1256,6	12 56 64	**400**
401	16 08 01	64 481 201	20,0250	7,3742	5,99396	2,49377	1259,8	12 62 93	401
402	16 16 04	64 964 808	20,0499	7,3803	5,99645	2,48756	1262,9	12 69 23	402
403	16 24 09	65 450 827	20,0749	7,3864	5,99894	2,48139	1266,1	12 75 56	403
404	16 32 16	65 939 264	20,0998	7,3925	6,00141	2,47525	1269,2	12 81 90	404
405	16 40 25	66 430 125	20,1246	7,3986	6,00389	2,46914	1272,3	12 88 25	405
406	16 48 36	66 923 416	20,1494	7,4047	6,00635	2,46305	1275,5	12 94 62	406
407	16 56 49	67 419 143	20,1742	7,4108	6,00881	2,45700	1278,6	13 01 00	407
408	16 64 64	67 917 312	20,1990	7,4169	6,01127	2,45098	1281,8	13 07 41	408
409	16 72 81	68 417 929	20,2237	7,4229	6,01372	2,44499	1284,9	13 13 82	409
410	16 81 00	68 921 000	20,2485	7,4290	6,01616	2,43902	1288,1	13 20 25	**410**
411	16 89 21	69 426 531	20,2731	7,4350	6,01859	2,43309	1291,2	13 26 70	411
412	16 97 44	69 934 528	20,2978	7,4410	6,02102	2,42718	1294,3	13 33 17	412
413	17 05 69	70 444 997	20,3224	7,4470	6,02345	2,42131	1297,5	13 39 65	413
414	17 13 96	70 957 944	20,3470	7,4530	6,02587	2,41546	1300,6	13 46 14	414
415	17 22 25	71 473 375	20,3715	7,4590	6,02828	2,40964	1303,8	13 52 65	415
416	17 30 56	71 991 296	20,3961	7,4650	6,03069	2,40385	1306,9	13 59 18	416
417	17 38 89	72 511 713	20,4206	7,4710	6,03309	2,39808	1310,0	13 65 72	417
418	17 47 24	73 034 632	20,4450	7,4770	6,03548	2,39234	1313,2	13 72 28	418
419	17 55 61	73 560 059	20,4695	7,4829	6,03787	2,38663	1316,3	13 78 85	419
420	17 64 00	74 088 000	20,4939	7,4889	6,04025	2,38095	1319,5	13 85 44	**420**
421	17 72 41	74 618 461	20,5183	7,4948	6,04263	2,37530	1322,6	13 92 05	421
422	17 80 84	75 151 448	20,5426	7,5007	6,04501	2,36967	1325,8	13 98 67	422
423	17 89 29	75 686 967	20,5670	7,5067	6,04737	2,36407	1328,9	14 05 31	423
424	17 97 76	76 225 024	20,5913	7,5126	6,04973	2,35849	1332,0	14 11 96	424
425	18 06 25	76 765 625	20,6155	7,5185	6,05209	2,35294	1335,2	14 18 63	425
426	18 14 76	77 308 776	20,6398	7,5244	6,05444	2,34742	1338,3	14 25 31	426
427	18 23 29	77 854 483	20,6640	7,5302	6,05678	2,34192	1341,5	14 32 01	427
428	18 31 84	78 402 752	20,6882	7,5361	6,05912	2,33645	1344,6	14 38 72	428
429	18 40 41	78 953 589	20,7123	7,5420	6,06146	2,33100	1347,7	14 45 45	429
430	18 49 00	79 507 000	20,7364	7,5478	6,06379	2,32558	1350,9	14 52 20	**430**
431	18 57 61	80 062 991	20,7605	7,5537	6,06611	2,32019	1354,0	14 58 96	431
432	18 66 24	80 621 568	20,7846	7,5595	6,06843	2,31481	1357,2	14 65 74	432
433	18 74 89	81 182 737	20,8087	7,5654	6,07074	2,30947	1360,3	14 72 54	433
434	18 83 56	81 746 504	20,8327	7,5712	6,07304	2,30415	1363,5	14 79 34	434
435	18 92 25	82 312 875	20,8567	7,5770	6,07535	2,29885	1366,6	14 86 17	435
436	19 00 96	82 881 856	20,8806	7,5828	6,07764	2,29358	1369,7	14 93 01	436
437	19 09 69	83 453 453	20,9045	7,5886	6,07993	2,28833	1372,9	14 99 87	437
438	19 18 44	84 027 672	20,9284	7,5944	6,08222	2,28311	1376,0	15 06 74	438
439	19 27 21	84 604 519	20,9523	7,6001	6,08450	2,27790	1379,2	15 13 63	439
440	19 36 00	85 184 000	20,9762	7,6059	6,08677	2,27273	1382,3	15 20 53	**440**
441	19 44 81	85 766 121	21,0000	7,6117	6,08904	2,26757	1385,4	15 27 45	441
442	19 53 64	86 350 888	21,0238	7,6174	6,09131	2,26244	1388,6	15 34 39	442
443	19 62 49	86 938 307	21,0476	7,6232	6,09357	2,25734	1391,7	15 41 34	443
444	19 71 36	87 528 384	21,0713	7,6289	6,09582	2,25225	1394,9	15 48 30	444
445	19 80 25	88 121 125	21,0950	7,6346	6,09807	2,24719	1398,0	15 55 28	445
446	19 89 16	88 716 536	21,1187	7,6403	6,10032	2,24215	1401,2	15 62 28	446
447	19 98 09	89 314 623	21,1424	7,6460	6,10256	2,23714	1404,3	15 69 30	447
448	20 07 04	89 915 392	21,1660	7,6517	6,10479	2,23214	1407,4	15 76 33	448
449	20 16 01	90 518 849	21,1896	7,6574	6,10702	2,22717	1410,6	15 83 37	449
450	20 25 00	91 125 000	21,2132	7,6631	6,10925	2,22222	1413,7	15 90 43	**450**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n} 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
450	20 25 00	91 125 000	21,2132	7,6631	6,10925	2,22222	1413,7	15 90 43	**450**
451	20 34 01	91 733 851	21,2368	7,6688	6,11147	2,21729	1416,9	15 97 51	451
452	20 43 04	92 345 408	21,2603	7,6744	6,11368	2,21239	1420,0	16 04 60	452
453	20 52 09	92 959 677	21,2838	7,6801	6,11589	2,20751	1423,1	16 11 71	453
454	20 61 16	93 576 664	21,3073	7,6857	6,11810	2,20264	1426,3	16 18 83	454
455	20 70 25	94 196 375	21,3307	7,6914	6,12030	2,19780	1429,4	16 25 97	455
456	20 79 36	94 818 816	21,3542	7,6970	6,12249	2,19298	1432,6	16 33 13	456
457	20 88 49	95 443 993	21,3776	7,7026	6,12468	2,18818	1435,7	16 40 30	457
458	20 97 64	96 071 912	21,4009	7,7082	6,12687	2,18341	1438,8	16 47 48	458
459	21 06 81	96 702 579	21,4243	7,7138	6,12905	2,17865	1442,0	16 54 68	459
460	21 16 00	97 336 000	21,4476	7,7194	6,13123	2,17391	1445,1	16 61 90	**460**
461	21 25 21	97 972 181	21,4709	7,7250	6,13340	2,16920	1448,3	16 69 14	461
462	21 34 44	98 611 128	21,4942	7,7306	6,13556	2,16450	1451,4	16 76 39	462
463	21 43 69	99 252 847	21,5174	7,7362	6,13773	2,15983	1454,6	16 83 65	463
464	21 52 96	99 897 344	21,5407	7,7418	6,13988	2,15517	1457,7	16 90 93	464
465	21 62 25	100 544 625	21,5639	7,7473	6,14204	2,15054	1460,8	16 98 23	465
466	21 71 56	101 194 696	21,5870	7,7529	6,14419	2,14592	1464,0	17 05 54	466
467	21 80 89	101 847 563	21,6102	7,7584	6,14633	2,14133	1467,1	17 12 87	467
468	21 90 24	102 503 232	21,6333	7,7639	6,14847	2,13675	1470,3	17 20 21	468
469	21 99 61	103 161 709	21,6564	7,7695	6,15060	2,13220	1473,4	17 27 57	469
470	22 09 00	103 823 000	21,6795	7,7750	6,15273	2,12766	1476,5	17 34 94	**470**
471	22 18 41	104 487 111	21,7025	7,7805	6,15486	2,12314	1479,7	17 42 34	471
472	22 27 84	105 154 048	21,7256	7,7860	6,15698	2,11864	1482,8	17 49 74	472
473	22 37 29	105 823 817	21,7486	7,7915	6,15910	2,11416	1486,0	17 57 16	473
474	22 46 76	106 496 424	21,7715	7,7970	6,16121	2,10970	1489,1	17 64 60	474
475	22 56 25	107 171 875	21,7945	7,8025	6,16331	2,10526	1492,3	17 72 05	475
476	22 65 76	107 850 176	21,8174	7,8079	6,16542	2,10084	1495,4	17 79 52	476
477	22 75 29	108 531 333	21,8403	7,8134	6,16752	2,09644	1498,5	17 87 01	477
478	22 84 84	109 215 352	21,8632	7,8188	6,16961	2,09205	1501,7	17 94 51	478
479	22 94 41	109 902 239	21,8861	7,8243	6,17170	2,08768	1504,8	18 02 03	479
480	23 04 00	110 592 000	21,9089	7,8297	6,17379	2,08333	1508,0	18 09 56	**480**
481	23 13 61	111 284 641	21,9317	7,8352	6,17587	2,07900	1511,1	18 17 11	481
482	23 23 24	111 980 168	21,9545	7,8406	6,17794	2,07469	1514,2	18 24 67	482
483	23 32 89	112 678 587	21,9773	7,8460	6,18002	2,07039	1517,4	18 32 25	483
484	23 42 56	113 379 904	22,0000	7,8514	6,18208	2,06612	1520,5	18 39 84	484
485	23 52 25	114 084 125	22,0227	7,8568	6,18415	2,06186	1523,7	18 47 45	485
486	23 61 96	114 791 256	22,0454	7,8622	6,18621	2,05761	1526,8	18 55 08	486
487	23 71 69	115 501 303	22,0681	7,8676	6,18826	2,05339	1530,0	18 62 72	487
488	23 81 44	116 214 272	22,0907	7,8730	6,19032	2,04918	1533,1	18 70 38	488
489	23 91 21	116 930 169	22,1133	7,8784	6,19236	2,04499	1536,2	18 78 05	489
490	24 01 00	117 649 000	22,1359	7,8837	6,19441	2,04082	1539,4	18 85 74	**490**
491	24 10 81	118 370 771	22,1585	7,8891	6,19644	2,03666	1542,5	18 93 45	491
492	24 20 64	119 095 488	22,1811	7,8944	6,19848	2,03252	1545,7	19 01 17	492
493	24 30 49	119 823 157	22,2036	7,8998	6,20051	2,02840	1548,8	19 08 90	493
494	24 40 36	120 553 784	22,2261	7,9051	6,20254	2,02429	1551,9	19 16 65	494
495	24 50 25	121 287 375	22,2486	7,9105	6,20456	2,02020	1555,1	19 24 42	495
496	24 60 16	122 023 936	22,2711	7,9158	6,20658	2,01613	1558,2	19 32 21	496
497	24 70 09	122 763 473	22,2935	7,9211	6,20859	2,01207	1561,4	19 40 00	497
498	24 80 04	123 505 992	22,3159	7,9264	6,21060	2,00803	1564,5	19 47 82	498
499	24 90 01	124 251 499	22,3383	7,9317	6,21261	2,00401	1567,7	19 55 65	499
500	25 00 00	125 000 000	22,3607	7,9370	6,21461	2,00000	1570,8	19 63 50	**500**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n} 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
500	25 00 00	125 000 000	22,3607	7,9370	6,21461	2,00000	1570,8	19 63 50	**500**
501	25 10 01	125 751 501	22,3830	7,9423	6,21661	1,99601	1573,9	19 71 36	501
502	25 20 04	126 506 008	22,4054	7,9476	6,21860	1,99203	1577,1	19 79 23	502
503	25 30 09	127 263 527	22,4277	7,9528	6,22059	1,98807	1580,2	19 87 13	503
504	25 40 16	128 024 064	22,4499	7,9581	6,22258	1,98413	1583,4	19 95 04	504
505	25 50 25	128 787 625	22,4722	7,9634	6,22456	1,98020	1586,5	20 02 96	505
506	25 60 36	129 554 216	22,4944	7,9686	6,22654	1,97628	1589,6	20 10 90	506
507	25 70 49	130 323 843	22,5167	7,9739	6,22851	1,97239	1592,8	20 18 86	507
508	25 80 64	131 096 512	22,5389	7,9791	6,23048	1,96850	1595,9	20 26 83	508
509	25 90 81	131 872 229	22,5610	7,9843	6,23245	1,96464	1599,1	20 34 82	509
510	26 01 00	132 651 000	22,5832	7,9896	6,23441	1,96078	1602,2	20 42 82	**510**
511	26 11 21	133 432 831	22,6053	7,9948	6,23637	1,95695	1605,4	20 50 84	511
512	26 21 44	134 217 728	22,6274	8,0000	6,23832	1,95312	1608,5	20 58 87	512
513	26 31 69	135 005 697	22,6495	8,0052	6,24028	1,94932	1611,6	20 66 92	513
514	26 41 96	135 796 744	22,6716	8,0104	6,24222	1,94553	1614,8	20 74 99	514
515	26 52 25	136 590 875	22,6936	8,0156	6,24417	1,94175	1617,9	20 83 07	515
516	26 62 56	137 388 096	22,7156	8,0208	6,24611	1,93798	1621,1	20 91 17	516
517	26 72 89	138 188 413	22,7376	8,0260	6,24804	1,93424	1624,2	20 99 28	517
518	26 83 24	138 991 832	22,7596	8,0311	6,24998	1,93050	1627,3	21 07 41	518
519	26 93 61	139 798 359	22,7816	8,0363	6,25190	1,92678	1630,5	21 15 56	519
520	27 04 00	140 608 000	22,8035	8,0415	6,25383	1,92308	1633,6	21 23 72	**520**
521	27 14 41	141 420 761	22,8254	8,0466	6,25575	1,91939	1636,8	21 31 89	521
522	27 24 84	142 236 648	22,8473	8,0517	6,25767	1,91571	1639,9	21 40 08	522
523	27 35 29	143 055 667	22,8692	8,0569	6,25958	1,91205	1643,1	21 48 29	523
524	27 45 76	143 877 824	22,8910	8,0620	6,26149	1,90840	1646,2	21 56 51	524
525	27 56 25	144 703 125	22,9129	8,0671	6,26340	1,90476	1649,3	21 64 75	525
526	27 66 76	145 531 576	22,9347	8,0723	6,26530	1,90114	1652,5	21 73 01	526
527	27 77 29	146 363 183	22,9565	8,0774	6,26720	1,89753	1655,6	21 81 28	527
528	27 87 84	147 197 952	22,9783	8,0825	6,26910	1,89394	1658,8	21 89 56	528
529	27 98 41	148 035 889	23,0000	8,0876	6,27099	1,89036	1661,9	21 97 87	529
530	28 09 00	148 877 000	23,0217	8,0927	6,27288	1,88679	1665,0	22 06 18	**530**
531	28 19 61	149 721 291	23,0434	8,0978	6,27476	1,88324	1668,2	22 14 52	531
532	28 30 24	150 568 768	23,0651	8,1028	6,27664	1,87970	1671,3	22 22 87	532
533	28 40 89	151 419 437	23,0868	8,1079	6,27852	1,87617	1674,5	22 31 23	533
534	28 51 56	152 273 304	23,1084	8,1130	6,28040	1,87266	1677,6	22 39 61	534
535	28 62 25	153 130 375	23,1301	8,1180	6,28227	1,86916	1680,8	22 48 01	535
536	28 72 96	153 990 656	23,1517	8,1231	6,28413	1,86567	1683,9	22 56 42	536
537	28 83 69	154 854 153	23,1733	8,1281	6,28600	1,86220	1687,0	22 64 84	537
538	28 94 44	155 720 872	23,1948	8,1332	6,28786	1,85874	1690,2	22 73 29	538
539	29 05 21	156 590 819	23,2164	8,1382	6,28972	1,85529	1693,3	22 81 75	539
540	29 16 00	157 464 000	23,2379	8,1433	6,29157	1,85185	1696,5	22 90 22	**540**
541	29 26 81	158 340 421	23,2594	8,1483	6,29342	1,84843	1699,6	22 98 71	541
542	29 37 64	159 220 088	23,2809	8,1533	6,29527	1,84502	1702,7	23 07 22	542
543	29 48 49	160 103 007	23,3024	8,1583	6,29711	1,84162	1705,9	23 15 74	543
544	29 59 36	160 989 184	23,3238	8,1633	6,29895	1,83824	1709,0	23 24 28	544
545	29 70 25	161 878 625	23,3452	8,1683	6,30079	1,83486	1712,2	23 32 83	545
546	29 81 16	162 771 336	23,3666	8,1733	6,30262	1,83150	1715,3	23 41 40	546
547	29 92 09	163 667 323	23,3880	8,1783	6,30445	1,82815	1718,5	23 49 98	547
548	30 03 04	164 566 592	23,4094	8,1833	6,30628	1,82482	1721,6	23 58 58	548
549	30 14 01	165 469 149	23,4307	8,1882	6,30810	1,82149	1724,7	23 67 20	549
550	30 25 00	166 375 000	23,4521	8,1932	6,30992	1,81818	1727,9	23 75 83	**550**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n} 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
550	30 25 00	166 375 000	23,4521	8,1932	6,30992	1,81818	1727,9	23 75 83	**550**
551	30 36 01	167 284 151	23,4734	8,1982	6,31173	1,81488	1731,0	23 84 48	551
552	30 47 04	168 196 608	23,4947	8,2031	6,31355	1,81159	1734,2	23 93 14	552
553	30 58 09	169 112 377	23,5160	8,2081	6,31536	1,80832	1737,3	24 01 82	553
554	30 69 16	170 031 464	23,5372	8,2130	6,31716	1,80505	1740,4	24 10 51	554
555	30 80 25	170 953 875	23,5584	8,2180	6,31897	1,80180	1743,6	24 19 22	555
556	30 91 36	171 879 616	23,5797	8,2229	6,32077	1,79856	1746,7	24 27 95	556
557	31 02 49	172 808 693	23,6008	8,2278	6,32257	1,79533	1749,9	24 36 69	557
558	31 13 64	173 741 112	23,6220	8,2327	6,32436	1,79211	1753,0	24 45 45	558
559	31 24 81	174 676 879	23,6432	8,2377	6,32615	1,78891	1756,2	24 54 22	559
560	31 36 00	175 616 000	23,6643	8,2426	6,32794	1,78571	1759,3	24 63 01	**560**
561	31 47 21	176 558 481	23,6854	8,2475	6,32972	1,78253	1762,4	24 71 81	561
562	31 58 44	177 504 328	23,7065	8,2524	6,33150	1,77936	1765,6	24 80 63	562
563	31 69 69	178 453 547	23,7276	8,2573	6,33328	1,77620	1768,7	24 89 47	563
564	31 80 96	179 406 144	23,7487	8,2621	6,33505	1,77305	1771,9	24 98 32	564
565	31 92 25	180 362 125	23,7697	8,2670	6,33683	1,76991	1775,0	25 07 19	565
566	32 03 56	181 321 496	23,7908	8,2719	6,33859	1,76678	1778,1	25 16 07	566
567	32 14 89	182 284 263	23,8118	8,2768	6,34036	1,76367	1781,3	25 24 97	567
568	32 26 24	183 250 432	23,8328	8,2816	6,34212	1,76056	1784,4	25 33 88	568
569	32 37 61	184 220 009	23,8537	8,2865	6,34388	1,75747	1787,6	25 42 81	569
570	32 49 00	185 193 000	23,8747	8,2913	6,34564	1,75439	1790,7	25 51 76	**570**
571	32 60 41	186 169 411	23,8956	8,2962	6,34739	1,75131	1793,8	25 60 72	571
572	32 71 84	187 149 248	23,9165	8,3010	6,34914	1,74825	1797,0	25 69 70	572
573	32 83 29	188 132 517	23,9374	8,3059	6,35089	1,74520	1800,1	25 78 69	573
574	32 94 76	189 119 224	23,9583	8,3107	6,35263	1,74216	1803,3	25 87 70	574
575	33 06 25	190 109 375	23,9792	8,3155	6,35437	1,73913	1806,4	25 96 72	575
576	33 17 76	191 102 976	24,0000	8,3203	6,35611	1,73611	1809,6	26 05 76	576
577	33 29 29	192 100 033	24,0208	8,3251	6,35784	1,73310	1812,7	26 14 82	577
578	33 40 84	193 100 552	24,0416	8,3300	6,35957	1,73010	1815,8	26 23 89	578
579	33 52 41	194 104 539	24,0624	8,3348	6,36130	1,72712	1819,0	26 32 98	579
580	33 64 00	195 112 000	24,0832	8,3396	6,36303	1,72414	1822,1	26 42 08	**580**
581	33 75 61	196 122 941	24,1039	8,3443	6,36475	1,72117	1825,3	26 51 20	581
582	33 87 24	197 137 368	24,1247	8,3491	6,36647	1,71821	1828,4	26 60 33	582
583	33 98 89	198 155 287	24,1454	8,3539	6,36819	1,71527	1831,5	26 69 48	583
584	34 10 56	199 176 704	24,1661	8,3587	6,36990	1,71233	1834,7	26 78 65	584
585	34 22 25	200 201 625	24,1868	8,3634	6,37161	1,70940	1837,8	26 87 83	585
586	34 33 96	201 230 056	24,2074	8,3682	6,37332	1,70648	1841,0	26 97 03	586
587	34 45 69	202 262 003	24,2281	8,3730	6,37502	1,70358	1844,1	27 06 24	587
588	34 57 44	203 297 472	24,2487	8,3777	6,37673	1,70068	1847,3	27 15 47	588
589	34 69 21	204 336 469	24,2693	8,3825	6,37843	1,69779	1850,4	27 24 71	589
590	34 81 00	205 379 000	24,2899	8,3872	6,38012	1,69492	1853,5	27 33 97	**590**
591	34 92 81	206 425 071	24,3105	8,3919	6,38182	1,69205	1856,7	27 43 25	591
592	35 04 64	207 474 688	24,3311	8,3967	6,38351	1,68919	1859,8	27 52 54	592
593	35 16 49	208 527 857	24,3516	8,4014	6,38519	1,68634	1863,0	27 61 84	593
594	35 28 36	209 584 584	24,3721	8,4061	6,38688	1,68350	1866,1	27 71 17	594
595	35 40 25	210 644 875	24,3926	8,4108	6,38856	1,68067	1869,2	27 80 51	595
596	35 52 16	211 708 736	24,4131	8,4155	6,39024	1,67785	1872,4	27 89 86	596
597	35 64 09	212 776 173	24,4336	8,4202	6,39192	1,67504	1875,5	27 99 23	597
598	35 76 04	213 847 192	24,4540	8,4249	6,39359	1,67224	1878,7	28 08 62	598
599	35 88 01	214 921 799	24,4745	8,4296	6,39526	1,66945	1881,8	28 18 02	599
600	36 00 00	216 000 000	24,4949	8,4343	6,39693	1,66667	1885,0	28 27 43	**600**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
600	36 00 00	216 000 000	24,4949	8,4343	6,39693	1,66667	1885,0	28 27 43	**600**
601	36 12 01	217 081 801	24,5153	8,4390	6,39859	1,66389	1888,1	28 36 87	601
602	36 24 04	218 167 208	24,5357	8,4437	6,40026	1,66113	1891,2	28 46 31	602
603	36 36 09	219 256 227	24,5561	8,4484	6,40192	1,65837	1894,4	28 55 78	603
604	36 48 16	220 348 864	24,5764	8,4530	6,40357	1,65563	1897,5	28 65 26	604
605	36 60 25	221 445 125	24,5967	8,4577	6,40523	1,65289	1900,7	28 74 75	605
606	36 72 36	222 545 016	24,6171	8,4623	6,40688	1,65017	1903,8	28 84 26	606
607	36 84 49	223 648 543	24,6374	8,4670	6,40853	1,64745	1906,9	28 93 79	607
608	36 96 64	224 755 712	24,6577	8,4716	6,41017	1,64474	1910,1	29 03 33	608
609	37 08 81	225 866 529	24,6779	8,4763	6,41182	1,64204	1913,2	29 12 89	609
610	37 21 00	226 981 000	24,6982	8,4809	6,41346	1,63934	1916,4	29 22 47	**610**
611	37 33 21	228 099 131	24,7184	8,4856	6,41510	1,63666	1919,5	29 32 06	611
612	37 45 44	229 220 928	24,7386	8,4902	6,41673	1,63399	1922,7	29 41 66	612
613	37 57 69	230 346 397	24,7588	8,4948	6,41836	1,63132	1925,8	29 51 28	613
614	37 69 96	231 475 544	24,7790	8,4994	6,41999	1,62866	1928,9	29 60 92	614
615	37 82 25	232 608 375	24,7992	8,5040	6,42162	1,62602	1932,1	29 70 57	615
616	37 94 56	233 744 896	24,8193	8,5086	6,42325	1,62338	1935,2	29 80 24	616
617	38 06 89	234 885 113	24,8395	8,5132	6,42487	1,62075	1938,4	29 89 92	617
618	38 19 24	236 029 032	24,8596	8,5178	6,42649	1,61812	1941,5	29 99 62	618
619	38 31 61	237 176 659	24,8797	8,5224	6,42811	1,61551	1944,6	30 09 34	619
620	38 44 00	238 328 000	24,8998	8,5270	6,42972	1,61290	1947,8	30 19 07	**620**
621	38 56 41	239 483 061	24,9199	8,5316	6,43133	1,61031	1950,9	30 28 82	621
622	38 68 84	240 641 848	24,9399	8,5362	6,43294	1,60772	1954,1	30 38 58	622
623	38 81 29	241 804 367	24,9600	8,5408	6,43455	1,60514	1957,2	30 48 36	623
624	38 93 76	242 970 624	24,9800	8,5453	6,43615	1,60256	1960,4	30 58 15	624
625	39 06 25	244 140 625	25,0000	8,5499	6,43775	1,60000	1963,5	30 67 96	625
626	39 18 76	245 314 376	25,0200	8,5544	6,43935	1,59744	1966,6	30 77 79	626
627	39 31 29	246 491 883	25,0400	8,5590	6,44095	1,59490	1969,8	30 87 63	627
628	39 43 84	247 673 152	25,0599	8,5635	6,44254	1,59236	1972,9	30 97 48	628
629	39 56 41	248 858 189	25,0799	8,5681	6,44413	1,58983	1976,1	31 07 36	629
630	39 69 00	250 047 000	25,0998	8,5726	6,44572	1,58730	1979,2	31 17 25	**630**
631	39 81 61	251 239 591	25,1197	8,5772	6,44731	1,58479	1982,3	31 27 15	631
632	39 94 24	252 435 968	25,1396	8,5817	6,44889	1,58228	1985,5	31 37 07	632
633	40 06 89	253 636 137	25,1595	8,5862	6,45047	1,57978	1988,6	31 47 00	633
634	40 19 56	254 840 104	25,1794	8,5907	6,45205	1,57729	1991,8	31 56 96	634
635	40 32 25	256 047 875	25,1992	8,5952	6,45362	1,57480	1994,9	31 66 92	635
636	40 44 96	257 259 456	25,2190	8,5997	6,45520	1,57233	1998,1	31 76 90	636
637	40 57 69	258 474 853	25,2389	8,6043	6,45677	1,56986	2001,2	31 86 90	637
638	40 70 44	259 694 072	25,2587	8,6088	6,45834	1,56740	2004,3	31 96 92	638
639	40 83 21	260 917 119	25,2784	8,6132	6,45990	1,56495	2007,5	32 06 95	639
640	40 96 00	262 144 000	25,2982	8,6177	6,46147	1,56250	2010,6	32 16 99	**640**
641	41 08 81	263 374 721	25,3180	8,6222	6,46303	1,56006	2013,8	32 27 05	641
642	41 21 64	264 609 288	25,3377	8,6267	6,46459	1,55763	2016,9	32 37 13	642
643	41 34 49	265 847 707	25,3574	8,6312	6,46614	1,55521	2020,0	32 47 22	643
644	41 47 36	267 089 984	25,3772	8,6357	6,46770	1,55280	2023,2	32 57 33	644
645	41 60 25	268 336 125	25,3969	8,6401	6,46925	1,55039	2026,3	32 67 45	645
646	41 73 16	269 586 136	25,4165	8,6446	6,47080	1,54799	2029,5	32 77 59	646
647	41 86 09	270 840 023	25,4362	8,6490	6,47235	1,54560	2032,6	32 87 75	647
648	41 99 04	272 097 792	25,4558	8,6535	6,47389	1,54321	2035,8	32 97 92	648
649	42 12 01	273 359 449	25,4755	8,6579	6,47543	1,54083	2038,9	33 08 10	649
650	42 25 00	274 625 000	25,4951	8,6624	6,47697	1,53846	2042,0	33 18 31	**650**

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
650	42 25 00	274 625 000	25,4951	8,6624	6,47697	1,53846	2042,0	33 18 31	**650**
651	42 38 01	275 894 451	25,5147	8,6668	6,47851	1,53610	2045,2	33 28 53	651
652	42 51 04	277 167 808	25,5343	8,6713	6,48004	1,53374	2048,3	33 38 76	652
653	42 64 09	278 445 077	25,5539	8,6757	6,48158	1,53139	2051,5	33 49 01	653
654	42 77 16	279 726 264	25,5734	8,6801	6,48311	1,52905	2054,6	33 59 27	654
655	42 90 25	281 011 375	25,5930	8,6845	6,48464	1,52672	2057,7	33 69 55	655
656	43 03 36	282 300 416	25,6125	8,6890	6,48616	1,52439	2060,9	33 79 85	656
657	43 16 49	283 593 393	25,6320	8,6934	6,48768	1,52207	2064,0	33 90 16	657
658	43 29 64	284 890 312	25,6515	8,6978	6,48920	1,51976	2067,2	34 00 49	658
659	43 42 81	286 191 179	25,6710	8,7022	6,49072	1,51745	2070,3	34 10 83	659
660	43 56 00	287 496 000	25,6905	8,7066	6,49224	1,51515	2073,5	34 21 19	**660**
661	43 69 21	288 804 781	25,7099	8,7110	6,49375	1,51286	2076,6	34 31 57	661
662	43 82 44	290 117 528	25,7294	8,7154	6,49527	1,51057	2079,7	34 41 96	662
663	43 95 69	291 434 247	25,7488	8,7198	6,49677	1,50830	2082,9	34 52 37	663
664	44 08 96	292 754 944	25,7682	8.7241	6,49828	1,50602	2086,0	34 62 79	664
665	44 22 25	294 079 625	25,7876	8,7285	6,49979	1,50376	2089,2	34 73 23	665
666	44 35 56	295 408 296	25,8070	8,7329	6,50129	1,50150	2092,3	34 83 68	666
667	44 48 89	296 740 963	25,8263	8,7373	6,50279	1,49925	2095,4	34 94 15	667
668	44 62 24	298 077 632	25,8457	8,7416	6,50429	1,49701	2098,6	35 04 64	668
669	44 75 61	299 418 309	25,8650	8,7460	6,50578	1,49477	2101,7	35 15 14	669
670	44 89 00	300 763 000	25,8844	8,7503	6,50728	1,49254	2104,9	35 25 65	**670**
671	45 02 41	302 111 711	25,9037	8,7547	6,50877	1,49031	2108,0	35 36 18	671
672	45 15 84	303 464 448	25,9230	8,7590	6,51026	1,48810	2111,2	35 46 73	672
673	45 29 29	304 821 217	25,9422	8,7634	6,51175	1,48588	2114,3	35 57 30	673
674	45 42 76	306 182 024	25,9615	8,7677	6,51323	1,48368	2117,4	35 67 88	674
675	45 56 25	307 546 875	25,9808	8,7721	6,51471	1,48148	2120,6	35 78 47	675
676	45 69 76	308 915 776	26,0000	8,7764	6,51619	1,47929	2123,7	35 89 08	676
677	45 83 29	310 288 733	26,0192	8,7807	6,51767	1,47710	2126,9	35 99 71	677
678	45 96 84	311 665 752	26,0384	8,7850	6,51915	1,47493	2130,0	36 10 35	678
679	46 10 41	313 046 839	26,0576	8,7893	6,52062	1,47275	2133,1	36 21 01	679
680	46 24 00	314 432 000	26,0768	8,7937	6,52209	1,47059	2136,3	36 31 68	**680**
681	46 37 61	315 821 241	26,0960	8,7980	6,52356	1,46843	2139,4	36 42 37	681
682	46 51 24	317 214 568	26,1151	8,8023	6,52503	1,46628	2142,6	36 53 08	682
683	46 64 89	318 611 987	26,1343	8,8066	6,52649	1,46413	2145,7	36 63 80	683
684	46 78 56	320 013 504	26,1534	8,8109	6,52796	1,46199	2148,8	36 74 53	684
685	46 92 25	321 419 125	26,1725	8,8152	6,52942	1,45985	2152,0	36 85 28	685
686	47 05 96	322 828 856	26,1916	8,8194	6,53088	1,45773	2155,1	36 96 05	686
687	47 19 69	324 242 703	26,2107	8,8237	6,53233	1,45560	2158,3	37 06 84	687
688	47 33 44	325 660 672	26,2298	8,8280	6,53379	1,45349	2161,4	37 17 64	688
689	47 47 21	327 082 769	26,2488	8,8323	6,53524	1,45138	2164,6	37 28 45	689
690	47 61 00	328 509 000	26,2679	8,8366	6,53669	1,44928	2167,7	37 39 28	**690**
691	47 74 81	329 939 371	26,2869	8,8408	6,53814	1,44718	2170,8	37 50 13	691
692	47 88 64	331 373 888	26,3059	8,8451	6,53959	1,44509	2174,0	37 60 99	692
693	48 02 49	332 812 557	26,3249	8,8493	6,54103	1,44300	2177,1	37 71 87	693
694	48 16 36	334 255 384	26,3439	8,8536	6,54247	1,44092	2180,3	37 82 76	694
695	48 30 25	335 702 375	26,3629	8,8578	6,54391	1,43885	2183,4	37 93 67	695
696	48 44 16	337 153 536	26,3818	8,8621	6,54535	1,43678	2186,5	38 04 59	696
697	48 58 09	338 608 873	26,4008	8,8663	6,54679	1,43472	2189,7	38 15 53	697
698	48 72 04	340 068 392	26,4197	8,8706	6,54822	1,43266	2192,8	38 26 49	698
699	48 86 01	341 532 099	26,4386	8,8748	6,54965	1,43062	2196,0	38 37 46	699
700	49 00 00	343 000 000	26,4575	8,8790	6,55108	1,42857	2199,1	38 48 45	**700**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n} 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
700	49 00 00	343 000 000	26,4575	8,8790	6,55108	1,42857	2199,1	38 48 45	**700**
701	49 14 01	344 472 101	26,4764	8,8833	6,55251	1,42653	2202,3	38 59 45	701
702	49 28 04	345 948 408	26,4953	8,8875	6,55393	1,42450	2205,4	38 70 47	702
703	49 42 09	347 428 927	26,5141	8,8917	6,55536	1,42248	2208,5	38 81 51	703
704	49 56 16	348 913 664	26,5330	8,8959	6,55678	1,42045	2211,7	38 92 56	704
705	49 70 25	350 402 625	26,5518	8,9001	6,55820	1,41844	2214,8	39 03 63	705
706	49 84 36	351 895 816	26,5707	8,9043	6,55962	1,41643	2218,0	39 14 71	706
707	49 98 49	353 393 243	26,5895	8,9085	6,56103	1,41443	2221,1	39 25 80	707
708	50 12 64	354 894 912	26,6083	8,9127	6,56244	1,41243	2224,2	39 36 92	708
709	50 26 81	356 400 829	26,6271	8,9169	6,56386	1,41044	2227,4	39 48 05	709
710	50 41 00	357 911 000	26,6458	8,9211	6,56526	1,40845	2230,5	39 59 19	**710**
711	50 55 21	359 425 431	26,6646	8,9253	6,56667	1,40647	2233,7	39 70 35	711
712	50 69 44	360 944 128	26,6833	8,9295	6,56808	1,40449	2236,8	39 81 53	712
713	50 83 69	362 467 097	26,7021	8,9337	6,56948	1,40252	2240,0	39 92 72	713
714	50 97 96	363 994 344	26,7208	8,9378	6,57088	1,40056	2243,1	40 03 93	714
715	51 12 25	365 525 875	26,7395	8,9420	6,57228	1,39860	2246,2	40 15 15	715
716	51 26 56	367 061 696	26,7582	8,9462	6,57368	1,39665	2249,4	40 26 39	716
717	51 40 89	368 601 813	26,7769	8,9503	6,57508	1,39470	2252,5	40 37 65	717
718	51 55 24	370 146 232	26,7955	8,9545	6,57647	1,39276	2255,7	40 48 92	718
719	51 69 61	371 694 959	26,8142	8,9587	6,57786	1,39082	2258,8	40 60 20	719
720	51 84 00	373 248 000	26,8328	8,9628	6,57925	1,38889	2261,9	40 71 50	**720**
721	51 98 41	374 805 361	26,8514	8,9670	6,58064	1,38696	2265,1	40 82 82	721
722	52 12 84	376 367 048	26,8701	8,9711	6,58203	1,38504	2268,2	40 94 15	722
723	52 27 29	377 933 067	26,8887	8,9752	6,58341	1,38313	2271,4	41 05 50	723
724	52 41 76	379 503 424	26,9072	8,9794	6,58479	1,38122	2274,5	41 16 87	724
725	52 56 25	381 078 125	26,9258	8,9835	6,58617	1,37931	2277,7	41 28 25	725
726	52 70 76	382 657 176	26,9444	8,9876	6,58755	1,37741	2280,8	41 39 65	726
727	52 85 29	384 240 583	26,9629	8,9918	6,58893	1,37552	2283,9	41 51 06	727
728	52 99 84	385 828 352	26,9815	8,9959	6,59030	1,37363	2287,1	41 62 48	728
729	53 14 41	387 420 489	27,0000	9,0000	6,59167	1,37174	2290,2	41 73 93	729
730	53 29 00	389 017 000	27,0185	9,0041	6,59304	1,36986	2293,4	41 85 39	**730**
731	53 43 61	390 617 891	27,0370	9,0082	6,59441	1,36799	2296,5	41 96 86	731
732	53 58 24	392 223 168	27,0555	9,0123	6,59578	1,36612	2299,6	42 08 35	732
733	53 72 89	393 832 837	27,0740	9,0164	6,59715	1,36426	2302,8	42 19 86	733
734	53 87 56	395 446 904	27,0924	9,0205	6,59851	1,36240	2305,9	42 31 38	734
735	54 02 25	397 065 375	27,1109	9,0246	6,59987	1,36054	2309,1	42 42 92	735
736	54 16 96	398 688 256	27,1293	9,0287	6,60123	1,35870	2312,2	42 54 47	736
737	54 31 69	400 315 553	27,1477	9,0328	6,60259	1,35685	2315,4	42 66 04	737
738	54 46 44	401 947 272	27,1662	9,0369	6,60394	1,35501	2318,5	42 77 62	738
739	54 61 21	403 583 419	27,1846	9,0410	5,60530	1,35318	2321,6	42 89 22	739
740	54 76 00	405 224 000	27,2029	9,0450	6,60665	1,35135	2324,8	43 00 84	**740**
741	54 90 81	406 869 021	27,2213	9,0491	6,60800	1,34953	2327,9	43 12 47	741
742	55 05 64	408 518 488	27,2397	9,0532	6,60935	1,34771	2331,1	43 24 12	742
743	55 20 49	410 172 407	27,2580	9,0572	6,61070	1,34590	2334,2	43 35 78	743
744	55 35 36	411 830 784	27,2764	9,0613	6,61204	1,34409	2337,3	43 47 46	744
745	55 50 25	413 493 625	27,2947	9,0654	6,61338	1,34228	2340,5	43 59 16	745
746	55 65 16	415 160 936	27,3130	9,0694	6,61473	1,34048	2343,6	43 70 87	746
747	55 80 09	416 832 723	27,3313	9,0735	6,61607	1,33869	2346,8	43 82 59	747
748	55 95 04	418 508 992	27,3496	9,0775	6,61740	1,33690	2349,9	43 94 33	748
749	56 10 01	420 189 749	27,3679	9,0816	6,61874	1,33511	2353,1	44 06 09	749
750	56 25 00	421 875 000	27,3861	9,0856	6,62007	1,33333	2356,2	44 17 86	**750**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n} \cdot 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
750	56 25 00	421 875 000	27,3861	9,0856	6,62007	1,33333	2356,2	44 17 86	**750**
751	56 40 01	423 564 751	27,4044	9,0896	6,62141	1,33156	2359,3	44 29 65	751
752	56 55 04	425 259 008	27,4226	9,0937	6,62274	1,32979	2362,5	44 41 46	752
753	56 70 09	426 957 777	27,4408	9,0977	6,62407	1,32802	2365,6	44 53 28	753
754	56 85 16	428 661 064	27,4591	9,1017	6,62539	1,32626	2368,8	44 65 11	754
755	57 00 25	430 368 875	27,4773	9,1057	6,62672	1,32450	2371,9	44 76 97	755
756	57 15 36	432 081 216	27,4955	9,1098	6,62804	1,32275	2375,0	44 88 83	756
757	57 30 49	433 798 093	27,5136	9,1138	6,62936	1,32100	2378,2	45 00 72	757
758	57 45 64	435 519 512	27,5318	9,1178	6,63068	1,31926	2381,3	45 12 62	758
759	57 60 81	437 245 479	27,5500	9,1218	6,63200	1,31752	2384,5	45 24 53	759
760	57 76 00	438 976 000	27,5681	9,1258	6,63332	1,31579	2387,6	45 36 46	**760**
761	57 91 21	440 711 081	27,5862	9,1298	6,63463	1,31406	2390,8	45 48 41	761
762	58 06 44	442 450 728	27,6043	9,1338	6,63595	1,31234	2393,9	45 60 37	762
763	58 21 69	444 194 947	27,6225	9,1378	6,63726	1,31062	2397,0	45 72 34	763
764	58 36 96	445 943 744	27,6405	9,1418	6,63857	1,30890	2400,2	45 84 34	764
765	58 52 25	447 697 125	27,6586	9,1458	6,63988	1,30719	2403,3	45 96 35	765
766	58 67 56	449 455 096	27,6767	9,1498	6,64118	1,30548	2406,5	46 08 37	766
767	58 82 89	451 217 663	27,6948	9,1537	6,64249	1,30378	2409,6	46 20 41	767
768	58 98 24	452 984 832	27,7128	9,1577	6,64379	1,30208	2412,7	46 32 47	768
769	59 13 61	454 756 609	27,7308	9,1617	6,64509	1,30039	2415,9	46 44 54	769
770	59 29 00	456 533 000	27,7489	9,1657	6,64639	1,29870	2419,0	46 56 63	**770**
771	59 44 41	458 314 011	27,7669	9,1696	6,64769	1,29702	2422,2	46 68 73	771
772	59 59 84	460 099 648	27,7849	9,1736	6,64898	1,29534	2425,3	46 80 85	772
773	59 75 29	461 889 917	27,8029	9,1775	6,65028	1,29366	2428,5	46 92 98	773
774	59 90 76	463 684 824	27,8209	9,1815	6,65157	1,29199	2431,6	47 05 13	774
775	60 06 25	465 484 375	27,8388	9,1855	6,65286	1,29032	2434,7	47 17 30	775
776	60 21 76	467 288 576	27,8568	9,1894	6,65415	1,28866	2437,9	47 29 48	776
777	60 37 29	469 097 433	27,8747	9,1933	6,65544	1,28700	2441,0	47 41 68	777
778	60 52 84	470 910 952	27,8927	9,1973	6,65673	1,28535	2444,2	47 53 89	778
779	60 68 41	472 729 139	27,9106	9,2012	6,65801	1,28370	2447,3	47 66 12	779
780	60 84 00	474 552 000	27,9285	9,2052	6,65929	1,28205	2450,4	47 78 36	**780**
781	60 99 61	476 379 541	27,9464	9,2091	6,66058	1,28041	2453,6	47 90 62	781
782	61 15 24	478 211 768	27,9643	9,2130	6,66185	1,27877	2456,7	48 02 90	782
783	61 30 89	480 048 687	27,9821	9,2170	6,66313	1,27714	2459,9	48 15 19	783
784	61 46 56	481 890 304	28,0000	9,2209	6,66441	1,27551	2463,0	48 27 50	784
785	61 62 25	483 736 625	28,0179	9,2248	6,66568	1,27389	2466,2	48 39 82	785
786	61 77 96	485 587 656	28,0357	9,2287	6,66696	1,27226	2469,3	48 52 16	786
787	61 93 69	487 443 403	28,0535	9,2326	6,66823	1,27065	2472,4	48 64 51	787
788	62 09 44	489 303 872	28,0713	9,2365	6,66950	1,26904	2475,6	48 76 88	788
789	62 25 21	491 169 069	28,0891	9,2404	6,67077	1,26743	2478,7	48 89 27	789
790	62 41 00	493 039 000	28,1069	9,2443	6,67203	1,26582	2481,9	49 01 67	**790**
791	62 56 81	494 913 671	28,1247	9,2482	6,67330	1,26422	2485,0	49 14 09	791
792	62 72 64	496 793 088	28,1425	9,2521	6,67456	1,26263	2488,1	49 26 52	792
793	62 88 49	498 677 257	28,1603	9,2560	6,67582	1,26103	2491,3	49 38 97	793
794	63 04 36	500 566 184	28,1780	9,2599	6,67708	1,25945	2494,4	49 51 43	794
795	63 20 25	502 459 875	28,1957	9,2638	6,67834	1,25786	2497,6	49 63 91	795
796	63 36 16	504 358 336	28,2135	9,2677	6,67960	1,25628	2500,7	49 76 41	796
797	63 52 09	506 261 573	28,2312	9,2716	6,68085	1,25471	2503,8	49 88 92	797
798	63 68 04	508 169 592	28,2489	9,2754	6,68211	1,25313	2507,0	50 01 45	798
799	63 84 01	510 082 399	28,2666	9,2793	6,68336	1,25156	2510,1	50 13 99	799
800	64 00 00	512 000 000	28,2843	9,2832	6,68461	1,25000	2513,3	50 26 55	**800**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}\,10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
800	64 00 00	512 000 000	28,2843	9,2832	6,68461	1,25000	2513,3	50 26 55	**800**
801	64 16 01	513 922 401	28,3019	9,2870	6,68586	1,24844	2516,4	50 39 12	801
802	64 32 04	515 849 608	28,3196	9,2909	6,68711	1,24688	2519,6	50 51 71	802
803	64 48 09	517 781 627	28,3373	9,2948	6,68835	1,24533	2522,7	50 64 32	803
804	64 64 16	519 718 464	28,3549	9,2986	6,68960	1,24378	2525,8	50 76 94	804
805	64 80 25	521 660 125	28,3725	9,3025	6,69084	1,24224	2529,0	50 89 58	805
806	64 96 36	523 606 616	28,3901	9,3063	6,69208	1,24069	2532,1	51 02 23	806
807	65 12 49	525 557 943	28,4077	9,3102	6,69332	1,23916	2535,3	51 14 90	807
808	65 28 64	527 514 112	28,4253	9,3140	6,69456	1,23762	2538,4	51 27 58	808
809	65 44 81	529 475 129	28,4429	9,3179	6,69580	1,23609	2541,5	51 40 28	809
810	65 61 00	531 441 000	28,4605	9,3217	6,69703	1,23457	2544,7	51 53 00	**810**
811	65 77 21	533 411 731	28,4781	9,3255	6,69827	1,23305	2547,8	51 65 73	811
812	65 93 44	535 387 328	28,4956	9,3294	6,69950	1,23153	2551,0	51 78 48	812
813	66 09 69	537 367 797	28,5132	9,3332	6,70073	1,23001	2554,1	51 91 24	813
814	66 25 96	539 353 144	28,5307	9,3370	6,70196	1,22850	2557,3	52 04 02	814
815	66 42 25	541 343 375	28,5482	9,3408	6,70319	1,22699	2560,4	52 16 81	815
816	66 58 56	543 338 496	28,5657	9,3447	6,70441	1,22549	2563,5	52 29 62	816
817	66 74 89	545 338 513	28,5832	9,3485	6,70564	1,22399	2566,7	52 42 45	817
818	66 91 24	547 343 432	28,6007	9,3523	6,70686	1,22249	2569,8	52 55 29	818
819	67 07 61	549 353 259	28,6182	9,3561	6,70808	1,22100	2573,0	52 68 14	819
820	67 24 00	551 368 000	28,6356	9,3599	6,70930	1,21951	2576,1	52 81 02	**820**
821	67 40 41	553 387 661	28,6531	9,3637	6,71052	1,21803	2579,2	52 93 91	821
822	67 56 84	555 412 248	28,6705	9,3675	6,71174	1,21655	2582,4	53 06 81	822
823	67 73 29	557 441 767	28,6880	9,3713	6,71296	1,21507	2585,5	53 19 73	823
824	67 89 76	559 476 224	28,7054	9,3751	6,71417	1,21359	2588,7	53 32 67	824
825	68 06 25	561 515 625	28,7228	9,3789	6,71538	1,21212	2591,8	53 45 62	825
826	68 22 76	563 559 976	28,7402	9,3827	6,71659	1,21065	2595,0	53 58 58	826
827	68 39 29	565 609 283	28,7576	9,3865	6,71780	1,20919	2598,1	53 71 57	827
828	68 55 84	567 663 552	28,7750	9,3902	6,71901	1,20773	2601,2	53 84 56	828
829	68 72 41	569 722 789	28,7924	9,3940	6,72022	1,20627	2604,4	53 97 58	829
830	68 89 00	571 787 000	28,8097	9,3978	6,72143	1,20482	2607,5	54 10 61	**830**
831	69 05 61	573 856 191	28,8271	9,4016	6,72263	1,20337	2610,7	54 23 65	831
832	69 22 24	575 930 368	28,8444	9,4053	6,72383	1,20192	2613,8	54 36 71	832
833	69 38 89	578 009 537	28,8617	9,4091	6,72503	1,20048	2616,9	54 49 79	833
834	69 55 56	580 093 704	28,8791	9,4129	6,72623	1,19904	2620,1	54 62 88	834
835	69 72 25	582 182 875	28,8964	9,4166	6,72743	1,19760	2623,2	54 75 99	835
836	69 88 96	584 277 056	28,9137	9,4204	6,72863	1,19617	2626,4	54 89 12	836
837	70 05 69	586 376 253	28,9310	9,4241	6,72982	1,19474	2629,5	55 02 26	837
838	70 22 44	588 480 472	28,9482	9,4279	6,73102	1,19332	2632,7	55 15 41	838
839	70 39 21	590 589 719	28,9655	9,4316	6,73221	1,19190	2635,8	55 28 58	839
840	70 56 00	592 704 000	28,9828	9,4354	6,73340	1,19048	2638,9	55 41 77	**840**
841	70 72 81	594 823 321	29,0000	9,4391	6,73459	1,18906	2642,1	55 54 97	841
842	70 89 64	596 947 688	29,0172	9,4429	6,73578	1,18765	2645,2	55 68 19	842
843	71 06 49	599 077 107	29,0345	9,4466	6,73697	1,18624	2648,4	55 81 42	843
844	71 23 36	601 211 584	29,0517	9,4503	6,73815	1,18483	2651,5	55 94 67	844
845	71 40 25	603 351 125	29,0689	9,4541	6,73934	1,18343	2654,6	56 07 94	845
846	71 57 16	605 495 736	29,0861	9,4578	6,74052	1,18203	2657,8	56 21 22	846
847	71 74 09	607 645 423	29,1033	9,4615	6,74170	1,18064	2660,9	56 34 52	847
848	71 91 04	609 800 192	29,1204	9,4652	6,74288	1,17925	2664,1	56 47 83	848
849	72 08 01	611 960 049	29,1376	9,4690	6,74406	1,17786	2667,2	56 61 16	849
850	72 25 00	614 125 000	29,1548	9,4727	6,74524	1,17647	2670,4	56 74 50	**850**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
850	72 25 00	614 125 000	29,1548	9,4727	6,74524	1,17647	2670,4	56 74 50	**850**
851	72 42 01	616 295 051	29,1719	9,4764	6,74641	1,17509	2673,5	56 87 86	851
852	72 59 04	618 470 208	29,1890	9,4801	6,74759	1,17371	2676,6	57 01 24	852
853	72 76 09	620 650 477	29,2062	9,4838	6,74876	1,17233	2679,8	57 14 63	853
854	72 93 16	622 835 864	29,2233	9,4875	6,74993	1,17096	2682,9	57 28 03	854
855	73 10 25	625 026 375	29,2404	9,4912	6,75110	1,16959	2686,1	57 41 46	855
856	73 27 36	627 222 016	29,2575	9,4949	6,75227	1,16822	2689,2	57 54 90	856
857	73 44 49	629 422 793	29,2746	9,4986	6,75344	1,16686	2692,3	57 68 35	857
858	73 61 64	631 628 712	29,2916	9,5023	6,75460	1,16550	2695,5	57 81 82	858
859	73 78 81	633 839 779	29,3087	9,5060	6,75577	1,16414	2698,6	57 95 30	859
860	73 96 00	636 056 000	29,3258	9,5097	6,75693	1,16279	2701,8	58 08 80	**860**
861	74 13 21	638 277 381	29,3428	9,5134	6,75809	1,16144	2704,9	58 22 32	861
362	74 30 44	640 503 928	29,3598	9,5171	6,75926	1,16009	2708,1	58 35 85	862
863	74 47 69	642 735 647	29,3769	9,5207	6,76041	1,15875	2711,2	58 49 40	863
864	74 64 96	644 972 544	29,3939	9,5244	6,76157	1,15741	2714,3	58 62 97	864
865	74 82 25	647 214 625	29,4109	9,5281	6,76273	1,15607	2717,5	58 76 55	865
866	74 99 56	649 461 896	29,4279	9,5317	6,76388	1,15473	2720,6	58 90 14	866
867	75 16 89	651 714 363	29,4449	9,5354	6,76504	1,15340	2723,8	59 03 75	867
868	75 34 24	653 972 032	29,4618	9,5391	6,76619	1,15207	2726,9	59 17 38	868
869	75 51 61	656 234 909	29,4788	9,5427	6,76734	1,15075	2730,0	59 31 02	869
870	75 69 00	658 503 000	29,4958	9,5464	6,76849	1,14943	2733,2	59 44 68	**870**
871	75 86 41	660 776 311	29,5127	9,5501	6,76964	1,14811	2736,3	59 58 35	871
872	76 03 84	663 054 848	29,5296	9,5537	6,77079	1,14679	2739,5	59 72 04	872
873	76 21 29	665 338 617	29,5466	9,5574	6,77194	1,14548	2742,6	59 85 75	873
874	76 38 76	667 627 624	29,5635	9,5610	6,77308	1,14416	2745,8	59 99 47	874
875	76 56 25	669 921 875	29,5804	9,5647	6,77422	1,14286	2748,9	60 13 20	875
876	76 73 76	672 221 376	29,5973	9,5683	6,77537	1,14155	2752,0	60 26 96	876
877	76 91 29	674 526 133	29,6142	9,5719	6,77651	1,14025	2755,2	60 40 73	877
878	77 08 84	676 836 152	29,6311	9,5756	6,77765	1,13895	2758,3	60 54 51	878
879	77 26 41	679 151 439	29,6479	9,5792	6,77878	1,13766	2761,5	60 68 31	879
880	77 44 00	681 472 000	29,6648	9,5828	6,77992	1,13636	2764,6	60 82 12	**880**
881	77 61 61	683 797 841	29,6816	9,5865	6,78106	1,13507	2767,7	60 95 95	881
882	77 79 24	686 128 968	29,6985	9,5901	6,78219	1,13379	2770,9	61 09 80	882
883	77 96 89	688 465 387	29,7153	9,5937	6,78333	1,13250	2774,0	61 23 66	883
884	78 14 56	690 807 104	29,7321	9,5973	6,78446	1,13122	2777,2	61 37 54	884
885	78 32 25	693 154 125	29,7489	9,6010	6,78559	1,12994	2780,3	61 51 43	885
886	78 49 96	695 506 456	29,7658	9,6046	6,78672	1,12867	2783,5	61 65 34	886
887	78 67 69	697 864 103	29,7825	9,6082	6,78784	1,12740	2786,6	61 79 27	887
888	78 85 44	700 227 072	29,7993	9,6118	6,78897	1,12613	2789,7	61 93 21	888
889	79 03 21	702 595 369	29,8161	9,6154	6,79010	1,12486	2792,9	62 07 17	889
890	79 21 00	704 969 000	29,8329	9,6190	6,79122	1,12360	2796,0	62 21 14	**890**
891	79 38 81	707 347 971	29,8496	9,6226	6,79234	1,12233	2799,2	62 35 13	891
892	79 56 64	709 732 288	29,8664	9,6262	6,79347	1,12108	2802,3	62 49 13	892
893	79 74 49	712 121 957	29,8831	9,6298	6,79459	1,11982	2805,4	62 63 15	893
894	79 92 36	714 516 984	29,8998	9,6334	6,79571	1,11857	2808,6	62 77 18	894
895	80 10 25	716 917 375	29,9166	9,6370	6,79682	1,11732	2811,7	62 91 24	895
896	80 28 16	719 323 136	29,9333	9,6406	6,79794	1,11607	2814,9	63 05 30	896
897	80 46 09	721 734 273	29,9500	9,6442	6,79906	1,11483	2818,0	63 19 38	897
898	80 64 04	724 150 792	29,9666	9,6477	6,80017	1,11359	2821,2	63 33 48	898
899	80 82 01	726 572 699	29,9833	9,6513	6,80128	1,11235	2824,3	63 47 60	899
900	81 00 00	729 000 000	30,0000	9,6549	6,80239	1,11111	2827,4	63 61 73	**900**

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
900	81 00 00	729 000 000	30,0000	9,6549	6,80239	1,11111	2827,4	63 61 73	**900**
901	81 18 01	731 432 701	30,0167	9,6585	6,80351	1,10988	2830,6	63 75 87	901
902	81 36 04	733 870 808	30,0333	9,6620	6,80461	1,10865	2833,7	63 90 03	902
903	81 54 09	736 314 327	30,0500	9,6656	6,80572	1,10742	2836,9	64 04 21	903
904	81 72 16	738 763 264	30,0666	9,6692	6,80683	1,10619	2840,0	64 18 40	904
905	81 90 25	741 217 625	30,0832	9,6727	6,80793	1,10497	2843,1	64 32 61	905
906	82 08 36	743 677 416	30,0998	9,6763	6,80904	1,10375	2846,3	64 46 83	906
907	82 26 49	746 142 643	30,1164	9,6799	6,81014	1,10254	2849,4	64 61 07	907
908	82 44 64	748 613 312	30,1330	9,6834	6,81124	1,10132	2852,6	64 75 33	908
909	82 62 81	751 089 429	30,1496	9,6870	6,81235	1,10011	2855,7	64 89 60	909
910	82 81 00	753 571 000	30,1662	9,6905	6,81344	1,09890	2858,8	65 03 88	**910**
911	82 99 21	756 058 031	30,1828	9,6941	6,81454	1,09769	2862,0	65 18 18	911
912	83 17 44	758 550 528	30,1993	9,6976	6,81564	1,09649	2865,1	65 32 50	912
913	83 35 69	761 048 497	30,2159	9,7012	6,81674	1,09529	2868,3	65 46 84	913
914	83 53 96	763 551 944	30,2324	9,7047	6,81783	1,09409	2871,4	65 61 18	914
915	83 72 25	766 060 875	30,2490	9,7082	6,81892	1,09290	2874,6	65 75 55	915
916	83 90 56	768 575 296	30,2655	9,7118	6,82002	1,09170	2877,7	65 89 93	916
917	84 08 89	771 095 213	30,2820	9,7153	6,82111	1,09051	2880,8	66 04 33	917
918	84 27 24	773 620 632	30,2985	9,7188	6,82220	1,08932	2884,0	66 18 74	918
919	84 45 61	776 151 559	30,3150	9,7224	6,82329	1,08814	2887,1	66 33 17	919
920	84 64 00	778 688 000	30,3315	9,7259	6,82437	1,08696	2890,3	66 47 61	**920**
921	84 82 41	781 229 961	30,3480	9,7294	6,82546	1,08578	2893,4	66 62 07	921
922	85 00 84	783 777 448	30,3645	9,7329	6,82655	1,08460	2896,5	66 76 54	922
923	85 19 29	786 330 467	30,3809	9,7364	6,82763	1,08342	2899,7	66 91 03	923
924	85 37 76	788 889 024	30,3974	9,7400	6,82871	1,08225	2902,8	67 05 54	924
925	85 56 25	791 453 125	30,4138	9,7435	6,82979	1,08108	2906,0	67 20 06	925
926	85 74 76	794 022 776	30,4302	9,7470	6,83087	1,07991	2909,1	67 34 60	926
927	85 93 29	796 597 983	30,4467	9,7505	6,83195	1,07875	2912,3	67 49 15	927
928	86 11 84	799 178 752	30,4631	9,7540	6,83303	1,07759	2915,4	67 63 72	928
929	86 30 41	801 765 089	30,4795	9,7575	6,83411	1,07643	2918,5	67 78 31	929
930	86 49 00	804 357 000	30,4959	9,7610	6,83518	1,07527	2921,7	67 92 91	**930**
931	86 67 61	806 954 491	30,5123	9,7645	6,83626	1,07411	2924,8	68 07 52	931
932	86 86 24	809 557 568	30,5287	9,7680	6,83733	1,07296	2928,0	68 22 16	932
933	87 04 89	812 166 237	30,5450	9,7715	6,83841	1,07181	2931,1	68 36 80	933
934	87 23 56	814 780 504	30,5614	9,7750	6,83948	1,07066	2934,2	68 51 47	934
935	87 42 25	817 400 375	30,5778	9,7785	6,84055	1,06952	2937,4	68 66 15	935
936	87 60 96	820 025 856	30,5941	9,7819	6,84162	1,06838	2940,5	68 80 84	936
937	87 79 69	822 656 953	30,6105	9,7854	6,84268	1,06724	2943,7	68 95 55	937
938	87 98 44	825 293 672	30,6268	9,7889	6,84375	1,06610	2946,8	69 10 28	938
939	88 17 21	827 936 019	30,6431	9,7924	6,84482	1,06496	2950,0	69 25 02	939
940	88 36 00	830 584 000	30,6594	9,7959	6,84588	1 06383	2953,1	69 39 78	**940**
941	88 54 81	833 237 621	30,6757	9,7993	6,84694	1,06270	2956,2	69 54 55	941
942	88 73 64	835 896 888	30,6920	9,8028	6,84801	1,06157	2959,4	69 69 34	942
943	88 92 49	838 561 807	30,7083	9,8063	6,84907	1,06045	2962,5	69 84 15	943
944	89 11 36	841 232 384	30,7246	9,8097	6,85013	1,05932	2965,7	69 98 97	944
945	89 30 25	843 908 625	30,7409	9,8132	6,85118	1,05820	2968,8	70 13 80	945
946	89 49 16	846 590 536	30,7571	9,8167	6,85224	1,05708	2971,9	70 28 65	946
947	89 68 09	849 278 123	30,7734	9,8201	6,85330	1,05597	2975,1	70 43 52	947
948	89 87 04	851 971 392	30,7896	9,8236	6,85435	1,05485	2978,2	70 58 40	948
949	90 06 01	854 670 349	30,8058	9,8270	6,85541	1,05374	2981,4	70 73 30	949
950	90 25 00	857 375 000	30,8221	9,8305	6,85646	1,05263	2984,5	70 88 22	**950**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
950	90 25 00	857 375 000	30,8221	9,8305	6,85646	1,05263	2984,5	70 88 22	**950**
951	90 44 01	860 085 351	30,8383	9,8339	6,85751	1,05152	2987,7	71 03 15	951
952	90 63 04	862 801 408	30,8545	9,8374	6,85857	1,05042	2990,8	71 18 09	952
953	90 82 09	865 523 177	30,8707	9,8408	6,85961	1,04932	2993,9	71 33 06	953
954	91 01 16	868 250 664	30,8869	9,8443	6,86066	1,04822	2997,1	71 48 03	954
955	91 20 25	870 983 875	30,9031	9,8477	6,86171	1,04712	3000,2	71 63 03	955
956	91 39 36	873 722 816	30,9192	9,8511	6,86276	1,04603	3003,4	71 78 04	956
957	91 58 49	876 467 493	30,9354	9,8546	6,86380	1,04493	3006,5	71 93 06	957
958	91 77 64	879 217 912	30,9516	9,8580	6,86485	1,04384	3009,6	72 08 10	958
959	91 96 81	881 974 079	30,9677	9,8614	6,86589	1,04275	3012,8	72 23 16	959
960	92 16 00	884 736 000	30,9839	9,8648	6,86693	1,04167	3015,9	72 38 23	**960**
961	92 35 21	887 503 681	31,0000	9,8683	6,86797	1,04058	3019,1	72 53 32	961
962	92 54 44	890 277 128	31,0161	9,8717	6,86901	1,03950	3022,2	72 68 42	962
963	92 73 69	893 056 347	31,0322	9,8751	6,87005	1,03842	3025,4	72 83 54	963
964	92 92 96	895 841 344	31,0483	9,8785	6,87109	1,03734	3028,5	72 98 67	964
965	93 12 25	898 632 125	31,0644	9,8819	6,87213	1,03627	3031,6	73 13 82	965
966	93 31 56	901 428 696	31,0805	9,8854	6,87316	1,03520	3034,8	73 28 99	966
967	93 50 89	904 231 063	31,0966	9,8888	6,87420	1,03413	3037,9	73 44 17	967
968	93 70 24	907 039 232	31,1127	9,8922	6,87523	1,03306	3041,1	73 59 37	968
969	93 89 61	909 853 209	31,1288	9,8956	6,87626	1,03199	3044,2	73 74 58	969
970	94 09 00	912 673 000	31,1448	9,8990	6,87730	1,03093	3047,3	73 89 81	**970**
971	94 28 41	915 498 611	31,1609	9,9024	6,87833	1,02987	3050,5	74 05 06	971
972	94 47 84	918 330 048	31,1769	9,9058	6,87936	1,02881	3053,6	74 20 32	972
973	94 67 29	921 167 317	31,1929	9,9092	6,88038	1,02775	3056,8	74 35 59	973
974	94 86 76	924 010 424	31,2090	9,9126	6,88141	1,02669	3059,9	74 50 88	974
975	95 06 25	926 859 375	31,2250	9,9160	6,88244	1,02564	3063,1	74 66 19	975
976	95 25 76	929 714 176	31,2410	9,9194	6,88346	1,02459	3066,2	74 81 51	976
977	95 45 29	932 574 833	31,2570	9,9227	6,88449	1,02354	3069,3	74 96 85	977
978	95 64 84	935 441 352	31,2730	9,9261	6,88551	1,02249	3072,5	75 12 21	978
979	95 84 41	938 313 739	31,2890	9,9295	6,88653	1,02145	3075,6	75 27 58	979
980	96 04 00	941 192 000	31,3050	9,9329	6,88755	1,02041	3078,8	75 42 96	**980**
981	96 23 61	944 076 141	31,3209	9,9363	6,88857	1,01937	3081,9	75 58 37	981
982	96 43 24	946 966 168	31,3369	9,9396	6,88959	1,01833	3085,0	75 73 78	982
983	96 62 89	949 862 087	31,3528	9,9430	6,89061	1,01729	3088,2	75 89 22	983
984	96 82 56	952 763 904	31,3688	9,9464	6,89163	1,01626	3091,3	76 04 66	984
985	97 02 25	955 671 625	31,3847	9,9497	6,89264	1,01523	3094,5	76 20 13	985
986	97 21 96	958 585 256	31,4006	9,9531	6,89366	1,01420	3097,6	76 35 61	986
987	97 41 69	961 504 803	31,4166	9,9565	6,89467	1,01317	3100,8	76 51 11	987
988	97 61 44	964 430 272	31,4325	9,9598	6,89568	1,01215	3103,9	76 66 62	988
989	97 81 21	967 361 669	31,4484	9,9632	6,89669	1,01112	3107,0	76 82 14	989
990	98 01 00	970 299 000	31,4643	9,9666	6,89770	1,01010	3110,2	76 97 69	**990**
991	98 20 81	973 242 271	31,4802	9,9699	6,89871	1,00908	3113,3	77 13 25	991
992	98 40 64	976 191 488	31,4960	9,9733	6,89972	1,00806	3116,5	77 28 82	992
993	98 60 49	979 146 657	31,5119	9,9766	6,90073	1,00705	3119,6	77 44 41	993
994	98 80 36	982 107 784	31,5278	9,9800	6,90174	1,00604	3122,7	77 60 02	994
995	99 00 25	985 074 875	31,5436	9,9833	6,90274	1,00503	3125,9	77 75 64	995
996	99 20 16	988 047 936	31,5595	9,9866	6,90375	1,00402	3129,0	77 91 28	996
997	99 40 09	991 026 973	31,5753	9,9900	6,90475	1,00301	3132,2	78 06 93	997
998	99 60 04	994 011 992	31,5911	9,9933	6,90575	1,00200	3135,3	78 22 60	998
999	99 80 01	997 002 999	31,6070	9,9967	6,90675	1,00100	3138,5	78 38 28	999
1000	100 00 00	1 000 000 000	31,6228	10,0000	6.90776	1,00000	3141,6	78 53 98	**1000**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1000	1 000 000	1 000 000 000	31,6228	10,0000	6,90776	1,00000	3141,6	78 53 98	**1000**
1001	1 002 001	1 003 003 001	31,6386	10,0033	6,90875	0,99900	3144,7	78 69 70	1001
1002	1 004 004	1 006 012 008	31,6544	10,0067	6,90975	0,99800	3147,9	78 85 43	1002
1003	1 006 009	1 009 027 027	31,6702	10,0100	6,91075	0,99701	3151,0	79 01 18	1003
1004	1 008 016	1 012 048 064	31,6860	10,0133	6,91175	0,99602	3154,2	79 16 94	1004
1005	1 010 025	1 015 075 125	31,7017	10,0166	6,91274	0,99502	3157,3	79 32 72	1005
1006	1 012 036	1 018 108 216	31,7175	10,0200	6,91374	0,99404	3160,4	79 48 51	1006
1007	1 014 049	1 021 147 343	31,7333	10,0233	6,91473	0,99305	3163,6	79 64 32	1007
1008	1 016 064	1 024 192 512	31,7490	10,0266	6,91572	0,99206	3166,7	79 80 15	1008
1009	1 018 081	1 027 243 729	31,7648	10,0299	6,91672	0,99108	3169,9	79 95 99	1009
1010	1 020 100	1 030 301 000	31,7805	10,0332	6,91771	0,99010	3173,0	80 11 85	**1010**
1011	1 022 121	1 033 364 331	31,7962	10,0365	6,91870	0,98912	3176,2	80 27 72	1011
1012	1 024 144	1 036 433 728	31,8119	10,0398	6,91968	0,98814	3179,3	80 43 61	1012
1013	1 026 169	1 039 509 197	31,8277	10,0431	6,92067	0,98717	3182,4	80 59 51	1013
1014	1 028 196	1 042 590 744	31,8434	10,0465	6,92166	0,98619	3185,6	80 75 43	1014
1015	1 030 225	1 045 678 375	31,8591	10,0498	6,92264	0,98522	3188,7	80 91 37	1015
1016	1 032 256	1 048 772 096	31,8748	10,0531	6,92363	0,98425	3191,9	81 07 32	1016
1017	1 034 289	1 051 871 913	31,8904	10,0563	6,92461	0,98328	3195,0	81 23 29	1017
1018	1 036 324	1 054 977 832	31,9061	10,0596	6,92560	0,98232	3198,1	81 39 27	1018
1019	1 038 361	1 058 089 859	31,9218	10,0629	6,92658	0,98135	3201,3	81 55 27	1019
1020	1 040 400	1 061 208 000	31,9374	10,0662	6,92756	0,98039	3204,4	81 71 28	**1020**
1021	1 042 441	1 064 332 261	31,9531	10,0695	6,92854	0,97943	3207,6	81 87 31	1021
1022	1 044 484	1 067 462 648	31,9687	10,0728	6,92952	0,97847	3210,7	82 03 36	1022
1023	1 046 529	1 070 599 167	31,9844	10,0761	6,93049	0,97752	3213,8	82 19 42	1023
1024	1 048 576	1 073 741 824	32,0000	10,0794	6,93147	0,97656	3217,0	82 35 50	1024
1025	1 050 625	1 076 890 625	32,0156	10,0826	6,93245	0,97561	3220,1	82 51 59	1025
1026	1 052 676	1 080 045 576	32,0312	10,0859	6,93342	0,97466	3223,3	82 67 70	1026
1027	1 054 729	1 083 206 683	32,0468	10,0892	6,93440	0,97371	3226,4	82 83 82	1027
1028	1 056 784	1 086 373 952	32,0624	10,0925	6,93537	0,97276	3229,6	82 99 96	1028
1029	1 058 841	1 089 547 389	32,0780	10,0957	6,93634	0,97182	3232,7	83 16 12	1029
1030	1 060 900	1 092 727 000	32,0936	10,0990	6,93731	0,97087	3235,8	83 32 29	**1030**
1031	1 062 961	1 095 912 791	32,1092	10,1023	6,93828	0,96993	3239,0	83 48 48	1031
1032	1 065 024	1 099 104 768	32,1248	10,1055	6,93925	0,96899	3242,1	83 64 68	1032
1033	1 067 089	1 102 302 937	32,1403	10,1088	6,94022	0,96805	3245,3	83 80 90	1033
1034	1 069 156	1 105 507 304	32,1559	10,1121	6,94119	0,96712	3248,4	83 97 13	1034
1035	1 071 225	1 108 717 875	32,1714	10,1153	6,94216	0,96618	3251,5	84 13 38	1035
1036	1 073 296	1 111 934 656	32,1870	10,1186	6,94312	0,96525	3254,7	84 29 65	1036
1037	1 075 369	1 115 157 653	32,2025	10,1218	6,94409	0,96432	3257,8	84 45 93	1037
1038	1 077 444	1 118 386 872	32,2180	10,1251	6,94505	0,96339	3261,0	84 62 23	1038
1039	1 079 521	1 121 622 319	32,2335	10,1283	6,94601	0,96246	3264,1	84 78 54	1039
1040	1 081 600	1 124 864 000	32,2490	10,1316	6,94698	0,96154	3267,3	84 94 87	**1040**
1041	1 083 681	1 128 111 921	32,2645	10,1348	6,94794	0,96061	3270,4	85 11 21	1041
1042	1 085 764	1 131 366 088	32,2800	10,1381	6,94890	0,95969	3273,5	85 27 57	1042
1043	1 087 849	1 134 626 507	32,2955	10,1413	6,94986	0,95877	3276,7	85 43 95	1043
1044	1 089 936	1 137 893 184	32,3110	10,1446	6,95081	0,95785	3279,8	85 60 34	1044
1045	1 092 025	1 141 166 125	32,3265	10,1478	6,95177	0,95694	3283,0	85 76 74	1045
1046	1 094 116	1 144 445 336	32,3419	10,1510	6,95273	0,95602	3286,1	85 93 17	1046
1047	1 096 209	1 147 730 823	32,3574	10,1543	6,95368	0,95511	3289,2	86 09 61	1047
1048	1 098 304	1 151 022 592	32,3728	10,1575	6,95464	0,95420	3292,4	86 26 06	1048
1049	1 100 401	1 154 320 649	32,3883	10,1607	6,95559	0,95329	3295,5	86 42 53	1049
1050	1 102 500	1 157 625 000	32,4037	10,1640	6,95655	0,95238	3298,7	86 59 01	**1050**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n} 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1050	1 102 500	1 157 625 000	32,4037	10,1640	6,95655	0,95238	3298,7	86 59 01	**1050**
1051	1 104 601	1 160 935 651	32,4191	10,1672	6,95750	0,95147	3301,8	86 75 52	1051
1052	1 106 704	1 164 252 608	32,4345	10,1704	6,95845	0,95057	3305,0	86 92 03	1052
1053	1 108 809	1 167 575 877	32,4500	10,1736	6,95940	0,94967	3308,1	87 08 57	1053
1054	1 110 916	1 170 905 464	32,4654	10,1769	6,96035	0,94877	3311,2	87 25 11	1054
1055	1 113 025	1 174 241 375	32,4808	10,1801	6,96130	0,94787	3314,4	87 41 68	1055
1056	1 115 136	1 177 583 616	32,4962	10,1833	6,96224	0,94697	3317,5	87 58 26	1056
1057	1 117 249	1 180 932 193	32,5115	10,1865	6,96319	0,94607	3320,7	87 74 85	1057
1058	1 119 364	1 184 287 112	32,5269	10,1897	6,96414	0,94518	3323,8	87 91 46	1058
1059	1 121 481	1 187 648 379	32,5423	10,1929	6,96508	0,94429	3326,9	88 08 09	1059
1060	1 123 600	1 191 016 000	32,5576	10,1961	6,96602	0,94340	3330,1	88 24 73	**1060**
1061	1 125 721	1 194 389 981	32,5730	10,1993	6,96697	0,94251	3333,2	88 41 39	1061
1062	1 127 844	1 197 770 328	32,5883	10,2025	6,96791	0,94162	3336,4	88 58 07	1062
1063	1 129 969	1 201 157 047	32,6037	10,2057	6,96885	0,94073	3339,5	88 74 76	1063
1064	1 132 096	1 204 550 144	32,6190	10,2089	6,96979	0,93985	3342,7	88 91 46	1064
1065	1 134 225	1 207 949 625	32,6343	10,2121	6,97073	0,93897	3345,8	89 08 18	1065
1066	1 136 356	1 211 355 496	32,6497	10,2153	6,97167	0,93809	3348,9	89 24 92	1066
1067	1 138 489	1 214 767 763	32,6650	10,2185	6,97261	0,93721	3352,1	89 41 67	1067
1068	1 140 624	1 218 186 432	32,6803	10,2217	6,97354	0,93633	3355,2	89 58 44	1068
1069	1 142 761	1 221 611 509	32,6956	10,2249	6,97448	0,93545	3358,4	89 75 22	1069
1070	1 144 900	1 225 043 000	32,7109	10,2281	6,97541	0,93458	3361,5	89 92 02	**1070**
1071	1 147 041	1 228 480 911	32,7261	10,2313	6,97635	0,93371	3364,6	90 08 84	1071
1072	1 149 184	1 231 925 248	32,7414	10,2345	6,97728	0,93284	3367,8	90 25 67	1072
1073	1 151 329	1 235 376 017	32,7567	10,2376	6,97821	0,93197	3370,9	90 42 52	1073
1074	1 153 476	1 238 833 224	32,7719	10,2408	6,97915	0,93110	3374,1	90 59 38	1074
1075	1 155 625	1 242 296 875	32,7872	10,2440	6,98008	0,93023	3377,2	90 76 26	1075
1076	1 157 776	1 245 766 976	32,8024	10,2472	6,98101	0,92937	3380,4	90 93 15	1076
1077	1 159 929	1 249 243 533	32,8177	10,2503	6,98193	0,92851	3383,5	91 10 06	1077
1078	1 162 084	1 252 726 552	32,8329	10,2535	6,98286	0,92764	3386,6	91 26 99	1078
1079	1 164 241	1 256 216 039	32,8481	10,2567	6,98379	0,92678	3389,8	91 43 93	1079
1080	1 166 400	1 259 712 000	32,8634	10,2599	6,98472	0,92593	3392,9	91 60 88	**1080**
1081	1 168 561	1 263 214 441	32,8786	10,2630	6,98564	0,92507	3396,1	91 77 86	1081
1082	1 170 724	1 266 723 368	32,8938	10,2662	6,98657	0,92421	3399,2	91 94 84	1082
1083	1 172 889	1 270 238 787	32,9090	10,2693	6,98749	0,92336	3402,3	92 11 85	1083
1084	1 175 056	1 273 760 704	32,9242	10,2725	6,98841	0,92251	3405,5	92 28 87	1084
1085	1 177 225	1 277 289 125	32,9393	10,2757	6,98934	0,92166	3408,6	92 45 90	1085
1086	1 179 396	1 280 824 056	32,9545	10,2788	6,99026	0,92081	3411,8	92 62 95	1086
1087	1 181 569	1 284 365 503	32,9697	10,2820	6,99118	0,91996	3414,9	92 80 02	1087
1088	1 183 744	1 287 913 472	32,9848	10,2851	6,99210	0,91912	3418,1	92 97 10	1088
1089	1 185 921	1 291 467 969	33,0000	10,2883	6,99302	0,91827	3421,2	93 14 20	1089
1090	1 188 100	1 295 029 000	33,0151	10,2914	6,99393	0,91743	3424,3	93 31 32	**1090**
1091	1 190 281	1 298 596 571	33,0303	10,2946	6,99485	0,91659	3427,5	93 48 45	1091
1092	1 192 464	1 302 170 688	33,0454	10,2977	6,99577	0,91575	3430,6	93 65 59	1092
1093	1 194 649	1 305 751 357	33,0606	10,3009	6,99668	0,91491	3433,8	93 82 75	1093
1094	1 196 836	1 309 338 584	33,0757	10,3040	6,99760	0,91408	3436,9	93 99 93	1094
1095	1 199 025	1 312 932 375	33,0908	10,3071	6,99851	0,91324	3440,0	94 17 12	1095
1096	1 201 216	1 316 532 736	33,1059	10,3103	6,99942	0,91240	3443,2	94 34 33	1096
1097	1 203 409	1 320 139 673	33,1210	10,3134	7,00033	0,91158	3446,3	94 51 55	1097
1098	1 205 604	1 323 753 192	33,1361	10,3165	7,00125	0,91075	3449,5	94 68 79	1098
1099	1 207 801	1 327 373 299	33,1512	10,3197	7,00216	0,90992	3452,6	94 86 05	1099
1100	1 210 000	1 331 000 000	33,1662	10,3228	7,00307	0,90909	3455,8	95 03 32	**1100**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1100	1 210 000	1 331 000 000	33,1662	10,3228	7,00307	0,90909	3455,8	95 03 32	**1100**
1101	1 212 201	1 334 633 301	33,1813	10,3259	7,00397	0,90827	3458,9	95 20 60	1101
1102	1 214 404	1 338 273 208	33,1964	10,3291	7,00488	0,90744	3462,0	95 37 91	1102
1103	1 216 609	1 341 919 727	33,2115	10,3322	7,00579	0,90662	3465,2	95 55 22	1103
1104	1 218 816	1 345 572 864	33,2265	10,3353	7,00670	0,90580	3468,3	95 72 56	1104
1105	1 221 025	1 349 232 625	33,2415	10,3384	7,00760	0,90498	3471,5	95 89 91	1105
1106	1 223 236	1 352 899 016	33,2566	10,3415	7,00851	0,90416	3474,6	96 07 27	1106
1107	1 225 449	1 356 572 043	33,2716	10,3447	7,00941	0,90334	3477,7	96 24 65	1107
1108	1 227 664	1 360 251 712	33,2866	10,3478	7,01031	0,90253	3480,9	96 42 05	1108
1109	1 229 881	1 363 938 029	33,3017	10,3509	7,01121	0,90171	3484,0	96 59 46	1109
1110	1 232 100	1 367 631 000	33,3167	10,3540	7,01212	0,90090	3487,2	96 76 89	**1110**
1111	1 234 321	1 371 330 631	33,3317	10,3571	7,01302	0,90009	3490,3	96 94 33	1111
1112	1 236 544	1 375 036 928	33,3467	10,3602	7,01392	0,89928	3493,5	97 11 79	1112
1113	1 238 769	1 378 749 897	33,3617	10,3633	7,01481	0,89847	3496,6	97 29 27	1113
1114	1 240 996	1 382 469 544	33,3767	10,3664	7,01571	0,89767	3499,7	97 46 76	1114
1115	1 243 225	1 386 195 875	33,3917	10,3695	7,01661	0,89686	3502,9	97 64 27	1115
1116	1 245 456	1 389 928 896	33,4066	10,3726	7,01751	0,89606	3506,0	97 81 79	1116
1117	1 247 689	1 393 668 613	33,4216	10,3757	7,01840	0,89526	3509,2	97 99 33	1117
1118	1 249 924	1 397 415 032	33,4365	10,3788	7,01930	0,89445	3512,3	98 16 88	1118
1119	1 252 161	1 401 168 159	33,4515	10,3819	7,02019	0,89366	3515,4	98 34 45	1119
1120	1 254 400	1 404 928 000	33,4664	10,3850	7,02108	0,89286	3518,6	98 52 03	**1120**
1121	1 256 641	1 408 694 561	33,4814	10,3881	7,02198	0,89206	3521,7	98 69 64	1121
1122	1 258 884	1 412 467 848	33,4963	10,3912	7,02287	0,89127	3524,9	98 87 25	1122
1123	1 261 129	1 416 247 867	33,5112	10,3942	7,02376	0,89047	3528,0	99 04 88	1123
1124	1 263 376	1 420 034 624	33,5261	10,3973	7,02465	0,88968	3531,2	99 22 53	1124
1125	1 265 625	1 423 828 125	33,5410	10,4004	7,02554	0,88889	3534,3	99 40 20	1125
1126	1 267 876	1 427 628 376	33,5559	10,4034	7,02643	0,88810	3537,4	99 57 87	1126
1127	1 270 129	1 431 435 383	33,5708	10,4066	7,02731	0,88731	3540,6	99 75 57	1127
1128	1 272 384	1 435 249 152	33,5857	10,4096	7,02820	0,88652	3543,7	99 93 28	1128
1129	1 274 641	1 439 069 689	33,6006	10,4127	7,02909	0,88574	3546,9	100 11 01	1129
1130	1 276 900	1 442 897 000	33,6155	10,4158	7,02997	0,88496	3550,0	100 28 75	**1130**
1131	1 279 161	1 446 731 091	33,6303	10,4189	7,03086	0,88417	3553,1	100 46 51	1131
1132	1 281 424	1 450 571 968	33,6452	10,4220	7,03174	0,88339	3556,3	100 64 28	1132
1133	1 283 689	1 454 419 637	33,6601	10,4250	7,03262	0,88261	3559,4	100 82 07	1133
1134	1 285 956	1 458 274 104	33,6749	10,4281	7,03351	0,88183	3562,6	100 99 87	1134
1135	1 288 225	1 462 135 375	33,6898	10,4311	7,03439	0,88106	3565,7	101 17 70	1135
1136	1 290 496	1 466 003 456	33,7046	10,4342	7,03527	0,88028	3568,8	101 35 53	1136
1137	1 292 769	1 469 878 353	33,7194	10,4373	7,03615	0,87951	3572,0	101 53 38	1137
1138	1 295 044	1 473 760 072	33,7342	10,4403	7,03703	0,87874	3575,1	101 71 25	1138
1139	1 297 321	1 477 648 619	33,7491	10,4434	7,03791	0,87796	3578,3	101 89 14	1139
1140	1 299 600	1 481 544 000	33,7639	10,4464	7,03878	0,87719	3581,4	102 07 03	**1140**
1141	1 301 881	1 485 446 221	33,7787	10,4495	7,03966	0,87642	3584,6	102 24 95	1141
1142	1 304 164	1 489 355 288	33,7935	10,4525	7,04054	0,87566	3587,7	102 42 88	1142
1143	1 306 449	1 493 271 207	33,8083	10,4556	7,04141	0,87489	3590,8	102 60 83	1143
1144	1 308 736	1 497 193 984	33,8231	10,4586	7,04229	0,87413	3594,0	102 78 79	1144
1145	1 311 025	1 501 123 625	33,8378	10,4617	7,04316	0,87336	3597,1	102 96 77	1145
1146	1 313 316	1 505 060 136	33,8527	10,4647	7,04403	0,87260	3600,3	103 14 76	1146
1147	1 315 609	1 509 003 523	33,8673	10,4678	7,04491	0,87184	3603,4	103 32 77	1147
1148	1 317 904	1 512 953 792	33,8822	10,4708	7,04578	0,87108	3606,5	103 50 79	1148
1149	1 320 201	1 516 910 949	33,8969	10,4739	7,04665	0,87032	3609,7	103 68 83	1149
1150	1 322 500	1 520 875 000	33,9117	10,4769	7,04752	0,86956	3612,8	103 86 89	**1150**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1150	1 322 500	1 520 875 000	33,9117	10,4769	7,04752	0,86956	3612,8	1 03 86 89	**1150**
1151	1 324 801	1 524 845 951	33,9264	10,4799	7,04839	0,86881	3616,0	1 04 04 96	1151
1152	1 327 104	1 528 823 808	33,9411	10,4830	7,04925	0,86806	3619,1	1 04 23 05	1152
1153	1 329 409	1 532 808 577	33,9558	10,4860	7,05012	0,86730	3622,3	1 04 41 15	1153
1154	1 331 716	1 536 800 264	33,9706	10,4890	7,05099	0,86655	3625,4	1 04 59 27	1154
1155	1 334 025	1 540 798 875	33,9853	10,4921	7,05186	0,86580	3628,5	1 04 77 41	1155
1156	1 336 336	1 544 804 416	34,0000	10,4951	7,05272	0,86505	3631,7	1 04 95 56	1156
1157	1 338 649	1 548 816 893	34,0146	10,4981	7,05359	0,86430	3634,8	1 05 13 72	1157
1158	1 340 964	1 552 836 312	34,0294	10,5011	7,05445	0,86356	3638,0	1 05 31 91	1158
1159	1 343 281	1 556 862 679	34,0440	10,5041	7,05531	0,86281	3641,1	1 05 50 10	1159
1160	1 345 600	1 560 896 000	34,0588	10,5072	7,05618	0,86207	3644,2	1 05 68 32	**1160**
1161	1 347 921	1 564 936 281	34,0735	10,5102	7,05704	0,86133	3647,4	1 05 86 55	1161
1162	1 350 244	1 568 983 528	34,0881	10,5132	7,05790	0,86059	3650,5	1 06 04 79	1162
1163	1 352 569	1 573 037 747	34,1028	10,5162	7,05876	0,85984	3653,7	1 06 23 05	1163
1164	1 354 896	1 577 098 944	34,1174	10,5192	7,05962	0,85911	3656,8	1 06 41 33	1164
1165	1 357 225	1 581 167 125	34,1321	10,5223	7,06048	0,85837	3660,0	1 06 59 62	1165
1166	1 359 556	1 585 242 296	34,1467	10,5253	7,06133	0,85763	3663,1	1 06 77 93	1166
1167	1 361 889	1 589 324 463	34,1614	10,5283	7,06219	0,85690	3666,2	1 06 96 25	1167
1168	1 364 224	1 593 413 632	34,1760	10,5313	7,06305	0,85616	3669,4	1 07 14 59	1168
1169	1 366 561	1 597 509 809	34,1907	10,5343	7,06390	0,85543	3672,5	1 07 32 94	1169
1170	1 368 900	1 601 613 000	34,2052	10,5373	7,06476	0,85470	3675,7	1 07 51 32	**1170**
1171	1 371 241	1 605 723 211	34,2199	10,5403	7,06561	0,85397	3678,8	1 07 69 70	1171
1172	1 373 584	1 609 840 448	34,2345	10,5433	7,06647	0,85324	3681,9	1 07 88 10	1172
1173	1 375 929	1 613 964 717	34,2491	10,5463	7,06732	0,85252	3685,1	1 08 06 52	1173
1174	1 378 276	1 618 096 024	34,2637	10,5493	7,06817	0,85179	3688,2	1 08 24 95	1174
1175	1 380 625	1 622 234 375	34,2783	10,5523	7,06902	0,85106	3691,4	1 08 43 40	1175
1176	1 382 976	1 626 379 776	34,2929	10,5553	7,06987	0,85034	3694,5	1 08 61 87	1176
1177	1 385 329	1 630 532 233	34,3074	10,5582	7,07072	0,84962	3697,7	1 08 80 35	1177
1178	1 387 684	1 634 691 752	34,3220	10,5612	7,07157	0,84890	3700,8	1 08 98 84	1178
1179	1 390 041	1 638 858 339	34,3366	10,5642	7,07242	0,84818	3703,9	1 09 17 36	1179
1180	1 392 400	1 643 032 000	34,3512	10,5672	7,07327	0,84746	3707,1	1 09 35 88	**1180**
1181	1 394 761	1 647 212 741	34,3657	10,5702	7,07412	0,84674	3710,2	1 09 54 43	1181
1182	1 397 124	1 651 400 568	34,3802	10,5732	7,07496	0,84602	3713,4	1 09 72 99	1182
1183	1 399 489	1 655 595 487	34,3948	10,5762	7,07581	0,84531	3716,5	1 09 91 56	1183
1184	1 401 856	1 659 797 504	34,4093	10,5791	7,07665	0,84459	3719,6	1 10 10 15	1184
1185	1 404 225	1 664 006 625	34,4238	10,5821	7,07750	0,84388	3722,8	1 10 28 76	1185
1186	1 406 596	1 668 222 856	34,4383	10,5851	7,07834	0,84317	3725,9	1 10 47 38	1186
1187	1 408 969	1 672 446 203	34,4529	10,5881	7,07918	0,84246	3729,1	1 10 66 02	1187
1188	1 411 344	1 676 676 672	34,4674	10,5910	7,08003	0,84175	3732,2	1 10 84 67	1188
1189	1 413 721	1 680 914 269	34,4819	10,5940	7,08087	0,84104	3735,4	1 11 03 34	1189
1190	1 416 100	1 685 159 000	34,4964	10,5970	7,08171	0,84034	3738,5	1 11 22 02	**1190**
1191	1 418 481	1 689 410 871	34,5108	10,6000	7,08255	0,83963	3741,6	1 11 40 72	1191
1192	1 420 864	1 693 669 888	34,5253	10,6029	7,08339	0,83893	3744,8	1 11 59 44	1192
1193	1 423 249	1 697 936 057	34,5398	10,6059	7,08423	0,83822	3747,9	1 11 78 17	1193
1194	1 425 636	1 702 209 384	34,5543	10,6089	7,08506	0,83752	3751,1	1 11 96 92	1194
1195	1 428 025	1 706 489 875	34,5688	10,6118	7,08590	0,83682	3754,2	1 12 15 68	1195
1196	1 430 416	1 710 777 536	34,5832	10,6148	7,08674	0,83612	3757,3	1 12 34 46	1196
1197	1 432 809	1 715 072 373	34,5977	10,6177	7,08757	0,83542	3760,5	1 12 53 26	1197
1198	1 435 204	1 719 374 392	34,6121	10,6207	7,08841	0,83472	3763,6	1 12 72 07	1198
1199	1 437 601	1 723 683 599	34,6266	10,6236	7,08924	0,83403	3766,8	1 12 90 89	1199
1200	1 440 000	1 728 000 000	34,6410	10,6266	7,09008	0,83333	3769,9	1 13 09 73	**1200**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1200	1 440 000	1 728 000 000	34,6410	10,6266	7,09008	0,83333	3769,9	1 13 09 73	**1200**
1201	1 442 401	1 732 323 601	34,6555	10,6295	7,09091	0,83264	3773,1	1 13 28 59	1201
1202	1 444 804	1 736 654 408	34,6698	10,6325	7,09174	0,83195	3776,2	1 13 47 46	1202
1203	1 447 209	1 740 992 427	34,6843	10,6354	7,09257	0,83125	3779,3	1 13 66 35	1203
1204	1 449 616	1 745 337 664	34,6987	10,6384	7,09340	0,83056	3782,5	1 13 85 26	1204
1205	1 452 025	1 749 690 125	34,7131	10,6413	7,09423	0,82988	3785,6	1 14 04 18	1205
1206	1 454 436	1 754 049 816	34,7275	10,6443	7,09506	0,82919	3788,8	1 14 23 11	1206
1207	1 456 849	1 758 416 743	34,7419	10,6472	7,09589	0,82850	3791,9	1 14 42 07	1207
1208	1 459 264	1 762 790 912	34,7563	10,6501	7,09672	0,82781	3795,0	1 14 61 03	1208
1209	1 461 681	1 767 172 329	34,7707	10,6531	7,09755	0,82713	3798,2	1 14 80 02	1209
1210	1 464 100	1 771 561 000	34,7850	10,6560	7,09838	0,82645	3801,3	1 14 99 01	**1210**
1211	1 466 521	1 775 956 931	34,7994	10,6590	7,09920	0,82576	3804,5	1 15 18 03	1211
1212	1 468 944	1 780 360 128	34,8138	10,6619	7,10003	0,82508	3807,6	1 15 37 06	1212
1213	1 471 369	1 784 770 597	34,8281	10,6648	7,10085	0,82440	3810,8	1 15 56 11	1213
1214	1 473 796	1 789 188 344	34,8425	10,6678	7,10168	0,82372	3813,9	1 15 75 17	1214
1215	1 476 225	1 793 613 375	34,8568	10,6707	7,10250	0,82305	3817,0	1 15 94 24	1215
1216	1 478 656	1 798 045 696	34,8712	10,6736	7,10332	0,82237	3820,2	1 16 13 34	1216
1217	1 481 089	1 802 485 313	34,8855	10,6765	7,10414	0,82169	3823,3	1 16 32 45	1217
1218	1 483 524	1 806 932 232	34,8999	10,6795	7,10497	0,82102	3826,5	1 16 51 57	1218
1219	1 485 961	1 811 386 459	34,9142	10,6824	7,10579	0,82034	3829,6	1 16 70 71	1219
1220	1 488 400	1 815 848 000	34,9285	10,6853	7,10661	0,81967	3832,7	1 16 89 87	**1220**
1221	1 490 841	1 820 316 861	34,9428	10,6882	7,10743	0,81900	3835,9	1 17 09 04	1221
1222	1 493 284	1 824 793 048	34,9571	10,6911	7,10824	0,81833	3839,0	1 17 28 23	1222
1223	1 495 729	1 829 276 567	34,9714	10,6940	7,10906	0,81766	3842,2	1 17 47 43	1223
1224	1 498 176	1 833 767 424	34,9857	10,6970	7,10988	0,81699	3845,3	1 17 66 65	1224
1225	1 500 625	1 838 265 625	35,0000	10,6999	7,11070	0,81633	3848,5	1 17 85 88	1225
1226	1 503 076	1 842 771 176	35,0142	10,7028	7,11151	0,81566	3851,6	1 18 05 13	1226
1227	1 505 529	1 847 284 083	35,0286	10,7057	7,11233	0,81500	3854,7	1 18 24 40	1227
1228	1 507 984	1 851 804 352	35,0428	10,7086	7,11314	0,81433	3857,9	1 18 43 68	1228
1229	1 510 441	1 856 331 989	35,0571	10,7115	7,11396	0,81367	3861,0	1 18 62 98	1229
1230	1 512 900	1 860 867 000	35,0713	10,7144	7,11477	0,81301	3864,2	1 18 82 29	**1230**
1231	1 515 361	1 865 409 391	35,0856	10,7173	7,11558	0,81235	3867,3	1 19 01 62	1231
1232	1 517 824	1 869 959 168	35,0999	10,7202	7,11639	0,81169	3870,4	1 19 20 96	1232
1233	1 520 289	1 874 516 337	35,1141	10,7231	7,11721	0,81103	3873,6	1 19 40 32	1233
1234	1 522 756	1 879 080 904	35,1283	10,7260	7,11802	0,81037	3876,7	1 19 59 70	1234
1235	1 525 225	1 883 652 875	35,1426	10,7289	7,11883	0,80972	3879,9	1 19 79 09	1235
1236	1 527 696	1 888 232 256	35,1568	10,7318	7,11964	0,80906	3883,0	1 19 98 50	1236
1237	1 530 169	1 892 819 053	35,1710	10,7347	7,12044	0,80841	3886,2	1 20 17 92	1237
1238	1 532 644	1 897 413 272	35,1852	10,7376	7,12125	0,80775	3889,3	1 20 37 36	1238
1239	1 535 121	1 902 014 919	35,1994	10,7405	7,12206	0,80710	3892,4	1 20 56 81	1239
1240	1 537 600	1 906 624 000	35,2137	10,7434	7,12287	0,80645	3895,6	1 20 76 28	**1240**
1241	1 540 081	1 911 240 521	35,2278	10,7463	7,12367	0,80580	3898,7	1 20 95 77	1241
1242	1 542 564	1 915 864 488	35,2420	10,7491	7,12448	0,80515	3901,9	1 21 15 27	1242
1243	1 545 049	1 920 495 907	35,2562	10,7520	7,12528	0,80451	3905,0	1 21 34 79	1243
1244	1 547 536	1 925 134 784	35,2704	10,7549	7,12609	0,80386	3908,1	1 21 54 32	1244
1245	1 550 025	1 929 781 125	35,2845	10,7578	7,12689	0,80321	3911,3	1 21 73 87	1245
1246	1 552 516	1 934 434 936	35,2987	10,7607	7,12769	0,80257	3914,4	1 21 93 43	1246
1247	1 555 009	1 939 096 223	35,3128	10,7635	7,12850	0,80192	3917,6	1 22 13 01	1247
1248	1 557 504	1 943 764 992	35,3270	10,7664	7,12930	0,80128	3920,7	1 22 32 61	1248
1249	1 560 001	1 948 441 249	35,3412	10,7693	7,13010	0,80064	3923,8	1 22 52 22	1249
1250	1 562 500	1 953 125 000	35,3553	10,7722	7,13090	0,80000	3927,0	1 22 71 85	**1250**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n} 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1250	1 562 500	1 953 125 000	35,3553	10,7722	7,13090	0,80000	3927,0	1 22 71 85	**1250**
1251	1 565 001	1 957 816 251	35,3695	10,7750	7,13170	0,79936	3930,1	1 22 91 49	1251
1252	1 567 504	1 962 515 008	35,3836	10,7779	7,13250	0,79872	3933,3	1 23 11 15	1252
1253	1 570 009	1 967 221 277	35,3977	10,7808	7,13330	0,79808	3936,4	1 23 30 82	1253
1254	1 572 516	1 971 935 064	35,4119	10,7836	7,13409	0,79745	3939,6	1 23 50 51	1254
1255	1 575 025	1 976 656 375	35,4260	10,7865	7,13489	0,79681	3942,7	1 23 70 22	1255
1256	1 577 536	1 981 385 216	35,4401	10,7894	7,13569	0,79618	3945,8	1 23 89 94	1256
1257	1 580 049	1 986 121 593	35,4542	10,7922	7,13648	0,79555	3949,0	1 24 09 68	1257
1258	1 582 564	1 990 865 512	35,4683	10,7951	7,13728	0,79491	3952,1	1 24 29 43	1258
1259	1 585 081	1 995 616 979	35,4824	10,7980	7,13807	0,79428	3955,3	1 24 49 20	1259
1260	1 587 600	2 000 376 000	35,4965	10,8008	7,13887	0,79365	3958,4	1 24 68 98	**1260**
1261	1 590 121	2 005 142 581	35,5105	10,8037	7,13966	0,79302	3961,5	1 24 88 78	1261
1262	1 592 644	2 009 916 728	35,5246	10,8065	7,14045	0,79239	3964,7	1 25 08 60	1262
1263	1 595 169	2 014 698 447	35,5387	10,8094	7,14125	0,79177	3967,8	1 25 28 43	1263
1264	1 597 696	2 019 487 744	35,5528	10,8122	7,14204	0,79114	3971,0	1 25 48 28	1264
1265	1 600 225	2 024 284 625	35,5669	10,8151	7,14283	0,79051	3974,1	1 25 68 14	1265
1266	1 602 756	2 029 089 096	35,5809	10,8179	7,14362	0,78989	3977,3	1 25 88 02	1266
1267	1 605 289	2 033 901 163	35,5950	10,8208	7,14441	0,78927	3980,4	1 26 07 91	1267
1268	1 607 824	2 038 720 832	35,6090	10,8236	7,14520	0,78864	3983,5	1 26 27 82	1268
1269	1 610 361	2 043 548 109	35,6231	10,8265	7,14598	0,78802	3986,7	1 26 47 75	1269
1270	1 612 900	2 048 383 000	35,6371	10,8293	7,14677	0,78740	3989,8	1 26 67 69	**1270**
1271	1 615 441	2 053 225 511	35,6511	10,8322	7,14756	0,78678	3993,0	1 26 87 64	1271
1272	1 617 984	2 058 075 648	35,6651	10,8350	7,14835	0,78616	3996,1	1 27 07 62	1272
1273	1 620 529	2 062 933 417	35,6791	10,8378	7,14913	0,78555	3999,2	1 27 27 61	1273
1274	1 623 076	2 067 798 824	35,6931	10,8407	7,14992	0,78493	4002,4	1 27 47 61	1274
1275	1 625 625	2 072 671 875	35,7072	10,8435	7,15070	0,78431	4005,5	1 27 67 63	1275
1276	1 628 176	2 077 552 576	35,7211	10,8463	7,15149	0,78370	4008,7	1 27 87 66	1276
1277	1 630 729	2 082 440 933	35,7351	10,8491	7,15227	0,78309	4011,8	1 28 07 72	1277
1278	1 633 284	2 087 336 952	35,7491	10,8520	7,15305	0,78247	4015,0	1 28 27 78	1278
1279	1 635 841	2 092 240 639	35,7631	10,8548	7,15383	0,78186	4018,1	1 28 47 87	1279
1280	1 638 400	2 097 152 000	35,7771	10,8577	7,15462	0,78125	4021,2	1 28 67 96	**1280**
1281	1 640 961	2 102 071 041	35,7910	10,8605	7,15540	0,78064	4024,4	1 28 88 08	1281
1282	1 643 524	2 106 997 768	35,8050	10,8633	7,15618	0,78003	4027,5	1 29 08 21	1282
1283	1 646 089	2 111 932 187	35,8190	10,8661	7,15696	0,77942	4030,7	1 29 28 35	1283
1284	1 648 656	2 116 874 304	35,8330	10,8690	7,15774	0,77882	4033,8	1 29 48 51	1284
1285	1 651 225	2 121 824 125	35,8469	10,8718	7,15851	0,77821	4036,9	1 29 68 69	1285
1286	1 653 796	2 126 781 656	35,8609	10,8746	7,15929	0,77760	4040,1	1 29 88 88	1286
1287	1 656 369	2 131 746 903	35,8748	10,8774	7,16007	0,77700	4043,2	1 30 09 09	1287
1288	1 658 944	2 136 719 872	35,8888	10,8802	7,16085	0,77640	4046,4	1 30 29 32	1288
1289	1 661 521	2 141 700 569	35,9026	10,8830	7,16162	0,77580	4049,5	1 30 49 56	1289
1290	1 664 100	2 146 689 000	35,9166	10,8859	7,16240	0,77519	4052,7	1 30 69 81	**1290**
1291	1 666 681	2 151 685 171	35,9305	10,8887	7,16317	0,77459	4055,8	1 30 90 08	1291
1292	1 669 264	2 156 689 088	35,9445	10,8915	7,16395	0,77399	4058,9	1 31 10 37	1292
1293	1 671 849	2 161 700 757	35,9583	10,8943	7,16472	0,77340	4062,1	1 31 30 67	1293
1294	1 674 436	2 166 720 184	35,9722	10,8971	7,16549	0,77280	4065,2	1 31 50 99	1294
1295	1 677 025	2 171 747 375	35,9861	10,8999	7,16627	0,77220	4068,4	1 31 71 32	1295
1296	1 679 616	2 176 782 336	36,0000	10,9027	7,16704	0,77160	4071,5	1 31 91 67	1296
1297	1 682 209	2 181 825 073	36,0139	10,9055	7,16781	0,77101	4074,6	1 32 12 04	1297
1298	1 684 804	2 186 875 592	36,0278	10,9083	7,16858	0,77042	4077,8	1 32 32 42	1298
1299	1 687 401	2 191 933 899	36,0416	10,9111	7,16935	0,76982	4080,9	1 32 52 82	1299
1300	1 690 000	2 197 000 000	36,0555	10,9139	7,17012	0,76923	4084,1	1 32 73 23	**1300**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1300	1 690 000	2 197 000 000	36,0555	10,9139	7,17012	0,76923	4084,1	1 32 73 23	**1300**
1301	1 692 601	2 202 073 901	36,0693	10,9167	7,17089	0,76864	4087,2	1 32 93 66	1301
1302	1 695 204	2 207 155 608	36,0832	10,9195	7,17166	0,76805	4090,4	1 33 14 10	1302
1303	1 697 809	2 212 245 127	36,0971	10,9223	7,17242	0,76746	4093,5	1 33 34 56	1303
1304	1 700 416	2 217 342 464	36,1109	10,9252	7,17319	0,76687	4096,6	1 33 55 04	1304
1305	1 703 025	2 222 447 625	36,1248	10,9279	7,17396	0,76628	4099,8	1 33 75 53	1305
1306	1 705 636	2 227 560 616	36,1386	10 9307	7,17472	0,76570	4102,9	1 33 96 03	1306
1307	1 708 249	2 232 681 443	36,1525	10,9335	7,17549	0,76511	4106,1	1 34 16 56	1307
1308	1 710 864	2 237 810 112	36,1663	10,9363	7,17625	0,76453	4109,2	1 34 37 09	1308
1309	1 713 481	2 242 946 629	36,1801	10,9390	7,17702	0,76394	4112,3	1 34 57 65	1309
1310	1 716 100	2 248 091 000	36,1939	10,9418	7,17778	0,76336	4115,5	1 34 78 22	**1310**
1311	1 718 721	2 253 243 231	36,2077	10,9446	7,17855	0,76278	4118,6	1 34 98 80	1311
1312	1 721 344	2 258 403 328	36,2216	10,9474	7,17931	0,76220	4121,8	1 35 19 40	1312
1313	1 723 969	2 263 571 297	36,2354	10,9502	7,18007	0,76161	4124,9	1 35 40 02	1313
1314	1 726 596	2 268 747 144	36,2491	10,9530	7,18083	0,76104	4128,1	1 35 60 65	1314
1315	1 729 225	2 273 930 875	36,2629	10,9557	7,18159	0,76046	4131,2	1 35 81 30	1315
1316	1 731 856	2 279 122 496	36,2767	10,9585	7,18235	0,75988	4134,3	1 36 01 97	1316
1317	1 734 489	2 284 322 013	36,2905	10,9613	7,18311	0,75930	4137,5	1 36 22 64	1317
1318	1 737 124	2 289 529 432	36,3043	10,9641	7,18387	0,75873	4140,6	1 36 43 34	1318
1319	1 739 761	2 294 744 759	36,3180	10,9668	7,18463	0,75815	4143,8	1 36 64 05	1319
1320	1 742 400	2 299 968 000	36,3318	10,9696	7,18539	0,75758	4146,9	1 36 84 78	**1320**
1321	1 745 041	2 305 199 161	36,3455	10,9724	7,18614	0,75700	4150,0	1 37 05 52	1321
1322	1 747 684	2 310 438 248	36,3593	10,9751	7,18690	0,75643	4153,2	1 37 26 28	1322
1323	1 750 329	2 315 685 267	36,3731	10,9779	7,18766	0,75586	4156,3	1 37 47 05	1323
1324	1 752 976	2 320 940 224	36,3868	10,9807	7,18841	0,75529	4159,5	1 37 67 84	1324
1325	1 755 625	2 326 203 125	36,4006	10,9834	7,18917	0,75472	4162,6	1 37 88 65	1325
1326	1 758 276	2 331 473 976	36,4143	10,9862	7,18992	0,75415	4165,8	1 38 09 47	1326
1327	1 760 929	2 336 752 783	36,4280	10,9890	7,19068	0,75358	4168,9	1 38 30 30	1327
1328	1 763 584	2 342 039 552	36,4417	10,9917	7,19143	0,75301	4172,0	1 38 51 16	1328
1329	1 766 241	2 347 334 289	36,4555	10,9945	7,19218	0,75245	4175,2	1 38 72 02	1329
1330	1 768 900	2 352 637 000	36,4692	10,9972	7,19293	0,75188	4178,3	1 38 92 91	**1330**
1331	1 771 561	2 357 947 691	36,4828	11,0000	7,19369	0,75131	4181,5	1 39 13 81	1331
1332	1 774 224	2 363 266 368	36,4966	11,0027	7,19444	0,75075	4184,6	1 39 34 72	1332
1333	1 776 889	2 368 593 037	36,5103	11,0055	7,19519	0,75019	4187,7	1 39 55 65	1333
1334	1 779 556	2 373 927 704	36,5240	11,0083	7,19594	0,74963	4190,9	1 39 76 60	1334
1335	1 782 225	2 379 270 375	36,5376	11,0110	7,19669	0,74906	4194,0	1 39 97 56	1335
1336	1 784 896	2 384 621 056	36,5513	11,0138	7,19744	0,74850	4197,2	1 40 18 54	1336
1337	1 787 569	2 389 979 753	36,5650	11,0165	7,19818	0,74794	4200,3	1 40 39 53	1337
1338	1 790 244	2 395 346 472	36,5787	11,0193	7,19893	0,74738	4203,5	1 40 60 54	1338
1339	1 792 921	2 400 721 219	36,5924	11,0220	7,19968	0,74683	4206,6	1 40 81 57	1339
1340	1 795 600	2 406 104 000	36,6060	11,0247	7,20042	0,74627	4209,7	1 41 02 61	**1340**
1341	1 798 281	2 411 494 821	36,6197	11,0275	7,20117	0,74571	4212,9	1 41 23 67	1341
1342	1 800 964	2 416 893 688	36,6334	11,0302	7,20192	0,74516	4216,0	1 41 44 74	1342
1343	1 803 649	2 422 300 607	36,6470	11.0330	7,20266	0,74460	4219,2	1 41 65 83	1343
1344	1 806 336	2 427 715 584	36,6606	11,0357	7,20341	0,74405	4222,3	1 41 86 93	1344
1345	1 809 025	2 433 138 625	36,6742	11,0384	7,20415	0,74349	4225,4	1 42 08 05	1345
1346	1 811 716	2 438 569 736	36,6879	11,0412	7,20489	0,74294	4228,6	1 42 29 18	1346
1347	1 814 409	2 444 008 923	36,7015	11,0439	7,20564	0,74239	4231,7	1 42 50 33	1347
1348	1 817 104	2 449 456 192	36,7151	11,0466	7,20638	0,74184	4234,9	1 42 71 50	1348
1349	1 819 801	2 454 911 549	36,7287	11,0494	7,20712	0,74129	4238,0	1 42 92 68	1349
1350	1 822 500	2 460 375 000	36,7423	11,0521	7,20786	0,74074	4241,2	1 43 13 88	**1350**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1350	1 822 500	2 460 375 000	36,7423	11,0521	7,20786	0,74074	4241,2	1 43 13 88	**1350**
1351	1 825 201	2 465 846 551	36,7560	11,0548	7,20860	0,74019	4244,3	1 43 35 10	1351
1352	1 827 904	2 471 326 208	36,7695	11,0575	7,20934	0,73965	4247,4	1 43 56 32	1352
1353	1 830 609	2 476 813 977	36,7832	11,0603	7,21008	0,73910	4250,6	1 43 77 57	1353
1354	1 833 316	2 482 309 864	36,7968	11,0630	7,21082	0,73855	4253,7	1 43 98 83	1354
1355	1 836 025	2 487 813 875	36,8103	11,0657	7,21156	0,73801	4256,9	1 44 20 11	1355
1356	1 838 736	2 493 326 016	36,8239	11,0684	7,21229	0,73747	4260,0	1 44 41 40	1356
1357	1 841 449	2 498 846 293	36,8375	11,0712	7,21303	0,73692	4263,1	1 44 62 71	1357
1358	1 844 164	2 504 374 712	36,8511	11,0739	7,21377	0,73638	4266,3	1 44 84 03	1358
1359	1 846 881	2 509 911 279	36,8646	11,0766	7,21450	0,73584	4269,4	1 45 05 37	1359
1360	1 849 600	2 515 456 000	36,8782	11,0793	7,21524	0,73529	4272,6	1 45 26 72	**1360**
1361	1 852 321	2 521 008 881	36,8917	11,0820	7,21598	0,73475	4275,7	1 45 48 10	1361
1362	1 855 044	2 526 569 928	36,9053	11,0847	7,21671	0,73421	4278,8	1 45 69 48	1362
1363	1 857 769	2 532 139 147	36,9188	11,0875	7,21744	0,73368	4282,0	1 45 90 88	1363
1364	1 860 496	2 537 716 544	36,9323	11,0902	7,21818	0,73314	4285,1	1 46 12 30	1364
1365	1 863 225	2 543 302 125	36,9460	11,0929	7,21891	0,73260	4288,3	1 46 33 73	1365
1366	1 865 956	2 548 895 896	36,9595	11,0956	7,21964	0,73206	4291,4	1 46 55 18	1366
1367	1 868 689	2 554 497 863	36,9730	11,0983	7,22037	0,73153	4294,6	1 46 76 65	1367
1368	1 871 424	2 560 108 032	36,9865	11,1010	7,22111	0,73099	4297,7	1 46 98 13	1368
1369	1 874 161	2 565 726 409	37,0000	11,1037	7,22184	0,73046	4300,8	1 47 19 63	1369
1370	1 876 900	2 571 353 000	37,0135	11,1064	7,22257	0,72993	4304,0	1 47 41 14	**1370**
1371	1 879 641	2 576 987 811	37,0270	11,1091	7,22330	0,72939	4307,1	1 47 62 67	1371
1372	1 882 384	2 582 630 848	37,0405	11,1118	7,22402	0,72886	4310,3	1 47 84 21	1372
1373	1 885 129	2 588 282 117	37,0540	11,1145	7,22475	0,72833	4313,4	1 48 05 77	1373
1374	1 887 876	2 593 941 624	37,0675	11,1172	7,22548	0,72780	4316,5	1 48 27 34	1374
1375	1 890 625	2 599 609 375	37,0810	11,1199	7,22621	0,72727	4319,7	1 48 48 93	1375
1376	1 893 376	2 605 285 376	37,0945	11,1226	7,22694	0,72674	4322,8	1 48 70 54	1376
1377	1 896 129	2 610 969 633	37,1079	11,1253	7,22766	0,72622	4326,0	1 48 92 16	1377
1378	1 898 884	2 616 662 152	37,1214	11,1280	7,22839	0,72569	4329,1	1 49 13 80	1378
1379	1 901 641	2 622 362 939	37,1349	11,1307	7,22911	0,72516	4332,3	1 49 35 45	1379
1380	1 904 400	2 628 072 000	37,1484	11,1334	7,22984	0,72464	4335,4	1 49 57 12	**1380**
1381	1 907 161	2 633 789 341	37,1618	11,1361	7,23056	0,72411	4338,5	1 49 78 81	1381
1382	1 909 924	2 639 514 968	37,1753	11,1387	7,23129	0,72359	4341,7	1 50 00 51	1382
1383	1 912 689	2 645 248 887	37,1887	11,1414	7,23201	0,72307	4344,8	1 50 22 22	1383
1384	1 915 456	2 650 991 104	37,2022	11,1441	7,23273	0,72254	4348,0	1 50 43 96	1384
1385	1 918 225	2 656 741 625	37,2156	11,1468	7,23346	0,72202	4351,1	1 50 65 70	1385
1386	1 920 996	2 662 500 456	37,2290	11,1495	7,23418	0,72150	4354,2	1 50 87 47	1386
1387	1 923 769	2 668 267 603	37,2424	11,1522	7,23490	0,72098	4357,4	1 51 09 25	1387
1388	1 926 544	2 674 043 072	37,2559	11,1548	7,23562	0,72046	4360,5	1 51 31 04	1388
1389	1 929 321	2 679 826 869	37,2693	11,1575	7,23634	0,71994	4363,7	1 51 52 85	1389
1390	1 932 100	2 685 619 000	37,2827	11,1602	7,23706	0,71942	4366,8	1 51 74 68	**1390**
1391	1 934 881	2 691 419 471	37,2961	11,1629	7,23778	0,71891	4370,0	1 51 96 52	1391
1392	1 937 664	2 697 228 288	37,3095	11,1655	7,23850	0,71839	4373,1	1 52 18 38	1392
1393	1 940 449	2 703 045 457	37,3229	11,1682	7,23921	0,71787	4376,2	1 52 40 25	1393
1394	1 943 236	2 708 870 984	37,3363	11,1709	7,23993	0,71736	4379,4	1 52 62 14	1394
1395	1 946 025	2 714 704 875	37,3497	11,1735	7,24065	0,71685	4382,5	1 52 84 04	1395
1396	1 948 816	2 720 547 136	37,3630	11,1762	7,24137	0,71633	4385,7	1 53 05 97	1396
1397	1 951 609	2 726 397 773	37,3765	11,1789	7,24208	0,71582	4388,8	1 53 27 90	1397
1398	1 954 404	2 732 256 792	37,3899	11,1816	7,24280	0,71531	4391,9	1 53 49 85	1398
1399	1 957 201	2 738 124 199	37,4032	11,1842	7,24351	0,71480	4395,1	1 53 71 82	1399
1400	1 960 000	2 744 000 000	37,4166	11,1869	7,24423	0,71429	4398,2	1 53 93 80	**1400**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferențe și arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1400	1 960 000	2 744 000 000	37,4166	11,1869	7,24423	0,71429	4398,2	1 53 93 80	**1400**
1401	1 962 801	2 749 884 201	37,4299	11,1896	7,24494	0,71378	4401,4	1 54 15 80	1401
1402	1 965 604	2 755 776 808	37,4433	11,1922	7,24566	0,71327	4404,5	1 54 37 82	1402
1403	1 968 409	2 761 677 827	37,4567	11,1949	7,24637	0,71276	4407,7	1 54 59 85	1403
1404	1 971 216	2 767 587 264	37,4700	11,1975	7,24708	0,71225	4410,8	1 54 81 89	1404
1405	1 974 025	2 773 505 125	37,4833	11,2002	7,24779	0,71174	4413,9	1 55 03 96	1405
1406	1 976 836	2 779 431 416	37,4966	11,2028	7,24850	0,71124	4417,1	1 55 26 03	1406
1407	1 979 649	2 785 366 143	37,5100	11,2055	7,24922	0,71073	4420,2	1 55 48 13	1407
1408	1 982 464	2 791 309 312	37,5233	11,2082	7,24993	0,71023	4423,4	1 55 70 24	1408
1409	1 985 281	2 797 260 929	37,5366	11,2108	7,25064	0,70972	4426,5	1 55 92 36	1409
1410	1 988 100	2 803 221 000	37,5500	11,2135	7,25134	0,70922	4429,6	1 56 14 50	**1410**
1411	1 990 921	2 809 189 531	37,5633	11,2161	7,25205	0,70872	4432,8	1 56 36 66	1411
1412	1 993 744	2 815 166 528	37,5766	11,2188	7,25276	0,70822	4435,9	1 56 58 83	1412
1413	1 996 569	2 821 151 997	37,5899	11,2214	7,25347	0,70771	4439,1	1 56 81 02	1413
1414	1 999 396	2 827 145 944	37,6032	11,2240	7,25418	0,70721	4442,2	1 57 03 22	1414
1415	2 002 225	2 833 148 375	37,6165	11,2267	7,25488	0,70671	4445,4	1 57 25 44	1415
1416	2 005 056	2 839 159 296	37,6298	11,2293	7,25559	0,70621	4448,5	1 57 47 67	1416
1417	2 007 889	2 845 178 713	37,6431	11,2320	7,25630	0,70572	4451,6	1 57 69 92	1417
1418	2 010 724	2 851 206 632	37,6563	11,2346	7,25700	0,70522	4454,8	1 57 92 19	1418
1419	2 013 561	2 857 243 059	37,6696	11,2373	7,25771	0,70472	4457,9	1 58 14 47	1419
1420	2 016 400	2 863 288 000	37,6829	11,2399	7,25841	0,70423	4461,1	1 58 36 77	**1420**
1421	2 019 241	2 869 341 461	37,6962	11,2425	7,25912	0,70373	4464,2	1 58 59 08	1421
1422	2 022 084	2 875 403 448	37,7094	11,2452	7,25982	0,70323	4467,3	1 58 81 41	1422
1423	2 024 929	2 881 473 967	37,7227	11,2478	7,26052	0,70274	4470,5	1 59 03 76	1423
1424	2 027 776	2 887 553 024	37,7359	11,2504	7,26123	0,70225	4473,6	1 59 26 12	1424
1425	2 030 625	2 893 640 625	37,7492	11,2531	7,26193	0,70175	4476,8	1 59 48 49	1425
1426	2 033 476	2 899 736 776	37,7625	11,2557	7,26263	0,70126	4479,9	1 59 70 88	1426
1427	2 036 329	2 905 841 483	37,7757	11,2584	7,26333	0,70077	4483,1	1 59 93 29	1427
1428	2 039 184	2 911 954 752	37,7889	11,2610	7,26403	0,70028	4486,2	1 60 15 71	1428
1429	2 042 041	2 918 076 589	37,8021	11,2636	7,26473	0,69979	4489,3	1 60 38 15	1429
1430	2 044 900	2 924 207 000	37,8153	11,2662	7,26543	0,69930	4492,5	1 60 60 61	**1430**
1431	2 047 761	2 930 345 991	37,8286	11,2689	7,26613	0,69881	4495,6	1 60 83 08	1431
1432	2 050 624	2 936 493 568	37,8418	11,2715	7,26683	0,69832	4498,8	1 61 05 56	1432
1433	2 053 489	2 942 649 737	37,8550	11,2741	7,26753	0,69784	4501,9	1 61 28 06	1433
1434	2 056 356	2 948 814 504	37,8682	11,2767	7,26822	0,69735	4505,0	1 61 50 58	1434
1435	2 059 225	2 954 987 875	37,8814	11,2793	7,26892	0,69686	4508,2	1 61 73 12	1435
1436	2 062 096	2 961 169 856	37,8946	11,2820	7,26962	0,69638	4511,3	1 61 95 66	1436
1437	2 064 969	2 967 360 453	37,9078	11,2846	7,27031	0,69589	4514,5	1 62 18 23	1437
1438	2 067 844	2 973 559 672	37,9210	11,2872	7,27101	0,69541	4517,6	1 62 40 81	1438
1439	2 070 721	2 979 767 519	37,9341	11,2898	7,27170	0,69493	4520,8	1 62 63 40	1439
1440	2 073 600	2 985 984 000	37,9473	11,2924	7,27240	0,69444	4523,9	1 62 86 02	**1440**
1441	2 076 481	2 992 209 121	37,9605	11,2951	7,27309	0,69396	4527,0	1 63 08 64	1441
1442	2 079 364	2 998 442 888	37,9737	11,2976	7,27379	0,69348	4530,2	1 63 31 29	1442
1443	2 082 249	3 004 685 307	37,9868	11,3002	7,27448	0,69300	4533,3	1 63 53 95	1443
1444	2 085 136	3 010 936 384	38,0000	11,3029	7,27517	0,69252	4536,5	1 63 76 62	1444
1445	2 088 025	3 017 196 125	38,0132	11,3055	7,27586	0,69204	4539,6	1 63 99 31	1445
1446	2 090 916	3 023 464 536	38,0263	11,3081	7,27656	0,69156	4542,7	1 64 22 02	1446
1447	2 093 809	3 029 741 623	38,0395	11,3107	7,27725	0,69109	4545,9	1 64 44 74	1447
1448	2 096 704	3 036 027 392	38,0526	11,3133	7,27794	0,69061	4549,0	1 64 67 47	1448
1449	2 099 601	3 042 321 849	38,0657	11,3159	7,27863	0,69013	4552,2	1 64 90 23	1449
1450	2 102 500	3 048 625 000	38,0788	11,3185	7,27932	0,68966	4555,3	1 65 13 00	**1450**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 2. Puteri, radicali, logaritmi naturali, valori reciproce, circumferenţe şi arii de cercuri (continuare)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1450	2 102 500	3 048 625 000	38,0788	11,3185	7,27932	0,68966	4555,3	1 65 13 00	**1450**
1451	2 105 401	3 054 936 851	38,0920	11,3211	7,28001	0,68918	4558,5	1 65 35 78	1451
1452	2 108 304	3 061 257 408	38,1051	11,3237	7,28070	0,68871	4561,6	1 65 58 58	1452
1453	2 111 209	3 067 586 677	38,1183	11,3263	7,28139	0,68823	4564,7	1 65 81 40	1453
1454	2 114 116	3 073 924 664	38,1313	11,3289	7,28207	0,68776	4567,9	1 66 04 23	1454
1455	2 117 025	3 080 271 375	38,1445	11,3315	7,28276	0,68729	4571,0	1 66 27 08	1455
1456	2 119 936	3 086 626 816	38,1575	11,3341	7,28345	0,68681	4574,2	1 66 49 94	1456
1457	2 122 849	3 092 990 993	38,1707	11,3367	7,28413	0,68634	4577,3	1 66 72 82	1457
1458	2 125 764	3 099 363 912	38,1838	11,3393	7,28482	0,68587	4580,4	1 66 95 71	1458
1459	2 128 681	3 105 745 579	38,1969	11,3419	7,28551	0,68540	4583,6	1 67 18 62	1459
1460	2 131 600	3 112 136 000	38,2100	11,3445	7,28619	0,68493	4586,7	1 67 41 55	**1460**
1461	2 134 521	3 118 535 181	38,2230	11,3471	7,28688	0,68446	4589,9	1 67 64 49	1461
1462	2 137 444	3 124 943 128	38,2361	11,3496	7,28756	0,68399	4593,0	1 67 87 45	1462
1463	2 140 369	3 131 359 847	38,2492	11,3522	7,28824	0,68353	4596,2	1 68 10 42	1463
1464	2 143 296	3 137 785 344	38,2622	11,3548	7,28893	0,68306	4599,3	1 68 33 41	1464
1465	2 146 225	3 144 219 625	38,2753	11,3574	7,28961	0,68259	4602,4	1 68 56 41	1465
1466	2 149 156	3 150 662 696	38,2884	11,3600	7,29029	0,68213	4605,6	1 68 79 43	1466
1467	2 152 089	3 157 114 563	38,3015	11,3626	7,29097	0,68166	4608,7	1 69 02 47	1467
1468	2 155 024	3 163 575 232	38,3145	11,3652	7,29166	0,68120	4611,9	1 69 25 52	1468
1469	2 157 961	3 170 044 709	38,3275	11,3677	7,29234	0,68074	4615,0	1 69 48 59	1469
1470	2 160 900	3 176 523 000	38,3406	11,3703	7,29302	0,68027	4618,1	1 69 71 67	**1470**
1471	2 163 841	3 183 010 111	38,3536	11,3729	7,29370	0,67981	4621,3	1 69 94 77	1471
1472	2 166 784	3 189 506 048	38,3666	11,3755	7,29438	0,67935	4624,4	1 70 17 88	1472
1473	2 169 729	3 196 010 817	38,3797	11,3780	7,29506	0,67889	4627,6	1 70 41 01	1473
1474	2 172 676	3 202 524 424	38,3927	11,3806	7,29574	0,67843	4630,7	1 70 64 16	1474
1475	2 175 625	3 209 046 875	38,4057	11,3832	7,29641	0,67797	4633,8	1 70 87 32	1475
1476	2 178 576	3 215 578 176	38,4187	11,3858	7,29709	0,67751	4637,0	1 71 10 50	1476
1477	2 181 529	3 222 118 333	38,4317	11,3883	7,29777	0,67705	4640,1	1 71 33 69	1477
1478	2 184 484	3 228 667 352	38,4447	11,3909	7,29845	0,67659	4643,3	1 71 56 90	1478
1479	2 187 441	3 235 225 239	38,4578	11,3935	7,29912	0,67613	4646,4	1 71 80 12	1479
1480	2 190 400	3 241 792 000	38,4708	11,3960	7,29980	0,67568	4649,6	1 72 03 36	**1480**
1481	2 193 361	3 248 367 641	38,4838	11,3986	7,30047	0,67522	4652,7	1 72 26 62	1481
1482	2 196 324	3 254 952 168	38,4967	11,4012	7,30115	0,67476	4655,8	1 72 49 89	1482
1483	2 199 289	3 261 545 587	38,5097	11,4037	7,30182	0,67431	4659,0	1 72 73 18	1483
1484	2 202 256	3 268 147 904	38,5227	11,4063	7,30250	0,67385	4662,1	1 72 96 48	1484
1485	2 205 225	3 274 759 125	38,5357	11,4088	7,30317	0,67340	4665,3	1 73 19 80	1485
1486	2 208 196	3 281 379 256	38,5487	11,4114	7,30384	0,67295	4668,4	1 73 43 13	1486
1487	2 211 169	3 288 008 303	38,5616	11,4140	7,30452	0,67250	4671,5	1 73 66 48	1487
1488	2 214 144	3 294 646 272	38,5746	11,4165	7,30519	0,67204	4674,7	1 73 89 85	1488
1489	2 217 121	3 301 293 169	38,5876	11,4191	7,30586	0,67159	4677,8	1 74 13 23	1489
1490	2 220 100	3 307 949 000	38,6005	11,4217	7,30653	0,67114	4681,0	1 74 36 62	**1490**
1491	2 223 081	3 314 613 771	38,6135	11,4242	7,30720	0,67069	4684,1	1 74 60 04	1491
1492	2 226 064	3 321 287 488	38,6264	11,4268	7,30787	0,67024	4687,3	1 74 83 47	1492
1493	2 229 049	3 327 970 157	38,6394	11,4293	7,30854	0,66979	4690,4	1 75 06 91	1493
1494	2 232 036	3 334 661 784	38,6523	11,4319	7,30921	0,66934	4693,5	1 75 30 37	1494
1495	2 235 025	3 341 362 375	38,6652	11,4344	7,30988	0,66890	4696,7	1 75 53 85	1495
1496	2 238 016	3 348 071 936	38,6782	11,4370	7,31055	0,66845	4699,8	1 75 77 34	1496
1497	2 241 009	3 354 790 473	38,6911	11,4395	7,31122	0,66800	4703,0	1 76 00 84	1497
1498	2 244 004	3 361 517 992	38,7040	11,4421	7,31189	0,66756	4706,1	1 76 24 37	1498
1499	2 247 001	3 368 254 499	38,7169	11,4446	7,31255	0,66711	4709,2	1 76 47 90	1499
1500	2 250 000	3 375 000 000	38,7299	11,4471	7,31322	0,66667	4712,4	1 76 71 46	**1500**

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 3. Mantisele logaritmilor vulgari (Briggs, zecimali)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039
101	0043	0048	0052	0056	0060	0065	0069	0073	0077	0082
102	0086	0090	0095	0099	0103	0107	0111	0116	0120	0124
103	0128	0133	0137	0141	0145	0149	0154	0158	0162	0166
104	0170	0175	0179	0183	0187	0191	0195	0199	0204	0208
105	0212	0216	0220	0224	0228	0233	0237	0241	0245	0249
106	0253	0257	0261	0265	0269	0273	0278	0282	0286	0290
107	0294	0298	0302	0306	0310	0314	0318	0322	0326	0330
108	0334	0338	0342	0346	0350	0354	0358	0362	0366	0370
109	0374	0378	0382	0386	0390	0394	0398	0402	0406	0410
110	0414	0418	0422	0426	0430	0434	0438	0441	0445	0449
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 3. Mantisele logaritmilor vulgari (Briggs, zecimali) (cont.)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 4. Funcțiunile trigonometrice ale gradelor noi

	Sinus											
	00^c	10^c	20^c	30^c	40^c	50^c	60^c	70^c	80^c	90^c	100^c	
0^g	0,0000	0,0016	0,0031	0,0047	0,0063	0,0079	0,0094	0,0110	0,0126	0,0141	0,0157	99^g
1	0,0157	0,0173	0,0188	0,0204	0,0220	0,0236	0,0251	0,0267	0,0283	0,0298	0,0314	98
2	0,0314	0,0330	0,0346	0,0361	0,0377	0,0393	0,0408	0,0424	0,0440	0,0455	0,0471	97
3	0,0471	0,0487	0,0502	0,0518	0,0534	0,0550	0,0565	0,0581	0,0597	0,0612	0,0628	96
4	0,0628	0,0644	0,0659	0,0675	0,0691	0,0706	0,0722	0,0738	0,0753	0,0769	0,0785	95
5	0,0785	0,0800	0,0816	0,0832	0,0847	0,0863	0,0879	0,0894	0,0910	0,0925	0,0941	94
6	0,0941	0,0957	0,0972	0,0988	0,1004	0,1019	0,1035	0,1050	0,1066	0,1082	0,1097	93
7	0,1097	0,1113	0,1129	0,1144	0,1160	0,1175	0,1191	0,1207	0,1222	0,1238	0,1253	92
8	0,1253	0,1269	0.1284	0,1300	0,1316	0,1331	0,1347	0,1362	0,1378	0,1393	0,1409	91
9	0,1409	0,1425	0,1440	0,1456	0,1471	0.1487	0,1502	0,1518	0,1533	0,1549	0,1564	90
10	0,1564	0,1580	0,1595	0,1611	0,1626	0,1642	0,1657	0,1673	0,1688	0,1704	0,1719	89
11	0,1719	0,1735	0,1750	0,1766	0,1781	0,1797	0,1812	0,1828	0,1843	0,1858	0,1874	88
12	0,1874	0,1889	0,1905	0,1920	0,1935	0,1951	0,1966	0,1982	0,1997	0,2012	0,2028	87
13	0,2028	0,2043	0,2059	0,2074	0,2089	0,2105	0,2120	0,2135	0,2151	0,2166	0,2181	86
14	0,2181	0,2197	0,2212	0,2227	0,2243	0,2258	0,2273	0,2289	0,2304	0,2319	0,2334	85
15	0,2334	0,2350	0,2365	0.2380	0,2396	0,2411	0,2426	0,2441	0,2456	0,2472	0,2487	84
16	0,2487	0,2502	0,2517	0,2533	0,2548	0,2563	0,2578	0.2593	0,2608	0,2624	0,2639	83
17	0,2639	0,2654	0,2669	0,2684	0,2699	0,2714	0,2730	0,2745	0,2760	0,2775	0,2790	82
18	0,2790	0,2805	0,2820	0,2835	0,2850	0,2865	0,2880	0,2895	0,2910	0,2925	0,2940	81
19	0,2940	0,2955	0,2970	0,2985	0.3000	0,3015	0,3030	0,3045	0,3060	0,3075	0,3090	80
20	0,3090	0,3105	0,3120	0,3135	0,3150	0,3165	0,3180	0,3195	0,3209	0,3224	0,3239	79
21	0,3239	0,3254	0,3269	0,3284	0,3299	0,3313	0,3328	0,3343	0,3358	0,3373	0,3387	78
22	0,3387	0,3402	0,3417	0,3432	0,3446	0,3461	0,3476	0,3491	0,3505	0,3520	0,3535	77
23	0,3535	0,3549	0,3564	0,3579	0,3593	0,3608	0,3623	0,3637	0,3652	0,3667	0,3681	76
24	0,3681	0,3696	0,3710	0,3725	0,3740	0,3754	0,3769	0,3783	0,3798	0,3812	0,3827	75
25	0,3827	0,3841	0,3856	0,3870	0,3885	0,3899	0,3914	0,3928	0,3943	0,3957	0,3971	74
26	0,3971	0,3986	0,4000	0,4015	0,4029	0,4043	0,4058	0,4072	0,4086	0,4101	0,4115	73
27	0.4115	0,4129	0,4144	0,4158	0,4172	0,4187	0,4201	0,4215	0,4229	0,4244	0,4258	72
28	0,4258	0,4272	0,4286	0,4300	0,4315	0,4329	0,4343	0,4357	0,4371	0,4385	0,4399	71
29	0,4399	0,4413	0,4428	0,4442	0.4456	0,4470	0,4484	0,4498	0,4512	0,4526	0,4540	70
30	0,4540	0,4554	0,4568	0,4582	0,4596	0,4610	0,4624	0,4638	0,4652	0,4665	0,4679	69
31	0,4679	0,4693	0,4707	0,4721	0,4735	0,4749	0,4762	0,4776	0,4790	0,4804	0,4818	68
32	0,4818	0,4831	0,4845	0,4859	0,4873	0,4886	0,4900	0,4914	0,4927	0,4941	0,4955	67
33	0,4955	0,4968	0,4982	0,4995	0,5009	0,5023	0,5036	0,5050	0,5063	0,5077	0,5090	66
34	0,5090	0,5104	0,5117	0,5131	0,5144	0,5158	0,5171	0,5185	0,5198	0,5212	0,5225	65
35	0,5225	0,5238	0,5252	0,5265	0,5278	0,5292	0,5305	0,5318	0,5332	0,5345	0,5358	64
36	0,5358	0,5372	0,5385	0,5398	0,5411	0,5424	0,5438	0,5451	0,5464	0,5477	0,5490	63
37	0,5490	0,5503	0.5516	0,5530	0,5543	0,5556	0,5569	0,5582	0,5595	0,5608	0,5621	62
38	0,5621	0,5634	0,5647	0,5660	0,5673	0,5686	0,5699	0,5711	0,5724	0,5737	0,5750	61
39	0,5750	0,5763	0,5776	0,5789	0,5801	0,5814	0,5827	0,5840	0,5852	0,5865	0,5878	60
40	0,5878	0,5891	0,5903	0,5916	0,5929	0,5941	0,5954	0,5966	0,5979	0,5992	0,6004	59
41	0,6004	0,6017	0,6029	0,6042	0,6054	0,6067	0,6079	0,6092	0,6104	0,6117	0,6129	58
42	0,6129	0,6141	0,6154	0,6166	0,6179	0,6191	0,6203	0,6216	0,6228	0,6240	0,6252	57
43	0,6252	0,6265	0,6277	0.6289	0,6301	0,6314	0,6326	0,6338	0,6350	0,6362	0,6374	56
44	0,6374	0,6386	0,6398	0,6410	0,6423	0,6435	0,6447	0,6459	0,6471	0,6483	0,6494	55
45	0,6494	0,6506	0,6518	0,6530	0,6542	0,6554	0,6566	0,6578	0,6590	0,6601	0,6613	54
46	0,6613	0,6625	0,6637	0.6648	0,6660	0,6672	0,6684	0,6695	0,6707	0,6718	0,6730	53
47	0,6730	0,6742	0,6753	0,6765	0,6776	0,6788	0,6800	0,6811	0,6823	0,6834	0,6845	52
48	0,6845	0,6857	0,6868	0,6880	0,6891	0,6903	0,6914	0,6925	0,6937	0,6948	0,6959	51
49^g	0.6959	0,6970	0,6982	0,6993	0,7004	0,7015	0,7026	0,7038	0,7049	0,7060	0,7071	50^g
	100^c	90^c	80^c	70^c	60^c	50^c	40^c	30^c	20^c	10^c	00^c	
	Cosinus											

Tabla 4. Funcţiunile trigonometrice ale gradelor noi (continuare)

	Cosinus											
	00ᶜ	10ᶜ	20ᶜ	30ᶜ	40ᶜ	50ᶜ	60ᶜ	70ᶜ	80ᶜ	90ᶜ	100ᶜ	
0ᵍ	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	99ᵍ
1	0,9999	0,9999	0,9998	0,9998	0,9998	0,9997	0,9997	0,9996	0,9996	0,9996	0,9995	98
2	0,9995	0,9995	0,9994	0,9993	0,9993	0,9992	0,9992	0,9991	0,9990	0,9990	0,9989	97
3	0,9989	0,9988	0,9987	0,9987	0,9986	0,9985	0,9984	0,9983	0,9982	0,9981	0,9980	96
4	0,9980	0,9979	0,9978	0,9977	0,9976	0,9975	0,9974	0,9973	0,9972	0,9970	0,9969	95
5	0,9969	0,9968	0,9967	0,9965	0,9964	0,9963	0,9961	0,9960	0,9959	0,9957	0,9956	94
6	0,9956	0,9954	0,9953	0,9951	0,9950	0,9948	0,9946	0,9945	0,9943	0,9941	0,9940	93
7	0,9940	0,9938	0,9936	0,9934	0,9933	0,9931	0,9929	0,9927	0,9925	0,9923	0,9921	92
8	0,9921	0,9919	0,9917	0,9915	0,9913	0,9911	0,9909	0,9907	0,9905	0,9902	0,9900	91
9	0,9900	0,9898	0,9896	0,9893	0,9891	0,9889	0,9887	0,9884	0,9882	0,9879	0,9877	90
10	0,9877	0,9874	0,9872	0,9869	0,9867	0,9864	0,9862	0,9859	0,9856	0,9854	0,9851	89
11	0,9851	0,9848	0,9846	0,9843	0,9840	0,9837	0,9834	0,9832	0,9829	0,9826	0,9823	88
12	0,9823	0,9820	0,9817	0,9814	0,9811	0,9808	0,9805	0,9802	0,9799	0,9795	0,9792	87
13	0,9792	0,9789	0,9786	0,9783	0,9779	0,9776	0,9773	0,9769	0,9766	0,9763	0,9759	86
14	0,9759	0,9756	0,9752	0,9749	0,9745	0,9742	0,9738	0,9735	0,9731	0,9727	0,9724	85
15	0,9724	0,9720	0,9716	0,9713	0,9709	0,9705	0,9701	0,9697	0,9694	0,9690	0,9686	84
16	0,9686	0,9682	0,9678	0,9674	0,9670	0,9666	0,9662	0,9658	0,9654	0,9650	0,9646	83
17	0,9646	0,9641	0,9637	0,9633	0,9629	0,9625	0,9620	0,9616	0,9612	0,9607	0,9603	82
18	0,9603	0,9599	0,9594	0,9590	0,9585	0,9581	0,9576	0,9572	0,9567	0,9563	0,9558	81
19	0,9558	0,9553	0,9549	0,9544	0,9539	0,9535	0,9530	0,9525	0,9520	0,9515	0,9511	80
20	0,9511	0,9506	0,9501	0,9496	0,9491	0,9486	0,9481	0,9476	0,9471	0,9466	0,9461	79
21	0,9461	0,9456	0,9451	0,9445	0,9440	0,9435	0,9430	0,9425	0,9419	0,9414	0,9409	78
22	0,9409	0,9403	0,9398	0,9393	0,9387	0,9382	0,9376	0,9371	0,9365	0,9360	0,9354	77
23	0,9354	0,9349	0,9343	0,9338	0,9332	0,9326	0,9321	0,9315	0,9309	0,9304	0,9298	76
24	0,9298	0,9292	0,9286	0,9280	0,9274	0,9269	0,9263	0,9257	0,9251	0,9245	0,9239	75
25	0,9239	0,9233	0,9227	0,9221	0,9215	0,9208	0,9202	0,9196	0,9190	0,9184	0,9178	74
26	0,9178	0,9171	0,9165	0,9159	0,9152	0,9146	0,9140	0,9133	0,9127	0,9120	0,9114	73
27	0,9114	0,9108	0,9101	0,9095	0,9088	0,9081	0,9075	0,9068	0,9062	0,9055	0,9048	72
28	0,9048	0,9042	0,9035	0,9028	0,9021	0,9015	0,9008	0,9001	0,8994	0,8987	0,8980	71
29	0,8980	0,8973	0,8966	0,8959	0,8952	0,8945	0,8938	0,8931	0,8924	0,8917	0,8910	70
30	0,8910	0,8903	0,8896	0,8889	0,8881	0,8874	0,8867	0,8860	0,8852	0,8845	0,8838	69
31	0,8838	0,8830	0,8823	0,8816	0,8808	0,8801	0,8793	0,8786	0,8778	0,8771	0,8763	68
32	0,8763	0,8755	0,8748	0,8740	0,8733	0,8725	0,8717	0,8710	0,8702	0,8694	0,8686	67
33	0,8686	0,8679	0,8671	0,8663	0,8655	0,8647	0,8639	0,8631	0,8623	0,8615	0,8607	66
34	0,8607	0,8599	0,8591	0,8583	0,8575	0,8567	0,8559	0,8551	0,8543	0,8535	0,8526	65
35	0,8526	0,8518	0,8510	0,8502	0,8493	0,8485	0,8477	0,8468	0,8460	0,8452	0,8443	64
36	0,8443	0,8435	0,8426	0,8418	0,8409	0,8401	0,8392	0,8384	0,8375	0,8367	0,8358	63
37	0,8358	0,8349	0,8341	0,8332	0,8323	0,8315	0,8306	0,8297	0,8288	0,8280	0,8271	62
38	0,8271	0,8262	0,8253	0,8244	0,8235	0,8226	0,8217	0,8209	0,8200	0,8191	0,8181	61
39	0,8181	0,8172	0,8163	0,8154	0,8145	0,8136	0,8127	0,8118	0,8109	0,8099	0,8090	60
40	0,8090	0,8081	0,8072	0,8062	0,8053	0,8044	0,8034	0,8025	0,8016	0,8006	0,7997	59
41	0,7997	0,7987	0,7978	0,7968	0,7959	0,7949	0,7940	0,7930	0,7921	0,7911	0,7902	58
42	0,7902	0,7892	0,7882	0,7873	0,7863	0,7853	0,7843	0,7834	0,7824	0,7814	0,7804	57
43	0,7804	0,7794	0,7785	0,7775	0,7765	0,7755	0,7745	0,7735	0,7725	0,7715	0,7705	56
44	0,7705	0,7695	0,7685	0,7675	0,7665	0,7655	0,7645	0,7635	0,7624	0,7614	0,7604	55
45	0,7604	0,7594	0,7584	0,7573	0,7563	0,7553	0,7543	0,7532	0,7522	0,7511	0,7501	54
46	0,7501	0,7491	0,7480	0,7470	0,7459	0,7449	0,7438	0,7428	0,7417	0,7407	0,7396	53
47	0,7396	0,7386	0,7375	0,7365	0,7354	0,7343	0,7333	0,7322	0,7311	0,7300	0,7290	52
48	0,7290	0,7279	0,7268	0,7257	0,7247	0,7236	0,7225	0,7214	0,7203	0,7192	0,7181	51
49ᵍ	0,7181	0,7170	0,7159	0,7148	0,7137	0,7126	0,7115	0,7104	0,7093	0,7082	0,7071	50ᵍ
	100ᶜ	90ᶜ	80ᶜ	70ᶜ	60ᶜ	50ᶜ	40ᶜ	30ᶜ	20ᶜ	10ᶜ	00ᶜ	
	Sinus											

Tabla 4. Funcțiunile trigonometrice ale gradelor noi (continuare)

	Tangenta											
	00ᶜ	10ᶜ	20ᶜ	30ᶜ	40ᶜ	50ᶜ	60ᶜ	70ᶜ	80ᶜ	90ᶜ	100ᶜ	
0ᵍ	0,0000	0,0016	0,0031	0,0047	0,0063	0,0079	0,0094	0,0110	0,0126	0,0141	0,0157	99ᵍ
1	0,0157	0,0173	0,0189	0,0204	0,0220	0,0236	0,0251	0,0267	0,0283	0,0299	0,0314	98
2	0,0314	0,0330	0,0346	0,0361	0,0377	0,0393	0,0409	0,0424	0,0440	0,0456	0,0472	97
3	0,0472	0,0487	0,0503	0,0519	0,0535	0,0550	0,0566	0,0582	0,0598	0,0613	0,0629	96
4	0,0629	0,0645	0,0661	0,0676	0,0692	0,0708	0,0724	0,0740	0,0755	0,0771	0,0787	95
5	0,0787	0,0803	0,0819	0,0834	0,0850	0,0866	0,0882	0,0898	0,0914	0,0929	0,0945	94
6	0,0945	0,0961	0,0977	0,0993	0,1009	0,1025	0,1040	0,1056	0.1072	0,1088	0,1104	93
7	0,1104	0,1120	0,1136	0,1152	0,1168	0,1184	0,1200	0,1215	0,1231	0,1247	0,1263	92
8	0,1263	0,1279	0,1295	0,1311	0,1327	0,1343	0,1359	0,1375	0,1391	0,1407	0,1423	91
9	0,1423	0,1439	0,1455	0,1471	0,1487	0,1503	0,1519	0,1536	0,1552	0,1568	0,1584	90
10	0,1584	0,1600	0,1616	0,1632	0,1648	0,1664	0,1681	0,1697	0,1713	0,1729	0,1745	89
11	0,1745	0,1761	0,1778	0,1794	0,1810	0,1826	0,1843	0,1859	0,1875	0,1891	0,1908	88
12	0,1908	0,1924	0,1940	0,1956	0,1973	0,1989	0,2005	0,2022	0,2038	0,2055	0,2071	87
13	0,2071	0,2087	0,2104	0,2120	0,2137	0,2153	0,2169	0,2186	0,2202	0,2219	0,2235	86
14	0,2235	0,2252	0,2268	0,2285	0,2301	0,2318	0,2334	0,2351	0.2368	0,2384	0,2401	85
15	0,2401	0,2417	0,2434	0,2451	0,2467	0,2484	0,2501	0,2517	0,2534	0,2551	0,2568	84
16	0,2568	0,2584	0,2601	0,2618	0,2635	0,2651	0,2668	0,2685	0,2702	0,2719	0,2736	83
17	0,2736	0,2753	0,2769	0,2786	0,2803	0,2820	0,2837	0,2854	0,2871	0,2888	0,2905	82
18	0,2905	0,2922	0,2939	0,2956	0,2974	0,2991	0,3008	0,3025	0,3042	0,3059	0,3076	81
19	0,3076	0,3094	0,3111	0,3128	0,3145	0,3163	0,3180	0.3197	0,3214	0.3232	0,3249	80
20	0,3249	0,3267	0,3284	0,3301	0,3319	0,3336	0,3354	0,3371	0,3389	0,3406	0,3424	79
21	0,3424	0,3441	0,3459	0,3476	0,3494	0,3512	0,3529	0,3547	0,3565	0,3582	0,3600	78
22	0,3600	0,3618	0,3636	0,3654	0,3671	0,3689	0,3707	0,3725	0,3743	0,3761	0,3779	77
23	0,3779	0,3797	0,3815	0,3833	0,3851	0,3869	0,3887	0,3905	0,3923	0,3941	0,3959	76
24	0,3959	0,3977	0,3996	0,4014	0,4032	0,4050	0,4069	0,4087	0,4105	0,4124	0,4142	75
25	0,4142	0,4161	0,4179	0,4197	0,4216	0,4234	0,4253	0,4272	0,4290	0,4309	0,4327	74
26	0,4327	0,4346	0,4365	0,4383	0,4402	0,4421	0,4440	0,4459	0,4477	0,4496	0,4515	73
27	0,4515	0,4534	0,4553	0,4572	0,4591	0,4610	0,4629	0,4648	0,4667	0,4686	0,4706	72
28	0,4706	0,4725	0,4744	0,4763	0,4783	0,4802	0,4821	0,4841	0,4860	0,4879	0,4899	71
29	0,4899	0,4918	0,4938	0,4958	0,4977	0,4997	0,5016	0,5036	0,5056	0,5075	0,5095	70
30	0,5095	0,5115	0,5135	0,5155	0,5175	0,5195	0,5215	0,5235	0,5255	0,5275	0,5295	69
31	0,5295	0,5315	0,5335	0,5355	0,5375	0,5396	0,5416	0,5436	0,5457	0,5477	0,5498	68
32	0,5498	0,5518	0,5539	0,5559	0,5580	0,5600	0,5621	0,5642	0,5662	0,5683	0,5704	67
33	0,5704	0,5725	0,5746	0,5767	0,5787	0,5808	0,5829	0,5851	0,5872	0,5893	0,5914	66
34	0,5914	0,5935	0,5956	0,5978	0,5999	0,6020	0,6042	0,6063	0,6085	0,6106	0,6128	65
35	0,6128	0,6150	0,6171	0,6193	0.6215	0,6237	0,6258	0,6280	0,6302	0,6324	0,6346	64
36	0,6346	0,6368	0,6390	0,6412	0,6435	0,6457	0,6479	0,6502	0,6524	0,6546	0,6569	63
37	0,6569	0,6591	0,6614	0,6636	0,6659	0,6682	0,6705	0.6727	0,6750	0,6773	0,6796	62
38	0,6796	0,6819	0,6842	0,6865	0,6888	0,6911	0,6935	0,6958	0,6981	0,7005	0,7028	61
39	0,7028	0,7052	0,7075	0,7099	0,7122	0,7146	0,7170	0,7194	0,7218	0,7241	0,7265	60
40	0,7265	0,7289	0,7314	0,7338	0,7362	0,7386	0,7410	0,7435	0,7459	0,7484	0,7508	59
41	0,7508	0,7533	0,7557	0,7582	0,7607	0,7632	0,7657	0,7682	0,7707	0,7732	0,7757	58
42	0,7757	0,7782	0,7807	0,7833	0,7858	0,7883	0,7909	0,7934	0,7960	0,7986	0,8012	57
43	0,8012	0,8037	0,8063	0,8089	0,8115	0,8141	0,8167	0,8194	0,8220	0,8246	0,8273	56
44	0,8273	0,8299	0,8326	0,8352	0,8379	0,8406	0,8433	0,8460	0,8487	0,8514	0,8541	55
45	0,8541	0,8568	0,8595	0,8623	0,8650	0,8678	0,8705	0,8733	0,8761	0,8788	0,8816	54
46	0,8816	0,8844	0,8872	0,8900	0,8928	0,8957	0,8985	0,9014	0,9042	0,9071	0,9099	53
47	0,9099	0,9128	0,9157	0,9186	0,9215	0,9244	0,9273	0,9302	0,9332	0,9361	0,9391	52
48	0,9391	0,9420	0,9450	0,9480	0,9510	0,9540	0,9570	0,9600	0,9630	0,9660	0,9691	51
49ᵍ	0,9691	0,9721	0,9752	0,9782	0,9813	0,9844	0,9875	0,9906	0,9937	0,9969	1,0000	50ᵍ
	100ᶜ	90ᶜ	80ᶜ	70ᶜ	60ᶜ	50ᶜ	40ᶜ	30ᶜ	20ᶜ	10ᶜ	00ᶜ	
	Cotangenta											

Tabla 4. Funcțiunile trigonometrice ale gradelor noi (continuare)

	Cotangenta											
	00^c	10^c	20^c	30^c	40^c	50^c	60^c	70^c	80^c	90^c	100^c	
0^g	∞	636,62	318,31	212,21	159,15	127,32	106,10	90,942	79,573	70,731	63,657	99^g
1	63,657	57,869	53,045	48,964	45,466	42,433	39,780	37,439	35,358	33,496	31,821	98
2	31,821	30,304	28,926	27,667	26,513	25,452	24,472	23,564	22,722	21,937	21,205	97
3	21,205	20,520	19,878	19,274	18,706	18,171	17,665	17,187	16,733	16,303	15,895	96
4	15,895	15,506	15,136	14,783	14,446	14,124	13,815	13,520	13,238	12,967	12,706	95
5	12,706	12,456	12,215	11,984	11,761	11,546	11,339	11,139	10,946	10,759	10,579	94
6	10,579	10,404	10,236	10,072	9,9137	9,7601	9,6112	9,4667	9,3264	9,1902	9,0579	93
7	9,0579	8,9293	8.8042	8,6826	8,5642	8,4490	8,3367	8,2274	8,1209	8,0171	7,9158	92
8	7,9158	7,8170	7,7207	7,6266	7,5348	7,4451	7,3575	7,2719	7,1882	7,1064	7,0264	91
9	7,0264	6,9481	6,8715	6,7966	6,7233	6,6514	6,5811	6,5122	6,4447	6,3786	6,3138	90
10	6,3138	6,2502	6,1879	6,1267	6,0668	6,0080	5,9502	5,8936	5,8380	5,7834	5,7297	89
11	5,7297	5,6771	5,6253	5,5745	5,5246	5,4755	5,4272	5,3798	5,3332	5,2873	5,2422	88
12	5,2422	5,1978	5,1542	5,1112	5,0689	5,0273	4,9864	4,9461	4,9064	4,8673	4,8288	87
13	4,8288	4,7909	4,7536	4,7168	4,6805	4,6448	4,6096	4,5749	4,5407	4,5070	4,4737	86
14	4,4737	4,4410	4,4086	4,3768	4,3453	4,3143	4,2837	4,2535	4,2237	4,1943	4,1653	85
15	4,1653	4,1367	4,1084	4,0805	4,0529	4,0257	3,9989	3,9724	3,9462	3,9203	3,8947	84
16	3,8947	3,8695	3,8446	3,8199	3,7956	3,7715	3,7477	3,7242	3,7010	3,6781	3,6554	83
17	3,6554	3,6330	3,6108	3,5889	3,5672	3,5457	3,5245	3,5036	3,4828	3,4623	3,4420	82
18	3,4420	3,4220	3,4021	3,3824	3,3630	3,3438	3,3247	3,3059	3,2873	3,2688	3,2506	81
19	3,2506	3,2325	3,2146	3,1969	3,1793	3,1620	3,1448	3,1278	3,1109	3,0942	3,0777	80
20	3,0777	3,0613	3,0451	3,0290	3,0131	2,9974	2,9818	2,9663	2,9510	2,9358	2,9208	79
21	2,9208	2,9059	2,8911	2,8765	2,8620	2,8476	2,8333	2,8192	2,8052	2,7914	2,7776	78
22	2,7776	2,7640	2,7505	2,7371	2,7238	2,7106	2,6976	2,6846	2,6718	2,6590	2,6464	77
23	2,6464	2,6339	2,6215	2,6092	2,5970	2,5848	2,5728	2,5609	2,5491	2,5373	2,5257	76
24	2,5257	2,5142	2,5027	2.4913	2,4801	2,4689	2,4578	2,4468	2,4358	2,4250	2,4142	75
25	2,4142	2,4035	2,3929	2,3824	2,3719	2,3616	2,3513	2,3411	2,3309	2,3209	2,3109	74
26	2,3109	2,3009	2,2911	2,2813	2,2716	2,2620	2,2524	2,2429	2,2334	2,2241	2,2148	73
27	2,2148	2,2055	2,1963	2,1872	2,1782	2,1692	2,1602	2,1514	2,1426	2,1338	2,1251	72
28	2,1251	2,1165	2,1079	2,0994	2,0909	2,0825	2,0741	2,0658	2,0576	2,0494	2,0413	71
29	2,0413	2,0332	2,0251	2,0171	2,0092	2,0013	1,9935	1,9857	1,9779	1,9703	1,9626	70
30	1,9626	1,9550	1,9475	1,9400	1,9325	1,9251	1,9177	1,9104	1,9031	1,8959	1,8887	69
31	1,8887	1,8815	1,8744	1,8673	1,8603	1,8533	1,8464	1,8395	1,8326	1,8258	1,8190	68
32	1,8190	1,8122	1,8055	1,7989	1,7922	1,7856	1,7791	1,7725	1,7661	1,7596	1,7532	67
33	1,7532	1,7468	1,7405	1,7341	1,7279	1,7216	1,7154	1,7092	1,7031	1,6970	1,6909	66
34	1,6909	1,6849	1,6788	1,6729	1,6669	1,6610	1,6551	1,6492	1,6434	1,6376	1,6319	65
35	1,6319	1,6261	1,6204	1,6147	1,6091	1,6034	1,5979	1,5923	1,5867	1,5812	1,5757	64
36	1,5757	1,5703	1,5649	1,5595	1,5541	1,5487	1,5434	1,5381	1,5328	1,5276	1,5224	63
37	1,5224	1,5172	1,5120	1,5068	1,5017	1,4966	1,4915	1,4865	1,4814	1,4764	1,4715	62
38	1,4715	1,4665	1,4616	1,4566	1,4517	1,4469	1,4420	1,4372	1,4324	1,4276	1,4229	61
39	1,4229	1,4181	1,4134	1,4087	1,4040	1,3994	1,3947	1,3901	1,3855	1,3809	1,3764	60
40	1,3764	1,3718	1,3673	1,3628	1,3584	1,3539	1,3495	1,3450	1,3406	1,3362	1,3319	59
41	1,3319	1,3275	1,3232	1,3189	1,3146	1,3103	1,3061	1,3018	1,2976	1,2934	1,2892	58
42	1,2892	1,2850	1.2809	1,2767	1,2726	1,2685	1,2644	1,2603	1,2563	1,2522	1,2482	57
43	1,2482	1,2442	1,2402	1,2362	1,2323	1,2283	1,2244	1,2205	1,2166	1,2127	1,2088	56
44	1,2088	1,2049	1,2011	1,1973	1,1934	1,1896	1,1859	1,1821	1,1783	1,1746	1,1708	55
45	1,1708	1,1671	1,1634	1,1597	1,1561	1,1524	1,1487	1,1451	1,1415	1,1379	1,1343	54
46	1,1343	1,1307	1,1271	1,1236	1,1200	1,1165	1,1130	1,1094	1,1059	1,1025	1,0990	53
47	1,0990	1,0955	1,0921	1,0886	1,0852	1,0818	1,0784	1,0750	1,0716	1,0682	1,0649	52
48	1,0649	1,0615	1,0582	1,0549	1,0516	1,0483	1,0450	1,0417	1,0384	1,0352	1,0319	51
49^g	1,0319	1,0287	1,0255	1,0222	1,0190	1,0158	1,0126	1,0095	1,0063	1,0031	1,0000	50^g
	100^c	90^c	80^c	70^c	60^c	50^c	40^c	30^c	20^c	10^c	00^c	
	Tangenta											

Tabla 5. Funcțiunile trigonometrice ale gradelor vechi

	Sinus							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0°	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01454	0,01745	89°
1	0,01745	0,02036	0,02327	0,02618	0,02908	0,03199	0,03490	88
2	0,03490	0,03781	0,04071	0,04362	0,04653	0,04943	0,05234	87
3	0,05234	0,05524	0,05814	0,06105	0,06395	0,06685	0,06976	86
4	0,06976	0,07266	0,07556	0,07846	0,08136	0,08426	0,08716	85
5	0,08716	0,09005	0,09295	0,09585	0,09874	0,10164	0,10453	84
6	0,10453	0,10742	0,11031	0,11320	0,11609	0,11898	0,12187	83
7	0,12187	0,12476	0,12764	0,13053	0,13341	0,13629	0,13917	82
8	0,13917	0,14205	0,14493	0,14781	0,15069	0,15356	0,15643	81
9	0,15643	0,15931	0,16218	0,16505	0,16792	0,17078	0,17365	80
10	0,17365	0,17651	0,17937	0,18224	0,18509	0,18795	0,19081	79
11	0,19081	0,19366	0,19652	0,19937	0,20222	0,20507	0,20791	78
12	0,20791	0,21076	0,21360	0,21644	0,21928	0,22212	0,22495	77
13	0,22495	0,22778	0,23062	0,23345	0,23627	0,23910	0,24192	76
14	0,24192	0,24474	0,24756	0,25038	0,25320	0,25601	0,25882	75
15	0,25882	0,26163	0,26443	0,26724	0,27004	0,27284	0,27564	74
16	0,27564	0,27843	0,28123	0,28402	0,28680	0,28959	0,29237	73
17	0,29237	0,29515	0,29793	0,30071	0,30348	0,30625	0,30902	72
18	0,30902	0,31178	0,31454	0,31730	0,32006	0,32282	0,32557	71
19	0,32557	0,32832	0,33106	0,33381	0,33655	0,33929	0,34202	70
20	0,34202	0,34475	0,34748	0,35021	0,35293	0,35565	0,35837	69
21	0,35837	0,36108	0,36379	0,36650	0,36921	0,37191	0,37461	68
22	0,37461	0,37730	0,37999	0,38268	0,38537	0,38805	0,39073	67
23	0,39073	0,39341	0,39608	0,39875	0,40141	0,40408	0,40674	66
24	0,40674	0,40939	0,41204	0,41469	0,41734	0,41998	0,42262	65
25	0,42262	0,42525	0,42788	0,43051	0,43313	0,43575	0,43837	64
26	0,43837	0,44098	0,44359	0,44620	0,44880	0,45140	0,45399	63
27	0,45399	0,45658	0,45917	0,46175	0,46433	0,46690	0,46947	62
28	0,46947	0,47204	0,47460	0,47716	0,47971	0,48226	0,48481	61
29	0,48481	0,48735	0,48989	0,49242	0,49495	0,49748	0,50000	60
30	0,50000	0,50252	0,50503	0,50754	0,51004	0,51254	0,51504	59
31	0,51504	0,51753	0,52002	0,52250	0,52498	0,52745	0,52992	58
32	0,52992	0,53238	0,53484	0,53730	0,53975	0,54220	0,54464	57
33	0,54464	0,54708	0,54951	0,55194	0,55436	0,55678	0,55919	56
34	0,55919	0,56160	0,56401	0,56641	0,56880	0,57119	0,57358	55
35	0,57358	0,57596	0,57833	0,58070	0,58307	0,58543	0,58779	54
36	0,58779	0,59014	0,59248	0,59482	0,59716	0,59949	0,60182	53
37	0,60182	0,60414	0,60645	0,60876	0,61107	0,61337	0,61566	52
38	0,61566	0,61795	0,62024	0,62251	0,62479	0,62706	0,62932	51
39	0,62932	0,63158	0,63383	0,63608	0,63832	0,64056	0,64279	50
40	0,64279	0,64501	0,64723	0,64945	0,65166	0,65386	0,65606	49
41	0,65606	0,65825	0,66044	0,66262	0,66480	0,66697	0,66913	48
42	0,66913	0,67129	0,67344	0,67559	0,67773	0,67987	0,68200	47
43	0,68200	0,68412	0,68624	0,68835	0,69046	0,69256	0,69466	46
44°	0,69466	0,69675	0,69883	0,70091	0.70298	0,70505	0,70711	45°
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	
	Cosinus							

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 5. Funcţiunile trigonometrice ale gradelor vechi (cont.)

	Cosinus							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0°	1,00000	1,00000	0,99998	0,99996	0,99993	0,99989	0,99985	89°
1	0,99985	0,99979	0,99973	0,99966	0,99958	0,99949	0,99939	88
2	0,99939	0,99929	0,99917	0,99905	0,99392	0,99878	0,99863	87
3	0,99863	0,99847	0,99331	0,99813	0,99795	0,99776	0,99756	86
4	0,99756	0,99736	0,99714	0,99692	0,99668	0,99644	0,99619	85
5	0,99619	0,99594	0,99567	0,99540	0,99511	0,99482	0,99452	84
6	0,99452	0,99421	0,99390	0,99357	0,99324	0,99290	0,99255	83
7	0,99255	0,99219	0,99182	0,99144	0,99106	0,99067	0,99027	82
8	0,99027	0,98986	0,98944	0,98902	0,98858	0,98814	0,98769	81
9	0,98769	0,98723	0,98676	0,98629	0,98580	0,98531	0,98481	80
10	0,98481	0,98430	0,98378	0,98325	0,98272	0,98218	0,98163	79
11	0,98163	0,98107	0,98050	0,97992	0,97934	0,97875	0,97815	78
12	0,97815	0,97754	0,97692	0,97630	0,97566	0,97502	0,97437	77
13	0,97437	0,97371	0,97304	0,97237	0,97169	0,97100	0,97030	76
14	0,97030	0,96959	0,96887	0,96815	0,96742	0,96667	0,96593	75
15	0,96593	0,96517	0,96440	0,96363	0,96285	0,96206	0,96126	74
16	0,96126	0,96046	0,95964	0,95882	0,95799	0,95715	0,95630	73
17	0,95630	0,95545	0,95459	0,95372	0,95284	0,95195	0,95106	72
18	0,95106	0,95015	0,94924	0,94832	0,94740	0,94646	0,94552	71
19	0,94552	0,94457	0,94361	0,94264	0,94167	0,94068	0,93969	70
20	0,93969	0,93869	0,93769	0,93667	0,93565	0,93462	0,93358	69
21	0,93358	0,93253	0,93148	0,93042	0,92935	0,92827	0,92718	68
22	0,92718	0,92609	0,92499	0,92388	0,92276	0,92164	0,92050	67
23	0,92050	0,91936	0,91822	0,91706	0,91590	0,91472	0,91355	66
24	0,91355	0,91236	0,91116	0,90996	0,90875	0,90753	0,90631	65
25	0,90631	0,90507	0,90383	0,90259	0,90133	0,90007	0,89879	64
26	0,89879	0,89752	0,89623	0,89493	0,89363	0,89232	0,89101	63
27	0,89101	0,88968	0,88835	0,88701	0,88566	0,88431	0,88295	62
28	0,88295	0,88158	0,88020	0,87882	0,87743	0,87603	0 87462	61
29	0,87462	0,87321	0,87178	0,87036	0,86892	0,86748	0,86603	60
30	0,86603	0,86457	0,86310	0,86163	0,86015	0,85866	0,85717	59
31	0,85717	0,85567	0,85416	0,85264	0,85112	0,84959	0,84805	58
32	0,84805	0,84650	0,84495	0,84339	0,84182	0,84025	0,83867	57
33	0,83867	0,83708	0,83549	0,83389	0,83228	0,83066	0,82904	56
34	0,82904	0,82741	0,82577	0,82413	0,82248	0,82082	0,81915	55
35	0,81915	0,81748	0,81580	0,81412	0,81242	0,81072	0,80902	54
36	0,80902	0,80730	0,80558	0,80386	0,80212	0,80038	0,79864	53
37	0,79864	0,79688	0,79512	0,79335	0,79158	0,78980	0,78801	52
38	0,78801	0,78622	0,78442	0,78261	0,78079	0,77897	0,77715	51
39	0,77715	0,77531	0,77347	0,77162	0,76977	0,76791	0,76604	50
40	0,76604	0,76417	0,76229	0,76041	0,75851	0,75661	0,75471	49
41	0,75471	0,75280	0,75088	0,74896	0,74703	0,74509	0,74314	48
42	0,74314	0,74120	0,73924	0,73728	0,73531	0,73333	0,73135	47
43	0,73135	0,72937	0,72737	0,72537	0,72337	0,72136	0,71934	46
44°	0,71934	0,71732	0,71529	0,71325	0,71121	0,70916	0,70711	45°
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	
	Sinus							

Tabla 5. Functiunile trigonometrice ale gradelor vechi (cont.)

	Tangenta							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0°	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01455	0,01746	89°
1	0,01746	0,02036	0,02328	0,02619	0,02910	0,03201	0,03492	88
2	0,03492	0,03783	0,04075	0,04366	0,04658	0,04949	0,05241	87
3	0,05241	0,05533	0,05824	0,06116	0,06408	0,06700	0,06993	86
4	0,06993	0,07285	0,07578	0,07870	0,08163	0,08456	0,08749	85
5	0,08749	0,09042	0,09335	0,09629	0,09923	0,10216	0,10510	84
6	0,10510	0,10805	0,11099	0,11394	0,11688	0,11983	0,12278	83
7	0,12278	0,12574	0,12869	0,13165	0,13461	0,13758	0,14054	82
8	0,14054	0,14351	0,14648	0,14945	0,15243	0,15540	0,15838	81
9	0,15838	0,16137	0,16435	0,16734	0,17033	0,17333	0,17633	80
10	0,17633	0,17933	0,18233	0,18534	0,18835	0,19136	0,19438	79
11	0,19438	0,19740	0,20042	0,20345	0,20648	0,20952	0,21256	78
12	0,21256	0,21560	0,21864	0,22169	0,22475	0,22781	0,23087	77
13	0,23087	0,23393	0,23700	0,24008	0,24316	0,24624	0,24933	76
14	0,24933	0,25242	0,25552	0,25862	0,26172	0,26483	0,26795	75
15	0,26795	0,27107	0,27419	0,27732	0,28046	0,28360	0,28675	74
16	0,28675	0,28990	0,29305	0,29621	0,29938	0,30255	0,30573	73
17	0,30573	0,30891	0,31210	0,31530	0,31850	0,32171	0,32492	72
18	0,32492	0,32814	0,33136	0,33460	0,33783	0,34108	0,34433	71
19	0,34433	0,34758	0,35085	0,35412	0,35740	0,36068	0,36397	70
20	0,36397	0,36727	0,37057	0,37388	0,37720	0,38053	0,38386	69
21	0,38386	0,38721	0,39055	0,39391	0,39727	0,40065	0,40403	68
22	0,40403	0,40741	0,41081	0,41421	0,41763	0,42105	0,42447	67
23	0,42447	0,42791	0,43136	0,43481	0,43828	0,44175	0,44523	66
24	0,44523	0.44872	0,45222	0,45573	0,45924	0,46277	0,46631	65
25	0,46631	0,46985	0,47341	0,47698	0,48055	0,48414	0,48773	64
26	0,48773	0,49134	0,49495	0,49858	0,50222	0,50587	0,50953	63
27	0,50953	0,51319	0,51688	0,52057	0,52427	0,52798	0,53171	62
28	0,53171	0,53545	0,53920	0,54296	0,54673	0,55051	0,55431	61
29	0,55431	0,55812	0,56194	0,56577	0,56962	0,57348	0,57735	60
30	0,57735	0,58124	0,58513	0,58905	0,59297	0,59691	0,60086	59
31	0,60086	0,60483	0,60881	0,61280	0,61681	0,62083	0,62487	58
32	0,62487	0.62892	0,63299	0,63707	0,64117	0,64528	0,64941	57
33	0,64941	0,65355	0,65771	0,66189	0,66608	0,67028	0,67451	56
34	0,67451	0,67875	0,68301	0,68728	0,69157	0,69588	0,70021	55
35	0,70021	0,70455	0,70891	0,71329	0,71769	0,72211	0,72654	54
36	0,72654	0,73100	0,73547	0,73996	0,74447	0,74900	0,75355	53
37	0,75355	0,75812	0,76272	0,76733	0,77196	0,77661	0,78129	52
38	0,78129	0,78598	0,79070	0,79544	0,80020	0,80498	0,80978	51
39	0,80978	0,81461	0,81946	0,82434	0,82923	0,83415	0,83910	50
40	0,83910	0,84407	0,84906	0,85408	0,85912	0,86419	0,86929	49
41	0,86929	0,87441	0,87955	0,88473	0,88992	0,89515	0,90040	48
42	0,90040	0,90569	0,91099	0,91633	0,92170	0,92709	0.93252	47
43	0,93252	0,93797	0,94345	0,94896	0,95451	0,96008	0,96569	46
44°	0,96569	0,97133	0,97700	0,98270	0,98843	0,99420	1,00000	45°
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	
	Cotangenta							

Tabla 5. Funcțiunile trigonometrice ale gradelor vechi (cont.)

	Cotangenta							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0°	∞	343,77371	171,88540	114,58865	85,93979	68,75009	57,28996	89°
1	57,28996	49,10388	42,96408	38,18846	34,36777	31,24158	28,63625	88
2	28,63625	26,43160	24,54176	22,90377	21,47040	20,20555	19,08114	87
3	19,08114	18,07498	17,16934	16,34986	15,60478	14,92442	14,30067	86
4	14,30067	13,72674	13,19688	12,70621	12,25051	11,82617	11,43005	85
5	11,43005	11,05943	10,71191	10,38540	10,07803	9,78817	9,51436	84
6	9,51436	9,25530	9,00983	8,77689	8,55555	8,34496	8,14435	83
7	8,14435	7,95302	7,77035	7,59575	7,42871	7,26873	7,11537	82
8	7,11537	6,96823	6,82694	6,69116	6,56055	6,43484	6,31375	81
9	6,31375	6,19703	6,08444	5,97576	5,87080	5,76937	5,67128	80
10	5,67128	5,57638	5,48451	5,39552	5,30928	5,22566	5,14455	79
11	5,14455	5,06584	4,98940	4,91516	4,84300	4,77286	4,70463	78
12	4,70463	4,63825	4,57363	4,51071	4,44942	4,38969	4,33148	77
13	4,33148	4,27471	4,21933	4,16530	4,11256	4,06107	4,01078	76
14	4,01078	3,96165	3,91364	3,86671	3,82083	3,77595	3,73205	75
15	3,73205	3,68909	3,64705	3,60588	3,56557	3,52609	3,48741	74
16	3,48741	3,44951	3,41236	3,37594	3,34023	3,30521	3,27085	73
17	3,27085	3,23714	3,20406	3,17159	3,13972	3,10842	3,07768	72
18	3,07768	3,04749	3,01783	2,98869	2,96004	2,93189	2,90421	71
19	2,90421	2,87700	2,85023	2,82391	2,79802	2,77254	2,74748	70
20	2,74748	2,72281	2,69853	2,67462	2,65109	2,62791	2,60509	69
21	2,60509	2,58261	2,56046	2,53865	2,51715	2,49597	2,47509	68
22	2,47509	2,45451	2,43422	2,41421	2,39449	2,37504	2,35585	67
23	2,35585	2,33693	2,31826	2,29984	2,28167	2,26374	2,24604	66
24	2,24604	2,22857	2,21132	2,19430	2,17749	2,16090	2,14451	65
25	2,14451	2,12832	2,11233	2,09654	2,08094	2,06553	2,05030	64
26	2,05030	2,03526	2,02039	2,00569	1,99116	1,97680	1,96261	63
27	1,96261	1,94858	1,93470	1,92098	1,90741	1,89400	1,88073	62
28	1,88073	1,86760	1,85462	1,84177	1,82906	1,81649	1,80405	61
29	1,80405	1,79174	1,77955	1,76749	1,75556	1,74375	1,73205	60
30	1,73205	1,72047	1,70901	1,69766	1,68643	1,67530	1,66428	59
31	1,66428	1,65337	1,64256	1,63185	1,62125	1,61074	1,60033	58
32	1,60033	1,59002	1,57981	1,56969	1,55966	1,54972	1,53987	57
33	1,53987	1,53010	1,52043	1,51084	1,50133	1,49190	1,48256	56
34	1,48256	1,47330	1,46411	1,45501	1,44598	1,43703	1,42815	55
35	1,42815	1,41934	1,41061	1,40195	1,39336	1,38484	1,37638	54
36	1,37638	1,36800	1,35958	1,35142	1,34323	1,33511	1,32704	53
37	1,32704	1,31904	1,31110	1,30323	1,29541	1,28764	1,27994	52
38	1,27994	1,27230	1,26471	1,25717	1,24969	1,24227	1,23490	51
39	1,23490	1,22758	1,22031	1,21310	1,20593	1,19882	1,19175	50
40	1,19175	1,18474	1,17777	1,17085	1,16398	1,15715	1,15037	49
41	1,15037	1,14363	1,13694	1,13029	1,12369	1,11713	1,11061	48
42	1,11061	1,10414	1,09770	1,09131	1,08496	1,07864	1,07237	47
43	1,07237	1,06613	1,05994	1,05378	1,04766	1,04158	1,03553	46
44°	1,03553	1,02952	1,02355	1,01761	1,01170	1,00583	1,00000	45°
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	
	Tangenta							

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 6. Trecerea dela gradele noi la

Grade noi I		II		III		IV		I		II		III		IV	
0g	50g	100g	150g	200g	250g	300g	350g	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315
1	51	101	151	201	251	301	351	0	45	90	135	180	225	270	315
2	52	102	152	202	252	302	352	1	46	91	136	181	226	271	316
3	53	103	153	203	253	303	353	2	47	92	137	182	227	272	317
4	54	104	154	204	254	304	354	3	48	93	138	183	228	273	318
5	55	105	155	205	255	305	355	4	49	94	139	184	229	274	319
6	56	106	156	206	256	306	356	5	50	95	140	185	230	275	320
7	57	107	157	207	257	307	357	6	51	96	141	186	231	276	321
8	58	108	158	208	258	308	358	7	52	97	142	187	232	277	322
9	59	109	159	209	259	309	359	8	53	98	143	188	233	278	323
10	**60**	110	160	210	260	310	360	9	54	99	144	189	234	279	324
11	61	111	161	211	261	311	361	9	54	99	144	189	234	279	324
12	62	112	162	212	262	312	362	10	55	100	145	190	235	280	325
13	63	113	163	213	263	313	363	11	56	101	146	191	236	281	326
14	64	114	164	214	264	314	364	12	57	102	147	192	237	282	327
15	65	115	165	215	265	315	365	13	58	103	148	193	238	283	328
16	66	116	166	216	266	316	366	14	59	104	149	194	239	284	329
17	67	117	167	217	267	317	367	15	60	105	150	195	240	285	330
18	68	118	168	218	268	318	368	16	61	106	151	196	241	286	331
19	69	119	169	219	269	319	369	17	62	107	152	197	242	287	332
20	**70**	120	170	220	270	320	370	18	63	108	153	198	243	288	333
21	71	121	171	221	271	321	371	18	63	108	153	198	243	288	333
22	72	122	172	222	272	322	372	19	64	109	154	199	244	289	334
23	73	123	173	223	273	323	373	20	65	110	155	200	245	290	335
24	74	124	174	224	274	324	374	21	66	111	156	201	246	291	336
25	75	125	175	225	275	325	375	22	67	112	157	202	247	292	337
26	76	126	176	226	276	326	376	23	68	113	158	203	248	293	338
27	77	127	177	227	277	327	377	24	69	114	159	204	249	294	339
28	78	128	178	228	278	328	378	25	70	115	160	205	250	295	340
29	79	129	179	229	279	329	379	26	71	116	161	206	251	296	341
30	**80**	130	180	230	280	330	380	27	72	117	162	207	252	297	342
31	81	131	181	231	281	331	381	27	72	117	162	207	252	297	342
32	82	132	182	232	282	332	382	28	73	118	163	208	253	298	343
33	83	133	183	233	283	333	383	29	74	119	164	209	254	299	344
34	84	134	184	234	284	334	384	30	75	120	165	210	255	300	345
35	85	135	185	235	285	335	385	31	76	121	166	211	256	301	346
36	86	136	186	236	286	336	386	32	77	122	167	212	257	302	347
37	87	137	187	237	287	337	387	33	78	123	168	213	258	303	348
38	88	138	188	238	288	338	388	34	79	124	169	214	259	304	349
39	89	139	189	239	289	339	389	35	80	125	170	215	260	305	350
40	**90**	140	190	240	290	340	390	36	81	126	171	216	261	306	351
41	91	141	191	241	291	341	391	36	81	126	171	216	261	306	351
42	92	142	192	242	292	342	392	37	82	127	172	217	262	307	352
43	93	143	193	243	293	343	393	38	83	128	173	218	263	308	353
44	94	144	194	244	294	344	394	39	84	129	174	219	264	309	354
45	95	145	195	245	295	345	395	40	85	130	175	220	265	310	355
46	96	146	196	246	296	346	396	41	86	131	176	221	266	311	356
47	97	147	197	247	297	347	397	42	87	132	177	222	267	312	357
48	98	148	198	248	298	348	398	43	88	133	178	223	268	313	358
49	99	149	199	249	299	349	399	44	89	134	179	224	269	314	359
50	**100**	150	200	250	300	350	400	45	90	135	180	225	270	315	360

cele vechi şi invers (v. p. 63 sub 11)

00ᶜ	10ᶜ	20ᶜ	30ᶜ	40ᶜ	50ᶜ	60ᶜ	70ᶜ	80ᶜ	90ᶜ
Grade vechi									
00′ 00″	05′ 24″	10′ 48″	16′ 12″	21′ 36″	27′ 00″	32′ 24″	37′ 48″	43′ 12″	48′ 36″
54	59	*04	*10	*15	*21	*26	*31	*37	*42
48	53	58	*04	*09	*15	*20	*25	*31	*36
42	47	52	58	*03	*09	*14	*19	*25	*30
36	41	46	52	57	*03	*08	*13	*19	*24
30′ 00″	35′ 24″	40′ 48″	46′ 12″	51′ 36″	57′ 00″	*02′ 24″	*07′ 48″	*13′ 12″	*18′ 36″
24	29	34	40	45	51	56	*01	*07	*12
18	23	28	34	39	45	50	55	*01	*06
12	17	22	28	33	39	44	49	55	*00
06	11	16	22	27	33	38	43	49	54
00′ 00″	05′ 24″	10′ 48″	16′ 12″	21′ 36″	27′ 00″	32′ 24″	37′ 48″	43′ 12″	48′ 36″
54	59	*04	*10	*15	*21	*26	*31	*37	*42
48	53	58	*04	*09	*15	*20	*25	*31	*36
42	47	52	58	*03	*09	*14	*19	*25	*30
36	41	46	52	57	*03	*08	*13	*19	*24
30′ 00″	35′ 24″	40′ 48″	46′ 12″	51′ 36″	57′ 00″	*02′ 24″	*07′ 48″	*13′ 12″	*18′ 36″
24	29	34	40	45	51	56	*01	*07	*12
18	23	28	34	39	45	50	55	*01	*06
12	17	22	28	33	39	44	49	55	*00
06	11	16	22	27	33	38	43	49	54
00′ 00″	05′ 24″	10′ 48″	16′ 12″	21′ 36″	27′ 00″	32′ 24″	37′ 48″	43′ 12″	48′ 36″
54	59	*04	*10	*15	*21	*26	*31	*37	*42
48	53	58	*04	*09	*15	*20	*25	*31	*36
42	47	52	58	*03	*09	*14	*19	*25	*30
36	41	46	52	57	*03	*08	*13	*19	*24
30′ 00″	35′ 24″	40′ 48″	46′ 12″	51′ 36″	57′ 00″	*02′ 24″	*07′ 48″	*13′ 12″	*18′ 36″
24	29	34	40	45	51	56	*01	*07	*12
18	23	28	34	39	45	50	55	*01	*06
12	17	22	28	33	39	44	49	55	*00
06	11	16	22	27	33	38	43	49	54
00′ 00″	05′ 24″	10′ 48″	16′ 12″	21′ 36″	27′ 00″	32′ 24″	37′ 48″	43′ 12″	48′ 36″
54	59	*04	*10	*15	*21	*26	*31	*37	*42
48	53	58	*04	*09	*15	*20	*25	*31	*36
42	47	52	58	*03	*09	*14	*19	*25	*30
36	41	46	52	57	*03	*08	*13	*19	*24
30′ 00″	35′ 24″	40′ 48″	46′ 12″	51′ 36″	57′ 00″	*02′ 24″	*07′ 48″	*13′ 12″	*18′ 36″
24	29	34	40	45	51	56	*01	*07	*12
18	23	28	34	39	45	50	55	*01	*06
12	17	22	28	33	39	44	49	55	*00
06	11	16	22	27	33	38	43	49	54
00′ 00″	05′ 24″	10′ 48″	16′ 12″	21′ 36″	27′ 00″	32′ 24″	37′ 48″	43′ 12″	48′ 36″
54	59	*04	*10	*15	*21	*26	*31	*37	*42
48	53	58	*04	*09	*15	*20	*25	*31	*36
42	47	52	58	*03	*09	*14	*19	*25	*30
36	41	46	52	57	*03	*08	*13	*19	*24
30′ 00″	35′ 24″	40′ 48″	46′ 12″	51′ 36″	57′ 00″	*02′ 24″	*07′ 48″	*13′ 12″	*18′ 36″
24	29	34	40	45	51	56	*01	*07	*12
18	23	28	34	39	45	50	55	*01	*06
12	17	22	28	33	39	44	49	55	*00
06	11	16	22	27	33	38	43	49	54
00 00″	05′ 24″	10′ 48″	16′ 12″	21′ 36″	27′ 00″	32′ 24″	37′ 48″	43′ 12″	48′ 36″

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 7. Transformarea minutelor (c) și secundelor noi (cc) în minute (′) și secunde vechi (″) (cp. p. 63 sub 12)

nou	vechiu	nou	vechiu	nou	vechiu	nou	vechiu	nou	vechiu	nou	vechiu	nou	vechiu	nou	vechiu	nou	vechiu	nou	vechiu
0^c00^{cc}	0′00″	1^c02^{cc}	33	2^c01^{cc}	05	3^c02^{cc}	38*	4^c01^{cc}	2′10″	5^c00^{cc}	42	6^c02^{cc}	15	7^c01^{cc}	47	8^c02^{cc}	4′20″*	9^c01^{cc}	52
03	01	05	34	04	06	06	39	04	11	03	43	05	16	04	48	06	21	04	53
06	02	08	35	07	07	09	1′40″	07	12	06	44	08	17	07	49	09	22	07	54
09	03	11	36	10	08	12	41	10	13*	09	45	11	18	10	3′50″	12	23	10	55*
12	04	14	37	13	09	15	42	14	14	12	46	14	19	13	51	15	24	14	56
15	05	17	38	16	1′10″	18	43	17	15	15	47	17	3′20″	16	52	18	25	17	57
19	06*			19	11					19	48*			19	53				
0^c22^{cc}	07	1^c20^{cc}	39	2^c22^{cc}	12	3^c21^{cc}	44	4^c20^{cc}	16	5^c22^{cc}	49	6^c20^{cc}	21	7^c22^{cc}	54	8^c21^{cc}	26	9^c20^{cc}	58
25	08	23	0′40″*	25	13	24	45	23	17	25	2′50″	23	22*	25	55	24	27	23	4′59″
28	09	27	41*	28	14	27	46	26	18	28	51	27	23*	28	56	27	28	26	5′00″
31	0′10″	30	42	31	15*	30	47	29	19	31	52	30	24	31	57*	30	29	29	01
34	11	33	43	35	16	33	48	32	2′20″	34	53	33	25	35	58	33	4′30″	32	02
37	12	36	44	38	17	36	49	35	21	37	54	36	26	38	3′59″	36	31	35	03
		39	45					38	22			39	27					38	04
0^c40^{cc}	13	1^c42^{cc}	46	2^c41^{cc}	18	3^c40^{cc}	1′50″*	4^c41^{cc}	23	5^c40^{cc}	55	6^c42^{cc}	28	7^c41^{cc}	4′00″	8^c40^{cc}	32*	9^c41^{cc}	05
43	14	45	47	44	19	43	51	44	24	43	56	45	29	44	01	43	33	44	06
46	15	48	48	47	1′20″	46	52	48	25*	46	57	48	3′30″	47	02	46	34	48	07*
49	16	51	49	50	21	49	53	51	26	49	58	51	31	50	03	49	35	51	08
52	17*	54	0′50″	53	22	52	54	54	27	52	2′59″*	54	32	53	04	52	36	54	09
56	18	57	51	56	23	55	55	57	28	56	3′00″	57	33	56	05	55	37	57	5′10″
59	19			59	24	58	56			59	01			59	06	58	38		
0^c62^{cc}	0′20″	1^c60^{cc}	52*	2^c62^{cc}	25	3^c61^{cc}	57	4^c60^{cc}	29	5^c62^{cc}	02	6^c60^{cc}	34*	7^c62^{cc}	07	8^c61^{cc}	39	9^c60^{cc}	11
65	21	64	53	65	26	64	58	63	2′30″	65	03	64	35	65	08	64	4′40″	63	12
68	22	67	54	69	27*	67	1′59″	66	31	68	04	67	36	69	09*	67	41	66	13
71	23	70	55	72	28	70	2′00″	69	32	71	05	70	37	72	4′10″	70	42	69	14
74	24	73	56	75	29	73	01*	72	33	74	06	73	38	75	11	73	43*	72	15
77	25	76	57	78	1′30″	77	02*	75	34	77	07	76	39	78	12	77	44*	75	16
		79	58					78	35			79	3′40″					78	17
0^c80^{cc}	26	1^c82^{cc}	0′59″	2^c81^{cc}	31	3^c80^{cc}	03	4^c81^{cc}	36*	5^c80^{cc}	08	6^c82^{cc}	41	7^c81^{cc}	13	8^c80^{cc}	45	9^c81^{cc}	18*
83	27	85	1′00″	84	32	83	04	85	37	83	09	85	42	84	14	83	46	85	19
86	28	88	01	87	33	86	05	88	38	86	3′10″	88	43	87	15	86	47	88	5′20″
90	29*	91	02	90	34	89	06	91	39	90	11*	91	44	90	16	89	48	91	21
93	0′30″	94	03	93	35	92	07	94	2′40″	93	12	94	45	93	17	92	49	94	22
96	31	98	04*	96	36	95	08	97	41	96	13	98	46*	96	18	95	4′50″	9^c97^{cc}	23
99	32			99	37	98	09			99	14			99	19	98	51	10^c00^{cc}	24

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 8. Funcţiuni trigonometrice, exponenţiale şi hiperbolice

(Argumentul în radiani şi grade vechi) *

x	sin x	cos x	tg x	e^x	e^{-x}	Sin x	Cos x	Tg x	x în grade
0,00	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	0,00°
01	0,01000	0,99995	0,01000	1,01005	0,99005	0,01000	1,00005	0,01000	0,57
02	0,02000	0,99980	0,02000	1,02020	0,98020	0,02000	1,00020	0,02000	1,15
03	0,03000	0,99955	0,03001	1,03045	0,97045	0,03000	1,00045	0,02999	1,72
04	0,03999	0,99920	0,04002	1,04081	0,96079	0,04001	1,00080	0,03998	2,29
05	0,04998	0,99875	0,05004	1,05127	0,95123	0,05002	1,00125	0,04996	2,86
06	0,05996	0,99820	0,06007	1,06184	0,94176	0,06004	1,00180	0,05993	3,44
07	0,06994	0,99755	0,07011	1,07251	0,93239	0,07006	1,00245	0,06989	4,01
08	0,07991	0,99680	0,08017	1,08329	0,92312	0,08009	1,00320	0,07983	4,58
09	0,08988	0,99595	0,09024	1,09417	0,91393	0,09012	1,00405	0,08976	5,16
0,10	0,09983	0,99500	0,10033	1,10517	0,90484	0,10017	1,00500	0,09967	5,73
11	0,10978	0,99396	0,11045	1,11628	0,89583	0,11022	1,00606	0,10956	6,30
12	0,11971	0,99281	0,12058	1,12750	0,88692	0,12029	1,00721	0,11943	6,88
13	0,12963	0,99156	0,13074	1,13883	0,87810	0,13037	1,00846	0,12927	7,45
14	0,13954	0,99022	0,14092	1,15027	0,86936	0,14046	1,00982	0,13909	8,02
15	0 14944	0,98877	0,15114	1,16183	0,86071	0,15056	1,01127	0,14889	8,59
16	0,15932	0,98723	0,16138	1,17351	0,85214	0,16068	1,01283	0,15865	9,17
17	0,16918	0,98558	0,17166	1,18530	0,84366	0,17082	1,01448	0,16838	9,74
18	0,17903	0,98384	0,18197	1,19722	0,83527	0,18097	1,01624	0,17808	10,31
19	0,18886	0,98200	0,19232	1,20925	0,82696	0,19115	1,01810	0,18775	10,89
0,20	0,19867	0,98007	0,20271	1,22140	0,81873	0,20134	1,02007	0,19738	11,46
21	0,20846	0,97803	0,21314	1,23368	0,81058	0,21155	1,02213	0,20697	12,03
22	0,21823	0,97590	0,22362	1,24608	0,80252	0,22178	1,02430	0,21652	12,61
23	0,22798	0,97367	0,23414	1,25860	0,79453	0,23203	1,02657	0,22603	13,18
24	0,23770	0,97134	0,24472	1,27125	0,78663	0,24231	1,02894	0,23550	13,75
25	0,24740	0,96891	0,25534	1,28403	0,77880	0,25261	1,03141	0,24492	14,32
26	0,25708	0,96639	0,26602	1,29693	0,77105	0,26294	1,03399	0,25430	14,90
27	0,26673	0,96377	0,27676	1,30996	0,76338	0,27329	1,03667	0,26362	15,47
28	0,27636	0,96106	0,28755	1,32313	0,75578	0,28367	1,03946	0,27291	16,04
29	0,28595	0,95824	0,29841	1,33643	0,74826	0,29408	1,04235	0,28213	16,62
0,30	0,29552	0,95534	0,30934	1,34986	0,74082	0,30452	1,04534	0,29131	17,19
31	0,30506	0,95233	0,32033	1,36343	0,73345	0,31499	1,04844	0,30044	17,76
32	0,31457	0,94924	0,33139	1,37713	0,72615	0,32549	1,05164	0,30951	18,33
33	0,32404	0,94604	0,34252	1,39097	0,71892	0,33602	1,05495	0,31852	18,91
34	0,33349	0,94275	0,35374	1,40495	0,71177	0,34659	1,05836	0,32748	19,48
35	0,34290	0,93937	0,36503	1,41907	0,70469	0,35719	1,06188	0,33638	20,05
36	0,35227	0,93590	0,37640	1,43333	0,69768	0 36783	1,06550	0,34521	20,63
37	0,36162	0,93233	0,38786	1,44773	0,69073	0,37850	1,06923	0,35399	21,20
38	0,37092	0,92866	0,39941	1,46228	0,68386	0,38921	1,07307	0,36271	21,77
39	0,38019	0,92491	0,41105	1,47698	0,67706	0,39996	1,07702	0,37136	22,35
0,40	0,38942	0,92106	0,42279	1,49182	0,67032	0,41075	1,08107	0,37995	22,92
41	0,39861	0,91712	0,43463	1,50682	0,66365	0,42158	1,08523	0,38847	23,49
42	0,40776	0,91309	0,44657	1,52196	0,65705	0,43246	1,08950	0,39693	24,06
43	0,41687	0,90897	0,45862	1,53726	0,65051	0,44337	1,09388	0,40532	24,64
44	0,42594	0,90475	0,47078	1,55271	0,64404	0,45434	1,09837	0,41364	25,21
45	0,43497	0,90045	0,48306	1,56831	0,63763	0,46534	1,10297	0,42190	25,78
46	0,44395	0,89605	0,49545	1,58407	0,63128	0,47640	1,10768	0,43008	26,36
47	0,45289	0,89157	0,50797	1,59999	0,62500	0,48750	1,11250	0,43820	26,93
48	0,46178	0,88699	0,52061	1,61607	0,61878	0,49865	1,11743	0,44624	27,50
49	0,47063	0,88233	0,53339	1,63232	0,61263	0,50984	1,12247	0,45422	28,07
0,50	0,47943	0,87758	0,54630	1,64872	0,60653	0,52110	1,12763	0,46212	28,65°

* Tablă suplementară pentru argumentele $\pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4, 2\pi$ (p. 51).

Observaţie: Pentru argumentele $x > 6,3$ avem: 1) Sin $x \approx$ Cos $x \approx {}^1/_2 e^x$; (cel puţin în trei zecimale); calculul cam ca în exemplul 2 p. 65; urmarea p. 48.

Tabla 8. Funcţiuni trigonometrice, exponenţiale şi hiperbolice (cont.)

(Argumentul în radiani şi grade vechi) *

x	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	e^x	e^{-x}	$\operatorname{Sin} x$	$\operatorname{Cos} x$	$\operatorname{Tg} x$	x în grade
0,50	0,47943	0 87758	0,54630	1,64872	0,60653	0,52110	1,12763	0,46212	28,65°
51	0,48818	0,87274	0,55936	1,66529	0,60050	0,53240	1,13289	0,46995	29,22
52	0,49688	0,86782	0,57256	1,68203	0,59452	0,54375	1,13827	0,47770	29,79
53	0,50553	0,86281	0,58592	1,69893	0,58860	0,55516	1,14377	0,48538	30,37
54	0,51414	0,85771	0,59943	1,71601	0,58275	0,56663	1,14938	0,49299	30,94
55	0,52269	0,85252	0,61311	1,73325	0,57695	0,57815	1,15510	0,50052	31,51
56	0,53119	0,84726	0,62695	1,75067	0,57121	0,58973	1,16094	0,50798	32,09
57	0,53963	0,84190	0,64097	1,76827	0,56553	0,60137	1,16690	0,51536	32,66
58	0,54802	0,83646	0,65517	1,78604	0,55990	0,61307	1,17297	0,52267	33,23
59	0,55636	0,83094	0,66956	1,80399	0,55433	0,62483	1,17916	0,52990	33,80
0,60	0,56464	0,82534	0,68414	1,82212	0,54881	0,63665	1,18547	0,53705	34,38
61	0,57287	0,81965	0,69892	1,84043	0,54335	0,64854	1,19189	0,54413	34,95
62	0,58104	0,81388	0,71391	1,85893	0,53794	0,66049	1,19844	0,55113	35,52
63	0,58914	0,80803	0,72911	1,87761	0,53259	0,67251	1,20510	0,55805	36,10
64	0,59720	0,80210	0,74454	1,89648	0,52729	0,68459	1,21189	0,56490	36,67
65	0,60519	0,79608	0,76020	1,91554	0,52205	0,69675	1,21879	0,57167	37,24
66	0,61312	0,78999	0,77610	1,93479	0,51685	0,70897	1,22582	0,57836	37,82
67	0,62099	0,78382	0,79225	1,95424	0,51171	0,72126	1,23297	0,58498	38,39
68	0,62879	0,77757	0,80866	1,97388	0,50662	0,73363	1,24025	0,59152	38,96
69	0,63654	0,77125	0,82534	1,99372	0,50158	0,74607	1,24765	0,59798	39,53
0,70	0,64422	0,76484	0,84229	2,01375	0,49659	0 75858	1,25517	0,60437	40,11
71	0,65183	0,75836	0,85953	2,03399	0,49164	0,77117	1,26282	0,61068	40,68
72	0,65938	0,75181	0,87707	2,05443	0,48675	0,78384	1,27059	0,61691	41,25
73	0,66687	0,74517	0,89492	2,07508	0,48191	0,79659	1,27849	0,62307	41,83
74	0,67429	0,73847	0,91309	2,09594	0,47711	0,80941	1,28652	0,62915	42,40
75	0,68164	0,73169	0,93160	2,11700	0.47237	0,82232	1,29468	0,63515	42,97
76	0,68892	0,72484	0,95045	2,13828	0,46767	0,83530	1,30297	0,64108	43,54
77	0,69614	0,71791	0,96967	2,15977	0,46301	0,84838	1,31139	0,64693	44,12
78	0,70328	0,71091	0,98926	2,18147	0,45841	0,86153	1,31994	0,65271	44,69
*79	0,71035	0,70385	1,00925	2,20340	0,45384	0,87478	1,32862	0,65841	45,26
0,80	0,71736	0,69671	1,02964	2,22554	0,44933	0,88811	1,33743	0,66404	45,84
81	0,72429	0,68950	1,05046	2,24791	0,44486	0,90152	1,34638	0,66959	46,41
82	0,73115	0,68222	1,07171	2.27050	0,44043	0,91503	1,35547	0,67507	46,98
83	0,73793	0,67488	1,09343	2,29332	0,43605	0,92863	1,36468	0,68048	47,56
84	0,74464	0,66746	1,11563	2,31637	0,43171	0,94233	1,37404	0,68581	48,13
85	0,75128	0,65998	1,13833	2,33965	0,42741	0,95612	1,38353	0,69107	48,70
86	0,75784	0,65244	1,16156	2.36316	0,42316	0,97000	1,39316	0,69626	49,27
87	0,76433	0,64483	1,18532	2,38691	0,41895	0,98398	1,40293	0,70137	49,85
88	0,77074	0,63715	1,20966	2,41090	0,41478	0 99806	1,41284	0,70642	50,42
89	0,77707	0,62941	1,23460	2,43513	0,41066	1,01224	1.42289	0,71139	50,99
0.90	0,78333	0,62161	1,26016	2,45960	0,40657	1,02652	1,43309	0,71630	51,57
91	0,78950	0,61375	1,28637	2,48432	0,40252	1,04090	1,44342	0,72113	52,14
92	0,79560	0,60582	1,31326	2,50929	0.39852	1,05539	1,45390	0,72590	52,71
93	0,80162	0,59783	1,34087	2,53451	0,39455	1.06998	1.46453	0,73059	53,29
94	0,80756	0,58979	1,36923	2,55998	0,39063	1,08468	1,47530	0,73522	53,86
95	0,81342	0,58168	1,39838	2,58571	0,38674	1,09948	1,48623	0,73978	54,43
96	0,81919	0.57352	1,42836	2,61170	0,38289	1,11440	1,49729	0,74428	55,00
97	0,82489	0,56530	1,45920	2,63794	0,37908	1,12943	1,50851	0,74870	55,58
98	0,83050	0,55702	1,49096	2,66446	0,37531	1,14457	1,51988	0,75307	56,15
99	0,83603	0,54869	1,52368	2,69123	0,37158	1,15983	1,53141	0,75736	56,72
1,00	0,84147	0,54030	1,55741	2,71828	0.36788	1,17520	1,54308	0,76159	57,30°

* Tablă suplementară pentru argumentele $\pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4, 2\pi$ (p. 51).
2) $\operatorname{Tg} x \approx 1{,}000\,00$; 3) $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ egali cu valorile respective ale funcţiunilor pentru aceea din valorile argumentelor $x - 2\pi$, $x - 4\pi$, $x - 6\pi$, .. care e cuprinsă între 0,0 şi 6 3. — Relevăm probele $\operatorname{Cos} x \pm \operatorname{Sin} x = e^{\pm x}$.

Tabla 8. Funcțiuni trigonometrice, exponențiale și hiperbolice (cont.)

(Argumentul în radiani și grade vechi) *

x	$\sin x$	$\cos x$	$\mathrm{tg}\, x$	e^x	e^{-x}	$\mathrm{Sin}\, x$	$\mathrm{Cos}\, x$	$\mathrm{Tg}\, x$	x în grade
1,00	0,84147	0,54030	1,55741	2,71828	0,36788	1,17520	1,54308	0,76159	57,30°
01	0,84683	0,53186	1,59221	2,74560	0,36422	1,19069	1,55491	0,76576	57,87
02	0,85211	0,52337	1,62813	2,77319	0,36059	1,20630	1,56689	0,76987	58,44
03	0,85730	0,51482	1,66524	2,80107	0,35701	1,22203	1,57904	0,77391	59,01
04	0,86240	0,50622	1,70361	2,82922	0,35345	1,23788	1,59134	0,77789	59,59
05	0,86742	0,49757	1,74332	2,85765	0,34994	1,25386	1,60379	0,78181	60,16
06	0,87236	0,48887	1,78442	2,88637	0,34646	1,26996	1,61641	0,78566	60,73
07	0,87720	0,48012	1,82703	2,91538	0,34301	1,28619	1,62919	0,78946	61,31
08	0,88196	0,47133	1,87122	2,94468	0,33960	1,30254	1,64214	0,79320	61,88
09	0,88663	0,46249	1,91709	2,97427	0,33622	1,31903	1,65525	0,79688	62,45
1,10	0,89121	0,45360	1,96476	3,00417	0,33287	1,33565	1,66852	0,80050	63,03
11	0,89570	0,44466	2,01434	3,03436	0,32956	1,35240	1,68196	0,80406	63,60
12	0,90010	0,43568	2,06596	3,05485	0,32628	1,36929	1,69557	0,80757	64,17
13	0,90441	0,42666	2,11975	3,09566	0,32303	1,38631	1,70934	0,81102	64,74
14	0,90863	0,41759	2,17588	3,12677	0,31982	1,40347	1,72329	0,81441	65,32
15	0,91276	0,40849	2,23450	3,15819	0,31664	1,42078	1,73741	0,81775	65,89
16	0,91680	0,39934	2,29580	3,18993	0,31349	1,43822	1,75171	0,82104	66,46
17	0,92075	0,39015	2,35998	3,22199	0,31037	1,45581	1,76618	0,82427	67,04
18	0,92461	0,38092	2,42727	3,25437	0,30728	1,47355	1,78083	0,82745	67,61
19	0,92837	0,37166	2,49790	3,28708	0,30422	1,49143	1,79565	0,83058	68,18
1,20	0,93204	0,36236	2,57215	3,32012	0,30119	1,50946	1,81066	0,83365	68,75
21	0,93562	0,35302	2,65033	3,35348	0,29820	1,52764	1,82584	0,83668	69,33
22	0,93910	0,34365	2,73275	3,38719	0,29523	1,54598	1,84121	0,83965	69,90
23	0,94249	0,33424	2,81982	3,42123	0,29229	1,56447	1,85676	0,84258	70,47
24	0,94578	0,32480	2,91193	3,45561	0,28938	1,58311	1,87250	0,84546	71,05
25	0,94898	0,31532	3,00957	3,49034	0,28650	1,60192	1,88842	0,84828	71,62
26	0,95209	0,30582	3,11327	3,52542	0,28365	1,62088	1,90454	0,85106	72,19
27	0,95510	0,29628	3,22363	3,56085	0,28083	1,64001	1,92084	0,85380	72,77
28	0,95802	0,28672	3,34135	3,59664	0,27804	1,65930	1,93734	0,85648	73,34
29	0,96084	0,27712	3,46721	3,63279	0,27527	1,67876	1,95403	0,85913	73,91
1,30	0,96356	0,26750	3,60210	3,66930	0,27253	1,69838	1,97091	0,86172	74,48
31	0,96618	0,25785	3,74708	3,70617	0,26982	1,71818	1,98800	0,86428	75,06
32	0,96872	0,24818	3,90335	3,74342	0,26714	1,73814	2,00528	0,86678	75,63
33	0,97115	0,23848	4,07231	3,78104	0,26448	1,75828	2,02276	0,86925	76,20
34	0,97348	0,22875	4,25562	3,81904	0,26185	1,77860	2,04044	0,87167	76,78
35	0,97572	0,21901	4,45522	3,85743	0,25924	1,79909	2,05833	0,87405	77,35
36	0,97786	0,20924	4,67344	3,89619	0,25666	1,81977	2,07643	0,87639	77,92
37	0,97991	0,19945	4,91306	3,93535	0,25411	1,84062	2,09473	0,87869	78,50
38	0,98185	0,18964	5,17744	3,97490	0,25158	1,86166	2,11324	0,88095	79,07
39	0,98370	0,17981	5,47069	4,01485	0,24908	1,88289	2,13196	0,88317	79,64
1,40	0,98545	0,16997	5,79789	4,05520	0,24660	1,90430	2,15090	0,88535	80,21
41	0,98710	0,16010	6,16536	4,09596	0,24414	1,92591	2,17005	0,88749	80,79
42	0,98865	0,15023	6,58112	4,13712	0,24171	1,94770	2,18942	0,88960	81,36
43	0,99010	0,14033	7,05547	4,17870	0,23931	1,96970	2,20900	0,89167	81,93
44	0,99146	0,13042	7,60183	4,22070	0,23693	1,99188	2,22881	0,89370	82,51
45	0,99271	0,12050	8,23810	4,26311	0,23457	2,01427	2,24884	0,89569	83,08
46	0,99387	0,11057	8,98861	4,30596	0,23224	2,03686	2,26910	0,89765	83,65
47	0,99492	0,10063	9,91550	4,34924	0,22993	2,05965	2,28958	0,89958	84,22
48	0,99588	0,09067	10,98338	4,39295	0,22764	2,08265	2,31029	0,90147	84,80
49	0,99674	0,08071	12,34986	4,43710	0,22537	2,10586	2,33123	0,90332	85,37
1,50	0,99749	0,07074	14,10142	4,48169	0,22313	2,12928	2,35241	0,90515	85,94°

* Tablă suplementară pentru argumentele $\pi/4$, $\pi/2$, $3\pi/4$, π, $5\pi/4$, $3\pi/2$, $7\pi/4$, 2π (p. 51).

Pentru calculul valorilor intermediare se recomandă și folosirea tablei mai detaliate a lui K. H a y a s h i, Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen e^x und e^{-x} mit den natürlichen Zahlen als Argument, Berlin și Leipzig 1921, de Gruyter.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 8. Funcțiuni trigonometrice, exponențiale și hiperbolice (cont.)

(Argumentul în radiani și grade vechi) *

x	sin x	cos x	tg x	e^x	e^{-x}	Sin x	Cos x	Tg x	x în grade
1,50	0,99749	0,07074	14,10142	4,48169	0,22313	2,12928	2,35241	0,90515	85,94°
51	0,99815	0,06076	16,42809	4,52673	0,22091	2,15291	2,37382	0,90694	86,52
52	0,99871	0,05077	19,66966	4,57223	0,21871	2,17676	2,39547	0,90870	87,09
53	0,99917	0,04079	24,49841	4,61818	0,21654	2,20082	2,41736	0,91042	87,66
54	0,99953	0,03079	32,46114	4,66459	0,21438	2,22510	2,43949	0,91212	88,24
55	0,99978	0,02079	48,07849	4,71147	0,21225	2,24961	2,46186	0,91379	88,81
56	0,99994	0,01080	92,62050	4,75882	0,21014	2,27434	2,48448	0,91542	89,37
*57	1,00000	+ 0,00080	+ 1255,766	4,80665	0,20805	2,29930	2,50735	0,91703	89,95
58	0,99996	– 0,00920	– 108,6492	4,85496	0,20598	2,32449	2,53047	0,91860	90,53
59	0,99982	– 0,01920	– 52,06698	4,90375	0,20393	2,34991	2,55384	0,92015	91,10
1,60	0,99957	– 0,02920	– 34,23254	4,95303	0,20190	2,37557	2,57746	0,92167	91,67
70	0,99166	– 0,12884	– 7,69660	5,47395	0,18268	2,64563	2,82832	0,93541	97,40
80	0,97385	– 0,22720	– 4,28626	6,04965	0,16530	2,94217	3,10747	0,94681	103,13
90	0,94630	– 0,32329	– 2,92710	6,68589	0,14957	3,26816	3,41773	0,95624	108,86
2,00	0,90930	– 0,41615	– 2,18504	7,38906	0,13534	3,62686	3,76220	0,96403	114,59
10	0,86321	– 0,50485	– 1,70985	8,16617	0,12246	4,02186	4,14431	0,97045	120,32
20	0,80850	– 0,58850	– 1,37382	9,02501	0,11080	4,45711	4,56791	0,97574	126,05
30	0,74571	– 0,66628	– 1,11921	9,97418	0,10026	4,93696	5,03722	0,98010	131,78
*40	0,67546	– 0,73739	– 0,91601	11,02318	0,09072	5,46623	5,55695	0,98367	137,51
50	0,59847	– 0,80114	– 0,74702	12,18249	0,08208	6,05020	6,13229	0,98661	143,24
60	0,51550	– 0,85689	– 0,60160	13,46374	0,07427	6,69473	6,76901	0,98903	148,97
70	0,42738	– 0,90407	– 0,47273	14,87973	0,06721	7,40626	7,47347	0,99101	154,70
80	0,33499	– 0,94222	– 0,35553	16,44465	0,06081	8,19192	8,25273	0,99263	160,43
90	0,23925	– 0,97096	– 0,24641	18,17415	0,05502	9,05956	9,11458	0,99396	166,16
3,00	0,14112	– 0,98999	– 0,14255	20,08554	0,04979	10,01787	10,06766	0,99505	171,89
10	+ 0,04158	– 0,99914	– 0,04162	22,19795	0,04505	11,07645	11,12150	0,99595	177,62
*20	– 0,05837	– 0,99829	+ 0,05847	24,53253	0,04076	12 24588	12,28665	0,99668	183,35
30	– 0,15775	– 0,98748	0,15975	27,11264	0,03688	13,53788	13,57476	0,99728	189,08
40	– 0,25554	– 0,96680	0,26442	29,96410	0,03337	14,96536	14,99874	0,99777	194,81
50	– 0,35078	– 0,93646	0,37470	33,11545	0,03020	16,54263	16,57282	0,99818	200,54
60	– 0,44252	– 0,89676	0,49347	36,59823	0,02732	18,28546	18,31278	0,99851	206,26
70	– 0,52984	– 0,84810	0,62473	40,44730	0,02472	20,21129	20,23601	0,99878	211,99
80	– 0,61186	– 0,79097	0,77356	44,70118	0,02237	22,33941	22,36178	0,99900	217,72
*90	– 0,68777	– 0,72593	0,94742	49,40245	0,02024	24,69110	24,71135	0,99918	223,45
4,00	– 0,75680	– 0,65364	1,15782	54,59815	0,01832	27,28992	27,30823	0,99933	229,18
10	– 0,81828	– 0,57482	1,42353	60,34029	0,01657	30,16186	30,17843	0,99945	234,91
20	– 0,87158	– 0,49026	1,77778	66,68633	0,01500	33,33567	33,35066	0,99955	240,64
30	– 0,91617	– 0,40080	2,28585	73,69979	0,01357	36,84311	36,85668	0,99963	246,37
40	– 0,95160	– 0,30733	3,09632	81,45087	0,01228	40,71930	40,73157	0,99970	252,10
50	– 0,97753	– 0,21080	4,63733	90,01713	0,01111	45,00301	45,01412	0,99975	257,83
60	– 0,99369	– 0,11215	8,86018	99,48432	0,01005	49,73713	49,74718	0,99980	263,56
*70	– 0,99992	– 0,01239	+ 80,71280	109,9472	0,00910	54,96904	54,97813	0,99983	269,29
80	– 0,99616	+ 0,08750	– 11,38487	121,5104	0,00823	60,75109	60,75932	0,99986	275,02
90	– 0,98245	0,18651	– 5,26749	134,2898	0,00745	67,14117	67,14861	0,99989	280,75
5,00	– 0,95892	0,28366	– 3,38052	148,4132	0,00674	74,20321	74 20995	0,99991	286,48
10	– 0,92581	0,37798	– 2,44939	164,0219	0,00610	82,00791	82,01400	0,99993	292,21
20	– 0,88345	0,46852	– 1,88564	181,2722	0,00552	90,63336	90,63888	0,99994	297,94
30	– 0,83227	0,55437	– 1,50128	200,3368	0,00499	100,1659	100,1709	0,99995	303,67
*40	– 0,77276	0,63469	– 1,21754	221,4064	0,00452	110,7069	110,7055	0,99996	309,40
50	– 0,70554	0,70867	– 0,99558	244,6919	0,00409	122,3439	122,3480	0,99997	315,13
60	– 0,63127	0,77557	– 0,81394	270,4264	0,00370	135,2114	135,2150	0,99997	320,86
70	– 0,55069	0,83471	– 0,65973	298,8674	0 00335	149,4320	149,4354	0,99998	326,59
80	– 0,46460	0,88552	– 0,52467	330,2996	0,00303	165,1483	165,1513	0,99998	332,32
90	– 0,37388	0,92748	– 0,40311	365,0375	0,00274	182,5174	182,5201	0,99999	338,05
6,00	– 0,27942	0,96017	– 0,29101	403,4288	0,00284	201,7132	201,7156	0,99999	343,77
*30	+ 0,01681	0,99986	+ 0,01681	544,5719	0,00184	272,2850	272,2869	0,99999	360,96

* Tablă suplementară pentru argumentele π/4, π/2, 3π/4, π, 5π/4, 3π/2, 7π/4, 2π (p. 51).

Tabla 8. Funcţiuni trigonometrice, exponenţiale şi hiperbolice (fine)

Tablă suplementară pentru argumentele $\pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4, 2\pi$

(Argumentul în radiani şi grade vechi)

x	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	e^x	e^{-x}	$\operatorname{Sin} x$	$\operatorname{Cos} x$	$\operatorname{Tg} x$	x în grade
$^1/_4\,\pi = 0{,}7854$	0,70711	0,70711	1	2,19323	0,45594	0,86867	1,32461	0,65579	45,00°
$^1/_2\,\pi = 1{,}5708$	1,00000	0,00000	$\pm\infty$	4,81049	0,20788	2,30130	2,50918	0,91715	90,00
$^3/_4\,\pi = 2{,}3562$	0,70711	−0,70711	−1	10,55072	0,09478	5,22797	5,32275	0,98219	135,00
$\pi = 3{,}1416$	0,00000	−1,00000	0	23,14069	0,04321	11,54874	11,59195	0,99627	180,00
$^5/_4\,\pi = 3{,}9270$	−0,70711	−0,70711	1	50,75402	0,01970	25,36716	25,38686	0,99922	225,00
$^3/_2\,\pi = 4{,}7124$	−1,00000	0,00000	$\pm\infty$	111,3178	0,00898	55,65440	55,66338	0,99984	270,00
$^7/_4\,\pi = 5{,}4978$	−0,70711	0,70711	−1	244,1511	0,00410	122,0735	122,0776	0,99997	315,00
$2\pi = 6{,}2832$	0,00000	1,00000	0	535,4917	0,00187	267,7449	267,7468	0,99999	360,00°

Tabla 9. Volumele sferelor pentru diametrele $d = 1 \ldots 200$

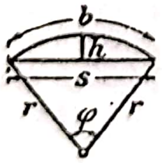
d	$\frac{\pi}{6}d^3$	d	$\frac{\pi}{6}d^3$	d	$\frac{\pi}{6}d^3$	d	$\frac{\pi}{6}d^3$	d	$\frac{\pi}{6}d^3$
1	0,523599	41	36086,95	81	278261,8	121	927587,2	161	2185125
2	4,188790	42	38792,39	82	288695,6	122	950775,8	162	2226094
3	14,13717	43	41629,77	83	299387,0	123	974347,7	163	2267574
4	33,51032	44	44602,24	84	310339,1	124	998305,9	164	2309565
5	65,44985	45	47712,94	85	321555,1	125	1022654	165	2352071
6	113,0973	46	50965,01	86	333038,2	126	1047394	166	2395096
7	179,5944	47	54361,60	87	344791,4	127	1072531	167	2438642
8	268,0826	48	57905,84	88	356817,9	128	1098066	168	2482713
9	381,7035	49	61600,87	89	369120,9	129	1124004	169	2527311
10	523,5988	**50**	65449,85	**90**	381703,5	**130**	1150347	**170**	2572441
11	696,9100	51	69455,91	91	394568,9	131	1177098	171	2618104
12	904,7787	52	73622,18	92	407720,1	132	1204260	172	2664305
13	1150,347	53	77951,81	93	421160,3	133	1231838	173	2711046
14	1436,755	54	82447,92	94	434892,8	134	1259833	174	2758331
15	1767,146	55	87113,75	95	448920,5	135	1288249	175	2806162
16	2144,660	56	91952,32	96	463246,7	136	1317090	176	2854543
17	2572,441	57	96966,83	97	477874,5	137	1346357	177	2903477
18	3053,628	58	102160,4	98	492807,0	138	1376055	178	2952967
19	3591,364	59	107536,2	99	508047,4	139	1406187	179	3003006
20	4188,790	**60**	113097,3	**100**	523598,8	**140**	1436755	**180**	3053628
21	4849,048	61	118847,0	101	539464,3	141	1467763	181	3104805
22	5575,280	62	124788,2	102	555647,2	142	1499214	182	3156551
23	6370,626	63	130924,3	103	572150,5	143	1531112	183	3208869
24	7238,229	64	137258,2	104	588977,4	144	1563457	184	3261761
25	8181,231	65	143793,3	105	606131,0	145	1596256	185	3315231
26	9202,772	66	150532,6	106	623614,5	146	1629511	186	3369282
27	10305,99	67	157479,1	107	641431,0	147	1663224	187	3423919
28	11494,04	68	164636,2	108	659583,7	148	1697398	188	3479142
29	12770,05	69	172006,9	109	678075,6	149	1732038	189	3534956
30	14137,17	**70**	179594,4	**110**	696910,0	**150**	1767146	**190**	3591364
31	15598,53	71	187401,8	111	716090,0	151	1802725	191	3648369
32	17157,28	72	195432,2	112	735618,6	152	1838778	192	3705973
33	18816,57	73	203688,8	113	755499,1	153	1875309	193	3764181
34	20579,53	74	212174,8	114	775734,6	154	1912321	194	3822996
35	22449,30	75	220893,2	115	796328,3	155	1949816	195	3882419
36	24429,02	76	229847,3	116	817283,2	156	1987799	196	3942456
37	26521,85	77	239040,1	117	838602,7	157	2026271	197	4003108
38	28730,91	78	248474,9	118	860289,5	158	2065237	198	4064379
39	31059,36	79	258154,6	119	882347,3	159	2104699	199	4126272
40	33510,32	**80**	268082,6	**120**	904778,7	**160**	2144660	**200**	4188790

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 10. Lungimile și înălțimile arcelor, lungimile courdelor și segmentele de cerc pentru raza 1

Unghiu la centru grade vechi	Lungimea arcului b	Inălțimea arcului h	$\frac{b}{h}$	Lungimea coardei s	Aria segmentului	Unghiu la centru grade vechi	Lungimea arcului b	Inălțimea arcului h	$\frac{b}{h}$	Lungimea coardei s	Aria segmentului
1°	0,0175	0,0000	458,36	0,0175	0,00000	46°	0,8029	0,0795	10,10	0,7815	0,04176
2	0,0349	0,0002	229,19	0,0349	0,00000	47	0,8203	0,0829	9,89	0,7975	0,04448
3	0,0524	0,0003	152,79	0,0524	0,00001	48	0,8378	0,0865	9,69	0,8135	0,04731
4	0,0698	0,0006	114,60	0,0698	0,00003	49	0,8552	0,0900	9,50	0,8294	0,05025
5	0,0873	0,0010	91,69	0,0872	0,00006	**50**	0,8727	0,0937	9,31	0,8452	0,05331
6	0,1047	0,0014	76,41	0,1047	0,00010	51	0,8901	0,0974	9,14	0,8610	0,05649
7	0,1222	0,0019	64,01	0,1221	0,00015	52	0,9076	0,1012	8,97	0,8767	0,05978
8	0,1396	0,0024	56,01	0,1395	0,00023	53	0,9250	0,1051	8,80	0,8924	0,06319
9	0,1571	0,0031	50,96	0,1569	0,00032	54	0,9425	0,1090	8,65	0,9080	0,06673
10	0,1745	0,0038	45,87	0,1743	0,00044	55	0,9599	0,1130	8,49	0,9235	0,07039
11	0,1920	0,0046	41,70	0,1917	0,00059	56	0,9774	0,1171	8,35	0,9389	0,07417
12	0,2094	0,0055	38,23	0,2091	0,00076	57	0,9948	0,1212	8,21	0,9543	0,07808
13	0,2269	0,0064	35,28	0,2264	0,00097	58	1,0123	0,1254	8,07	0,9696	0,08212
14	0,2443	0,0075	32,78	0,2437	0,00121	59	1,0297	0,1296	7,94	0,9848	0,08629
15	0,2618	0,0086	30,60	0,2611	0,00149	**60**	1,0472	0,1340	7,81	1,0000	0,09059
16	0,2793	0,0097	28,04	0,2783	0,00181	61	1,0647	0,1384	7,69	1,0151	0,09502
17	0,2967	0,0110	27,01	0,2956	0,00217	62	1,0821	0,1428	7,56	1,0301	0,09958
18	0,3142	0,0123	25,35	0,3129	0,00257	63	1,0996	0,1474	7,46	1,0450	0,10428
19	0,3316	0,0137	24,17	0,3301	0,00302	64	1,1170	0,1520	7,35	1,0598	0,10911
20	0,3491	0,0152	22,98	0,3473	0,00352	65	1,1345	0,1566	7,24	1,0746	0,11408
21	0,3665	0,0167	21,95	0,3645	0,00408	66	1,1519	0,1613	7,14	1,0893	0,11919
22	0,3840	0,0184	20,90	0,3816	0,00468	67	1,1694	0,1661	7,04	1,1039	0,12443
23	0,4014	0,0201	20,00	0,3987	0,00535	68	1,1868	0,1710	6,94	1,1184	0,12982
24	0,4189	0,0219	19,17	0,4158	0,00607	69	1,2043	0,1759	6,85	1,1328	0,13535
25	0,4363	0,0237	18,47	0,4329	0,00686	**70**	1,2217	0,1808	6,76	1,1472	0,14102
26	0,4538	0,0256	17,71	0,4499	0,00771	71	1,2392	0,1859	6 67	1,1614	0,14683
27	0,4712	0,0276	17,06	0,4669	0,00862	72	1,2566	0,1910	6,58	1,1756	0,15279
28	0,4887	0,0297	16,45	0,4838	0,00961	73	1,2741	0,1961	6,50	1,1896	0,15889
29	0,5061	0,0319	15,89	0,5008	0,01067	74	1,2915	0,2014	6,41	1,2036	0,16514
30	0,5236	0,0341	15,37	0,5176	0,01180	75	1,3090	0,2066	6,34	1,2175	0,17154
31	0,5411	0,0364	14,88	0,5345	0,01301	76	1,3265	0,2120	6,26	1,2313	0,17808
32	0,5585	0,0387	14,42	0,5513	0,01429	77	1,3439	0,2174	6,18	1,2450	0,18477
33	0,5760	0,0412	13,99	0,5680	0,01566	78	1,3614	0,2229	6,11	1,2586	0,19160
34	0,5934	0,0437	13,58	0,5847	0,01711	79	1,3788	0,2284	6,04	1,2722	0,19859
35	0,6109	0,0463	13,20	0,6014	0,01864	**80**	1,3963	0,2340	5,97	1,2856	0,20573
36	0,6283	0,0489	12,84	0,6180	0,02027	81	1,4137	0,2396	5,90	1,2989	0,21301
37	0,6458	0,0517	12,50	0,6346	0,02198	82	1,4312	0,2453	5,83	1,3121	0,22045
38	0,6632	0,0545	12,17	0,6511	0,02378	83	1,4486	0,2510	5,77	1,3252	0,22804
39	0,6807	0,0574	11,87	0,6676	0,02568	84	1,4661	0,2569	5,71	1,3383	0,23578
40	0,6981	0,0603	11,58	0,6840	0,02767	85	1,4835	0,2627	5,65	1,3512	0,24367
41	0,7156	0,0633	11,30	0,7004	0,02976	86	1,5010	0,2686	5,59	1,3640	0,25171
42	0,7330	0,0664	11,04	0,7167	0 03195	87	1,5184	0,2746	5,53	1,3767	0,25990
43	0,7505	0,0696	10,78	0,7330	0,03425	88	1,5359	0,2807	5,47	1,3893	0,26825
44	0,7679	0,0728	10,55	0,7492	0,03664	89	1,5533	0,2867	5,42	1,4018	0,27675
45°	0,7854	0,0761	10,32	0,7654	0,03915	**90°**	1,5708	0,2929	5,36	1,4142	0,28540

Observație: La lungime b și înălțime h a arcului dată, se găsește raza corespunzătoare r din $r = b/b_0$, unde b_0 e lungimea arcului de citit din tabla 10 (coloana 1) pentru raportul dat b/h. Dacă r e raza și φ unghiul la centru în grade, urmează



1) lungimea coardei $s = 2\,r \sin \frac{\varphi}{2}$

2) înălțimea arcului $h = r\left(1 - \cos\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{s}{2}\ \mathrm{tg}\ \frac{\varphi}{4} = 2\,r \sin^2 \frac{\varphi}{4}$

3) lungimea arcului $b = \pi\, r\, \frac{\varphi^\circ}{180^\circ} = 0{,}017\,453\, r\,\varphi \approx \sqrt{s^2 + \frac{16}{3} h^2}$

Tabla 10. Lungimile și înălțimile arcelor, lungimile coardelor și segmentele de cerc pentru raza 1

Unghiu la centru grade vechi	Lungimea arcului b	Înălțimea arcului h	$\frac{b}{h}$	Lungimea coardei s	Aria segmentului	Unghiu la centru grade vechi	Lungimea arcului b	Înălțimea arcului h	$\frac{b}{h}$	Lungimea coardei s	Aria segmentului
91°	1,5882	0,2991	5,31	1,4265	0,29420	136°	2,3736	0,6254	3,80	1,8544	0,83949
92	1,6057	0,3053	5,26	1,4387	0,30316	137	2,3911	0,6335	3,77	1,8608	0,85455
93	1,6232	0,3116	5,21	1,4507	0,31226	138	2,4086	0,6416	3,75	1,8672	0,86971
94	1,6406	0,3180	5,16	1,4627	0,32152	139	2,4260	0,6498	3,73	1,8733	0,88497
95	1,6581	0,3244	5,11	1,4746	0,33093	**140**	2,4435	0,6580	3,71	1,8794	0,90034
96	1,6755	0,3309	5,06	1,4863	0,34050	141	2,4609	0,6662	3,69	1,8853	0,91580
97	1,6930	0,3374	5,02	1,4979	0,35021	142	2,4784	0,6744	3,67	1,8910	0,93135
98	1,7104	0,3439	4,97	1,5094	0,36008	143	2,4958	0,6827	3,66	1,8966	0,94700
99	1,7279	0,3506	4,93	1,5208	0,37009	144	2,5133	0,6910	3,64	1,9021	0,96274
100	1,7453	0,3572	4,89	1,5321	0,38026	145	2,5307	0,6993	3,62	1,9074	0,97858
101	1,7628	0,3639	4,84	1,5432	0,39058	146	2,5482	0,7076	3,60	1,9126	0,99449
102	1,7802	0,3707	4,80	1,5543	0,40104	147	2,5656	0,7160	3,58	1,9176	1,01050
103	1,7977	0,3775	4,76	1,5652	0,41166	148	2,5831	0,7244	3,57	1,9225	1,02658
104	1,8151	0,3843	4,72	1,5760	0,42242	149	2,6005	0,7328	3,55	1,9273	1,04275
105	1,8326	0,3912	4,68	1,5867	0,43333	**150**	2,6180	0,7412	3,53	1,9319	1,05900
106	1,8500	0,3982	4,65	1,5973	0,44439	151	2,6354	0,7496	3,52	1,9363	1,07532
107	1,8675	0,4052	4,61	1,6077	0,45560	152	2,6529	0,7581	3,50	1,9406	1,09171
108	1,8850	0,4122	4,57	1,6180	0,46695	153	2,6704	0,7666	3,48	1,9447	1,10818
109	1,9024	0,4193	4,54	1,6282	0,47845	154	2,6878	0,7750	3,47	1,9487	1,12472
110	1,9199	0,4264	4,50	1,6383	0,49008	155	2,7053	0,7836	3,45	1,9526	1,14132
111	1,9373	0,4336	4,47	1,6483	0,50187	156	2,7227	0,7921	3,44	1,9563	1,15799
112	1,9548	0,4408	4,43	1,6581	0,51379	157	2,7402	0,8006	3,42	1,9598	1,17472
113	1,9722	0,4481	4,40	1,6678	0,52586	158	2,7576	0,8092	3,41	1,9633	1,19151
114	1,9897	0,4554	4,37	1,6773	0,53806	159	2,7751	0,8178	3,39	1,9665	1,20835
115	2,0071	0,4627	4,34	1,6868	0,55041	**160**	2,7925	0,8264	3,38	1,9696	1,22525
116	2,0246	0,4701	4,31	1,6961	0,56289	161	2,8100	0,8350	3,37	1,9726	1,24221
117	2,0420	0,4775	4,28	1,7053	0,57551	162	2,8274	0,8436	3,35	1,9754	1,25921
118	2,0595	0,4850	4,25	1,7143	0,58827	163	2,8449	0 8522	3,34	1,9780	1,27626
119	2,0769	0,4925	4,22	1,7233	0,60116	164	2,8623	0,8608	3,33	1,9805	1,29335
120	2,0944	0,5000	4,19	1,7321	0,61418	165	2,8798	0,8695	3,31	1,9829	1,31049
121	2,1118	0,5076	4,16	1,7407	0,62734	166	2,8972	0,8781	3,30	1,9851	1,32766
122	2,1293	0,5152	4,13	1,7492	0,64063	167	2,9147	0,8868	3,28	1,9871	1,34487
123	2,1468	0,5228	4,11	1,7576	0,65404	168	2,9322	0,8955	3,27	1,9890	1,36212
124	2,1642	0,5305	4,08	1,7659	0,66759	169	2,9496	0,9042	3,26	1,9908	1,37940
125	2,1817	0,5383	4,05	1,7740	0,68125	**170**	2,9671	0,9128	3,25	1,9924	1,39671
126	2,1991	0,5460	4,03	1,7820	0,69505	171	2,9845	0,9215	3,24	1,9938	1,41404
127	2,2166	0,5538	4,00	1,7899	0,70897	172	3,0020	0,9302	3,23	1,9951	1,43140
128	2,2340	0,5616	3,98	1,7976	0,72301	173	3,0194	0,9390	3,22	1,9963	1,44878
129	2,2515	0,5695	3,95	1,8052	0,73716	174	3,0369	0,9477	3,20	1,9973	1,46617
130	2,2689	0,5774	3,93	1,8126	0,75144	175	3,0543	0,9564	3,19	1,9981	1,48359
131	2,2864	0,5853	3,91	1,8199	0,76584	176	3,0718	0,9651	3,18	1,9988	1,50101
132	2,3038	0,5933	3,88	1,8271	0,78034	177	3,0892	0,9738	3,17	1,9993	1,51845
133	2,3213	0,6013	3,86	1,8341	0,79497	178	3,1067	0,9825	3,16	1,9997	1,53589
134	2,3387	0,6093	3,84	1,8410	0,80970	179	3,1241	0,9913	3,15	1,9999	1,55334
135°	2,3562	0,6173	3,82	1,8478	0,82454	**180°**	3,1416	1,0000	3,14	2,0000	1,57080

4) aria segmentului de cerc $= \frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi}{180°}\varphi° - \sin\varphi\right)$

5) aria sectorului de cerc $= \frac{\varphi°}{360°}\pi r^2 = 0{,}008\,726\,65\ \varphi r^2$

6) $b = r$ corespunde lui $\varphi = 57°\,17'\,44{,}806'' = 57{,}295\,779\,5° = 206\,264{,}806''$

7) arc $1° = \pi : 180 = 0{,}017\,453\,292\,52$ — lg arc $1° = 0{,}241\,877\,367\,6 - 2$

8) arc $1' = \pi : 10\,800 = 0{,}000\,290\,888\,21$ — lg arc $1' = 0{,}463\,726\,117\,2 - 4$

9) arc $1'' = \pi : 648\,000 = 0{,}000\,004\,848\,14$ — lg arc $1'' = 0{,}685\,574\,866\,8 - 6$

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 11. Lungimea arcelor de cerc pentru raza 1

1 radian [rad] = 57,29578 grade vechi [°]

	0′	10′	20′	30′	40′	50′
0°	0,000000	0,002909	0,005818	0,008727	0,011636	0,014544
1	0,017453	0,020362	0,023271	0,026180	0,029089	0,031998
2	0,034907	0,037815	0,040724	0,043633	0,046542	0,049451
3	0,052360	0,055269	0,058178	0,061087	0,063995	0,066904
4	0,069813	0,072722	0,075631	0,078540	0,081449	0,084358
5	0,087266	0,090175	0,093084	0,095993	0,098902	0,101811
6	0,104720	0,107629	0,110538	0,113446	0,116355	0,119264
7	0,122173	0,125082	0,127991	0,130900	0.133809	0,136717
8	0,139626	0,142535	0,145444	0,148353	0,151262	0,154171
9	0,157080	0,159989	0,162897	0,165806	0,168715	0,171624
10	0,174533	0,177442	0,180351	0,183260	0,186168	0,189077
11	0,191986	0,194895	0,197804	0,200713	0,203622	0,206531
12	0,209440	0,212348	0,215257	0,218166	0,221075	0,223984
13	0,226893	0,229802	0,232711	0,235619	0,238528	0,241437
14	0,244346	0,247255	0,250164	0,253073	0,255982	0,258891
15	0,261799	0,264708	0,267617	0,270526	0,273435	0,276344
16	0,279253	0,282162	0,285070	0,287979	0,290888	0,293797
17	0,296706	0,299615	0,302524	0,305433	0,308342	0,311250
18	0,314159	0,317068	0.319977	0,322886	0,325795	0,328704
19	0,331613	0,334521	0,337430	0,340339	0,343248	0,346157
20	0,349066	0,351975	0,354884	0,357792	0,360701	0,363610
21	0,366519	0,369428	0,372337	0,375246	0,378155	0,381064
22	0,383972	0,386881	0,389790	0,392699	0,395608	0,398517
23	0,401426	0,404335	0,407243	0,410152	0,413061	0,415970
24	0,418879	0,421788	0,424697	0,427606	0,430515	0,433423
25	0,436332	0,439241	0,442150	0,445059	0,447968	0,450877
26	0,453786	0,456694	0,459603	0,462512	0,465421	0,468330
27	0,471239	0,474148	0,477057	0,479966	0,482874	0,485783
28	0,488692	0,491601	0,494510	0,497419	0,500328	0,503237
29	0,506145	0,509054	0,511963	0,514872	0,517781	0,520690
30	0,523599	0,526508	0,529417	0,532325	0,535234	0,538143
31	0,541052	0,543961	0,546870	0,549779	0,552688	0,555596
32	0,558505	0,561414	0,564323	0,567232	0,570141	0.573050
33	0,575959	0,578868	0,581776	0,584685	0,587594	0,590503
34	0,593412	0,596321	0,599230	0,602139	0,605047	0,607956
35	0,610865	0,613774	0,616683	0,619592	0,622501	0,625410
36	0,628319	0,631227	0,634136	0,637045	0,639954	0,642863
37	0,645772	0,648681	0,651590	0,654498	0,657407	0,660316
38	0,663225	0,666134	0,669043	0,671952	0,674861	0,677770
39	0,680678	0,683587	0,686496	0,689405	0,692314	0,695223
40	0,698132	0,701041	0,703949	0,706858	0,709767	0,712676
41	0,715585	0,718494	0,721403	0,724312	0,727221	0,730129
42	0,733038	0,735947	0,738856	0,741765	0,744674	0,747583
43	0,750492	0,753400	0,756309	0,759218	0,762127	0,765036
44°	0,767945	0,770854	0,773763	0,776672	0,779580	0,782489
	0′	10′	20′	30′	40′	50′

′	10^6 arc
1	291
2	582
3	873
4	1164
5	1454
6	1745
7	2036
8	2327
9	2618

″	10^6 arc
1	5
2	10
3	15
4	19
5	24
6	29
7	34
8	39
9	44
10	48
11	53
12	58
13	63
14	68
15	73
16	78
17	82
18	87
19	92
20	97
21	102
22	107
23	112
24	116
25	121
26	126
27	131
28	136
29	141
30	145

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 11. Lungimea arcelor de cerc pentru raza 1 (cont.)

1 radian [rad] = 57,29578 grade vechi [°]

	0′	10′	20′	30′	40′	50′
45°	0,785398	0,788307	0,791216	0,794125	0,797034	0,799943
46	0,802851	0,805760	0,808669	0,811578	0,814487	0,817396
47	0,820305	0,823214	0,826123	0,829031	0,831940	0,834849
48	0,837758	0,840667	0,843576	0,846485	0,849394	0,852302
49	0,855211	0,858120	0,861029	0,863938	0,866847	0,869756
50	0,872665	0,875574	0,878482	0,881391	0,884300	0,887209
51	0,890118	0,893027	0,895936	0,898845	0,901753	0,904662
52	0,907571	0,910480	0,913389	0,916298	0,919207	0,922116
53	0,925025	0,927933	0,930842	0,933751	0,936660	0,939569
54	0,942478	0,945387	0,948296	0,951204	0,954113	0,957022
55	0,959931	0,962840	0,965749	0,968658	0,971567	0,974475
56	0,977384	0,980293	0,983202	0,986111	0,989020	0,991929
57	0,994838	0,997747	1,000655	1,003564	1,006473	1,009382
58	1,012291	1,015200	1,018109	1,021018	1,023926	1,026835
59	1,029744	1,032653	1,035562	1,038471	1,041380	1,044289
60	1,047198	1,050106	1,053015	1,055924	1,058833	1,061742
61	1,064651	1,067560	1,070469	1,073377	1,076286	1,079195
62	1,082104	1,085013	1,087922	1,090831	1,093740	1,096649
63	1,099557	1,102466	1,105375	1,108284	1,111193	1,114102
64	1,117011	1,119920	1,122828	1,125737	1,128646	1,131555
65	1,134464	1,137373	1,140282	1,143191	1,146100	1,149008
66	1,151917	1,154826	1,157735	1,160644	1,163553	1,166462
67	1,169371	1,172279	1,175188	1,178097	1,181006	1,183915
68	1,186824	1,189733	1,192642	1,195551	1,198459	1,201368
69	1,204277	1,207186	1,210095	1,213004	1,215913	1,218822
70	1,221730	1,224639	1,227548	1,230457	1,233366	1,236275
71	1,239184	1,242093	1,245002	1,247910	1,250819	1,253728
72	1,256637	1,259546	1,262455	1,265364	1,268273	1,271181
73	1,274090	1,276999	1,279908	1,282817	1,285726	1,288635
74	1,291544	1,294453	1,297361	1,300270	1,303179	1,306088
75	1,308997	1,311906	1,314815	1,317724	1,320632	1,323541
76	1,326450	1,329359	1,332268	1,335177	1,338086	1,340995
77	1,343904	1,346812	1,349721	1,352630	1,355539	1,358448
78	1,361357	1,364266	1,367175	1,370083	1,372992	1,375901
79	1,378810	1,381719	1,384628	1,387537	1,390446	1,393355
80	1,396263	1,399172	1,402081	1,404990	1,407899	1,410808
81	1,413717	1,416626	1,419534	1,422443	1,425352	1,428261
82	1,431170	1,434079	1,436988	1,439897	1,442806	1,445714
83	1,448623	1,451532	1,454441	1,457350	1,460259	1,463168
84	1,466077	1,468985	1,471894	1,474803	1,477712	1,480621
85	1,483530	1,486439	1,489348	1,492257	1,495165	1,498074
86	1,500983	1,503892	1,506801	1,509710	1,512619	1,515528
87	1,518436	1,521345	1,524254	1,527163	1,530072	1,532981
88	1,535890	1,538799	1,541708	1,544616	1,547525	1,550434
89°	1,553343	1,556252	1,559161	1,562070	1,564979	1,567887
	0′	10′	20′	30′	40′	50′

′	10^6 arc
1	291
2	582
3	873
4	1164
5	1454
6	1745
7	2036
8	2327
9	2618

″	10^6 arc
30	145
31	150
32	155
33	160
34	165
35	170
36	175
37	179
38	184
39	189
40	194
41	199
42	204
43	208
44	213
45	218
46	223
47	228
48	233
49	238
50	242
51	247
52	252
53	257
54	262
55	267
56	271
57	276
58	281
59	286

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 11. Lungimea arcelor de cerc pentru raza 1 (cont.)

1 radian [rad] = 57,29578 grade vechi [°]

	0′	10′	20′	30′	40′	50′
90°	1,570796	1,573705	1,576614	1,579523	1,582432	1,585341
91	1,588250	1,591159	1,594067	1,596976	1,599885	1,602794
92	1,605703	1,608612	1,611521	1,614430	1,617338	1,620247
93	1,623156	1,626065	1,628974	1,631883	1,634792	1,637701
94	1,640609	1,643518	1,646427	1,649336	1,652245	1,655154
95	1,658063	1,660972	1,663881	1,666789	1,669698	1,672607
96	1,675516	1,678425	1,681334	1,684243	1,687152	1,690060
97	1,692969	1,695878	1,698787	1,701696	1,704605	1,707514
98	1,710423	1,713332	1,716240	1,719149	1,722058	1,724967
99	1,727876	1,730785	1,733694	1,736603	1,739511	1,742420
100	1,745329	1,748238	1,751147	1,754056	1,756965	1,759874
101	1,762783	1,765691	1,768600	1,771509	1,774418	1,777327
102	1,780236	1,783145	1,786054	1,788962	1,791871	1,794780
103	1,797689	1,800598	1,803507	1,806416	1,809325	1,812234
104	1,815142	1,818051	1,820960	1,823869	1,826778	1,829687
105	1,832596	1,835505	1,838413	1,841322	1,844231	1,847140
106	1,850049	1,852958	1,855867	1,858776	1,861685	1,864593
107	1,867502	1,870411	1,873320	1,876229	1,879138	1,882047
108	1,884956	1,887864	1,890773	1,893682	1,896591	1,899500
109	1,902409	1,905318	1,908227	1,911136	1,914044	1,916953
110	1,919862	1,922771	1,925680	1,928589	1,931498	1,934407
111	1,937315	1,940224	1,943133	1,946042	1,948951	1,951860
112	1,954769	1,957678	1,960587	1,963495	1,966404	1,969313
113	1,972222	1,975131	1,978040	1,980949	1,983858	1,986766
114	1,989675	1,992584	1,995493	1,998402	2,001311	2,004220
115	2,007129	2,010038	2,012946	2,015855	2,018764	2,021673
116	2,024582	2,027491	2,030400	2,033309	2,036217	2,039126
117	2,042035	2,044944	2,047853	2,050762	2,053671	2,056580
118	2,059489	2,062397	2,065306	2,068215	2,071124	2,074033
119	2,076942	2,079851	2,082760	2,085668	2,088577	2,091486
120	2,094395	2,097304	2,100213	2,103122	2,106031	2,108940
121	2,111848	2,114757	2,117666	2,120575	2,123484	2,126393
122	2,129302	2,132211	2,135119	2,138028	2,140937	2,143846
123	2,146755	2,149664	2,152573	2,155482	2,158391	2,161299
124	2,164208	2,167117	2,170026	2,172935	2,175844	2,178753
125	2,181662	2,184570	2,187479	2,190388	2,193297	2,196206
126	2,199115	2,202024	2,204933	2,207842	2,210750	2,213659
127	2,216568	2,219477	2,222386	2,225295	2,228204	2,231113
128	2,234021	2,236930	2,239839	2,242748	2,245657	2,248566
129	2,251475	2,254384	2,257292	2,260201	2,263110	2,266019
130	2,268928	2,271837	2,274746	2,277655	2,280564	2,283472
131	2,286381	2,289290	2,292199	2,295108	2,298017	2,300926
132	2,303835	2,306743	2,309652	2,312561	2,315470	2,318379
133	2,321288	2,324197	2,327106	2,330015	2,332923	2,335832
134°	2,338741	2,341650	2,344559	2,347468	2,350377	2,353286
	0′	10′	20′	30′	40′	50′

′	10^6 arc
1	291
2	582
3	873
4	1164
5	1454
6	1745
7	2036
8	2327
9	2618

″	10^6 arc
1	5
2	10
3	15
4	19
5	24
6	29
7	34
8	39
9	44
10	48
11	53
12	58
13	63
14	68
15	73
16	78
17	82
18	87
19	92
20	97
21	102
22	107
23	112
24	116
25	121
26	126
27	131
28	136
29	141
30	145

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 11. Lungimea arcelor de cerc pentru raza 1 (cont.)

1 radian [rad] = 57,29578 grade vechi [°]

	0′	10′	20′	30′	40′	50′
135°	2,356194	2,359103	2,362012	2,364921	2,367830	2,370739
136	2,373648	2,376557	2,379466	2,382374	2,385283	2,388192
137	2,391101	2,394010	2,396919	2,399828	2,402737	2,405645
138	2,408554	2,411463	2,414372	2,417281	2,420190	2,423099
139	2,426008	2,428917	2,431825	2,434734	2,437643	2,440552
140	2,443461	2,446370	2,449279	2,452188	2,455096	2,458005
141	2,460914	2,463823	2,466732	2,469641	2,472550	2,475459
142	2,478368	2,481276	2,484185	2,487094	2,490003	2,492912
143	2,495821	2,498730	2,501639	2,504547	2,507456	2,510365
144	2,513274	2,516183	2,519092	2,522001	2,524910	2,527819
145	2,530727	2,533636	2,536545	2,539454	2,542363	2,545272
146	2,548181	2,551090	2,553998	2,556907	2,559816	2,562725
147	2,565634	2,568543	2,571452	2,574361	2,577270	2,580178
148	2,583087	2,585996	2,588905	2,591814	2,594723	2,597632
149	2,600541	2,603449	2,606358	2,609267	2,612176	2,615085
150	2,617994	2,620903	2,623812	2,626721	2,629629	2,632538
151	2,635447	2,638356	2,641265	2,644174	2;647083	2,649992
152	2,652900	2,655809	2,658718	2,661627	2,664536	2,667445
153	2,670354	2,673263	2,676172	2,679080	2,681989	2,684898
154	2,687807	2,690716	2,693625	2,696534	2,699443	2,702351
155	2,705260	2,708169	2,711078	2,713987	2,716896	2,719805
156	2,722714	2,725623	2,728531	2,731440	2,734349	2,737258
157	2,740167	2,743076	2,745985	2,748894	2,751802	2,754711
158	2,757620	2,760529	2,763438	2,766347	2,769256	2,772165
159	2,775074	2,777982	2,780891	2,783800	2,786709	2,789618
160	2,792527	2,795436	2,798345	2,801253	2,804162	2,807071
161	2,809980	2,812889	2,815798	2,818707	2,821616	2,824525
162	2,827433	2,830342	2,833251	2,836160	2,839069	2,841978
163	2,844887	2,847796	2,850704	2,853613	2,856522	2,859431
164	2,862340	2,865249	2,868158	2,871067	2,873976	2,876884
165	2,879793	2,882702	2,885611	2,888520	2,891429	2,894338
166	2,897247	2,900155	2,903064	2,905973	2,908882	2,911791
167	2,914700	2,917609	2,920518	2,923426	2,926335	2,929244
168	2,932153	2,935062	2,937971	2,940880	2,943789	2,946698
169	2,949606	2,952515	2,955424	2,958333	2,961242	2,964151
170	2,967060	2,969969	2,972877	2,975786	2,978695	2,981604
171	2,984513	2,987422	2,990331	2,993240	2,996149	2,999057
172	3,001966	3,004875	3,007784	3,010693	3,013602	3,016511
173	3,019420	3,022328	3,025237	3,028146	3,031055	3,033964
174	3,036873	3,039782	3,042691	3,045600	3,048508	3,051417
175	3,054326	3,057235	3,060144	3,063053	3,065962	3,068871
176	3,071779	3,074688	3,077597	3,080506	3,083415	3,086324
177	3,089233	3,092142	3,095051	3,097959	3,100868	3,103777
178	3,106686	3,109595	3,112504	3,115413	3,118322	3,121230
179	3,124139	3,127048	3,129957	3,132866	3,135775	3,138684
180°	3,141593	–	–	–	–	–
	0′	10′	20′	30′	40′	50′

′	10^6 arc
1	291
2	582
3	873
4	1164
5	1454
6	1745
7	2036
8	2327
9	2618

″	10^6 arc
30	145
31	150
32	155
33	160
34	165
35	170
36	175
37	179
38	184
39	189
40	194
41	199
42	204
43	208
44	213
45	218
46	223
47	228
48	233
49	238
50	242
51	247
52	252
53	257
54	262
55	267
56	271
57	276
58	281
59	286

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 12. Integrale eliptice *

Integrala eliptică de prima speță $F(\varphi, k)$, $k=\sin\alpha$

φ \ α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
0°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,1745	0,1746	0,1746	0,1748	0,1749	0,1751	0,1752	0,1753	0,1754	0,1754
20	0,3491	0,3493	0,3499	0,3508	0,3520	0,3533	0,3545	0,3555	0,3562	0,3564
30	0,5236	0,5243	0,5263	0,5294	0,5334	0,5379	0,5422	0,5459	0,5484	0,5493
40	0,6981	0,6997	0,7043	0,7117	0,7213	0,7323	0,7436	0,7535	0,7604	0,7629
50	0,8727	0,8756	0,8842	0,8983	0,9173	0,9401	0,9647	0,9876	1,0044	1,0107
60	1,0472	1,0519	1,0660	1,0896	1,1226	1,1643	1,2125	1,2619	1,3014	1,3170
70	1,2217	1,2286	1,2495	1,2853	1,3372	1,4068	1,4944	1,5959	1,6918	1,7354
80	1,3963	1,4057	1,4344	1,4846	1,5597	1,6660	1,8125	2,0119	2,2653	2,4363
90	1,5708	1,5828	1,6200	1,6858	1,7868	1,9356	2,1565	2,5046	3,1534	∞

Integrala eliptică de a doua speță $E(\varphi, k)$, $k=\sin\alpha$

φ \ α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
0°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,1745	0,1745	0,1744	0,1743	0,1742	0,1740	0,1739	0,1738	0,1737	0,1737
20	0,3491	0,3489	0,3483	0,3473	0,3462	0,3450	0,3438	0,3429	0,3422	0,3420
30	0,5236	0,5229	0,5209	0,5179	0,5141	0,5100	0,5061	0,5029	0,5007	0,5000
40	0,6981	0,6966	0,6921	0,6851	0,6763	0,6667	0,6575	0,6497	0,6446	0,6428
50	0,8727	0,8698	0,8614	0,8483	0,8317	0,8134	0,7954	0,7801	0,7697	0,7660
60	1,0472	1,0426	1,0290	1,0076	0,9801	0,9493	0,9184	0,8914	0,8728	0,8660
70	1,2217	1,2149	1,1949	1,1632	1,1221	1,0750	1,0266	0,9830	0,9514	0,9397
80	1,3963	1,8870	1,3597	1,3161	1,2590	1,1926	1,1225	1,0565	1,0054	0,9848
90	1,5708	1,5589	1,5238	1,4675	1,3931	1,3055	1,2111	1,1184	1,0401	1,0000

Integrale eliptice complete

α	K	E	α	K	E	α	K	E	α	K	E
0°	1,5708	1,5708	23°	1,6363	1,5090	46°	1,8692	1,3418	69°	2,4610	1,1273
1	1,5709	1,5707	24	1,6426	1,5037	47	1,8848	1,3329	**70**	2,5046	1,1184
2	1,5713	1,5703	25	1,6490	1,4981	48	1,9011	1,3238	71	2,5507	1,1096
3	1,5719	1,5697	26	1,6557	1,4924	49	1,9180	1,3147	72	2,5998	1,1011
4	1,5727	1,5689	27	1,6627	1,4864	**50**	1,9356	1,3055	73	2,6521	1,0927
5	1,5738	1,5678	28	1,6701	1,4803	51	1,9539	1,2963	74	2,7081	1,0844
6	1,5751	1,5665	29	1,6777	1,4740	52	1,9729	1,2870	75	2,7681	1,0764
7	1,5767	1,5650	**30**	1,6858	1,4675	53	1,9927	1,2776	76	2,8327	1,0686
8	1,5785	1,5630	31	1,6941	1,4608	54	2,0133	1,2682	77	2,9026	1,0611
9	1,5805	1,5611	32	1,7028	1,4539	55	2,0347	1,2587	78	2,9786	1,0538
10	1,5828	1,5589	33	1,7119	1,4469	56	2,0571	1,2492	79	3,0617	1,0468
11	1,5854	1,5564	34	1,7214	1,4397	57	2,0804	1,2397	**80**	3,1534	1,0401
12	1,5882	1,5537	35	1,7313	1,4323	58	2,1047	1,2301	81	3,2553	1,0338
13	1,5913	1,5507	36	1,7415	1,4248	59	2,1300	1,2206	82	3,3699	1,0278
14	1,5946	1,5476	37	1,7522	1,4171	**60**	2,1565	1,2111	83	3,5004	1,0223
15	1,5981	1,5442	38	1,7633	1,4092	61	2,1842	1,2015	84	3,6519	1,0172
16	1,6020	1,5405	39	1,7748	1,4013	62	2,2132	1,1921	85	3,8317	1,0127
17	1,6061	1,5367	**40**	1,7868	1,3931	63	2,2435	1,1826	86	4,0528	1,0087
18	1,6105	1,5326	41	1,7992	1,3849	64	2,2754	1,1732	87	4,3387	1,0053
19	1,6151	1,5283	42	1,8122	1,3765	65	2,3088	1,1638	88	4,7427	1,0026
20	1,6200	1,5238	43	1,8256	1,3680	66	2,3439	1,1546	89	5,4349	1,0008
21	1,6252	1,5191	44	1,8396	1,3594	67	2,3809	1,1454	**90**	∞	1,0000
22	1,6307	1,5142	45	1,8541	1,3506	68	2,4198	1,1362			

$$F=\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}};\quad K=\int_0^{\pi/2}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}};\quad E=\int_0^{\varphi}d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi};\quad E=\int_0^{\pi/2}d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}.$$

* Cp. tablele mai extinse din Jahnke și Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven, ed. a 3-a, Leipzig u. Berlin 1938, Teubner.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 13. Coeficienţii binomiali $\binom{n}{1} \ldots \binom{n}{15}$

n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$	$\binom{n}{11}$	$\binom{n}{12}$	$\binom{n}{13}$	$\binom{n}{14}$	$\binom{n}{15}$
1	1	1														
2	1	2	1													
3	1	3	3	1												
4	1	4	6	4	1											
5	1	5	10	10	5	1										
6	1	6	15	20	15	6	1									
7	1	7	21	35	35	21	7	1								
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1							
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1						
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1					
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1				
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1			
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13	1		
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91	14	1	
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455	105	15	1

Tabla 14. Radicalii pătraţi şi cubici ai câtorva fracţiuni

n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1/3	0,57735	0,69336	1/7	0,37796	0,52276	1/8	0,35355	0,50000	4/9	0,66667	0,76314
2/3	0,81650	0,87358	2/7	0,53452	0,65863	3/8	0,61237	0,72112	5/9	0,74536	0,82207
1/4	0,50000	0,62996	3/7	0,65465	0,75395	5/8	0,79057	0,85499	7/9	0,88192	0,91964
3/4	0,86603	0,90856	4/7	0,75593	0,82983	7/8	0,93541	0,95647	1/12	0,28868	0,43679
1/6	0,40825	0,55032	5/7	0,84515	0,89390	1/9	0,33333	0,48075	5/12	0,64550	0,74690
5/6	0,91287	0,94104	6/7	0,92582	0,94991	2/9	0,47140	0,60571	7/12	0,76376	0,83555

Tabla 15. Valori numerice importante [1)]

$e = 2{,}7182818285;\quad \pi = 3{,}1415926536$

	n	$\lg n$
π	3,1415927	0,49715
$\pi : 2$	1,5707963	0,19612
$\pi : 3$	1,0471976	0,02003
$\pi : 4$	0,7853982	0,89509−1
π^2	9,8696044	0,99430
π^3	31,006277	1,49145
π^4	97,409091	1,98860
π^5	306,01968	2,48575
$1 : \pi$	0,3183099	0,50285−1
$1 : \pi^2$	0,1013212	0,00570−1
$1 : \pi^3$	0,0322515	0,50855−2
$1 : \pi^4$	0,010266	0,01140−2
$1 : \pi^5$	0,003268	0,051425−3
$\sqrt{\pi}$	1,7724539	0,24857
$\sqrt[3]{\pi}$	1,4645919	0,16572
$\pi\sqrt{\pi}$	5,5683280	0,74572
$\pi\sqrt[3]{\pi}$	4,6011511	0,66287
$1/\sqrt{\pi}$	0,5641896	0,751425−1

	n	$\lg n$
$4\pi^2$	39,478418	1,59636
$\pi^2 : 4$	2,4674011	0,39224
$\pi\sqrt{2}$	4,4428829	0,64766
$\pi : \sqrt{2}$	2,221442	0,34663
$\sqrt{2\pi}$	2,506628	0,39909
$\sqrt{\pi : 2}$	1,253314	0,09806
$\sqrt{2 : \pi}$	0,797885	0,90194−1
$\sqrt{3 : \pi}$	0,977205	0,98998−1
$\sqrt[3]{2\pi}$	1,845261	0,26606
$\sqrt[3]{\pi : 2}$	1,162447	0,06537
$\sqrt[3]{\pi : 4}$	0,922635	0,96503−1
$\sqrt[3]{2 : \pi}$	0,860254	0,93463−1
$\sqrt[3]{3 : \pi}$	0,984745	0,99332−1
M	0,434294	0,63778−1

	n	$\lg n$
$1 : M$	2,302585	0,36222
g	9,81	0,99167
g^2	96,2361	1,98334
$\sqrt{g}$	3,1320919	0,49583
$1 : 2g$	0,050968	0,70730−2
$\sqrt{2g}$	4,429447	0,64635
$\pi\sqrt{g}$	9,839757	0,99298
$\pi\sqrt{2g}$	13,91536	1,14350
$\pi : \sqrt{g}$	1,003033	0,00132
$\pi : \sqrt{2g}$	0,709252	0,85080−1
e	2,718282	0,43429
e^2	7,389056	0,86859
$1 : e$	0,367879	0,56571−1
$1 : e^2$	0,135335	0,13141−1
$\sqrt{e}$	1,648721	0,21715
$\sqrt[3]{e}$	1,395612	0,14476

[1)] Cp. multipli ai lui π şi $1 : \pi$ tabla 2, p. 4, şi tabla 16, p. 60; definiţia lui M II A c p. 73, pentru g Mecanică I A c p. 313, pentru $e^{i\alpha}$ tabla 7 Mecanică I F b 7, p. 404.

Tabla 16. Multipli ai lui π, 1 : π ş. a.

1 π = 3,14159	1/π = 0,31831	4 π = 12,56637	4/π = 1,27324	7 π = 21,99115	7/π = 2,22817
2 π = 6,28319	2/π = 0,63662	5 π = 15,70796	5/π = 1,59155	8 π = 25,13274	8/π = 2,54648
3 π = 9,42478	3/π = 0,95493	6 π = 18,84956	6/π = 1,90986	9 π = 28,27433	9/π = 2,86479

Multipli de	200/π	180/π	π/2	π/180
1	63,661977	57,295780	1,57079633	0,0174532925
2	127,323954	114,591559	3,14159265	0,0349065850
3	190,985932	171,887339	4,71238898	0,0523598776
4	254,647909	229,183118	6,28318531	0,0698131701
5	318,309886	286,478898	7,85398163	0,0872664626
6	381,971863	343,774677	9,42477796	0,1047197551
7	445,633841	401,070457	10,99557429	0,1221730476
8	509,295818	458,366236	12,56637061	0,1396263402
9	572,957795	515,662016	14,13716694	0,1570796327

Aplicaţiuni v. III. Unităţi de unghiuri.

Tabla 17. Câteva puteri, factoriale şi factoriale reciproce [1])

n	2^n	3^n	$1/2^n$	$1/3^n$	$n!$	$1/(n!)$
1	2	3	0,50000	0,33333	1	1,000000
2	4	9	0,25000	0,11111	2	0,500000
3	8	27	0,12500	0,03704	6	0,166667
4	16	81	0,06250	0,01235	24	$0,416667 \cdot 10^{-1}$
5	32	243	0,03125	0,00412	120	$0,833333 \cdot 10^{-2}$
6	64	729	0,01562	0,00137	720	$0,138889 \cdot 10^{-2}$
7	128	2 187	0,00781	0,00046	5 040	$0,198413 \cdot 10^{-3}$
8	256	6 561	0,00391	0,00015	49 320	$0,248016 \cdot 10^{-4}$
9	512	19 683	0,00195	0,00005	362 880	$0,275573 \cdot 10^{-5}$
10	1 024	59 049	0,00098	0,00002	$36\,288 \cdot 10^{2}$	$0,275573 \cdot 10^{-6}$
11	2 048	177 147	0,00049	0,00001	$399\,168 \cdot 10^{2}$	$0,250521 \cdot 10^{-7}$
12	4 096	531 441	0,00024	—	$479\,002 \cdot 10^{3}$	$0,208768 \cdot 10^{-8}$
13	8 192	1 594 323	0,00012	—	$622\,702 \cdot 10^{4}$	$0,160590 \cdot 10^{-9}$
14	16 384	4 782 969	0,00006	—	$871\,783 \cdot 10^{5}$	$0,114707 \cdot 10^{-10}$
15	32 768	14 348 907	0,00003	—	$130\,767 \cdot 10^{7}$	$0,764716 \cdot 10^{-12}$
16	65 536	43 046 721	0 00002	—	$209\,228 \cdot 10^{8}$	$0,477948 \cdot 10^{-13}$
17	131 072	129 140 163	0,00001	—	$355\,687 \cdot 10^{9}$	$0,281146 \cdot 10^{-14}$
18	262 144	387 420 489	—	—	$640\,237 \cdot 10^{10}$	$0,156192 \cdot 10^{-15}$
19	524 288	1 162 261 467	—	—	$121\,645 \cdot 10^{12}$	$0,822064 \cdot 10^{-17}$
20	1 048 576	3 486 784 401	—	—	$243\,290 \cdot 10^{13}$	$0,411032 \cdot 10^{-18}$

Pentru valori mari ale lui n e valabilă formula lui Stirling $n! \sim \sqrt{2\pi n}\, n^n e^{-n}$ (cp. IV A 2 p. 98).

[1] Cp. II A a 20 p. 71.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 18. Numere prime [1])

şi numerele indivizibile cu 2, 3 sau 5, cu factorii lor primi sub 1000

1		103		203	7	307		407	11	509		611	13	709		811		913	11
7		107		209	11	311		409		511	7	613		713	23	817	19	917	7
11		109		211		313		413	7	517	11	617		719		821		919	
13		113		217	7	317		419		521		619		721	7	823		923	13
17		119	7	221	13	319	11	421		523		623	7	727		827		929	
19		121	11	223		323	17	427	7	527	17	629	17	731	17	829		931	7
23		127		227		329	7	431		529	23	631		733		833	7	937	
29		131		229		331		433		533	13	637	7	737	11	839		941	
31		133	7	233		337		437	19	539	7	641		739		841	29	943	23
37		137		239		341	11	439		541		643		743		847	7	947	
41		139		241		343	7	443		547		647		749	7	851	23	949	13
43		143	11	247	13	347		449		551	19	649	11	751		853		953	
47		149		251		349		451	11	553	7	653		757		857		959	7
49	7	151		253	11	353		457		557		659		761		859		961	31
53		157		257		359		461		559	13	661		763	7	863		967	
59		161	7	259	7	361	19	463		563		667	23	767	13	869	11	971	
61		163		263		367		467		569		671	11	769		871	13	973	7
67		167		269		371	7	469	7	571		673		773		877		977	
71		169	13	271		373		473	11	577		677		779	19	881		979	11
73		173		277		377	13	479		581	7	679	7	781	11	883		983	
77	7	179		281		379		481	13	583	11	683		787		887		989	23
79		181		283		383		487		587		689	13	791	7	889	7	991	
83		187	11	287	7	389		491		589	19	691		793	13	893	19	997	
89		191		289	17	391	17	493	17	593		697	17	797		899	29		
91	7	193		293		397		497	7	599		701		799	17	901	17		
97		197		299	13	401		499		601		703	19	803	11	907			
101		199		301	7	403	13	503		607		707	7	809		911			

[1]) Date detaliate despre descompunerea numerelor până la 10000 în factori numere prime cuprinde Hütte, Hilfstafeln, Berlin 1922, Ernst & Sohn, ed. a 3-a.

Exemple: 587 e număr prim. 589 e divizibil cu 19; împărţirea (R) dă 31 şi, cum 31 e număr prim, $589 = 19 \cdot 31$ reprezintă descompunerea lui 589 în factori numere prime.

Tabla 19. Câteva numere pitagorice

Numerele pitagorice sunt numere întregi x, y, z, între cari există relaţiunea

$$x^2+y^2=z^2.$$

Punând $x=2pq$, $y=p^2-q^2$, $z=p^2+q^2$, unde p, q sunt numere întregi arbitrare, se obţin numere pitagorice.

p	q	x	y	z	p	q	x	y	z
2	1	4	3	5	4	2	16	12	20
3	1	6	8	10	5	2	20	21	29
4	1	8	15	17	4	3	24	7	25
5	1	10	24	26	5	3	30	16	34
3	2	12	5	13	5	4	40	9	41

Triunghiurile formate din laturile x, y, z în unităţi de lungime arbitrare sunt dreptunghice.

Indrumări (continuarea textului din p. 2).

Pentru $\sqrt{29{,}386}$ se obţin (p. 2 sus) ca a doua diferenţă 17 unităţi ale ultimei zecimale. Creşterea argumentului e 0,386. Tabla (p. 2) dă sub 17 şi lângă $0{,}386 \approx 0{,}4$ prin interpolare drept corecţie 5 unităţi de adăugat diferenţei întâi . . . 920 (în spre cea de . . . 937). Cu rezultatul . . . 925 (diferenţa corectată) se interpolează ca obişnuit

$$\begin{array}{rl} \sqrt{29} & = 5{,}3852 \\ \text{corecţia } 925 \cdot 0{,}386 = & \quad 357 \text{ (R)} \\ \hline \sqrt{29{,}386} & = 5{,}4209. \end{array}$$

In general valoarea interpolată cu a doua diferenţă e corectă dacă $^1/_{50}$ din a treia diferenţă e neglijabilă.

Regula de interpolare e: Corecţia numărului cerut = Diferenţa din tablă (corectată) × creşterea argumentului. In exemplu diferenţa e în unităţi ale ultimei zecimale şi creşterea argumentului în părţi ale intervalului.

(C) înseamnă corecţie, (R) calculat cu rigla, (T) calculat din tablă.

Exemple: 1. Tabla 2. n^2: interpolabil liniar. Se cere $173{,}29^2$.

$$\begin{array}{rl} 173^2 = 29\,929 \text{ (T)} & \quad 174^2 - 173^2 = 347, \\ C = 347 \cdot 0{,}29 = \quad 101 \text{ (R)} & \\ \hline 173{,}29^2 = 30\,030 & \end{array}$$

2. Tabla 2. n^3: interpolabil liniar numai neglijând ultimele trei cifre ale valorilor din tablă.

3. Tabla 2. $\sqrt{n}$: interpolabil liniar pentru $n \geqq 76$. Pentru $n < 76$ se transformă după $\sqrt{n} = 1/a \cdot \sqrt{a^2 n}$ cu a ales potrivit, astfel încât să fie $a^2 n \geqq 76$.

Se cere

$$\begin{array}{rl} \sqrt{29{,}387} & = {}^1/_2 \cdot \sqrt{4 \cdot 29{,}387} = {}^1/_2 \cdot \sqrt{117{,}548} \\ \sqrt{117} & = 10{,}8167 \text{ (T)} \\ C = 461 \cdot 0{,}548 = & \quad 253 \text{ (R)} \\ \hline \sqrt{117{,}548} & = 10{,}8420 \\ \sqrt{29{,}387} & = 5{,}4210. \end{array}$$

4. Tabla 2. $\sqrt[3]{n}$: interpolabil liniar pentru $n \geqq 46$. Pentru $n < 46$ se transformă după $\sqrt[3]{n} = 1/a \sqrt[3]{a^3 n}$, cu a ales potrivit.

Formule de aproximaţie pentru radicali de ordinul 2 şi 3 v. p. 72 b 13...17.

Se cere $\sqrt[3]{\pi}$ cu ajutorul formulei de aproximaţie

$$\begin{array}{ll} \sqrt[3]{3{,}141\,59} \doteq 1{,}46 & \qquad + 0{,}0046 = 1{,}4646 \\ 1{,}46^3 = \underline{3{,}112\,14} \text{ (T 2 cu } n = 146) & \qquad \uparrow \\ \text{Rest } \; 29\,45 : (3 \cdot 146^2) = 982 : 21\,316 \text{ (T 2)} = 461 \text{ (R)}. & \end{array}$$

5. Tabla 2. $\ln n$: interpolabil liniar pentru $n \geqq 163$. Pentru $n < 163$ se transformă după $\ln n = \ln (a n) - \ln a$, cu a ales potrivit, astfel încât să fie $a n \geqq 163$.

Se cere $\ln 17{,}384 = \ln 173{,}84 - \ln 10 \quad (a = 10)$

$$\begin{array}{rl} \ln 173 = & 5{,}153\,29 \text{ (T)} \\ C = 577 \cdot 0{,}84 = & \quad 4\,85 \text{ (R)} \\ \hline \ln 173{,}84 = & 5{,}158\,14 \\ - \ln 10 = & - 2{,}302\,59 \text{ (T)} \\ \hline \ln 17{,}384 = & 2{,}855\,55. \end{array}$$

Spre a trece dela logaritm ($\ln x$) la număr (x), i se adaugă logaritmului (sau se scade din el) un logaritm cunoscut ($\ln a$), spre a-l aduce între limitele 5,1 şi 7,3, se determină numărul său x (resp. x/a) interpolând ca de obiceiu şi se împarte (resp. se înmulţeşte) cu a.

Se cere $x = e^{1{,}71439}$, adică

$$\begin{array}{rll} \text{e dat} & \ln x & = 1{,}714\,39. \text{ la care} \\ \text{se adaugă} & \ln 100 & = 4{,}605\,17 \text{ (T)} \\ \hline & \ln (100\,x) & = 6{,}319\,56. \\ \text{Imediat apropiat e} & \ln 555 & = 6{,}318\,97 \text{ (T)} \\ \hline \text{diferenţa} & & = \ldots 59 \\ \text{Diferenţa din tablă} & & = \ldots 1\,80 \quad \ln 556 - \ln 555 \\ \text{Creşterea argumentului} & & = \dfrac{\text{Diferenţa}}{\text{Diferenţa din tablă}} = \dfrac{59}{180} = 0{,}328 \text{ (R)} \\ \text{deci numărul} & 100\,x & = 555 + 0{,}328 = 555{,}328 \\ \text{sau} & x & = e^{1{,}714\,39} = 5{,}553\,28. \end{array}$$

Scanned with OKEN Scanner

6. Tabla 2. $\frac{1}{n}10^3$: interpolabil liniar pentru $n \geqq 377$. Pentru $n < 377$ se transformă după $\frac{1}{n}10^3 = \left(\frac{1}{an}10^3\right)a$, cu a ales potrivit, astfel încât să fie $an > 377$.

7. Tabla 2. πn, $\pi n^2/4$: interpolabili liniar.

8. Tabla 4. $\sin x$, $\cos x$: interpolabili liniar, la fel $\mathrm{tg}\, x$, când $x \leqq 85{,}5^g$. De aici încolo se obţin până la $93{,}2^g$ numai 3, de aici până la $96{,}9^g$ numai 2 şi pe urmă până la $98{,}5^g$ numai 1 zecimală exactă. Acelaşi lucru pentru ctg unghiurilor mici. O determinare mai precisă o permite formula [1])

$$\mathrm{tg}\,(100-x)^g = \mathrm{ctg}\, x^g = \frac{63.661\,977}{x} - 0{,}005\,236\, x,$$

care e valabilă pentru $1^c < x < 8^1/_3{}^g$ în 4 zecimale

şi pentru $0{,}1^c < x < 18^g$ în 3 zecimale exacte.

Se cere $\mathrm{tg}\ 99{,}32598^g = \mathrm{ctg}\ 0{,}67418^g$, $x = 0{,}6741$

lg numărătorului $= 1{,}8039$
lg x $= 0{,}8288 - 1$ (de scăzut)

lg membrului 1. $= 1{,}9751$ memb. 2 $= \ldots 524$ ori $\ldots 674$ (R)
membrul 1. $= 94{,}42_5$
membrul 2. $= 0{,}00_4$ (de scăzut)

$\mathrm{tg}\ 99{,}32598^g = 94{,}42.$

9. Tabla 5. $\sin x$, $\cos x$: interpolabili în general liniar; la fel $\mathrm{tg}\, x$, când $x \leqq 46°\,40'$. De aici încolo se obţin până la $70°\,0'$ numai 4, de aici până la $80°\,40'$ numai 3 şi pe urmă până la $85°\,40'$ numai 2 zecimale exacte. O determinare mai precisă o permite formula $\mathrm{tg}\, x = 1/\mathrm{tg}\,(90° - x)$ conexată cu tabla 2 a valorilor $1/n.\ 10^3$ (cp 6).

Se cere $\mathrm{tg}\ 89°\,25' = \frac{1}{\mathrm{tg}\ 35'}$

$\mathrm{tg}\ 30' = 0{,}008\,73$ (T) $\mathrm{tg}\ 40' - \mathrm{tg}\ 30' = \ldots 291$
$C = 291 \cdot 0{,}5 = 1\,45_5$
$\mathrm{tg}\ 35' = 0{,}010\,18_5$

$$1/\mathrm{tg}\ 35' = \frac{1}{0{,}010\,185} = \frac{1000}{1018{,}5} \cdot 100 \text{ (T)}$$
$$= 0{,}981\,84 \cdot 100 = 98{,}2.$$

(Interpolarea liniară dă valoarea inexactă 100,3)

Invers, cp. 10.

10. Se cere $x = \arcsin\ 0{,}636\,62$ din $\sin x = 0{,}636\,62$.

Se dă $\sin x = 0{,}636\,62.$
$\sin 39°\,30' = 0{,}636\,08$ (T)

diferenţa $= \ldots 54$
Diferenţa din tablă $= \ldots 224 = \sin(39°\,40') - \sin(39°\,30')$ pt $10'$, deci
$= \ldots 22{,}4$ pt. $1'$.

$$\text{Creşterea argumentului} = \frac{\text{Diferenţa}}{\text{Diferenţa din tablă}} = \frac{54}{22{,}4} = 2{,}4' \text{ (R). Deci:}$$

$x = \arcsin 0{,}636\,62 = 39°\,30' + 2{,}4' = 39°\,32'\,24'' = 0{,}690\,103$ în radiani (T 11).

11. Tabla 6. Cadranele cercului împărţite în grade noi resp. vechi sunt reprezentate de I, II, III şi IV. Un asterisc (*) arată că trebue luate gradele (vechi) din rândul următor.

Se dă $168^g\,40^c = 151°\,33'\,36''$, invers: se dă $74°\,52'\,48'' = 83^g\,20^c$,
„ „ $313^g\,70^c = 282°\,19'\,48''$; „ „ $118°\,10'\,12'' = 131^g\,30^c$

Transformarea e exactă.

12. Tabla 7. La trecerea dela diviziunea nouă la cea veche, pentru o secundă nouă (^{cc}) neindicată se ia cea următoare, în caz îndoielnic rândul următor prevăzut cu asterisc (*), iar la două asteriscuri media celor două indicaţii.

---

[1]) Logaritmii coeficienţilor sunt 1,803 88 şi 0,719 — 3.

Exemplu:

	invers
$3^c\ 17^{cc} = 1'\ 43''$	
$4^c\ 46^{cc} = 2'\ 25''$	$5'\ 12'' = 9^c\ 63^{cc}$
$1^c\ 24^{cc} = 0'\ 40''$	$1'\ 27'' = 2^c\ 69^{cc}$
$1^c\ 25^{cc} = 0'\ 40{,}5''$	$3'\ 23'' = 6^c\ 27^{cc}$
etc.	etc.

Valorile noi din tablă diferă de cele vechi corespunzătoare cu mai puțin de $^1/_6''$.

Prin combinarea de valori din tablele 6 și 7 se poate transforma orice unghiu al cercului complet din grade noi în vechi și invers, cu toate secundele exacte.

Exemplu: nou vechiu

Se dă $223^g\ 87^c\ 33^{cc} = 201°\ 29'\ 9''$, fiindcă:

$223^g\ 80^c = 201°\ 25'\ 12''$ (T 6)

Rest $7^c\ 33^{cc} = +\ 3'\ 57''$ (T 7)

vechiu nou

Se dă $295°\ 59'\ 08'' = 328^g\ 87^c\ 28^{cc}$, fiindcă:

$295°\ 55'\ 12'' = 328^g\ 80^c$ (T 6)

Rest $3'\ 56'' = +\ 7^c\ 28^{cc}$ (T 7)

Alte exemple v. îndrumări p. 67.

II. **Tabla 8 a funcțiunilor trigonometrice, exponențiale și hiperbolice.** Tabla permite determinarea valorilor căutate în aproape 5 cifre, calculul cu rigla (R) în 3 (ocazional 4) cifre ajutând calculul principal.

Argumentul (x) e dat în radiani; dar gradele vechi corespunzătoare sunt trecute cu aproximație în ultima coloană, de ex. $x = 0{,}61 \approx 34{,}95°$. Se ține seamă de fiecare sutime a argumentului (x) până la 1,60 și pe urmă de fiecare zecime a lui (până la 6,0). Funcțiunile sunt definite prin serii la pp. 83 . . . 85, figurile p. 89 și 97 le arată grafic mersul. Formule de transformare (identități) se găsesc la pp. 88 . . . 98.

Pentru utilizarea completă a tablei 8, trebue să se poată interpola destul de exact valori intermediare, ceea ce se face în general altfel pentru valorile $x \geqq 1{,}60$ decât pentru cele sub 1,60. La interpolare se va pleca dela valoarea mai apropiată a argumentului (resp. tablei), așa încât valoarea absolută a creșterii argumentului să nu treacă de jumătate din interval. Corecțiile (C) le dă rigla de calcul (R).

a) Interpolarea în partea detaliată a tablei ($x \leqq 1{,}60$). Ca diferență în tablă se va considera la funcțiunile trigonometrice și hiperbolice (cu excepția tangentelor) înmiitul valorii cofuncțiunii respective (în 3 cifre) și la funcțiunile exponențiale însuși înmiitul valorii lor (în 3 cifre). Corecția (C) determinată i se aplică astfel valorii din tablă, încât rezultatul să cadă în interval. Rezultatul e nesigur cel mult în o unitate a celei de a cincia cifre valabile.

Se cere	sin 0,864 19	$e^{-0{,}195\ 14}$
valoarea din tablă apropiată (T) . . .	sin 0,86 = 0,757 84	$e^{-0{,}20} = 0{,}818\ 73$
diferența din tablă *) × creșterea argumentului (R)	652 . 0,419 = 2 73	819 . 0,486 = 3 98
rezultat	0,760 57	0,822 71
*) diferența din tablă . .	1000 cos 0,86 = 652	$1000\ e^{-0{,}20} = 819$

Se cere	Cos 1,564 37	Tg 0,413 72
valoarea din tablă apropiată (T) . . .	Cos 1,56 = 2,484 48	Tg 0,41 = 0,388 47
diferența din tablă *) × creșterea argumentului (R)	2270 · 0,437 = 9 99	846 · 0,372 = 3 14
rezultat	2,494 4	0,391 61
*) diferența din tablă . . .	1000 Sin 1,56 = 2270	Tg 0,42 – Tg 0,41 = ... 846

Scanned with OKEN Scanner

La Tg hiperbolică trebue formată însăşi diferenţa din tablă (în 3 cifre).

La funcţiunea trigonometrică tg x, care tinde spre infinit când $x \to \pi/2$, metoda de interpolare se schimbă şi anume:

pentru $x=0{,}00$ până la $x=0{,}20$ obişnuit;	rezultatul corect în 5 cifre
„ $x=0{,}20$ „ „ $x=1{,}22$ „	„ „ „ 4 „
„ $x=1{,}22$ „ „ $x=1{,}50$ cu dif. 1 corectată (v. m. s.)	„ „ „ 4 „
„ $x=1{,}50$ „ „ $x=1{,}5700$ după formula $\operatorname{tg} x=1/y+(0{,}002/y)^2-y/3$, unde $y=1{,}5708-x$;	„ „ „ 4 „

Aici primul termen $1/y$ se ia imediat din tabla valorilor reciproce (T 2).

Se cere tg 1,5461	cor.
$y=$ 0,0247	$-y/3=-0{,}008$
$1/y=$ 40,486 (T 2)	$(0{,}002/y)^2=+0{,}006$
cor. $=-$ 0,002	$-0{,}002$
tg 1,5461 $=$ 40,48	

b) Interpolarea în partea prescurtată a tablei 8 ($x \geqq 1{,}60$). Pentru interpolarea primelor cinci funcţiuni sin x, cos x, tg x, e^{+x}, e^{-x} se va micşora argumentul (x) cu unul din numerele de mai jos şi se va calcula pentru noul argument mai mic y ($=x-a$) funcţiunea (de y) indicată după ea:

Dacă se alege

$a=$	1,5708	3,1416	6,2832	urmează
$\sin x=$	$\cos y$	$-\sin y$	$\sin y$	
$\cos x=$	$-\sin y$	$-\cos y$	$\cos y$	
$\operatorname{tg} x=$	$-\operatorname{ctg} y$	$\operatorname{tg} y$	$\operatorname{tg} y$	

şi pe urmă

pt. a	0,47	0,94	2,23	2,76	3,92	4,3	5,8	6,42	$e^x=e^y\cdot f$;
şi f	1,6	2,56	9,3	15,8	50,4	73,7	330,3	614	

pt. a	0,47	2,21	2,25	4,32	5,08	5,116	avem $e^{-x}=e^{-y}\cdot f'$
şi f'	0.625	0,1097	0,1054	0,0133	0,006 22	0,006	

Rezultatul e corect cu aproximaţie de 2 unităţi ale cifrei a cincia.

Exemple: 1. $\cos 8{,}57=\cos 2{,}29=-\sin 0{,}72=-0{,}659$ (în 3 cifre)

$a=6{,}28$, rest 2,29; $a=1{,}57$, rest 0,72

2. $e^{-\pi}=e^{-3{,}141\,59}=e^{-0{,}931\,59}\underbrace{(0{,}11-0{,}0003)}=0{,}393\,92\,(0{,}11-0{,}0003)=0{,}043\,213$

$a=2{,}21$ (T 8), rest 0,931 59

$0{,}393\,92\cdot0{,}11$: $+\,39\,39$ → 0,043 331; $-\ 118$ → 0,043 213

Observaţie: La calculul în 3 cifre se elimină orice interpolare, de ex.

$$e^{\sqrt{3}}=e^{1{,}73}=e^{1{,}26}\cdot 1{,}6=3{,}525\cdot 1{,}6=5{,}64 \text{ (R).}$$

$a=0{,}47$, rest 1,26

Valori intermediare ale lui Sin x şi Cos x se obţin cu aproximaţie de 1...2 unităţi ale cifrei a cincia prin interpolare obişnuită cu $^1/_{10}$ din cofuncţiune ca diferenţă în tablă, mai adăugându-i rezultatului drept corecţie produsul pătratului creşterii argumentului Δ prin $^1/_2\,\%_0$ din valoarea din tablă utilizată, de ex. →

Tabla	Se cere Sin 4,1523
	Sin 4,20 $=$ 33,336
(R) $\Delta\cdot\frac{\text{Cos}}{10}=$	$-0{,}477\cdot 3{,}33_5=-1{,}591$
(R) $\Delta^2\cdot\frac{\text{Sin}}{200}=$	$0{,}227\cdot 0{,}167=+\ 38$
	$=31{,}783$

La funcţiunea Tg x trebue folosită a doua diferenţă pentru intervalul $1{,}6 \leqq x \leqq 3{,}8$; de acolo înainte ajunge interpolarea liniară.

La căutarea argumentului x din valoarea din tablă trebue împărţit cu rigla la interpolarea liniară. La întrebuinţarea diferenţei a doua se procedează mai întâi liniar (din spre valoarea din tablă mai apropiată) spre a se obţine o aproximaţie a creşterii argumentului. Se obţine astfel

Scanned with OKEN Scanner

ca mai sus diferența întâi corectată, necesară pentru determinarea exactă a creșterii argumentului, cu care se interpolează pe urmă ca obișnuit.

Dacă $14,1 \leq \operatorname{tg} x \leq 1256$, formula

$$x = 1,5708 - 1/\operatorname{tg} x + 1/3\ (1/\operatorname{tg} x)^3$$

duce mai repede la rezultat.

D e t e r m i n a r e a a r g u m e n t u l u i x î n p a r t e a p r e s c u r t a t ă a t a b l e i 8 ($x \geq 1,60$) reclamă, după funcțiunea considerată, metode speciale: Pentru valori date ale lui $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ (< 1256) se poate găsi întotdeauna, după cele de mai sus, din prima parte a tablei, o valoare $x \leq 1,57$, cu o valoare a funcțiunii care diferă cel mult prin semn de cea dată. Adunarea sau scăderea unui multiplu potrivit al lui $\pi/2 = 1,5708$ dă pe urmă valorile căutate ale argumentului.

Dacă e dată f u n c ț i u n e a e^x ($> 4,8$), i se împarte valoarea cu 2 sau 5, 10 ..., și se determină din partea principală a tablei 8 argumentul corespunzător (y), care se înmulțește cu ln 2, resp. ln 5, ln 10 ... (tabla 2). Se procedează analog la e^{-x} ($< 0,21$) dat, de ex.:

$e^{-x} = 0,123\,45$ | . 2 dă $e^{-y} = 0,246\,90$ diferența din tablă argumentul din tablă

valoarea din tablă $e^{-1,40} = 0,246\,60$ $(100\ e^{-y})$ $1,400\,00$

diferența 30 : 247 = $1\,21$

$y = 1,398\,79$

$\ln 2 = 0,693\,15$ (T 2)

$x = 2,091\,94.$

Argumentele f u n c ț i u n i l o r Sin x, Cos x (adică funcțiunile Ar Sin x, Ar Cos x) se obțin cu aproximație în cazul $x \geq 1,60$ interpolând obișnuit din spre valoarea mai apropiată din tablă, considerând $^1/_{10}$ din cofuncțiune drept diferență din tablă. Cu creșterea aproximată Δ a argumentului se determină $\Delta^2 \cdot {}^1/_2\,{}^0/_0$ din valoarea din tablă (R), se scade din diferența provizorie și cu ea se interpolează pe urmă definitiv (liniar); de ex.:

se cere $x = \text{Ar Sin } 63,169$ din

$\text{Sin } x = 63,169$ $\quad$ $\text{Sin}/200 = 0,304$ } cor. 0,048

(T) $\text{Sin } 4,80 = 60,751$ diferența din tablă Δ $\quad$ $\Delta^2 = 0,158$

dif. prov. $= 2,418$: $6,076$ $= 0,398$ (prov.)

$C = -48$

dif. $= 2,370$: $6,076$ $= 0,390$ (def.), deci $x = 4,8390.$

La f u n c ț i u n e a Tg x, determinarea lui x (adică a funcțiunii Ar Tg x) se face pentru intervalul $1,60 \leq x \leq 3,80$ ($0,922 \leq \text{Tg } x \leq 0,999$) prin corectarea primei diferențe.

III. Unități de unghiuri

Intre d r e p t (unghiul drept ∟), r a d i a n (rad, adică unghiul corespunzător arcului egal cu raza), g r a d u l v e c h i u (^{0}) și g r a d u l n o u (^{g}, adică $^1/_{100}$ dintr'un drept) există relațiunile

$$1^{\llcorner} = \pi/2 \text{ rad} = 90^\circ = 100^g$$

$$1 \text{ rad} = 2/\pi^{\llcorner} = 180/\pi^\circ = 200/\pi^g$$

$$1^\circ = {}^1/_{90}{}^{\llcorner} = \pi/180 \text{ rad} = {}^{10}/_9{}^g$$

$$1^g = {}^1/_{100}{}^{\llcorner} = \pi/200 \text{ rad} = {}^9/_{10}{}^\circ$$

Cifre de conversiune și multiplii lor în tabla 16.

Unghiurile se împart în general z e c i m a l (și anume, ținând seamă de noua secundă, dreptul și rad cu 6, gradele cu 4 zecimale), gradul vechiu singur se împarte s e x a g e z i m a l în m i n u t v e c h i u (′) resp. s e c u n d ă v e c h e (″). Diviziunile zecimale ale gradului nou se numesc minut nou (^{c}) și secundă nouă (^{cc}).

Avem $\quad 1^\circ = 60'$, $1' = 60''$; $1^g = 100^c$, $1^c = 100^{cc}$;

$$1' = {}^1/_{60}{}^\circ,\ 1'' = {}^1/_{60}{}' = {}^1/_{3600}{}^\circ;\ 1^c = 0,01^g,\ 1^{cc} = 0,01^c = 0,0001^g.$$

Dacă se taie notația „rad" la indicările unghiurilor, se obține măsura arcului (cu raza ca unitate) fiindcă m u l t i p l i i r a d i a n u l u i ș i m ă s u r a a r c u l u i (arc/rază) a u a c e e a ș i v a l o a r e n u m e r i c ă. Gradele noi și dreptele cuprind aceleași c i f r e. E x e m p l u : unghiul

4,298 361 cuprinde $4,298\,361 \text{ rad} = 2,736\,422^{\llcorner} = \begin{cases} 246,2779^\circ = 246^\circ\,16,68' = 246^\circ\,16'\,41''. \\ 273,6422^g = 273^g\,64,22^c = 273^g\,64^c\,22^{cc}. \end{cases}$

(măsură de arc)

Conversiuni între radiani, drepte, grade noi şi vechi:

rad — nou, ∟	nou, ∟ — rad	rad — vechiu	vechiu — rad
4,298361 rad = 4. 254,64791 2 12,73240 9 5,72958 8 50930 3 (T 16) 1910 6 (200/π) 382 1 6 273,64217 = 273,6422^g = 2,736422 ∟ sau fără tablă 4,298361 rad ∣ · 21,22 85,96722 859672 85967* 91,211220 ∣ · 3 273,63366 + 860 0,1 d − 9 0,001 d. 273,64217 rez. ex. pe = 273,6422^g 0,2^{cc} = 2,736422 ∟	273,6422^g = ∣ : 100 2,736422 ∟ = 2. 3 1415927 7 1,0995574 3 471239 6 94248 4 (T 16) 6283 2 (π/2) 314 2 31 4,2983616 = 4,298362 rad sau 2,736422 ∟ = 273,6422^g (T 6 7)[1]) = 246° 16′ 41″ (T 11) = 180° 3,141593 66° 10′ 1,154826 6′ 1745 41″ 199 = 4,298363 rad (poz. 6 nesigură pe 2 unităţi) [1]) v. îndrumări	I. zecimal 4,298361 rad = 4. 229,18312 2 11,45916 9 5,15662 8 45837 3 (T 16) 1719 6 (180/π) 344 1 6 246,27796 = 246,2780° II sexagezimal 4,298361 rad = 3,141593 T 11) 180° Rest 1,156768 1,154826 . . . 66° 10′ Rest 1942 1745 . . . . . 6′ Rest 197 . . . . 41″ = 246° 16′ 41″	I zecimal 246,2779° = 2 3,4906585 4 6981317 6, 1047198 2 34907 7 (T 16) 12217 7 (π/180) 1222 9 157 4,2983603 = 4,298360 rad II sexagezimal 246° 16′ 41″ (T 11) = 180° . . . . 3,141593 66° 10′ . . 1,154826 6′ . . . . 1745 41″ . . . 199 = 4,298363 rad (poz. 6 nesigură pe 2 unităţi)

∟, nou, — vechiu		vechiu — nou, ∟	
I zecimal	II sexagezimal	I zecimal	II sexagezimal
2,736422 ∟ = 273,6422^g = ∣ —1/10 − 27,3642 = 246,2780°	2,736422 ∟ = 273,6422^g (T 6, 7)[1]) = 273^g 60^c 246° 14′ 24″ 4^c 22^{cc} 2′ 17″ = 246° 16′ 41″ [1]) v. îndrumări	246,2780° = ∣ + 1/9 + 27,3642 = 273,6422^g = 2,736422 ∟	246° 16′ 41″ (T 6, 7)[1]) = 246° 14′ 24″ . . 273^g 60^c Rest 2′ 17″ 4^c 23^{cc} = 273^g 64^c 23^{cc} = 273,6423^g = 2,736423 ∟ [1]) v. îndrumări

IV. Table de logaritmi

1. Logaritmi vulgari (Briggs, zecimali): Tablele p. 34 şi 35, reguli de calcul p. 72.

$$c = {}^{10}\log a = \lg a \text{ înseamnă } a = 10^c \quad (a > 0).$$

a e numărul, *c* logaritmul.

Exemple:

$\lg 0{,}1 = 0{,}0000 - 1$ sau $0{,}1 = 10^{-1}$	$\lg 0{,}374 = 0{,}5729 - 1$ sau $0{,}374 = 10^{0{,}5729-1} = 10^{0{,}5729} \cdot 10^{-1}$
$\lg 1 = 0{,}0000$ „ $1 = 10^0$	$\lg 3{,}74 = 0{,}5729$ „ $3{,}74 = 10^{0{,}5729+0} = 10^{0{,}5729} \cdot 10^0$
$\lg 10 = 1{,}0000$ „ $10 = 10^1$	$\lg 37{,}4 = 1{,}5729$ „ $37{,}4 = 10^{0{,}5729+1} = 10^{0{,}5729} \cdot 10^1$
$\lg 100 = 2{,}0000$ „ $100 = 10^2$	$\lg 374 = 2{,}5729$ „ $374 = 10^{0{,}5729+2} = 10^{0{,}5729} \cdot 10^2$
	etc.

Orice logaritm se poate reprezenta prin suma dintre o fracţiune zecimală care nu e **negativă** (**mantisa**) şi un număr întreg (**caracteristica**); caracteristica logaritmilor vulgari determină **poziţia virgulei** (zecimale a) numărului.

Pentru numărul 0,0374, tabla 3 (p. 34), dă mantisa 5729, corespunzând lui 374. Caracteristica e — 2, deci: lg 0,0374 = 0,5729 — 2.

Logaritmii ale căror caracteristice conţin părţi negative se tratează cu folos ca expresiuni algebrice (cu 2 termeni). E convenabil să fie transformaţi astfel, încât partea negativă să rămână întreagă, de ex.

$$(\lg 0{,}64) \cdot 5 = (0{,}8062 - 1) \cdot 5 = 4{,}0310 - 5 = 0{,}0310 - 1$$
$$(\lg 0{,}64) : 3 = (0{,}8062 - 1) : 3 = (2{,}8062 - 3) : 3 = 0{,}9354 - 1 \quad \text{etc.}$$

Exemple de calculul lui $a\,b$, $\frac{a}{b}$, a^b $\left(\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}\right)$, etc.

1. $a\,b$ după $\lg (a\,b) = \lg a + \lg b$.

a	3,492	56,68	0,2712	0,03424	819,6	2,513	0,001102	0,00059
b	410,8	7437	700,3	5,071	0,1381	0,06	0,02097	0,1698
$\lg a$	0,5431	1,7534	0,4333 − 1	0,5345 − 2	2,9136	0,4002	0,0422 − 3	0,7709 − 4
$\lg b$	2,6136	3,8714	2,8453	0,7051	0,1402 − 1	0,7782 − 2	0,3216 − 2	0,2299 − 1
			3,2786 − 1	1,2396 − 2	3,0538 − 1	1,1784 − 2		1,0008 − 5
$\lg (a\,b)$	3,1567	5,6248	= 2,2786	= 0,2396 − 1	= 2,0538	= 0,1784 − 1	0,3638 − 5	= 0,0008 − 4
$a\,b$	1435	421 500	189,9	0,1736	113,2	0,1508	0,00002311	0,00010018

2. $\frac{a}{b}$ după $\lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b$[1]).

a	457,2	3,527	0,6847	0,2537	396,7	1,837
b	16,07	543	5,778	6,049	0,3048	0,06752
$\lg a$	2,6601	0,5474 = 3,5474 − 3	0,8355 − 1	0,4043 − 1 = 1,4043 − 2	2,5985	0,2641 = 2,2641 − 2
$\lg b$	1,2060	2,7348	0,7618	0,7817	0,4840 − 1	0,8294 − 2
$\lg \frac{a}{b}$	1,4541	0,8126 − 3	0,0737 − 1	0,6226 − 2	2,1145 + 1 = 3,1145	1,4347
$\frac{a}{b}$	28,45	0,006496	0,1185	0,04194	1302	27,21

a	0.07628	0,6347	0,002974	0,2397	0,006673	0,03804
b	0,005004	0,4921	0,011062	0,00378	0,07154	0,005731
$\lg a$	0,8824 − 2	0,8026 − 1	0,4734 − 3	0,3797 − 1 = 1,3797 − 2	0,8243 − 3 = 1,8243 − 4	0,5802 − 2 = 1,5802 − 3
$\lg b$	0,6993 − 3	0,6921 − 1	0,0439 − 2	0,5775 − 3	0,8545 − 2	0,7583 − 3
$\lg \frac{a}{b}$	0,1831 + 1 = 1,1831	0,1105	0,4295 − 1	0,8022 + 1 = 1,8022	0,9698 − 2	0,8219
$\frac{a}{b}$	15,24	1,290	0,2688	63,41	0,09328	6,636

[1]) Se scade adunând cu semn schimbat.

3. a^b $(a > 0)$ după $\lg (a^b) = b \lg a = (-b) \lg \left(\frac{1}{a}\right)$.

a	5.413	1,075	0,8247	60,58	0,8439	0,04473
b	2	18	7	1/2	1/3	2/3
$\lg a$	0,7334 | · 2	0,0314 | · 18	0,9163 − 1 | · 7	1,7824 | : 2	$0{,}9262_5$ − 1 = $2{,}9262_5$ − 3 | : 3	0,6506 − 2 | · 2
		2512 314	6,4141 − 7 =			1,3012 − 4 = 0,3012 − 3 | : 3
$\lg (a^b)$	1,4668	0,5652	0,4141 − 1	0,8912	0,9754 − 1	0,1004 − 1
a^b	29,31	3,675	0,2595	7,784	0,9450	0,1260
				(rad. al doilea)	(rad. al treilea)	

a	55,2	0,01842	0,8174	a	2,718 (= e)
b	1,72	2,58	0,736	b	− 1,571 (= − $\pi/2$)
lg a	1,7419 | · 1,72	0,2653 − 2 | · 2,58	0,9124 − 1 | · 0,736	lg a	0,4343
	34838	21224	54744	lg $1/a$ [2])	0,5657 − 1 | · 1,571
	121933 [1])	13265 [1])	27372 [1])		5657
	17419	5306	63868		39599
					28285
					5657
	2,996068	0,684474	0,6715264		0,8887147
	⋮	0,6845 − 5,16 =	0,6715 − 0,736 =		0,8887 − 1,571 =
	⋮	0,6845 − 5	0,6715 − 1		{ 0,8887 − 1
	⋮	− 0,16	+ 0,264		− 0,571
lg(a^b)	2,9961	0,5245 − 5	0,9355 − 1		0,3177 − 1
a^b	991	0,00003346	0,8620	lg(a^b) a^b	0,2078 (= $e^{-\pi/2}$)

[1]) Calculabil și prin logaritmare.

a	1,207	0,09542	13,78	0,7384
b	− 3	− 5	− $^1/_5$	− $^3/_7$
lg a	0,0817	0,9796 − 2	1,1393	0,8683 − 1
lg $1/a$ [2])	0,9183 − 1 | · 3	1,0204 | · 5	0,8607 − 2 =	0,1317 · | · 3
	2,7549 − 3 =		3,8607 − 5 | : 5	0,3951 | : 7
lg(a^b)	0,7549 − 1	5,1020	0,7721 − 1	0,0564
a^b	0,5688	126500	0,5917	1,139

[2]) lg a + lg $1/a$ = 0.

O b s e r v a ț i e : Dacă a e negativ, se calculează puterea din

$$a^b = |a|^b \cdot [\cos(2k+1)b\pi + i\sin(2k+1)b\pi] \qquad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

4. $x = \sqrt[3]{\dfrac{0{,}5041 \cdot 0{,}073}{1{,}71 \cdot 0{,}64^{2,3}}}$, $\quad \lg x = {}^1/_3 \cdot [\lg 0{,}5041 + \lg 0{,}073 - (\lg 1{,}71 + 2{,}3 \lg 0{,}64)]$

lg 0,5041 = 0,7025 — 1
lg 0,073 = 0,8633 — 2
lg numr. = 1,5658 — 3

lg. numit. = 0,7873 — 1 (v. dr.)
(—) (+)
lg radicd. = 0,7785 — 2
lg x = (1,7785 — 3) : 3
= 0,5928 — 1
x = 0,3915

lg 0,64 = 0,8062 — 1
2,3 lg 0,64 = 0,8062 · 2,3 — 2,3
= 1,8543 — 2,3
(val. abs. a termenilor de micșorat cu 1,3)
= 0,5543 — 1
lg 1,71 = 0,2330
lg numit. = 0,7873 — 1

5. $S = S_0\, e^{\mu\alpha}$ pentru $S_0 = 217$ $\quad \mu = 0{,}35 \quad \alpha = 2\pi \cdot 0{,}6.$

Formulă de calcul: $\lg S = \lg S_0 + \mu\alpha \lg e = \lg 217 + 0{,}35 \cdot 2\pi \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4343$
$= 2{,}3365 + 0{,}42\,\pi \cdot 0{,}4343$

lg 0,42 = 0,6232 − 1
lg π = 0,4971
lg 0,4343 = 0,6378 − 1
0,7581 − 1
Termenul 2 = 0,5729
Termenul 1 = 2,3365
= lg S = 2,9094, deci S = 811,7

După mecanica corpurilor solide, F. b 7, tabla 7, p. 404, pentru $\mu = 0{,}35$ și $\alpha/2\pi = 0{,}6$ se obține $S = 217 \cdot 3{,}74 = 812$ (R).

2. Logaritmi naturali (Exponenții puterilor lui e). La aceștia nu există o dependență simplă între caracteristică și poziția cifrei:

ln 0,12 = 0,8797 − 3 deci $0{,}12 = e^{0{,}8797-3}$
ln 1,2 = 0,1823 $\quad 1{,}2 = e^{0{,}1823}$
ln 12,0 = 2,4849
ln 120,0 = 4,7875 etc.

Scanned with OKEN Scanner

3. Trecerea dela un sistem de logaritmi la altul.

Se va înmulți cu 0,434 29 ($= 1/\ln 10$)) sau cu 2,302 59 ($= \ln 10$)
de ex. $\lg 12 = 0{,}434\,29 \ln 12 = 0{,}434\,29 \cdot 2{,}4849 = 1{,}0792$ și
$\ln 12 = 2{,}302\,59 \lg 12 = 2{,}302\,59 \cdot 1{,}079\,18 = 2{,}4849$.

V. Diferite exemple

1. $\mathrm{Log}\,(2-3\,i) = {}^1/_2 \ln 13 - i \,\mathrm{arctg}\, 1{,}5 = 1{,}2825 - i \cdot 0{,}983\,03$ (T 8, p. 47). Invers numărul x al lui $\log x = a + bi$ e dat de $x = e^{a+bi} = e^a \cos b + i\, e^a \sin b$; de ex. din $\log x = -2{,}4 + 7{,}3\,i$ urmează

$$x = e^{-2,4}(\cos 7{,}3 + i \sin 7{,}3) = e^{-2,4}(\cos 1{,}0168 + i \sin 1{,}0168) = 0{,}0477 + i\,0{,}0771$$

scădere: $2\pi = 6{,}2832$; rezultă 1,0168

(T 8) la 1,02 ... = 0,523 37 | 0,852 11
$C = 852 \cdot 0{,}32 = +\ 2\,72$ | $523 \cdot 0{,}32 = -\ 1\,67$ (R)
$\cos 1{,}0168 = 0{,}526\,09$ | $\sin 1{,}0168 = 0{,}850\,44$

$e^{-2,4} = 0{,}090\,72\ldots$ (T 8)

$\lg \cos 1{,}0168 = 0{,}7211 - 1$ | $\lg \sin 1{,}0168 = 0{,}9296 - 1$
$\lg 0{,}090\,72 = 0{,}9577 - 2$ | $= 0{,}9577 - 2$
$0{,}6788 - 2$ | $0{,}8873 - 2$
numărul: 0,047 73 ... | 0,077 14, deci $x =$ (↑)

2. Din durata de cădere (considerând rezistența aerului proporțională cu pătratul vitesei de cădere) $t = v_0/g \cdot \ln\left(e^{g\,h/v_0^2} + \sqrt{e^{2\,g\,h/v_0^2} - 1}\right)$ (Mecanica E a 1, p. 374) să se calculeze înălțimea de cădere cu valorile $v_0 = 20$ m/s, $g = 9{,}81$ m/s², $t = 5$ s.

După Matematici III D, p. 97, avem $\mathrm{Ar\,Cos}\,n = \ln(n \pm \sqrt{n^2 - 1})$, deci pentru $n = e^{g\,h/v_0^2}$ formula dată devine $t = v_0/g \cdot \mathrm{Ar\,Cos}\,(e^{g\,h/v_0^2})$, $\mathrm{Ar\,Cos}\,(e^{g\,h/v_0^2}) = g\,t/v_0$, $e^{g\,h/v_0^2} = \mathrm{Cos}\,(g\,t/v_0)$ și prin logaritmare:
$g\,h/v_0^2 = \ln \mathrm{Cos}\,(g\,t/v_0)$ sau $h = v_0^2/g \cdot \ln \mathrm{Cos}\,(g\,t/v_0) = (400/9{,}81) \ln \mathrm{Cos}\,(5 \cdot 9{,}81/20)$,
$h = 40{,}8 \ln \mathrm{Cos}\, 2{,}45 = 40{,}8 \cdot 5{,}837 = 238{,}1$ m

3. Să se transforme formula pentru tablă ondulată plată

$$F = 12{,}5\, d\, b/h \left\{4\,h/b \cdot \sqrt{1 + (4\,h/b)^2} + \ln\left[4\,h/b + \sqrt{1 + (4\,h/b)^2}\right]\right\} \quad \text{sau}$$

$F = 50\,d\left[\sqrt{1 + c^2} + 1/c \cdot \ln\left(c + \sqrt{1 + c^2}\right)\right]$ unde $c = 4\,h/b$ și să se efectueze calculul pentru $d = 0{,}62$ mm, $b = 135$ mm și $h = 30$ mm. Punând $4\,h/b = \mathrm{Sin}\,\alpha$, se obține

$$F = 12{,}5\,d\,(4/\mathrm{Sin}\,\alpha)\left[\mathrm{Sin}\,\alpha \sqrt{1 + \mathrm{Sin}^2\alpha} + \ln\left(\mathrm{Sin}\,\alpha + \sqrt{1 + \mathrm{Sin}^2\alpha}\right.\right.$$

sau după Mat. III D 7, p. 96 $= 50\,d\,[\mathrm{Cos}\,\alpha + (1/\mathrm{Sin}\,\alpha) \ln(\mathrm{Sin}\,\alpha + \mathrm{Cos}\,\alpha)]$
sau după Mat. III D 5, p. 96 $= 50\,d\,[\mathrm{Cos}\,\alpha + (1/\mathrm{Sin}\,\alpha) \ln(e^\alpha)] = 50\,d\,[\mathrm{Cos}\,\alpha + (\alpha/\mathrm{Sin}\,\alpha)]$.

$\mathrm{Sin}\,\alpha = 4\,h/b = 4 \cdot 30/135 = 8/9 = 0{,}888\,89$
$\mathrm{Sin}\,0{,}80 = 0{,}888\,11$
dif. = 78 | *) dif. din t. : 1337 (R)
$\Delta = 0{,}058$, deci

$\alpha = 0{,}800\,58$ și $\mathrm{Cos}\,\alpha = 1{,}3374$
$C = 888 \cdot 0{,}058 = +\ 5$
$= 1{,}3379$

$F = 50 \cdot 0{,}62\,(1{,}3379 + 0{,}800\,58/0{,}888\,89)$
$= 31\,(1{,}34 + 0{,}90)$ (R)
$= 31 \cdot 2{,}24 = 69{,}4$.

*) Calculat în 5 cifre numai spre a fi compleți.

II. Aritmetică și algebră

Toate numerele cari rezultă din numerele naturale 1, 2, 3 ... prin adunare, scădere, înmulțire și împărțire, se numesc numere raționale, de ex. ${}^2/_3$; $-{}^3/_5$; 3,1416; toate celelalte se numesc iraționale, de ex. $\sqrt{2}$, π.

Cu zero nu e permis să se împartă; toți numitorii din formulele cari urmează sunt diferiți de zero. Numerele raționale se pot reprezenta prin fracțiuni zecimale finite sau periodice, de ex. ${}^1/_5 = 0{,}2$; ${}^1/_3 = 0{,}333\ldots$ Orice număr se poate prezenta cu orice aproximație voită printr'o fracțiune zecimală cu destul de multe poziții. Simbolul ∞ nu e număr, ci arată numai că o mărime variabilă poate întrece orice valoare numerică. $|x| < \infty$ înseamnă că variabila x poate lua orice valoare numerică determinată.

Pentru mânuirea practică a calculului numeric, a calculului de aproximație cu valori numerice, a calculului grafic etc., v. cap. VIII, Matematici aplicate, p. 184 ș. u.

Scanned with OKEN Scanner

A. Puteri, radicali, logaritmi

a) Puteri (m, n, p sunt numere întregi, pozitive)

In $a^n = a \cdot a \cdot a \ldots$ (n factori) $= b$, a se numeşte bază, b putere, n exponent.

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2. $a^m : a^n = a^{m-n}$ 3. $a^m b^m = (a\,b)^m$

4. $a^m : b^m = (a:b)^m$ 5. $1 : a^m = (1:a)^m = a^{-m}$ 6. $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$

7. $(-1)^n = +1$ sau -1, după cum n e par sau impar.

8. $a^0 = 1$ $0^n = 0$ 0^0 nedeterminat (cp. însă IV D, p. 108).

9. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 10. $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

11. $\dfrac{a^n - b^n}{a-b} = a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1}$

12. $\dfrac{a^{2n+1} + b^{2n+1}}{a+b} = a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \ldots + b^{2n}$

13. $\dfrac{a^{2n} - b^{2n}}{a+b} = a^{2n-1} - a^{2n-2}b + a^{2n-3}b^2 - \ldots - b^{2n-1}$

14. Dacă $a > 1$, avem pentru $n \to +\infty$, $\lim a^n = \infty$ şi $\lim a^{-n} = 0$.

15. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 16. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$.

17. $(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$ 18. Teorema binomului:

$$(a \pm b)^n = a^n \pm n a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2} b^2 \pm \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{n-3} b^3 + \ldots + (\pm 1)^n b^n$$

n trebue să fie număr întreg şi pozitiv; altfel rezultă seria binomială (II G a, p. 82). Coeficienţii puterilor din (17) se numesc **coeficienţi binomiali**.[1] Se scrie

19. $\dfrac{n(n-1)(n-2)\ldots[n-(p-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots p} = \dbinom{n}{p}$ sau C_n^p, mai rar n_p.

Se citeşte: „combinări de n elemente luate câte p".

20. Numitorul $1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots p = p!$ se numeşte „**factorială** de p". Se scrie $0! = 1$, $\dbinom{n}{0} = 1$. Dacă $p > n$, avem $\dbinom{n}{p} = 0$.

Reguli privitoare la coeficienţii binomiali.

Dacă $p \leqq n$, avem

21. $\dbinom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!\,(n-p)!}$ 22. $\dbinom{n}{p} = \dbinom{n}{n-p}$ 23. $\dbinom{n}{n} = \dbinom{n}{0} = 1$

24. $\dbinom{n}{1} = \dbinom{n}{n-1} = n$ 25. $\dbinom{n+1}{p} = \dbinom{n}{p} \dfrac{n+1}{n-p+1}$

26. $\dbinom{n+1}{p+1} = \dbinom{n}{p+1} + \dbinom{n}{p}$ 27. $\dbinom{n+1}{p+1} = \dbinom{n}{p} + \dbinom{n-1}{p} + \dbinom{n-2}{p} + \ldots + \dbinom{p}{p}$

28. $\dbinom{n}{0} + \dbinom{n}{1} + \dbinom{n}{2} + \ldots + \dbinom{n}{n} = 2^n$

29. $\dbinom{n}{0} - \dbinom{n}{1} + \dbinom{n}{2} - + \ldots + (-1)^n \dbinom{n}{n} = 0.$

---

[1]) Tabla coeficienţilor binomiali, p. 59, cea a factorialelor p. 60. In loc de $n!$ se scrie uneori în străinătate şi $\underline{n|}$.

Scanned with OKEN Scanner

b) Radicali (a, b pozitivi, m, n pozitivi și întregi)

In $\sqrt[m]{a}=b$ a se numește radicand, b radical, m exponentul radicalului.

1. $\sqrt[m]{a}=b$ înseamnă $b^m=a$ 2. $\sqrt[m]{a}=a^{1/m}$ 3. $\sqrt[m]{ab}=\sqrt[m]{a}\cdot\sqrt[m]{b}$

4. $\sqrt[m]{a:b}=\sqrt[m]{a}:\sqrt[m]{b}$ 5. $\sqrt[m]{a}\cdot\sqrt[n]{a}=\sqrt[mn]{a^{m+n}}$

6. $\sqrt[m]{1/a}=1/\sqrt[m]{a}=a^{-1/m}$ 7. $\sqrt[m]{a^n}=(\sqrt[m]{a})^n=a^{n/m}$

8. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ 9. $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}=\sqrt{a+b\pm2\sqrt{ab}}$

10. $\sqrt{a}=\pm|\sqrt{a}|$ $\sqrt[2n]{a}=\pm|\sqrt[2n]{a}|$ 11. $\sqrt[2n+1]{-a}=-|\sqrt[2n+1]{a}|$

12. $\sqrt[2n]{-a}=\sqrt[n]{\sqrt{-a}}=\sqrt[n]{i\sqrt{a}}$ e imaginar (v. pag. 73)

13. $\sqrt{a^2\pm b}\approx a\pm\frac{b}{2a}$ 14. $\sqrt[3]{a^3\pm b}\approx a\pm\frac{b}{3a^2}$

15. $\sqrt[n]{a^n\pm b}\approx a\pm\frac{b}{na^{n-1}}$.

Formulele 13, 14, 15 sunt valabile când b e mic față de a (cp. tabla 1, p. 3).

16. $\sqrt{a^2+b^2}\approx 0{,}960\,a+0{,}398\,b$, dacă $a>b$. Eroarea mai mică decât 4 % din valoarea reală. Mai exact (după Schlömilch):

$$\sqrt{a^2+b^2}=0{,}9938\,a+0{,}0703\,b+0{,}3567\,b^2/a$$

17. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}\approx 0{,}939\,a+0{,}389\,b+0{,}297c$, dacă $a>b>c$. Eroarea mai mică decât 6 % din valoarea reală.

c) Logaritmi

(Cp. tabla 2, p. 4, tabla 3, p. 34 și 67, aplicațiuni)

In ${}^b\log a=c$, b se numește bază, a număr, c logaritm.

1. ${}^b\log a=c$ înseamnă că $b^c=a$. (Se presupune $a>0$, $b>1$.)
   ${}^b\log 0=-\infty$ ${}^b\log 1=0$ ${}^b\log b=1$ ${}^b\log\infty=\infty$
2. ${}^b\log(ac)={}^b\log a+{}^b\log c$ 4. ${}^b\log(a^n)=n\,{}^b\log a$
3. ${}^b\log\frac{a}{c}={}^b\log a-{}^b\log c$ 5. ${}^b\log\sqrt[n]{a}=\frac{1}{n}\,{}^b\log a$
6. ${}^b\log x={}^a\log x\cdot{}^b\log a={}^a\log x:{}^a\log b$ 7. ${}^a\log b\cdot{}^b\log a=1$.
8. Logaritmii cu baza $e=2{,}718\,281\,828\,459\ldots$ se numesc naturali, cei cu baza 10, logaritmi vulgari, zecimali sau Briggs. Se scrie $\ln a$ în loc de ${}^e\log a$ și $\lg a$ în loc de ${}^{10}\log a$.
9. Avem $\lg(10^n)=n$ $\lg(10^{-n})=-n$ $\lg(a\ 10^n)=\lg a+n$
   $\lg(a:10^n)=\lg a-n$. De asemenea $\ln(e^{\pm n})=\pm n$
   $\ln(a\cdot 10^n)=\ln a+\ln(10^n)$ $\ln(a:10^n)=\ln a-\ln(10^n)$.
10. Unitățile întregi (pozitive sau negative) ale unui logaritm vulgar se numesc caracteristica, iar fracțiunea lui zecimală subunitară mantisa logaritmului. Pentru $10>a>1$ $\lg a$ are caracteristica 0.

Scanned with OKEN Scanner

11. $\ln x = \ln 10 \lg x = 2{,}302\,585\,093\,0 \lg x$ $\qquad \ln 10 \lg e = 1$
$\lg x = \lg e \ln x = 0{,}434\,294\,481\,9 \ln x$

12. $M_b = {}^b\log e = 1 : \ln b$ se numeşte modulul sistemului cu baza b.
$M_{10} = 0{,}434\,294\,481\,9 = \lg e = 1 : \ln 10 = 1 : 2{,}302\,585\,093\,0$

13. ${}^b\log a = M_b \ln a$.

d) Numere complexe

Niciun număr real nu are pătrat negativ. Un număr complex e reunirea a două numere reale a, b într'o pereche ordonată (a, b). Se poate calcula cu el ca şi cu numerele obişnuite, dacă se pune $(a, 0) = a$, $(0, b) = i\,b$, $(a, b) = a + i\,b$, $i^2 = -1$. Numerele $a + i\,b$ $(b \neq 0)$ se numesc complexe (sau şi numai imaginare); dacă $a = 0$, ele se numesc imaginare (sau şi pur imaginare). Această numire derivă din timpul când încă nu se recunoscuse adevărata semnificare a numerelor complexe (Matematici, VII, p. 178).

1. $i = \sqrt{-1}$ $\qquad i^2 = -1$ $\qquad i^3 = -i$ $\qquad i^4 = 1$ $\qquad i^{-1} = -i$

2. $i^{4n+m} = i^m$, deci $i^{4n} = +1$ $\qquad i^{4n+1} = +i$ $\qquad i^{4n+2} = -1$ $\qquad i^{4n+3} = -i$.

3. Orice mărime complexă, adică orice expresiune compusă din mărimi reale şi imaginare, se poate pune sub forma $a + i\,b$, în care a şi b sunt numere reale. Orice ecuaţie între numere complexe rămâne valabilă dacă se înlocueşte în ea pretutindeni i cu $-i$.

4. Dacă $a + b\,i = 0$, atât $a = 0$, cât şi $b = 0$.
Dacă $a + b\,i = \alpha + \beta\,i$, atât $a = \alpha$ cât şi $b = \beta$.

5. $a + b\,i$ şi $a - b\,i$ se numesc conjugaţi complecşi.

6. $(a + b\,i)(a - b\,i) = a^2 + b^2$ $\qquad \dfrac{a + b\,i}{\alpha + \beta\,i} = \dfrac{a\alpha + b\beta}{\alpha^2 + \beta^2} + \dfrac{b\alpha - a\beta}{\alpha^2 + \beta^2}\,i$.

7. $\sqrt{a \pm b\,i} = \sqrt{\tfrac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{a^2 + b^2} + a\right)} \pm i\sqrt{\tfrac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{a^2 + b^2} - a\right)}$.

8. Orice mărime complexă se poate pune sub forma normală
$$a + b\,i = r\,(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$
unde $r = +\sqrt{a^2 + b^2}$, $\quad \cos\varphi = a/r$, $\quad \sin\varphi = b/r$, $\quad \operatorname{tg}\varphi = b/a$.
r se numeşte modulul sau valoarea (absolută), φ amplitudinea (arcul, argumentul) numărului complex $a + b\,i$, $r^2 = a^2 + b^2$ norma lui. Pentru reprezentarea grafică a numerelor complexe şi interpretarea lor ca vectori cp. Matematici VII a, p. 178.

9. $\cos\varphi + i\sin\varphi = e^{i\varphi}$ $\qquad \cos\varphi - i\sin\varphi = e^{-i\varphi}$ (Euler)

10. $1 : (\cos\varphi + i\sin\varphi) = \cos\varphi - i\sin\varphi$

11. $(\cos x \pm i\sin x)(\cos y \pm i\sin y) = \cos(x + y) \pm i\sin(x + y)$

12. $(\cos x \pm i\sin x) : (\cos y \pm i\sin y) = \cos(x - y) \pm i\sin(x - y)$

13. Teorema lui Moivre (n arbitrar) $(\cos\varphi \pm i\sin\varphi)^n = \cos n\varphi \pm i\sin n\varphi$

14. $\sqrt[n]{a + b\,i} = |\sqrt[n]{r}|\left(\cos\dfrac{\varphi + 2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{\varphi + 2k\pi}{n}\right)$;
φ trebue măsurat în radiani (v. Nr. 8); k e un număr întreg arbitrar; pentru $k = 0, 1, 2, \ldots, n - 1$ se obţin deja toate valorile diferite ale radicalului.

15. Radicalii unităţii: $\sqrt[n]{1} = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n} = e^{2k\pi i/n}$

$$\sqrt[n]{-1} = \cos \frac{(2k+1)\pi}{n} + i \sin \frac{(2k+1)\pi}{n} = e^{(2k+1)\pi i/n}$$

$$(k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ n - 1).$$

Pentru interpretarea geometrică a numerelor complexe cp. Matematici VII a, p. 178.

B. Analiza combinatorie

1. **Permutări.** Numărul tuturor permutărilor (grupărilor tuturor elementelor în toate ordinile posibile) a n elemente inegale e
$1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n = n!$, de ex. $n = 3$: abc, acb; bac, bca; cab, cba.

Dacă între cele n elemente există p egale şi de un fel, q egale de alt fel, r egale de un al treilea fel etc., numărul de permutări posibile e
$\frac{n!}{p!\,q!\,r!\ldots}$, de ex. $n = 3$, $p = 2$: abb, bab, bba.

2. **Combinări.** Numărul de combinări posibile a n elemente luate câte r (grupări de câte r elemente, indiferent de ordinea lor) e:

a) $C_n^r = \binom{n}{r}$ fără repetiţie, adică dacă fiecare combinare poate conţine o singură dată un acelaşi element, de ex.[1]) ab, ac, bc.

b) $C_{n+r-1}^r = \binom{n+r-1}{r}$ cu repetiţie, adică dacă fiecare combinare poate conţine de r ori acelaşi element, de ex.[1]): aa, ab, ac, bb, bc, cc.

Numărul tuturor combinărilor posibile cu n elemente inegale fără repetiţie e

$\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n - 1$, de ex.[1]) a, b, c; ab, ac, bc; abc.

3. **Aranjamente.** Numărul de aranjamente (combinări permutate) a n elemente luate câte r e:

a) $A_n^r = C_n^r\, r! = \binom{n}{r} r! = n! : (n - r)!$ fără repetiţie (cp. 2 a), de ex.[1]): ab, ac, bc; ba, ca, cb.

b) n^r cu repetiţie (cp. 2 b), de ex.[1]): aa, ab, ac, bb, bc, cc; ba, ca, cb.

C. Determinanţi

1. Un determinant de ordinul n cuprinde n^2 mărimi (elemente): $a_1, b_2, \ldots, p_n$ dispuse pătratic în n linii (şiruri orizontale) şi n coloane (şiruri verticale), simbolic

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & \ldots & p_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \ldots & p_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & \ldots & p_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ a_n & b_n & c_n & \ldots & p_n \end{vmatrix}$$

şi are valoarea $\Sigma\,(\pm a_1 b_2 c_3 \ldots p_n)$, adică

2. Determinantul de ordinul n e o sumă de $n!$ termeni, ale căror valori rezultă prin permutări (cp. m. s. sub B) din produsul elementelor primei lui diagonale $a_1 b_2 c_3 \ldots p_n$, şi anume cu semnul plus sau minus, după cum numărul de inversiuni ale indicilor lui e par sau impar. Dacă, într'o permutare cu ordine dată, un element iniţial inferior îi urmează unuia iniţial superior, cele două elemente formează o inversiune.

[1]) $n = 3$, $r = 2$.

Scanned with OKEN Scanner

3. Un determinant de ordinul n se poate calcula prin descompunere în determinanți de ordinul $(n-1)$. Avem

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1 \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$= a_1 (b_2 c_3 - b_3 c_2) - a_2 (b_1 c_3 - b_3 c_1) + a_3 (b_1 c_2 - b_2 c_1),$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} - a_4 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix}.$$

S u b d e t e r m i n a n t u l (minorul) elementului x_q se obține suprimând în determinantul inițial coloana x-ilor și linia a q-a. El trebue afectat cu semnul plus sau minus, după cum suma dintre numărul coloanei și al liniei suprimate e par sau impar.

4. Un determinant își menține valoarea dacă se schimbă între ele liniile cu coloanele, menținându-le ordinea, de ex.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

5. Dacă într'un determinant se schimbă între ele două linii sau două coloane, noul determinant e egal și de semn contrar cu cel vechiu.

6. Un determinant se înmulțește cu un număr înmulțindu-i toate elementele unei linii sau unei coloane cu acel număr, de ex.

$$p \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} pa_1 & pb_1 & pc_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} pa_1 & b_1 & c_1 \\ pa_2 & b_2 & c_2 \\ pa_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

7. Dacă elementele corespunzătoare a două linii sau coloane ale unui determinant sunt respectiv egale sau proporționale, determinantul e egal cu zero:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} a_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} a_1 & n a_1 & b_1 \\ a_2 & n a_2 & b_2 \\ a_3 & n a_3 & b_3 \end{vmatrix} = n \begin{vmatrix} a_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix} = 0.$$

8. Dacă elementele unei linii sau coloane sunt sume de numere de termeni egale, determinantul se poate descompune într'o sumă de tot atâția determinanți:

$$\begin{vmatrix} a_1 + p_1 + q_1, & b_1 & c_1 \\ a_2 + p_2 + q_2, & b_2 & c_2 \\ a_3 + p_3 + q_3, & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} p_1 & b_1 & c_1 \\ p_2 & b_2 & c_2 \\ p_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} q_1 & b_1 & c_1 \\ q_2 & b_2 & c_2 \\ q_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

9. Un determinant nu-și schimbă valoarea dacă elementelor unei linii sau unei coloane li se adaugă elementele corespunzătoare ale unei alte linii sau coloane, înmulțite cu un număr arbitrar, de ex.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 + p b_1, & b_1 & c_1 \\ a_2 + p b_2, & b_2 & c_2 \\ a_3 + p b_3, & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

După 9, și 3., calculul practic al unui determinant e de ex.

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 & -3 \\ 5 & 2 & -3 & -2 \\ -3 & -6 & 2 & 1 \\ 4 & -7 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{matrix}\text{adunând de 3 ori linia 3}\\ \text{la linia 1, de 2 ori linia 3}\\ \text{la linia 2, de } (-5) \text{ ori linia}\\ \text{3 la linia 4, urmează:}\end{matrix} = \begin{vmatrix} -10 & -16 & 10 & 0 \\ -1 & -10 & 1 & 0 \\ -3 & -6 & 2 & 1 \\ 19 & 23 & -9 & 0 \end{vmatrix} = \begin{matrix}\text{desvoltând după ele-}\\ \text{mentele ultimei co-}\\ \text{loane}\\ \text{(atențiune la semn)}\end{matrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 10 & 16 & -10 \\ -1 & -10 & 1 \\ 19 & 23 & -9 \end{vmatrix} = 10 \;\begin{matrix}\text{adunând de}\\ \text{ori linia 2 la li-}\\ \text{nia 1:}\end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & -84 & 0 \\ -1 & -10 & 1 \\ 19 & 23 & -9 \end{vmatrix} = \begin{matrix}\text{desvoltând după li-}\\ \text{nia 1}\\ \text{(atențiune la semn)}\end{matrix} =$$

$$= 84 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 19 & -9 \end{vmatrix} = 84\,(9 - 19) = -840.$$

Scanned with OKEN Scanner

10. Teorema înmulțiriii determinanților:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1\alpha_1 + a_2\alpha_2 + a_3\alpha_3 & a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + a_3\beta_3 & a_1\gamma_1 + a_2\gamma_2 + a_3\gamma_3 \\ b_1\alpha_1 + b_2\alpha_2 + b_3\alpha_3 & b_1\beta_1 + b_2\beta_2 + b_3\beta_3 & b_1\gamma_1 + b_2\gamma_2 + b_3\gamma_3 \\ c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + c_3\alpha_3 & c_1\beta_1 + c_2\beta_2 + c_3\beta_3 & c_1\gamma_1 + c_2\gamma_2 + c_3\gamma_3 \end{vmatrix}.$$

11. Determinanți remarcabili:

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \\ 1 & x_n & x_n^2 & x_n^3 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)\dots(x_n - x_1)(x_3 - x_2)(x_4 - x_2) \dots (x_n - x_2)\dots(x_n - x_{n-1}).$$

Produs de diferențe.

Dacă $A_1, A_2 \dots C_3$ sunt subdeterminanții lui $a_1, a_2, \dots c_3$ din $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$,

avem
$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_2 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}^2.$$

D. Ecuații

a) Ecuații de gradul întâiu

$$\left.\begin{aligned} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} x &= \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \\ y &= \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \end{aligned} \quad (\text{dacă } a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0)$$

$$\left.\begin{aligned} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3 \end{aligned}\right\} \quad \text{Dacă } \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = D \neq 0, \text{ avem}$$

$$x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} : D \qquad y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} : D \qquad z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} : D.$$

La ecuațiile o m o g e n e, adică la cele cu membrul drept egal cu zero, ($d_1 = d_2 = d_3 = 0$), avem fie simultan $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, fie $D = 0$. Dacă $D = 0$, cel puțin una din ecuații e o consecință a celorlalte, sau — la ecuațiile neomogene — e incompatibilă cu ele. Aceste rezultate sunt valabile și în general pentru n ecuații cu n necunoscute. Se întrebuințează adesea, și mai ales la multe necunoscute, metoda de mai jos a e l i m i n ă r i i, folosită în fond și la calculul determinanților.

Metoda eliminării. Se elimină o aceeași necunoscută din cele n ecuații date, combinând de $(n-1)$ ori câte două din cele n ecuații. Din cele $(n-1)$ ecuații astfel obținute se elimină la fel o a doua necunoscută etc., până ce rămâne o singură ecuație cu o necunoscută (a n-a), din care se calculează această a n-a necunoscută. Inlocuindu-i valoarea în una din cele două ecuații cu două necunoscute, se obține necunoscuta a $(n-1)$-a etc., așa încât se obțin pe rând și celelalte necunoscute.

b) Ecuații de gradul al doilea

Soluție algebrică.

1. $x^2 + px + q = 0 \qquad x = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 - q}$

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x_1, x_2.$$

Scanned with OKEN Scanner

2. Avem $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 x_2 = q$. Scriind invers $p = -(x_1 + x_2)$, $q = + x_1 x_2$, x_1 şi x_2 sunt rădăcini ale ecuaţiei

$$(x - x_1)(x - x_2) \equiv x^2 + p x + q = 0.$$

Soluţie goniometrică. (Permite aplicarea neîntreruptă a calculului logaritmic.)

Cazul 1. $x^2 \pm p x - q = 0$, p şi q pozitivi. Se determină un unghiu φ între 0^0 şi 90^0, astfel încât $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{q}/(p/2)$, şi se obţine

$$x_1 = \pm \operatorname{tg}(\varphi/2)\sqrt{q}, \qquad x_2 = \mp \sqrt{q}/\operatorname{tg}(\varphi/2).$$

Cazul 2. $x^2 + p x + q = 0$, p şi q pozitivi.

După calcularea unghiului din primul cadran φ din $\sin \varphi = \sqrt{q}/(p/2)$, se determină

$$x_1 = \mp \sqrt{q} \operatorname{tg}(\varphi/2), \qquad x_2 = \mp \sqrt{q}/\operatorname{tg}(\varphi/2).$$

Dacă $\sin \varphi > 1$, rădăcinile sunt imaginare, şi anume

$$x = \sqrt{q}(\cos \psi \pm i \sin \psi) = \sqrt{q}\, e^{\pm i \psi},$$

unde $\cos \psi = \mp {}^1/_2 \cdot p/\sqrt{q}$ (ψ între $0°$ şi $180°$).

c) Ecuaţii de gradul al treilea

$$z^3 + a z^2 + b z + c = 0.$$

Punând $z = x - a/3$, se obţine ecuaţia cubică redusă de forma

$$x^3 + p' x + q' = 0 \text{ sau } x^3 + 3 p x + 2 q = 0.$$

$$p' = b - a^2/3, \qquad q' = {}^2/_{27} \cdot a^3 - a b/3 + c,$$

$$p = b/3 - a^2/9, \qquad q = a^3/27 - a b/6 + c/2.$$

Soluţie algebrică. Rădăcinile ecuaţiei $x^3 + 3 p x + 2 q = 0$ sunt după formula lui Cardan

$$x_1 = u + v, \qquad x_2 = w_1 u + w_2 v, \qquad x_3 = w_2 u + w_1 v.$$

Mai sus w_1 şi w_2 sunt cele două valori conjugate complex ale lui $\sqrt[3]{1}$:

$$w_1 = (-1 + i\sqrt{3})/2, \qquad w_2 = (-1 - i\sqrt{3})/2,$$

iar u şi v expresiunile

$$u = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}}, \qquad v = \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}$$

Dacă $q^2 + p^3 < 0$ (cazul ireductibil) rădăcinile se prezintă sub formă complexă, deşi toate trei sunt reale. In acest caz e convenabil să se întrebuinţeze soluţia goniometrică (v. m. j. cazul 3).

Soluţia prin funcţiuni hiperbolice şi trigonometrice

Cazul 1. $x^3 + 3 p x \pm 2 q = 0$, $p > 0$, $q > 0$, Se calculează mărimea auxiliară φ din $\operatorname{Sin} \varphi = q : (p\sqrt{p})$, şi rădăcinile sunt

$$x_1 = \mp 2\sqrt{p} \operatorname{Sin}(\varphi/3), \qquad x_2 = \pm \sqrt{p} \operatorname{Sin}(\varphi/3) + i\sqrt{3 p} \operatorname{Cos}(\varphi/3),$$

$$x_3 = \pm \sqrt{p} \operatorname{Sin}(\varphi/3) - i\sqrt{3 p} \operatorname{Cos}(\varphi/3).$$

Cazul 2. $x^3 - 3 p x \pm 2 q = 0$, $p > 0$, $q > 0$, $p^3 < q^2$. Se calculează mărimea auxiliară φ din $\operatorname{Cos} \varphi = q : (p\sqrt{p})$, şi rădăcinile sunt

$$x_1 = \mp 2\sqrt{p} \operatorname{Cos}(\varphi/3), \qquad x_2 = \pm \sqrt{p} \operatorname{Cos}(\varphi/3) + i\sqrt{3 p} \operatorname{Sin}(\varphi/3),$$

$$x_3 = \pm \sqrt{p} \operatorname{Cos}(\varphi/3) - i\sqrt{3 p} \operatorname{Sin}(\varphi/3).$$

Scanned with OKEN Scanner

Cazul 3. $x^3 - 3px \pm 2q = 0$, $p > 0$, $q > 0$, $p^3 > q^2$. Se calculează mărimea auxiliară φ din $\cos\varphi = q : (p\sqrt{p})$, şi rădăcinile sunt

$$x_1 = \mp 2\sqrt{p}\cos(\varphi/3), \qquad x_2 = \pm 2\sqrt{p}\cos(60^\circ - \varphi/3).$$

$$x_3 = \pm 2\sqrt{p}\cos(60^\circ + \varphi/3).$$

Cazul 4. (Cazul limită între 2. şi 3.). $x^3 - 3px \pm 2q = 0$, $q > 0$, $p > 0$, $p^3 = q^2$.

$$x_1 = \mp 2\sqrt{p}, \qquad x_2 = x_3 = \pm\sqrt{p}.$$

d) Ecuaţii de gradul al patrulea

$$z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d = 0.$$

Punând $z = x - a/4$, se obţine ecuaţia bipătrată redusă, de forma

$$x^4 + px^2 + qx + r = 0.$$

Spre a determina cele patru rădăcini ale acestei ecuaţii, trebue rezolvată mai întâi următoarea ecuaţie de gradul al treilea (rezolvanta cubică):

$$y^3 + 2py^2 + (p^2 - 4r)y - q^2 = 0.$$

Dacă y_1, y_2, y_3 sunt rădăcinile ei, rădăcinile ecuaţiei bipătrate de mai sus sunt:

$$x_1 = \tfrac{1}{2}\cdot(\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2} + \sqrt{y_3}), \qquad x_3 = \tfrac{1}{2}\cdot(-\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2} - \sqrt{y_3}).$$

$$x_2 = \tfrac{1}{2}\cdot(\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2} - \sqrt{y_3}), \qquad x_4 = \tfrac{1}{2}\cdot(-\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2} + \sqrt{y_3});$$

radicalilor de mai sus li se dă semnul astfel, încât să avem:

$$\sqrt{y_1}\sqrt{y_2}\sqrt{y_3} = -q.$$

e) Rezolvarea numerică a ecuaţiilor. Metode de aproximaţie

Ecuaţiile algebrice de grad mai înalt decât al patrulea nu sunt rezolvabile în general prin extrageri de radicali (Teorema lui Abel). Metodele practice de mai jos sunt aplicabile şi ecuaţiilor transcendente. Trebue determinată mai întâi cu aproximaţie o rădăcină a ecuaţiei propuse $f(x) = 0$.

1. In acest scop poate servi adesea următoarea teoremă: Dacă $f(x)$ e continuu în apropierea rădăcinii căutate, şi dacă $f(a) > 0$ şi $f(b) < 0$, între a şi b e cuprins un număr impar de rădăcini ale ecuaţiei $f(x) = 0$; şi cel puţin una.

2. Rezolvare grafică. Se trasează curba cu ecuaţia $y = f(x)$. Abscisele intersecţiunii ei cu axa x sunt rădăcinile ecuaţiei.

Adesea e preferabil să i se dea ecuaţiei de rezolvat forma $f_1(x) = f_2(x)$ şi să se deseneze curbele $y = f_1(x)$ $y = f_2(x)$ ale căror intersecţiuni dau prin abscisele lor rădăcinile căutate.

3. Corectarea prin interpolare (Regula falsi). Dacă a e o valoare apropiată a rădăcinii lui $f(x) = 0$, se calculează corecţia δ din

$$\delta = -f(a)\,\frac{a_1 - a}{f(a_1) - f(a)},$$

unde a_1 e o valoare puţin diferită de a.

4. **Metoda de aproximație a lui Newton.** Aici corecția lui a e $\delta = -\frac{f(a)}{f'(a)}$, unde $f'(a)$ e derivata întâi a lui $f(x)$ pentru $x = a$.

5. **Metoda iterației.** Se aduce ecuația la forma $x = \varphi(x)$, așa încât să avem $\varphi'(x) < 1$. Altfel se rezolvă mai întâi ecuația $x = \varphi(x)$ în raport cu x-ul din dreapta. (Exemplu: La $x = \operatorname{tg} x$ avem $(\operatorname{tg} x)' = 1 : \cos^2 x > 1$, așa încât se scrie mai întâi $x = \operatorname{arc\,tg} x$, unde $(\operatorname{arc\,tg} x)' = 1 : (1 + x^2) < 1$). Dacă x_1 e o valoare apropiată a rădăcinii determinate după 1. sau 2., $x_2 = \varphi(x_1)$ e una mai bună. Prin repetarea procedeului, ne apropiem de soluție oricât voim.

E. Calculul dobânzilor compuse și al rentelor [1]

Formulele cari urmează reprezintă relațiunile dintre sumele scadente la începutul, în cursul sau la sfârșitul unui termen de n ani. Notațiunile folosite sunt curente în m a t e m a t i c i l e f i n a n c i a r e și convenite în cea mai mare parte internațional.

Notăm cu

i fracțiunea dobânzii la plată anuală ulterioară (de ex. pt. 3,5%, $i = 0{,}035$).
$1 + i$ factorul dobânzii la sută,
$v = 1 : (1 + i)$ factorul dobânzii din sută,
$\text{a}_{\overline{n}|}$ valoarea în numerar a unei rente scadente de n ori anticipat, de valoare anuală 1,
$a_{\overline{n}|}$ valoarea în numerar a unei rente scadente de n ori ulterior, de valoare anuală 1,
$s_{\overline{n}|}$ valoarea finală (totală) a unei rente scadente de n ori ulterior, de valoare anuală 1,
n numărul de ani.

1. **Dobânzi compuse.** Un capital de valoarea 1 crește în n ani la următoarele valori:

a) la capitalizarea a n u a l ă a dobânzilor, la $(1 + i)^n$ (v. tabla 20),
b) la capitalizarea s e m e s t r i a l ă a dobânzilor și o fracțiune nominală anuală a dobânzilor i, la $(1 + {}^1/_2\, i)^{2n}$; dobânda reală e în acest caz $i + {}^1/_4\, i^2$,
c) la capitalizare c o n t i n u ă, cu o fracțiune nominală anuală a dobânzii i, la e^{in} (e^x v. tabla 8, p. 47); dobânda reală e în acest caz $e^i - 1$.

Tabla 20. $(1 + i)^n$

i%\ n	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70	75	80	90	100
3,00	1,159	1,344	1,558	1,806	2,094	2,427	2,814	3,262	3,782	4,384	5,892	7,918	9,179	10,64	14,30	19,22
3,25	1,173	1,377	1,616	1,896	2,225	2,610	3,063	3,594	4,217	4,949	6,814	9,382	11,01	12,92	17,79	24,49
3,50	1,188	1,411	1,675	1,990	2,363	2,807	3,334	3,959	4,702	5,585	7,878	11,11	13,20	15,68	22,11	31,19
3,75	1,202	1,445	1,737	2,088	2,510	3,017	3,627	4,360	5,242	6,301	9,105	13,16	15,82	19,01	27,47	39,70
4,00	1,217	1,480	1,801	2,191	2,666	3,243	3,946	4,801	5,841	7,107	10,52	15,57	18,95	23,05	34,12	50,50
4,25	1,231	1,516	1,867	2,299	2,831	3,486	4,292	5,285	6,508	8,013	12,15	18,42	22,68	27,93	42,35	64,21
4,50	1,246	1,553	1,935	2,412	3,005	3,745	4,667	5,816	7,248	9,033	14,03	21,78	27,15	33,83	52,54	81,59
5,00	1,276	1,629	2,079	2,653	3,386	4,322	5,516	7,040	8,985	11,47	18,68	30,43	38,83	49,56	80,73	131,5
5,50	1,307	1,708	2,232	2,918	3,813	4,984	6,514	8,513	11,13	14,54	24,84	42,43	55,45	72,48	123,8	211,5
6,00	1,338	1,791	2,397	3,207	4,292	5,743	7,686	10,29	13,76	18,42	32,99	59,08	79,06	105,8	189,5	339,3
7	1,403	1,967	2,759	3,870	5,427	7,612	10,68	14,97	21,00	29,46	57,95	114,0	159,9	224,2	441,1	867,7
8	1,469	2,159	3,172	4,661	6,848	10,06	14,79	21,72	31,92	46,90	101,3	218,6	321,2	472 0	1019	2200
9	1,539	2,367	3,642	5,604	8,623	13,27	20,41	31,41	48,33	74,36	176,0	416,7	641,2	986,6	2336	5529
10	1,611	2,594	4,177	6,727	10,83	17,45	28,10	45,26	72,89	117,4	304,5	789,7	1272	2048	5313	13781

[1]) Prelucrare cu colaborarea prof. dr. Paul L o r e n z, Berlin.

2. Plăţi repetate, cari se efecuează de n ori în valoare de câte 1 la sfârşitul / la începutul fiecărui an, au

a) la sfârşitul intervalului de n ani valoarea totală

$$s_{\overline{n|}} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad\qquad \frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i),$$

b) la începutul intervalului de n ani valoarea totală

$$a_{\overline{n|}} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}\,\frac{1}{(1+i)^n} = (1 - v^n)/i \qquad\qquad \mathfrak{a}_{\overline{n|}} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}\,\frac{1}{(1+i)^{n-1}} = (1 - v^n)/(1 - v)$$

3. Amortisarea unei datorii (a valorii unui stabiliment). Dacă A e anuitatea, adică suma de plătit în total anual ulterior pentru dobânzi şi amortisarea datoriei 1, şi R restul până la care trebue scăzută datoria după t ani, avem relaţiunile

$$A = (1 - R\,v^t)/a_{\overline{t|}} \quad \text{şi} \quad t = [\lg (A - R\,i) - \lg (A - i)] \,/\, \lg (1 + i).$$

La amortisare totală (scăderea la zero) în n ani avem (tabla 21)

$$A = 1/a_{\overline{n|}} \quad \text{şi} \quad n = [\lg A - \lg (A - i)] \,/\, \lg (1 + i).$$

Tabla 21. Sume de amortisare în % din valoarea iniţială

i %	Anii în cari se termină amortisarea							
	5	10	15	20	25	30	35	40
3,00	21,835	11,723	8,377	6,722	5,743	5 102	4,654	4,326
3,25	21,992	11,873	8,529	6,878	5,904	5,268	4,825	4,503
3,50	22,148	12,024	8,683	7,036	6,067	5,437	5 000	4,683
3,75	22,305	12,176	8,838	7,196	6,233	5,609	5,177	4,866
4,00	22,463	12,329	8,994	7,358	6,401	5,783	5,358	5,052
4,25	22,621	12,483	9,152	7,522	6,571	5,960	5,541	5,242
4,50	22,779	12,638	9,311	7,688	6,744	6,139	5,727	5,434
4,75	22,938	12,794	9 472	7,855	6,919	6,321	5,916	5,630
5,00	23 097	12,950	9,634	8,024	7,095	6,505	6,107	5,828
5,50	23,418	13,267	9,963	8,368	7,455	6,881	6,497	6,232
6,00	23,740	13,587	10,296	8,718	7,823	7,265	6,897	6,646
7,00	24,389	14,238	10,979	9,439	8,581	8,059	7,723	7,501
8,00	25,046	14,903	11,683	10,185	9,368	8,883	8,580	8,386
9,00	25,709	15,582	12,406	10,955	10,181	9,734	9,464	9,296
10,00	26,380	16,275	13,147	11,746	11,017	10,608	10,369	10,226
i %	45	50	60	70	75	80	90	100
3,00	4,079	3,887	3,613	3,434	3,367	3,311	3,226	3,165
3,25	4,260	4,073	3,809	3,638	3,575	3,523	3,444	3,388
3,50	4,445	4,263	4,009	3,846	3,787	3,738	3,666	3,616
3,75	4,634	4,457	4,213	4,058	4,003	3,958	3,892	3,847
4,00	4,826	4,655	4,420	4,275	4,223	4,181	4,121	4,081
4,25	5,022	4 856	4,631	4,494	4,446	4.408	4,353	4,317
4,50	5,220	5.060	4,845	4,717	4.672	4.637	4,587	4,556
4,75	5,422	5,267	5,063	4,942	4,901	4.869	4,824	4,796
5,00	5.626	5,478	5.283	5,170	5,132	5,103	5,063	5,038
5,50	6,043	5,906	5,731	5,633	5,601	5.577	5,545	5,526
6,00	6,470	6,344	6,188	6,103	6,077	6,057	6,032	6,018
7,00	7,350	7,246	7,123	7,062	7,044	7,031	7,016	7,008
8,00	8,259	8,174	8,080	8,037	8,025	8,017	8,008	8,004
9,00	9,190	9,123	9,051	9.022	9,014	9,009	9,004	9,002
10,00	10,139	10,086	10,033	10,013	10,008	10,005	10,002	10,001

Scanned with OKEN Scanner

F. Progresiuni

a) Progresiuni aritmetice

Termenul n al progresiunii aritmetice $a,\ a+d,\ a+2d, \ldots a+(n-1)d$ e

$$u = a + (n-1)d$$

iar suma primilor ei n termeni e

$$S = {}^1/_2 \cdot (a+u)\,n = (n/2)\,[2a + (n-1)d].$$

O progresiune aritmetică de ordinul k e definită prin proprietatea de mai jos. Se formează din termenii ei $a_0, a_1, a_2, \ldots$ schema de diferențe

$$\begin{matrix} a_0 & \Delta a_0 & & \\ a_1 & \Delta a_1 & \Delta^2 a_0 & \Delta^3 a_0 \ldots \\ a_2 & \Delta a_2 & \Delta^2 a_1 & \vdots \\ a_3 & \vdots & \vdots & \\ \vdots & & & \end{matrix}$$

unde $\Delta a_0 = a_1 - a_0$, $\Delta a_1 = a_2 - a_1 \ldots$, $\Delta^2 a_0 = \Delta a_1 - \Delta a_0$, $\Delta^2 a_1 = \Delta a_2 - \Delta a_1 \ldots$ etc.

iar $\Delta^k a_0 = \Delta^k a_1 = \Delta^k a_2 = \ldots$ să aibă o valoare constantă. In aceste condițiuni avem pentru $n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$

$$a_n = a_0 + \binom{n}{1}\Delta a_0 + \binom{n}{2}\Delta^2 a_0 + \ldots + \binom{n}{k}\Delta^k a_0,$$

de unde se poate calcula fiecare termen al progresiunii din capetele coloanelor de diferențe; apoi pentru $\lambda = 1,\ 2, \ldots k$

$$\Delta^\lambda a_0 = a_\lambda - \binom{\lambda}{1}a_{\lambda-1} + \binom{\lambda}{2}a_{\lambda-2} - + \ldots + (-1)^\lambda a_0,$$

de unde se pot calcula primii termeni ai coloanelor de diferențe. Dar această formulă e valabilă pentru fiecare termen de diferențe, fiindcă se poate începe la el coloana respectivă. Suma $S = a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1}$ e

$$S = \binom{n}{1}a_0 + \binom{n}{2}\Delta a_0 + \binom{n}{3}\Delta^2 a_0 + \ldots + \binom{n}{k+1}\Delta^k a_0.$$

b) Progresiuni geometrice

Termenul n al progresiunii geometrice $a,\ aq,\ aq^2, \ldots aq^{n-1}$ e $u = aq^{n-1}$ și suma primilor ei n termeni

$$S = a(q^n - 1)/(q-1) = (qu - a)/(q-1).$$

De reținut cazul cel mai simplu

$$1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^{n-1} = (1 - x^n)/(1 - x),$$

la care se pot reduce toate celelalte.

c) Progresiuni armonice

O progresiune armonică se poate defini drept succesiune de termeni ale căror valori reciproce constitue o progresiune aritmetică. De obiceiu se înțelege prin ea progresiunea $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots \frac{1}{n}$. Suma primilor ei n termeni se poate aproxima asimptotic pentru n mare:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} \sim \ln n + C + \frac{1}{2n} - \frac{B_2}{2n^2} - \frac{B_4}{4n^4} - \frac{B_6}{6n^6} - \ldots,$$

unde $B_2, B_4, \ldots$ sunt numerele lui B e r n o u l l i, iar C constanta lui E u l e r (pp. 86 și 114). Obținem astfel

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{1000} = 7{,}485\,470$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + 10^{-6} = 14{,}392\,726.$$

Adesea se înțelege prin progresiune armonică una de tipul:

$$\frac{1}{1^\alpha}+\frac{1}{2^\alpha}+\frac{1}{3^\alpha}+\ldots+\frac{1}{n^\alpha}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (*)$$

unde α e o constantă. Și pentru ele sunt valabile formule asimptotice; de ex. pentru $\alpha = {}^1/_2$ avem

$$\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{10^6}} = 1998{,}54014$$ [1].

d) Câteva progresiuni particulare

1. $1+2+3+4+5+6+7+\ldots+(n-1)+n = n(n+1)/2$
2. $p+(p+1)+(p+2)+\ldots+(q-1)+q = \dfrac{(q+p)(q-p+1)}{2}$
3. $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+\ldots+(n-1)^2+n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{1\cdot 2\cdot 3}$
4. $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+\ldots+(n-1)^3+n^3 = [n(n+1)/2]^2$
5. $1^4+2^4+3^4+\ldots+(n-1)^4+n^4 = \dfrac{n}{30}(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)$
6. $1+3+5+7+9+11+13+\ldots+(2n-3)+(2n-1) = n^2$
7. $2+4+6+\ldots+2n = n(n+1)$
8. $1^2+3^2+5^2+7^2+\ldots+(2n-1)^2 = {}^1/_3\cdot n(2n-1)(2n+1)$
9. $2^2+4^2+6^2+\ldots+(2n)^2 = {}^2/_3\cdot n(n+1)(2n+1)$
10. $1^3+3^3+5^3+7^3+\ldots+(2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$
11. $2^3+4^3+6^3+\ldots+(2n)^3 = 2n^2(n+1)^2$
12. $1+2x+3x^2+\ldots+nx^{n-1} = \dfrac{1-(n+1)x^n+nx^{n+1}}{(1-x)^2}, \quad (x \neq 1)$
13. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{2^2}+\dfrac{3}{2^3}+\dfrac{4}{2^4}+\ldots+\dfrac{n}{2^n} = 2-\dfrac{n+2}{2^n}.$

G. Serii, în particular serii de puteri

Observație. Seriile aritmetice și armonice (în prima accepțiune) sunt toate divergente. Seriile armonice de forma (*) converg numai pentru $\alpha > 1$. Pentru $\alpha(\lambda) = 2, 3, 4, 5$ sumele acestor serii sunt date în p. 114 și pentru valori pare ale lui $\alpha = 2n$ în general sub Matematici p. 86. Detalii în K. Knopp l. c.[1]).

a) Seria binomială și cazuri particulare

1 $(1 \pm x)^n = 1 \pm \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 \pm \binom{n}{3}x^3 + \ldots; \qquad |x| < 1$

(n arbitrar; coeficienții binomiali la p. 71 și pentru n întreg și pozitiv tabla 13, p. 59).

Spre a-l desvolta pe $(a+b)^n$ pentru n arbitrar, se notează cu a cel mai mare din cele două numere a și b, se scrie $x = b/a$,

$$(a+b)^n = a^n(1+b/a)^n = a^n(1+x)^n$$

și se desvoltă ca seria de sub 1.

---

[1]) Cp. K. Knopp, Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen, ed. a 3-a. Berlin 1931, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

2. $\frac{1}{1 \pm x} = 1 \mp x + x^2 \mp x^3 + \dots$ (seria geometrică)

3. $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4}x^2 + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 + - \dots$

$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \frac{7}{256}x^5 - \frac{21}{1024}x^6 + - \dots$

4. $\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}x^2 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 - + \dots$

$= 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \frac{63}{256}x^5 + \frac{231}{1024}x^6 - + \dots$

5. $\sqrt[3]{1+x} = 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 6}x^2 + \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9}x^3 - \frac{1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12}x^4 + - \dots$

$= 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + \frac{5}{81}x^3 - \frac{10}{243}x^4 + \frac{22}{729}x^5 - \frac{154}{6561}x^6 + - \dots$

6. $\frac{1}{\sqrt[3]{1+x}} = 1 - \frac{1}{3}x + \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 6}x^2 - \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{3 \cdot 6 \cdot 9}x^3 + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12}x^4 - + \dots$

$= 1 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{9}x^2 - \frac{14}{81}x^3 + \frac{35}{243}x^4 - \frac{91}{729}x^5 + \frac{728}{6561}x^6 - + \dots$

7. $\sqrt[q]{(1+x)^p} = 1 + \frac{p}{q}x + \frac{p(p-q)}{q \cdot 2q}x^2 + \frac{p(p-q)(p-2q)}{q \cdot 2q \cdot 3q}x^3 + \dots$

8. $\frac{1}{\sqrt[q]{(1+x)^p}} = 1 - \frac{p}{q}x + \frac{p(p+q)}{q \cdot 2q}x^2 - \frac{p(p+q)(p+2q)}{q \cdot 2q \cdot 3q}x^3 + \dots$

Toate seriile binomiale converg pentru $|x| < 1$.

b) Serii exponenţiale şi logaritmice

1. $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots;$ $|x| < \infty$[1]

$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = 2{,}718\,281\,828\,5$

$1/e = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + - \dots = 0{,}367\,879\,441\,2$

2. $a^x = 1 + \frac{\ln a}{1!}x + \frac{(\ln a)^2}{2!}x^2 + \frac{(\ln a)^3}{3!}x^3 + \dots;$ $|x| < \infty,\ a > 0$

3. $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots;$ $-1 < x \leqq +1$

4. $\ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + - \dots$ (improprie pentru calculul numeric)

5. $\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} - \dots;$ $-1 \leqq x < +1$

---

[1] $|x| < \infty$ înseamnă că seria e mereu convergentă, adică pentru orice valoare a lui x.

Scanned with OKEN Scanner

6. $\ln 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 2^2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \frac{1}{4 \cdot 2^4} + \ldots = 0{,}693\,147\,180\,6$

7. $\ln \frac{1+x}{1-x} = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \ldots\right);$ $|x| < 1$

8. $\ln \frac{x+1}{x-1} = 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3\,x^3} + \frac{1}{5\,x^5} + \ldots\right);$ $|x| > 1$

9. $1/M = \ln 10 = 2{,}302\,585\,093\,0$

10. $\ln x = 2\left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 + \frac{1}{7}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^7 + \ldots\right],$
unde $x > 0$

11. $\ln 2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3 \cdot 3^3} + \frac{2}{5 \cdot 3^5} + \frac{2}{7 \cdot 3^7} + \ldots$ (Nr. 4 și 6)

12. $\ln 3 = \frac{2}{2} + \frac{2}{3 \cdot 2^3} + \frac{2}{5 \cdot 2^5} + \frac{2}{7 \cdot 2^7} + \ldots = 1{,}098\,612\,288\,7$

13. $\ln(a+x) = \ln a + 2\left[\frac{x}{2\,a+x} + \frac{1}{3}\left(\frac{x}{2\,a+x}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{x}{2\,a+x}\right)^5 + \ldots\right],$
unde $a > 0$ și $x > -a$

14. $\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) = x - \frac{1}{2}\,\frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\,\frac{x^5}{5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\,\frac{x^7}{7} + - \ldots;$ $|x| \leqq 1.$

c) Serii pentru funcțiunile trigometrice, inversele lor și cele hiperbolice

In formulele 1...6 unghiul x se măsoară în radiani, anume $x = \pi\varphi^\circ/180^\circ$, dacă φ° e unghiul în grade vechi.

1. $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \ldots;$ $|x| < \infty$

2. $\cos 1 = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{6!} + - \ldots = 0{,}540\,302\,305\,9$

3. $\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \frac{x^{11}}{11!} + \ldots;$ $|x| < \infty$

4. $\sin 1 = 1 - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \frac{1}{7!} + - \ldots = 0{,}841\,470\,984\,8$

5. $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2\,x^5}{3 \cdot 5} + \frac{17\,x^7}{3^2 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{62\,x^9}{3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \ldots$ [1]; $|x| < \frac{\pi}{2}$

6. $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{x} - \frac{x}{3} - \frac{x^3}{3^2 \cdot 5} - \frac{2\,x^5}{3^3 \cdot 5 \cdot 7} - \frac{x^7}{3^3 \cdot 5^2 \cdot 7} - \ldots$ [1], $0 < |x| < \pi$

7. $\arcsin x = x + \frac{1\,x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3\,x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5\,x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \ldots;$ $|x| \leqq 1$

---

[1]) Legea de formare coeficienților sub e 3, 4, p. 87.

Scanned with OKEN Scanner

8. $\operatorname{arc\,tg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \ldots; \qquad |x| \leqq 1$

9. $\operatorname{arc\,tg} x = \pi/2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} - + \ldots; \qquad |x| \geqq 1$

10. $\operatorname{arc\,tg} x = \pi/4 + \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 - + \ldots; \qquad x \geqq 0$

11. $\pi/4 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + - \ldots$ (improprie pentru calculul numeric)

12. $\pi/4 = \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{2} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{3} = 0{,}785\,398\,163\,4$

13. $\operatorname{Cos} x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \ldots; \qquad |x| < \infty$

14. $\operatorname{Cos} 1 = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \ldots = 1{,}543\,080\,634\,8$

15. $\operatorname{Sin} x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \ldots; \qquad |x| < \infty$

16. $\operatorname{Sin} 1 = 1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{7!} + \ldots = 1{,}175\,201\,193\,6.$

d) Calculul cu seriile de puteri

In domeniul lor comun de convergență, seriile de puteri convergente se pot aduna termen cu termen, înmulți cu un factor numeric arbitrar, înmulți între ele și, dacă numitorul nu e zero, se pot împărți între ele. Formulele cari urmează facilitează acest calcul.

1. Produsul a două serii de puteri

$$(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots)(b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 + \ldots)$$
$$= a_0 b_0 + (a_0 b_1 + a_1 b_0) x + (a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0) x^2$$
$$+ (a_0 b_3 + a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_3 b_0) x^3 + \ldots$$

2. Câtul a două serii de puteri

$$\frac{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \ldots} = \frac{a_0}{b_0} \frac{1 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \ldots}{1 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \ldots}$$
$$= a_0/b_0 \cdot [1 + (\alpha_1 - \beta_1) x + (\alpha_2 - \alpha_1 \beta_1 + \beta_1^2 - \beta_2) x^2 + (\alpha_3 - \alpha_2 \beta_1 - \alpha_1 \beta_2$$
$$- \beta_3 - \beta_1^3 + \alpha_1 \beta_1^2 + 2 \beta_1 \beta_2) x^3 + (\alpha_4 - \alpha_3 \beta_1 - \alpha_2 \beta_2 - \alpha_1 \beta_3 - \beta_4$$
$$+ \beta_1^4 - \alpha_1 \beta_1^3 + \alpha_2 \beta_1^2 + \beta_2^2 + 2 \beta_1 \beta_3 + 2 \alpha_1 \beta_1 \beta_2 - 3 \beta_1^2 \beta_2) x^4 + \ldots].$$

3. Puterile unei serii de puteri. Puterile unei serii de puteri

$$y = 1 + a x + b x^2 + c x^3 + d x^4 + \ldots$$

pot fi exprimate sub forma $y^n = 1 + n a x + X_n$,
unde X_n e expresiunea următoare

$$X_n = n\left(\frac{n-1}{2} a^2 + b\right) x^2 + n\left[\frac{(n-1)(n-2)}{6} a^3 + (n-1) ab + c\right] x^3$$
$$+ n\left[\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{24} a^4 + \frac{(n-1)(n-2)}{2} a^2 b + \frac{n-1}{2} b^2\right.$$
$$\left. + (n-1) ac + d\right] x^4 + \ldots$$

Scanned with OKEN Scanner

$$X_2 = (a^2 + 2b)x^2 + 2(ab + c)x^3 + (b^2 + 2ac + 2d)x^4 + \dots$$

$$X_3 = 3(a^2 + b)x^2 + (a^3 + 6ab + 3c)x^3 + 3(a^2b + b^2 + 2ac + d)x^4 + \dots$$

$$X_{-1} = (a^2 - b)x^2 - (a^3 - 2ab + c)x^3 + (a^4 - 3a^2b + b^2 + 2ac - d)x^4 - \dots$$

$$X_{-2} = (3a^2 - 2b)x^2 - 2(2a^3 - 3ab + c)x^3 + (5a^4 - 12a^2b + 3b^2 + 6ac - 2d)x^4 - \dots$$

$$X_{-3} = 3(2a^2 - b)x^2 - (10a^3 - 12ab + 3c)x^3 + 3(5a^4 - 10a^2b + 2b^2 + 4ac - d)x^4, \dots$$

$$X_{1/2} = -\tfrac{1}{2}\cdot(a^2/4 - b)x^2 + \tfrac{1}{2}\cdot(a^3/8 - ab/2 + c)x^3 - \tfrac{1}{2}\cdot(5a^4/64 - 3a^2b/8 + b^2/4 + ac/2 - d)x^4 + \dots$$

$$X_{1/3} = -\tfrac{1}{3}\cdot(a^2/3 - b)x^2 + \tfrac{1}{3}\cdot(5a^3/27 - 2ab/3 + c)x^3 - \tfrac{1}{3}\cdot(10a^4/81 - 5a^2b/9 + b^2/3 + 2ac/3 - d)x^4 + \dots$$

$$X_{-1/2} = \tfrac{1}{2}\cdot(\tfrac{3}{4}a^2 - b)x^2 - \tfrac{1}{2}\cdot(5a^3/8 - 3ab/2 + c)x^3 + \tfrac{1}{2}\cdot(35a^4/64 - 15a^2b/8 + 3b^2/4 + 3ac/2 - d)x^4 - \dots$$

$$X_{-1/3} = \tfrac{1}{3}\cdot(2a^2/3 - b)x^2 - \tfrac{1}{3}\cdot(14a^3/27 - 4ab/3 + c)x^3 + \tfrac{1}{3}\cdot(35a^4/81 - 14a^2b/9 + 2b^2/3 + 4ac/3 - d)x^4 - \dots$$

$$X_{3/2} = \tfrac{3}{2}\cdot(a^2/4 + b)x^2 + \tfrac{3}{2}\cdot(-a^3/24 + ab/2 + c)x^3 + \tfrac{3}{2}\cdot(a^4/64 - a^2b/8 + b^2/4 + ac/2 + d)x^4 + \dots$$

$$X_{2/3} = \tfrac{2}{3}\cdot(-a^2/6 + b)x^2 + \tfrac{2}{3}\cdot(2a^3/27 - ab/3 + c)x^3 + \tfrac{2}{3}\cdot(-7a^4/162 + 2a^2b/9 - b^2/6 - ac/3 + d)x^4 + \dots$$

$$X_{-3/2} = \tfrac{3}{2}\cdot(5a^2/4 - b)x^2 - \tfrac{3}{2}\cdot(35a^3/24 - 5ab/2 + c)x^3 + \tfrac{3}{2}\cdot(105a^4/64 - 35a^2b/8 + 5b^2/4 + 5ac/2 - d)x^4 - \dots$$

$$X_{-2/3} = \tfrac{2}{3}\cdot(5a^2/6 - b)x^2 - \tfrac{2}{3}\cdot(20a^3/27 - 5ab/3 + c)x^3 + \tfrac{2}{3}\cdot(55a^4/81 - 20a^2b/9 + 5b^2/6 + 5ac/3 - d)x^4 - \dots$$

4. Inversa unei serii

$$y = x + bx^2 + cx^3 + dx^4 + ex^5 + fx^6 + \dots$$

$$x = y - by^2 + (2b^2 - c)y^3 - (5b^3 - 5bc + d)y^4 + (14b^4 - 21b^2c + 6bd + 3c^2 - e)y^5 - 7\left(6b^5 - 12b^3c + 4b^2d + 4bc^2 - be - cd + \frac{1}{7}f\right)y^6 \dots$$

Formulele de mai sus dau numai rezultatul calculului formal; convergența seriei rezultante și, odată cu ea, valabilitatea rezultatului, trebue examinată separat.

e) Câteva alte serii și produse infinite

1. $$\frac{x}{e^x - 1} = 1 + B_1\frac{x}{1!} + B_2\frac{x^2}{2!} + B_4\frac{x^4}{4!} + B_6\frac{x^6}{6!} + \dots; \qquad |x| < 2\pi$$

Mai sus $B_1 = -\tfrac{1}{2}$, $B_2 = \tfrac{1}{6}$, $B_4 = -\tfrac{1}{30}$, $B_6 = \tfrac{1}{42}$, $B_8 = -\tfrac{1}{30}$, $B_{10} = \tfrac{5}{66}$, $B_{12} = -\tfrac{691}{2730}$, $B_{14} = \tfrac{7}{6}$, $B_{16} = -\tfrac{3617}{510}$ ... sunt numerele lui Bernoulli. Notația nu e pretutindeni unitară. Ele se calculează după formula de recurență

2. $B_n = [B + 1]^n$, unde puterile B^λ din dreapta trebue înlocuite cu numerele lui Bernoulli B_λ. Avem $B_3 = B_5 = B_7 = \dots = 0$.

$$1 + \frac{1}{2^{2n}} + \frac{1}{3^{2n}} + \frac{1}{4^{2n}} + \dots = \frac{1}{2}(2\pi)^{2n}\frac{|B_{2n}|}{(2n)!}, \quad n = 1, 2, 3 \dots;$$

3. $x \operatorname{ctg} x = 1 - B_2 \frac{(2x)^2}{2!} + B_4 \frac{(2x)^4}{4!} - B_6 \frac{(2x)^6}{6!} + - \ldots;$ $\quad |x| < \pi$

(cp. c, 6)

4. $x \operatorname{tg} x = (2^2 - 1) B_2 \frac{(2x)^2}{2!} - (2^4 - 1) B_4 \frac{(2x)^4}{4!} + (2^6 - 1) B_6 \frac{(2x)^6}{6!}$
$- + \ldots$ $\quad |x| < \pi/2$

(cp. c, 5)

5. $1/\cos x = \sec x = 1 + E_1 \frac{x^2}{2!} + E_2 \frac{x^4}{4!} + E_3 \frac{x^6}{6!} + \ldots;$ $\quad |x| < \frac{\pi}{2}$,

unde $E_1 = 1$, $E_2 = 5$, $E_3 = 61$, $E_4 = 1385$ $E_5 = 50\,521$,
$E_6 = 2\,702\,765$, $E_7 = 199\,360\,981$, $E_8 = 19\,391\,512\,145$.

Numerele lui Euler satisfac formula de recurență:

$$\binom{2n}{2} E_1 - \binom{2n}{4} E_2 + \binom{2n}{6} E_3 - + \ldots - (-1)^n E_n = 1, \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

$$1 - \frac{1}{3^{2n+1}} + \frac{1}{5^{2n+1}} - \frac{1}{7^{2n+1}} + - \ldots = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2n+1} \frac{E_n}{(2n)!},$$
$$n = 1, 2, 3 \ldots$$

6. $\sin x = x\left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{9\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{16\pi^2}\right) \ldots$

7. $\cos x = \left(1 - \frac{4x^2}{\pi^2}\right)\left(1 - \frac{4x^2}{9\pi^2}\right)\left(1 - \frac{4x^2}{25\pi^2}\right) \ldots$

8. $\operatorname{Sin} x = x\left(1 + \frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1 + \frac{x^2}{4\pi^2}\right)\left(1 + \frac{x^2}{9\pi^2}\right)\left(1 + \frac{x^2}{16\pi^2}\right) \ldots$

9. $\operatorname{Cos} x = \left(1 + \frac{4x^2}{\pi^2}\right)\left(1 + \frac{4x^2}{9\pi^2}\right)\left(1 + \frac{4x^2}{25\pi^2}\right) \ldots$

10. $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{x} + \frac{1}{x - \pi} + \frac{1}{x + \pi} + \frac{1}{x - 2\pi} + \frac{1}{x + 2\pi} + \frac{1}{x - 3\pi}$
$+ \frac{1}{x + 3\pi} + \ldots$

11. $\frac{\sin x}{x} = \cos\frac{x}{2} \cos\frac{x}{4} \cos\frac{x}{8} \ldots$

12. $\ln \sin x = \ln x - B_2 \frac{(2x)^2}{2!\,2} + B_4 \frac{(2x)^4}{4!\,4} - B_6 \frac{(2x)^6}{6!\,6} + - \ldots;$ $\quad |x| < \pi$

13. $\ln \cos x = -(2^2 - 1) B_2 \frac{(2x)^2}{2!\,2} + (2^4 - 1) B_4 \frac{(2x)^4}{4!\,4}$
$- (2^6 - 1) B_6 \frac{(2x)^6}{6!\,6} + - \ldots;$ $\quad |x| < \frac{\pi}{2}$

14. $\ln \operatorname{tg} x = \ln x + (2^2 - 2) B_2 \frac{(2x)^2}{2!\,2} - (2^4 - 2) B_4 \frac{(2x)^4}{4!\,4}$
$+ (2^6 - 2) B_6 \frac{(2x)^6}{6!\,6} - + \ldots;$ $\quad |x| < \frac{\pi}{2}$

(pentru B_n v. Nr. 1, 2)

15. $\ln \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right) = x + E_1\frac{x^3}{3!} + E_2\frac{x^5}{5!} + E_3\frac{x^7}{7!} + \ldots;$ $\qquad |x|<\frac{\pi}{2}$

(pt. E_n v. Nr. 5)

16. $\sin x \operatorname{Sin} x = \frac{2}{2!}x^2 - \frac{2^3}{6!}x^6 + \frac{2^5}{10!}x^{10} - + \ldots;$ $\qquad |x|<\infty$

17. $\sin x \operatorname{Cos} x = x + \frac{2}{3!}x^3 - \frac{2^2}{5!}x^5 - \frac{2^3}{7!}x^7 + + - - \ldots;$ $\qquad |x|<\infty$

18. $\cos x \operatorname{Sin} x = x - \frac{2}{3!}x^3 - \frac{2^2}{5!}x^5 + \frac{2^3}{7!}x^7 + - - + \ldots;$ $\qquad |x|<\infty$

19. $\cos x \operatorname{Cos} x = 1 - \frac{2^2}{4!}x^4 + \frac{2^4}{8!}x^8 - \frac{2^6}{12!}x^{12} + - \ldots;$ $\qquad |x|<\infty.$

III. Funcţiuni trigonometrice şi hiperbolice

A. Funcţiuni trigonometrice[1]

(Tablele funcţiunilor trigonometrice sub Nr. 4, 5 şi 8)

a) Unităţi de unghiu. Definiţii

1. Unităţi de unghiu (DIN 1315). Gradul vechiu (1^0) e a 90-a parte, gradul nou (1^g) a 100-a parte dintr'un unghiu drept (1^L: un drept), radianul (1 rad) e egal cu raportul dintre un drept şi $\pi/2$.

2. Subdiviziunile unităţilor de unghiu [2]). Se subdivizează gradul vechiu, fie sexagezimal în minute ($'$; $60' = 1°$) şi secunde ($''$; $60'' = 1'$), fie zecimal;

gradul nou, zecimal, minutul nou (^{c}; $100^c = 1^g$) şi secunda nouă (^{cc}; $100^{cc} = 1^c$) fiind subunităţi zecimale întrebuinţabile;

radianul şi unghiul drept, zecimal.

	grade vechi	grade noi	radiani	drepte
$1°$ = 1 grad vechiu =	$1°$	$1{,}111..^g$	0,017 453 29	$0{,}011\,11..^L$
1^g = 1 grad nou =	$0{,}9°$	1^g	0,015 707 96	$0{,}01^L$
1 rad = 1 radian =	$57{,}295\,78°$	$63{,}661\,98^g$	1	$0{,}636\,619\,8^L$
1^L = 1 drept =	$90°$	100^g	1,570 796	1^L

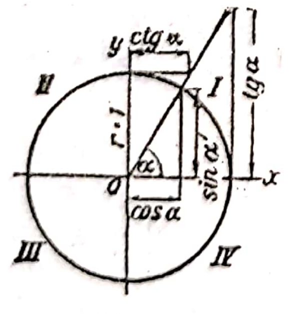


Fig. 1

Tablele de transformare p. 44 şi exemple p. 66 ş. u.

Fiindcă întrebuinţarea gradului vechiu e încă predominantă, vom înţelege prin grad simplu gradul vechiu. Unghiul măsurat cu $\alpha^°$ grade vechi şi β^g grade noi are următorul număr de radiani x

$$x = \operatorname{arc}\alpha^° = \frac{\pi}{180}\alpha \qquad \operatorname{arc}1^° = \frac{\pi}{180} = 0{,}017\,453$$

$$x = \operatorname{arc}\beta^g = \frac{\pi}{200}\beta \qquad \operatorname{arc}1^g = \frac{\pi}{200} = 0{,}015\,708$$

$$\operatorname{arc}57{,}295\,78^° = \operatorname{arc}63{,}661\,98^g = 1.$$

[1]) Hessenberg, Ebene und sphärische Trigonometrie, Berlin şi Leipzig 1934, ed. a 7-a (Samml. Göschen, vol. 99). — [2]) Cp. Einheitliches Winkelmass im Vermessungsdienst, Ministerialbl. d. Reichs- und Preuss. Minist. d. I. 1937, Nr. 43.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 22. Funcțiunile trigonometrice ale unor unghiuri particulare

Semnele funcțiunilor trigonometrice în cele patru cadrane (fig. 1).

$\alpha^\circ =$	0°	90°	180°	270°	360°	30°	45°	60°
$\sin\alpha^\circ =$	0	+1	0	−1	0	$1/2 = 0{,}500$	$1/2\cdot\sqrt{2} = 0{,}707$	$1/2\cdot\sqrt{3} = 0{,}866$
$\cos\alpha^\circ =$	+1	0	−1	0	+1	$1/2\cdot\sqrt{3} = 0{,}866$	$1/2\cdot\sqrt{2} = 0{,}707$	$1/2 = 0{,}500$
$\mathrm{tg}\,\alpha^\circ =$	0	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$	0	$1/3\cdot\sqrt{3} = 0{,}577$	1	$\sqrt{3} = 1{,}732$
$\mathrm{ctg}\,\alpha^\circ =$	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$	$\sqrt{3} = 1{,}732$	1	$1/3\cdot\sqrt{3} = 0{,}577$
$\mathrm{arc}\,\alpha^\circ =$	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π	$\pi/6 = 0{,}524$	$\pi/4 = 0{,}785$	$\pi/3 = 1{,}047$

	Unghiul φ° între				Unghiul $\varphi^\circ =$			
	0° și 90°	90° și 180°	180° și 270°	270° și 360°	$\pm\alpha^\circ$	$90^\circ \pm \alpha^\circ$	$180^\circ \pm \alpha^\circ$	$270^\circ \pm \alpha^\circ$
$\sin\varphi^\circ$	+	+	−	−	$\pm\sin\alpha^\circ$	$+\cos\alpha^\circ$	$\mp\sin\alpha^\circ$	$\mp\cos\alpha^\circ$
$\cos\varphi^\circ$	+	−	−	+	$+\cos\alpha^\circ$	$\mp\sin\alpha^\circ$	$-\cos\alpha^\circ$	$\pm\sin\alpha^\circ$
$\mathrm{tg}\,\varphi^\circ$	+	−	+	−	$\pm\mathrm{tg}\,\alpha^\circ$	$\mp\mathrm{ctg}\,\alpha^\circ$	$\pm\mathrm{tg}\,\alpha^\circ$	$\mp\mathrm{ctg}\,\alpha^\circ$
$\mathrm{ctg}\,\varphi^\circ$	+	−	+	−	$\pm\mathrm{ctg}\,\alpha^\circ$	$\mp\mathrm{tg}\,\alpha^\circ$	$\pm\mathrm{ctg}\,\alpha^\circ$	$\mp\mathrm{tg}\,\alpha^\circ$

Jumătatea stângă a tablei indică semnele funcțiunilor trigonometrice, cea dreaptă servește la reducerea lor la primul cadran.

$$\sin(45^\circ \pm \alpha^\circ) = \cos(45^\circ \mp \alpha^\circ) \qquad \mathrm{tg}(45^\circ \pm \alpha^\circ) = \mathrm{ctg}(45^\circ \mp \alpha^\circ)$$

$$\sin(30^\circ + \alpha^\circ) = \cos\alpha^\circ - \sin(30^\circ - \alpha^\circ); \qquad \cos(30^\circ + \alpha^\circ) = \cos(30^\circ - \alpha^\circ) - \sin\alpha^\circ$$

Periodicitatea:

$$\sin(x + 2k\pi) = \sin x \qquad \mathrm{tg}(x + k\pi) = \mathrm{tg}\,x$$

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos x \qquad \mathrm{ctg}(x + k\pi) = \mathrm{ctg}\,x$$

$$(k = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

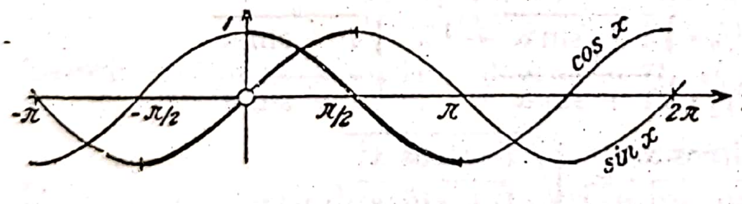


Fig. 2a. Reprezentarea geometrică a funcțiunilor sin x și cos x.

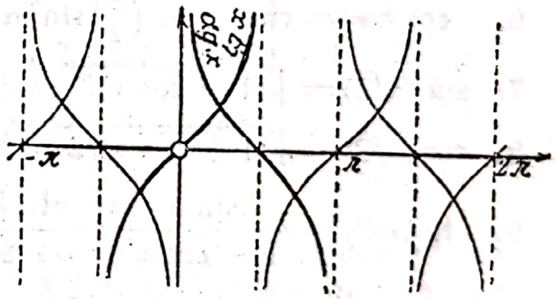


Fig. 2b. Reprezentarea geometrică a funcțiunilor tg x și ctg x.

b) Relațiuni între funcțiunile aceluiași unghiu

1. $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$
2. $\mathrm{tg}\,\alpha = \sin\alpha/\cos\alpha$
3. $\mathrm{ctg}\,\alpha = \cos\alpha/\sin\alpha = 1/\mathrm{tg}\,\alpha$
4. $\sec\alpha = 1/\cos\alpha$
5. $\mathrm{cosec}\,\alpha = 1/\sin\alpha$
6. $1 + \mathrm{tg}^2\alpha = 1/\cos^2\alpha = \sec^2\alpha$
7. $1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = 1/\sin^2\alpha = \mathrm{cosec}^2\alpha$
8. $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \mathrm{tg}\,\alpha/\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\alpha} = 1/\sqrt{1 + \mathrm{ctg}^2\alpha}$
9. $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = 1/\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\alpha} = \mathrm{ctg}\,\alpha/\sqrt{1 + \mathrm{ctg}^2\alpha}$.

Funcțiunile $\sec\alpha = 1/\cos\alpha$ și $\mathrm{cosec}\,\alpha = 1/\sin\alpha$ nu se mai întrebuințează.

c) Relațiuni între funcțiunile a două unghiuri

Teoreme de adunare.

1. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
2. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

Scanned with OKEN Scanner

3. $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = (\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta)/(1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta)$.
4. $\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = (\operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\beta \mp 1)/(\operatorname{ctg}\beta \pm \operatorname{ctg}\alpha)$
5. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin[(\alpha+\beta)/2]\cos[(\alpha-\beta)/2]$
6. $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos[(\alpha+\beta)/2]\sin[(\alpha-\beta)/2]$
7. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos[(\alpha+\beta)/2]\cos[(\alpha-\beta)/2]$
8. $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin[(\alpha+\beta)/2]\sin[(\alpha-\beta)/2]$
9. $\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$ 10. $\operatorname{ctg}\alpha \pm \operatorname{ctg}\beta = \dfrac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$
11. $\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \cos^2\alpha = \sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$
12. $\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \sin^2\alpha = \cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)$
13. $\sin\alpha\sin\beta = {}^1/_2\cdot\cos(\alpha-\beta) - {}^1/_2\cdot\cos(\alpha+\beta)$
14. $\cos\alpha\cos\beta = {}^1/_2\cdot\cos(\alpha-\beta) + {}^1/_2\cdot\cos(\alpha+\beta)$
15. $\sin\alpha\cos\beta = {}^1/_2\cdot\sin(\alpha+\beta) + {}^1/_2\cdot\sin(\alpha-\beta)$
16. $\operatorname{tg}\alpha\ \operatorname{tg}\beta = (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)/(\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta) = -(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)/(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta)$
17. $\operatorname{ctg}\alpha\ \operatorname{ctg}\beta = (\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)/(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta) = -(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta)/(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)$
18. $\operatorname{ctg}\alpha\ \operatorname{tg}\beta = (\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)/(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta) = -(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)/(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta)$.

d) Formule pentru multiplii și părțile unui unghiu

1. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\sin\alpha = 2\sin(\alpha/2)\cos(\alpha/2)$
2. $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$
3. $\sin n\alpha = n\sin\alpha\cos^{n-1}\alpha - \binom{n}{3}\sin^3\alpha\cos^{n-3}\alpha + \binom{n}{5}\sin^5\alpha\cos^{n-5}\alpha - \ldots$
4. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
5. $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$
6. $\cos n\alpha = \cos^n\alpha - \binom{n}{2}\sin^2\alpha\cos^{n-2}\alpha + \binom{n}{4}\sin^4\alpha\cos^{n-4}\alpha - .$
7. $\sin(\alpha/2) = \sqrt{(1-\cos\alpha)/2} = {}^1/_2\cdot\sqrt{1+\sin\alpha} - {}^1/_2\cdot\sqrt{1-\sin\alpha}$
8. $\cos(\alpha/2) = \sqrt{(1+\cos\alpha)/2} = {}^1/_2\cdot\sqrt{1+\sin\alpha} + {}^1/_2\cdot\sqrt{1-\sin\alpha}$
9. $\operatorname{tg}(\alpha/2) = \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$
10. $\operatorname{ctg}(\alpha/2) = \dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \dfrac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} = \sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$
11. $\operatorname{tg}2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} = \dfrac{2}{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha}$; $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}(\alpha/2)}{1-\operatorname{tg}^2(\alpha/2)}$
12. $\operatorname{ctg}2\alpha = \dfrac{\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\alpha} = {}^1/_2\cdot\operatorname{ctg}\alpha - {}^1/_2\cdot\operatorname{tg}\alpha$; $\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\operatorname{ctg}^2(\alpha/2) - 1}{2\operatorname{ctg}(\alpha/2)}$
13. $\operatorname{tg}3\alpha = \dfrac{3\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}^3\alpha}{1 - 3\operatorname{tg}^2\alpha}$ 14. $\operatorname{ctg}3\alpha = \dfrac{\operatorname{ctg}^3\alpha - 3\operatorname{ctg}\alpha}{3\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}$
15. $\sin\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}(\alpha/2)}{1+\operatorname{tg}^2(\alpha/2)}$ 16. $\cos\alpha = \dfrac{1-\operatorname{tg}^2(\alpha/2)}{1+\operatorname{tg}^2(\alpha/2)}$
17. $\cos\alpha \pm \sin\alpha = \sqrt{1\pm\sin 2\alpha} = \sqrt{2}\sin(\pi/4\pm\alpha) = \sqrt{2}\cos(\pi/4\mp\alpha)$.

e) Puteri de sinus şi cosinus

1. $2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$
2. $2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$
3. $4\sin^3\alpha = -\sin 3\alpha + 3\sin\alpha$
4. $4\cos^3\alpha = \cos 3\alpha + 3\cos\alpha$

5. Dacă n e impar:

$$\sin^n\alpha = \frac{(-1)^{\frac{1}{2}(n-1)}}{2^{n-1}}\left[\sin n\alpha - \binom{n}{1}\sin(n-2)\alpha + \binom{n}{2}\sin(n-4)\alpha \right.$$
$$\left. - \binom{n}{3}\sin(n-6)\alpha + \ldots + (-1)^{\frac{n-3}{2}}\binom{n}{\frac{n-3}{2}}\sin 3\alpha + (-1)^{\frac{n-1}{2}}\binom{n}{\frac{n-1}{2}}\sin\alpha\right]$$

6. Dacă n e par:

$$\sin^n\alpha = \frac{(-1)^{\frac{1}{2}n}}{2^{n-1}}\left[\cos n\alpha - \binom{n}{1}\cos(n-2)\alpha + \binom{n}{2}\cos(n-4)\alpha - \right.$$
$$\left. \ldots + (-1)^{\frac{n-4}{2}}\binom{n}{\frac{n-4}{2}}\cos 4\alpha + (-1)^{\frac{n-2}{2}}\binom{n}{\frac{n-2}{2}}\cos 2\alpha\right] + \binom{n}{\frac{n}{2}}\frac{1}{2^n}$$

7. Dacă n e impar:

$$\cos^n\alpha = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\left[\cos n\alpha + \binom{n}{1}\cos(n-2)\alpha + \binom{n}{2}\cos(n-4)\alpha \right.$$
$$\left. + \binom{n}{3}\cos(n-6)\alpha + \ldots + \binom{n}{\frac{n-3}{2}}\cos 3\alpha + \binom{n}{\frac{n-1}{2}}\cos\alpha\right]$$

8. Dacă n e par:

$$\cos^n\alpha = \frac{1}{2^{n-1}}\left[\cos n\alpha + \binom{n}{1}\cos(n-2)\alpha + \binom{n}{2}\cos(n-4)\alpha + \right.$$
$$\left. \ldots + \binom{n}{\frac{n-4}{2}}\cos 4\alpha + \binom{n}{\frac{n-2}{2}}\cos 2\alpha\right] + \binom{n}{\frac{n}{2}}\frac{1}{2^n}$$

(Despre coeficienţii binomiali, II. A a, p. 71, şi tabla 13, p. 59.)

f) Diferitele funcţiuni de arc

Din cauza periodicităţii funcţiunilor trigonometrice, inversele lor (funcţiunile de arc) sunt infinit multiforme. Valorile lor **principale** se definesc cum urmează: se înţelege prin

$y = \text{arc}\sin x$	acelaşi lucru ca	$x = \sin y$,	unde $-\pi/2 \leqq y \leqq +\pi/2$,
$y = \text{arc}\cos x$	„ „ „	$x = \cos y$,	„ $0 \leqq y \leqq \pi$,
$y = \text{arc}\,\text{tg}\, x$	„ „ „	$x = \text{tg}\, y$,	„ $-\pi/2 < y < +\pi/2$,
$y = \text{arc}\,\text{ctg}\, x$	„ „ „	$x = \text{ctg}\, y$,	„ $0 < y < \pi$.

Unghiul y trebue măsurat în radiani.

Reprezentările grafice rezultă din fig. 2 a şi 2 b, dacă li se ia imaginea faţă de bisectoarea primului cadran; valorile principale corespund porţiunilor de arc mai grase.

1. $\text{arc}\sin u = \text{arc}\cos\sqrt{1-u^2} = \text{arc}\,\text{tg}\,\dfrac{u}{\sqrt{1-u^2}} = \dfrac{\pi}{2} - \text{arc}\cos u$

2. $\text{arc}\cos u = \text{arc}\sin\sqrt{1-u^2} = \text{arc}\,\text{tg}\,\dfrac{\sqrt{1-u^2}}{u} = \dfrac{\pi}{2} - \text{arc}\sin u$

Scanned with OKEN Scanner

3 $\operatorname{arc\,tg} u = \operatorname{arc\,sin} \frac{u}{\sqrt{1+u^2}} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,ctg} u$

$= {}^1/_2 \cdot \operatorname{arc\,tg} \frac{2u}{1-u^2} = {}^1/_2 \cdot \operatorname{arc\,sin} \frac{2u}{1+u^2}$

$\operatorname{arc\,tg} u = \operatorname{arc\,ctg}(1/u)$, dacă $u > 0$,

$= \operatorname{arc\,ctg}(1/u) - \pi$, dacă $u < 0$,

$= \operatorname{arc\,cos} \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} = {}^1/_2 \cdot \operatorname{arc\,cos} \frac{1-u^2}{1+u^2}$, dacă $u > 0$,

$= -\operatorname{arc\,cos} \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} = -{}^1/_2 \cdot \operatorname{arc\,cos} \frac{1-u^2}{1+u^2}$, dacă $u < 0$

Teoreme de adunare

4 $\operatorname{arc\,sin} u \pm \operatorname{arc\,sin} v = \operatorname{arc\,sin}\left(u\sqrt{1-v^2} \pm v\sqrt{1-u^2}\right)$

$= \operatorname{arc\,cos}\left(\sqrt{1-u^2}\sqrt{1-v^2} \mp uv\right)$

5. $\operatorname{arc\,cos} u \pm \operatorname{arc\,cos} v = \operatorname{arc\,sin}\left(v\sqrt{1-u^2} \pm u\sqrt{1-v^2}\right)$

$= \operatorname{arc\,cos}\left(uv \mp \sqrt{1-u^2}\sqrt{1-v^2}\right)$

6 $\operatorname{arc\,tg} u \pm \operatorname{arc\,tg} v = \operatorname{arc\,tg} \frac{u \pm v}{1 \mp uv}$

6a $\operatorname{arc\,tg} \frac{1}{x} = \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{x+u} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{x+v}$ unde $uv = x^2 + 1$

6b $\operatorname{arc\,tg} \frac{1}{x} = 2 \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{2x} - \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{4x^3 + 3x}$

$\pi = 8 \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{3} + 4 \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{7} = 16 \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{5} - 4 \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{239}$.

7. $\operatorname{arc\,sin}(-u) = -\operatorname{arc\,sin} u$

8. $\operatorname{arc\,cos}(-u) = \pi - \operatorname{arc\,cos} u$

9. $\operatorname{arc\,tg}(-u) = -\operatorname{arc\,tg} u$

10. $\operatorname{arc\,ctg}(-u) = \pi - \operatorname{arc\,ctg} u$.

g) Relaţiuni între funcţiunile a trei unghiuri α, β, γ, pentru cari $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

1. $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4\cos(\alpha/2)\cos(\beta/2)\cos(\gamma/2)$
2. $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 4\sin(\alpha/2)\sin(\beta/2)\sin(\gamma/2) + 1$
3. $\sin\alpha + \sin\beta - \sin\gamma = 4\sin(\alpha/2)\sin(\beta/2)\cos(\gamma/2)$
4. $\cos\alpha + \cos\beta - \cos\gamma = 4\cos(\alpha/2)\cos(\beta/2)\sin(\gamma/2) - 1$
5. $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma + 2$
6. $\sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\gamma = 2\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma$
7. $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma$
8. $\operatorname{ctg}(\alpha/2) + \operatorname{ctg}(\beta/2) + \operatorname{ctg}(\gamma/2) = \operatorname{ctg}(\alpha/2)\operatorname{ctg}(\beta/2)\operatorname{ctg}(\gamma/2)$
9. $\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{ctg}\beta\operatorname{ctg}\gamma = 1$
10. $\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 4\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$
11. $\sin 2\alpha + \sin 2\beta - \sin 2\gamma = 4\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma$.

B. Triunghiuri plane

Pentru formulele ariei triunghiului cp. Matematici IX, p. 211.

Fie a, b, c laturile triunghiului,
α, β, γ unghiurile opuse lor,
ρ raza cercului înscris,
r raza cercului circumscris,
$s = {}^1/_2 \cdot (a + b + c)$ semiperimetrul,
h_a, h_b, h_c cele trei înălţimi,
m_a, m_b, m_c cele trei mediane,
$w_\alpha, w_\beta, w_\gamma$ cele trei bisectoare,
ρ_a, ρ_b, ρ_c razele celor trei cercuri exinscrise.

Semnul ; . . . după o formulă arată că mai rezultă din ea alte două prin permutarea ciclică a lui a, b, c şi α, β, γ.

(Cum $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$, sunt valabile şi formulele III A g 1 ... 11, p. 92.)

a) Formule generale

1. $a/\sin\alpha = b/\sin\beta = c/\sin\gamma = 2r$ (teorema sinus)

2. $a = b\cos\gamma + c\cos\beta$; . . . (teorema proiecţiunilor)

3. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$; . . . (teorema cosinus)

$a^2 = (b + c)^2 - 4bc\cos^2(\alpha/2)$; . . . $a^2 = (b - c)^2 + 4bc\sin^2(\alpha/2)$, . . .

4. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a\sin\gamma}{b - a\cos\gamma}$; . . . 5. $\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} = \dfrac{\rho}{s-a}$ . . .

6. $\sin\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{(s-b)(s-c)}{bc}}$; . . . 7 $\cos\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{s(s-a)}{bc}}$, . . .

8. $(a + b)/c = \cos[(\alpha - \beta)/2]/\cos[(\alpha + \beta)/2]$
$= \cos[(\alpha - \beta)/2]/\sin(\gamma/2)$; . . .

9. $(a - b)/c = \sin[(\alpha - \beta)/2]/\sin[(\alpha + \beta)/2]$
$= \sin[(\alpha - \beta)/2]/\cos(\gamma/2)$; . . .

(formulele lui Mollweide)

10. $(a + b)/(a - b) = \operatorname{tg}[(\alpha + \beta)/2]/\operatorname{tg}[(\alpha - \beta)/2]$; . . . (teorema tangentelor)

11. $\rho = 4r\sin\dfrac{\alpha}{2}\sin\dfrac{\beta}{2}\sin\dfrac{\gamma}{2} = \dfrac{abc}{4rs} = \sqrt{\dfrac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$

$= s\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}\operatorname{tg}\dfrac{\gamma}{2}$

12. $\rho_a = \dfrac{s}{s-a}\rho = s\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{s(s-b)(s-c)/(s-a)}$; . . .

13. $h_a = b\sin\gamma = c\sin\beta = \dfrac{bc}{a}\sin\alpha$; . . .

14. $ah_a = bh_b = ch_c = 2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

15. $m_a = {}^1/_2 \cdot \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}$; . . .

16. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = {}^3/_4(a^2 + b^2 + c^2)$

17. $1/\rho = 1/\rho_a + 1/\rho_b + 1/\rho_c = 1/h_a + 1/h_b + 1/h_c$

18. $1/\rho_a = -1/h_a + 1/h_b + 1/h_c$; . . .

19. $w_\alpha = \dfrac{2}{b+c}\sqrt{bcs(s-a)} = \dfrac{1}{b+c}\sqrt{bc[(b+c)^2 - a^2]}$; . . .

Scanned with OKEN Scanner

b) Triunghiuri scalene

dat	cerut	Formule
a, b, c	α	$\cos\alpha = (b^2 + c^2 - a^2)/2bc$; v. şi B a 5, 6 sau 7, p.93.
a, b, α	β, γ c	$\sin\beta = b\sin\alpha/a \qquad \gamma = 180° - (\alpha + \beta)$, $c = a\sin\gamma/\sin\alpha = b\cos\alpha \pm \sqrt{a^2 - b^2\sin^2\alpha}$. Pentru $a > b$ există numai un triunghiu $\beta < 90°$ şi $\beta < \alpha$. Pentru $b > a > b\sin\alpha$ există două triunghiuri, unul cu β ascuţit, celălalt cu β obtuz. Pentru $b\sin\alpha > a$ nu există niciun triunghiu.
a, α, β	b, c	$b = a\sin\beta/\sin\alpha, \quad c = a\sin\gamma/\sin\alpha = a\sin(\alpha + \beta)/\sin\alpha$
a, b, γ	α, β	$\operatorname{tg}\alpha = a\sin\gamma/(b - a\cos\gamma) \qquad \beta = 180° - (\alpha + \gamma)$ sau $(\alpha + \beta)/2 = 90° - \gamma/2$ şi $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)/2 = \dfrac{a-b}{a+b}\operatorname{ctg}\gamma/2 = \dfrac{a-b}{a+b}\operatorname{tg}[(\alpha+\beta)/2]$ $\alpha = (\alpha + \beta)/2 + (\alpha - \beta)/2; \quad \beta = (\alpha + \beta)/2 - (\alpha - \beta)/2$
	c	$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma} = a\sin\gamma/\sin\alpha = (a - b)/\cos\varphi$, unde $\operatorname{tg}\varphi = 2\sqrt{ab}\sin(\gamma/2)/(a - b)$.

c) Triunghiuri dreptunghice

a şi b catete, c ipotenuză, α unghiul opus lui a; m, n proiecţiunile perpendiculare ale lui a şi b pe c.

1. $\sin\alpha = a/c$ 2. $\cos\alpha = b/c$ 3. $\operatorname{tg}\alpha = a/b$ 4. $\operatorname{ctg}\alpha = b/a$

5. $a^2 + b^2 = c^2, \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$,   6. $h/n = m/h, \quad h^2 = mn$

7. $h/a = b/c, \quad h = ab/c, \quad h^2 = a^2b^2/(a^2 + b^2)$,
$1/h^2 = 1/a^2 + 1/b^2$

8. $\left.\begin{array}{ll} m/b = b/c, & b^2 = mc \\ n/a = a/c, & a^2 = nc \end{array}\right\} \begin{array}{l} b^2/a^2 = m/n, \\ 1/h^2 = 1/c \cdot (1/m + 1/n). \end{array}$

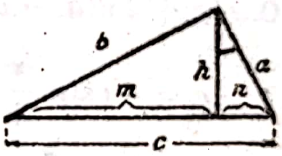


Fig. 3.

d) Formule diferenţiale pentru triunghiuri plane

Mici variaţiuni ale laturilor şi unghiurilor satisfac cu atât mai exact formulele diferenţiale de mai jos, cu cât variaţiunile sunt mai mici; $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$ sunt variaţiuni de unghiu în radiani; avem $d\alpha = 0{,}017\,453\, d\alpha^\circ = d\alpha''/206265'' = 0{,}015\,708\, d\alpha^g$.

T r i u n g h i u d r e p t u n g h i c

1. $a\,da + b\,db = c\,dc$ 2. $da/a = dc/c + \operatorname{ctg}\alpha\, d\alpha$

3. $da = \operatorname{tg}\alpha\, db - 2a\, d\beta/\sin 2\alpha$.

T r i u n g h i u s c a l e n

4. $d\alpha + d\beta + d\gamma = 0$

5. $da/a - \operatorname{ctg}\alpha\, d\alpha = db/b - \operatorname{ctg}\beta\, d\beta = dc/c - \operatorname{ctg}\gamma\, d\gamma$

6. $a\,da = (b - c\cos\alpha)\, db + (c - b\cos\alpha)\, dc + bc\sin\alpha\, d\alpha$

7. $c\cos\beta\, d\alpha + a\, d\gamma = -\sin\gamma\, db + \sin\beta\, dc$.

Scanned with OKEN Scanner

C. Triunghiuri sferice

Pentru formulele ariei triunghiului sferic cp. Matematici IX b 7, p. 216.

Fie a, b, c laturile triunghiului,
α, β, γ unghiurile opuse lor,

$$s = (a + b + c)/2, \qquad \sigma = (\alpha + \beta + \gamma)/2,$$

$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - 180^0$ excesul sferic.

Formulele cari urmează sunt valabile în general numai pentru triunghiurile ale căror laturi şi unghiuri sunt cuprinse toate între 0^0 şi 180^0. Fiecărui triunghiu de acest fel îi corespunde un triunghiu p o l a r, cu laturile $180^0 - \alpha$, $180^0 - \beta$, $180^0 - \gamma$ şi cu unghiurile $180^0 - a$, $180^0 - b$, $180^0 - c$. Din fiecare formulă a trigonometriei sferice rezultă deci o alta, nu totdeauna deosebită de ea, dacă i se aplică triunghiului polar, adică înlocuind laturile cu suplementele unghiurilor şi unghiurile cu suplementele laturilor.

a) Formule generale

1. $\sin a / \sin \alpha = \sin b / \sin \beta = \sin c / \sin \gamma$ (teorema sinus)

2. $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha; \ldots$ (teorema cosinus)

3. $\cos \alpha = -\cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos a; \ldots$

4. $\cos a \sin b = \sin a \cos b \cos \gamma + \sin c \cos \alpha; \ldots$
   $\operatorname{ctg} a \sin b = \sin \gamma \operatorname{ctg} \alpha + \cos \gamma \cos b; \ldots$

5. $\cos \alpha \sin \beta = \sin \gamma \cos a - \sin \alpha \cos \beta \cos c; \ldots$
   $\operatorname{ctg} \alpha \sin \beta = \sin c \operatorname{ctg} a - \cos c \cos \beta; \ldots$

6. $$\sin \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{-\cos \sigma \cos(\sigma - \alpha)}{\sin \beta \sin \gamma}}; \ldots \qquad \cos \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\cos(\sigma - \beta) \cos(\sigma - \gamma)}{\sin \beta \sin \gamma}}; \ldots$$

7. $$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s - b) \sin(s - c)}{\sin b \sin c}}; \ldots \qquad \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin s \sin(s - a)}{\sin b \sin c}}; \ldots$$

8. $$\operatorname{ctg} \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\operatorname{ctg}(a/2) \operatorname{ctg}(b/2) + \cos \gamma}{\sin \gamma}; \ldots$$

9. $$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{4} = \sqrt{\operatorname{tg}(s/2) \operatorname{tg}[(s - a)/2] \operatorname{tg}[(s - b)/2] \operatorname{tg}[(s - c)/2]}$$ (formula lui L h u i l i e r)

10. $$\operatorname{tg}\big((a + b)/2\big) = \frac{\cos\big((\alpha - \beta)/2\big)}{\cos\big((\alpha + \beta)/2\big)} \operatorname{tg} \frac{c}{2}; \ldots$$
    $$\operatorname{tg}\big((a - b)/2\big) = \frac{\sin\big((\alpha - \beta)/2\big)}{\sin\big((\alpha + \beta)/2\big)} \operatorname{tg} \frac{c}{2}; \ldots$$

11. $$\operatorname{tg}\big((\alpha + \beta)/2\big) = \frac{\cos\big((a - b)/2\big)}{\cos\big((a + b)/2\big)} \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}; \ldots$$
    $$\operatorname{tg}\big((\alpha - \beta)/2\big) = \frac{\sin\big((a - b)/2\big)}{\sin\big((a + b)/2\big)} \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}; \ldots$$

(formulele lui N a p i e r)

12. $\cos\big((\alpha + \beta)/2\big) \cos(c/2) = \cos\big((a + b)/2\big) \sin(\gamma/2); \ldots$

13. $\sin\big((\alpha + \beta)/2\big) \cos(c/2) = \cos\big((a - b)/2\big) \cos(\gamma/2); \ldots$

14. $\cos\big((\alpha - \beta)/2\big) \sin(c/2) = \sin\big((a + b)/2\big) \sin(\gamma/2); \ldots$

15. $\sin\big((\alpha - \beta)/2\big) \sin(c/2) = \sin\big((a - b)/2\big) \cos(\gamma/2); \ldots$

(formulele lui G a u s s)

Scanned with OKEN Scanner

b) Triunghiuri dreptunghice

Dacă c e ipotenuza, adică $\gamma = 90^0$, sunt valabile formulele următoare:

1. $\cos c = \cos a \cos b = \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta$
2. $\cos a = \cos \alpha / \sin \beta$
3. $\cos b = \cos \beta / \sin \alpha$
4. $\sin \alpha = \sin a / \sin c$
5. $\cos \alpha = \operatorname{tg} b / \operatorname{tg} c$
6. $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} a / \sin b$.

c) Formule diferenţiale pentru triunghiuri sferice

Mici variaţiuni ale laturilor şi unghiurilor satisfac cu atât mai exact formulele cari urmează, cu cât aceste variaţiuni sunt mai mici; ele pot fi exprimate mai jos în radiani sau grade.

1. $da = \cos \beta\, dc + \cos \gamma\, db + \sin b \sin \gamma\, d\alpha$
2. $d\alpha = -\cos b\, d\gamma - \cos c\, d\beta + \sin \beta \sin c\, da$
3. $\operatorname{ctg} b\, db - \operatorname{ctg} c\, dc = \operatorname{ctg} \beta\, d\beta - \operatorname{ctg} \gamma\, d\gamma$
4. $\sin \gamma\, db - \sin a\, d\beta = \sin \beta \cos a\, dc + \sin b \cos \gamma\, d\alpha$.

D. Funcţiuni hiperbolice

(Tabla funcţiunilor hiperbolice Nr. 8, p. 47 ş. u.)

Definiţii şi formule fundamentale

1. $\operatorname{Cos} \varphi = \frac{1}{2}(e^{\varphi} + e^{-\varphi})$
2. $\operatorname{Sin} \varphi = \frac{1}{2}(e^{\varphi} - e^{-\varphi})$
3. $\operatorname{Tg} \varphi = \frac{\operatorname{Sin} \varphi}{\operatorname{Cos} \varphi} = \frac{e^{\varphi} - e^{-\varphi}}{e^{\varphi} + e^{-\varphi}}$
4. $\operatorname{Ctg} \varphi = \frac{\operatorname{Cos} \varphi}{\operatorname{Sin} \varphi} = \frac{e^{\varphi} + e^{-\varphi}}{e^{\varphi} - e^{-\varphi}}$

O altă notaţie e: $\sin \operatorname{hyp} \varphi = \operatorname{sh} \varphi$ (= sinus hyperbolicus φ), $\operatorname{ch} \varphi$, $\operatorname{th} \varphi$ etc.

5. $\operatorname{Cos} \varphi + \operatorname{Sin} \varphi = e^{\varphi}$
6. $\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Sin} \varphi = e^{-\varphi}$
7. $\operatorname{Cos}^2 \varphi - \operatorname{Sin}^2 \varphi = 1$
8. $\operatorname{Tg} \varphi \operatorname{Ctg} \varphi = 1$

Pentru valori reale ale variabilei φ avem

$$\operatorname{Cos} \varphi \geqq 1 \qquad \operatorname{Tg}^2 \varphi < 1 \qquad \operatorname{Ctg}^2 \varphi > 1,$$

pe când $\operatorname{Sin} \varphi$ poate lua orice valoare numerică (pozitivă sau negativă).

9. $\operatorname{Sin}(-\varphi) = -\operatorname{Sin} \varphi \qquad \operatorname{Cos}(-\varphi) = +\operatorname{Cos} \varphi$
   $\operatorname{Tg}(-\varphi) = -\operatorname{Tg} \varphi \qquad \operatorname{Ctg}(-\varphi) = -\operatorname{Ctg} \varphi$.

10. Teoreme de adunare:

$$\operatorname{Sin}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cos} \beta \pm \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Sin} \beta$$
$$\operatorname{Cos}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \pm \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \beta$$
$$\operatorname{Tg}(\alpha \pm \beta) = (\operatorname{Tg} \alpha \pm \operatorname{Tg} \beta)/(1 \pm \operatorname{Tg} \alpha \operatorname{Tg} \beta)$$
$$\operatorname{Ctg}(\alpha \pm \beta) = (1 \pm \operatorname{Ctg} \alpha \operatorname{Ctg} \beta)/ \operatorname{Ctg} \alpha \pm \operatorname{Ctg} \beta)$$

11. $\operatorname{Sin} 2\varphi = 2 \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} \varphi = 2 \operatorname{Tg} \varphi / (1 - \operatorname{Tg}^2 \varphi)$
12. $\operatorname{Cos} 2\varphi = \operatorname{Cos}^2 \varphi + \operatorname{Sin}^2 \varphi = 2 \operatorname{Sin}^2 \varphi + 1 = 2\operatorname{Cos}^2 \varphi - 1$
    $= (1 + \operatorname{Tg}^2 \varphi)/(1 - \operatorname{Tg}^2 \varphi)$
13. $\operatorname{Tg} 2\varphi = 2 \operatorname{Tg} \varphi / (1 + \operatorname{Tg}^2 \varphi)$
14. $\operatorname{Ctg} 2\varphi = (1 + \operatorname{Ctg}^2 \varphi)/2 \operatorname{Ctg} \varphi$
15. $\operatorname{Sin} \alpha \pm \operatorname{Sin} \beta = 2 \operatorname{Sin} [(\alpha \pm \beta)/2] \operatorname{Cos} [(\alpha \mp \beta)/2]$
16. $\operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Cos} \beta = 2 \operatorname{Cos} [(\alpha + \beta/2] \operatorname{Cos} [(\alpha - \beta)/2]$
17. $\operatorname{Cos} \alpha - \operatorname{Cos} \beta = 2 \operatorname{Sin} [(\alpha + \beta)/2] \operatorname{Sin} [(\alpha - \beta)/2]$
18. $\operatorname{Tg} \alpha \pm \operatorname{Tg} \beta = \operatorname{Sin}(\alpha \pm \beta)/\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta$
19. $\operatorname{Cos} \varphi \pm \operatorname{Sin} \varphi)^n = \operatorname{Cos} n\varphi \pm \operatorname{Sin} n\varphi$.

Reprezentarea grafică în fig. 4 a şi 4 b.

Alte formule în E. Jahnke şi F. Emde, Funktionentafeln, ed. a 3-a, Leipzig şi Berlin 1938, Teubner.

Inversele funcţiunilor hiperbolice se numesc funcţiuni de arie[1]). Dacă $\operatorname{Sin} \varphi = u$, se scrie $\varphi = \operatorname{Ar Sin} u$, analog $\operatorname{Ar Cos} u$, $\operatorname{Ar Tg} u$, $\operatorname{Ar Ctg} u$. Avem:

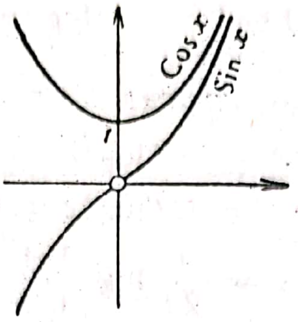


Fig. 4a. Curba $y = \operatorname{Cos} x$ e un lănţişor particular v. p. 146.

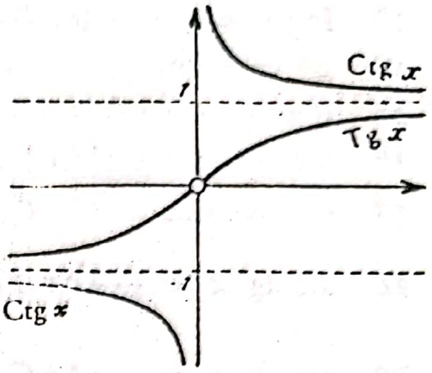


Fig. 4 b.

$$\operatorname{Ar Sin} u = \ln\left(u + \sqrt{u^2 + 1}\right) \qquad \operatorname{Ar Tg} u = {}^1/_2 \cdot \ln \frac{1+u}{1-u}$$

$$\operatorname{Ar Cos} u = \ln\left(u \pm \sqrt{u^2 - 1}\right) \qquad \operatorname{Ar Ctg} u = {}^1/_2 \cdot \ln \frac{u+1}{u-1}.$$

E. Relaţiuni între funcţiunile trigonometrice, hiperbolice şi exponenţiale şi inversele lor în complex

1. $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$; $e^{-i\varphi} = \cos\varphi - i\sin\varphi$ (formulele lui Euler)

2. $\cos\varphi = \frac{1}{2}(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})$, $\quad \sin\varphi = \frac{1}{2i}(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi})$

3. $\operatorname{tg}\varphi = -i(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi})/(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})$; $\quad \operatorname{ctg}\varphi = i(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})/(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi})$

4. $\cos ix = \operatorname{Cos} x$; $\quad \operatorname{tg} ix = i \operatorname{Tg} x$, $\quad \sin ix = i \operatorname{Sin} x$, $\quad \operatorname{ctg} ix = -i \operatorname{Ctg} x$

5. $\operatorname{Cos} ix = \cos x$; $\quad \operatorname{Tg} ix = i \operatorname{tg} x$; $\quad \operatorname{Sin} ix = i \sin x$; $\quad \operatorname{Ctg} ix = -i \operatorname{ctg} x$

6. $\cos(x + iy) = \cos x \operatorname{Cos} y - i \sin x \operatorname{Sin} y$

7. $\sin(x + iy) = \sin x \operatorname{Cos} y + i \cos x \operatorname{Sin} y$

8. $\operatorname{tg}(x + iy) = \frac{1}{2}\,\frac{\sin 2x + i \operatorname{Sin} 2y}{\cos^2 x + \operatorname{Sin}^2 y} = \frac{\sin 2x + i \operatorname{Sin} 2y}{\cos 2x + \operatorname{Cos} 2y}$

9. $\operatorname{ctg}(x + iy) = \frac{1}{2}\,\frac{\sin 2x - i \operatorname{Sin} 2y}{\sin^2 x + \operatorname{Sin}^2 y} = -\frac{\sin 2x - i \operatorname{Sin} 2y}{\cos 2x - \operatorname{Cos} 2y}$

10. $e^{z + 2k\pi i} = e^z$; $(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$, adică e^z are perioada imaginară $2\pi i$, de unde urmează după 4. pentru periodicitatea funcţiunilor hiperbolice:

11. $\operatorname{Cos}(z + 2k\pi i) = \operatorname{Cos} z \qquad \operatorname{Tg}(z + k\pi i) = \operatorname{Tg} z$
$\operatorname{Sin}(z + 2k\pi i) = \operatorname{Sin} z \qquad \operatorname{Ctg}(z + k\pi i) = \operatorname{Ctg} z.$

12. Fie $z = x + iy = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi) = |z|e^{i\varphi}$, unde $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ e modulul, φ amplitudinea numărului complex z; cp. II A d, p. 73.
Avem $\log z = \ln|z| + i\varphi + 2k\pi i$; $\quad (k = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$.

Logaritmul e deci infinit multiform. Prin valoarea principală a logaritmului se înţelege

$$\log z = \ln|z| + i\varphi.$$

[1]) Numirea derivă din legătura cu aria unui sector de hiperbolă (v. B b 3, p. 139).

Scanned with OKEN Scanner

13. $\log 1 = 0 \qquad \log(-1) = i\pi \qquad \log i = i\pi/2 \qquad \log(-i) = 3i\pi/2$

14. $z^w = e^{w \log z} = e^{w \log z + 2k\pi i w}$

15. $i^i = e^{-\pi/2 + 2k\pi} = 0{,}207\,88\, e^{2k\pi}$

16. $\operatorname{arc\,sin} z = -i \operatorname{Ar\,Sin} iz = -i \log\left(iz + \sqrt{1 - z^2}\right)$

17. $\operatorname{arc\,cos} z = -i \operatorname{Ar\,Cos} z = \pm i \log\left(z + i\sqrt{1 - z^2}\right)$

18. $\operatorname{arc\,tg} z = -i \operatorname{Ar\,Tg} iz = \frac{1}{2i} \log \frac{1 + iz}{1 - iz}$

19. $\operatorname{arc\,ctg} z = i \operatorname{Ar\,Ctg} iz = \frac{1}{2i} \log \frac{iz - 1}{iz + 1}$

20. $\arcsin ix = i \operatorname{Ar\,Sin} x = i \log\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$

21. $\arccos ix = -i \operatorname{Ar\,Cos} ix = \pi/2 \pm i \log\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$

22. $\operatorname{arc\,tg} ix = i \operatorname{Ar\,Tg} x = \frac{i}{2} \log \frac{1 + x}{1 - x}$

23. $\operatorname{arcctg} ix = -i \operatorname{Ar\,Ctg} x = -\frac{i}{2} \log \frac{x + 1}{x - 1}$.

IV. Calculul diferenţial şi integral

A. Limită, continuitate, derivabilitate

1. $x \to a$ sau $\lim x = a$ înseamnă că variabila x se apropie nelimitat de constanta a, fără a-i lua valoarea; a se numeşte l i m i t a lui x; faptul că x devine i n f i n i t m i c înseamnă acelaşi lucru ca şi $x \to 0$.

x devine i n f i n i t (m a r e), $x \to \infty$, înseamnă că valoarea absolută a lui x întrece orice valoare constantă dată.

Dacă $f(x)$ e funcţiune de variabila reală (argumentul) x,

$$\lim_{x \to a} f(x) = b \text{ înseamnă că } f(x) \to b, \text{ când } x \to a,$$

sau practic: cu atât mai mult $f(x) \approx b$, cu cât $x \approx a$.

$f(\infty)$ înseamnă acelaşi lucru ca $\lim f(x)$ pentru $x \to \infty$; $f(a) = \infty$ înseamnă că, cu cât se ia x mai aproape de a, cu atât mai mult întrece $f(x)$ orice valoare numerică dată.

2. Câteva limite particulare (n e un număr întreg > 0):

$\lim_{n \to \infty} a^n = \infty$ pentru $a > 1$; $= 1$ pentru $a = +1$; $= 0$ pentru $|a| < 1$; nedeterminat (nu există) dacă $a \leqq -1$.

$$\lim_{n \to \infty} \frac{a^n}{n!} = 0 \qquad \lim_{x \to a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n a^{n-1}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} a^x = 1 \quad (a > 0)$$

$$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \qquad \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{z}{x}\right)^x = e^z$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n!}{n^n e^{-n} \sqrt{n}} = \sqrt{2\pi} \quad \text{(formula lui Stirling)}$$

$$\lim_{n \to \infty} \left[\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \ldots (2n)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n - 1)}\right]^2 \frac{1}{2n} = \frac{\pi}{2} \quad \text{(produsul lui Wallis)}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \quad (a > 0) \qquad \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x \sqrt[3]{\cos x}} = 1 \quad \text{(regula lui Maskelyne)}$$

3. Fie Δx o creștere a lui x.
$f(x)$ se numește **continuă** în punctul x, dacă $f(x)$ e finit și determinat și dacă

$$\lim_{\Delta x \to 0} f(x + \Delta x) = f(x)$$

4. $f(x)$ se numește **derivabilă** în punctul x, dacă limita

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$$

are o valoare bine determinată; $f'(x)$ se numește **derivata** lui $f(x)$.

5. Interpretarea geometrică a lui $f'(x)$:

$$f'(x) = \operatorname{tg} \vartheta,$$

adică e egală cu inclinarea tangentei curbei $y = f(x)$ în punctul de tangentă $P = (x, y)$ (fig. 5).

6. **Diferența** valorilor funcțiunii (creșterea funcțiunii) $RP_1 = \Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$.

7. **Diferențiala** lui $y = f(x)$:
$dy = df(x) = f'(x)\, dx\ (= RS)$, unde dx e diferențiala lui x (în fig. 5 $= \Delta x$).

Câtul diferențial e egal cu derivata

$$\frac{dy}{dx} = f'(x).$$

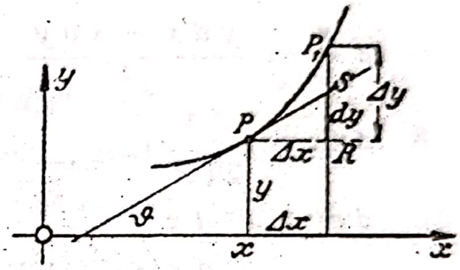


Fig. 5.

8. Orice funcțiune derivabilă e și continuă, dar nu invers. O curbă continuă nu are salturi și nici lacune; una derivabilă nu are în plus nici colțuri (vârfuri).

B. Derivate și diferențiale

a) Reguli de derivare

[$a, b \ldots m, n$ reprezintă constante (independente de x), $u, v, w \ldots$ funcțiuni de x derivabile].

1. $(a)' = 0$ 2. $(au)' = au'$
3. $(u + v + w + \ldots)' = u' + v' + w' + \ldots$, în general numai pentru un număr finit de termeni.
4. $(uv)' = u'v + uv'$ 5. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
6. $(uvw\ldots)' = (uvw\ldots)\left(\frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} + \frac{w'}{w} + \ldots\right)$, în general numai pentru un număr finit de factori.

[7. $\frac{df(u)}{dx} = \frac{df}{du}\frac{du}{dv}\frac{dv}{dw}\frac{dw}{dx}$ [regula de catenare pentru funcțiunile compuse: $f = f(u)$
$u = u(v)$, $v = v(w)$, $w = w(x)$]

8. Dacă $x = g(y)$ e inversa lui $y = f(x)$, urmează $g'(y) = 1 : f'(x)$.

b) Derivatele funcțiunilor elementare

9. $(x^m)' = m\, x^{m-1}$ 10. $(e^x)' = e^x$ 11. $(a^x)' = a^x \ln a$
12. $(\ln x)' = 1 : x$ 13. ${}^a\log x = 1 : (x \ln a)$
14. $(\sin x)' = \cos x$ 15. $(\operatorname{tg} x)' = 1 : \cos^2 x = 1 + \operatorname{tg}^2 x$
16. $(\cos x)' = -\sin x$ 17. $(\operatorname{ctg} x)' = -1 : \sin^2 x = -(1 + \operatorname{ctg}^2 x)$
18. $(\operatorname{arc} \sin x)' = 1 : \sqrt{1 - x^2}$ 19. $(\operatorname{arc} \operatorname{tg} x)' = 1 : (1 + x^2)$
20. $(\operatorname{arc} \cos x)' = -1 : \sqrt{1 - x^2}$ 21. $(\operatorname{arc} \operatorname{ctg} x)' = -1 : (1 + x^2)$
22. $(\operatorname{Sin} x)' = \operatorname{Cos} x$ 23. $(\operatorname{Tg} x)' = 1 : \operatorname{Cos}^2 x = 1 - \operatorname{Tg}^2 x$
24. $(\operatorname{Cos} x)' = \operatorname{Sin} x$ 25. $(\operatorname{Ctg} x)' = -1 : \operatorname{Sin}^2 x = 1 - \operatorname{Ctg}^2 x$
26. $(\operatorname{Ar} \operatorname{Sin} x)' = 1/\sqrt{x^2 + 1}$ 27. $(\operatorname{Ar} \operatorname{Tg} x)' = 1/(1 - x^2)$
28. $(\operatorname{Ar} \operatorname{Cos} x)' = 1/\sqrt{x^2 - 1}$ 29. $(\operatorname{Ar} \operatorname{Ctg} x)' = 1/(1 - x^2)$.

c) Formule de diferențiere

După A. 7., fiecărei formule de mai sus pentru $f'(x)$ îi corespunde una pentru diferențiala $d\,f(x)$, care urmează din ea prin înmulțire cu dx.

Scanned with OKEN Scanner

In tabloul de mai jos, $x, y, z, u \ldots$ pot fi variabile independente sau funcțiuni de aceeași variabilă. Tabloul e valabil pentru ambele cazuri:

1. $da = 0$, unde a e constant
2. $d(ax) = a\,dx$
3. $d(x + y + z + u \ldots) = dx + dy + dz + du + \ldots$ valabil în general numai pentru un număr finit de termeni.
4. $d(xy) = x\,dy + y\,dx$
5. $d(xyzu\ldots) = \left(\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z} + \frac{du}{u} + \ldots\right) xyzu\ldots$

6. $d\frac{x}{y} = \frac{y\,dx - x\,dy}{y^2}$ 7. $d(x^m) = m\,x^{m-1}\,dx$

8. $d\sqrt{x} = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$ 9. $d\frac{1}{x} = -\frac{dx}{x^2}$

10. $d\,e^x = e^x\,dx$ 11. $d\,a^x = a^x \ln a\,dx$

12. $d\ln x = \frac{dx}{x}$ 13. $d\,{}^a\!\log x = \frac{1}{\ln a}\frac{dx}{x}$

14. $d\sin x = \cos x\,dx$ 15. $d\frac{1}{\sin x} = -\frac{\cos x\,dx}{\sin^2 x}$

16. $d\cos x = -\sin x\,dx$ 17. $d\frac{1}{\cos x} = \frac{\sin x\,dx}{\cos^2 x}$

18. $d\,\mathrm{tg}\,x = \frac{dx}{\cos^2 x}$ 19. $d\,\mathrm{ctg}\,x = -\frac{dx}{\sin^2 x}$

20. $d\arcsin x = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ 21. $d\arccos x = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

22. $d\,\mathrm{arc\,tg}\,x = \frac{dx}{1+x^2}$ 23. $d\,\mathrm{arc\,ctg}\,x = -\frac{dx}{1+x^2}$

24. $d\ln\sin x = \mathrm{ctg}\,x\,dx$ 25. $d\ln\cos x = -\mathrm{tg}\,x\,dx$

26. $d\ln\mathrm{tg}\,x = \frac{2\,dx}{\sin 2x}$ 27. $d\ln\mathrm{ctg}\,x = -\frac{2\,dx}{\sin 2x}$

28. $d\,\mathrm{Sin}\,x = \mathrm{Cos}\,x\,dx$ 29. $d\,\mathrm{Cos}\,x = \mathrm{Sin}\,x\,dx$

30. $d\,\mathrm{Tg}\,x\ \frac{dx}{\mathrm{Cos}^2 x}$ 31. $d\,\mathrm{Ctg}\,x = -\frac{dx}{\mathrm{Sin}^2 x}$

32 $d(x^y) = x^{y-1}(x\ln x\,dy + y\,dx)$.

d) Derivate și diferențiale de ordin superior

1. Definiție: $f''(x) = (f'(x))'$ $d^2 f(x) = d(d f(x))$,
   în general: $f^{(n)}(x) = (f^{(n-1)}(x))'$ $d^n f(x) = d(d^{n-1} f(x))$.
   Dacă x e variabila independentă, avem
   $d^2 f(x) = f''(x)\,dx^2 \ldots$ $d^n f(x) = f^{(n)}(x)\,dx^n$, dx^n înseamnă $(dx)^n$.
2. $(x^m)^{(n)} = \binom{m}{n} n!\,x^{m-n} = m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+1)\,x^{m-n}$

3. $(e^x)^{(n)} = e^x$ 4. $(a^x)^{(n)} = a^x (\ln a)^n$
5. $(\ln x)^{(n)} = (-1)^{n-1} (n-1)! : x^n$
6. $(\sin x)^{(n)} = \sin (x + n\pi/2)$ 7. $(\cos x)^{(n)} = \cos (x + n\pi/2)$
8. $$(uv)^{(n)} = u^{(n)} v + \binom{n}{1} u^{(n-1)} v' + \binom{n}{2} u^{(n-2)} v'' + \ldots + \binom{n}{n-1} u' v^{(n-1)} + u v^{(n)} = [u+v]^{(n)},$$

unde membrul drept înseamnă rezultatul obținut formând puterea a n-a după teorema binomului, dar înlocuind în el puterile prin derivate, în particular nu u^0 cu 1, ci $u^{(0)} = u$; nu v^0 cu 1, ci $v^{(0)} = v$.

9. Dacă $y = f(u)$ și $u = u(x)$, urmează

$$d^2 f = f'(u)\, d^2 u + f''(u)\, du^2,$$
$$d^3 f = f'(u)\, d^3 u + 3 f''(u)\, d^2 u\, du + f'''(u)\, du^3 \quad \text{etc.}$$

Observație. $dx^n = (dx)^n$ trebue deosebit net de $d(x^n) = nx^{n-1} dx$ și de $d^n x$. Dacă x e variabilă independentă, avem pentru $n > 1$ $d^n x = 0$.

e) Funcțiuni de mai multe variabile

1. Fie $f(x, y \ldots)$ o funcțiune de două sau mai multe variabile independente, $\frac{\partial f}{\partial x} = f_x, \frac{\partial f}{\partial y} = f_y \ldots$ derivatele ei parțiale, adică cele la a căror formare se consideră variabil numai x sau y sau . . . . In aceste condițiuni și în anumite ipoteze de continuitate $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ sau $f_{yx} = f_{xy}$ etc., adică la formarea derivatelor de ordin superior ordinea de derivare în raport cu diferitele variabile e indiferentă.

2. Diferențialele totale sunt

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \ldots$$

$$d^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} dx^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} dx\, dy + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} dy^2 + \ldots,$$

în general pentru două variabile x, y

$$d^n f = \left[\frac{\partial}{\partial x} dx + \frac{\partial}{\partial y} dy \right]^{(n)} f,$$

unde, după calculul formal al puterii după teorema binomului, se înțelege prin produsul $\partial^n f$ numărătorul derivatei parțiale de ordinul n.

3. Pentru ca expresiunea diferențială $P\,dx + Q\,dy$ să fie diferențiala totală a unei funcțiuni de două variabile, e necesar și suficient ca

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} \quad \text{(condițiunea de integrabilitate).}$$

Analog în cazul a trei variabile pentru $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y} \qquad \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z} \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}.$$

Pentru relațiunea cu potențialul și rotațiunea unui câmp vectorial cp. pp. 118 și 175.

Scanned with OKEN Scanner

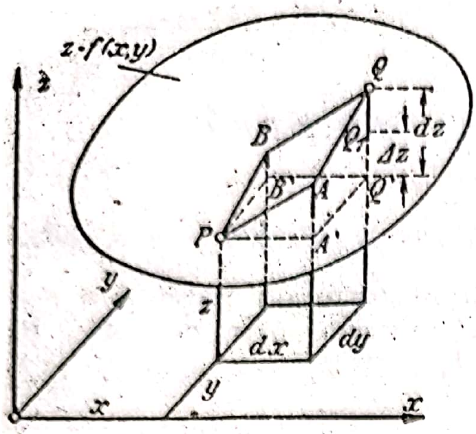


Fig. 6.

4. I n t e r p r e t a r e a g e o m e t r i c ă î n c a z u l a d o u ă v a r i a b i l e (fig. 6): $z = f(x, y)$ reprezintă o suprafaţă strâmbă în sistemul rectangular $x\,y\,z$. Fie $P = (x, y, z)$ un punct oarecare al suprafeţei. Dacă intersecţiunea unei prisme drepte (orientată paralel cu axele), şi cu secţiunea în dreptunghiu $P A' Q' B' = dx\,dy$, cu planul tangent în P e paralelogramul $PAQB$; f_x e inclinarea lui PA şi f_y a lui PB; $AA' = f_x\,dx$, $BB' = f_y\,dy$ (diferenţiale parţiale) şi $QQ' = AA' + BB' = dz$ (diferenţială totală). Diferenţiala dz trebue deosebită de diferenţa de nivel $\Delta z = Q' Q_1$, unde Q_1 e pe suprafaţă.

f) Funcţiuni implicite

Pentru $F(x, y) = 0$ şi dacă $\partial F/\partial y \neq 0$, urmează
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial F}{\partial x} : \frac{\partial F}{\partial y};$$
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\left[\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 - 2\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2\right] : \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^3$$

C. Teorema mediilor şi formula lui Taylor

1. **Teorema mediilor.** Dacă $f(x)$ e univoc, continuu pentru $x = a$ şi $x = b$ şi derivabil pentru orice x între a şi b, urmează
$$f(b) - f(a) = (b - a)\, f'(\xi),$$
unde ξ e o valoare potrivită între a şi b: $\xi = a + \vartheta(b - a)$, $0 < \vartheta < 1$; ϑ depinzând de a şi b. O altă formă e:
$$f(x + h) = f(x) + h f'(\xi) \qquad \xi = x + \vartheta h \qquad 0 < \vartheta < 1.$$

2. **Formula lui Taylor.** Fie $f(x)$ derivabil de n ori între a (incl.) şi x (incl.); atunci
$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}(x - a)^{n-1} + R_n,$$
$$\text{unde } R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!}(x - a)^n \qquad \xi = a + \vartheta(x - a) \qquad 0 < \vartheta < 1.$$
O altă formă e:
$$f(x + h) = f(x) + \frac{h}{1!} f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \ldots + \frac{h^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(x) + R_n,$$
$$\text{unde } R_n = \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(\xi) \qquad \xi = x + \vartheta h \qquad 0 < \vartheta < 1.$$

Forma zisă a lui M a c l a u r i n a formulei lui Taylor (pentru $a = 0$):
$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \ldots + \frac{f^{(n-1)}(0)}{(n-1)!} x^{n-1} + R_n,$$
$$\text{unde } R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!} x^n \qquad \xi = \vartheta x \qquad 0 < \vartheta < 1.$$

3. **Seria Taylor.** Formula lui Taylor se transformă în seria Taylor dacă $f(x)$ e derivabil ori de câte ori, iar $\lim_{n \to \infty} R_n = 0$ pentru orice ϑ între 0 şi 1. Forma Maclaurin a seriei Taylor reprezintă desvoltarea lui $f(x)$ după puterile lui x, cp. II G (p. 82). Că nu orice funcţiune e desvoltabilă după puterile lui x arată de ex. $f(x) = 1/x$, $1/x^2$, $1/x^n$ ($n > 0$, întreg), $\sqrt{x}$, $1/\sqrt{x}$, $\ln x$, $\operatorname{ctg} x$ etc.

Scanned with OKEN Scanner

4. Formula lui Taylor pentru două variabile.

$$f(x+h, y+k) = f(x, y) + \frac{1}{1!}\left[\frac{\partial}{\partial x}h + \frac{\partial}{\partial y}k\right]^{(1)} f(x, y) +$$

$$+ \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial}{\partial x}h + \frac{\partial}{\partial y}k\right]^{(2)} f(x, y) + \ldots + \frac{1}{(n-1)!}\left[\frac{\partial}{\partial x}h + \frac{\partial}{\partial y}k\right]^{(n-1)} f(x, y) + R_n,$$

unde $R_n = \frac{1}{n!}\left[\frac{\partial}{\partial x}h + \frac{\partial}{\partial y}k\right]^{(n)} f(x + \vartheta h, y + \vartheta k) \qquad 0 < \vartheta < 1.$

Cp. şi B e) 2 (p. 101).

D. Limite (forme nedeterminate)

Dacă o funcţiune $f(x)$ nu are pentru $x = a$ (unde a poate fi şi ∞) o valoare bine determinată, ci apare sub una din formele nedeterminate

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$$

e totuşi posibil să existe limita $\lim\limits_{x \to a} f(x)$. Pentru determinarea acestei limite pot servi regulile de mai jos:

1. $\frac{0}{0}$. Dacă $f(x) = \frac{\varphi(x)}{\psi(x)}$, $\varphi(a) = 0$, $\psi(a) = 0$, avem

$$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} \frac{\varphi'(x)}{\psi'(x)}$$

(Regula lui Bernoulli-L'Hospital). La nevoie, procedeul se poate repeta.

2. $\frac{\infty}{\infty}$. Se va proceda ca în cazul $\frac{0}{0}$.

3. $0 \cdot \infty$. Dacă $f(x) = \varphi(x) \cdot \psi(x)$, $\varphi(a) = 0$ şi $\psi(a) = \infty$, se scrie $\frac{1}{\psi(x)} = \chi(x)$ şi se obţine cazul $\frac{0}{0}$.

4. $\infty - \infty$. $f(x) = \varphi(x) - \psi(x)$, $\varphi(a) = \infty$, $\psi(a) = \infty$. Scriem $\varphi(x) = 1 : u(x)$, $\psi(x) = 1 : v(x)$, prin ceea ce $f(x) = \frac{v(x) - u(x)}{u(x)\, v(x)}$ ia forma $\frac{0}{0}$.

5. 0^0, 1^∞, ∞^0. Dacă expresiunea $f(x) = \psi(x)^{\varphi(x)}$ ia pentru $x = a$ una din aceste forme, se determină mai întâi ca mai sus limita lui $\ln f(x)$.

E. Maxime şi minime

a) Funcţiuni de o variabilă

Spre a găsi maximele şi minimele unei funcţiuni $f(x)$, a cărei curbă nu are colţuri (vârfuri), se rezolvă mai întâi ecuaţia

$$f'(x) = 0.$$

Fie $x = a$ o rădăcină. Se iau derivatele de ordin superior ale lui $f(x)$ până se găseşte

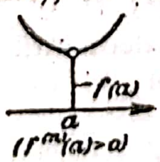


Fig. 7.

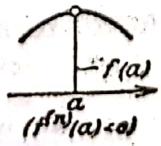


Fig. 8.

n par

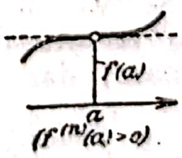


Fig. 9.

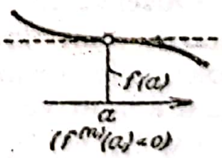


Fig. 10.

n impar

una diferită de zero pentru $x = a$; $f^{(n)}(a) \neq 0$. Dacă ordinul ei n e par, avem un maximum respectiv minimum, după cum ea însăși e < 0 sau > 0; dacă n e impar, nu avem nici maximum, nici minimum (fig. 7, 8, 9 și 10).

b) Funcțiuni de două sau mai multe variabile independente

Valorile lui x și y cari dau un maximum sau minimum al funcțiunii $f(x, y)$, satisfac ecuațiile $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$, și $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$. Dacă mai avem $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 > 0$ avem un maximum când $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ și $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ sunt ambele < 0 și un minimum când $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ și $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ sunt ambele > 0.

Pentru ca $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ să treacă printr'un maximum sau minimum cu condițiunile secundare $\varphi_1(x_1, x_2, \ldots x_n) = 0$, $\varphi_2 = 0, \ldots \varphi_m = 0$ $(m < n)$, valorile corespunzătoare ale lui $x_1, x_2, \ldots x_n$ trebue să mai satisfacă cele n ecuațiuni

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = 0, \quad \ldots \frac{\partial \Phi}{\partial x_n} = 0$$

unde $\Phi = f + \lambda_1\varphi_1 + \lambda_2\varphi_2 + \ldots + \lambda_m\varphi_m$, cu parametrii $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_m$ încă nedeterminați.

E. Calculul integral

a) Reguli generale de integrare

Definiție: $\int f(x)\,dx = J(x) + C$ e echivalent cu $f(x) = J'(x)$, $d[\int f(x)\,dx] = f(x)\,dx$ sau $[\int f(x)\,dx]' = f(x)$.

In formulele 1, 2 și 3, u și v sunt funcțiuni de x.

1. $\int a\,du = a\int du = au + C$

2. $\int (u + v)\,dx = \int u\,dx + \int v\,dx$ (Metoda descompunerii).

3. $\int u\,dv = uv - \int v\,du$

4. $\int uv'\,dx = uv - \int vu'\,dx$ (Integrare prin părți).

5. $\int f(x)\,dx = \int f(\varphi(y))\,\varphi'(y)\,dy \quad x = \varphi(y)$ (Schimbare de variabilă).

6. $\frac{\partial}{\partial \alpha}\int f(x, \alpha)\,dx = \int \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial \alpha}\,dx$ (Derivare sub semnul integral).

Observație. Se va observa că la integrarea indefinită se obține uneori mai întâi rezultatul într'o formă deosebită de cea indicată în formulele următoare; dar se poate deosebi de ea numai printr'o constantă aditivă.

Aceasta nu se poate recunoaște totdeauna imediat. Trebue observat că poate avea și valori complexe, că de ex. $\ln(-x)$ se deosebește de $\ln x$ prin constanta pur imaginară $\ln(-1) = (2k + 1)\pi i$ $(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ și trebue considerate relațiunile dintre funcțiunile trigonometrice, hiperbolice, exponențiale și inversele lor în complex (cp. E, p. 97).

Scanned with OKEN Scanner

b) Integrale indefinite fundamentale

1. $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C;$ n arbitrar, cu excepţiunea $n = -1$ (v. 2)

2. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C = \ln cx$

3. $\int e^x\,dx = e^x + C$

4. $\int a^x\,dx = a^x/\ln a + C$

5. $\int \sin x\,dx = -\cos x + C$

6. $\int \cos x\,dx = \sin x + C$

7 $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$

8. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$

9 $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + c$

10. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C = -\operatorname{arc\,ctg} x + c$

11 $\int \operatorname{Sin} x\,dx = \operatorname{Cos} x + C$

12. $\int \operatorname{Cos} x\,dx = \operatorname{Sin} x + C$

13. $\int \frac{dx}{\operatorname{Cos}^2 x} = \operatorname{Tg} x + C$

14. $\int \frac{dx}{\operatorname{Sin}^2 x} = -\operatorname{Ctg} x + C$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \operatorname{Ar\,Sin} x + C = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + C$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{Ar\,Cos} x + C = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) + C$

17. $\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{Ar\,Tg} x + C = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} + C$

$= \operatorname{Ar\,Ctg} x + c = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1} + c$

18. $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln f(x) + C$

19. $\int f(x) f'(x)\,dx = \frac{1}{2} f(x)^2 + C.$

c) Integrarea funcţiunilor raţionale

1. Dacă $R(x) = \varphi(x)/f(x)$ e funcţiunea raţională de integrat, unde $\varphi(x)$ şi $f(x)$ sunt deci polinoame, şi dacă gradul numărătorului $\varphi(x)$ nu e mai mic decât al numitorului $f(x)$, se descompune mai întâi $R(x)$ prin efectuarea împărţirii într'un polinom şi un rest $\psi(x)/f(x)$, care să fie funcţiune e f e c t i v fracţionară (gradul numărătorului mai mic decât al numitorului). Integrarea polinomului e uşoară, iar a funcţiunii efectiv fracţionare se bazează pe descompunerea în f r a c ţ i u n i p a r ţ i a l e. Dacă

$$f(x) = (x-a)^{\alpha}(x-b)^{\beta}\ldots(x-m)^{\mu},$$

adică dacă $a, b, \ldots m$ sunt rădăcinile distincte ale ecuaţiei $f(x) = 0$, unde ordinul de multiplicitate e α pentru a, β pentru $b, \ldots \mu$ pentru m, e valabilă următoarea descompunere în fracţiuni parţiale a funcţiunii efectiv fracţionare:

$$\frac{\varphi(x)}{f(x)} = \frac{A_\alpha}{(x-a)^\alpha} + \frac{A_{\alpha-1}}{(x-a)^{\alpha-1}} + \ldots + \frac{A_1}{x-a}$$
$$+ \frac{B_\beta}{(x-b)^\beta} + \frac{B_{\beta-1}}{(x-b)^{\beta-1}} + \ldots + \frac{B_1}{x-b} + \ldots$$
$$\ldots + \frac{M_\mu}{(x-m)^\mu} + \frac{M_{\mu-1}}{(x-m)^{\mu-1}} + \ldots + \frac{M_1}{x-m}.$$

Pentru determinarea constantelor $A_\alpha, A_{\alpha-1}, \ldots M_1$ se aduce membrul drept la numitorul principal $f(x)$ şi se egalează coeficienţii puterilor egale ale lui x din cei doi membri. Se obţine un număr suficient de ecuaţii de gradul întâiu, din cari se pot calcula $A_\alpha, A_{\alpha-1}, \ldots M_1$.

In cazul rădăcinilor simple ($\alpha = \beta = \ldots = \mu = 1$), $A_1, B_1, \ldots M_1$ se calculează din ecuaţiile

$$A_1 = \frac{\varphi(a)}{f'(a)}, \quad B_1 = \frac{\varphi(b)}{f'(b)}, \quad \ldots M_1 = \frac{\varphi(m)}{f'(m)}.$$

Rădăcinile $a, b, \ldots m$ pot fi reale sau complexe. Dacă numitorul $f(x)$ are numai coeficienţi reali, rădăcinile complexe sunt conjugate complex două câte două. Descompunerea se poate reprezenta prin fracţiuni parţiale de forma reală

$$\frac{Mx+N}{(A+2Bx+Cx^2)^p}$$

Integrarea funcţiunilor raţionale efectiv fracţionare se reduce astfel la integrale de forma

$$\int \frac{dx}{(x-a)^\alpha} \quad \text{sau (în real)} \quad \int \frac{Mx+N}{(A+2Bx+Cx^2)^p}\,dx.$$

Primele dau pentru $\alpha > 1$ iarăşi funcţiuni raţionale, pentru $\alpha = 1$ logaritmi; cele de al doilea, funcţiuni raţionale, logaritmi sau arctangente.

1. Integralele unor funcţiuni raţionale particulare:

1. $\int (a+bx)^n\,dx = \frac{(a+bx)^{n+1}}{(n+1)b} + C,$ dacă $n \neq -1$ (v. 2.)

2. $\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b}\ln(a+bx) + C = \frac{1}{b}\ln c\,(a+bx)$

3. $\int \frac{1}{x^2}\,dx = -\frac{1}{x} + C$ 4. $\int \frac{dx}{(a+bx)^2} = -\frac{1}{b(a+bx)} + C$

5. $\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} + C = \mathrm{Ar\,Tg}\,x + C,$ dacă $x < 1$

6. $\int \frac{dx}{x^2-1} = \frac{1}{2}\ln\frac{x-1}{x+1} + C = -\mathrm{Ar\,Ctg}\,x + C,$ dacă $x > 1$

7. $\int \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}}\,\mathrm{arc\,tg}\left(x\sqrt{b/a}\right) + C,$ dacă $ab > 0$

Scanned with OKEN Scanner

8. $$\int \frac{dx}{a - bx^2} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{\sqrt{ab} + bx}{\sqrt{ab} - bx} + C = \frac{1}{\sqrt{ab}} \operatorname{Ar} \operatorname{Tg}(x\sqrt{b/a}) + C$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{bx + \sqrt{ab}}{bx - \sqrt{ab}} + C = \frac{1}{\sqrt{ab}} \operatorname{Ar} \operatorname{Ctg}(x\sqrt{b/a}) + C, \quad \text{dacă } ab > 0$$

9. $$\int \frac{dx}{a + 2bx + cx^2} = \frac{1}{\sqrt{\Delta}} \operatorname{arc\,tg} \frac{b + cx}{\sqrt{\Delta}} + C. \qquad \text{dacă } \Delta > 0$$

$\Delta = ac - b^2$

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{1}{2\sqrt{-\Delta}} \ln \left(\pm \frac{\sqrt{-\Delta} - b - cx}{\sqrt{-\Delta} + b + cx} \right) + C \\ &= -\frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \operatorname{Ar} {}^{\operatorname{Tg}}_{\operatorname{Ctg}} \frac{b + cx}{\sqrt{-\Delta}} + C, \end{aligned}\right\} \text{dacă } \Delta < 0$$

$$\int \frac{dx}{a + 2bx + cx^2} = -\frac{1}{b + cx} + C, \qquad \text{dacă } \Delta = 0$$

10. $$\int \frac{(\alpha + \beta x)\,dx}{a + 2bx + cx^2} = \frac{\beta}{2c} \ln (a + 2bx + cx^2) + \frac{\alpha c - \beta b}{c} \int \frac{dx}{a + 2bx + cx^2}$$

11. $$\int \frac{dx}{(a + 2bx + cx^2)^p} = \frac{1}{2(ac - b^2)(p - 1)} \frac{b + cx}{(a + 2bx + cx^2)^{p-1}} + \frac{(2p - 3)c}{2(ac - b^2)(p - 1)} \int \frac{dx}{(a + 2bx + cx^2)^{p-1}}$$

12. $$\int \frac{(\alpha + \beta x)\,dx}{(a + 2bx + cx^2)^p} = -\frac{\beta}{2c(p - 1)} \frac{1}{(a + 2bx + cx^2)^{p-1}} + \frac{\alpha c - \beta b}{c} \int \frac{dx}{(a + 2bx + cx^2)^p}$$

13. $$\int x^{m-1} (a + bx)^n\,dx = \frac{x^{m-1}(a + bx)^{n+1}}{(m + n)b} - \frac{(m - 1)a}{(m + n)b} \int x^{m-2} (a + bx)^n\,dx$$

$$= \frac{x^m (a + bx)^n}{m + n} + \frac{na}{m + n} \int x^{m-1} (a + bx)^{n-1}\,dx.$$

d) Integralele unor funcțiuni iraționale

1. $\int \sqrt{a + bx}\,dx = \frac{2}{3b} (\sqrt{a + bx})^3 + C$; 2. $\int \frac{dx}{\sqrt{a + bx}} = \frac{2}{b} \sqrt{a + bx} + C$

3. $$\int \frac{(\alpha + \beta x)\,dx}{\sqrt{a + bx}} = \frac{2}{3b^2} (3\alpha b - 2a\beta + \beta bx) \sqrt{a + bx} + C$$

4. $\int \frac{dx}{(\alpha + \beta x)\sqrt{a + bx}}$ se reduce la forma c) 2. 7. sau 8.

prin substituția $y = \sqrt{a + bx}$ (p. 106 și mai sus).

Scanned with OKEN Scanner

5. $\int \frac{f(x, \sqrt[n]{a+bx})}{\varphi(x, \sqrt[n]{a+bx})} dx$, unde f și φ sunt polinoame; se scrie

$$\sqrt[n]{a+bx} = y$$

6. $$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C = -\arccos \frac{x}{a} + C' = 2 \operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} + c$$

7. $$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right) + C = \frac{1}{2} \ln \frac{x + \sqrt{x^2 + a^2}}{-x + \sqrt{x^2 + a^2}} + C'$$

$= \operatorname{Ar\,Sin} \frac{x}{a} + C''$; dacă semnul de sub radical e minus (—), integrala e $\operatorname{Ar\,Cos} \frac{x}{a}$.

In formulele cari urmează s'a notat $\sqrt{a + 2bx + cx^2} = X$.

8. $$\int \frac{dx}{X} = \frac{1}{\sqrt{c}} \ln \left(b + cx + \sqrt{c}\, X\right) + C, \qquad \text{dacă } c > 0$$

$$= \frac{1}{\sqrt{c}} \operatorname{Ar\,Sin} \frac{b + cx}{\sqrt{ac - b^2}} + C, \qquad \text{dacă } ac - b^2 > 0$$

$$= \frac{1}{\sqrt{c}} \operatorname{Ar\,Cos} \frac{b + cx}{\sqrt{b^2 - ac}} + C, \qquad \text{dacă } b^2 - ac > 0$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{-c}} \arcsin \frac{b + cx}{\sqrt{b^2 - ac}} + C, \qquad \text{dacă } c < 0$$

9. $$\int \frac{(\alpha + \beta x)\, dx}{X} = \frac{\beta}{c} X + \frac{\alpha c - \beta b}{c} \int \frac{dx}{X} + C$$

10. $$\int \frac{x^m dx}{X} = \frac{x^{m-1} X}{mc} - \frac{(m-1)a}{mc} \int \frac{x^{m-2} dx}{X} - \frac{(2m-1)b}{mc} \int \frac{x^{m-1} dx}{X}$$

11. $$\int \frac{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n}{X} dx = (A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \ldots + A_{n-1} x^{n-1}) X + A \int \frac{dx}{X}$$

unde constantele $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$ și A se determină prin derivare și compararea coeficienților.

12. $$\int \sqrt{a^2 + x^2}\, dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right) + C$$

$$= \frac{x}{2} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{a^2}{2} \operatorname{Ar\,Sin} \frac{x}{a} + C'$$

13. $$\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

14. $$\int \sqrt{x^2 - a^2}\, dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln \left(x + \sqrt{x^2 - a^2}\right) + C$$

$$= \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \operatorname{Ar\,Cos} \frac{x}{a} + C'$$

Scanned with OKEN Scanner

15. $\int X\,dx = \frac{b+cx}{2c}X + \frac{ac-b^2}{2c}\int\frac{dx}{X} + C$

16. $\int\frac{dx}{(x-a)^p X}$ se reduce la forma 10 (v. m. s.) prin substituţia $\frac{1}{x-a} = y$

17. $\int\frac{A+Bx}{\alpha+2\beta x+\gamma x^2}\,\frac{dx}{X}$ se reduce la două integrale de forma

$$\int\frac{dz}{(\alpha_1+\gamma_1 z)\sqrt{a_1+c_1 z}} \quad \text{şi} \quad \int\frac{dz}{(\alpha_2+\gamma_2 z)\sqrt{a_1 z+c_1 z^2}}$$

cari se tratează după 4. (p. 107) şi 16. (v. m. s.) — şi anume dacă se substitue $x = \frac{py+q}{y+1}$, dacă se determină p şi q din ecuaţiile $\gamma pq+\beta(p+q)+\alpha = 0$ şi $cpq+b(p+q)+a = 0$ şi se scrie pe urmă $y^2 = z$.

18. Spre a efectua integrala $\int\frac{f(x)}{F(x)}\frac{dx}{X}$, se descompune $\frac{f(x)}{F(x)}$, dacă e cazul, după separarea unui polinom, în fracţiuni parţiale; se obţin integrale de forma 16 (v. m. s.) şi, dacă se strâng fracţiunile parţiale imaginare asociate, în cazul cel mai simplu de forma 17.

19. $\int\frac{(\alpha+\beta x)\,dx}{X^3} = \frac{(a\beta-b\alpha)+(b\beta-c\alpha)x}{(b^2-ac)X} + C$

c) Integrale de funcţiuni transcendente

1. $\int x^n e^x\,dx = e^x\left(x^n - n x^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} - + \dots + (-1)^n n!\right)$

2. $\int \ln x\,dx = x\ln x - x + C$ 3. $\int(\ln x)^n\,dx = \int y^n e^y\,dy$ ptr. $y = \ln x$

4. $\int x^n\ln x\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\ln x - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2} + C,$ $n \neq -1$ (v. 4a)

4a. $\int\frac{1}{x}\ln x\,dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + C$

5. $\int\frac{(\ln x)^n}{x}\,dx = \frac{1}{n+1}(\ln x)^{n+1} + C,$ $n \neq -1$

5a. $\int\frac{dx}{x\ln x} = \ln(\ln x) + C$

6. $\int\sin^2 x\,dx = -\frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{2}x + C$

7. $\int\cos^2 x\,dx = \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{2}x + C$

8. $\int\sin mx\,dx = -\frac{\cos mx}{m} + C$ 9. $\int\cos mx\,dx = \frac{\sin mx}{m} +$

10. $\int\sin mx\cos nx\,dx = -\frac{\cos(m+n)x}{2(m+n)} - \frac{\cos(m-n)x}{2(m-n)} + C,$ $m \neq n$

$= [-1/(m^2-n^2)](m\cos mx\cos nx + n\sin mx\sin nx) + C$

Scanned with OKEN Scanner

11. $\int \sin m x \sin n x \, d x = \frac{\sin (m-n) x}{2(m-n)} - \frac{\sin (m+n) x}{2(m+n)} + C, \qquad m \neq n$

$= [-1/(m^2 - n^2)] (m \cos m x \sin n x - n \sin m x \cos n x) + C$

12. $\int \cos m x \cos n x \, d x = \frac{\sin (m-n) x}{2(m-n)} + \frac{\sin (m+n) x}{2(m+n)} + C, \qquad m \neq n$

$= [-1/(m^2 - n^2)] (m \sin m x \cos n x - n \cos m x \sin n x) + C$

13. $\int \operatorname{tg} x \, d x = -\ln \cos x + C$ 14. $\int \operatorname{ctg} x \, d x = \ln \sin x + C$

15. $\int \frac{d x}{\sin x} = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C$ 15a. $\int \frac{d x}{\operatorname{Sin} x} = -2 \operatorname{Ar} \operatorname{Tg}(e^x) + C = \ln \operatorname{Tg} \frac{x}{2}$

16. $\int \frac{d x}{\cos x} = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) + C = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} + C$

16a. $\int \frac{d x}{\operatorname{Cos} x} = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} (e^x) + C = \operatorname{arc} \sin \operatorname{Tg} x$

17. $\int \frac{d x}{1 + \cos x} = \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C$ 18 $\int \frac{d x}{1 - \cos x} = -\operatorname{ctg} \frac{x}{2} + C$

19. $\int \sin x \cos x \, d x = \frac{1}{2} \sin^2 x + C$ 20 $\int \frac{d x}{\sin x \cos x} = \ln \operatorname{tg} x + C$

21 [1]. $\int \sin^n x \, d x = -\frac{\cos x \sin^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \, d x$ [2])

22 [1]). $\int \cos^n x \, d x = \frac{\sin x \cos^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x \, d x$ [3])

23. $\int \operatorname{tg}^n x \, d x = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{tg}^{n-2} x \, d x$

24. $\int \operatorname{ctg}^n x \, d x = -\frac{\operatorname{ctg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{ctg}^{n-2} x \, d x$

25. $\int \frac{d x}{\sin^n x} = -\frac{\cos x}{(n-1) \sin^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{d x}{\sin^{n-2} x}$ [4])

26. $\int \frac{d x}{\cos^n x} = \frac{\sin x}{(n-1) \cos^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{d x}{\cos^{n-2} x}$ [3])

27 [5]). $\int \sin^p x \cos^q x \, d x = \frac{\sin^{p+1} x \cos^{q-1} x}{p+q} + \frac{q-1}{p+q} \int \sin^p x \cos^{q-2} x \, d x$

$= -\frac{\sin^{p-1} x \cos^{q+1} x}{p+q} + \frac{p-1}{p+q} \int \sin^{p-2} x \cos^q x \, d x$

28 [5]). $\int \sin^{-p} x \cos^q x \, d x = -\frac{\sin^{-p+1} x \cos^{q+1} x}{p-1} + \frac{p-q-2}{p-1} \int \sin^{-p+2} x \cos^q x \, d x$

---

[1]) Pentru n impar se recomandă substituția $\cos x = z$ sau $\sin x = z$.
[2]) Valabilă și pentru funcțiunile hiperbolice corespunzătoare, dacă se schimbă în stânga semnul.
[3]) Valabilă și pentru funcțiunile hiperbolice corespunzătoare.
[4]) Valabilă și pentru funcțiunile hiperbolice corespunzătoare, dacă se schimbă semnul + în −
[5]) Pt. p sau q impar și pozitiv se recomandă substituția $\cos x = z$ sau $\sin x = z$.

Scanned with OKEN Scanner

29[1]). $\int \sin^p x \cos^{-q} x\, dx = \frac{\sin^{p+1} x \cos^{-q+1} x}{q-1} + \frac{q-p-2}{q-1}\int \sin^p x \cos^{-q+2} x\, dx$

29a. $\int x^m \sin x\, dx = -x^m \cos x + m\int x^{m-1} \cos x\, dx$

29b. $\int x^m \cos x\, dx = -x^m \sin x - m\int x^{m-1} \sin x\, dx$

30. $\int \frac{dx}{a + b\cos x} = \frac{2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \operatorname{arc\,tg}\left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\operatorname{tg} x/2\right) + C, \quad \text{dacă } a^2 > b^2$

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{b^2 - a^2}} \ln \frac{b + a\cos x + \sqrt{b^2 - a^2}\sin x}{a + b\cos x} + C \\ &= \frac{2}{\sqrt{b^2 - a^2}} \operatorname{Ar\,Tg}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b+a}}\operatorname{tg} x/2\right) + C \end{aligned}\right\} \text{dacă } a^2 < b^2$$

31. $\int \frac{\cos x\, dx}{a + b\cos x} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b}\int \frac{dx}{a + b\cos x} + C$

32. $\int \frac{\sin x\, dx}{a + b\cos x} = -\frac{1}{b}\ln(a + b\cos x) + C$

33. $\int \frac{A + B\cos x + C\sin x}{a + b\cos x + c\sin x}\, dx = A\int \frac{d\varphi}{a + p\cos\varphi} +$

$+ (B\cos\alpha + C\sin\alpha)\int \frac{\cos\varphi\, d\varphi}{a + p\cos\varphi} - (B\sin\alpha - C\cos\alpha)\int \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{a + p\cos\varphi},$

dacă se scrie $b = p\cos\alpha$, $c = p\sin\alpha$ şi $x - \alpha = \varphi$

34. $\int e^{ax} \sin bx\, dx = \frac{a\sin bx - b\cos bx}{a^2 + b^2} e^{ax} + C$

35. $\int e^{ax} \cos bx\, dx = \frac{a\cos bx + b\sin bx}{a^2 + b^2} e^{ax} + C$

36. $\int \arcsin x\, dx = x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2} + C$

37. $\int \arccos x\, dx = x \arccos x - \sqrt{1 - x^2} + C$

38. $\int \operatorname{arc\,tg} x\, dx = x \operatorname{arc\,tg} x - \frac{1}{2}\ln(1 + x^2) + C$

39. $\int \operatorname{arc\,ctg} x\, dx = x \operatorname{arc\,ctg} x + \frac{1}{2}\ln(1 + x^2) + C$

40. $\int \operatorname{Ar\,Sin} x\, dx = x \operatorname{Ar\,Sin} x - \sqrt{1 + x^2} + C$

41. $\int \operatorname{Ar\,Cos} x\, dx = x \operatorname{Ar\,Cos} x - \sqrt{x^2 - 1} + C$

---

[1]) Pt. p sau q impar şi pozitiv se recomandă substituţia $\cos x = z$ sau $\sin x = z$.

42. $\int \mathrm{Ar\,Tg}\, x\, dx = x\, \mathrm{Ar\,Tg}\, x + \frac{1}{2} \ln(1 - x^2) + C$

43. $\int \mathrm{Ar\,Ctg}\, x\, dx = \mathrm{Ar\,Ctg}\, x + \frac{1}{2} \ln(1 - x^2) + C.$

În integralele de mai jos R e o funcțiune rațională.

44. $\int R(\sin x, \cos x, \mathrm{tg}\, x, \mathrm{ctg}\, x)\, dx$. Se scrie $\mathrm{tg}\, x/2 = t$, $dx = 2\, dt : (1 + t^2)$, $\sin x = 2\, t : (1 + t^2)$, $\cos x = (1 - t^2) : (1 + t^2)$, $\mathrm{tg}\, x = 2\, t : (1 - t^2)$, $\mathrm{ctg}\, x = (1 - t^2) : 2\, t$, și integrala se transformă în a unei funcțiuni raționale de t (v. p. 105 sub c).

45. $\int R(e^x)\, dx$. Se va scrie $e^x = t$, $dx = dt : t$.

46. $\int R(\mathrm{Sin}\, x, \mathrm{Cos}\, x, \mathrm{Tg}\, x, \mathrm{Ctg}\, x)\, dx$ e cuprinsă în 45.

Se pot considera și funcțiunile hiperbolice drept trigonometrice de argument imaginar (cp. III. E., p. 97) și proceda ca pentru 44.

f) Integrale definite

Definiție: $\int_a^b f(x)\, dx = \lim \sum_{\lambda=1}^{n} f(\xi_\lambda)\, \delta_\lambda$, intervalul de integrare fiind împărțit în n părți arbitrare $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n$, astfel încât $\delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_n = b - a$; ξ_λ e o valoare oarecare a lui x în intervalul δ_λ, limita fiind luată pentru $n \to \infty$ și toți $\delta_\lambda \to 0$.

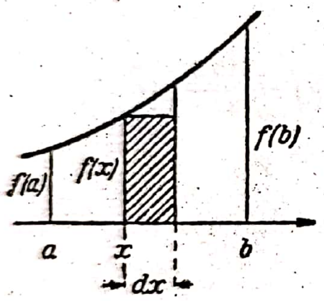


Fig. 11.

Interpretare geometrică. Integrala înseamnă aria dintre curba $y = f(x)$, la $f(x) \geqq 0$, axa x și ordonatele $f(a)$ și $f(b)$. $f(x)\, dx$ înseamnă aria dreptunghiului de lățimea dx și înălțimea $f(x)$, fig. 11, și nu trebue confundat cu elementul de suprafață de sub i) 5. Observație.

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(x)\, dx = f(x) = \frac{d}{dx} \int_a^x f(u)\, du.$$

1. Teorema mediilor calculului integral: ξ fiind o valoare potrivită cuprinsă între a și b, $\xi = a + \vartheta_1 (b - a)$, $0 < \vartheta < 1$, ϑ depinzând de a și b, avem

$$\int_a^b f(x)\, \varphi(x)\, dx = f(\xi) \int_a^b \varphi(x)\, dx,$$

unde $\varphi(x)$ e continuu și nu-și schimbă semnul între a și b.

Media unei funcțiuni $f(x)$ în intervalul (a, b):

a) media aritmetică $= \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x)\, dx$ (notată uneori cu $\bar{f}$.)

b) media pătratică $= \sqrt{\frac{1}{b - a} \int_a^b f(x)^2\, dx}$ (de ex. la determinarea valorilor efective).

$$\int_a^b = -\int_b^a \qquad \int_a^c = \int_a^b + \int_b^c \qquad \int_a^c - \int_a^b = \int_b^c.$$

unde trebue completat pretutindeni cu $f(x)\, dx$.

Scanned with OKEN Scanner

O integrală $\int_a^b f(x)\,dx$, ale cărei limite nu sunt ambele finite sau în care $f(x)$ nu e mereu continuu pentru $a \leqq x \leqq b$, se numește integrală improprie. Nu există o regulă generală spre a stabili dacă o integrală improprie dată are sau nu o valoare bine determinată.

1. $\int_a^\infty \frac{dx}{x^n} = \frac{a^{1-n}}{n-1}$, dacă $n > 1$; altfel fără valoare bine determinată

2. $\int_0^\infty \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{\pi}{2\sqrt{ab}}$ 3. $\int_0^{\sqrt{a/b}} \frac{dx}{a+bx^2} = \int_{\sqrt{a/b}}^\infty \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{\pi}{4\sqrt{ab}}$

4. $\int_0^{\sqrt{a/b}} \frac{dx}{\sqrt{a-bx^2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{b}}$ 5. $\int_0^\pi \ln\cos x\,dx = \int_0^\pi \ln\sin x\,dx = -\pi\ln 2$

6. $\int_0^\infty \frac{\sin bx}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}$ dacă $b > 0$ 7. $\int_0^\infty \frac{\operatorname{tg} x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}$

8. $\int_0^{\pi/2} \sin^{2n+1} x\,dx = \int_0^{\pi/2} \cos^{2n+1} x\,dx = \frac{2\cdot4\cdot6\ldots\ 2n}{3\cdot5\cdot7\ldots(2n+1)}$

9. $\int_0^{\pi/2} \sin^{2n} x\,dx = \int_0^{\pi/2} \cos^{2n} x\,dx = \frac{1\cdot3\cdot5\ldots(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\ldots\ 2n}\cdot\frac{\pi}{2}$

(8, 9: $n > 0$, întreg)

10. $\int_0^\infty e^{-x}\,dx = 1$ 11. $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = {}^1/_2\cdot\sqrt{\pi}$

12. $\int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$ $a > 0,\ n = 1, 2, 3\ldots$

13. $\int_0^\infty \frac{x^{n-1}\,dx}{x+1} = \frac{\pi}{\sin n\pi}$, dacă $0 < n < 1$

14. $\int_0^\pi \ln(1 \pm 2a\cos x + a^2)\,dx = \begin{cases} 0, & \text{dacă } 0 \leqq a < 1 \\ 2\pi\ln a, & \text{„} \quad a > 1 \end{cases}$

g) Integrale ireductibile la funcțiuni elementare. Integrarea prin desvoltare în serie

Chiar dacă $f(x)$ e o funcțiune elementară, $\int f(x)\,dx$ nu se poate exprima („calcula") totdeauna prin funcțiuni elementare sau combinațiuni de ale lor (în număr finit). De regulă, acesta nici nu e cazul și se poate demonstra că nu e posibil.

Dacă $f(x)$ se poate desvolta într'o serie convergentă

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots,$$

avem în același domeniu de convergență

$$\int f(x)\,dx = A + a_0 x + \frac{a_1}{2}x^2 + \frac{a_2}{3}x^3 + \frac{a_3}{4}x^4 + \ldots$$

1. Sinusul integral:

$$\operatorname{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin x}{x}\,dx = x - \frac{1}{3}\cdot\frac{x^3}{3!} + \frac{1}{5}\cdot\frac{x^5}{5!} - + \ldots \quad |x| < \infty.$$

2. Logaritmul integral:

$$\mathrm{Li}(x) = \int_0^x \frac{dx}{\ln x} = C + \ln|\ln x| + \ln x + \frac{1}{2}\frac{(\ln x)^2}{2!} + \frac{1}{3}\frac{(\ln x)^3}{3!} + \ldots,$$

unde $C = \lim_{n\to\infty}\left\{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \ln n\right\} = 0{,}577\,215\,665$ $\quad 0 < x < \infty$

(constanta lui Euler),

3. Integrala erorilor a lui Gauss:

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-x^2}\,dx,$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{\pi}\,\Phi(x) = \frac{x}{1} - \frac{1}{1!}\cdot\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2!}\cdot\frac{x^5}{5} - + \ldots \qquad |x| < \infty.$$

Tabla p. 191. Avem $\Phi(\infty) = 1$.

4. Funcțiunea gamma sau funcțiunea Π a lui Gauss:

$$\Gamma(x+1) = \Pi(x) = \int_0^\infty e^{-t}t^x\,dt.$$

$$\Pi(n) = n! \ (n > 0, \text{ întreg}) \qquad \Pi(x) = x\,\Pi(x-1)$$

$$\Pi(x-1)\,\Pi(-x) = \pi : \sin \pi x.$$

$$\Pi(x) = \lim_{n\to\infty}\frac{n!\,n^x}{(x+1)(x+2)\ldots(x+n)}$$

$$1 : \Pi(x) = e^{Cx}\left(1+\frac{x}{1}\right)e^{-x/1}\left(1+\frac{x}{2}\right)e^{-x/2}\left(1+\frac{x}{3}\right)e^{-x/3}\ldots$$

(Produsul lui Weierstrass)

Pentru $x = -1, -2, -3, \ldots$ $\Pi(x)$ devine deci infinit.

$$\ln \Pi(x) = -Cx + \frac{1}{2}S_2x^2 - \frac{1}{3}S_3x^3 + \frac{1}{4}S_4x^4 - + \ldots \qquad |x| < 1.$$

Aici C e constanta lui Euler (2), și

$$S_\lambda = \frac{1}{1^\lambda} + \frac{1}{2^\lambda} + \frac{1}{3^\lambda} + \ldots \qquad (\lambda = 2, 3, 4\ldots)$$

$S_2 = \frac{\pi^2}{6} = 1{,}644\,93$; $\quad S_3 = 1{,}202\,06$; $\quad S_4 = \frac{\pi^4}{90} = 1{,}082\,32$; $\quad S_5 = 1{,}036\,93$;

$S_6 = 1{,}017\,34$; $\quad S_7 = 1{,}008\,35$; $\quad S_8 = 1{,}004\,08$; $\quad S_9 = 1{,}002\,01$; $\quad S_{10} = 1{,}000\,99$; ...

5. Integrale și funcțiuni eliptice. O integrală eliptică e de forma

$$\int F\left(x, \sqrt{f(x)}\right)dx,$$

unde F e o funcțiune rațională și $f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$ e un polinom de gradul 3 sau 4 cu zeruri simple. Cele mai simple integrale sunt

de prima speță $$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} = F(\varphi, k)$$

de a doua speță $$\int_0^x \frac{\sqrt{1-k^2x^2}}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \int_0^\varphi \sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}\,d\varphi = E(\varphi, k)$$

(formele normale ale lui Legendre și Jacobi)

Aici $x = \sin\varphi$; k e „modulul“ integralei.

Scanned with OKEN Scanner

Integralele „complete" sunt

$$K = F(\pi/2, k) \qquad E = E(\pi/2, k)$$
$$K' = F\left(\pi/2, \sqrt{1-k^2}\right) \qquad E' = E\left(\pi/2, \sqrt{1-k^2}\right)$$
$$KE' + EK' - KK' = \pi/2$$

$$\left.\begin{aligned} K &= \frac{\pi}{2}\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2 k^4 + \left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2 k^6 + \ldots\right] \\ E &= \frac{\pi}{2}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{k^2}{1} - \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2 \frac{k^4}{3} - \left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2 \frac{k^6}{5} - \ldots\right]\end{aligned}\right\} \quad k^2 < 1$$

Funcţiunea inversă a lui $u = F(\varphi, k)$ se notează cu $\varphi = \mathrm{am}\, u$ (amplitudine de u). Avem (funcţiunile eliptice ale lui Jacobi)

$$x = \sin \mathrm{am}\, u = \mathrm{sn}\, u = u - (1 + k^2)\frac{u^3}{3!} + (1 + 14k^2 + k^4)\frac{u^5}{5!} - + \ldots$$

$$\cos \mathrm{am}\, u = \mathrm{cn}\, u = 1 - \frac{u^2}{2!} + (1 + 4k^2)\frac{u^4}{4!} - (1 + 44k^2 + 16k^4)\frac{u^6}{6!} + - \ldots$$

$$\sqrt{1 - k^2x^2} = \Delta\, \mathrm{am}\, u = \mathrm{dn}\, u = 1 - k^2\frac{u^2}{2!} + k^2(4 + k^2)\frac{u^4}{4!}$$
$$- k^2(16 + 44k^2 + k^4)\frac{u^6}{6!} + - \ldots$$

Tabla 12 a integralelor eliptice, p. 58.

Forma normală a lui Weierstrass a integralei de prima speţă e

$$u = \int_s^\infty \frac{ds}{\sqrt{4s^3 - g_2 s - g_3}} \qquad (g_2, g_3 \text{ constante date})$$

şi funcţiunea inversă (funcţiunea Pe a lui Weierstrass)

$$s = \wp u = \frac{1}{u^2} + \frac{g_2}{20}u^2 + \frac{g_3}{28}u^4 + \frac{g_2{}^2}{1200}u^6 + \frac{3 g_2 g_3}{6160}u^8 + \ldots \text{[1]}$$

Transformarea unei integrale eliptice generale de prima speţă în forma normală a lui Weierstrass

$$u = \int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{Ax^4 + 4Bx^3 + 6Cx^2 + 4Dx + E}}$$

Dacă $R(x)$ e polinomul de gradul al 4-lea de sub radical, atunci

$$s = \frac{1}{2(x - x_0)^2}\left\{\sqrt{R(x_0)}\sqrt{R(x)} + R(x_0) + {}^1\!/_2 \cdot R'(x_0)(x - x_0)\right\} + {}^1\!/_{24} \cdot R''(x_0),$$
$$g_2 = AE + 3C^2 - 4BD,$$
$$g_3 = ACE + 2BCD - AD^2 - B^2E - C^3.$$

6. **Reducerea integralelor eliptice.** Punând în integrandul $F\left(x, \sqrt{f(x)}\right)$ (v. sub 5) de forma $(p + q\sqrt{f})/(r + s\sqrt{f})$ unde p, q, r, s sunt polinoame de x, $P = (pr - qsf)/(r^2 - s^2 f)$ şi $Q = f(qr - ps)/(r^2 - s^2 f)$ obţinem $P + Q/\sqrt{f}$ cu funcţiunile raţionale P şi Q, cari, descompuse în fracţiuni parţiale, cer în afară de determinarea integralelor elementare şi pe aceea a integralei $J_n = \int \frac{(x - x_0)^n}{\sqrt{f(x)}}\,dx$, $n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

[1]) Table şi formule pentru aceste funcţiuni eliptice în Jahnke Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven, ed. a 3-a, Leipzig şi Berlin, 1938, Teubner. — L. M. Milne-Thomson, Die elliptischen Funktionen von Jacobi, Berlin 1931, Springer. — H. A. Schwarz, Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der elliptischen Funktionen, ed. a 2-a, Berlin 1893, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă $f(x)$, ordonat după puterile crescătoare ale lui $x - x_0$, are noii coeficienți a_0, b_0, ... e_0, formula de recurență

$$(n+2)\, e_0 J_{n+3} = (x - x_0)^n \sqrt{f(x)} - (n+1{,}5)\, d_0 J_{n+2}$$
$$- (n+1)\, c_0 J_{n+1} - (n+0{,}5)\, b_0 J_n - n\, a_0 J_{n-1} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

permite să se reducă integralele J_{-2}, $J_{\pm 3}$, $J_{\pm 4}$ ... la J_2, J_1, J_0, J_{-1}, și J_2 la ultimele trei, dacă se ordonează $(x - x_0)^2$ și $f(x)$ după puterile lui $(x - k)$ [unde k e un zero al lui $f(x)$], și dacă se întrebuințează noua formulă de recurență corespunzătoare. Integralele J_0, $J_{\pm 1}$ cer numai evaluarea celor două integrale fundamentale

$$J_0 = \int \frac{dx}{\sqrt{f(x)}} \quad \text{(1-a speță)} \qquad J_{-1} = \int \frac{dx}{(x - x_0)\sqrt{f(x)}} \quad \text{(a 2-a[1]) resp. a 3-a speță),}$$

fiindcă partea $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{f(x)}}$ din J_1 ia forma J_{-1} dacă se substitue $x = 1/s$.

7. **Formele normale ale integralelor fundamentale:** Substituția $x = (\alpha s + \beta)/(\gamma s + \delta)$, $dx = \Delta\, ds/(\gamma s + \delta)^2$, unde $\Delta = \alpha\delta - \beta\gamma \neq 0$, transformă integrala dată de orice speță într'o integrală de aceeași speță (afară de o parte de speța 1) cu altă rădăcină în numitor, în ai cărei coeficienți intervin constantele α, β, γ, δ. Alegându-le de ex. astfel încât s^2, s^3, s^4 să aibă coeficienții 0, 4, 0, integralele apar sub formele normale ale lui Weierstrass (v. m. s.):

$$\int_s^\infty ds/\sqrt{S(s)} \qquad \int_s^\infty s\,ds/\sqrt{S(s)} \qquad \int_s^\infty ds/(s - s_0)\sqrt{S(s)}$$

cu $S = 4s^3 - g_2 s - g_3$. O altă alegere a lui α, β, γ, δ le-ar transforma în alte forme normale (Riemann, Legendre)[2]).

h) Calculul aproximativ al integralelor definite

Se împarte intervalul de integrare $(a \ldots b)$ în n părți egale de lungimea $(b - a) : n = h$ și se scrie $x_\lambda = a + \lambda h$ ($\lambda = 0, 1, 2 \ldots n$), adică $x_0 = a$, $x_n = b$ și $y_\lambda = f(x_\lambda)$. Dacă $f(x)$ e continuu și derivabil de $2r$ ori, se aplică formula de însumare a lui Euler:

$$1. \quad \int_a^b f(x)\,dx = h\left(\frac{1}{2}y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n\right)$$
$$- B_2 \frac{h^2}{2!}[f'(b) - f'(a)] - B_4 \frac{h^4}{4!}[f'''(b) - f'''(a)] -$$
$$- B_{2r-2} \frac{h^{2r-2}}{(2r-2)!}[f^{(2r-3)}(b) - f^{(2r-3)}(a)] + R,$$

unde $R = -B_{2r}\, n \frac{h^{2r+1}}{(2r)!} f^{(2r)}(\xi)$, $\quad \xi = a + \vartheta(b - a)$, $\quad 0 < \vartheta < 1$.

Aici B_1, B_2, B_3 ... sunt numerele lui Bernoulli (II G, p. 86, e).

Pentru $r = 2$ se obține

$$2. \quad \int_a^b f(x)\,dx = h\left(\tfrac{1}{2} \cdot y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \tfrac{1}{2} \cdot y_n\right)$$
$$- \frac{1}{12} h^2 [f'(b) - f'(a)] + R, \qquad R = \frac{1}{720} \frac{(b-a)^5}{n^4} f^{(4)}(\xi).$$

---

1) De speța a 2-a dacă x_0 e un zero al lui $f(x)$, altfel de speța a treia.

2) V. detalii î. a. în Frank și v. Mises, Differential- und Integralgleichungen der Mechanik u. Physik, partea I, p. 132, Braunschweig 1925, Vieweg (articolul Loewner).

Scanned with OKEN Scanner

3. Regula lui Simpson:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{3}\left(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \ldots + 4y_{n-1} + y_n\right) + R,$$

$$R = -\frac{1}{180}\,\frac{(b-a)^5}{n^4}\,f^{(4)}(\xi)$$

unde n trebue să fie par. Pentru $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3$ formula lui Simpson e valabilă exact, fără rest, fiindcă $f^{(4)}(x) = 0$.

4. Formula de cuadratură a lui Gauss. Dacă se iau din tabla 23 pentru un n dat valorile $t_1, t_2, t_3, \ldots t_n$ şi $A_1, A_2, \ldots A_n$, şi se calculează valorile funcţiunilor $Y_\lambda = f(a + (b-a)\,t_\lambda)$, $(\lambda = 1, 2 \ldots n)$; urmează

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)\left(A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + \ldots + A_n Y_n\right) + R,$$

unde $$R = \frac{(b-a)^{2n+1}}{(2n+1)!}\left[\frac{n!}{(n+1)(n+2)\ldots(2n)}\right]^2 f^{(2n)}(\xi)$$

cu $\xi = a + \vartheta(b-a)$, $0 < \vartheta < 1$.

Tabla 23. Valori pentru formula de cuadratură a lui Gauss

n	t	A	n	t	A
1	$t_1 = 0{,}5$	$A_1 = 1$	5	$t_1 = 0{,}046\,91$	$A_1 = 0{,}118\,46$
2	$t_1 = 0{,}211\,32$	$A_1 = {}^1/_2$		$t_2 = 0{,}230\,77$	$A_2 = 0{,}239\,31$
	$t_2 = 0{,}788\,68$	$A_2 = {}^1/_2$		$t_3 = 0{,}5$	$A_3 = 0{,}284\,44$
3	$t_1 = 0{,}112\,70$	$A_1 = {}^5/_{18}$		$t_4 = 0{,}769\,23$	$A_4 = 0{,}239\,31$
	$t_2 = 0{,}5$	$A_2 = {}^4/_9$		$t_5 = 0{,}953\,09$	$A_5 = 0{,}118\,46$
	$t_3 = 0{,}887\,30$	$A_3 = {}^5/_{18}$	6	$t_1 = 0{,}033\,77$	$A_1 = 0{,}085\,66$
4	$t_1 = 0{,}069\,43$	$A_1 = 0{,}173\,93$		$t_2 = 0{,}169\,40$	$A_2 = 0\,180\,38$
	$t_2 = 0{,}330\,01$	$A_2 = 0{,}326\,07$		$t_3 = 0{,}380\,69$	$A_3 = 0{,}233\,96$
	$t_3 = 0{,}669\,99$	$A_3 = 0{,}326\,07$		$t_4 = 0{,}619\,31$	$A_4 = 0\,233\,96$
	$t_4 = 0{,}930\,57$	$A_4 = 0{,}173\,93$		$t_5 = 0{,}830\,60$	$A_5 = 0{,}180\,38$
				$t_6 = 0{,}966\,23$	$A_6 = 0{,}085\,66$

De altfel $t_1, t_2 \ldots t_n$ sunt rădăcinile ecuaţiei

$$\left(t^n (t-1)^n\right)^{(n)} = 0, \text{ iar}$$

$$A_\lambda = \int_0^1 \frac{(t-t_1)(t-t_2)\ldots(t-t_{\lambda-1})(t-t_{\lambda+1})\ldots(t-t_n)}{(t_\lambda-t_1)(t_\lambda-t_2)\ldots(t_\lambda-t_{\lambda-1})(t_\lambda-t_{\lambda+1})\ldots(t_\lambda-t_n)}\,dt$$

Restul din toate aceste formule serveşte la evaluarea erorii, dar practic abia dacă e de considerat. Cp. Matematici aplicate (p. 199 ş. u.).

i) Integrale de linie şi multiple

1. Fie $P(x, y, z)$, $Q(x, y, z)$, $R(x, y, z)$ trei funcţiuni continue de coordonatele punctului curent în spaţiu; şi $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ trei funcţiuni derivabile pentru $a \leqq t \leqq b$, ceea ce determină în spaţiu un arc de curbă $AB = (C)$.

Definiţia integralelor de linie:

$$\int_{A\,(C)}^{B} (P\,dx + Q\,dy + R\,dz) = \int_{t=a}^{b} [P\,x'(t) + Q\,y'(t) + R\,z'(t)]\,dt; \qquad (1)$$

unde se înlocueşte în P, Q, R $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ în loc de x, y, z. Integrala de linie depinde şi de drumul de integrare (C), afară de expresiunea diferenţială de integrat $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă $\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}$, $\frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}$, $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$,
adică dacă $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ e diferenţială totală exactă $d\varphi$ (v. p. 101), integrala

$$\int_A^B (P\,dx + Q\,dy + R\,dz) = \varphi_b - \varphi_a \quad \ldots \quad (2)$$

e independentă de drum, la extremităţi A şi B date; φ se numeşte potenţialul respectiv, determinat cu aproximaţie de o constantă. Analog pentru $\int (P\,dx + Q\,dy)$; trebue scris numai $z = 0$, $R = 0$.

2. **Integrale duble.** Dacă $f(x, y)$ e continuu într'un domeniu plan B, avem

$$\iint_B f(x, y)\,dx\,dy = \int_{a_1}^{a_2} \left[\int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x, y)\,dy \right] dx = \int_{b_1}^{b_2} \left[\int_{x_1(y)}^{x_2(y)} f(x, y)\,dx \right] dy. \quad (3)$$

Mai sus a_1 e x minimum, a_2 e x maximum (fig. 12); b_1 e y minimum, b_2 e y maximum pentru contur; $y = y_1(x)$ e ecuaţia curbei $A_1 B_1 A_2$, $y = y_2(x)$ a lui $A_1 B_2 A_2$, $x = x_1(y)$ a lui $B_1 A_1 B_2$, $x = x_2(y)$ a lui $B_1 A_2 B_2$.

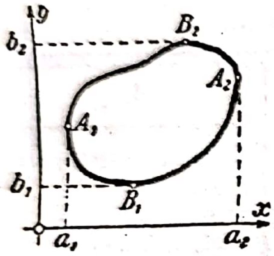


Fig. 12.

3. **Formula lui Dirichlet:**

$$\int_{x=a}^{b} \left[\int_{y=a}^{x} f(x, y)\,dy \right] dx = \int_{y=a}^{b} \left[\int_{x=y}^{b} f(x, y)\,dx \right] dy.$$

4. **Integrale triple.** Se extind asupra unei regiuni R din spaţiu şi se calculează în consecinţă:

$$\iiint_{(R)} f(x, y, z)\,dx\,dy\,dz = \int_{z=c_1}^{c_2} \left[\int_{y=y_1(z)}^{y_2(z)} \left(\int_{x=x_1(y,z)}^{x_2(y,z)} f(x, y, z)\,dx \right) dy \right] dz.$$

Mai sus c_1, c_2 sunt valori extreme ale lui z pentru limite; $y_1(z)$, $y_2(z)$ extreme ale lui y la z constant; $x_1(y, z)$ $x_2(y, z)$ extreme ale lui x pe o paralelă cu axa x, la y şi z constant. Integrarea se poate efectua şi în altă ordine; numai limitele trebue alese în consecinţă.

5. Observaţie. In $\iint f(x, y)\,dx\,dy$ produsul $dx\,dy$ e elementul de suprafaţă $d\sigma$ în plan; întrebuinţând în locul coordonatelor cartesiene altele, de ex. polare r, φ, $d\sigma$ trebue înlocuit cu expresiunea corespunzătoare a elementului de suprafaţă (aici $r\,dr\,d\varphi$, v. V. E. a 5, p. 160).

In $\iiint f(x, y, z)\,dx\,dy\,dz$ produsul $dx\,dy\,dz$ e elementul de volum $d\tau$; întrebuinţând în loc de x, y, z alte coordonate în spaţiu, de ex. cilindrice, $d\tau$ trebue înlocuit cu expresiunea corespunzătoare a elementului de volum (VI. 36, p. 173 ş. u.).

6. Pentru teorema integrală a lui Stokes şi Gauss, ca şi pentru formula lui Green, v. Calculul vectorial p. 175 ş. u.

7. Derivarea unei integrale în raport cu un „parametru" α.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)} f(x, \alpha)\,dx = \int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)} \frac{\partial f}{\partial \alpha}\,dx + f(b, \alpha)\frac{db}{d\alpha} - f(a, \alpha)\frac{da}{d\alpha}.$$

Dacă a şi b sunt constante, cad ultimii doi termeni din dreapta.

8. Pentru metodele de integrare grafică şi întrebuinţarea instrumentelor matematice de măsură, v. Matematici aplicate p. 199 ş. u.

Scanned with OKEN Scanner

G. Ecuaţii diferenţiale comune[1])

a) Ecuaţii diferenţiale de ordinul întâiu

1. **Separarea variabilelor.** Dacă ecuaţia diferenţială se poate pune sub forma $\varphi(x)\,dx = \psi(y)\,dy$, integrala ei generală e:

$$\int \varphi(x)\,dx = \int \psi(y)\,dy + C.$$

2. **Ecuaţii diferenţiale exacte.** Dacă în $P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy = 0$ membrul stâng e diferenţială totală exactă, adică dacă $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$ (cp. B, e) 2. şi 3. p. 101), integrala generală e:

$$\int P(x,y)\,dx + \int\left[Q(x,y) - \int \frac{\partial P(x,y)}{\partial y}\,dx\right] dy = C_1$$

sau

$$\int Q(x,y)\,dy + \int\left[P(x,y) - \int \frac{\partial Q(x,y)}{\partial x}\,dy\right] dx = C_2.$$

3. **Factorul integrant.** Dacă nu e satisfăcută condiţiunea de integrabilitate de sub 2, ea se poate realiza prin înmulţirea ecuaţiei cu un factor integrant $M(x,y)$, care trebue să satisfacă ecuaţia cu derivate parţiale:

$$P\frac{\partial M}{\partial y} - Q\frac{\partial M}{\partial x} = M\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right).$$

Ajunge să se cunoască o singură integrală a acestei ecuaţii cu derivate parţiale. Se încearcă integrale speciale, de ex. $M = f(x)$, $\varphi(y)$, $x^n \psi\left(\frac{y}{x}\right)$ şi altele.

Dacă $P\,dx + Q\,dy = 0$ e o ecuaţie diferenţială omogenă (cp. 4), adică P şi Q sunt funcţiuni de y/x, $M = Px + Qy$ e un factor integrant.

Ecuaţia diferenţială liniară (cp. 5) $[p(x)y + q(x)]\,dx - dy = 0$ are factorul integrant $M = \exp[-\int p(x)\,dx]$[2]).

4. **Ecuaţii diferenţiale omogene.** Ele se pot reduce la forma $y' = f(y/x)$. Se scrie $y/x = t$, $dy = x\,dt + t\,dx$.

Integrala generală e $\qquad \ln x = \int \frac{dt}{f(t) - t} + C.$

5. **Ecuaţii diferenţiale liniare.** Ele sunt de forma

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y + q(x) = 0.$$

şi au integrala generală: $\quad y = e^{-\int p(x)dx}\left(C - \int q(x)\,e^{\int p(x)dx}\,dx\right)$

6. **Ecuaţia diferenţială a lui Bernoulli** e $y' + p(x)y + q(x)y^n = 0$. Se scrie $y = z(x)^{1/(1-n)}$, dacă $n \neq 1$, prin ceea ce se obţine ecuaţia diferenţială liniară $z' + (1-n)(pz + q) = 0$ (v. 5).

---

1) Bibliografie: Bieberbach, Theorie der Differentialgleichungen, ediţia a 3-a, Berlin 1930, Springer. — A. R. Forsyth, Lehrbuch der Differentialgleichungen, trad. germ. de Walther Jacobstahl, ed. a 2-a, Braunschweig 1912, Vieweg.

2) O altă notaţiune pentru $e^{-\int p(x)\,dx}$.

7. Ecuația diferențială a lui Riccati e $y' + p(x)y^2 + q(x)y + r(x) = 0$. Dacă i se cunoaște o integrală particulară y_1, se scrie $y = y_1 + 1 : z$ și se obține pentru z o ecuație diferențială liniară. Dacă y_1, y_2, y_3, y_4, sunt patru integrale particulare, raportul lor anarmonic e constant:

$$(y_1, y_2, y_3, y_4) = \frac{y_1 - y_3}{y_2 - y_3} : \frac{y_1 - y_4}{y_2 - y_4} = C.$$

8. Metoda derivării iterate. Fie $y = F(x, y')$. Scriind $y' = z$ și derivând în raport cu x, urmează $z = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z}\frac{dz}{dx}$, prin ceea ce se obține uneori o ecuație diferențială mai simplă. Expresiunea determinată pentru z se introduce în $y = F(x, z)$.

9. Ecuația diferențială a lui Clairaut e $y = xy' + f(y')$. Integrala generală e $y = Cx + f(C)$, o familie de drepte. Integrala singulară e înfășurătoarea corespunzătoare: $x = -f'(p)$, $y = -pf'(p) + f(p)$, unde p e un parametru.

b) Ecuații diferențiale de ordinul al doilea

1. $y'' = f(x)$. Integrala: $y = \iint f(x)\,dx\,dx + Cx + C_1$ sau
$y = x\int f(x)\,dx - \int xf(x)\,dx + Cx + C_1$

2. $y'' = f(y)$. Integrala: $x = \int \frac{dy}{\sqrt{C + 2\int f(y)\,dy}} + C_1$.

3. $y'' = f(y')$. Se scrie $y' = z$, $y'' = z'$ și se obține $x = \int \frac{dz}{f(z)} + C$ și $y = \int \frac{z\,dz}{f(z)} + C_1$, de unde urmează prin eliminarea lui z integrala

4. $y'' = f(y', x)$. Se scrie $y' = z(x)$ și se obține ecuația diferențială de ordinul întâiu $z' = f(z, x)$, după a cărei integrare se obține $y = \int z(x)\,dx + C$.

5. $y'' = f(y', y)$. Se scrie $y' = z(y)$, $y'' = z\frac{dz}{dy}$ și se obține ecuația diferențială de ordinul întâiu $z\frac{dz}{dy} = f(z, y)$, după a cărei integrare se obține $x = \int \frac{dy}{z(y)} + C$.

c) Ecuații diferențiale liniare

1. Teoreme generale. Tipul e

$$X_0\frac{d^n y}{dx^n} + X_1\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + X_2\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} + \ldots + X_{n-1}\frac{dy}{dx} + X_n y = X, \qquad (1)$$

unde „coeficienții“ X_0, $X_1, \ldots X_n$ și „membrul al doilea“ X sunt funcțiuni date de x. Dacă $X = 0$, ecuația se numește omogenă (de deosebit de a 4); altfel neomogenă. Dacă $\varphi(x)$ e o integrală oarecare a ecuației neomogene și $y_1, y_2, \ldots y_n$ n integrale liniar independente ale ecuației diferențiale omogene corespunzătoare, adică astfel încât să nu existe între ele o relațiune de forma $a_1y_1 + a_2y_2 + \ldots + a_ny_n = 0$ cu valori constante a_1, a_2, a_n, integrala generală a ecuației (1) e:

$$y = C_1y_1 + C_2y_2 + \ldots + C_ny_n + \varphi(x)$$

cu n constante arbitrare $C_1, C_2, \ldots C_n$.

Scanned with OKEN Scanner

2. Coeficienți constanți, ecuații diferențiale omogene. Tipul e

$$a_0 \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1} \frac{dy}{dx} + a_n y = 0; \quad . \quad . \qquad (2)$$

a_λ ($\lambda = 0, 1, \ldots n$) constanți; $y_\lambda = e^{r_\lambda x}$ e o integrală a acestei ecuații diferențiale dacă r_λ e o rădăcină a ecuației algebrice de gradul n („ecuația caracteristică")

$$a_0 r^n + a_1 r^{n-1} + \ldots + a_{n-1} r + a_n = 0.$$

Dacă toate cele n rădăcini ale ei $r_1, r_2 \ldots r_n$ sunt distincte, integrala generală e

$$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x} + \ldots + C_n e^{r_n x} \quad . \quad . \qquad . . (*)$$

Dacă există rădăcini multiple, de ex. dacă $r_1 = r_2 = \ldots = r_\lambda = r$, pe când $r_{\lambda+1}, \ldots r_n$ sunt distincte și diferite de r, integrala generală e

$$y = \left(C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + \ldots + C_\lambda x^{\lambda-1}\right) e^{r x} + C_{\lambda+1} e^{r_{\lambda+1} x} + \ldots + C_n e^{r_n x}$$

Dacă $r_1 = p + iq$, $r_2 = p - iq$ sunt rădăcini complexe conjugate ale ecuației caracteristice, avem

$$C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x} = e^{px} (C_1 + C_2) \cos qx + i e^{px} (C_1 - C_2) \sin qx$$
$$= c_1 e^{px} \cos qx + c_2 e^{px} \sin qx = a e^{px} \sin (qx + b)$$

cu constantele a și b arbitrare.

3. Coeficienți constanți, ecuații diferențiale neomogene. Tipul e

$$a_0 \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1} \frac{dy}{dx} + a_n y = X(x) \quad . \qquad (3)$$

Integrala generală e de forma (*) ca mai sus, dar $C_1, C_2 \ldots C_n$ nu sunt constanți, ci funcțiuni de x, cu derivatele de determinat din următoarele n ecuații liniare:

$$\begin{aligned}
C_1' y_1 + C_2' y_2 \quad & + \ldots + C_n' y_n && = 0 \\
C_1' y_1' + C_2' y_2' \quad & + \ldots + C_n' y_n' && = 0 \\
\ldots \quad & \ldots && \\
C_1' y_1^{(n-2)} + C_2' y_2^{(n-2)} & + \ldots + C_n' y_n^{(n-2)} && = 0 \\
C_1' y_1^{(n-1)} + C_2' y_2^{(n-1)} & + \ldots + C_n' y_n^{(n-1)} && = X/a_0
\end{aligned}$$

unde $y_1, y_2 \ldots y_n$ sunt n integrale liniar independente ale ecuației diferențiale omogene corespunzătoare [adică dacă se scrie $X(x) = 0$]. Odată $C_1', C_2', \ldots C_n'$ calculați algebric, de mai sus se obțin prin simplă integrare $C_1, C_2 \ldots C_n$ (metoda „variațiunii constantelor"). Dacă $X(x)$ e un polinom de gradul n, y se prezintă sub forma

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \ldots + C_n y_n + F(x),$$

cu $C_1, C_2 \ldots C_n$ constante și $F(x)$ polinom de gradul n, ai cărui coeficienți se pot determina ușor prin introducere în ecuația diferențială dată și compararea cu coeficienții lui X. Se poate proceda la fel dacă

X e o sumă trigonometrică (din termeni sinus și cosinus), $F(x)$ fiind în acest caz o sumă trigonometrică. Dacă $X = a$ e constant, integrala generală e:

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \ldots + C_n y_n + a/a_n.$$

$\dfrac{d^n y}{dx^n} = f(x)$ are integrala generală $y = \underbrace{\int\int \ldots \int}_{(n)} f(x)\, dx^n + g(x)$,

unde $g(x)$ e un polinom arbitrar cu gradul cel mult $(n-1)$; y se poate scrie și sub forma utilizabilă adesea:

$$y = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^x f(t)\,(x-t)^{n-1}\, dt + g(x).$$

4. **Ecuații diferențiale Euleriene.** Tipul e

$$a_0 x^n \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 x^{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1} x \frac{dy}{dx} + a_n y = 0; \qquad (4)$$

$y_\lambda = x^{r_\lambda}$ e o integrală a ei dacă r_λ e o rădăcină a ecuației algebrice de gradul n („ecuația caracteristică")

$$a_n + a_{n-1} r + a_{n-2} r(r-1) + \ldots + a_0 r(r-1)(r-2)\ldots(r-n+1) = 0.$$

Dacă toate rădăcinile ei sunt distincte, integrala generală a ecuației (4) e

$$y = C_1 x^{r_1} + C_2 x^{r_2} + \ldots + C_n x^{r_n}.$$

Dacă există rădăcini multiple, dacă de ex. $r_1 = r_2 = \ldots = r_\lambda = r$ e o rădăcină multiplă de ordinul λ, pe când $r_{\lambda+1}, \ldots r_n$ sunt distincte și diferite de r, integrala generală e:

$$y = \left[C_1 + C_2 \ln x + C_3 (\ln x)^2 + C_4 (\ln x)^3 + \ldots + C_\lambda (\ln x)^{\lambda-1}\right] x^r + \\ + C_{\lambda+1} x^{r_{\lambda+1}} + \ldots + C_n x^{r_n}$$

Scriind $x = e^t$, $dx = x\,dt$, ecuația euleriană neomogenă se transformă într'o ecuație diferențială liniară neomogenă (cazul 2 și 3).

d) Sisteme de ecuații diferențiale

1. Pentru determinarea a m funcțiuni $y_1(x), y_2(x), \ldots y_m(x)$ e nevoie de cel puțin atâtea ecuații diferențiale între ele, derivatele lor și variabila independentă x, cât e numărul m de funcțiuni. Dacă aceste ecuații nu sunt toate de ordinul întâiu, se poate obține prin introducerea unor noi funcțiuni necunoscute un s i s t e m d e o r d i n u l î n t â i u:

$$\begin{cases} y_1' = F_1(x, y_1, y_2, \ldots y_m) \\ y_2' = F_2(x, y_1, y_2, \ldots y_m) \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ y_m' = F_m(x, y_1, y_2, \ldots y_m). \end{cases}$$

Pentrucă, dacă apărea de ex. $\dfrac{d^2 y_1}{dx^2}$, ar fi ajuns să se scrie $\dfrac{dy_1}{dx} = y_{m+1}$, adică $\dfrac{d^2 y_1}{dx^2} = \dfrac{dy_{m+1}}{dx}$ și analog la ordin mai înalt, spre a

reţine numai derivate de ordinul întâiu. Un astfel de sistem se poate scrie şi sub forma

$$dy_1 : dy_2 : \dots : dy_m = X_1 : X_2 : \dots : X_m,$$

unde X_1, X_2, ... X_m sunt funcţiuni de $x, y_1, y_2, \dots y_m$. — Ecuaţiile diferenţiale ale liniilor de câmp („liniilor de forţă") ale unui câmp vectorial, v. Calculul vectorial, p. 170.

2. **Sisteme de ecuaţii diferenţiale liniare omogene cu coeficienţi constanţi.** Pentru determinarea lui y_1, y_2, ... y_m se dau m ecuaţii diferenţiale de forma:

$$a_1 y_1 + a_2 y_2 + \dots + a_m y_m + a_1' y_1' + \dots + a_m' y_m' +$$
$$+ a_1'' y_1'' + \dots + a_m'' y_m'' + \dots + a_1^{(n)} y_1^{(n)} + \dots + a_m^{(n)} y_m^{(n)} = 0,$$

unde coeficienţii a_1, a_2, ... $a_m^{(n)}$ sunt toţi constanţi. Integrala generală a unui astfel de sistem e de forma

$$y_1 = C_{11} e^{r_1 x} + C_{12} e^{r_2 x} + \dots + C_{1\rho} e^{r_\rho x}$$
$$y_2 = C_{21} e^{r_1 x} + C_{22} e^{r_2 x} + \dots + C_{2\rho} e^{r_\rho x}$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$y_m = C_{m1} e^{r_1 x} + C_{m2} e^{r_2 x} + \dots + C_{m\rho} e^{r_\rho x}.$$

Numărul ρ depinde de ordinele ecuaţiilor diferenţiale. Punând $y_1 = C_1 e^{rx}$, $y_2 = C_2 e^{rx}$, ... $y_m = C_m e^{rx}$ în ecuaţia diferenţială dată şi simplificând cu factorul e^{rx}, se obţin m ecuaţii liniare omogene pentru C_1, C_2, ... C_m şi, fiindcă aceste mărimi nu pot fi toate zero, determinantul ecuaţiilor trebue să fie zero. Această condiţiune dă o ecuaţie de gradul ρ pentru r, ale cărei rădăcini sunt r_1, r_2, ... r_ρ. Odată cu ele sunt determinate şi rapoartele $C_1 : C_2 : \dots : C_m$. In aceleaşi rapoarte trebue alese în formulele de mai sus constantele în rest arbitrare $C_{1\lambda} : C_{2\lambda} : \dots : C_{m\lambda}$ pentru $\lambda = 1, 2, \dots \rho$. Formulele sunt aplicabile când r_1, r_2, ..., r_ρ sunt toţi distincţi; altfel se fac aceleaşi modificări ca sub c) 2.

Exemplu. Două oscilaţii elastice libere, cuplate şi amortisate:

$$a_1'' y_1'' + a_1' y_1' + a_1 y_1 + a_2'' y_2'' + a_2' y_2' + a_2 y_2 = 0.$$
$$b_1'' y_1'' + b_1' y_1' + b_1 y_1 + b_2'' y_2'' + b_2' y_2' + b_2 y_2 = 0.$$

Punând $y_1 = C_1 e^{rx}$, $y_2 = C_2 e^{rx}$, se obţine

$$(a_1'' r^2 + a_1' r + a_1) C_1 + (a_2'' r^2 + a_2' r + a_2) C_2 = 0,$$
$$(b_1'' r^2 + b_1' r + b_1) C_1 + (b_2'' r^2 + b_2' r + b_2) C_2 = 0,$$

adică e de rezolvat ecuaţia bipătrată

$$\begin{vmatrix} a_1'' r^2 + a_1' r + a_1 & a_2'' r^2 + a_2' r + a_2 \\ b_1'' r^2 + b_1' r + b_1 & b_2'' r^2 + b_2' r + b_2 \end{vmatrix} = 0$$

Fie r_1, r_2, r_3, r_4 rădăcinile ei. Dacă toate sunt distincte, avem

$$y_1 = C_{11} e^{r_1 x} + C_{12} e^{r_2 x} + C_{13} e^{r_3 x} + C_{14} e^{r_4 x}$$
$$y_2 = -\frac{a_1'' r_1^2 + a_1' r_1 + a_1}{a_2'' r_1^2 + a_2' r_1 + a_2} C_{11} e^{r_1 x} - \dots - \frac{a_1'' r_4^2 + a_1' r_4 + a_1}{a_2'' r_4^2 + a_2' r_4 + a_2} C_{14} e^{r_4 x}.$$

Pentru integrarea numerică şi grafică a ecuaţiilor diferenţiale v. VIII. Matematici aplicate 10, 11 şi 12, p. 203 ş. u.

Scanned with OKEN Scanner

H. Ecuaţii cu derivate parţiale [1])

a) Ecuaţii de ordinul întâiu

1. Observaţii generale. Fie $x_1, x_2, \ldots x_n$, cele n variabile independente, $z = z(x_1, x_2, \ldots x_n)$ funcţiunea căutată, $\frac{\partial z}{\partial x_1} = p_1, \ldots \frac{\partial z}{\partial x_n} = p_n$. Relaţiunea

$$F(x_1, x_2 \ldots x_n, z, p_1, p_2, \ldots p_n) = 0 \quad \ldots \ldots \ldots (1)$$

se numeşte ecuaţie cu derivate parţiale de ordinul întâiu. Orice ecuaţie

$$g(x_1, x_2, \ldots x_n, z, c_1, c_2, \ldots c_n) = 0$$

cu n constante arbitrare se numeşte o integrală completă a lui (1), dacă eliminarea constantelor prin derivare parţială conduce la ecuaţia (1). O integrală singulară se obţine prin eliminarea lui $c_1, c_2, \ldots c_n$ din $g = 0$ şi $\frac{\partial g}{\partial c_1} = 0, \ldots \frac{\partial g}{\partial c_n} = 0$. Integrala generală conţine o funcţiune arbitrară de $n-1$ argumente şi se poate obţine dintr'o integrală completă punând de ex. $c_n = \varphi(c_1, c_2, \ldots c_{n-1})$ şi eliminând pe $c_1, \ldots c_n$ din $g = 0$, $c_n = \varphi$ şi

$$\frac{\partial g}{\partial c_\lambda} + \frac{\partial g}{\partial c_n}\frac{\partial \varphi}{\partial c_\lambda} = 0 \qquad (\lambda = 1, 2, \ldots n-1).$$

Orice integrală (particulară) a lui (1) e conţinută în una din aceste trei feluri de integrale. Ne limităm acum la $n = 2$ variabile x, y şi scriem $\partial z/\partial x = p$, $\partial z/\partial y = q$, dar metodele de integrare sunt valabile şi pentru cazul $n > 2$.

2. Ecuaţii diferenţiale liniare. Tipul e

$$Pp + Qq = R, \quad \ldots \ldots \ldots (2)$$

unde P, Q, R sunt funcţiuni de x, y, z. Se vor determina din sistemul de două ecuaţii diferenţiale comune

$$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$$

două integrale funcţional independente $u(x, y, z) = c_1$, $v(x, y, z) = c_2$. Dacă se rezolvă

$$\Phi(u, v) = 0$$

în raport cu z, se obţine integrala generală a lui (2).

Exemplu: $xp + yq = z$. Integrala: $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$, $u = \frac{y}{x} = c_1$, $v = \frac{z}{x} = c_2$.

$\Phi(u, v) = \Phi\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right) = 0$, de unde $z = x\varphi(y/x)$

3. Ecuaţii diferenţiale generale.

$$F(x, y, z, p, q) = 0 \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

Se formează $\frac{\partial F}{\partial x} = X$, $\frac{\partial F}{\partial y} = Y$, $\frac{\partial F}{\partial z} = Z$, $\frac{\partial F}{\partial p} = P$, $\frac{\partial F}{\partial q} = Q$

şi se determină o funcţiune $\psi(x, y, z, p, q)$ în care să intervină cel puţin una din variabilele independente p sau q, astfel încât să satisfacă ecuaţia liniară cu derivate parţiale

$$P\frac{\partial \psi}{\partial x} + Q\frac{\partial \psi}{\partial y} + (pP + qQ)\frac{\partial \psi}{\partial z} - (X + pZ)\frac{\partial \psi}{\partial p} - (Y + qZ)\frac{\partial \psi}{\partial q} = 0 \quad (4)$$

După (2), sistemul de ecuaţii auxiliare:

$$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{pP + qQ} = \frac{-dp}{X + pZ} = \frac{-dq}{Y + qZ} \quad \ldots (5)$$

dă astfel de integrale particulare $\psi = c_1$.

---

[1]) Bibliografie: Horn, Partielle Differentialgleichungen, Samlg. Schubert, vol. 60; ed. a 2-a, Berlin 1929, de Gruyter. — Riemann-Hattendorf, Partielle Differentialgleichungen, Braunschweig 1938, Vieweg (reeditare a ediţiei a 3-a din 1882).

Această ecuație, combinată cu $F = 0$ (3), dă pe p și q explicit în funcțiune de x, y, z, simbolic $\partial z/\partial x = p(x, y, z)$, $\partial z/\partial y = q(x, y, z)$ sau $p\,dx + q\,dy - dz = 0$. De aici urmează după regulile a 2, 3 pentru ecuațiile cu diferențiale totale exacte z în funcțiune de x și y cu o a doua constantă c_2 (integrala completă).

Exemplu: $pq - xy = 0$. I n t e g r a l a : $P = q$, $Q = p$, $X = -y$, $Y = -x$, $Z = 0$. $\frac{dx}{q} = \frac{dy}{p} = \frac{dz}{2pq} = \frac{dp}{y} = \frac{dq}{x}$. Din egalitatea termenilor 2. și 4. avem a) $\psi = y^2 - p^2 = c_1$, din a lui 1. și 4.: $dp/dx = y/q$ (adică fiindcă $pq = xy$) $= p/x$ deci b) $\psi = p/x = c_1$ etc. Alte integrale particulare sunt date de orice funcțiune de o integrală particulară ψ și combinațiunile lor liniare, de ex. c) $\psi = c_1 p^2/x^2 + (y^2 - p^2) = c_2$. Combinând ecuația $pq = xy$ cu a), deducem: $p = \sqrt{y^2 - c_1}$, $q = xy/\sqrt{y^2 - c_1}$, adică $dz = \sqrt{y^2 - c_1} \cdot dx + xy/\sqrt{y^2 - c_1} \cdot dy$ sau, integrând $z = x\sqrt{y^2 - c_1} + c_2$ (prima integrală completă); cu b): $p = c_1 x$, $q = y/c_1$, adică $dz = c_1 x\,dx + y/c_1 \cdot dy$ sau $z = \frac{c_1}{2} x^2 + \frac{1}{2c_1} y^2 + c_2$ (a doua integrală completă); cu c): $p = x\sqrt{\frac{y^2 - c_2}{x^2 - c_1}}$, $q = y\sqrt{\frac{x^2 - c_1}{y^2 - c_2}}$, de unde $z = \sqrt{(x^2 - c_1)(y^2 - c_2)}$ (a treia integrală completă). Integrala g e n e r a l ă se obține din una completă punând $c_2 = \varphi(c_1)$, formând $\partial/\partial c_1$, de ex. în cazul 1: $z = x\sqrt{y^2 - c_1} + \varphi(c_1)$ împreună cu $0 = \varphi'(c_1) - x/2\sqrt{y^2 - c_1}$ sau $x = 2\varphi'(c_1)\sqrt{y^2 - c_1}$. Punând $c_1 = y^2 - t^2$ (cu noul parametru t), integrala g e n e r a l ă devine $z = xt + \varphi(y^2 - t^2)$, $x = 2t\varphi'(y^2 - t^2)$, unde φ e o funcțiune arbitrară de argumentul $y^2 - t^2$. Pentru $\varphi(s) = \ln s$ de ex., eliminarea lui t dă integrala particulară $z = \sqrt{x^2 y^2 + 1} + \ln(\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1) - 2\ln x$.

b) Ecuații de ordinul al doilea

1. **Transformarea.** Cele mai multe ecuații cu derivate parțiale de ordinul 2, cari intervin în fizică și tehnică, sunt l i n i a r e în raport cu derivatele de ordinul al doilea: $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = r$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = s$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = t$

și de forma
$$A r + 2 B s + C t + M = 0, \quad \ldots \ldots \quad (6)$$
unde A, B, C depind numai de x, y iar M și de z, p, q. Dacă $\xi = \xi(x, y)$, $\eta = \eta(x, y)$ sunt două integrale ale ecuației cu derivate parțiale de ordinul 1:
$$A p^2 + 2 B p q + C q^2 = 0, \quad \ldots \ldots \quad (7)$$
care, rezolvată în raport cu p/q, e liniară, și punând $z = z(\xi, \eta)$ cu noile variabile ξ, η, (6) devine
$$\frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta} = \Phi\left(\xi, \eta, z, \frac{\partial z}{\partial \xi}, \frac{\partial z}{\partial \eta}\right), \quad \ldots \ldots \quad (8)$$
dacă $B^2 - AC \gtrless 0$ și
$$\frac{\partial^2 z}{\partial \eta^2} = \psi\left(\xi, \eta, z, \frac{\partial z}{\partial \xi}, \frac{\partial z}{\partial \eta}\right), \quad \ldots \ldots \quad (9)$$
dacă $B^2 - AC = 0$ (tipul p a r a b o l i c). Ambele integrale ale lui (7) sunt reale dacă $B^2 - AC > 0$ (tipul h i p e r b o l i c), și conjugate complex dacă $B^2 - AC < 0$ (tipul e l i p t i c). Punând în ultimul caz
$$\xi = {}^1/_2 \cdot (\alpha + i\beta), \quad \eta = {}^1/_2 \cdot (\alpha - i\beta), \quad \ldots \ldots \quad (10)$$
noile variabile α și β sunt reale și membrul stâng din (8) devine
$$\frac{\partial^2 z}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial \beta^2} \cdot \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

2. **Metoda integralelor particulare.** Această metodă, deosebit de importantă pentru problemele fizice și tehnice, o lămurim printr'un exemplu.

Ecuaţia cu derivate parţiale a conducţiunii căldurii într'o bară (v. 3 e) se poate prezenta sub forma $\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ . . . . (12)

(τ fiind proporţional cu timpul, x abscisa axei barei, u supratemperatura barei faţă de mediul ambiant). Incercarea $u = T(\tau) . X(x)$ transformă pe (12) în $T'/T = X''/X$. x şi τ fiind independenţi, fiecare membru trebue să fie egal cu aceeaşi constantă $-\lambda^2$. Se obţine $T = e^{-\lambda^2\tau}$, $X = A_\lambda \cos \lambda x + B_\lambda \sin \lambda x$, unde A_λ, B_λ sunt de asemenea constante. Deci $u_\lambda = A_\lambda e^{-\lambda^2\tau} \cos \lambda x + B_\lambda e^{-\lambda^2\tau} \sin \lambda x$ e o integrală a lui (12), adică şi

$$u = \sum_\lambda \left(A_\lambda e^{-\lambda^2\tau} \cos \lambda x + B_\lambda e^{-\lambda^2\tau} \sin \lambda x\right);$$

λ parcurge în sumă anumite numere de calculat din valorile la limită, de ex. toate numerele naturale, dând în acest caz o serie Fourier.

Trebue observat că şi $\frac{\partial u_\lambda}{\partial \lambda}, \frac{\partial u_\lambda}{\partial A_\lambda}, \frac{\partial u_\lambda}{\partial B_\lambda}, \int u_\lambda \, d\lambda$ (la x şi τ constanţi) şi as. sunt integrale ale lui (12).

3. Câteva ecuaţii particulare şi integralele lor.

a) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ (ecuaţia potenţialului în plan)

Integrala: $u = f(x + iy) + g(x - iy)$. Dacă în particular g e conjugata complexă a lui f, avem
$u = R f(x + iy)$, adică e partea reală a lui f.

b) $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = k^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ (ecuaţia coardei vibrante).

(Poziţia de echilibru axa x, u oscilaţiile longitudinale resp. transversale ale punctului material cu abscisa x în momentul t). Se poate reduce la a) substituind $kt = iy$. Integrala generală cu două funcţiuni arbitrare e: $u = f(x + kt) + g(x - kt)$. Integrala

$u(x, t) = \sum_\lambda \left[A_\lambda \sin(\lambda \pi x/l) \cos(\lambda \pi k t/l) + B_\lambda \sin(\lambda \pi x/l) \sin(\lambda \pi k t/l)\right]$ pentru

$\lambda = 1, 2 \ldots$ satisface condiţiunea iniţială $u(x, 0) = U(x)$, $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = V(x)$ şi condiţiunea la limită $u(0, t) = u(l, t) = 0$ cu

$$A_\lambda = \frac{2}{l} \int_0^l U(z) \sin(\lambda \pi z/l) \, dz, \quad B_\lambda = \frac{2}{\lambda \pi k} \int_0^l V(z) \sin(\lambda \pi z/l) \, dz.$$

c) $\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)$ (vibraţia diafragmei). (Mai sus z e deplasarea transversală a unui punct material din poziţia de echilibru (x, y, s) în momentul t). Introducând în loc de x, y, z coordonate cilindrice r, φ, z, se obţine

$$(t) \quad \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial z}{\partial r}\right) \ldots 13$$

Metoda integralelor particulare: Incercarea $z = T(t) \cdot R(r) \cdot \Phi(\varphi)$ dă ecuaţiile diferenţiale comune

$$\tau'' + k^2 \tau = 0, \quad \Phi'' + n^2 \Phi = 0, \quad r^2 R'' + r R' + (r^2 k^2/c^2 - n^2) R = 0$$

cu k şi n constanţi, adică integralele particulare

$$\tau = \sin k\,(t - t_0), \qquad \Phi = \sin n\,(\varphi - \varphi_0), \qquad R = J_n\,(k/c \cdot r)$$

cu t_0, φ_0 constanţi. Mai sus $J_n\ (x)$ e o funcţiune cilindrică Besseliană [1]) de speţa întâi şi ordinul n, şi anume

$$J_n\,(x) = \frac{(x/2)^n}{\Pi\,(n)}\left(1 - \frac{(x/2)^2}{1!\,(1+n)} + \frac{(x/2)^4}{2!\,(1+n)\,(2+n)} - + \ldots\right),$$

cu n nu negativ întreg, $J_n\ (x)$ fiind o integrală a ecuaţiei diferenţiale (comune) a lui Bessel $x^2 J_n'' + x J_n' + (x^2 - n^2)\, J_n = 0$. (Pentru $\Pi\,(n)$ v. p. 114, 4). Integrala particulară a ecuaţiei cu derivate parţiale (13) e:

$$z = z\,(t, r, \varphi) = C \sin k\,(t - t_0) \sin n\,(\varphi - \varphi_0)\, J_n\,(k/c \cdot r).$$

d) $$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial U}{\partial t} + \gamma U$$ (ecuaţia telegrafiştilor).

(U tensiunea electrică sau curentul într'o conductă liniară în punctul x şi momentul t; α, β, $\gamma \geqq 0$ constante, $\delta^2 = \beta^2 - \alpha\gamma > 0$, tipul hiperbolic). Se pune $U = e^{-\lambda t} u\,(\xi, \tau)$, unde $\xi = \delta x/\sqrt{\alpha}$, $\tau = \delta t/\alpha$, şi se obţine pentru $u\,(\xi, \tau)$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + u = 0$$

şi pentru $u\,(X, Y)$, unde $X = 1/2 \cdot (\xi + \tau)$, $Y = 1/2 \cdot (\xi - \tau)$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial X \partial Y} + u = 0.$$

Integrala $u(\xi, \tau)$, care satisface condiţiunile iniţiale $u\,(\xi, 0) = f\,(\xi)$, $\left(\frac{\partial u}{\partial \tau}\right)_{\tau = 0} = g\,(\xi)$

e $$u = 1/2 \cdot [f(\xi + \tau) + f(\xi - \tau)] + 1/2 \cdot \int_{\zeta = \xi - \tau}^{\xi + \tau} [\varphi\,(w)\, g\,(\zeta) - 1/2 \cdot \tau\, \varphi'\,(w)\, f\,(\zeta)]\, d\zeta$$

unde $w = 1/4 . [(\zeta - \xi)^2 - \tau^2]$ şi $\varphi\,(x) = 1 - \frac{x}{(1!)^2} + \frac{x^2}{(2!)^2} - \frac{x^3}{(3!)^2} + - \ldots = J_0\,(2\sqrt{x})$. De observat funcţiunea cilindrică de ordinul zero, cp. c).

e) $$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - b^2 \vartheta + c^2$$ (ecuaţia conducţiunii căldurii într'o bară). (ϑ supratemperatura faţă de mediul ambiant în punctul x, $0 \leqq x \leqq l$, în momentul t). Se pune $\vartheta = c^2/b^2 + e^{-b^2 t} u$ şi se obţine $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ (cp. 2). După metoda integralelor particulare se obţine integrala $u\,(t, x)$ care satisface condiţiunea iniţială $u\,(0, x) = U\,(x)$ (continuă pe porţiuni) şi condiţiunile la limită $u\,(t, 0) = u\,(t, l) = 0$:

$$u = \sum_\lambda B_\lambda e^{-\lambda^2 \pi^2 a^2 t/l^2} \sin\,(\lambda \pi x/l) \qquad (\lambda = 1, 2 \ldots)$$

cu

$$B_\lambda = \frac{2}{l} \int_{z=0}^{l} U\,(z) \sin\,(\lambda \pi z/l)\, dz.$$

Altă formă a integralei: $$u = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{z=-\infty}^{+\infty} e^{-z^2} U(x + 2az\sqrt{t})\, dz.$$

---

[1]) Cp. şi Jahnke şi Emde, Funktionentafeln, ediţia a 3-a, Leipzig şi Berlin 1938, Teubner, p. 128.

f) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = e^{2\lambda z}$ (ecuaţia lui Liouville) se transformă pentru $e^{2\lambda z} = u$ în $\dfrac{\partial^2 \ln u}{\partial x \partial y} = 2\lambda u$ şi are integrala generală (cu două funcţiuni arbitrare)

$$u = \frac{\varphi'(x)\,\psi'(y)}{\lambda\,[\varphi(x) + \psi(y)]^2}.$$

J. Calculul variaţiunilor [1])

Se consideră numai cel mai simplu caz al unei curbe plane.

1. **Problema fundamentală.** Să se determine astfel o curbă plană $y = f(x)$ în planul xy, încât o integrală definită dată, în care funcţiunea F de x, y, y' e cunoscută:

$$J = \int_a^b F(x, y, y')\,dx,$$

să ia, după ce se înlocueşte în ea $y = f(x)$, $y' = f'(x)$, o valoare mai mare (sau mai mică) decât pentru orice altă curbă care trece prin acelaşi punct iniţial $[a, f(a)]$ şi acelaşi punct final $[b, f(b)]$.

2. **Condiţiuni necesare:** a) Pentru ca J să aibă o valoare extremă, trebue ca $f(x)$ să fie o integrală a ecuaţiei cu derivate parţiale a lui Euler:

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right) = 0 \quad \text{sau} \quad \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y'} - y' \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial y'} - y'' \frac{\partial^2 F}{\partial y'^2} = 0.$$

Curba $y = f(x)$ se numeşte în acest caz „extremală". Prin ea şi prin punctul iniţial şi final, $f(x)$ e în general determinat univoc.

b) Trebue să avem

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y'^2} \geqq 0 \quad \text{(condiţiunea lui Legendre)}$$

pentru $y = f(x)$, $y' = f'(x)$ şi orice x în intervalul de integrare $a \leqq x \leqq b$, pentru ca J să fie un minimum.

c) Dacă

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = P(x), \quad \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial y'} = Q(x), \quad \frac{\partial^2 F}{\partial y'^2} = R(x)$$

unde s'au înlocuit în membrii stângi după derivare y cu $f(x)$, y' cu $f'(x)$ şi se formează ecuaţia diferenţială

$$R\,u''(x) + R'\,u'(x) + (Q' - P)\,u(x) = 0;$$

ea trebue să aibă integrala particulară $u(x)$, diferită de zero pentru $a \leqq x \leqq b$.

Aceste trei condiţiuni necesare a, b, c sunt şi suficiente, dacă se compară curba $y = f(x)$ doar cu astfel de curbe $y_1 = f_1(x)$, pentru cari $|f(x) - f_1(x)|$ şi $|f'(x) - f_1'(x)|$ sunt destul de mici (extreme slabe).

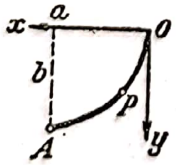


Fig. 13.

Exemplu: Brahistocrona. Să se unească două puncte O şi A dintr'un plan vertical, dar nu unul sub altul, printr'o astfel de curbă, încât un punct greu P să ajungă de-a-lungul ei într'un timp minimum din poziţia de echilibru O în A (fig. 13).

[1]) Bibliografie: Bolza, Vorlesungen über Variationsrechnung, Leipzig 1909, Teubner. — Weierstrass, Mathematische Werke, vol. VI, Leipzig 1927, Akad. Verlagsges. — Bliss-Schwank, Variationsrechnung, Leipzig şi Berlin 1932, Teubner. — Koschmieder, Variationsrechnung I, Berlin 1933, de Gruyter. — G. Grüss, Variationsrechnung, Leipzig 1938, Quelle & Meyer.

Scanned with OKEN Scanner

După teorema energiei avem

$$\tfrac{1}{2} \cdot m\,(ds/dt)^2 = mgy; \quad \text{deci} \quad dt = ds/\sqrt{2gy},$$

şi deci timpul de cădere din O în A:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{x=0}^{a} \sqrt{(1+y'^2)/y}\, dx.$$

El trebue să fie minimum. Pentru $F = \sqrt{(1+y'^2}/\sqrt{y}$, ecuaţia cu derivate parţiale a lui E u l e r pentru extremală e: $2yy'' + 1 + y'^2 = 0$.
Ea se poate integra prin cuadraturi. Se scrie mai întâi sub forma $2y'y''/(1+y'^2) = -y'/y$ şi se obţine integrând $\ln(1+y'^2) = -\ln y + \ln C_1$ sau $y\,(1+y'^2) = C_1$, de unde $y' = \sqrt{C_1 - y}/\sqrt{y}$ sau $y\,dy/\sqrt{C_1 y - y^2} = dx$, adică după p. 108, formulele 9 şi 8:

$$x = \frac{1}{2}\, C_1 \arccos \frac{C_1 - y}{C_1} + \sqrt{C_1 y - y^2} + C_2 .$$

După p. 143 c) 1, aceasta e o cicloidă. Constantele de integrare C_1 şi C_2 se determină din condiţiunea următoare: curba să treacă prin punctele $O = (0, 0)$ şi $A = (a, b)$. Avem $C_2 = 0$, pe când C_1 e de determinat din ecuaţia transcendentă

$$a = \frac{1}{2}\, C_1 \arccos \frac{C_1 - b}{C_1} + \sqrt{C_1 b - b^2} .$$

V. Geometrie analitică şi diferenţială

A. Punctul şi dreapta în plan

Mai jos se întrebuinţează coordonate rectilinii rectangulare (carteziene).

1. Dacă x_1, y_1 şi x_2, y_2 sunt coordonatele a două puncte P_1, P_2, l e distanţa dintre ele, α unghiul dintre $P_1 P_2$ şi orientarea pozitivă a axei absciselor (x-ilor), avem

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2};$$

$$\cos\alpha = (x_2 - x_1)/l; \quad \sin\alpha = (y_2 - y_1)/l; \quad \operatorname{tg}\alpha = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1).$$

Coeficientul unghiular sau inclinarea dreptei ce trece prin cele două puncte e $\operatorname{tg}\alpha$. Membrul din dreapta $\operatorname{tg}\alpha$ e c â t u l d e d i f e r e n ţ e.

2. Impărţind segmentul $P_1 P_2$ în raportul $m:n = \lambda$ ($\lambda > 0$ împărţire interioară, $\lambda < 0$ exterioară), coordonatele punctului de împărţire sunt

$$x = (x_1 + \lambda x_2)/(1 + \lambda); \quad y = (y_1 + \lambda y_2)/(1 + \lambda).$$

3. **Ecuaţia dreptei.** Ecuaţia unei drepte e de gradul întâiu în raport cu x, y, şi reciproc, orice ecuaţie de gradul întâiu în x, y reprezintă o dreaptă:

$$Ax + By + C = 0 \quad \text{(forma generală)}$$

sau, dacă $B \neq 0$, în forma explicită: $y = mx + b$, unde m e inclinarea ($= \operatorname{tg}\alpha$; v. 1) iar b ordonata intersecţiunii dreptei cu axa y.

C a z u r i p a r t i c u l a r e:

$x = a$,	ecuaţia unei perpendiculare pe axa x
$y = b$,	ecuaţia unei perpendiculare pe axa y
$y = mx$,	ecuaţia unei drepte trecând prin originea axelor
$y = \pm x$,	ecuaţia bisectoarelor cadranelor coordonatelor.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă dreapta trece prin punctul (x_1, y_1) şi are inclinarea m, ecuaţia ei e

$$y - y_1 = m(x - x_1).$$

Dacă dreapta trece prin punctele (x_1, y_1) şi (x_2, y_2), ecuaţia ei e

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1).$$

Dacă dreapta intersectează axa x-ilor în punctul de abscisă a şi a y-ilor în punctul de ordonată b, ecuaţia ei e

$$x/a + y/b = 1 \text{ (Ecuaţia prin intersecţiuni, } a, b \neq 0).$$

Prin comparare cu forma generală se găseşte:

$$a = -C/A,\ b = -C/B,\ m = -A/B,\ (A, B \neq 0).$$

Dacă perpendiculara l coborîtă din originea sistemului de coordonate pe o dreaptă formează unghiul α cu axa $+x$, ecuaţia dreptei e $x \cos\alpha + y \sin\alpha - l = 0$ (forma normală a lui Hesse). (Fig. 14).

Spre a-i da ecuaţiei generale a dreptei $Ax + By + C = 0$ forma normală, se împarte cu $\sqrt{A^2 + B^2}$, şi se obţine

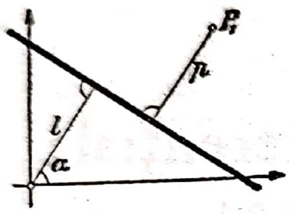


Fig. 14.

$$\cos\alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}},\quad \sin\alpha = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}},\quad l = \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Semnul radicalului trebue ales astfel, încât lungimea perpendicularei să fie pozitivă.

4. Distanţa p dintre un punct $P_1(x_1, y_1)$ şi o dreaptă cu ecuaţia sub forma normală e

$$p = x_1 \cos\alpha + y_1 \sin\alpha - l.$$

p e negativ dacă punctul (x_1, y_1) şi originea coordonatelor sunt de aceeaşi parte a dreptei, pozitiv dacă sunt în părţi contrare (ca în fig. 14).

5. **Fascicul de drepte.** Dacă $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ şi $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ sunt ecuaţiile a două drepte şi k e un parametru (al fasciculului), ecuaţia tuturor dreptelor cari trec prin intersecţiunea celor două drepte e

$$A_1x + B_1y + C_1 + k(A_2x + B_2y + C_2) = 0.$$

6. **Unghiul a două drepte.** Unghiul σ a două drepte cu ecuaţiile ca sub 5 rezultă din

$$\cos\sigma = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}},\quad \sin\sigma = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}},$$

$$\operatorname{tg}\sigma = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}.$$

După cum e semnul lui $\cos\sigma$ şi $\sin\sigma$, rezultă un unghiu ascuţit respectiv obtuz, cari formează unghiuri adiacente.

Dreptele sunt paralele ($\sin\sigma = 0$) dacă $A_2B_1 = A_1B_2$ sau $A_1/A_2 = B_1/B_2$. Dreptele sunt perpendiculare una pe alta ($\cos\sigma = 0$), dacă $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$.

Dacă ecuaţiile sunt date sub forma desvoltată: $y = m_1x + b_1$, $y = m_2x + b_2$, avem

$$\cos\sigma = \frac{1 + m_1m_2}{\sqrt{1 + m_1^2}\sqrt{1 + m_2^2}},\quad \sin\sigma = \frac{m_2 - m_1}{\sqrt{1 + m_1^2}\sqrt{1 + m_2^2}},\quad \operatorname{tg}\sigma = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1m_2};$$

dreptele sunt paralele dacă $m_1 = m_2$, şi perpendiculare dacă $m_1m_2 + 1 = 0$ sau $m_1 = -1/m_2$.

7. Ecuaţiile dreptelor cari intersectează dreapta $y = mx + b$ în punctul (x_1, y_1) sub unghiul σ sunt

$$y - y_1 = \frac{m \pm \operatorname{tg}\sigma}{1 \mp m \operatorname{tg}\sigma}(x - x_1).$$

8. Bisectoarele unghiurilor a două drepte (cu ecuaţiile ca sub 5) sunt

$$\frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \mp \frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} = 0.$$

9. Trei puncte (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x, y) sunt coliniare dacă

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Desvoltarea determinantului dă ecuaţia dreptelor prin punctele (x_1, y_1), (x_2, y_2), v. m. s.

10. Trei drepte sunt concurente dacă

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = 0.$$

11. **Transformarea de coordonate.** Presupunem ambele sisteme cu acelaşi sens de succesiune. Coordonatele în sistemul vechiu sunt x, y, în cel nou x', y'.

Translaţia axelor de coordonate. Dacă x_0, y_0 sunt coordonatele noii origini, avem

$$x' = x - x_0, \quad y' = y - y_0.$$

Rotaţiunea axelor în jurul originii. Dacă α e unghiul cu care trebue rotită axa $+x$ (în sensul în care e rotită cu 90^0 spre a se suprapune cu a y-ilor), spre a se suprapune cu a $+x'$-ilor, avem

$$x = x'\cos\alpha - y'\sin\alpha, \quad y = x'\sin\alpha + y'\cos\alpha, \quad x + iy = (x' + iy')e^{i\alpha},$$
$$x' = x\cos\alpha + y\sin\alpha, \quad y' = y\cos\alpha - x\sin\alpha, \quad x' + iy' = (x + iy)e^{-i\alpha}$$

La translaţie şi rotaţiune simultană trebue combinate potrivit formulele de mai sus.

Transformarea unui sistem rectangular în unul oblic. Dacă axa x' e rotită cu α, y' cu β faţă de axa x, avem

$$x = x'\cos\alpha + y'\cos\beta, \quad y = x'\sin\alpha + y'\sin\beta, \quad x + iy = x'e^{i\alpha} + y'e^{i\beta},$$
$$x'\sin(\alpha - \beta) = y\cos\beta - x\sin\beta, \quad y'\sin(\alpha - \beta) = x\sin\alpha - y\cos\alpha.$$

Transformarea coordonatelor rectangulare în polare. Dacă r e raza vectoare, φ unghiul polar iar polul coincide cu originea şi axa polară cu axa pozitivă a x-ilor, avem pentru coordonatele rectangulare

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \cos\varphi = x/r, \quad \sin\varphi = y/r, \quad \operatorname{tg}\varphi = y/x,$$
$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \quad x + iy = re^{i\varphi}$$

Pentru coordonatele oblice cu unghiul ω al axelor avem

$$x = r\sin(\omega - \varphi)/\sin\omega, \quad y = r\sin\varphi/\sin\omega,$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy\cos\omega}, \quad \cos\varphi = (x + y\cos\omega)/r, \quad \sin\varphi = (y\sin\omega)/r.$$

12. Pentru coordonatele cilindrice (semipolare) şi sferice (polare în spaţiu) v. VI. 36, pp. 173 şi 174.

B. Curbe în plan

a) Teoreme generale

1. Mai jos x, y sunt coordonate rectilinii rectangulare (cartesiene). Punctul $P = (x, y)$ descrie o curbă, dacă x, y sunt dați ca funcțiuni continue, sau pe porțiuni, continue de o variabilă t (parametru): $x = x(t)$, $y = y(t)$. Eliminarea lui t dă ecuația curbei sub forma implicită $F(x, y) = 0$ sau, dacă e rezolvabilă în raport cu y, sub forma explicită $y = y(x)$. Analog pentru coordonatele polare. Dacă funcțiunile ce intervin sunt și derivabile, curba se numește n e t e d ă.

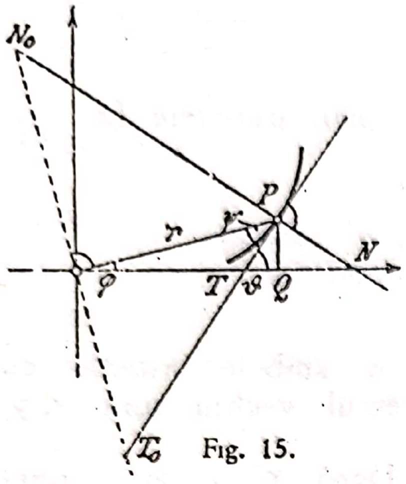


Fig. 15.

2. Unghiul ϑ, format de t a n g e n t a îndreptată în sensul de progresiune ($dx > 0$) pe o curbă netedă, cu axa pozitivă a x-ilor (fig. 15), se obține în coordonate r e c t a n g u l a r e din

$$\cos\vartheta = \frac{dx}{ds}, \quad \sin\vartheta = \frac{dy}{ds}, \quad \operatorname{tg}\vartheta = \frac{dy}{dx} = y';$$

unde ds e elementul de arc: $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + y'^2}\,dx = \sqrt{dr^2 + r^2\,d\varphi^2} > 0$.

3. Dacă ψ e unghiul format de tangenta dirijată a curbei cu raza vectoare r (fig. 15), avem

$$\cos\psi = \frac{dr}{ds}, \quad \sin\psi = \frac{r\,d\varphi}{ds}, \quad \operatorname{tg}\psi = \frac{r\,d\varphi}{dr}.$$

4. Ecuația tangentei în punctul (x, y) al curbei e

$$\eta - y = \frac{dy}{dx}(\xi - x) \quad \text{sau} \quad \frac{\partial F}{\partial x}(\xi - x) + \frac{\partial F}{\partial y}(\eta - y) = 0,$$

unde ξ și η sunt coordonatele curente ale tangentei.

In fig. 15 lungimea

t a n g e n t e i e . . . . $PT = y\dfrac{ds}{dy} = \dfrac{y}{y'}\sqrt{1 + y'^2}$,

s u b t a n g e n t e i e . . . . . . $QT = y\dfrac{dx}{dy} = y : y'$.

t a n g e n t e i p o l a r e e . . . . $PT_0 = \dfrac{r\,ds}{dr} = r\sqrt{1 + r^2\left(\dfrac{d\varphi}{dr}\right)^2}$.

s u b t a n g e n t e i p o l a r e e . $OT_0 = \dfrac{r^2\,d\varphi}{dr}$.

Formulele dau lungimile segmentelor, dacă se ia în dreapta valoarea absolută.

5. Ecuația normalei în punctul (x, y) e, dacă ξ, η sunt coordonatele curente ale normalei:

$$\eta - y = -\frac{dx}{dy}(\xi - x) \quad \text{sau} \quad \frac{\partial F}{\partial y}(\xi - x) - \frac{\partial F}{\partial x}(\eta - y) = 0.$$

N o r m a l a $PN = y\dfrac{ds}{dx} = y\sqrt{1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}$ S u b n o r m a l a $QN = y\dfrac{dy}{dx}$

N o r m a l a p o l a r ă $PN_0 = \dfrac{ds}{d\varphi} = \sqrt{r^2 + \left(\dfrac{dr}{d\varphi}\right)^2}$ S u b n o r m a l a p o l a r ă $ON_0 = \dfrac{dr}{d\varphi}$.

6. Orientările asimptotice ale unei curbe (fig. 16) se găsesc scriindu-i ecuația în coordonate polare și căutând valorile limită ale unghiului φ pentru cari $r \to \infty$. Când curba e algebrică de gradul n în x și y, i se împarte mai întâi ecuația cu r^n, apoi se scrie sub forma

$$F(x, y) = F_n + F_{n-1} + F_{n-2} + \ldots + F_1 + F_0 = 0,$$

unde F_k e suma termenilor omogeni de gradul k ai lui $F(x, y)$.

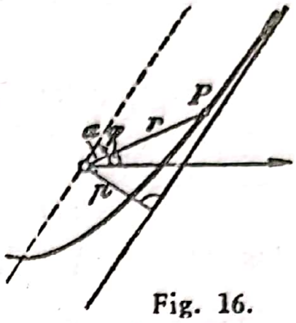


Fig. 16.

7. Asimptotă a unei curbe e o dreaptă astfel încât distanța dintre ea și un punct al curbei tinde spre zero când punctul se îndepărtează spre infinit.

Pentru o asimptotă $x = a$, perpendiculară pe axa x-ilor, $y \to \infty$ pentru $x \to a$; pentru una $y = b$, perpendiculară pe axa y-ilor, $x \to \infty$ pentru $y \to b$. Dacă o asimptotă are ecuația $y = mx + n$, m și n se determină cum urmează din ecuația curbei:

$$m = \lim_{x \to \infty} [f(x) : x] \qquad n = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx].$$

In coordonate polare se determină întâi (după 6) unghiul $\varphi = \alpha$ al orientării asimptotice, iar pe urmă distanța dintre asimptotă și origine:

$$p = \lim_{\varphi \to \alpha} r \sin(\alpha - \varphi).$$

8. Două curbe cu un punct comun au în acest punct un contact exact de ordinul n, dacă în acest punct sunt egale între ele, pentru ambele curbe, primele n derivate $y', y'' \ldots y^{(n)}$, pe când cele de ordinul $(n+1)$, $y^{(n+1)}$, diferă unele de altele. La contact de ordin par, curbele se intersectează în punctul de contact, la contact de ordin impar sunt tangente fără a se intersecta. Tangenta unei curbe are cu ea un contact cel puțin de ordinul întâiu.

9. Cercul de curbură (osculator) al unei curbe în punctul (x, y) e cercul care are în el cu ea un contact cel puțin de ordinul al doilea (v. 8). Centrul lui e centrul de curbură, raza lui raza de curbură $\rho = ds/d\vartheta$ sau în

coordonate cartesiene	coordonate polare
$\rho = \dfrac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}$	$\rho = \dfrac{(r^2 + r'^2)^{3/2}}{r^2 + 2r'^2 - rr''}$

Valoarea reciprocă a lui ρ se numește curbura curbei în punctul $(x, y) : k = 1 : \rho$. ρ și k sunt pozitivi dacă, la parcurgerea curbei în sensul ei de progresiune (cu lungime de arc crescătoare), centrul de curbură se găsește la stânga.

10. Centrul de curbură. Coordonatele ξ, η ale centrului de curbură pentru punctul (x, y) al curbei sunt

$$\xi = x - \rho \frac{dy}{ds}, \qquad \eta = y + \rho \frac{dx}{ds};$$

sau

$$\xi = x - y' \frac{1 + y'^2}{y''}, \qquad \eta = y + \frac{1 + y'^2}{y''};$$

sau $\xi = x - \frac{dy}{d\vartheta}$, $\eta = y + \frac{dx}{d\vartheta}$;

sau $\xi = x - \rho \sin\vartheta$. $\eta = y + \rho\cos\vartheta$.

11. **Desfăşurata (evoluta)** unei curbe e locul geometric al centrelor ei de curbură (fig. 17). Desfăşurând tangenta (fir întins) desfăşuratei, punctele tangentei descriu o familie de curbe „paralele“, numite desfăşurătoarele (evolventele) desfăşuratei date, printre cari se găseşte şi curba iniţială.

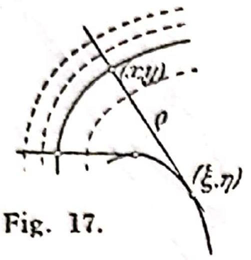


Fig. 17.

Ecuaţia desfăşuratei se obţine eliminând pe x şi y din ecuaţia curbei şi ecuaţiile lui ξ, η de sub 10. Tangentele desfăşuratei sunt şi normalele desfăşurătoarei. Lungimea arcului dintre două puncte ale desfăşuratei e egală cu diferenţa dintre razele de curbură ale fiecărei desfăşurătoare, corespunzătoare acestor două puncte.

Dacă se cunosc coordonatele unui punct al desfăşuratei în funcţiune de lungimea de arc s' a desfăşuratei, ecuaţiile desfăşurătoarelor se pot determina din următoarele relaţiuni

$$x = \xi - (s' - s'_0)\frac{d\xi}{ds} \qquad y = \eta - (s' - s'_0)\frac{d\eta}{ds},$$

unde s'_0 e lungimea de arc a desfăşuratei în punctul în care începe desfăşurarea.

12. O curbă e concavă spre partea pozitivă a axei y, dacă $y'' > 0$; convexă dacă $y'' < 0$. In fiecare punct în care y'' îşi schimbă semnul, curba trece dela forma concavă la cea convexă. Un astfel de punct se numeşte de inflexiune obişnuit, dacă pentru el $y'' = 0$. Dacă rădăcinile acestei ecuaţii satisfac simultan şi condiţiunile $y''' = 0$, $y^{(4)} = 0 \dots y^{(n)} = 0$, dar $y^{(n+1)} \neq 0$, punctul e de inflexiune numai dacă n e par; altfel e punct în plat. Pentru un punct de inflexiune obişnuit, $n = 2$.

13. **Puncte singulare.** O curbă are un punct singular dacă simultan

$$F(x, y) = 0, \qquad \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

Se calculează: $$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y}\right)^2 - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\,\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \Delta.$$

In cele mai simple cazuri avem:

$\Delta > 0$: Punct dublu cu două tangente reale distincte;

$\Delta = 0$: Punct de răspăr (rebrusment), cu două tangente suprapuse;

$\Delta < 0$: Punct izolat, cu nicio tangentă reală,

14. **Aria suprafeţei** dintre curba $y = f(x)$, axa absciselor şi ordonatele y_0, y, corespunzătoare absciselor x_0, x e: $F = \int_{x_0}^{x} f(x)\,dx$; între curbă şi razele vectoare r_0, r corespunzătoare unghiurilor polare φ_0, φ aria e

$$F = {}^1/_2 \cdot \int_{\varphi_0}^{\varphi} r^2\,d\varphi \text{ (formula lui Leibniz);}$$

pentru o suprafaţă limitată oricum, se exprimă prin integrala de linie închisă $F = {}^1/_2 \cdot \oint (x\,dy - y\,dx)$, extinsă de-a-lungul conturului în sens pozitiv, adică astfel încât interiorul suprafeţei să rămână la stânga.

Scanned with OKEN Scanner

15. Lungimea de arc. Lungimea s a porţiunii de curbă dintre punctele de abscise x_0, x e

$$s=\int_{x_0}^{x}\sqrt{dx^2+dy^2}=\int_{x_0}^{x}\sqrt{1+y'^2}\,dx,$$

în coordonate polare: $$s=\int_{\varphi_0}^{\varphi}\sqrt{r^2+\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2}\,d\varphi=\int_{r_0}^{r}\sqrt{1+r^2\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2}\,dr.$$

16. Infăşurătoare. Familia de curbe reprezentată de ecuaţia $F(x, y, p) = 0$, unde p e un parametru variabil, poate fi înfăşurată de o curbă zisă înfăşurătoare. Ecuaţia ei se obţine eliminându-l pe p din ecuaţiile

$$\frac{\partial F(x, y, p)}{\partial p}=0, \qquad F(x, y, p)=0.$$

17. Traiectorii ortogonale. O curbă care intersectează în unghiu drept familia de curbe $F(x, y, p)=0$, cu p ca parametru variabil, se numeşte traiectorie ortogonală a familiei de curbe. Ecuaţia diferenţială a traiectoriilor ortogonale, de coordonate ξ, η, se obţine eliminându-l pe p între ecuaţiile

$$\frac{d\eta}{d\xi}=\frac{\partial F}{\partial \eta}:\frac{\partial F}{\partial \xi} \quad \text{şi} \quad F(\xi, \eta, p)=0.$$

Integrarea ei dă o familie de traiectorii ortogonale.

b) Conice

1. Generalităţi. Dreptele cari trec prin punctele circumferenţei unui cerc şi printr'un punct situat în afara planului cercului formează un *con circular* (oblic). Un plan îl intersectează după o *secţiune conică*, mai scurt, după o *conică*. Dacă planul nu trece prin vârful conului, se obţine o conică *propriu zisă*; altfel, una *degenerată*.

Conicele propriu zise sunt *elipsa*, *parabola*, *hiperbola*, după cum planul auxiliar paralel cu planul de intersecţiune şi trecând prin vârful conului are comun cu el numai vârful sau şi o dreaptă (dublă) sau şi două drepte concurente în vârf. Secţiunile planului auxiliar sunt conicele degenerate corespunzătoare.

Dacă un punct P se mişcă într'un plan astfel, încât distanţele lui PF dela un punct fix F şi PQ dela o dreaptă fixă să fie într'un raport invariabil $PF:PQ=\varepsilon$, locul geometric al punctului e o *elipsă* dacă $\varepsilon<1$; o *parabolă* dacă $\varepsilon=1$; o *hiperbolă* dacă $\varepsilon>1$. Raportul ε e *excentricitatea* (numerică a) conicei respective. Punctul F se găseşte pe axa principală şi e un *focar*; dreapta fixă e perpendiculară pe axa principală şi se numeşte *directoare*. La *cerc* F e centrul şi directoarea se găseşte la infinit; la el $\varepsilon=0$.

Ecuaţia generală a conicelor. In coordonate rectilinii rectangulare sau oblice, ecuaţia are forma

$$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_2y+a_3=0.$$

Spre a decide ce fel de conică reprezintă o ecuaţie dată de gradul al doilea (în raport cu x, y), se formează determinantul ecuaţiei:

$$-J=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & a_1\\ a_{12} & a_{22} & a_2\\ a_1 & a_2 & a_3\end{vmatrix}=\varDelta a_3-a_{11}a_2^2+2a_{12}a_1a_2-a_{22}a_1^2$$

şi discriminantul $\varDelta=a_{11}a_{22}-a_{12}^2$, ca şi $S=\frac{1}{2}\cdot(a_{11}+a_{22})$, $W=\sqrt{S^2-\varDelta}\geq 0$, $a'_{11}=S-W$, $a'_{22}=S+W$.

Scanned with OKEN Scanner

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="2">Curbe cu centru $\Delta \neq 0$</td><td colspan="3" rowspan="2">$\Delta = 0$ cazul parabolei</td></tr>
<tr><td>$\Delta > 0$ cazul elipsei</td><td>$\Delta < 0$ cazul hiperbolei</td></tr>
<tr><td>$J \neq 0$ conice propriu zise</td><td>$J a'_{11}$ sau $J a'_{22} > 0$ elipsă
$J a'_{11}$ sau $J a'_{22} < 0$ elipsă imaginară</td><td>hiperbolă</td><td colspan="3">parabolă</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$J = 0$ conice degenerate</td><td colspan="2">două drepte cu punct de intersecțiune real în finit</td><td colspan="3">două drepte paralele $a_1^2 - a_{11} a_3$ sau $a_2^2 - a_{22} a_3$</td></tr>
<tr><td>imaginare</td><td>reale</td><td>> 0 reale şi diferite</td><td>$= 0$ suprapuse</td><td>< 0 imaginare</td></tr>
</table>

Mărimile J, Δ, S rămân neschimbate la orice deplasare sau rotire a sistemului de coordonate rectangulare (sunt invariante). Conica e în particular un c e r c (real) dacă $a_{11} = a_{22}$, $a_{12} = 0$ şi $J a_{11} > 0$.

Ecuația generală a parabolei poate fi pusă sub forma

$$(a x + b y + c)^2 + A x + B y + C = 0.$$

C e n t r u l elipsei şi hiperbolei e intersecțiunea dreptelor

$$a_{11} x + a_{12} y + a_1 = 0 \text{ şi } a_{12} x + a_{22} y + a_2 = 0.$$

Din ecuația generală a elipsei şi hiperbolei în coordonate rectangulare se obține prin deplasare paralelă a sistemului de coordonate e c u a ț i a l a c e n t r u:

$$a_{11} x^2 + 2 a_{12} x y + a_{22} y^2 = k,$$

unde k se obține înlocuind în membrul stâng al ecuației conicei pe x, y prin coordonatele centrului. Rotind sistemul de coordonate, se obține de mai sus e c u a ț i a f a ț ă d e a x e l e p r i n c i p a l e: $a'_{11} x'^2 + a'_{22} y'^2 = J/\Delta$. Unghiul de rotire φ se obține din

$$\cos 2\varphi = -\frac{a_{11} - a_{22}}{2W}, \qquad \sin 2\varphi = -\frac{a_{12}}{W}.$$

Mărimile $a'_{11} = S - W$ şi $a'_{22} = S + W$ se obțin ca rădăcini ale ecuației pătratice $a^2 - 2 S a + \Delta = 0$.

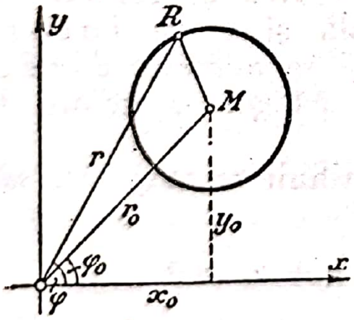


Fig. 18.

2. **Cercul.** E c u a ț i a g e n e r a l ă (fig. 18): $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ sau în coordonate polare $r^2 - 2 r r_0 \cos(\varphi - \varphi_0) + r_0^2 = R^2$.

E c u a ț i a l a c e n t r u (originea sistemului de coordonate în centrul M):

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad \text{sau} \quad r = R.$$

E c u a ț i a l a c r e ş t e t (originea sistemului de coordonate pe circumferență, OX fiind diametru):

$$y^2 = x(2R - x) \quad \text{sau} \quad r = 2R\cos(\varphi - \varphi_0).$$

P e r i m e t r u l şi a r i a suprafeței cercului, pp. 4 ş. u., ariile segmentelor şi sectoarelor de cerc, p. 52 şi Matematici IX. a 4, pp. 52 şi 212.

3. **Elipsa şi hiperbola.** N o t ă: Pentru elipsă (fig. 19) sunt valabile mai jos semnele superioare, pentru hiperbolă (fig. 20) cele inferioare.

Scanned with OKEN Scanner

E c u a ţ i a l a c e n t r u. Dacă OA_1 (fig. 19) resp. OA (fig. 20) $= a$ şi OB_1 (fig. 19) resp. AD (fig. 20) $= b$ reprezintă cele două semiaxe şi dacă se raportează curbele la axele lor principale, ecuaţia lor e

$$x^2/a^2 \pm y^2/b^2 = 1.$$

Urmează

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{\pm(a^2 - x^2)},$$

unde semnul radicalului e arbitrar.

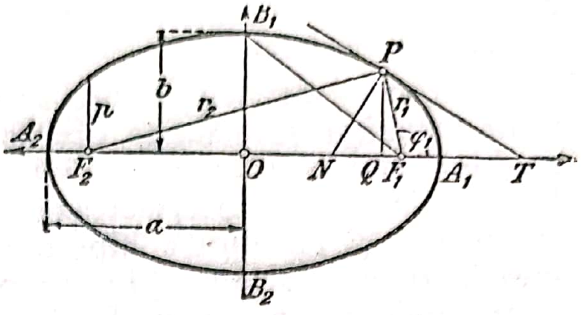


Fig. 19

E c u a ţ i a l a c r e ş t e t. Dacă originea coordonatelor e în creştetul A_2 resp. A_1 (în axa x), ecuaţia e

$$\pm y^2 = 2\frac{b^2}{a}x - \frac{b^2}{a^2}x^2 = 2px - \frac{px^2}{a}.$$

F o c a r e l e F_1 şi F_2 au pe axa x distanţa dela O

$$OF_1 = OF_2 = \sqrt{a^2 \mp b^2}.$$

La elipsă avem $B_1F_1 = B_2F_2 = OA_1 = a$, la hiperbolă $OF_1 = OF_2 = OD$.

Raportul $$OF_1/OA_1 = \sqrt{a^2 \mp b^2}/a = \varepsilon$$
se numeşte e x c e n t r i c i t a t e a (numerică a) conicei. La elipsă $\varepsilon < 1$, la hiperbolă $\varepsilon > 1$.

R a z e l e v e c t o a r e duse din focare până într'un punct P al conicei sunt (fig. 19)

$$r_2 = a \mp \varepsilon x, \qquad r_1 = \pm a + \varepsilon x.$$

La elipsă suma, iar la hiperbolă diferenţa dintre lungimile celor două raze vectoare e invariabilă, adică la elipsă $r_1 + r_2 = 2a$ (construcţia cu firul), la hiperbolă $r_1 - r_2 = \pm 2a$.

Ordonata corespunzătoare unui focar e

$$p = \pm a(1 - \varepsilon^2) = b^2/a.$$

Mărimea $2p$ se numeşte p a r a m e t r u.

D i a m e t r e c o n j u g a t e se numesc diametrele dintre cari unul împarte în două părţi egale coardele paralele cu celălalt. Tangentele în extremităţile unuia din diametre sunt paralele cu diametrul lui conjugat.

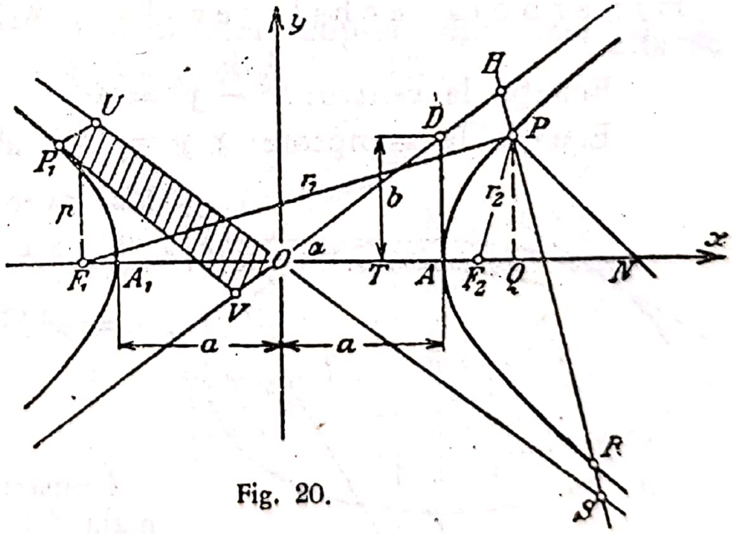


Fig. 20.

Dacă aceste două diametre $2a_1$, $2b_1$ formează cu prima axă principală unghiurile α, β, avem

$$a^2 \pm b^2 = a_1^2 \pm b_1^2, \qquad ab = a_1 b_1 \sin(\alpha + \beta), \qquad b^2/a^2 = \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta.$$

Ecuaţia conicei, raportată la două diametre conjugate ca axe, e

$$x_1^2/a_1^2 \pm y_1^2/b_1^2 = 1.$$

Scanned with OKEN Scanner

E c u a ț i a t a n g e n t e i în punctul (x, y): $\xi x/a^2 \pm \eta y/b^2 = 1$.

E c u a ț i a n o r m a l e i : $(\xi - x)/b^2 x = \pm (\eta - y)/a^2 y$. Aici ξ și η sunt coordonate curente. Tangenta și normala sunt bisectoarele unghiurilor razelor vectoare.

Hiperbola are cele două a s i m p t o t e $x/a \pm y/b = 0$, adică curba tinde nelimitat spre aceste drepte. Fiecare asimptotă formează cu axa x unghiul asimptotic ascuțit $\alpha = \operatorname{arc\,tg}\ (b : a)$. Dacă se trasează o dreaptă HS (fig. 20), care intersectează hiperbola și asimptotele, cele două segmente PH și RS dintre hiperbolă și asimptote sunt egale între ele. Urmează o c o n s t r u c ț i e s i m p l ă a h i p e r b o l e i, dacă se dau asimptotele și un punct P al ei.

Segmentul interceptat de asimptote pe o dreaptă paralelă cu axa x e divizat astfel de o ramură a hiperbolei, încât produsul părților e invariabil egal cu b^2. Segmentul interceptat de cele două ramuri ale hiperbolei pe o dreaptă paralelă cu axa x e divizat astfel de o asimptotă, încât produsul părților e invariabil egal cu a^2. Segmentul unei tangente cuprins între asimptote e înjumătățit de punctul de tangență. Triunghiurile formate de oricari tangente și de asimptote au aceeași arie ab.

Dacă P_1U și P_1V (fig. 20) sunt paralele cu asimptomele, avem

$$P_1U \cdot P_1V = {}^1/_4 \cdot (a^2 + b^2).$$

Aria paralelogramului OUP_1V are pentru fiecare punct P_1 al hiperbolei o valoare constantă. E c u a ț i a h i p e r b o l e i raportată la asimptote ca axe e deci, în coordonate oblice: $x'\,y' = {}^1/_4 \cdot (a^2 + b^2)$.

Pentru un punct oarecare P (x, y) (fig. 19 și 20, în ultima figură nefiind trasată tangenta PT), avem următoarele lungimi pentru

t a n g e n t ă $PT = \dfrac{ay}{bx}\sqrt{\pm(a^2 - \varepsilon^2 x^2)}$; n o r m a l ă $PN = \dfrac{b}{a}\sqrt{\pm(a^2 - \varepsilon^2 x^2)}$;

s u b t a n g e n t ă $TQ = \mp \dfrac{a^2}{x} \pm x$; s u b n o r m a l ă $NQ = \mp \dfrac{b^2}{a^2}\, x$.

H i p e r b o l a e c h i l a t e r a l ă. Asimptomele perpendiculare una pe alta.

Ecuația la centru: $x^2 - y^2 = a^2$. Parametrul: $2p = 2a$.

Ecuația la asimptote: $x'\,y' = {}^1/_2 \cdot a^2$.

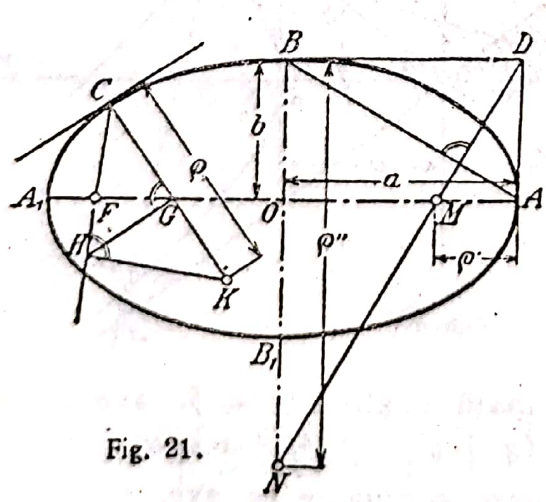


Fig. 21.

Mai avem $a = b$, $\varepsilon = \sqrt{2}$ $\alpha = 45°$.

R a z a d e c u r b u r ă în punctul P:

$$\rho = a^2 b^2 \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4}\right)^{3/2} = \frac{(r_1 r_2)^{3/2}}{ab}$$

$$= \frac{p}{\sin^3 F_2PT} = \frac{p}{\sin^3 u}$$

Construcția (fig. 21): Se ridică normala CG (construcția tangentei p. 140), se trasează CF prin focarul F, $GH \perp GC$, $HK \perp CH$, și K e centrul de curbură corespunzător lui C. Pentru creștetul A al elipsei și hiperbolei, raza de curbură e $\rho' = AM = b^2/a = p$; pentru creștetul B raza de curbură

Scanned with OKEN Scanner

a elipsei e $\rho'' = BN = a^2/b$. Razele de curbură M și N pentru creștetele elipsei se obțin ridicând prin D perpendiculara pe AB.

Ecuația polară a elipsei și hiperbolei, raportată la focarul F_1 ca pol și la $F_1 A_1$ ca axă polară (fig. 19 și 20 m. s.) e

$$r = \frac{p}{1+\varepsilon\cos\varphi} = \pm\frac{a(1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon\cos\varphi}.$$

Aria elipsei e (fig. 19):

$$OB_1PQ = {}^1/_2 \cdot xy + {}^1/_2 \cdot ab \text{ arc sin } (x/a).$$

Aria întregii elipse e πab.

Aria hiperbolei e (fig. 20):

$$APQ = \tfrac{1}{2}\cdot xy - \tfrac{1}{2}\cdot ab \ln(x/a + y/b) = \tfrac{1}{2}\cdot xy - \tfrac{1}{2}\cdot ab \operatorname{Ar Cos}(x/a).$$

Descăzutul reprezintă aria sectorului OPA.

$$\text{Aria } OA_1P_1U = \frac{ab}{4} + \frac{ab}{2}\ln\frac{2OU}{OD}.$$

Perimetrul elipsei e:

$$U = 4aE(\pi/2, \varepsilon) = 2\pi a\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\varepsilon^2 - \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2\frac{\varepsilon^4}{3} - \left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2\frac{\varepsilon^6}{5} - \cdots\right].$$

$E(\pi/2, \varepsilon)$ e integrala eliptică completă de a doua speță (tabla 12).

Pentru $a \geqq b$ avem și următoarea desvoltare în serie, unde s'a scris $\lambda = (a-b):(a+b)$,

$$U = \pi(a+b)\left[1 + \frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{1}{64}\lambda^4 + \frac{1}{256}\lambda^6 + \frac{25}{16384}\lambda^8 + \cdots\right] = \pi(a+b)\varkappa.$$

$\lambda =$ 0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\varkappa =$ 1,0025	1,0100	1,0226	1,0404	1,0635	1,0922	1,1269	1,1679	1,2162

Formule de aproximație:

$$U \approx \pi[3(a+b)/2 - \sqrt{ab}],$$
$$U \approx \pi[(a+b)/2 + \sqrt{(a^2+b^2)/2}],$$
$$U/4 \approx 0{,}9827\,a + 0{,}3110\,b + 0{,}2867\,b^2/a.$$

Construcția elipsei din cele două semiaxe a și b (fig. 22):

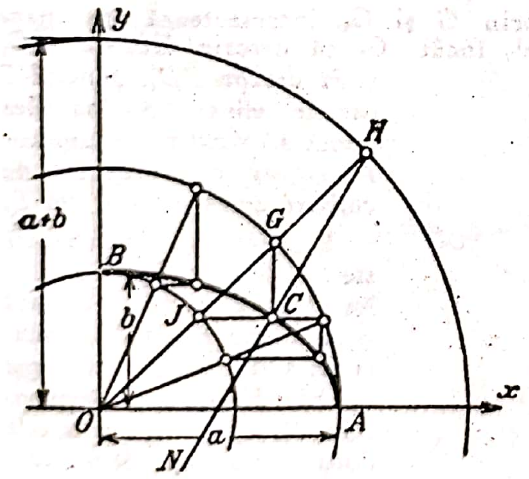


Fig. 22.

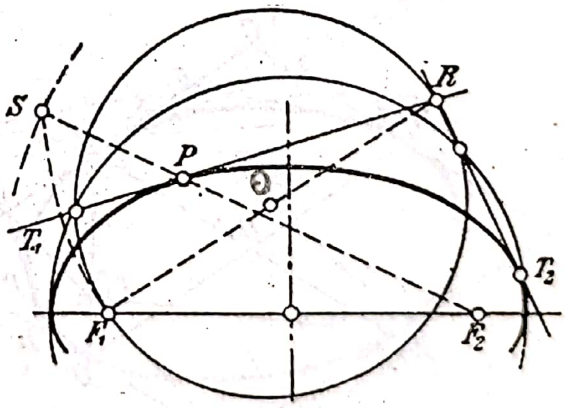


Fig. 23.

1. Se descriu în jurul lui O cercurile cu razele a, b și $a+b$, se trasează o rază oarecare $OJGH$ și prin J și G paralelele cu axele de coordonate; intersecțiunea C e un punct al elipsei și HCN normala ei în acest punct.

2. Dacă segmentul $a+b$ alunecă cu extremitățile lui pe laturile unui unghiu drept, punctul de pe el dintre a și b descrie o elipsă.

Construcția tangentei la elipsă:

1. **Într'un punct P al elipsei** (fig. 19). Tangenta e bisectoarea unghiului razelor vectoare PF_1 și PF_2 (p. 137).

2. **Dintr'un punct R exterior elipsei** (fig. 23). Se descrie în jurul lui O cercul cu raza a și cercul cu diametrul RF_1. Dreptele cari unesc pe R cu intersecțiunile lor T_1, T_2 sunt tangentele căutate. Descriind în jurul lui R cercul cu raza RF_1 și în jurul lui F_2 cercul cu raza $2a$, dreapta care unește unul din punctele de intersecțiune S al celor două cercuri cu focarul F_2 intersectează tangenta RT_1 în punctul de tangență P.

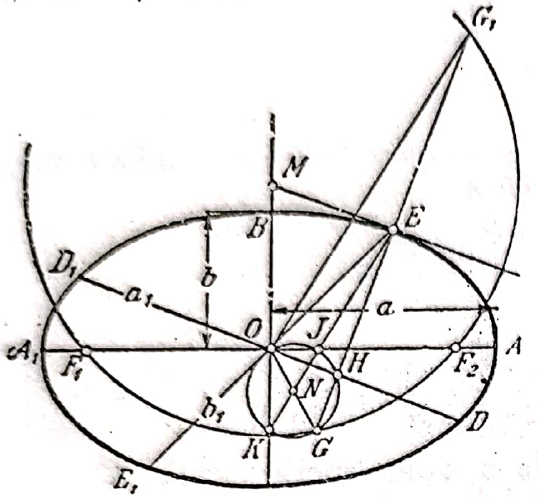


Fig. 24.

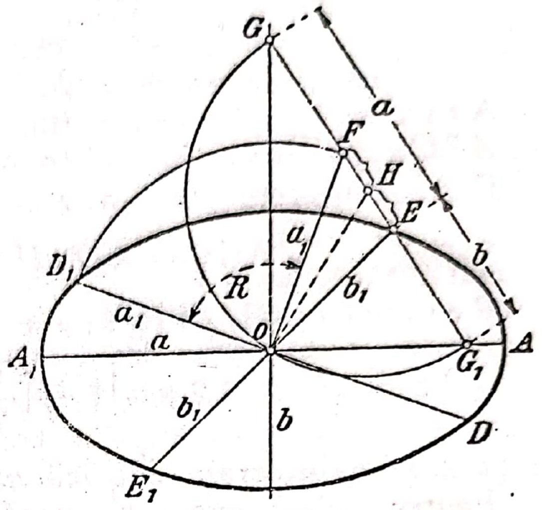


Fig. 25.

Construcția axelor principale ale unei elipse când sunt date în mărime și poziție două diametre conjugate $DD_1 = 2a_1$ $EE_1 = 2b_1$ (fig. 24):

1. Se ridică $EH \perp DD_1$, făcând $EG = EG_1 = OD_1 = a_1$, și una din axele principale e bisectoarea unghiului GOG_1. Lungimile axelor principale sunt

$$2a = OG_1 + OG$$
$$2b = OG_1 - OG.$$

Alternativă: Se construește OG ca mai sus și se descrie pe OG un cerc cu centrul in N. Punctele de intersecțiune J și K ale dreptei NE cu acest cerc sunt puncte ale axelor principale; avem

$$EJ = b, \quad EK = a.$$

Cercul cu centrul M pe axa mică și trecând prin G și G_1, intersectează axa mare în focarele F_1 și F_2. Purtând dreapta G_1EH astfel, încât G_1 să descrie dreapta OG_1 și H dreapta DD_1, punctul E descrie elipsa. Al patrulea punct armonic corespunzător lui G_1, H și G e centrul de curbură corespunzător lui E.

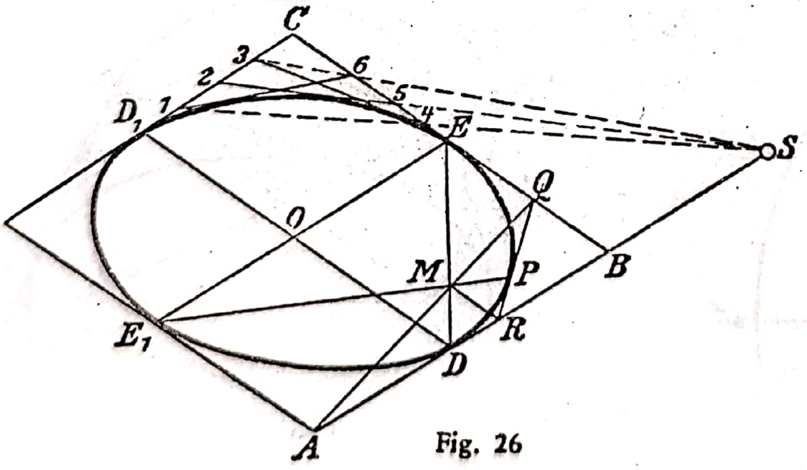


Fig. 26

2. (Fig. 25). Se trasează sfertul de cerc D_1F în jurul lui O cu $D_1O = a_1$ ca rază și se unește F cu extremitatea E a diametrului conjugat b_1. Fie H mijlocul segmentului FE, prelungit peste cele două extremități. Semicercul cu centrul în H și trecând prin O intersectează dreapta FE în G și G_1. OG_1 și OG dau direcțiunile axelor principale. Lungimile axelor principale sunt $GE = FG_1 = a$ și $GF = EG_1 = b$.

Construcția tangentelor la elipsă din două diametre conjugate (DD_1 și EE_1, fig. 26).

Scanned with OKEN Scanner

1. Se construeşte un paralelogram cu laturile AB, BC, astfel încât DD_1 şi EE_1 să-i unească mijlocurile laturilor, se prelungeşte AB cu segmentul $BC = DB$, se împarte D_1C într'un număr arbitrar de părţi egale (aici patru), se trasează $S1$, $S2$, $S3$; punctele de intersecţiune 4, 5, 6 cu CE dau prin dreptele 16, 25, 34 tangente la elipsă.

2. Se ia pe DE un punct arbitrar M, se trasează dreapta AMQ şi $MR \parallel D_1D$ — şi QR e o tangentă la elipsă. Punctul ei de tangenţă P se găseşte pe dreapta E_1M.

Pentru trasarea expeditivă a unei elipse se construesc mai întâi cercurile de curbură în creştete, cari se trasează cu compasul cât se suprapun cu elipsa în limitele exactităţii desenului. Punctele intermediare se pot uni cu florarul (fig. 27).

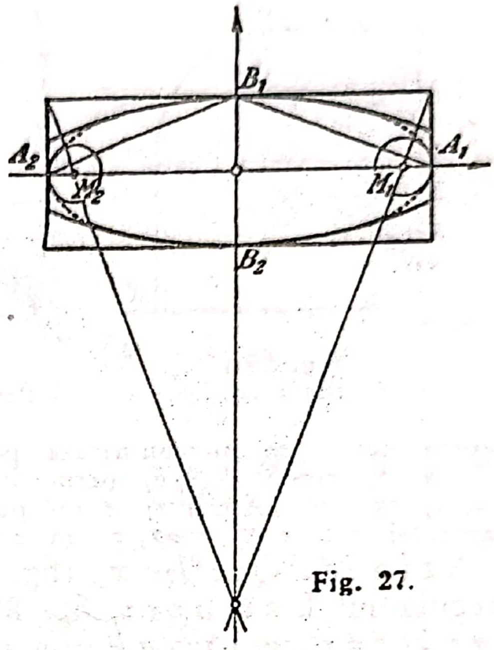


Fig. 27.

4. **Parabola.** Ecuaţia la creştet: $y^2 = 2px$, unde $2p$ e parametrul. *Focarul* F e la distanţa $AF = p/2$ dela creştetul A (fig. 28), $\pm p$ e deci ordonata în focarul F. Dreapta LR, paralelă cu axa y la distanţa $-p/2 = AL$ de ea, se numeşte *directoare* (p. 135).

Avem deci pentru fiecare punct al parabolei $FP = PR = x + p/2$.

Un diametru Px' al parabolei (fig. 28 a) înjumătăţeşte toate coardele ab, paralele cu tangenta Py' în extremitatea lui şi se numeşte *diametrul conjugat* al direcţiunii Py'. Avem deci $am = mb$. Considerând pe Px' şi Py' ca axe de coordonate, ecuaţia parabolei e $y'^2 = 2(p/\sin^2\vartheta)\, x' = 2p'x'$.

$$\left.\begin{aligned} &\text{Ecuaţia tangentei:} && \eta y = p(\xi + x) \\ &\text{Ecuaţia normalei:} && \eta - y = -(\xi - x)\, y/p \end{aligned}\right\} \operatorname{tg}\vartheta = p/y \text{ (v. p. 132).}$$

Mai sus ξ, η sunt coordonatele unui punct curent al tangentei sau normalei. Tangenta PT şi normala PN sunt bisectoarele unghiurilor FPR şi FPx' (fig. 28). Avem egalitatea de unghiuri QPN, RPT, TPF, $FTP = \vartheta$. Mai avem $TA = AQ = x$; $TF = FP = FN = x + p/2$. Tangenta în creştet înjumătăţeşte segmentul tangentei dintre axa principală şi punctul de tangenţă: adică $TS = SP$.

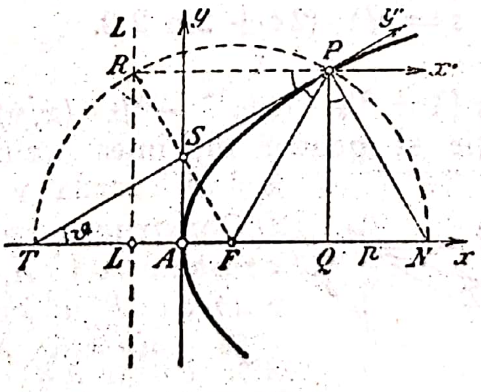


Fig. 28.

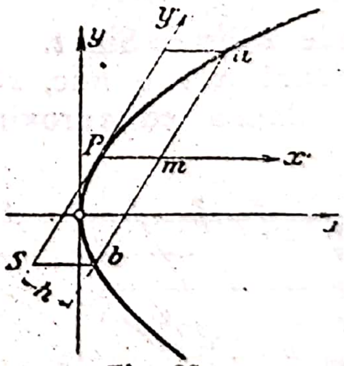


Fig. 28 a.

Subtangenta $TQ = 2x$. *Subnormala* $QN = p$ constantă.

Ecuaţia polară raportată la F ca pol şi FA ca axă polară e

$$r = p/(1 + \cos\varphi) = p/[2\cos^2(\varphi/2)].$$

Raza de curbură: $\rho = (p + 2x)^{3/2}/\sqrt{p} = p/\sin^3\vartheta = N^3/p^2$,

unde N e lungimea normalei.

Raza de curbură ρ se construeşte ca în fig. 24 pentru elipsă şi hiperbolă; cp. textul din pagina precedentă. Raza de curbură în creştet e egală cu p.

Ecuaţia desfăşuratei: $27\,p\,y^2 = 8\,(x - p)^3$. Ea e o parabolă semicubică.

Construcţia parabolei cubice şi semicubice. Se dă creştetul A, axa AX şi un punct P al parabolei căutate (fig. 29 a, b):

Se construeşte dreptunghiul $ABPX$, se împarte AB (prin 1, 2, 3) şi BP (prin a, b, c) în părţi egale (aici patru) şi se trasează semicercul cu diametrul BP. Se alege pe urmă de ex. în fig. 29 a coarda $Bc' = Bc$ şi se ridică c' III perpendicular pe BP (resp. se ridică în fig. 29 b cc' perpendicular pe BP şi se face B III = coarda Bc'); A III intersectează paralela cu AX trecând prin 3 în punctul P_{III} al parabolei. Dacă trasarea semicercului e incomodă

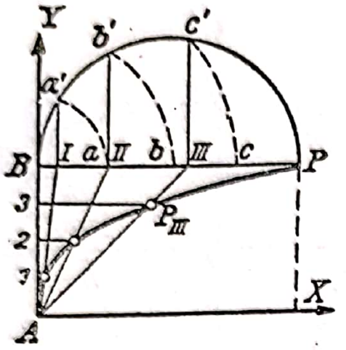


Fig. 29 a.
Parabolă cubică.

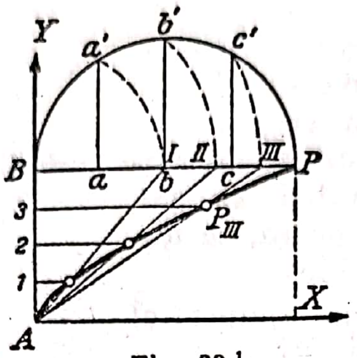


Fig. 29 b.
Parabolă semicubică.

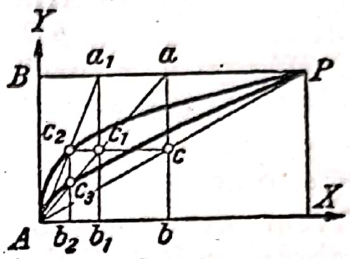


Fig. 29 c.

pentru desen, se întrebuinţează pentru construcţie fig. 29 c. Se alege c arbitrar pe AP, acb, $a_1c_1b_1$, $c_2c_3b_2$ perpendiculari pe AX, cc_1c_2 paralel cu XA, c_1 şi c_3 pe Aa, c_2 pe Aa_1. Astfel c_1 e un punct al parabolei comune $y^2 = ax$, c_2 un punct al parabolei cubice $y^3 = ax$, c_3 un punct al parabolei semicubice $y^3 = ax^2$.

Aria $APQ = {}^2/_3 \cdot xy$ (fig. 28); segmentul de parabolă $aPb = {}^2/_3 h \cdot ab$ (regula lui Lambert, fig. 28 a). Aria unui segment plat limitat arbitrar cu baza $ab = g$ şi înălţimea h e deci aproximativ $F \approx {}^2/_3 \cdot gh$.

Lungimea de arc $AP = s$ (fig. 28):

$$s = \frac{p}{2}\left\{\sqrt{\frac{2x}{p}\left(1 + \frac{2x}{p}\right)} + \ln\left(\sqrt{\frac{2x}{p}} + \sqrt{1 + \frac{2x}{p}}\right)\right\} = PS + \frac{p}{2}\ln\operatorname{ctg}\frac{\vartheta}{2}$$

sau

$$s = \frac{p}{2}\left[\frac{y}{p^2}\sqrt{p^2 + y^2} + \ln\left(y + \sqrt{p^2 + y^2}\right) - \ln p\right]$$

sau

$$s = p/4 \cdot (2\,t + \operatorname{Sin} 2\,t),$$

unde $2\,x/y = \operatorname{Sin}\, t$.

Dacă x/y e mic, $s \approx y\,[1 + {}^2/_3 \cdot (x/y)^2 - {}^2/_5 \cdot (x/y)^4]$. Aceeaşi formulă e valabilă cu aproximaţie şi pentru lungimea unui arc plat oarecare, având coarda y şi dublul săgeţii x.

Construcţia parabolei. 1. Se dă creştetul A, axa AX şi un punct P al parabolei (fig. 29 d).

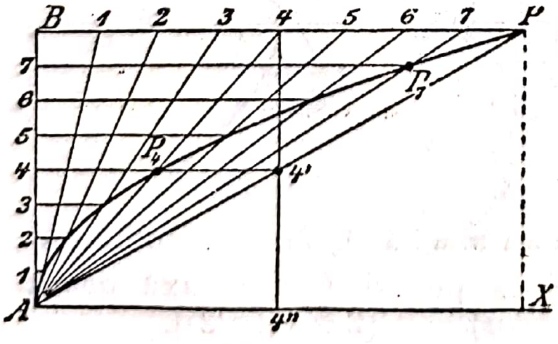


Fig. 29 d.

Se construeşte $AB \perp AX$ în A; $PB \perp AB$; PB şi AB se împart în tot atâtea părţi egale (aici câte opt). Se uneşte de ex. punctul 7 pe PB cu A, se trasează prin 7 pe AB paralelă la XA, şi P_7 e un punct al parabolei. Sau: se trasează printr'un punct arbitrar 4 al dreptei PB paralelă cu AX dreptele $44' \perp BP$ şi $4'P_4 \parallel BP$ şi intersecţiunea lor P_4 cu $4A$ e un punct al parabolei.

2. Se dă creştetul A şi focarul F (fig. 30).

Construcţia tangentei: Dacă vârful unui unghiu drept alunecă astfel pe dreapta AY, încât o latură să treacă mereu prin F, cealaltă latură descrie succesiv tangente la parabolă.

Scanned with OKEN Scanner

Alternativă (fig. 28): Se ridică printr'un punct arbitrar Q al axei x $QP \perp AF$, se face $QN = 2\,AF = p$. Un cerc cu centrul în F şi raza FN determină pe QP punctul P al parabolei şi intersecţiunea T a tangentei PT cu axa x.

3. Se dau două tangente TP şi TQ şi punctele lor de tangenţă P şi Q (fig. 30 a).

Se împart TP şi TQ în n părţi egale (aici şapte) şi 1 1, 2 2, 3 3, 4 4, 5 5 şi 6 6 sunt tangente la parabolă. Construcţia se poate întrebuinţa cu folos la desenarea arcelor plate.

4. Se dă o coardă GH perpendiculară pe axa parabolei şi un punct P al parabolei (fig. 31).

Se ridică HS şi $PQ \perp GH$, se trasează GPR şi QR. Dacă $Q_1P_1 \perp GH$, $Q_1R_1 \parallel QR$, GR_1 intersectează linia Q_1P_1 în punctul P_1 al parabolei. QR e paralel cu tangenta GT în G. Perpendiculara MT în mijlocul M al lui GH e axa principală iar A creştetul, aşa încât $MA = AT$. Prin determinarea tangentelor GT şi HT, metoda se poate reduce şi la construcţia 3.

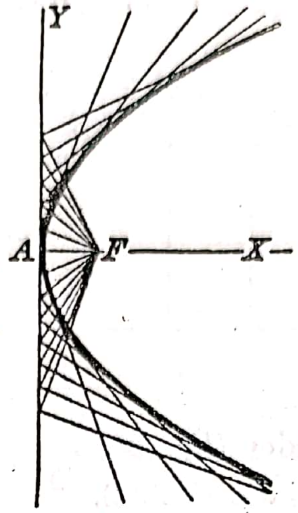


Fig. 30.

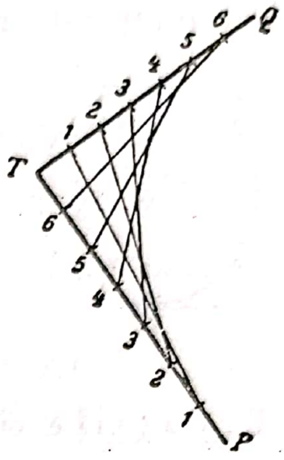


Fig. 30 a.

Dacă se dau H, P şi poziţia axei principale MT, se ridică $HM \perp MT$, se prelungeşte HM cu un segment cât el până în G şi se continuă ca mai sus.

Construcţia tangentei la parabolă:

1. într'un punct P (fig. 28).

Se construeşte $AT = AQ$ sau $TF = FP$ şi TP e tangenta.

Alternativă: O paralelă la axa x prin P taie directoarea LR în R. RF e intersectată de axa y în mijlocul S, aşa încât $RS = SF$. PS e tangenta căutată.

2. dintr'un punct U din exteriorul parabolei (fig. 32).

Se descrie un cerc cu centrul în U şi raza UF, se trasează prin R şi R' paralele cu axa principală, iar P şi P' sunt puncte de tangenţă ale tangentelor UP şi UP'

Parabola $y = a + bx + cx^2$. Axa ei principală e paralelă cu axa y. Tangentele

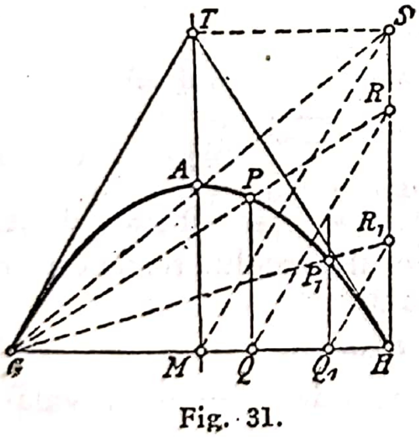


Fig. 31.

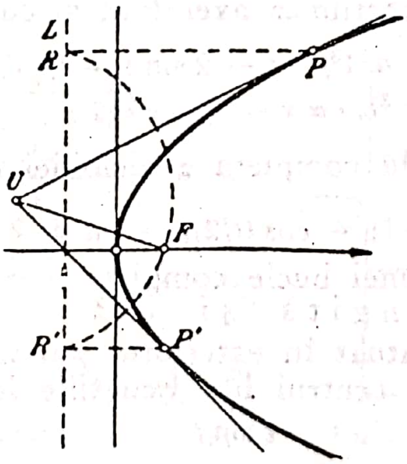


Fig. 32.

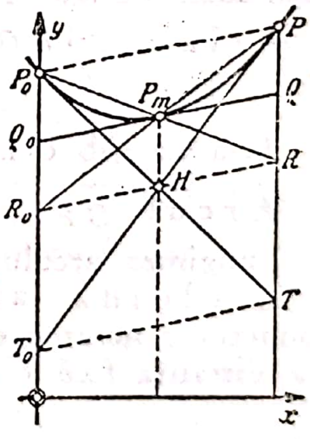


Fig. 33.

în $P_0 = (0, a)$ şi în $P = (x, y)$ se intersectează în $H = (x/2,\ a + b\,x/2)$; tangenta Q_0Q în $P_m = (x/2,\ a + b\,x/2 + c\,x^2/4)$ e paralelă cu coarda P_0P; mai e paralelă cu ele dreapta TT_0. Dacă R e mijlocul lui PT şi R_0 mijlocul lui P_0T_0, RR_0 trece prin H. Q e mijlocul lui PR, Q_0 mijlocul lui P_0R_0 (fig. 33). Dreptele PR_0 şi P_0R se intersectează în P_m.

c) Câteva alte curbe importante în tehnică

1. Cicloide. **Cicloida comună** e descrisă de un punct al circumferenţei unui cerc, când acesta se rostogoleşte fără alunecare pe o dreaptă din planul său.

Scanned with OKEN Scanner

Construcția. Se ia segmentul $OC =$ arcul $OA = \pi a$, se împart ambele în n părți egale (în fig. 34 avem $n = 4$), se construesc intersecțiunile 1, 2, 3 și se ia $1\alpha = a\,\mathrm{I}$, $2\beta = b\,\mathrm{II}$ și $3\gamma = c\,\mathrm{III}$, atunci α, β, γ sunt puncte ale cicloidei. Alternativă: Cercurile cu centrele în punctele de împărțire ale lui OC cu coardele $O\,\mathrm{I}$, $O\,\mathrm{II}$, $O\,\mathrm{III}$ au cicloida drept înfășurătoare.

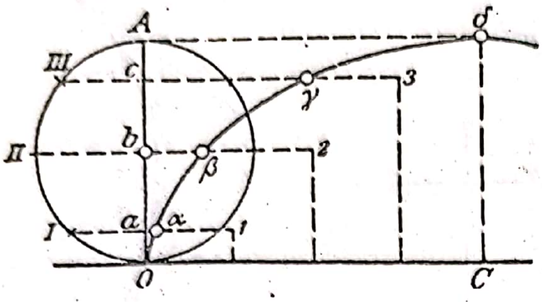


Fig. 34

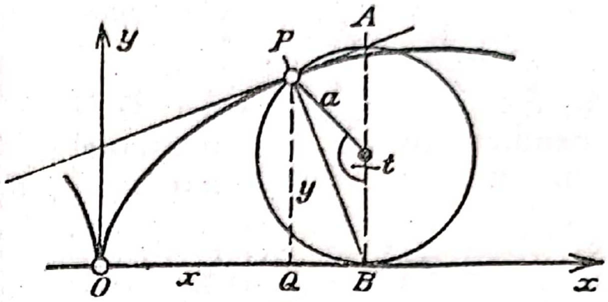


Fig. 35

Ecuațiile cicloidei (fig. 35):

$$x = a\,(t - \sin t), \qquad y = a\,(1 - \cos t),$$

$$x = a \arccos\,(a - y)/a \pm \sqrt{(2a - y)\,y},$$

unde a e raza cercului rostogolitor, t unghiul de rostogolire.

Normala în punctul P trece prin punctul de contact B al cercului generator cu dreapta de bază. PB e normala; PA e tangenta.

$$N = PB = 2\,a \sin\,(t/2) = \sqrt{2\,a\,y}\,.$$

Raza de curbură: $\rho = 4\,a \sin\,(t/2) = 2\sqrt{2\,a\,y}$. ρ are deci dublul lungimii normalei. Pentru creștetul δ avem $\rho = 4\,a$; pentru O avem $\rho = 0$ (vârf).

Desfășurata cicloidei e o curbă congruentă cu cicloida inițială, dar deplasată cu πa în direcțiunea axei $+x$, și cu $2\,a$ în direcțiunea axei $-y$.

Aria $\quad OPQ = a^2\,(^3/_2 \cdot t - 2 \sin t + {}^1/_4 \sin 2\,t)$

$$= {}^3/_2 \cdot \alpha\,x - {}^1/_2 \cdot y\sqrt{(2\,a - y)\,y};$$

Aria de sub o buclă completă a cicloidei e $3\,\pi\,a^2$.

Arcul $\quad OP = 4\,a\,[1 - \cos\,(t/2)] = 4\,a \pm 2\sqrt{2\,a\,(2\,a - y)}\,.$

Lungimea arcului unei bucle complete a cicloidei e $8\,a$.

Cicloida alungită și cea scurtată se obțin dacă punctul generator e situat în exteriorul sau interiorul cercului rostogolitor la distanța fixă c de centrul lui. Ecuațiile lor sunt:

$$x = a\,t - c \sin t, \qquad y = a - c \cos t.$$

Construcția indicată mai sus pentru normala cicloidei comune e valabilă și pentru cicloida alungită și scurtată.

2. Epicicloida și hipocicloida. Un punct al circumferenței unui cerc care se rostogolește fără alunecare pe un cerc fix din planul lui, descrie o epicicloidă dacă contactul cercurilor e exterior (fig. 36 a) și o hipocicloidă dacă contactul e interior (fig. 36 b). Fie a raza cercului fix și b a celui generator.

Construcția: Se împarte semicircumferența AD și unghiul $AO\delta = \pi\,b/a$ în n părți egale (în fig. 36 a și 36 b avem $n = 4$), se trasează razele 1, 2, 3, 4 prin O și arcele I 1, II 2, III 3 cu O drept

Scanned with OKEN Scanner

centru; luând Iα_1 = 1 α, II β_1 = 2 β şi III γ_1 = 3 γ, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sunt puncte ale epicicloidei (fig. 36 a) resp. ale hipocicloidei (fig. 36 b). Alternativă: Cercurile cu centrele în intersecţiunile razelor 1, 2, 3 şi ale cercului fix cu coardele *A* I, *A* II, *A* III au curba drept înfăşurătoare.

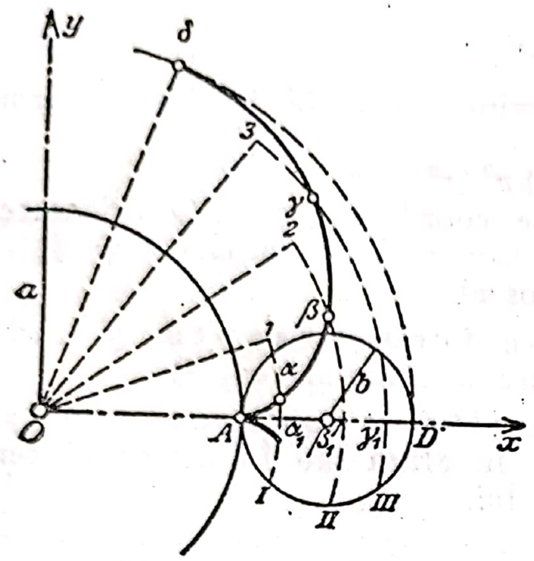


Fig. 36 a.

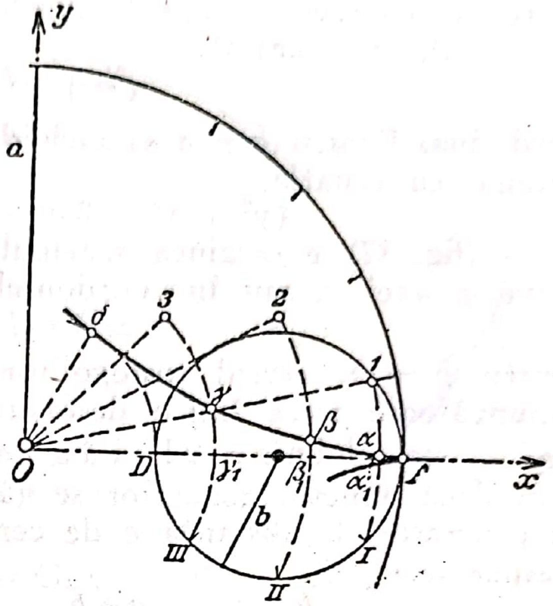


Fig. 36 b.

E c u a ţ i i l e. Cu notaţiile din fig. 37 avem

$$x = (a \pm b)\cos\frac{b}{a}t \mp b\cos\frac{a \pm b}{a}t,$$

$$y = (a \pm b)\sin\frac{b}{a}t - b\sin\frac{a \pm b}{a}t,$$

unde t e unghiul de rostogolire, sau

$$x = (a \pm b)\cos\chi \mp b\cos\frac{a \pm b}{b}\chi,$$

$$y = (a \pm b)\sin\chi - b\sin\frac{a \pm b}{b}\chi,$$

unde χ e unghiul de rotaţiune. O b s e r v a ţ i e: Semnele superioare dau epicicloida, cele inferioare hipocicloida.

N o r m a l a printr'un punct oarecare *P* trece prin punctul de contact *B* dintre cercul generator şi cel fix pentru poziţia respectivă (fig. 37).

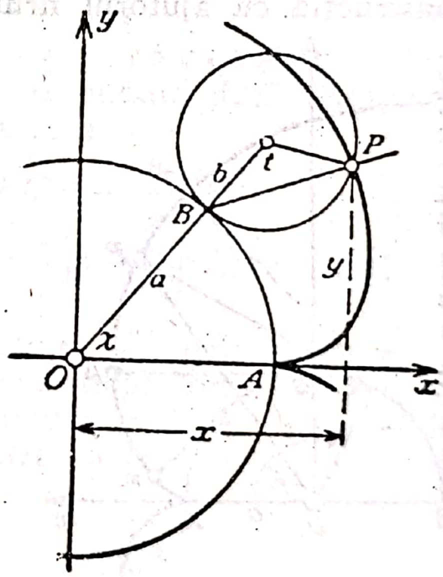


Fig. 37.

R a z a d e c u r b u r ă: $\rho = 4b(a \pm b)\sin(t/2)/(a \pm 2b)$.

Pentru *A* avem $\rho = 0$,

pentru δ avem $\rho = 4b(a \pm b)/(a \pm 2b)$.

D e s f ă ş u r a t a e o epi- resp. hipocicloidă asemenea, micşorată resp. mărită în raportul $a : (a \pm 2b)$ şi rotită cu $\pm \pi\, b/a$.

A r i a sectorului dintre *OA*, curbă şi o rază vectoare *OP* e:

$$S = \tfrac{1}{2}\cdot(b/a)(a \pm b)(a \pm 2b)(t - \sin t).$$

L u n g i m e a d e a r c $s = 4(a \pm b)(1 - \cos t/2)\, b/a$; arcul $A\delta = 4(a \pm b)\, b/a$.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă raportul dintre a şi b e raţional, ecuaţiile curbei devin algebrice (prin eliminarea lui t). Pentru $b = a/2$ hipocicloida devine o dreaptă în direcţiunea $A\,O$. Orice punct exterior circumferenţei cercului generator descrie în acest caz o elipsă (mecanism planetar; compas eliptic).

Astroida. Pentru $b = a/4$ hipocicloidă devine astroidă (curbă stelară, echilaterală), cu ecuaţia:

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}.$$

Cardioida. Pentru $b = a$ epicicloida devine cardioidă (curbă în formă de inimă) cu ecuaţia

$$(y^2 + x^2 - 2\,a\,x)^2 = 4\,a^2\,(x^2 + y^2),$$

dacă A (fig. 37) e originea sistemului de coordonate şi $A\,O$ orientarea pozitivă a axei x, sau în coordontele polare corespunzătoare r şi φ:

$$r = 2\,a\,(1 + \cos\varphi).$$

Pentru $b \to \infty$ cercul rostogolitor trece într'o dreaptă şi curba corespunzătoare trece într'o desfăşurătoare a cercului (cp. 3).

Epi- sau hipocicloida alungită sau scurtată se descriu dacă punctul generator se găseşte în afara sau în interiorul cercului generator, la distanţa c de centrul lui.

Ecuaţiile sunt

$$x = (a \pm b)\cos\frac{b}{a}\,t \mp c\cos\frac{a \pm b}{a}\,t, \qquad y = (a \pm b)\sin\frac{b}{a}\,t - c\sin\frac{a \pm b}{a}\,t.$$

3. Desfăşurătoarea cercului. Orice punct al unei drepte care se rostogoleşte fără alunecare pe un cerc, descrie o desfăşurătoare a cercului (construcţia cu ajutorul firului întins).

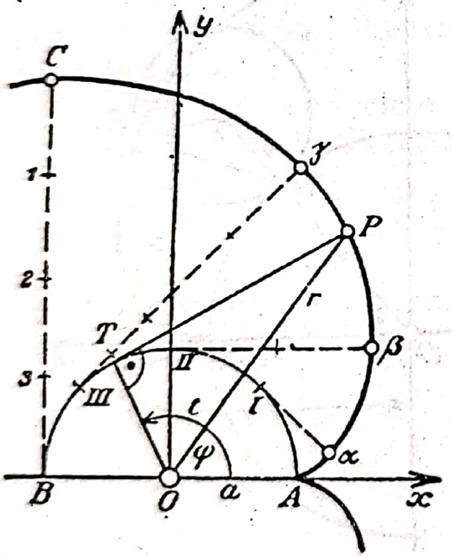


Fig. 28.

Construcţia (fig. 38): Se ia $B\,C$ egal cu arcul $A\,B$ şi se împart ambele în n părţi egale (aici patru): α I e tangenta în I de lungimea $1\,C = B\,C/4$; β II e tangenta în II de lungimea $2\,C = 2\,B\,C/4$ etc.

Ecuaţiile (cu t ca unghiu de rostogolire):

$$x = a\,(\cos t + t\sin t), \quad y = a\,(\sin t - t\cos t).$$

Ecuaţia polară:

$$\varphi = \sqrt{r^2/a^2 - 1} - \operatorname{arc\,tg}\sqrt{r^2/a^2 - 1}.$$

Raza de curbură ρ, într'un punct P e tangenta $P\,T$ dusă din P la cercul de bază, adică egală cu lungimea arcului de cerc $A\,T = a\,t$.

Lungimea de arc:

$$A\,P = s = \rho^2/2\,a = a\,t^2/2 = (r^2 - a^2)/2\,a.$$

Aria sectorului: $A\,P\,O = a^2\,t^3/6 = s\,\rho/3 = A\,T\,P\,A$.

4. Lănţişorul şi tractoarea. Lănţişorul comun e linia de echilibru a unui fir greu şi omogen, perfect flexibil, suspendat în două puncte.

Ecuaţiile:

$$y = \tfrac{1}{2}\cdot h\left(e^{x/h} + e^{-x/h}\right) = h\operatorname{Cos} x/h$$

$$x = h\ln\left(y/h \pm \sqrt{(y/h)^2 - 1}\right) = h\operatorname{Ar\,Cos} y/h.$$

Scanned with OKEN Scanner

Originea coordonatelor se găseşte cu $h = MO$ mai jos decât cel mai de jos punct M al lănţişorului KK' (fig. 39).

Unghiul ϑ al tangentei UP într'un punct arbitrar P cu axa x (orizontală) se determină din

$$\operatorname{tg} \vartheta = (e^{x/h} - e^{-x/h})/2 = \operatorname{Sin} x/h = \sqrt{(y/h)^2 - 1}; \qquad \cos \vartheta = h/y.$$

Pentru ϑ ca variabilă independentă avem

$$x = h \ln \frac{1 + \sin \vartheta}{\cos \vartheta} = h \ln \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\vartheta}{2}\right) = h \operatorname{Ar} \operatorname{Sin} (\operatorname{tg} \vartheta)$$

$$y = h/\cos \vartheta.$$

R a z a d e c u r b u r ă în punctul P e egală (şi de sens contrar) cu normala în punctul P, măsurată din P până la axa x:

$$\rho = y^2/h = h/\cos^2 \vartheta.$$

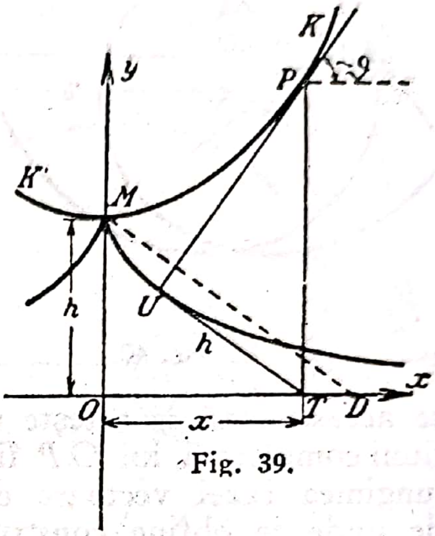


Fig. 39.

A r i a $OMPT$ e:

$$F = h^2 \operatorname{Sin} x/h = h^2 \operatorname{tg} \vartheta = h \sqrt{y^2 - h^2} = hs.$$

L u n g i m e a d e a r c MP e:

$$s = h \operatorname{Sin} x/h = h \operatorname{tg} \vartheta = \sqrt{y^2 - h^2} = PU = OD,$$

dacă TU şi $MD \perp PU$.

$$x = h \ln \left[s/h + \sqrt{1 + (s/h)^2}\right] = h \operatorname{Ar} \operatorname{Sin} s/h.$$

Tablele funcţiunilor hiperbolice Cos x şi Sin x (pp. 47 şi 51) dau valorile coordonatelor resp. ale lungimilor de arc ale lănţişorului pentru $h = 1$.

O d e s f ă ş u r ă t o a r e a lănţişorului e t r a c t o a r e a l u i H u y g e n s sau c u r b a d e t r a c ţ i u n e, şi anume dacă începutul desfăşurării se găseşte în creştetul M; ecuaţia ei e

$$x = h \ln \frac{h + \sqrt{h^2 - y^2}}{y} - \sqrt{h^2 - y^2} = h \operatorname{Ar} \operatorname{Cos} - \frac{h}{y} \sqrt{h^2 - y^2},$$

unde radicalul are acelaşi semn ca x, sau $x = h\,(t - \operatorname{Tg} t)$, $y = h/\operatorname{Cos} t$, unde t e un parametru.

Tractoarea are proprietatea că lungimea tangentei UT dela curbă până la axa x e i n v a r i a b i l ă. Axa x e asimptota celor două ramuri ale curbei. Tractoarea e descrisă de mijlocul U dintre cele două roate de dinapoi ale unui vehicul, dacă mijlocul T dintre roatele lui de dinainte se mişcă pe o dreaptă (fig. 39 a). Desfăşurata tractoarei e lănţişorul KMK'. P e centrul de curbură; $\rho = PU$ (v. m. s.).

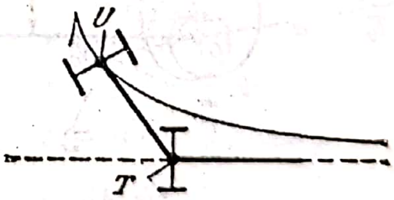


Fig. 39 a.

Lungimea arcului $MU = h \ln (y/h)$. La lungime de arc crescătoare avem $(s - x) \to h\,(1 - \ln 2) = 0{,}3069\, h$.

Dacă $2L$ e lungimea unui lănţişor, $2l$ distanţa orizontală, $2b$ distanţa verticală dintre punctele lui de suspensiune, parametrul h, originea coordonatelor şi deci punctul cel mai de jos al lănţişorului se găseşte cum urmează:

Se calculează $\sqrt{L^2 - b^2} : l = c$ şi se determină φ din ecuaţia transcendentă $\operatorname{Sin} \varphi = c\,\varphi$ (soluţie grafică sau un alt procedeu al matematicilor aplicate, pp. 76 şi 197). In aceste condiţiuni $h = l : \varphi$. Dacă se mai

Scanned with OKEN Scanner

calculează ψ din $\mathrm{Tg}\,\psi = b : L$ (tabla 8, p. 47), originea coordonatelor se găseşte la adâncimea $y_0 = L\,\mathrm{Ctg}\,\varphi$ sub mijlocul coardei care uneşte punctele de suspensiune ale lănţişorului, şi la o distanţă orizontală $x_0 = \psi\, b$ dela acel mijloc, şi anume spre punctul de suspensiune situat mai jos.

Dacă punctele de suspensiune ale lănţişorului sunt la acelaşi nivel, avem $b = 0$, $c = L/l$, $\psi = 0$, $x_0 = 0$. Unghiul de suspensiune α se obţine din $\cos\alpha = b/y_0 = (l\,\mathrm{Tg}\,\varphi)/L\,\varphi$.

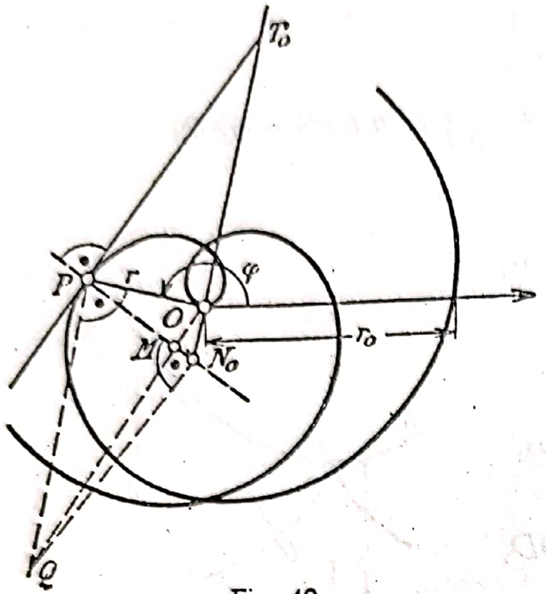


Fig. 40

5. **Spirala lui Arhimede.** 1. Spirala lui Arhimede e locul geometric al unui punct P a cărui rază vectoare $OP = r$ variază proporţional cu unghiul de rotire φ dintre ea şi o rază vectoare origine. E c u a ţ i a e i î n c o o r d o n a t e p o l a r e e deci (fig. 40):

$$r = a\varphi.$$

Spirala lui Arhimede se compune din două părţi simetrice.

2. Spirala lui Arhimede se descrie şi dacă un punct P se mişcă pe o rază OP cu vitesă constantă, în timp ce această rază se roteşte uniform în jurul polului fix O. Dacă unei rotaţiuni complete a lui OP îi corespunde traiectul r_0 al punctului P pe OP, lungimea razei vectoare după a n-a parte dintr'o rotaţiune e $r = r_0/n$, de unde se obţine construcţia spiralei. Avem $r_0 = 2\pi a$.

S u b s t a n g e n t a p o l a r ă $OT_0 = r^2/a$; s u b n o r m a l a p o l a r ă $ON_0 = a =$ const. De mai sus urmează construcţia tangentei la spirală.

R a z a d e c u r b u r ă

$$\rho = \frac{(a^2 + r^2)^{3/2}}{2\,a^2 + r^2}.$$

Construcţia: Fie Q intersecţiunea normalelor ridicate pe PN_0 în N_0 (fig. 40) şi pe OP în P; trasând dreapta OQ, ea intersectează normala PN_0 în centrul de curbură M.

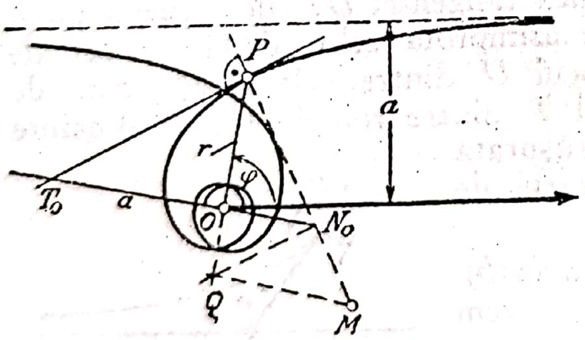


Fig. 41

L u n g i m e a d e a r c:

$$s = {}^1/_2 \cdot a\left[\varphi\sqrt{1+\varphi^2} + \mathrm{Ar\,Sin}\,\varphi\right],$$

sau aproximată (pentru multe spire):

$$s \approx a\varphi^2/2.$$

6. **Spirala hiperbolică.** E c u a ţ i a e i e $r\varphi = a$. Pentru $\varphi \to \infty$ avem $r \to 0$; polul O e un punct a s i m p t o t i c, în jurul căruia spirala descrie infinit de multe spire, fără a-l atinge. Pentru $\varphi \to 0$ avem $r \to \infty$, adică paralela cu axa polară la distanţa a de ea e o a s i m p t o t ă a s p i r a l e i (fig. 41).

Spirala hiperbolică se compune din două părţi simetrice.

S u b t a n g e n t a p o l a r ă $OT = -a =$ const.

S u b n o r m a l a p o l a r ă $ON = -r^2/a$. De mai sus urmează construcţia tangentei la spirală.

Scanned with OKEN Scanner

R a z a d e c u r b u r ă : $\rho = r\,(r^2/a^2 + 1)^{3/2}$.

Construcţia : Se ridică pe PN_0 în N_0 perpendiculara până la intersecţiunea cu PO în Q, ca şi perpendiculara pe PQ în Q, a cărei intersecţiune M cu PN_0 e centrul de curbură.

7. Spirala logaritmică. E c u a ţ i a : $r = a\,e^{m\varphi}$ $(m > 0)$. Pentru $\varphi = 0$ avem $r = OA = a$ (fig. 42). Cum mai avem $r \to 0$ pentru $\varphi \to -\infty$, polul O e punct a s i m p t o t i c, de care spirala se apropie tot mai mult pentru φ crescător negativ, fără a-l atinge.

T a n g e n t a PT într'un punct arbitrar P formează cu raza vectoare OP unghiul c o n s t a n t $\psi = \operatorname{arc\,ctg} m$.

S u b n o r m a l a p o l a r ă $ON_0 = r \operatorname{ctg} \psi = rm$.

N o r m a l a p o l a r ă $PN_0 = r\sqrt{1 + m^2} = r/\sin \psi$; normala polară e egală cu r a z a d e c u r b u r ă ρ în P.

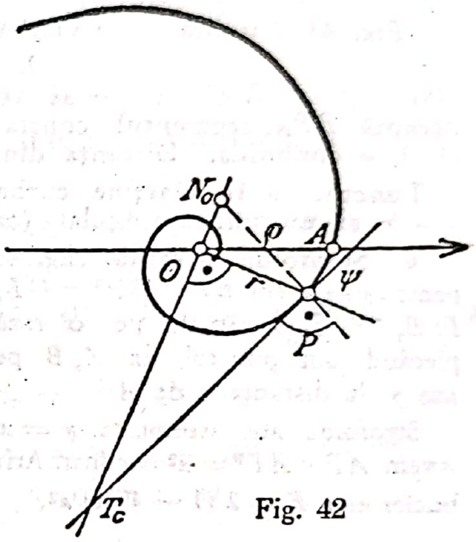


Fig. 42

Desfăşurata spiralei e o curbă congruentă cu ea, rotită faţă de ea cu unghiul $\pi/2 - (\ln m)/m$.

A r i a s e c t o r u l u i descris de raza vectoare OP începând cu P, când e rotită îndărăt, tinde la apropierea de pol spre valoarea constantă

$$S = r^2/4\,m,$$

adică spre jumătate din aria triunghiului OPT_0.

L u n g i m e a d e a r c începând din P tinde, la apropierea celeilalte extremităţi a lui de pol, spre valoarea constantă

$$s = r/\cos\psi = \sqrt{1 + m^{-2}} \cdot r$$

anume spre lungimea tangentei polare PT_0.

Dacă spirala logaritmică se rostogoleşte fără alunecare pe o dreaptă, punctul ei asimptotic descrie o a doua dreaptă, care e inclinată faţă de prima cu unghiul $\pi/2 - \psi$.

8. Ecuaţiile câtorva alte curbe[1]**.**

Numele curbei	Coordonate rectangulare	Coordonate polare
1. Cisoida	$y^2(a - x) = x^3$	$r = a\sin^2\varphi/\cos\varphi$
2. Lemniscata	$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$	$r = a\sqrt{\cos 2\varphi}$
3. Conhoida	$(x^2 + y^2)(x - b)^2 = a^2x^2$	$r = b/\cos\varphi \pm a$
4. Strofoida	$(a + x)y^2 = (a - x)x^2$	$r = a\cos 2\varphi/\cos\varphi$
5. Bifoliul lui Descartes	$x^3 + y^3 = 3axy$	$r = \dfrac{3a\sin\varphi\cos\varphi}{\sin^3\varphi + \cos^3\varphi}$
6. Cuadrifoliul	$(x^2 + y^2)^3 = 4a^2x^2y^2$	$r = a\sin 2\varphi$

1. Cisoida (curba în frunză de iederă, fig. 43). Se dă un cerc de diametru a; în extremitatea A a unui diametru fix OA care e axa x, tangenta AB. Din cealaltă extremitate O a lui, origine a sistemului de coordonate, se trasează secante oarecari OB până la intersecţiunea cu AB. Dacă se ia $BD = OC$ sau $OD = BC$, punctele D determină cisoida.

[1]) G i n o L o r i a, Spezielle algebraische und transzendente ebene Kurven, trad. germană de Fr. Schütte, Leipzig 1902, Teubner.

Scanned with OKEN Scanner

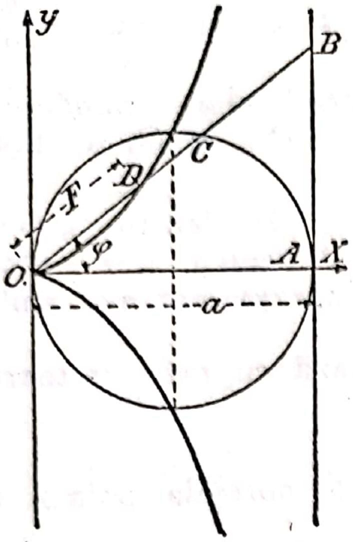


Fig. 43. Cisoidă.

2. Lemniscata (curba în nod de fundă, fig. 44) e locul geometric al tuturor punctelor P, pentru cari produsul distanțelor lor r_1 și r_2 dela două puncte fixe F_1 și F_2 are valoarea constantă e^2, dacă $F_1F_2 = 2e = a\sqrt{2}$. Avem $OA = OA_1 = a$.

Ramurile curbei se intersectează ortogonal în O. Aria totală a lemniscatei e $F = a^2$. Dacă se coboară din centrul unei hiperbole echilaterale perpendicularele pe tangentele ei, locul geometric al picioarelor perpendicularelor e o lemniscată.

Curba lui Cassini. Dacă avem ca mai sus $F_1F_2 = 2e$, dar $r_1 r_2 = c^2$, se descrie ca generalizare a lemniscatei curba lui Cassini (numită uneori lemniscată g e n e r a l ă). Pentru $c \neq e$ curba nu e însă lemniscată, ci e formată fie din două curbe ovale înconjurând pe F_1 resp. F_2 dacă $e^2 > c^2$, sau dintr'o singură curbă închisă înconjurând pe F_1 și F_2 dacă $e^2 < c^2$. Ecuația e

$$(x^2 + y^2)^2 - a^2(x^2 - y^2) + e^4 - c^4 = 0$$

sau

$$r^2 = e^2 \cos 2\varphi \pm \sqrt{c^4 - e^4 \sin^2 2\varphi}.$$

Pentru $c^2 < a^2$ curba are două tangente duble reale.

3. Conhoida (curba în scoică, fig. 45). Pe razele din O se trece, de-o parte și alta a intersecțiunilor lor C cu o dreaptă BB_1, segmentul constant a: $CD = CD_1 = a$. Locul geometric al punctelor D, D_1 e conhoida. Distanța dintre dreapta BB_1 și O e b.

Punctul O îi aparține curbei și e un punct dublu pentru $a > b$, un vârf pentru $a = b$ și un punct singular (ca în fig. 45) pentru $a < b$.

4. Strofoida dreaptă (fig. 46). Ea e locul geometric al tuturor punctelor P, P^*, pentru cari avem $BP = BP^* = OB$, P, B, P^* fiind situate pe o rază plecând din punctul fix A, B pe axa y, la distanța a de A.

Strofoida are asimptota $x = a$. Avem $AP \cdot AP^* = a^2 = \text{const.}$ Aria buclei ei e $F = 2(1 - \pi/4)\, a^2$.

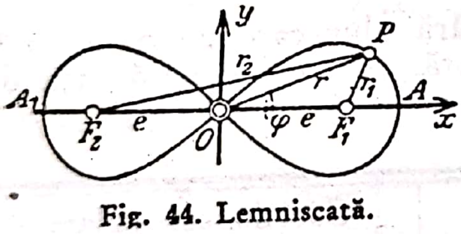


Fig. 44. Lemniscată.

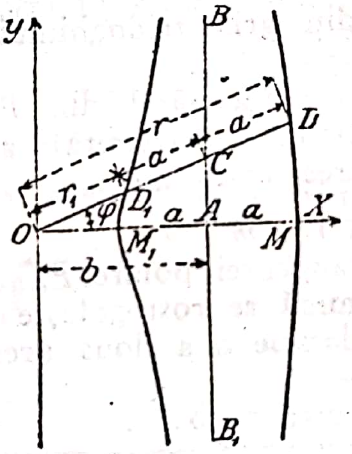


Fig. 45. Conhoidă.

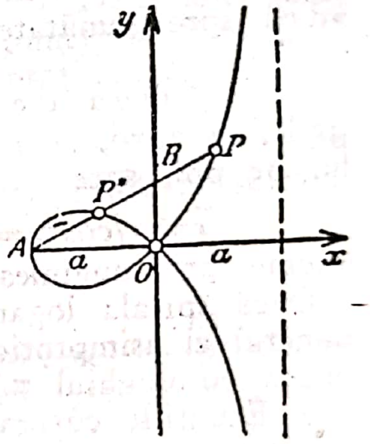


Fig. 46. Strofoidă.

C. Punctul, dreapta și planul în spațiu

Mai jos x, y, z sunt coordonate cartesiene rectangulare în spațiu. Fiecărei drepte i se asociază o anumită orientare (dreapta orientată); de asemenea fiecărui plan o față privilegiată ca pozitivă, în care se adoptă sensul matematic pozitiv de rotațiune (adică cel contrar mersului acelor de ceasornic).

Prin unghiul $(g\,h)$ a două drepte orientate g și h într'un plan pozitiv se înțelege unghiul care trece pe g în h, pe drumul cel mai scurt în sensul pozitiv de rotațiune. Un plan orientat și o dreaptă orientată care-l intersectează determină o ș u r u b a r e d r e a p t ă, dacă orientarea pozitivă a dreptei pleacă de pe fața pozitivă a planului.

Scanned with OKEN Scanner

Un sistem de coordonate se numeşte **d r e p t**, dacă fiecare din cele trei axe determină împreună cu planul de coordonate intersectat de ea o şurubare dreaptă. Pentru conceptele şi notaţiile calculului vectorial, v. p. 164.

1. Fie P_1 (x_1, y_1, z_1) şi P_2 (x_2, y_2, z_2) două puncte oarecari, l distanţa dintre ele, α, β, γ cele trei unghiuri formate de vectorul $\overline{P_1 P_2} = \overline{V}$ cu cele trei orientări ale axelor de coordonate; avem

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$\cos \alpha = (x_2 - x_1)/l \qquad \cos \beta = (y_2 - y_1)/l \qquad \cos \gamma = (z_2 - z_1)/l$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

Diferenţele coordonatelor $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$, $z_2 - z_1$ sunt cele trei componente ale vectorului $\overline{V}$, $V = |\overline{V}|$ lungimea (valoarea absolută sau modulul) lui, $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ cosinusurile lui directoare sau componentele vectorului unitate corespunzător $\overline{V}^0$.

2. Dacă se împarte vectorul $\overline{P_1 P_2}$ în raportul $m : n$ (> 0 la împărţire interioară şi < 0 la împărţire exterioară) şi dacă se notează cu x, y, z coordonatele punctului de împărţire, avem

$$x = (m\, x_2 + n\, x_1)/(m + n) \qquad y = (m\, y_2 + n\, y_1)/(m + n)$$

$$z = (m\, z_2 + n\, z_1)/(m + n).$$

3. **U n g h i u l** φ, format de orientările date de unghiurile α_1, β_1, γ_1 şi α_2, β_2, γ_2 e determinat de

$$\cos \varphi = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 .$$

Dacă orientările sunt perpendiculare una pe alta ($\varphi = 90^0$), avem

$$\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 = 0.$$

Dacă $\overline{V}_1{}^0$ şi $\overline{V}_2{}^0$ sunt vectorii unitate sau versorii orientărilor date, produsul lor scalar e $\cos\varphi = \overline{V}_1{}^0\, \overline{V}_2{}^0$. Condiţiunea de ortogonalitate e $\overline{V}_1{}^0\, \overline{V}_2{}^0 = 0$.

4. Dacă λ, μ, ν sunt unghiurile directoare ale **n o r m a l e i** celor trei orientări (neparalele) indicate sub 3, adică a unui plan al unghiului φ, avem

$$\cos \lambda = (\cos \beta_1 \cos \gamma_2 - \cos \beta_2 \cos \gamma_1)/\sin \varphi$$

$$\cos \mu = (\cos \gamma_1 \cos \alpha_2 - \cos \gamma_2 \cos \alpha_1)/\sin \varphi$$

$$\cos \nu = (\cos \alpha_1 \cos \beta_2 - \cos \alpha_2 \cos \beta_1)/\sin \varphi .$$

Numărătorii acestor trei expresiuni sunt componentele produsului vectorial $\overline{V}_1{}^0 \times \overline{V}_2{}^0$. Dacă $0 < \varphi < \pi$ adică $\sin \varphi > 0$, orientarea normalei e astfel, încât $\overline{V}_1{}^0$, $\overline{V}_2{}^0$ şi normala orientată formează în această ordine un sistem drept.

Dacă se duce o dreaptă orientată cu orientarea $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ prin punctul P_1 şi o a doua cu orientarea $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ prin punctul P_2, cea **m a i s c u r t ă d i s t a n ţ ă** dintre cele două drepte e egală cu valoarea absolută a lui

$$p = (x_2 - x_1) \cos \lambda + (y_2 - y_1) \cos \mu + (z_2 - z_1) \cos \nu .$$

Fiindcă $p = (\overline{V}\, \overline{V}_1{}^0\, \overline{V}_2{}^0)/\sin\varphi$, unde numărătorul arată produsul scalar întreit, avem $p > 0$ dacă $\overline{V}$, $\overline{V}_1{}^0$, $\overline{V}_2{}^0$, formează în această ordine un sistem drept.

5. O dreaptă în spaţiu e determinată de două ecuaţii de gradul întâiu:

$$y = m_1\, x + b_1 \qquad z = m_2\, x + b_2 .$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă o dreaptă trece printr'un punct P_1 și formează cu axele unghiurile α, β, γ, cele două ecuații ale ei sunt

$$(x - x_1)/\cos\alpha = (y - y_1)/\cos\beta = (z - z_1)/\cos\gamma.$$

In ecuațiile de mai sus avem deci

$$m_1 = \cos\beta/\cos\alpha \qquad m_2 = \cos\gamma/\cos\alpha.$$

Valoarea comună a celor trei rapoarte e lungimea s a vectorului $\overline{P_1 P}$. Dacă O e originea coordonatelor, $\overline{OP} = \bar{r}$, $\overline{OP_1} = \bar{r}_1$ și $\overline{V^0}$ vectorul unitate cu componentele $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ a cărui orientare o determină pe aceea a dreptei orientate, cele două ecuații ale acesteia se pot înlocui prin e c u a ț i a v e c t o r i a l ă

$$\bar{r} = \bar{r}_1 + \overline{V^0}\, s$$

cu parametrul s.

Ecuațiile dreptei care trece prin punctele (x_1, y_1, z_1) și (x_2, y_2, z_2) sunt $(x - x_1)/(x_2 - x_1) = (y - y_1)/(y_2 - y_1) = (z - z_1)/(z_2 - z_1)$. Dacă t e valoarea comună a celor trei rapoarte, $\overline{P_1 P_2} = \overline{V}$, cele două ecuații se pot înlocui cu ecuația vectorială a dreptei

$$\bar{r} = \bar{r}_1 + \overline{V}\, t$$

cu parametrul t. Avem $s = |\overline{V}| \cdot t$.

6. Condițiunea ca două drepte să fie concurente e ca determinantul celor patru ecuații ale lor puse sub forma $\alpha x + \beta y + \gamma z + \delta = 0$ (unde β sau $\gamma = 0$) să fie identic nul.

7. **Ecuațiile planului.** Un plan e determinat prin ecuația de gradul întâiu:

$$A x + B y + C z + D = 0,$$

și toate punctele, ale căror coordonate satisfac o ecuație de gradul întâiu, sunt situate într'un plan.

$By + Cz + D = 0$: ecuația unui plan paralel cu axa x
$Ax + Cz + D = 0$: ecuația unui plan paralel cu axa y
$Ax + By + D = 0$: ecuația unui plan paralel cu axa z
$Ax + By + Cz = 0$: ecuația unui plan care trece prin originea coordonatelor.

Dacă $\bar{r}$ e raza vectoare, $\overline{A}$ vectorul de componente A, B, C, ecuația generală de mai sus a planului are forma vectorială

$$\overline{A}\,\bar{r} + D = 0.$$

Vectorul $\overline{A}$ e perpendicular pe plan, și anume astfel, încât orientarea lui pozitivă pleacă din spre fața pozitivă a planului, așa încât să formeze cu planul o șurubare dreaptă. Dacă P_1 e un punct din plan, $\bar{r}_1 = \overline{OP_1}$, avem $D = -\overline{A}\,\bar{r}_1$. Ecuația planului care trece prin punctul P_1 și e perpendicular pe vectorul $\overline{A}$ e deci

$$\overline{A}\,(\bar{r} - \bar{r}_1) = 0 \quad \text{sau} \quad A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0.$$

Dacă un plan care nu trece prin originea coordonatelor taie axele în punctele cu abscisele a, b, c, ecuația lui e $x/a + y/b + z/c = 1$.

$x = a$: ecuația unui plan paralel cu planul yz
$y = b$: ecuația unui plan paralel cu planul zx
$z = c$: ecuația unui plan paralel cu planul xy.

Dacă un vector $\bar{l}$ cu originea în originea coordonatelor și lungimea l formează cu axele unghiurile α, β, γ, ecuația planului perpendicular pe $\bar{l}$ în extremitatea lui l e:

$$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - l = 0 \quad \text{sau} \quad \overline{l^0}\,\bar{r} - l = 0$$

(f o r m a n o r m a l ă a l u i H e s s e).

Planul e orientat astfel, încât să formeze cu vectorul $\overline{l}$ o şurubare dreaptă.

Spre a pune ecuaţia generală a planului $Ax+By+Cz+D=0$ sub forma normală, se împarte membrul stâng prin valoarea lui $\pm\sqrt{A^2+B^2+C^2}=\pm|\overline{A}|$, aşa încât termenul constant al membrului stâng astfel obţinut să fie negativ (normalizarea ecuaţiei), şi se scrie

$$\cos\alpha = A:\pm|\overline{A}|,\ \cos\beta = B:\pm|\overline{A}|,\ \cos\gamma = C:\pm|\overline{A}|,\ l = -D:\pm|\overline{A}| > 0.$$

In aceste condiţiuni $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ sunt componentele versorului $\overline{l}^0$ al planului.

8. Distanţa unui punct P_1 (x_1, y_1, z_1) dela un plan cu ecuaţia sub forma normală (v. m. s.) e valoarea absolută a lui

$$p = x_1\cos\alpha + y_1\cos\beta + z_1\cos\gamma - l \text{ sau } p = \overline{l^0}\,\overline{r_1} - l;$$

p e negativ dacă punctul P_1 şi originea coordonatelor se găsesc de aceeaşi parte a planului, şi pozitiv dacă se găsesc în părţi diferite.

9. Dacă $Ax+By+Cz+D=0$ e ecuaţia unui plan, perpendiculara ridicată pe el într'un punct P_1 (x_1, y_1, z_1) e determinată de cuplul de ecuaţii

$$(x-x_1)/A = (y-y_1)/B = (z-z_1)/C$$

sau de ecuaţia vectorială cu parametrul t:

$$\overline{r} = \overline{r}_1 + \overline{A}\,t;$$

această perpendiculară e omoparalelă cu versorul $\overline{A^0}$ al planului.

10. Dacă două orientări $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ şi $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ concură în punctul P_1, ecuaţia planului determinat de cele două orientări şi de punct e:

$$(x-x_1)(\cos\beta_1\cos\gamma_2 - \cos\beta_2\cos\gamma_1) + (y-y_1)(\cos\gamma_1\cos\alpha_2 - \cos\gamma_2\cos\alpha_1) + (z-z_1)(\cos\alpha_1\cos\beta_2 - \cos\alpha_2\cos\beta_1) = 0$$

sau $$(\overline{r}-\overline{r_1})(\overline{V_1}^0\times\overline{V_2}^0) = 0,$$

unde $\overline{V_1}^0$, $\overline{V_2}^0$ sunt versorii celor două orientări.

11. Dacă $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ sau $\overline{A}_1\overline{r}+D_1=0$

şi $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ sau $\overline{A}_2\overline{r}+D_2=0$

sunt ecuaţiile a două plane şi k e parametru arbitrar,

$$(A_1x+B_1y+C_1z+D_1)+k(A_2x+B_2y+C_2z+D_2)=0$$

sau $$(\overline{A}_1+k\overline{A}_2)\,\overline{r}+D_1+kD_2=0$$

e ecuaţia tuturor planelor (fasciculului de plane) cari trec prin dreapta de intersecţiune a celor două plane.

12. Unghiul φ dintre două plane (cu ecuaţiile amintite sub 11) urmează din

$$\cos\varphi = \frac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{(A_1^2+B_1^2+C_1^2)(A_2^2+B_2^2+C_2^2)}}$$

sau $$\cos\varphi = \frac{\overline{A}_1\,\overline{A}_2}{|\overline{A}_1|\cdot|\overline{A}_2|} = \overline{A}_1{}^0\,\overline{A}_2{}^0.$$

φ e şi unghiul dintre vectorii $\overline{A}_1$ şi $\overline{A}_2$ $(0\leqq\varphi\leqq\pi)$.

Planele sunt paralele $(\varphi=0)$, dacă $A_1/A_2 = B_1/B_2 = C_1/C_2$.

Scanned with OKEN Scanner

Ecuațiile a două plane paralele se pot scrie cum urmează:

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 \quad \text{sau} \quad \overline{A_1}\,\overline{r} + D_1 = 0$$

și

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_2 = 0 \quad \text{sau} \quad \overline{A_1}\,\overline{r} + D_2 = 0.$$

Planele sunt perpendiculare unul pe altul ($\varphi = 90^0$), dacă,

$$A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0 \quad \text{sau} \quad \overline{A_1}\,\overline{A_2} = 0.$$

13. Unghiurile a două plane (de ecuațiile prime de sub 11) sunt înjumătățite de planele

$$\frac{A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}} \pm \frac{A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} = 0$$

sau

$$\frac{\overline{A_1}\,\overline{r} + D_1}{|\overline{A_1}|} \pm \frac{\overline{A_2}\,\overline{r} + D_2}{|\overline{A_2}|} = 0.$$

Dacă

$$x \cos \alpha_1 + y \cos \beta_1 + z \cos \gamma_1 - l_1 = 0 \quad \text{sau} \quad \overline{l_1^0}\,\overline{r} - l_1 = 0$$

și

$$x \cos \alpha_2 + y \cos \beta_2 + z \cos \gamma_2 - l_2 = 0 \quad \text{sau} \quad \overline{l_2^0}\,\overline{r} - l_2 = 0$$

sunt ecuațiile celor două plane date sub forma normală a lui Hesse, ecuațiile celor două plane bisectoare sunt

$$x(\cos \alpha_1 \pm \cos \alpha_2) + y(\cos \beta_1 \pm \cos \beta_2) + z(\cos \gamma_1 \pm \cos \gamma_2) - (l_1 \pm l_2) = 0$$

sau

$$(\overline{l_1^0} \pm \overline{l_2^0})\,\overline{r} - (l_1 \pm l_2) = 0.$$

14. Cele patru puncte P, P_1, P_2, P_3 sunt complanare când

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{sau} \quad (\overline{r_1} - \overline{r})\,(\overline{r_2} - \overline{r})\,(\overline{r_3} - \overline{r}) = 0.$$

Acestea sunt totodată ecuațiile planului determinat de cele trei puncte (necoliniare) P_1, P_2, P_3.

15. Patru puncte necomplanare P, P_1, P_2, P_3 determină un t e t r a e d r u de volum cât valoarea absolută a expresiunii

$$T = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \quad \text{sau} \quad T = \frac{1}{6}(\overline{r_1} - \overline{r})\,(\overline{r_2} - \overline{r})\,(\overline{r_3} - \overline{r}).$$

T e pozitiv sau negativ, după cum sistemul format de cei trei vectori $\overline{PP_1} = \overline{r_1}$, $\overline{PP_2} = \overline{r_2}$, $\overline{PP_3} = \overline{r_3}$ e drept sau stâng.

Dacă se dau lungimile celor șase muchii $PP_1 = a$, $PP_2 = b$, $PP_3 = c$, $P_2 P_3 = p$, $P_3 P_1 = q$, $P_1 P_2 = r$, volumul tetraedrului se calculează din formula

$$T^2 = \frac{1}{288} \begin{vmatrix} 0 & r^2 & q^2 & a^2 & 1 \\ r^2 & 0 & p^2 & b^2 & 1 \\ q^2 & p^2 & 0 & c^2 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

16. Patru plane $A_\lambda x + B_\lambda y + C_\lambda z + D_\lambda = 0$ sau $\overline{A_\lambda}\,\overline{r} + D_\lambda = 0$ ($\lambda = 1, 2, 3, 4$) concură într'un punct dacă

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 \end{vmatrix} = 0.$$

Scanned with OKEN Scanner

17. Transformarea coordonatelor rectangulare. Fie x, y, z coordonatele unui punct P în raport cu vechiul şi x', y', z' coordonatele lui în raport cu noul sistem de coordonate.

Deplasarea paralelă a axelor. Dacă x_0, y_0, z_0, sunt coordonatele noii origini, avem

$$x' = x - x_0,\ y' = y - y_0,\ z' = z - z_0.$$

Rotirea axelor în jurul originii. Dacă cosinusurile unghiurilor noilor axe x', y', z' cu

vechea axă x sunt: a', b', c',
vechea axă y sunt: a'', b'', c'',
vechea axă z sunt: a''', b''', c'''; avem

$$\begin{aligned} x &= a'x' + b'y' + c'z' \\ y &= a''x' + b''y' + c''z' \\ z &= a'''x' + b'''y' + c'''z' \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x' &= a'x + a''y + a'''z \\ y' &= b'x + b''y + b'''z \\ z' &= c'x + c''y + c'''z. \end{aligned}$$

Sunt satisfăcute următoarele relaţiuni:

1. $a'^2 + a''^2 + a'''^2 = 1$, $b'^2 + b''^2 + b'''^2 = 1$, $c'^2 + c''^2 + c'''^2 = 1$

2. $a'b' + a''b'' + a'''b''' = 0$, $b'c' + b''c'' + b'''c''' = 0$, $c'a' + c''a'' + c'''a''' = 0$

3. $a'^2 + b'^2 + c'^2 = 1$, $a''^2 + b''^2 + c''^2 = 1$, $a'''^2 + b'''^2 + c'''^2 = 1$

4. $a'a'' + b'b'' + c'c'' = 0$, $a''a''' + b''b''' + c''c''' = 0$, $a'''a' + b'''b' + c'''c' = 0$

5. $a' = b''c''' - c''b'''$, $b' = c''a''' - a''c'''$, $c' = a''b''' - b''a'''$

6. $a'' = c'b''' - b'c'''$, $b'' = a'c''' - c'a'''$, $c'' = b'a''' - a'b'''$

7. $a''' = b'c'' - c'b''$, $b''' = c'a'' - a'c''$, $c''' = a'b'' - b'a''$

8. $$\begin{vmatrix} a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \\ a''' & b''' & c''' \end{vmatrix} = +1.$$

La deplasare şi rotire *simultană* trebue combinate potrivit formulele pentru deplasarea paralelă cu cele pentru rotire.

Rotaţiunile unui sistem de coordonte rectangulare se pot reprezenta mai scurt cum urmează, cu ajutorul vectorilor. Fie $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ versorii axelor pozitive x, y, z şi $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ ai axelor pozitive x', y', z'. Avem

$$x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k} = x'\bar{a} + y'\bar{b} + z'\bar{c}$$

$$\bar{a} = a'\bar{i} + a''\bar{j} + a'''\bar{k},\quad \bar{b} = b'\bar{i} + b''\bar{j} + b'''\bar{k},\quad \bar{c} = c'\bar{i} + c''\bar{j} + c'''\bar{k}$$

$$\bar{i} = a'\bar{a} + b'\bar{b} + c'\bar{c},\quad \bar{j} = a''\bar{a} + b''\bar{b} + c''\bar{c},\quad \bar{k} = a'''\bar{a} + b'''\bar{b} + c'''\bar{c}$$

$$\bar{i}^2 = \bar{j}^2 = \bar{k}^2 = 1,\quad \bar{i}\bar{j} = \bar{j}\bar{k} = \bar{k}\bar{i} = 0,\quad \bar{i} = \bar{j}\times\bar{k},\ \bar{j} = \bar{k}\times\bar{i},\ \bar{k} = \bar{i}\times\bar{j}$$

$$\bar{i}\bar{j}\bar{k} = +1$$

$$\bar{a}^2 = \bar{b}^2 = \bar{c}^2 = 1,\quad \bar{a}\bar{b} = \bar{b}\bar{c} = \bar{c}\bar{a} = 0,\quad \bar{a} = \bar{b}\times\bar{c},\ \bar{b} = \bar{c}\times\bar{a},\ \bar{c} = \bar{a}\times\bar{b}$$

$$\bar{a}\bar{b}\bar{c} = +1.$$

18. Spre a transforma coordonatele rectangulare x, y, z ale unui punct în coordonate *polare* în spaţiu r, ψ, ϑ cu poziţie oarecare a orientărilor de referinţă, se caută mai întâi coordonatele $x', y'\ z'$ ale acestui punct în raport cu un sistem rectangular cu originea în pol, planul $x'y'$ în planul ecuatorial şi cu axa x' în axa polară dela care se contează ψ: în aceste condiţiuni $x' = r\cos\psi\sin\vartheta$; $y' = r\sin\psi\sin\vartheta$; $z' = r\cos\vartheta$ şi de aici după 17. x, y, z.

Pentru punctele axei z', avem $\vartheta = 0$ (fig. 64, p. 174).

D. Curbe strâmbe [1)]

a) Teoreme generale

1. Dacă coordonatele rectangulare x, y, z ale unui punct în spaţiu P sunt funcţiuni continue de o variabilă t (parametru), P descrie în general o curbă în spaţiu când variază t. Aceste trei funcţiuni $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ se presupun mai jos derivabile de un număr suficient de ori şi se pot strânge într'o rază vectoare $\bar{r} = \bar{r}(t)$, a cărei extremitate descrie curba drept traiectorie. Orice ecuaţie de forma $F(x, y, z) = 0$ care rezultă prin eliminarea lui t reprezintă o suprafaţă care conţine curba. In multe cazuri ajung două ecuaţii de suprafeţe de acest fel

$$F_1(x, y, z) = 0 \qquad F_2(x, y, z) = 0,$$

spre a determina curba prin intersecţiunea lor.

In particular, curba e determinată şi prin ecuaţiile proiecţiunilor ei pe planele xy şi xz: $y = \varphi_1(x)$; $z = \varphi_2(x)$, adică drept intersecţiune a celor doi cilindri proiectanţi, perpendiculari pe aceste plane.

2. Unghiurile α, β, γ dintre tangenta în punctul $P(x, y, z)$ şi axele de coordonate se obţin din cosinusurile directoare ale tangentei

$$\cos\alpha = \frac{dx}{ds} \qquad \cos\beta = \frac{dy}{ds} \qquad \cos\gamma = \frac{dz}{ds} \qquad (ds \text{ elementul de arc}):$$

$$ds = |d\bar{r}| = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \;(> 0).$$

3. Cosinusurile directoare ale tangentei sunt componentele (scalare ale) vectorului unitate de pe tangentă $\bar{t}$ (v e r s o r u l t a n g e n t e i) (fig. 47). Avem

$$\bar{t} = \frac{d\bar{r}}{ds} = \{\cos\alpha,\ \cos\beta,\ \cos\gamma\}$$

$$\bar{t}^2 = \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

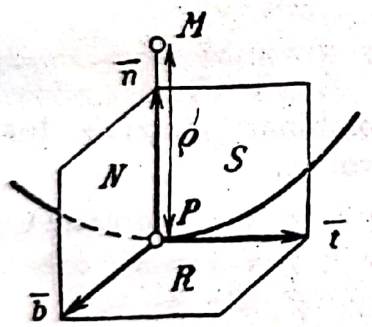


Fig. 47.

Cuplul de ecuaţii ale tangentei în P cu coordonatele curente ξ, η, ζ e

$$\frac{\xi - x}{dx} = \frac{\eta - y}{dy} = \frac{\zeta - z}{dz}$$

sau cu ajutorul razei vectoare $\bar{R} = \{\xi, \eta, \zeta\}$ spre punctul curent al tangentei

$$\bar{R} - \bar{r} = \lambda\, d\bar{r},$$

unde λ e un parametru scalar variabil; cu λ crescător, extremitatea lui $\bar{R}$ parcurge tangenta.

4. E c u a ţ i a p l a n u l u i n o r m a l (N în fig. 47) în P cu punctul curent ξ, η, ζ sau cu raza vectoare $\bar{R}$ e

$$(\xi - x)\,dx + (\eta - y)\,dy + (\zeta - z)\,dz = 0 \qquad \text{sau} \qquad (\bar{R} - \bar{r})\,d\bar{r} = 0.$$

5. Un plan care are în punctul P un contact de cel puţin ordinul al doilea cu curba se numeşte p l a n o s c u l a t o r (S în fig. 47) în P. Punând

$$A = dy\,d^2z - dz\,d^2y \qquad B = dz\,d^2x - dx\,d^2z \qquad C = dx\,d^2y - dy\,d^2x,$$

adică vectorial $\{A, B, C\} = d\bar{r} \times d^2\bar{r}$, $\bar{r}$ raza vectoare spre P,

1) R. R o t h e, Differentialgeometrie I, Berlin 1937, Sammlg. Göschen, vol. 1113.

obținem pentru ecuația planului osculator în P cu punctul curent (ξ, η, ζ) sau raza vectoare $\overline{R}$

$$A(\xi - x) + B(\eta - y) + C(\zeta - z) = 0 \quad \text{sau} \quad (\overline{R} - \overline{r})\,(d\,\overline{r} \times d^2\,\overline{r}) = 0$$

sau

$$\begin{vmatrix} \xi - x & \eta - y & \zeta - z \\ dx & dy & dz \\ d^2x & d^2y & d^2z \end{vmatrix} = 0.$$

6. Dreapta din planul osculator care e perpendiculară pe tangenta în P se numește normala principală în P. Orientarea ei e dată de vectorul $d\,\overline{t}/d\,s = d^2\overline{r}/d\,s^2$. Valoarea absolută a acestui vector se numește (prima) curbură k a curbei în P:

$$k = \left|\frac{d\,\overline{t}}{d\,s}\right| = \left|\frac{d^2\overline{r}}{d\,s^2}\right| = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{d\,s^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{d\,s^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{d\,s^2}\right)^2}$$

Vectorul unitate $\left(\frac{d\,\overline{t}}{ds}\right)^0 = \left(\frac{d\,\overline{t}}{d\,s}\right) : k = \overline{n}$ se numește versorul normalei principale (versorul normal). Componentele lui sunt cosinusurile directoare ale normalei principale:

$$\cos l = \frac{d^2x}{d\,s^2} : k \qquad \cos m = \frac{d^2y}{d\,s^2} : k \qquad \cos n = \frac{d^2z}{d\,s^2} : k.$$

Avem

$$\overline{n}^2 = \cos^2 l + \cos^2 m + \cos^2 n = 1$$
$$\overline{t}\,\overline{n} = \cos\alpha\cos l + \cos\beta\cos m + \cos\gamma\cos n = 0.$$

7. Dreapta normală pe planul osculator și pe tangenta în P se numește binormala în P. Orientarea ei e determinată prin aceea că trebue să formeze un sistem drept cu orientările tangentei și normalei, adică orientarea binormalei să fie a versorului binormalei $\overline{t} \times \overline{n} = \overline{b}$.

Cei trei versori $\overline{t}$, $\overline{n}$, $\overline{b}$ formează triedrul mobil al curbei. Planul $\overline{t}$, $\overline{b}$ se numește plan rectificant (R în fig. 47).

Unghiurile λ, μ, ν dintre binormală și axele de coordonate urmează din

$$\cos\lambda = A/k\,d\,s^3 \qquad \cos\mu = B/k\,d\,s^3 \qquad \cos\nu = C/k\,d\,s^3.$$
$$\overline{b}^2 = \cos^2\lambda + \cos^2\mu + \cos^2\nu = 1,$$
$$\overline{n}\overline{b} = \cos l\cos\lambda + \cos m\cos\mu + \cos n\cos\nu = 0,$$
$$\overline{b}\,\overline{t} = \cos\lambda\cos\alpha + \cos\mu\cos\beta + \cos\nu\cos\gamma = 0$$

8. Raza de curbură ρ în P e dată de

$$\rho = 1/k = 1 : \sqrt{\left(\frac{d^2x}{d\,s^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{d\,s^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{d\,s^2}\right)^2}.$$

Punctul M al normalei principale, pentru care avem $M\,P = \rho$ se numește centrul de curbură corespunzător lui P. Coordonatele lui sunt

$$x_0 = x + \rho^2\frac{d^2x}{d\,s^2}, \quad y_0 = y + \rho^2\frac{d^2y}{d\,s^2} \quad z_0 = z + \rho^2\frac{d^2z}{d\,s^2} \qquad \text{sau} \quad \overline{r}_0 = \overline{r} + \rho\,\overline{n}.$$

Cercul cu raza $M\,P = \rho$, cu centrul M și cuprins în planul osculator are un contact de cel puțin ordinul al doilea cu curba dată în P și se numește cercul de curbură (osculator).

9. Progresând de-a-lungul curbei în orientarea determinată de $\overline{t}$, planul osculator se rotește în jurul tangentei curente atinse. Rotațiunea se mă-

soară prin variaţiunea versorului binormal $\frac{d\bar{b}}{ds}$; ea determină o şurubare dreaptă în jurul versorului tangentei $\bar{t}$, dacă $d\bar{b} \uparrow\downarrow \bar{n}$. Mărimea rotaţiunii e determinată de factorul $\varkappa$, dacă se scrie

$$\frac{d\bar{b}}{ds} = -\varkappa\, \bar{n}.$$

$\varkappa$ se numeşte a doua curbură sau **torsiunea** curbei. După cum $\varkappa > 0$ sau $\varkappa < 0$, curba se numeşte dextrotorsă (dextrorsă) sau levotorsă (sinistrorsă) în punctul P.

Avem $$\varkappa = -\bar{n}\frac{d\bar{b}}{ds} = -\cos l \frac{d\cos\lambda}{ds} - \cos m \frac{d\cos\mu}{ds} - \cos n \frac{d\cos\nu}{ds}$$

sau, dacă lungimea de arc s e variabilă independentă:

$$\varkappa = \varrho^2 \bar{t}\,\frac{d\bar{t}}{ds}\,\frac{d^2\bar{t}}{ds^2} = \frac{\varrho^2}{ds^6}\begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ d^2x & d^2y & d^2z \\ d^3x & d^3y & d^3z \end{vmatrix}$$

sau $$\varkappa = \frac{\varrho^2}{ds^6}(A\,d^3x + B\,d^3y + C\,d^3z).$$

Pentru **curbele plane** avem $\varkappa = 0$.

10. Formulele lui **Frenet**:

$$\frac{d\bar{t}}{ds} = k\bar{n} \qquad \frac{d\bar{n}}{ds} = \varkappa\,\bar{b} - k\bar{t} \qquad \frac{d\bar{b}}{ds} = -\varkappa\,\bar{n}.$$

b) Elicea cilindrică

1. Dacă o dreaptă se mişcă astfel, încât să intersecteze mereu ortogonal o axă şi dacă segmentele cu cari se deplasează de-a-lungul axei intersecţiunea fixă pe dreapta amintită, sunt proporţionale cu unghiurile cu cari se roteşte dreapta, fiecare din punctele ei descrie o **elice cilindrică**. Dacă a e distanţa dintre punctul generator P şi axa (z), φ unghiul de rotaţiune faţă de orientarea iniţială (axa x) şi c factorul de proporţionalitate, avem

$$x = a\cos\varphi \qquad y = a\sin\varphi \qquad z = c\,\varphi.$$

Pasul elicei $h = 2\pi c$. **Inclinarea** $\operatorname{tg}\alpha = h : 2\pi a = c : a$.

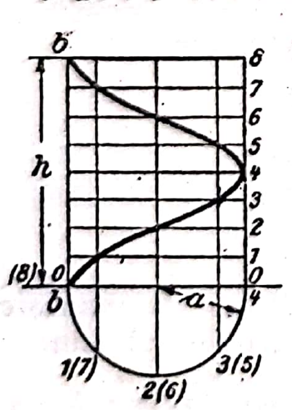


Fig. 48

2. Proiecţiunile elicei pe planul xz şi yz sunt sinusoide; fiindcă avem

$$x/a = \cos(z/c) \qquad y/a = \sin(z/c).$$

3. **Elementul de arc** $ds = \sqrt{a^2 + c^2}\,d\varphi$ **lungimea de arc** $s = \sqrt{a^2 + c^2}\,\varphi = (a/\cos\alpha)\,\varphi$. Elicea e generată deci şi la înfăşurarea unui triunghiu dreptunghic cu catetele $2\pi a$ şi h pe un cilindru circular cu raza a, astfel încât cateta $2\pi a$ să descrie cercul de bază.

4. Versorul tangentei $\bar{t} = \cos\alpha\,(-\sin\varphi, \cos\varphi, \operatorname{tg}\alpha)$. Tangenta formează deci unghiul constant $90^0 - \alpha$ cu orientarea axei z. Cuplul de ecuaţii al tangentei e

$$-(\xi - x)/\sin\varphi = (\eta - y)/\cos\varphi = (\zeta - z)/\operatorname{tg}\alpha.$$

Scanned with OKEN Scanner

5. Curbura $k = a/(a^2 + c^2)$, raza de curbură $\rho = (a^2 + c^2)/a = a/\cos^2\alpha$.

6. Torsiunea $\varkappa = c/(a^2 + c^2) = (\sin^2\alpha)/c$. Elicea e dextrotorsă sau levotorsă, după cum $c > 0$ sau $c < 0$, adică după cum pasul e de contat pozitiv în orientarea axei $+z$ sau invers.

7. Construcția proiecțiunii elicei pe planul xz (fig. 48). Această proiecțiune e o linie cosinus.

Se împarte pasul $b = bb'$ în n părți egale (aici opt), și în tot atâtea părți egale, începând cu b, secțiunea normală în formă de cerc a cilindrului. Prin primele puncte de diviziune se duc orizontale, prin ultimele verticale; intersecțiunea unei orizontale cu verticala corespunzătoare e un punct al proiecțiunii elicei.

E. Suprafețe strâmbe

a) Teoreme generale

1. Când coordonatele x, y, z ale unui punct P sunt funcțiuni continue de două variabile u, v (parametri), punctul descrie în general o suprafață strâmbă, pe care curbele $u = \text{const}$, $v = \text{const}$ reprezintă o rețea de coordonate curbilinii.

Exemplu: $x = a\cos u\cos v$, $y = a\cos u\sin v$, $z = a\sin u$ dau o sferă cu raza a cu cercurile de latitudine $u = \text{const}$ și meridianele $v = \text{const}$.

Eliminarea lui u, v dă ecuația suprafeței $F(x, y, z) = 0$ sau, rezolvată în raport cu z, $z = z(x, y)$. Ultima formă rezultă și dacă se întrebuințează x și y drept parametri.

Toate funcțiunile ce intervin mai jos se presupun derivabile de destul de multe ori. Cu x_u, x_v, x_{uu} etc. se notează derivatele parțiale $\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial x}{\partial v}, \frac{\partial^2 x}{\partial u^2}$ etc. Se mai scrie după Euler

$$\frac{\partial z}{\partial x} = p \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = q \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = r \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial u\,\partial y} = s \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = t.$$

Cele trei funcțiuni $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$, $z = z(u, v)$ se pot strânge într'o rază vectoare $\overline{r} = \overline{r}(u, v)$.

2. Pătratul elementului de linie:

$$d\overline{r}^2 = ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2,$$

unde

$$E = \overline{r}_u^2 = x_u^2 + y_u^2 + z_u^2 = 1 + p^2$$
$$F = \overline{r}_u\,\overline{r}_v = x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v = pq$$
$$G = \overline{r}_\eta^2 = x_v^2 + y_v^2 + z_\eta^2 = 1 + q^2$$

reprezintă mărimile fundamentale de primul ordin ale lui Gauss.

3. Ecuația planului tangent:

$$\begin{vmatrix} \xi - x & \eta - y & \zeta - z \\ x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \end{vmatrix} = 0 \quad \text{sau} \quad (\overline{R} - \overline{r})\,\overline{r}_u\,\overline{r}_v = 0,$$

unde $\overline{R} = (\xi, \eta, \zeta)$ reprezintă raza vectoare spre un punct oarecare al planului tangent, sau:

$$(\xi - x)F_x + (\eta - y)F_y + (\zeta - z)F_z = 0 \quad \text{sau} \quad (\overline{R} - \overline{r})\,\text{grad}\,F = 0.$$

4. Cuplul de ecuații ale **normalei suprafeței**:

$$(\xi - x)/F_x = (\eta - y)/F_y = (\zeta - z)/F_z \quad \text{sau} \quad \overline{R} - \overline{r} = \lambda \operatorname{grad} F,$$

unde λ e un parametru variabil de-a-lungul normalei, sau

$$(\xi - x)/A = (\eta - y)/B = (\zeta - z)/C \quad \text{sau} \quad \overline{R} - \overline{r} = \mu(\overline{r}_u \times \overline{r}_v),$$

unde $A = y_u z_v - y_v z_u$, $B = z_u x_v - z_v x_u$, $C = x_u y_v - x_v y_u$ sunt componentele vectorului $\overline{r}_u \times \overline{r}_v$. Vectorul unitate corespunzător se numește **versorul normalei suprafeței** $\overline{N} = (\overline{r}_u \times \overline{r}_v)^0$ și are drept componente cosinusurile unghiurilor dintre normala $\overline{N}$ a suprafeței și axele de coordonate. Dacă aceste cosinusuri directoare sunt X, Y, Z, adică $\overline{N} = (X, Y, Z)$, avem

$$X = A/T = F_x/W = -p/T$$
$$Y = B/T = F_y/W = -q/T$$
$$Z = C/T = F_z/W = +1/T,$$

unde $T = \sqrt{EG - F^2} = \sqrt{p^2 + q^2 + 1} > 0$ $\qquad W = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} > 0$

sau $\overline{N} = (\overline{r}_u \times \overline{r}_v)$: $T = \operatorname{grad} F : |\operatorname{grad} F|$.

5. **Elementul de arie**:

$$dO = T\,du\,dv = W\,dx\,dy/F_x = \sqrt{p^2 + q^2 + 1}\,dx\,dy.$$

Pentru determinarea ariei unei porțiuni limitate a suprafeței, trebue calculată integrala dublă $\iint dO$, de extins asupra domeniului corespunzător al variabilelor u, v resp. x, y (p. 118).

6. Cele două curbe ale rețelei de coordonate $u = \text{const}$, $v = \text{const}$, cari trec prin punctul P al suprafeței, formează acolo un **unghiu** ω **al coordonatelor**, pentru care

$$\cos\omega = F : \sqrt{EG} \qquad \sin\omega = T : \sqrt{EG}.$$

Dacă $F \equiv 0$, liniile de coordonate formează o **rețea ortogonală**, adică se intersectează pretutindeni ortogonal.

7. Orice plan care conține normala în P intersectează suprafața după o linie de intersecțiune care se numește **secțiune normală** a suprafeței; curbura ei n în punctul P se numește **curbură normală**. Avem

$$n = \frac{L\,du^2 + 2M\,du\,dv + N\,dv^2}{E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2},$$

unde

$$L = -\overline{r}_u \overline{N}_u = -(x_u X_u + y_u Y_u + z_u Z_u).$$
$$M = -\overline{r}_v \overline{N}_u = -(x_v X_u + y_v Y_u + z_v Z_u)$$
$$= -\overline{r}_u \overline{N}_v = -(x_u X_v + y_u Y_v + z_u Z_v),$$
$$N = -\overline{r}_v \overline{N}_v = -(x_v X_v + y_v Y_v + z_v Z_v)$$

sunt **mărimile fundamentale de al doilea ordin**. Mai avem

$$L = \overline{N}\,\overline{r}_{uu} = X x_{uu} + Y y_{uu} + Z z_{uu} = r/T,$$
$$M = \overline{N}\,\overline{r}_{uv} = X x_{uv} + Y y_{uv} + Z z_{uv} = s/T,$$
$$N = \overline{N}\,\overline{r}_{vv} = X x_{vv} + Y y_{vv} + Z z_{vv} = t/T;$$
$$n = (r\,dx^2 + 2s\,dx\,dy + t\,dy^2)/T\,ds^2.$$

8. **Teorema lui Meusnier**. Un plan care trece prin tangenta unei secțiuni normale și formează cu planul ei un unghiu ϑ, intersectează suprafața după o secțiune inclinată, a cărei curbură k în punctul respectiv al suprafeței e: $\qquad k = n/\cos\vartheta$.

9. C u r b u r i p r i n c i p a l e. Intre planele cari trec prin aceeași normală a suprafeței există în general unul pentru care curbura normală corespunzătoare e maximă, și un al doilea pentru care e minimă. Secțiunile normale corespunzătoare se numesc s e c ț i u n i n o r m a l e p r i n c i p a l e în punctul considerat P al suprafeței; curburile corespunzătoare se numesc curburi normale principale n_1, n_2; ele se determină din ecuațiile

$$n_1 + n_2 = (GL - 2FM + EN) : T^2 = [(1 + q^2)\, r - 2pqs + (1 + p^2)\, t] : T^3,$$

$$n_1 n_2 = (LN - M^2) : T^2 = (rt - s^2) : T^4,$$

unde $\quad T^2 = EG - F^2 = p^2 + q^2 + 1.$

10. T e o r e m a l u i E u l e r. Pentru o secțiune normală, al cărei plan formează cu cel al secțiunii normale principale (n_1) unghiul φ, avem

$$n = n_1 \cos^2 \varphi + n_2 \sin^2 \varphi.$$

Secțiunile normale principale sunt perpendiculare una pe alta. Curburile normale ale cuplelor de secțiuni normale perpendiculare unele pe altele satisfac relațiunea $n' + n'' = n_1 + n_2$.

11. Mărimea $H = n_1 + n_2$ se numește c u r b u r a m e d i e, iar mărimea $K = n_1 n_2$ c u r b u r a (G a u s s i a n ă a) suprafeței în punctul P.

T e o r e m a l u i G a u s s. Dacă o suprafață se îndoiește fără a fi întinsă sau comprimată, curbura Gaussiană a punctelor ei corespunzătoare rămâne neschimbată. Dacă $K \equiv 0$, suprafața e desfășurabilă pe un plan. Când $K > 0$, suprafața are formă bombată; când $K < 0$, formă de șea. Mai avem

$$K = \frac{-1}{W^4} \begin{vmatrix} F_{xx} & F_{xy} & F_{xz} & F_x \\ F_{xy} & F_{yy} & F_{yz} & F_y \\ F_{xz} & F_{yz} & F_{zz} & F_z \\ F_x & F_y & F_z & 0 \end{vmatrix} \qquad H = -\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right).$$

12. Cele două familii de curbe ale unei suprafețe (totdeauna ortogonale unele pe altele), ale căror tangente determină cele două secțiuni normale principale, se numesc l i n i i l e d e c u r b u r ă ale suprafeței. Dacă rețeaua liniilor de coordonate $u =$ const, $v =$ const constă din linii de curbură, avem $F = 0$, $M = 0$.

Cele două familii de curbe ale unei suprafețe, ale căror tangente determină secțiunile normale ale curburii normale $n = 0$, se numesc l i n i i l e a s i m p t o t i c e ale suprafeței. Ele sunt reale numai când $K < 0$. Dacă rețeaua liniilor de coordonate constă din linii asimptotice, avem $L = 0$, $N = 0$.

Liniile de curbură bisectează unghiurile liniilor asimptotice.

13. Dacă trei familii de suprafețe în spațiu se intersectează astfel, încât în fiecare punct de intersecțiune cele trei linii de intersecțiune să fie ortogonale unele pe altele, liniile de intersecțiune formează liniile de curbură ale suprafețelor pe cari se găsesc.

b) Suprafețe de ordinul al doilea

1. F o r m a g e n e r a l ă a e c u a ț i e i suprafețelor de ordinul al doilea e

$$a_{11} x^2 + a_{22} y^2 + a_{33} z^2 + 2 a_{23} yz + 2 a_{31} zx + 2 a_{12} xy + 2 a_{14} x + 2 a_{24} y + 2 a_{34} z + a_{44} = 0.$$

Scanned with OKEN Scanner

2. Punând pentru prescurtare

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}; \qquad \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$s = a_{11} + a_{22} + a_{33}; \quad t = a_{22}\,a_{33} + a_{33}\,a_{11} + a_{11}\,a_{22} - a_{23}^2 - a_{31}^2 - a_{12}^2$$

(unde $a_{ik} = a_{ki}$), se obţin în coordonate rectangulare următoarele condiţiuni pentru tipul de suprafaţă reprezentată, întru cât e reală şi nu degenerează într'un cuplu de plane:

Elipsoid pentru $D < 0$, $s\Delta > 0$, $t > 0$;
hiperboloid cu două pânze: $D < 0$, $s\Delta$ şi t nu ambii pozitivi;
hiperboloid cu o pânză: $D > 0$, $s\Delta$ şi t nu ambii pozitivi;
con: $D = 0$, $\Delta \neq 0$ iar $s\Delta$ şi t nu ambii pozitivi;
paraboloid eliptic: $\Delta = 0$, $D < 0$, $t > 0$;
paraboloid hiperbolic: $\Delta = 0$, $D > 0$, $t < 0$;
cilindru pentru $D = 0$, $\Delta = 0$.

3. Suprafeţe cu centru ($\Delta \gtrless 0$). Centrul se obţine drept intersecţiune a planelor

$$\begin{aligned} a_{11}\,x + a_{12}\,y + a_{13}\,z + a_{14} &= 0 \\ a_{21}\,x + a_{22}\,y + a_{23}\,z + a_{24} &= 0 \\ a_{31}\,x + a_{32}\,y + a_{33}\,z + a_{34} &= 0. \end{aligned}$$

4. Raportată la centru drept origine a unui sistem de coordonate rectangulare cu axele principale ale suprafeţelor drept axe de coordonate, ecuaţia e pentru

elipsoid: $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$
hiperboloidul cu o pânză: $x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = 1$
hiperboloidul cu două pânze: $x^2/a^2 - y^2/b^2 - z^2/c^2 = 1$.

Mai sus a, b, c sunt semiaxele secţiunilor principale; în primul caz, toate sunt reale. In al doilea caz bi şi în al treilea bi şi ci sunt semiaxele imaginare ale hiperbolelor din secţiunile principale.

Lungimile semiaxelor rezultă din

$$a^2 = -D/\lambda_1\Delta, \qquad b^2 = -D/\lambda_2\Delta, \qquad c^2 = -D/\lambda_3\Delta,$$

unde λ_1, λ_2, λ_3 sunt rădăcinile totdeauna reale ale ecuaţiei cubice

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} - \lambda & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

5. **Conul.** Orice ecuaţie omogenă de gradul al doilea cu trei variabile

$$A\,x^2 + B\,y^2 + C\,z^2 + D\,x\,y + E\,x\,z + F\,y\,z = 0$$

reprezintă un con cu vârful în originea coordonatelor.

Când curba directoare a conului e o elipsă cu semiaxele a şi b, al căror plan e perpendicular pe axa z, la distanţa h de origine, ecuaţia conului cu vârful în originea coordonatelor e

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/h^2 = 0.$$

Când curba directoare a conului e un cerc cu raza a şi situat la fel ca mai sus, trebue scris în ecuaţia precedentă $b = a$ (ecuaţia conului circular drept).

6. **Sfera.** Ecuaţia la centru: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

Dacă ξ, η, ζ sunt coordonatele centrului sferei, ecuaţia ei e:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2 = r^2.$$

Orice ecuație de forma $x^2 + y^2 + z^2 + Ax + By + Cz + D = 0$ reprezintă o sferă; avem $r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - 4D}$,

$$\xi = -A/2,\ \eta = -B/2,\ \zeta = -C/2.$$

7. **Paraboloizii.** Ecuația lor în cea mai simplă formă: $x^2/2p \pm y^2/2q = z$. Semnul de sus e pentru paraboloidul eliptic, cel de jos pentru cel hiperbolic; p, q sunt parametrii parabolelor secțiunilor principale.

8. **Cilindrii.** Ecuația unui cilindru perpendicular pe un plan de coordonate e aceeași ca a curbei de intersecțiune cu acel plan.

Dacă intersecțiunea unui cilindru cu planul xy e o eplisă sau hiperbolă cu semiaxele a și b, și dacă laturile cilindrului formează cu axele unghiurile α, β, γ ecuația lui e

$$\frac{(x - z\cos\alpha/\cos\gamma)^2}{a^2} \pm \frac{(y - z\cos\beta/\cos\gamma)^2}{b^2} = 1.$$

Mai sus semnul $+$ se aplică cilindrului eliptic, $-$ celui hiperbolic.

Cea mai simplă ecuație a cilindrului drept p a r a b o l i c e $z = x^2/2p$.

c) Suprafețele elicoidale

1. Dacă toate punctele unei curbe rigide descriu elice de același pas h (p. 158) în jurul aceleiași axe, se generează o s u p r a f a ț ă e l i c o i d a l ă g e n e r a l ă. Intersecțiunea unei suprafețe elicoidale cu un plan meridian dă drept curbă de intersecțiune profilul ei.

Dacă axa z e axa elicei, $z = f(x)$ e ecuația profilului în planul xz, h pasul elicei, u distanța unui punct P al suprafeței de axă, v unghiul cu care s'a rotit această distanță față de poziția inițială (paralelă cu axa x) și $h = 2\pi c$, r e p r e z e n t a r e a p a r a m e t r i c ă a s u p r a f e ț e i e l i c o i d a l e e

$$x = u\cos v \qquad y = u\sin v \qquad z = cv + f(u).$$

Curbele $u = \text{const}$ sunt elice, $v = \text{const}$ linii de profil pe ea. Eliminarea lui u, v e posibilă și dă

$$z = c\ \text{arc tg}\frac{y}{x} + f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right).$$

2. Pentru $f(u) \equiv 0$ se obține s u p r a f a ț a e l i c o i d a l ă c o m u n ă; pentru $h = 0$ se obține s u p r a f a ț a d e r e v o l u ț i e g e n e r a l ă; curbele $u = \text{const}$, $v = \text{const}$ sunt cercuri de latitudine și meridiane pe ea.

3. Pătratul elementului de linie e

$$ds^2 = [1 + f'(u)^2]\,du^2 + 2cf'(u)\,du\,dv + (u^2 + c^2)\,dv^2.$$

Orice suprafață elicoidală e desfășurabilă astfel pe o suprafață de revoluție, încât elicele să le corespundă cercurilor de latitudine.

4. Pentru suprafața elicoidală c o m u n ă avem

$$ds^2 = du^2 + (u^2 + c^2)\,dv^2, \quad E = 1, \quad F = 0, \quad G = u^2 + c^2;$$

cu notațiunile ca sub a); elicele și dreptele ei generatoare (de profil) sunt ortogonale.

Mai avem $L = 0$, $M = -c/\sqrt{u^2 + c^2}$, $N = 0$; elicele și dreptele generatoare formează rețeaua liniilor asimptotice ale suprafeței.

5. Versorul normalei suprafeței elicoidale comune e

$$\overline{N} = \left\{ \frac{c\sin v}{\sqrt{u^2 + c^2}},\ \frac{-c\cos v}{\sqrt{u^2 + c^2}},\ \frac{u}{\sqrt{u^2 + c^2}} \right\};$$

De-a-lungul elicelor, normalele suprafeței formează cu axa z un unghiu constant.

6. Avem

$$H = 0 \qquad K = \frac{-c^2}{(u^2 + c^2)^2} < 0.$$

Fiindcă $H = 0$, suprafața elicoidală comună aparține suprafețelor minimale, adică suprafețelor cari au arie minimă la contur dat.

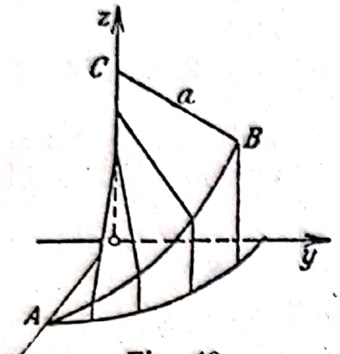


Fig. 49.

7. A r i a. Dacă se intersectează o suprafață elicoidală comună printr'un cilindru coaxial cu raza a, prin planul xz și printr'un plan meridian oarecare, rotit cu unghiul v față de planul xz, aria porțiunii astfel limitate pe suprafața elicoidală comună (O A B C în fig. 49) e

$$O = {}^1/_2 \cdot a^2 v \,[1/\cos\alpha - \mathrm{tg}^2\,\alpha \,\ln \mathrm{tg}\,(\alpha/2)],$$

unde $\mathrm{tg}\,\alpha = c/a$ e inclinarea elicei-intersecțiune cu cilindrul.

VI. Calculul vectorial [1])

1. O t r a n s l a ț i e care deplasează punctul din spațiu P în punctul Q, e determinată prin lungimea, direcțiunea și sensul, adică orientarea segmentului (orientat) $\overline{PQ}$, care se numește deci v e c t o r (vehere). Orice mărime care se poate reprezenta geometric ca s e g m e n t o r i e n t a t se numește de asemenea vector: vitesa, accelerația, forța, intensitatea câmpului electric și a celui magnetic etc. Prin opoziție, orice n u m ă r, și orice mărime determinată prin o s i n g u r ă indicație numerică, se numește s c a l a r (scala): temperatura, densitatea, lucrul mecanic, tensiunea electrică etc. După recomandările AEF [2]) v e c t o r i i se notează cu c a r a c t e r e g o t i c e, uneori și cu a l t e c a r a c t e r e b a r a t e o d a t ă [3]):

$$\overline{PQ} = \mathfrak{v} = \bar{v}.$$

Problema calculului vectorial e să stabilească reguli formale după cari să se poată „calcula“ cu vectorii, pe cât posibil ca și cu numerele. Potrivit definiției geometrice a vectorului, conținutul conceptual propriu zis al unor astfel de reguli de calcul trebue să fie inițial tot de natură geometrică. Aceste reguli de calcul se bazează pe convențiuni în fond arbitrare, adaptate util nevoilor geometriei, ca și mecanicei și celorlalte părți ale fizicei matematice și tehnicei. De altfel se poate arăta că e imposibil să se transpună t o a t e regulile de calcul cu numerele asupra calculului cu vectorii în spațiu.

---

[1]) Bibliografie: S p i e l r e i n, Lehrbuch der Vektorrechnung, ed. a 2-a, Stuttgart 1926. — C. R u n g e, Vektoranalysis, vol. I, Leipzig 1919. — V a l e n t i n e r, Vektoranalysis, Samml. Göschen Nr. 354, Leipzig 1938. — E m d e, Auszüge aus Maxwells Elektrizität und Magnetismus, Braunschweig 1915. — B u d d e, Tensoren und Dyaden im dreidimensionalen Raum, Braunschweig 1914. — J a u m a n n, Grundlagen der Bewegungslehre, Leipzig 1905. — D i e ß e l h o r s t, Formeln und Sätze der Vektorenrechnung, in G r a e t z, Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, vol. IV, Leipzig, Barth, p. 1138. — L a g a l l y, Vorlesungen über Vektor-Rechnung, Leipzig 1928, Akad. Verlagsgesellschaft.

[2]) Recomandările A E F (Ausschuss für Einheiten und Formelgrössen) (ETZ 1921, p. 659 și W a l l o t, A E F-Verhandlungen, Berlin 1928, Springer, p. 29) urmăresc unificarea. De aceea adoptarea lor e în interesul general, chiar dacă dorințe particulare se opun. Trebue observat însă că recent A E F pare a fi pe punctul de a-și modifica recomandările inițiale. — Cp. și notele din pp. 166, 167, 172 și 176.

[3]) In România se obișnuește numai bararea, pe care vom adopta-o (n. tr.).

Scanned with OKEN Scanner

2. Doi vectori $\overline{PQ} = \overline{v}$ şi $\overline{RS} = \overline{w}$ se numesc egali atunci şi numai atunci când ambii determină aceeaşi translaţie a spaţiului, adică dacă au aceeaşi lungime, direcţiune şi sens (orientare): vectori l i b e r i. Un vector liber poate fi deplasat deci în spaţiu oricum paralel cu el, dacă lungimea şi orientarea lui rămâne neschimbată. Vectorii cari survin în fizică nu sunt totdeauna liberi în acest sens.

Un vector $\overline{OP} = \overline{r}$ cu originea O fixă se numeşte r a z ă v e c t o a r e. Două raze vectoare sunt deci egale între ele dacă sunt identice, adică coincid şi au aceeaşi orientare.

3. Valoarea lungimii unui vector $\overline{v}$ se numeşte v a l o a r e a lui (absolută) sau m o d u l u l lui şi se notează cu $|\overline{v}|$ (sau în România şi cu litera corespunzătoare nebarată, în cazul de mai sus v; n. tr.). Totdeauna $|\overline{v}| \geqq 0$. „Mărimea" unei vitese, acceleraţii, forţe, sau intensităţii unui câmp electric sau magnetic sunt astfel de valori absolute sau module de vectori. Modulul unui vector e, se înţelege, un scalar pozitiv [1]).

Un vector a cărui origine coincide cu extremitatea lui se numeşte v e c t o r n u l şi se notează simplu cu 0; modulul lui e zero; orientarea lui e nedeterminată.

4. Prin $-\overline{v} = \overline{QP}$ se înţelege vectorul egal de lung ca $\overline{v} = \overline{PQ}$, antiparalel (adică de orientare contrară) cu el. Avem $|-\overline{v}| = |\overline{v}|$.

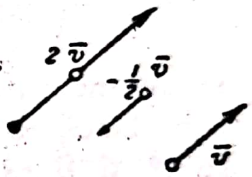


Fig. 50.

Dacă m e un număr diferit de zero, înţelegem prin $m\overline{v} = \overline{v}m = \overline{w}$ vectorul care e omoparalel cu $\overline{v}$ ($\uparrow\uparrow$) când $m > 0$, şi antiparalel cu $\overline{v}$ ($\uparrow\downarrow$) când $m < 0$, şi al cărui modul e de $|m|$ ori mai mare decât al lui $\overline{v}$:

$$\overline{w} \uparrow\uparrow \overline{v} \text{ pentru } m > 0, \qquad \overline{w} \uparrow\downarrow \overline{v} \text{ pentru } m < 0, \qquad |\overline{w}| = |m| \cdot |\overline{v}|.$$

Pentru $m = 0$ avem $m\overline{v} = 0$. Figura 50 arată vectorii $\overline{v}$, $2\overline{v}$, $-\overline{v}/2$. Avem

$$\lambda(\mu\overline{v}) = \mu(\lambda\overline{v}) = \lambda\mu\overline{v}.$$

5. Vectorul $\frac{\overline{v}}{|\overline{v}|}$ e vectorul cu modulul 1, omoparalel cu $\overline{v}\,(\neq 0)$, adică v e c t o r u l u n i t a t e sau v e r s o r u l corespunzător lui $\overline{v}$; el se notează cu $\overline{v}^0$ (citeşte $\overline{v}$ barat la zero). Avem deci

$$\overline{v} = |\overline{v}| \cdot \overline{v}^0.$$

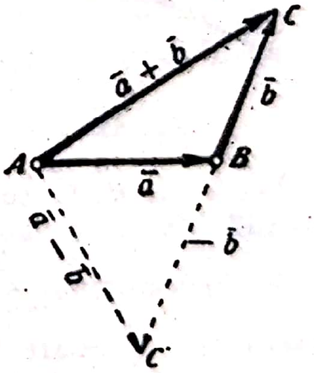


Fig. 51.

6. Adăugându-i prin deplasare paralelă lui $\overline{AB} = \overline{a}$ vectorul $\overline{BC} = \overline{b}$ (fig. 51), $\overline{AC} = \overline{c}$ se numeşte suma (suma vectorială sau rezultanta) lui $\overline{a}$ şi $\overline{b}$:

$$\overline{c} = \overline{a} + \overline{b}.$$

Suma dintre $\overline{AB} = \overline{a}$ şi $\overline{BC} = -\overline{b}$ se numeşte diferenţa dintre $\overline{a}$ şi $\overline{b}$:

$$\overline{d} = \overline{a} - \overline{b} = \overline{a} + (-\overline{b}).$$

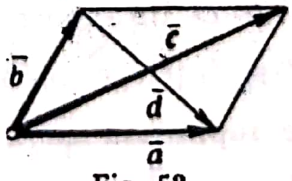


Fig. 52.

In paralelogramul determinat de $\overline{a}$ şi $\overline{b}$, $\overline{c} = \overline{a} + \overline{b}$ şi $\overline{d} = \overline{a} - \overline{b}$ sunt diagonalele orientate potrivit figurii 52.

[1]) Valoarea absolută sau modulul unui număr m se notează de asemenea cu $|m|$, dar o confuziune nu e posibilă.

Scanned with OKEN Scanner

Sunt valabile următoarele legi

$\bar{a} + \bar{b} = \bar{b} + \bar{a}$ (legea comutativității adunării),

$\bar{a} + (\bar{b} + \bar{c}) = (\bar{a} + \bar{b}) + \bar{c}$ (legea asociativității),

$\lambda\,(\bar{a} + \bar{b}) = \lambda\,\bar{a} + \lambda\,\bar{b}$ (legea distributivității),

$\bar{a} - \bar{a} = 0.$

Avem $|\bar{a} + \bar{b}| \leqq |\bar{a}| + |\bar{b}|$, semnul egalității privind cazul $\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{b}$. Dacă $\bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \ldots + \bar{a}_n = 0$, cei n vectori, așezați unul după altul, formează un poligon cu n laturi, **închis** (și în general cu laturile necomplanare).

7. Fie α, β, γ, δ scalari diferiți de zero, $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$, $\bar{D}$ vectori diferiți de zero; ei satisfac următoarele teoreme și reciprocele lor:

a) Dacă $\bar{A}$ e paralel cu $\bar{B}$, avem $\alpha\bar{A} + \beta\bar{B} = 0$.

b) Dacă $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ sunt vectori complanari, dar niciunul paralel cu altul, avem

$$\alpha\bar{A} + \beta\bar{B} + \gamma\bar{C} = 0.$$

c) Dacă $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$, $\bar{D}$ sunt vectori arbitrari dați, dar niciun grup de câte trei complanari, și niciunul paralel cu altul, avem

$$\alpha\bar{A} + \beta\bar{B} + \gamma\bar{C} + \delta\bar{D} = 0.$$

De mai sus urmează reprezentările:

A. Orice vector $\bar{B}$ paralel cu $\bar{A}\,(\neq 0)$ se poate reprezenta sub forma

$$\bar{B} = \lambda\bar{A},$$

și anume într'un singur fel (fig. 53).

B. Dacă $\bar{A}\,(\neq 0)$ și $\bar{B}\,(\neq 0)$ nu sunt paraleli, orice vector $\bar{C}$ complanar cu $\bar{A}$ și $\bar{B}$ se poate reprezenta sub forma

$$\bar{C} = \lambda\bar{A} + \mu\bar{B},$$

și anume într'un singur fel (fig. 54).

C. Dacă $\bar{A}\,(\neq 0)$, $\bar{B}\,(\neq 0)$, $\bar{C}\,(\neq 0)$ sunt necomplanari și niciunul dintre ei paralel cu altul, **orice** vector $\bar{D}$ se poate reprezenta sub forma

$$\bar{D} = \lambda\bar{A} + \mu\bar{B} + \nu\bar{C},$$

și anume într'un singur fel (fig. 55).

Fig. 53.

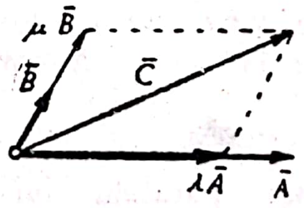


Fig. 54.

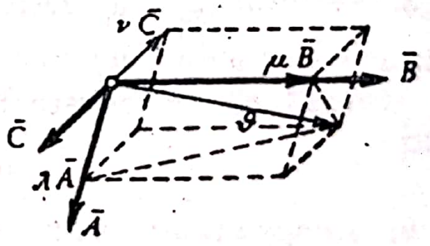


Fig. 55.

Dacă $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ sunt vectori unitate, numerele λ, μ, ν se numesc componentele (scalare ale) lui $\bar{D}$ în raport cu triedrul $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$.

8. Prin unghiul $\widehat{\bar{A}\bar{B}}$ se înțelege unghiul **cel mai mic** prin care orientarea lui $\bar{A}$ poate fie suprapusă cu a lui $\bar{B}$: $0 \leqq |\widehat{\bar{A}\bar{B}}| \leqq \pi$.

$$\widehat{\bar{B}\bar{A}} = -\widehat{\bar{A}\bar{B}}; \qquad \cos\widehat{\bar{B}\bar{A}} = \cos\widehat{\bar{A}\bar{B}}; \qquad \sin\widehat{\bar{B}\bar{A}} = -\sin\widehat{\bar{A}\bar{B}}.$$

9. **Produsul scalar** (interior): $\bar{A}\bar{B} = (\bar{A}\bar{B}) = |\bar{A}| \cdot |\bar{B}| \cdot \cos\widehat{\bar{A}\bar{B}}$; el e un număr.[1]) Exemplu: Lucrul mecanic efectuat de forța $\bar{P}$, invariabilă ca mărime și orientare, de-a-lungul traiectului orientat (și rectiliniu) $\bar{s}$

[1]) Alte notațiuni pentru produsul scalar întrebuințate ici și colo, dar nerecomandate de A E F, sunt: $S\bar{A}\bar{B}$, $\bar{A}\cdot\bar{B}$, $\bar{A}\times\bar{B}$, $(\bar{A}, \bar{B})$.

Scanned with OKEN Scanner

e $\bar{A} = \bar{P}\bar{s} = |\bar{P}| \cdot |\bar{s}| \cdot \cos \widehat{\bar{P}\,\bar{s}}$.

$\bar{B}\bar{A} = \bar{A}\bar{B}$ (legea comutativității produsului scalar),

$\bar{A}(\bar{B} + \bar{C}) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C}$ (legea distributivității față de adunare),

$(\lambda \bar{A})\bar{B} = \lambda(\bar{A}\bar{B}) = \lambda \bar{A}\bar{B}$.

Dacă $\bar{A}\bar{B} = 0$, avem $\bar{A} = 0$ sau $\bar{B} = 0$ sau $\bar{A} \perp \bar{B}$, și invers.

Pentru $\bar{B} = \bar{A}$ avem $\bar{A}\bar{A} = \bar{A}^2 = |\bar{A}|^2 =$ norma lui $\bar{A}$.

$(\bar{A} \pm \bar{B})^2 = \bar{A}^2 \pm 2\bar{A}\bar{B} + \bar{B}^2$ (teorema cosinus),

$(\bar{A} + \bar{B})^2 - (\bar{A} - \bar{B})^2 = 4\bar{A}\bar{B}$.

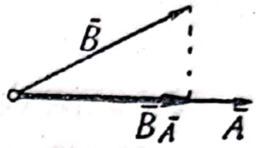


Fig. 56.

10. Proiecțiunea lui $\bar{B}$ pe $\bar{A}$ ($\neq 0$) e (fig. 56)

$$\bar{B}_{\bar{A}} = \frac{\bar{A}\bar{B}}{\bar{A}^2} \cdot \bar{A} = (\bar{A}^0 \bar{B}) \cdot \bar{A}^0.$$

(Observație: „Reducerea" factorilor vectoriali nu e permisă).

11. Trei vectori necomplanari $\bar{U}$, $\bar{V}$, $\bar{W}$ formează în această ordine un triedru pozitiv sau dextrotors, dacă rotirea orientării lui U în orientarea lui $\bar{V}$ și deplasarea simultană în orientarea lui $\bar{W}$ dă o șurubare dreaptă (în general oblică) (fig. 57 și 58).

Un triedru dextrotors se caracterizează prin $\bar{U}\bar{V}\bar{W} > 0$, unul levotors prin $\bar{U}\bar{V}\bar{W} < 0$; cp. 13.

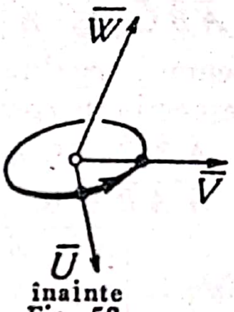


Fig. 58.
dextrotors

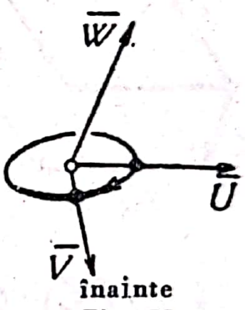


Fig. 57.
levotors

12. **Produsul vectorial (exterior)** a doi vectori $\bar{U}$, $\bar{V}$ e vectorul $\bar{W}$ determinat univoc prin următoarele patru condițiuni:

1. $\bar{W} \perp \bar{U}$, 2. $\bar{W} \perp \bar{V}$, 3. $|\bar{W}| = |\bar{U}| \cdot |\bar{V}| \cdot |\sin \widehat{\bar{U}\bar{V}}|$, 4. $\bar{U}\bar{V}\bar{W} > 0$;

adică produsul vectorial $\bar{U} \times \bar{V}$ sau și $[\bar{U}\bar{V}]$ e vectorul perpendicular pe planul vectorilor $\bar{U}$, $\bar{V}$, cu valoarea lungimii cât aria paralelogramului format din $\bar{U}$ și $\bar{V}$, și cu orientarea determinată de condițiunea ca $\bar{U}$, $\bar{V}$, $\bar{U} \times \bar{V}$ să formeze în această ordine un triedru dextrotors (fig. 59) [1]).

Exemple: Momentul unei forțe $\bar{P}$ în raport cu punctul de rotațiune O și punctul de aplicație P, pentru care $\overline{OP} = \bar{r}$, e reprezentat prin produsul vectorial $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{P}$, care determină totodată și sensul de rotațiune (fig. 60).

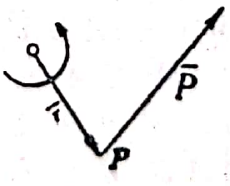


Fig. 60.

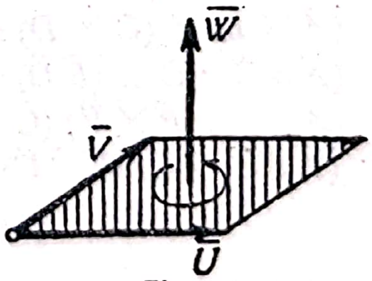


Fig. 59.

Vitesa unghiulară a unui corp rigid, din care un punct la distanța $\bar{r}$ de axa de rotațiune are vitesa liniară $\bar{v}$ ($\perp \bar{r}$), e determinată ca mărime și sens de rotațiune prin vectorul $\bar{\omega} = \bar{r} \times \bar{v} : r^2$; $\bar{\omega} \times \bar{r} = \bar{v}$.

[1]) Alte notațiuni întrebuințate ici și colo, dar nerecomandate de A E F pentru produsul vectorial sunt $V\bar{U}\bar{V}$, $\bar{U} \wedge \bar{V}$, $\bar{U} \times \bar{V}$, și $\overline{u\,v}$ dacă $\bar{u}$, $\bar{v}$ sunt vectorii. Să se observe că $\bar{A} \times \bar{B}$ reprezintă uneori produsul scalar (la Burati-Forti), și alteori produsul vectorial (la Gibbs).

Scanned with OKEN Scanner

Avem

$\bar{V} \times \bar{U} = -\bar{U} \times \bar{V}$ (Produsul vectorial e anticomutativ),

$\bar{U} \times (\bar{A} + \bar{B}) = \bar{U} \times \bar{A} + \bar{U} \times \bar{B}$ (Legea distributivităţii faţă de adunare),

$$\lambda (\bar{U} \times \bar{V}) = (\lambda \bar{U}) \times \bar{V} = \bar{U} \times (\lambda \bar{V}).$$

Dacă $\bar{U} \times \bar{V} = 0$, avem $\bar{U} = 0$ sau $\bar{V} = 0$ sau $\bar{U} \parallel \bar{V}$, şi reciproc.

$$\bar{U} \times \bar{U} = 0,$$

$$(\bar{U} \times \bar{V})^2 = \bar{U}^2 \bar{V}^2 - (\bar{U}\bar{V})^2,$$

$$(\bar{U} - \bar{V}) \times (\bar{U} + \bar{V}) = 2 (\bar{U} \times \bar{V}).$$

13. La trei vectori nu există o lege de conexiune nici pentru produsul scalar şi nici pentru cel vectorial; ci avem $\bar{A}(\bar{B} \times \bar{C}) = \bar{B}(\bar{C} \times \bar{A}) = \bar{C}(\bar{A} \times \bar{B})$; acest scalar invariabil la permutarea ciclică a lui $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ se notează cu $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ sau $(\bar{A}\cdot\bar{B}\bar{C})$ şi e egal în valoarea absolută cu volumul paralelepipedului format de cei trei vectori $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$; $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ e pozitiv când $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ formează un triedru dextrotors (fig. 61).

$$\bar{A}\bar{C}\bar{B} = \bar{C}\bar{B}\bar{A} = \bar{B}\bar{A}\bar{C} = -\bar{A}\bar{B}\bar{C}.$$

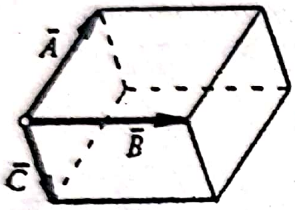


Fig. 61.

$$|\bar{A}\bar{B}\bar{C}| \leq |\bar{A}| \cdot |\bar{B}| \cdot |\bar{C}|;$$

Semnul egalităţii priveşte cazul că $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ sunt respectiv perpendiculari unul pe altul.

$\bar{A}\bar{B}\bar{C} = 0$ dacă $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ sunt complanari.

$$\bar{A}\bar{A}\bar{B} = 0.$$

14. $$(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) \cdot (\bar{U}\bar{V}\bar{W}) = \begin{vmatrix} \bar{A}\bar{U} & \bar{A}\bar{V} & \bar{A}\bar{W} \\ \bar{B}\bar{U} & \bar{B}\bar{V} & \bar{B}\bar{W} \\ \bar{C}\bar{U} & \bar{C}\bar{V} & \bar{C}\bar{W} \end{vmatrix}, \quad (\bar{A}\bar{B}\bar{C})^2 = \begin{vmatrix} \bar{A}^2 & \bar{A}\bar{B} & \bar{A}\bar{C} \\ \bar{A}\bar{B} & \bar{B}^2 & \bar{B}\bar{C} \\ \bar{A}\bar{C} & \bar{B}\bar{C} & \bar{C}^2 \end{vmatrix}$$

$$(\bar{A}\bar{B}\bar{C})^2 = \bar{A}^2\bar{B}^2\bar{C}^2 - \bar{A}^2(\bar{B}\bar{C})^2 - \bar{B}^2(\bar{C}\bar{A})^2 - \bar{C}^2(\bar{A}\bar{B})^2 + 2(\bar{A}\bar{B})(\bar{B}\bar{C})(\bar{C}\bar{A}).$$

$$(\bar{A}\bar{B}\bar{C})^2 = (\bar{A} \times \bar{B})(\bar{B} \times \bar{C})(\bar{C} \times \bar{A}).$$

15. Teorema desvoltării:

$$\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C}) = (\bar{A}\bar{C}) \cdot \bar{B} - (\bar{A}\bar{B}) \cdot \bar{C} = (\bar{C} \times \bar{B}) \times \bar{A}$$

$$\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C}) + \bar{B} \times (\bar{C} \times \bar{A}) + \bar{C} \times (\bar{A} \times \bar{B}) = 0.$$

16. $$(\bar{A} \times \bar{B})(\bar{C} \times \bar{D}) = (\bar{A}\bar{C})(\bar{B}\bar{D}) - (\bar{B}\bar{C})(\bar{A}\bar{D}).$$

$$(\bar{A} \times \bar{B}) \times (\bar{C} \times \bar{D}) = (\bar{A}\bar{B}\bar{D}) \cdot \bar{C} - (\bar{A}\bar{B}\bar{C}) \cdot \bar{D} = (\bar{A}\bar{C}\bar{D}) \cdot \bar{B} - (\bar{B}\bar{C}\bar{D}) \cdot \bar{A}.$$

$$(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) \cdot \bar{D} = (\bar{B}\bar{D})(\bar{C} \times \bar{A}) + (\bar{C}\bar{D})(\bar{A} \times \bar{B}) + (\bar{D}\bar{A})(\bar{B} \times \bar{C}).$$

$$(\bar{A} \times \bar{U})(\bar{B} \times \bar{V})(\bar{C} \times \bar{W}) = (\bar{A}\bar{U}\bar{V}) \cdot (\bar{B}\bar{C}\bar{W}) - (\bar{A}\bar{B}\bar{U}) \cdot (\bar{C}\bar{V}\bar{W}).$$

$$(\bar{A}\bar{B}\bar{C})\bar{V} = (\bar{V}\bar{B}\bar{C})\bar{A} + (\bar{V}\bar{C}\bar{A})\bar{B} + (\bar{V}\bar{A}\bar{B})\bar{C}.$$

$$\begin{vmatrix} \bar{A}\bar{A}' & \bar{B}\bar{A}' & \bar{C}\bar{A}' & \bar{D}\bar{A}' \\ \bar{A}\bar{B}' & \bar{B}\bar{B}' & \bar{C}\bar{B}' & \bar{D}\bar{B}' \\ \bar{A}\bar{C}' & \bar{B}\bar{C}' & \bar{C}\bar{C}' & \bar{D}\bar{C}' \\ \bar{A}\bar{D}' & \bar{B}\bar{D}' & \bar{C}\bar{D}' & \bar{D}\bar{D}' \end{vmatrix} = 0,$$

unde $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}, \bar{A}', \bar{B}', \bar{C}', \bar{D}'$ sunt vectori arbitrari.

17. Dacă $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ sunt necomplanari, adică $\bar{a}\bar{b}\bar{c} \neq 0$, cei trei vectori

$$\bar{a}' = \frac{\bar{b} \times \bar{c}}{\bar{a}\bar{b}\bar{c}} \qquad \bar{b}' = \frac{\bar{c} \times \bar{a}}{\bar{a}\bar{b}\bar{c}} \qquad \bar{c}' = \frac{\bar{a} \times \bar{b}}{\bar{a}\bar{b}\bar{c}}$$

se numesc r e c i p r o c i față de $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Dacă toți vectorii au aceeași origine, triedrul $\bar{a}', \bar{b}', \bar{c}'$ formează colțul polar al colțului $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Avem

$$\bar{a} = \frac{\bar{b}' \times \bar{c}'}{\bar{a}'\,\bar{b}'\,\bar{c}'} \qquad \bar{b} = \frac{\bar{c}' \times \bar{a}'}{\bar{a}'\,\bar{b}'\,\bar{c}'} \qquad \bar{c} = \frac{\bar{a}' \times \bar{b}'}{\bar{a}'\,\bar{b}'\,\bar{c}'}$$

$$\bar{a}\,\bar{a}' = \bar{b}\,\bar{b}' = \bar{c}\,\bar{c}' = 1, \qquad (\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c})\,(\bar{a}'\,\bar{b}'\,\bar{c}') = 1,$$

$$\bar{a}\,\bar{b}' = \bar{b}\,\bar{a}' = \bar{b}\,\bar{c}' = \bar{c}\,\bar{b}' = \bar{c}\,\bar{a}' = \bar{a}\,\bar{c}' = 0.$$

$$\bar{V} = (\bar{V}\,\bar{a}')\,\bar{a} + (\bar{V}\,\bar{b}')\,\bar{b} + (\bar{V}\,\bar{c}')\,\bar{c} = (\bar{V}\,\bar{a})\,\bar{a}' + (\bar{V}\,\bar{b})\,\bar{b}' + (\bar{V}\,\bar{c})\,\bar{c}'.$$

18. Descompunerea unui vector $\bar{V}$ după două orientări perpendiculare una pe alta, dintre cari una e determinată de vectorul $\bar{U}$:

$$\bar{V} = \frac{\bar{U}\,\bar{V}}{\bar{U}^2} \cdot \bar{U} + \frac{\bar{U} \times (\bar{V} \times \bar{U})}{\bar{U}^2} = (\bar{U}^0\,\bar{V}) \cdot \bar{U}^0 + \bar{U}^0 \times (\bar{V} \times \bar{U}^0)$$

19. Definițiile, teoremele și formulele de mai sus sunt independente de orice sistem de coordonate. Un sistem de coordonate cartesiene rectangular și dextrotors e determinat, afară de poziția originii sale, O, prin trei vectori unitate $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$, v e r s o r i i s ă i f u n d a m e n t a l i, perpendiculari unul pe altul și formând un triedru drept în ordinea indicată, orientările lor coincizând pe rând cu cele ale axelor pozitive x, y, z. Totodată se determină astfel și unitatea de măsură a axelor de coordonate (fig. 62). Avem

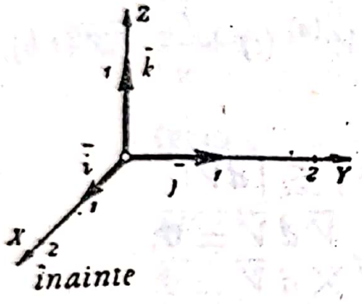


Fig 62.

$$\bar{i}^2 = \bar{j}^2 = \bar{k}^2 = 1, \quad \bar{i}\,\bar{j} = \bar{j}\,\bar{k} = \bar{k}\,\bar{i} = 0, \quad \bar{i}\,\bar{j}\,\bar{k} = +1.$$

Deci $\bar{j} \times \bar{k} = \bar{i}, \quad \bar{k} \times \bar{i} = \bar{j}, \quad \bar{i} \times \bar{j} = \bar{k}.$

20. Fie $\bar{A}_{\bar{i}} = \bar{A}_x, \bar{A}_{\bar{j}} = \bar{A}_y, \bar{A}_{\bar{k}} = \bar{A}_z$ proiecțiunile unui vector $\bar{A}$ pe $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ sau, ceea ce e echivalent, pe cele trei axe de coordonate x, y, z; în aceste condițiuni $\bar{A} = \bar{A}_x + \bar{A}_y + \bar{A}_z$. Fie A_x, A_y, A_z componentele scalare ale lui $\bar{A}$, adică $\bar{A}\,\bar{i} = A_x, \ \bar{A}\,\bar{j} = A_y, \ \bar{A}\,\bar{k} = A_z$.

Avem

$$\bar{i} = \{1, 0, 0\} \qquad \bar{j} = \{0, 1, 0\} \qquad \bar{k} = \{0, 0, 1\}$$

$$\bar{A} = A_x\,\bar{i} + A_y\,\bar{j} + A_z\,\bar{k} = \{A_x, A_y, A_z\}$$

$$\bar{A}^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2, \qquad |\bar{A}| = +\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = A$$

$$\cos\widehat{\bar{A}\,\bar{i}} = A_x : A, \quad \cos\widehat{\bar{A}\,\bar{j}} = A_y : A, \quad \cos\widehat{\bar{A}\,\bar{k}} = A_z : A.$$

„Cosinusurile directoare" ale vectorului $\bar{A}$ sunt în același timp componentele (scalare ale) versorului $\bar{A}^0 = \{\cos\widehat{\bar{A}\,\bar{i}}, \cos\widehat{\bar{A}\,\bar{j}}, \cos\widehat{\bar{A}\,\bar{k}}\}$.

21. $$\bar{A} + \bar{B} = \{A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z\} = (A_x + B_x)\,\bar{i} + (A_y + B_y)\,\bar{j} + (A_z + B_z)\,\bar{k}$$

$$\lambda\bar{A} = \{\lambda A_x, \lambda A_y, \lambda A_z\} = \lambda A_x\,\bar{i} + \lambda A_y\,\bar{j} + \lambda A_z\,\bar{k}$$

$$\bar{A}\bar{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z.$$

$$\bar{A} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y)\,\bar{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\,\bar{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\,\bar{k}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Componentele lui $\bar{A} \times \bar{B}$ rezultă unele din altele prin permutare ciclică a indicilor x, y, z.

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} = A_x (B_y C_z - B_z C_y) + A_y (B_z C_x - B_x C_z) + A_z (B_x C_y - B_y C_x).$$

22. Un vector, a cărui orientare şi valoare absolută depinde de una sau mai multe variabile scalare, se numeşte vector variabil. Continuitatea şi derivabilitatea în raport cu o variabilă scalară se definesc la vectori exact la fel ca la funcţiunile scalare; de ex. derivata vectorului $\bar{V}(t)$ în raport cu variabila t se defineşte prin

$$\bar{V}'(t) = \lim_{h \to 0} \frac{\bar{V}(t+h) - \bar{V}(t)}{h},$$

iar diferenţiala prin $d\bar{V} = \bar{V}'(t)\, dt$ etc. Avem

$$\bar{V}(t+h) = \bar{V}(t) + \frac{h}{1!}\bar{V}'(t) + \frac{h^2}{2!}\bar{V}''(t) + \ldots + \frac{h^n}{n!}\bar{V}^{(n)}(t) + \frac{h^n}{n!}\bar{W}(t,h),$$

unde $\bar{W}(t,h) \to 0$ pentru $h \to 0$.

$$\bar{V}\, d\bar{V} = |\bar{V}|\, d|\bar{V}|, \qquad -|d\bar{V}| \leqq d|\bar{V}| \leqq |d\bar{V}|.$$

Dacă lungimea lui $\bar{V}$ rămâne invariabilă, avem $\bar{V}\, d\bar{V} = 0$;
dacă orientarea lui $\bar{V}$ rămâne invariabilă, avem $\bar{V} \times d\bar{V} = 0$.
$\bar{V}^0\, d(\bar{V}^0) = 0$.

23. $$d(\bar{U} + \bar{V}) = d\bar{U} + d\bar{V}$$
$$d(\bar{U}\bar{V}) = (d\bar{U})\bar{V} + \bar{U}(d\bar{V})$$
$$d(\bar{U} \times \bar{V}) = d\bar{U} \times \bar{V} + \bar{U} \times d\bar{V}$$
$$d(\bar{U}\bar{V}\bar{W}) = (d\bar{U})\bar{V}\bar{W} + \bar{U}(d\bar{V})\bar{W} + \bar{U}\bar{V}(d\bar{W}) = \bar{U}\bar{V}\,d\bar{W} + \bar{V}\bar{W}\,d\bar{U} + \bar{W}\bar{U}\,d\bar{V}.$$

$d\bar{A} = \{dA_x, dA_y, dA_z\}$,

$d\bar{r} = \{dx, dy, dz\}$ $\quad |d\bar{r}| = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = ds$ e lungimea elementului de linie al unei curbe în spaţiu (p. 156). Vectorul unitate $\frac{d\bar{r}}{ds} = \bar{t}$ are orientarea tangentei acestei curbe în spaţiu, pe care o descrie extremitatea P a razei vectoare variabile $\overline{OP} = \bar{r}$ (versorul tangentei).

24. Un **câmp vectorial** e o porţiune din spaţiu în care i se asociază fiecărui punct un vector $\bar{A}$, **vectorul de câmp**; $|\bar{A}|$ se numeşte intensitatea câmpului în locul respectiv. Curbele ai căror versori tangenţi coincid mereu cu versorul $\bar{A}^0$ se numesc **linii de câmp** sau **linii de scurgere** şi sunt determinate de ecuaţia diferenţială vectorială de primul ordin

$$\bar{A} \times d\bar{r} = 0 \quad \text{sau} \quad \bar{A}^0 = \frac{d\bar{r}}{ds} = \bar{t},$$

care e echivalentă cu sistemul de ecuaţii diferenţiale scalare

$$dx : dy : dz = A_x : A_y : A_z.$$

Scanned with OKEN Scanner

Printr'un punct regulat al unui câmp vectorial univoc nu pot trece două linii de câmp deosebite. — Aceasta nu se aplică punctelor indiferente, în cari $|\bar{A}| = 0$ şi punctelor de divergenţă în cari $|\bar{A}| = \infty$.

25. Un câmp scalar e o porţiune din spaţiu în care i se asociază fiecărui punct un număr, valoarea unei funcţiuni scalare de poziţie φ. Suprafeţele φ = const se numesc suprafeţe de nivel (suprafeţe echiscalare) ale câmpului scalar. Intr'un câmp scalar univoc nu pot trece printr'un punct regulat două suprafeţe de nivel deosebite. De fiecare câmp scalar derivabil ţine un câmp vectorial, al cărui vector de câmp arată orientarea în care φ creşte cel mai repede, a cărui valoare absolută e egală cu repeziciunea acestei creşteri $|\partial\varphi/\partial s|$; el se numeşte gradientul lui φ, grad φ. Avem $d\varphi = \text{grad}\,\varphi \cdot d\bar{r} = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz.$

Liniile de câmp ale lui grad φ sunt traiectorii ortogonale ale suprafeţelor de nivel φ = const.

Dacă grad $\varphi = \bar{G}$, φ se numeşte potenţialul lui $\bar{G}$.

26. $$\text{grad}\,\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\bar{k}\,.$$

$$(\text{grad}\,\varphi)^2 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2$$ (parametrul diferenţial de primul ordin),

$\text{grad}\,(C\varphi) = C\,\text{grad}\,\varphi$, unde C e constantă scalară,

$\text{grad}\,(\varphi + \psi) = \text{grad}\,\varphi + \text{grad}\,\psi$,

$\text{grad}\,(\varphi\psi) = \varphi\,\text{grad}\,\psi + \psi\,\text{grad}\,\varphi$,

$\text{grad}\,F(\varphi) = F'(\varphi)\,\text{grad}\,\varphi$.

27. Gradientul poate fi conceput drept o diferenţiere spaţială efectuată asupra funcţiunii scalare de poziţie φ prin intermediul derivatorului vectorial „nabla" (în limba germană. In limba română: operatorul lui Hamilton, hamiltonian sau del, n. tr.):

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial}{\partial z}\bar{k},$$

aşa încât $$\nabla\varphi = \text{grad}\,\varphi\,.$$

∇ are înţelesul unui simbol de operator corespunzător simbolului de diferenţiere al calculului diferenţial comun (scalar); de aceea se scrie uneori în loc de ∇ şi $\frac{d}{d\bar{r}}$: $\frac{d\varphi}{d\bar{r}} = \text{grad}\,\varphi$; findcă rezultatul derivării e independent de alegerea sistemului de coordonate, şi ∇ are înţelesul unui vector care satisface regulile de calcul ale analizei vectoriale, ale cărui componente nu sunt însă numere, ci simboale de derivare. Ca derivator, ∇ lucrează asupra tuturor funcţiunilor scalare de punct şi a vectorilor variabili cari stau în dreapta lui, întru cât sunt conexaţi multiplicativ cu el, dar asupra niciunui scalar sau vector din stânga lui. De aceea nu se poate inversa în general ordinea factorilor în calculul cu ∇.

Exemplu: $\bar{A}\,\nabla\,\bar{B}$ diferă în general de $\nabla\,\bar{B}\,\bar{A}$. Intr'adevăr $\bar{A}\,\nabla\,\bar{B} = \bar{A}\,(\nabla\times\bar{B}) = \bar{A}$ rot $\bar{B}$, dar $\nabla\,\bar{B}\,\bar{A} = \nabla\,(\bar{B}\times\bar{A}) = \text{div}\,(\bar{B}\times\bar{A}) = \bar{A}$ rot $\bar{B} - \bar{B}$ rot $\bar{A}$.

28. Aplicând operatorul ∇ unui vector $\bar{A}$, se obţine

$$\nabla\bar{A} = \frac{d\bar{A}}{d\bar{r}} = \text{div}\,\bar{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad \text{(scalar!)}$$

Scanned with OKEN Scanner

şi [1])

$$\nabla \times \bar{A} = \frac{d}{d\bar{r}} \times \bar{A} = \operatorname{rot} \bar{A} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\bar{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\bar{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\bar{k}$$

29. $\operatorname{div}(\lambda \bar{A}) = \lambda \operatorname{div} \bar{A} + \operatorname{grad} \lambda \, \bar{A}$

$\operatorname{rot}(\lambda \bar{A}) = \lambda \operatorname{rot} \bar{A} + \operatorname{grad} \lambda \times \bar{A}$

$\operatorname{div}(\bar{A} + \bar{B}) = \operatorname{div} \bar{A} + \operatorname{div} \bar{B}$

$\operatorname{rot}(\bar{A} + \bar{B}) = \operatorname{rot} \bar{A} + \operatorname{rot} \bar{B}$.

30. Dacă $\bar{t} = \frac{d\bar{r}}{ds} = \left\{\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds}\right\}$ e versorul tangentei unei curbe în spaţiu (cp. 23), avem

$$(\bar{t}\nabla)\bar{A} = \frac{dx}{ds}\frac{\partial \bar{A}}{\partial x} + \frac{dy}{ds}\frac{\partial \bar{A}}{\partial y} + \frac{dz}{ds}\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} = \frac{d\bar{A}}{ds}$$

pentru repeziciunea de variaţie a lui $\bar{A}$ în orientarea lui $\bar{t}$.

$(\bar{B}\nabla)\bar{A} = |\bar{B}| \cdot (\bar{B}^0 \nabla)\bar{A}$ reprezintă repeziciunea de variaţie a lui $\bar{A}$ în orientarea lui $\bar{B}$, înmulţită cu valoarea absolută a lui $\bar{B}$.

31. $\operatorname{div}(\bar{A} \times \bar{B}) = \bar{B} \operatorname{rot} \bar{A} - \bar{A} \operatorname{rot} \bar{B}$

$\operatorname{rot}(\bar{A} \times \bar{B}) = (\bar{B}\nabla)\bar{A} - (\bar{A}\nabla)\bar{B} + \bar{A} \operatorname{div} \bar{B} - \bar{B} \operatorname{div} \bar{A}$

$\operatorname{grad}(\bar{A}\bar{B}) = (\bar{B}\nabla)\bar{A} + (\bar{A}\nabla)\bar{B} + \bar{A} \times \operatorname{rot} \bar{B} + \bar{B} \times \operatorname{rot} \bar{A}$

$\operatorname{grad} |\bar{A}| = (\bar{A}^0 \nabla)\bar{A} + \bar{A}^0 \times \operatorname{rot} \bar{A}$

$(\bar{A}^0 \nabla)\bar{A}^0 + \bar{A}^0 \times \operatorname{rot} \bar{A}^0 = 0.$

32. $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \Delta$ (derivator de al doilea ordin, laplacian)

$\nabla^2 \varphi = \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \Delta \varphi$ (parametru de derivare de al doilea ordin)

$\nabla(\nabla \bar{A}) = \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{A}$

$\nabla \times (\nabla \times \bar{A}) = \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \bar{A}) = \operatorname{rot}^2 \bar{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{A} - \Delta \bar{A}$

$\nabla \times (\nabla \varphi) = \operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = 0$

$\nabla(\nabla \times \bar{A}) = \operatorname{div} \operatorname{rot} \bar{A} = 0$

$\Delta(\varphi \psi) = \varphi \Delta \psi + \psi \Delta \varphi + 2 \operatorname{grad} \varphi \operatorname{grad} \psi$

33. $(\nabla \times \bar{A}) \times \bar{B} = (\nabla \bar{B})\bar{A} - \nabla(\bar{A}\bar{B}) = (\nabla \bar{B})\bar{A} - \operatorname{grad}(\bar{A}\bar{B})$

$\bar{A}\bar{B}\bar{C} \operatorname{div} \bar{D} = (\bar{A} \times \bar{B})(\bar{C}\nabla)\bar{D} + (\bar{B} \times \bar{C})(\bar{A}\nabla)\bar{D} + (\bar{C} \times \bar{A})(\bar{B}\nabla)\bar{D}.$

34. Dacă $\bar{r} = \{x, y, z\}$ e raza vectoare, $r = |\bar{r}|$, $\bar{r}^0 = \frac{\bar{r}}{r}$ versorul corespunzător şi $\bar{c}$ un vector constant, avem

$$\operatorname{grad} r = \bar{r}^0, \quad \operatorname{grad}(\bar{c}\bar{r}) = \bar{c}, \quad \operatorname{grad}(r^{-1}) = -\frac{\bar{r}^0}{r^2}, \quad \operatorname{grad} f(r) = f'(r)\,\bar{r}^0,$$

$$\operatorname{div} \bar{r} = 3, \quad \operatorname{div} \bar{r}^0 = \frac{2}{r}, \quad \operatorname{div}\left(\frac{\bar{r}^0}{r^2}\right) = 0,$$

$$\operatorname{div}(\bar{c} \times \bar{r}) = 0, \quad \operatorname{div}(f(r)\bar{r}^0) = 2\frac{f(r)}{r} + f'(r),$$

$$\operatorname{rot} \bar{r} = 0, \quad \operatorname{rot}(\bar{c} \times \bar{r}) = 2\bar{c}, \quad \operatorname{rot}(f(r)\bar{r}) = 0,$$

$$(\bar{c}\nabla)\bar{r} = \bar{c}, \quad \Delta\frac{1}{r} = 0.$$

---

[1]) In loc de rot $\bar{A}$ — nerecomandat de AEF — se mai scrie uneori curl $\bar{A}$, quirl $\bar{A}$

Scanned with OKEN Scanner

35. Extremitatea razei vectoare $\bar{r}(u)$, care depinde de o variabilă scalară u, descrie o curbă în spațiu; extremitatea lui $\bar{r}(u, v)$ descrie o suprafață strâmbă, pe care curbele $u = \text{const}$, $v = \text{const}$ formează o rețea; extremitatea lui $\bar{r}(u, v, w)$ descrie o porțiune din spațiu, care e împărțită într'un anumit fel de suprafețele $u = \text{const}$, $v = \text{const}$, $w = \text{const}$ (u, v, w se numesc coordonate curbilinii) (p. 161).

Pe o suprafață pătratul elementului de linie al unei curbe oarecare e $d\bar{r}^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2$, unde

$$E = \left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial u}\right)^2, \qquad F = \frac{\partial \bar{r}}{\partial u}\,\frac{\partial \bar{r}}{\partial v}, \qquad G = \left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial v}\right)^2;$$

Când $F \equiv 0$, curbele $u = \text{const}$ și $v = \text{const}$ se intersectează ortogonal.

Vectorul elementului de suprafață $d\bar{f} = \left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \bar{r}}{\partial v}\right) du\,dv$ de valoarea absolută $|d\bar{f}| = do = \sqrt{EG - F^2}\,du\,dv$; $d\bar{f}$ are orientarea normalei pe suprafață.

Elementul de volum $d\tau = \left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial u}\,\frac{\partial \bar{r}}{\partial v}\,\frac{\partial \bar{r}}{\partial w}\right) du\,dv\,dw.$

Avem

$$\text{rot}\,\bar{A}\,d\bar{f} = \left(\frac{\partial \bar{A}}{\partial u}\,\frac{\partial \bar{r}}{\partial v} - \frac{\partial \bar{A}}{\partial v}\,\frac{\partial \bar{r}}{\partial u}\right) du\,dv,$$

$$\text{div}\,\bar{A}\,d\tau = \left[\frac{\partial}{\partial u}\left(\bar{A}\frac{\partial \bar{r}}{\partial v}\,\frac{\partial \bar{r}}{\partial w}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\bar{A}\frac{\partial \bar{r}}{\partial w}\,\frac{\partial \bar{r}}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial w}\left(\bar{A}\frac{\partial \bar{r}}{\partial u}\,\frac{\partial \bar{r}}{\partial v}\right)\right] du\,dv\,dw.$$

Vectorii unitate $\left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial u}\right)^0 = \bar{u}$, $\left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial v}\right)^0 = \bar{v}$, $\left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial w}\right)^0 = \bar{w}$ sunt versorii tangenți ai celor trei linii de coordonate, de-a-lungul cărora se intersectează în spațiu suprafețele $u = \text{const}$, $v = \text{const}$, $w = \text{const}$ în extremitatea lui $\overline{OP} = \bar{r}$. Dacă se descompune vectorul de câmp $\bar{A}$ în componente în raport cu triedrul $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$, avem $\bar{A} = A_u\bar{u} + A_v\bar{v} + A_w\bar{w}$. unde $\bar{u}^2 = \bar{v}^2 = \bar{w}^2 = 1$.

36. Coordonate cilindrice:

$$\bar{r} = \{u\cos v,\ u\sin v,\ w\}$$

$u = \varrho$, $v = \psi$, $w = z$ (fig. 63)

$$d\tau = u\,du\,dv\,dw$$

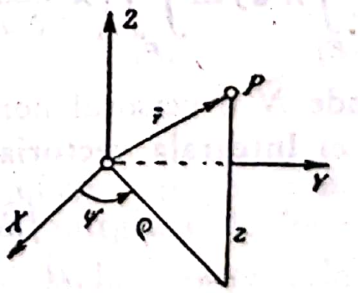


Fig. 63.

$$\text{grad}\,\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial u}\bar{u} + \frac{1}{u}\frac{\partial \varphi}{\partial v}\bar{v} + \frac{\partial \varphi}{\partial w}\bar{w}$$

$$\text{div}\,\bar{A} = \frac{1}{u}\frac{\partial(u A_u)}{\partial u} + \frac{1}{u}\frac{\partial A_v}{\partial v} + \frac{\partial A_w}{\partial w}$$

$$\text{rot}\,\bar{A} = \frac{1}{u}\begin{vmatrix} \bar{u} & u\bar{v} & \bar{w} \\ \frac{\partial}{\partial u} & \frac{\partial}{\partial v} & \frac{\partial}{\partial w} \\ A_u & uA_v & A_w \end{vmatrix}$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{u}\frac{\partial \varphi}{\partial u} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u^2} + \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial w^2}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Coordonate sferice:

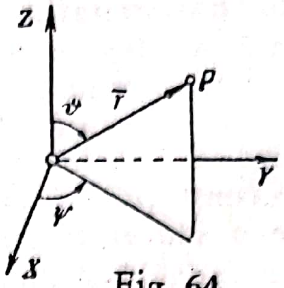


Fig. 64.

$$\bar{r} = \{u \cos v \sin w,\ u \sin v \sin w,\ u \cos w\}$$

$$u = |\bar{r}|,\quad v = \psi,\quad w = \vartheta \quad \text{(Fig. 64)}$$

$$d\tau = u^2 \sin w\, du\, dv\, dw$$

$$\operatorname{grad} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial u}\bar{u} + \frac{1}{u \sin w}\frac{\partial \varphi}{\partial v}\bar{v} + \frac{1}{u}\frac{\partial \varphi}{\partial w}\bar{w}$$

$$\operatorname{div} \bar{A} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial}{\partial u}(u^2 A_u) + \frac{1}{u \sin w}\frac{\partial A_v}{\partial v} + \frac{1}{u \sin w}\frac{\partial}{\partial w}(\sin w\, A_w)$$

$$\operatorname{rot} \bar{A} = \frac{1}{u^2 \sin w}\begin{vmatrix} \bar{u} & u \sin w\, \bar{v} & u\, \bar{w} \\ \dfrac{\partial}{\partial u} & \dfrac{\partial}{\partial v} & \dfrac{\partial}{\partial w} \\ A_u & u \sin w\, A_v & u\, A_w \end{vmatrix}$$

$$\Delta \varphi = \frac{1}{u^2}\frac{\partial}{\partial u}\left(u^2 \frac{\partial \varphi}{\partial u}\right) + \frac{1}{u^2 \sin^2 w}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial v^2} + \frac{1}{u^2 \sin w}\frac{\partial}{\partial w}\left(\sin w \frac{\partial \varphi}{\partial w}\right).$$

37. a) **Integrala de linie** a unui vector $\bar{A}$ de-a-lungul unei porțiuni de curbă C, din punctul P_1 până în punctul P_2, e:

$$\int_{P_1\,(C)}^{P_2} \bar{A}\, d\bar{r} = \int_{P_1}^{P_2} (A_x\, dx + A_y\, dy + A_z\, dz).$$

Integrala de linie e un scalar.

Exemplu: Lucrul mecanic A al unei forțe $\bar{P}$ de-a-lungul unui traiect (C), din P_1 până în P_2, e integrala de linie

$$A = \int_{P_1\,(C)}^{P_2} \bar{P}\, d\bar{r}.$$

b) **Integrala scalară de suprafață** a unui vector $\bar{A}$ extinsă asupra unei porțiuni conturate din suprafața F, sau f l u x u l v e c t o r u l u i $\bar{A}$ prin porțiunea de suprafață F, e:

$$\int_{(F)} \bar{A}\, d\bar{f} = \iint_{(F)} \left(\bar{A}\, \frac{\partial \bar{r}}{\partial u}\, \frac{\partial \bar{r}}{\partial v}\right) du\, dv = \iint_{(F)} |\bar{A}| \cos \bar{N}\bar{A} \sqrt{EG - F^2}\, du\, dv,$$

unde $\bar{N}$ e versorul normalei suprafeței.

c) **Integrala vectorială de suprafață** e:

$$\int_{(F)} \bar{A} \times d\bar{f} = \iint_{(F)} \bar{A} \times \left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \bar{r}}{\partial v}\right) du\, dv.$$

O integrală de linie extinsă de-a-lungul unei curbe închise (fără punct dublu) se numește i n t e g r a l ă d e c o n t u r. O integrală de suprafață extinsă de-a-lungul unei suprafețe închise (cu conexiune simplă) [1]) se numește i n t e g r a l ă d e î n v e l i ș. Astfel de integrale se indică prin simbolul $\oint$.

$$\oint d\bar{r} = 0, \qquad \oint d\bar{f} = 0.$$

---

[1]) Un câmp e de conexiune simplă dacă f i e c a r e curbă închisă din el închide o porțiune de suprafață care se găsește în întregime în câmp.

Scanned with OKEN Scanner

38. Teorema integrală a lui Stokes:

$$\int_{(F)} \operatorname{rot} \bar{A}\, d\bar{f} = \int_{O} \bar{A}\, d\bar{r},$$

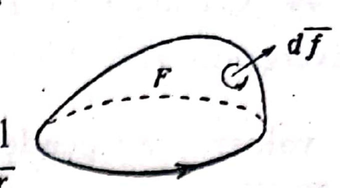


Fig. 65

unde integrala de contur trebue extinsă într'un astfel de sens de-a-lungul conturului lui F, încât $d\bar{f}$ şi $d\bar{r}$ să determine o şurubare dextrotorsă (fig. 65).

39. Teorema integrală a lui Gauss:

$$\int_{(R)} \operatorname{div} \bar{A}\, d\tau = -\int_{O} \bar{A}\, d\bar{f},$$

unde integrala de înveliş trebue extinsă astfel asupra suprafeţei-înveliş a porţiunii de spaţiu R, încât vectorul $d\bar{f}$ să arate spre interior.

40. $\int_{O} \operatorname{rot} \bar{A}\, d\bar{f} = 0,$

$\int_{O} \bar{r}\, d\bar{f} = -3\tau,$ unde τ e volumul porţiunii închise de înveliş.

$$\int_{(R)} \operatorname{grad} \varphi \operatorname{rot} \bar{A}\, d\tau = -\int_{O} \varphi \operatorname{rot} \bar{A}\, d\bar{f}, \qquad \int_{(R)} \operatorname{rot} \bar{A}\, d\tau = \int_{O} \bar{A} \times d\bar{f}.$$

41. Teoremele lui Green:

$$\int_{O} \varphi \operatorname{grad} \psi\, d\bar{f} = -\int_{(R)} (\varphi \Delta \psi + \operatorname{grad} \varphi \operatorname{grad} \psi)\, d\tau,$$

$$\int_{O} (\varphi \operatorname{grad} \psi - \psi \operatorname{grad} \varphi)\, d\bar{f} = \int_{(R)} (\psi \Delta \varphi - \varphi \Delta \psi)\, d\tau,$$

$$-\int_{O} \varphi\, d\bar{f} = \int_{(R)} \operatorname{grad} \varphi\, d\tau. \qquad \int_{O} \bar{r}^2\, d\bar{f} = 2 \int_{(R)} \bar{r}\, d\bar{f}.$$

42. Dacă τ e volumul închis prin învelişul din integralele următoare, avem

$$\operatorname{grad} \varphi = -\lim_{\tau \to 0} \left(\frac{1}{\tau} \int_{O} d\bar{f}\, \varphi \right),$$

$$\operatorname{div} \bar{A} = -\lim_{\tau \to 0} \left(\frac{1}{\tau} \int_{O} d\bar{f}\, \bar{A} \right),$$

$$\operatorname{rot} \bar{A} = -\lim_{\tau \to 0} \left(\frac{1}{\tau} \int_{O} d\bar{f} \times \bar{A} \right).$$

43. Câmpuri irotaţionale (potenţiale): $\operatorname{rot} \bar{A} = 0$. Intr'un câmp irotaţional de conexiune simplă [1]) orice integrală de linie $\int_{P_1}^{P_2} \bar{A}\, d\bar{r}$ are o valoare independentă de forma drumului dintre cele două puncte-limită, adică avem $\int_{O} \bar{A}\, d\bar{r} = 0.$

$$\bar{A} = \operatorname{grad} \varphi, \qquad \varphi = \int_{P_1}^{P_2} \bar{A}\, d\bar{r}.$$

Potenţialul φ e univoc (uniform) şi continuu.

Intr'un câmp irotaţional de conexiune multiplă există potenţiale continue neunivoce; acestea pot fi uniformizate prin introducerea unor suprafeţe de salt, pe cari ele sufere de fiecare dată acelaş salt. Exemplu: Câmpul electric în spaţiul din exteriorul unui transformator.

[1]) v. nota [1]), pagina precedentă.

Scanned with OKEN Scanner

44. Câmpuri fără divergență: $\operatorname{div} \bar{A} = 0$. In câmpul fără divergență fluxul vectorului $\int_{(F)} \bar{A}\, d\bar{f}$ printr'o suprafață de contur dat are o valoare independentă de forma suprafeței, adică avem $\oint \bar{A}\, d\bar{f} = 0$. $\bar{A} = \operatorname{rot} \bar{V}$.

45. Câmpuri lamelare: $\bar{A} \operatorname{rot} \bar{A} = 0$. Numai într'un astfel de câmp (deci și într'unul irotațional) există suprafețe pretutindeni ortogonale pe liniile de câmp (suprafețe de nivel).

$$\bar{A} = \lambda \operatorname{grad} \varphi, \qquad \int_{P_1 (C)}^{P_2} \bar{A}\, d\bar{r} = \int_{P_1}^{P_2} \lambda\, d\varphi,$$

$$\operatorname{div} \bar{A} = \lambda \triangle \varphi + \operatorname{grad} \lambda \operatorname{grad} \varphi, \qquad \operatorname{rot} \bar{A} = \operatorname{grad} \lambda \times \operatorname{grad} \varphi.$$

46. Un câmp irotațional e determinat univoc prin indicarea divergenței lui ($\operatorname{div} \bar{A} = \rho$), unul fără divergență prin indicarea rotațiunii lui ($\operatorname{rot} \bar{A} = \bar{R}$), și un câmp general prin indicarea divergenței (ρ) și a rotațiunii lui ($\bar{R}$), dacă sunt satisfăcute anumite condițiuni de continuitate.

Tensori (afinori)

47. Fie $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ $(\bar{a}\bar{b}\bar{c} \neq 0)$ trei vectori (necomplanari), analog $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ $(\bar{u}\bar{v}\bar{w} \neq 0)$. Dacă

$$\bar{P} = \alpha \bar{a} + \beta \bar{b} + \gamma \bar{c} \quad \text{și} \quad \bar{Q} = \alpha \bar{u} + \beta \bar{v} + \gamma \bar{w}$$

vectorii $\bar{P}$ și $\bar{Q}$ se numesc afini unul față de altul; avem după 17

$$\bar{Q} = \bar{u} \cdot \bar{a}' \bar{P} + \bar{v} \cdot \bar{b}' \bar{P} + \bar{w} \cdot \bar{c}' \bar{P},$$

unde $\bar{a}', \bar{b}', \bar{c}'$ sunt vectori reciproci ai lui $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Expresiunea lui $\bar{Q}$ se numește o funcțiune vectorială liniară de $\bar{P}$, și se scrie

$$\bar{Q} = \bar{\bar{\Phi}} \bar{P}.$$

Prin litera $\bar{\bar{\Phi}}$ se indică transformarea liniară, prin care vectorul $\bar{P}$ se transformă în vectorul $\bar{Q}$. Dacă $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ reprezintă un triedru dat în prealabil, $\bar{\bar{\Phi}}$ e determinat de cei trei vectori $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ sau $\bar{a}', \bar{b}', \bar{c}'$. Astfel de transformări de aplicat unui vector se scriu sub forma

$$\bar{\bar{\Phi}} = \bar{u} \cdot \bar{a}' + \bar{v} \cdot \bar{b}' + \bar{w} \cdot \bar{c}',$$

și se numesc tensori (în trecut afinori)[1]) și se zice că $\bar{Q} = \bar{\bar{\Phi}} \bar{P}$ e „produsul" tensorului $\bar{\bar{\Phi}}$ prin vectorul $\bar{P}$.

48. In cazul particular $\bar{u} = \bar{i}$, $\bar{v} = \bar{j}$, $\bar{w} = \bar{k}$ avem, scriind $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ în loc de $\bar{a}', \bar{b}', \bar{c}'$: $\bar{Q} = \bar{\bar{\Phi}} \bar{P} = \bar{i} \cdot \bar{A} \bar{P} + \bar{j} \cdot \bar{B} \bar{P} + \bar{k} \cdot \bar{C} \bar{P}$,
și descompunerea în componente dă

$$Q_x = A_x P_x + A_y P_y + A_z P_z$$
$$Q_y = B_x P_x + B_y P_y + B_z P_z$$
$$Q_z = C_x P_x + C_y P_y + C_z P_z$$

Tensorul e determinat acum prin sistemul de coeficienți (matricea):

$$\bar{\bar{\Phi}} = \begin{pmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{pmatrix}. \qquad \bar{Q} = \begin{pmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{pmatrix} \bar{P}$$

49. Dacă $\qquad \bar{\bar{\Phi}} = \bar{u} \cdot \bar{A} + \bar{v} \cdot \bar{B} + \bar{w} \cdot \bar{C}$,
tensorul $\qquad \bar{\bar{\Phi}}' = \bar{A} \cdot \bar{u} + \bar{B} \cdot \bar{v} + \bar{C} \cdot \bar{w}$
se numește conjugatul lui $\bar{\bar{\Phi}}$.

---

[1]) Uneori și diade (dyadic); dar ca diadă se notează și cazul mai simplu $\bar{u} \cdot \bar{a}'$. AEF încă nu a făcut recomandări privitoare la notațiunile din analiza tensorială.

In cazul particular (48), $\overline{u} = \overline{i}$, $\overline{v} = \overline{j}$, $\overline{w} = \overline{k}$ avem

$$\overline{Q}' = \overline{\overline{\Phi}}' \overline{P} = \overline{A} \cdot \overline{i}\,\overline{P} + \overline{B} \cdot \overline{j}\,\overline{P} + \overline{C} \cdot \overline{k}\,\overline{P} = P_x \overline{A} + P_y \overline{B} + P_z \overline{C},$$

prin descompunerea în componente:

$$\overline{\overline{\Phi}}' = \begin{pmatrix} A_x & B_x & C_x \\ A_y & B_y & C_y \\ A_z & B_z & C_z \end{pmatrix}, \qquad \overline{Q}' = \begin{pmatrix} A_x & B_x & C_x \\ A_y & B_y & C_y \\ A_z & B_z & C_z \end{pmatrix} \overline{P};$$

$\overline{\overline{\Phi}}'$ derivă deci din $\overline{\overline{\Phi}}$ prin schimbarea liniilor cu coloanele.

50. Doi tensori sunt egali între ei când sunt identici. Prin suma lor $\overline{\overline{\Phi}}_1 + \overline{\overline{\Phi}}_2$ se înțelege tensorul care transformă un vector $\overline{P}$ în $\overline{\overline{\Phi}}_1 P + \overline{\overline{\Phi}}_2 P$; avem $\overline{\overline{\Phi}}_1 + \overline{\overline{\Phi}}_2 = \overline{u} \,.\, (\overline{A}_1 + \overline{A}_2) + \overline{v} \,.\, (\overline{B}_1 + \overline{B}_2) + \overline{w} \,.\, (\overline{C}_1 + \overline{C}_2)$,

$$\overline{\overline{\Phi}}_1 + \overline{\overline{\Phi}}_2 = \begin{pmatrix} A_{1x} + A_{2x} & A_{1y} + A_{2y} & A_{1z} + A_{2z} \\ B_{1x} + B_{2x} & B_{1y} + B_{2y} & B_{1z} + B_{2z} \\ C_{1x} + C_{2x} & C_{1y} + C_{2y} & C_{1z} + C_{2z} \end{pmatrix} = \overline{\overline{\Phi}}_2 + \overline{\overline{\Phi}}_1.$$

$$\lambda \overline{\overline{\Phi}} = \overline{u} \quad \lambda \overline{A} + \overline{v} \cdot \lambda \overline{B} + \overline{w} \cdot \lambda \overline{C}.$$

51. Un **t e n s o r s i m e t r i c** e un tensor egal cu conjugatul lui: $\overline{\overline{\Phi}} = \overline{\overline{\Phi}}'$. Un **t e n s o r a n t i s i m e t r i c** (simetric strâmb sau alternant) e egal și de semn contrar cu conjugatul său: $\overline{\overline{\Phi}} = -\overline{\overline{\Phi}}'$.

$$\text{Tensorul} \quad \overline{\overline{\Phi}} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = (a_{ik}) \quad (i, k = 1, 2, 3)$$

e simetric dacă $a_{ik} = a_{ki}$, și simetric strâmb dacă $a_{ik} = -a_{ki}$, adică $a_{ii} = 0$. Fiecărui tensor simetric i se poate asocia o cuadrică, numită „elipsoidul tensorului", deși nu e totdeauna elipsoid — și anume

$$a_{11} x^2 + 2 a_{12} xy + a_{22} y^2 + 2 a_{23} yz + a_{33} z^2 + 2 a_{31} zx = 1.$$

Orice tensor $\overline{\overline{\Phi}}$ se poate reprezenta prin suma dintre un tensor simetric $(\overline{\overline{T}})$ și unul simetric strâmb $(\overline{\overline{A}})$, și anume

$$\overline{\overline{\Phi}} = \overline{\overline{T}} + \overline{\overline{A}}, \quad \text{unde } \overline{\overline{T}} = {}^1/_2 (\overline{\overline{\Phi}} + \overline{\overline{\Phi}}'), \quad \overline{\overline{A}} = {}^1/_2 (\overline{\overline{\Phi}} - \overline{\overline{\Phi}}'),$$

$\overline{\overline{\Phi}}'$ reprezentând conjugatul lui $\overline{\overline{\Phi}}$; această descompunere e posibilă într'un singur fel. $\overline{\overline{T}}$ se numește **p a r t e a s i m e t r i c ă** a lui $\overline{\overline{\Phi}}$, $\overline{\overline{A}}$ **a x i a t o r u l** lui $\overline{\overline{\Phi}}$:[1])

$$\overline{\overline{T}} = \text{ts}\,\overline{\overline{\Phi}} \qquad \overline{\overline{A}} = \text{ax}\,\overline{\overline{\Phi}}$$

$$\text{ts}\,\overline{\overline{\Phi}} = \begin{pmatrix} a_{11} & {}^1/_2 (a_{12} + a_{21}) & {}^1/_2 (a_{13} + a_{31}) \\ {}^1/_2 (a_{12} + a_{21}) & a_{22} & {}^1/_2 (a_{23} + a_{32}) \\ {}^1/_2 (a_{13} + a_{31}) & {}^1/_2 (a_{23} + a_{32}) & a_{33} \end{pmatrix}.$$

$$\text{ax}\,\overline{\overline{\Phi}} = \begin{pmatrix} 0 & {}^1/_2 (a_{12} - a_{21}) & {}^1/_2 (a_{13} - a_{31}) \\ {}^1/_2 (a_{21} - a_{12}) & 0 & {}^1/_2 (a_{23} - a_{32}) \\ {}^1/_2 (a_{31} - a_{13}) & {}^1/_2 (a_{32} - a_{23}) & 0 \end{pmatrix}.$$

52. **Exemple.** a) *Tensorul simetric al tensiunii.* Starea de tensiune elastică într'un corp e determinată prin trei tensiuni normale (de întindere sau compresiune) și șase tensiuni tangențiale (de tăiere), cari se reunesc într'un tensor:

$$\begin{pmatrix} X_x & Y_x & Z_x \\ X_y & Y_y & Z_y \\ X_z & Y_z & Z_z \end{pmatrix}.$$

---

[1]) In trecut tensorii nesimetrici se numeau afinori, iar partea lor simetrică tensori. — După o definiție mai generală, scalarii, vectorii și tensorii de mai sus apar ca tensori de ordinul zero, întâiu și al doilea, de unde notarea cu numărul corespunzător de bare (n. tr.).

In mecanică se demonstrează că el e simetric, adică $Z_y = Y_z$, $X_z = Z_x$, $Y_x = X_y$.

b) Cele trei mărimi scalare cari intervin în ax $\overline{\overline{\Phi}}$ pot fi concepute drept componente ale unui vector $\overline{\omega} = {}^1/_2 (a_{32} - a_{23}) \overline{i} + {}^1/_2 (a_{13} - a_{31}) \overline{j} + {}^1/_2 (a_{21} - a_{12}) \overline{k}$. Avem astfel

$$\text{ax}\,\overline{\overline{\Phi}}\,\overline{P} = \overline{\omega} \times \overline{P}$$

In particular (cp. 12) ax $\overline{\overline{\Phi}}\,\overline{r} = \overline{\omega} \times \overline{r}$ e vitesa de rotație a lui $\overline{r}$, dacă $\overline{\omega}$ e vitesa unghiulară la rotirea în jurul unei axe perpendiculare pe $\overline{r}$.

c) Variațiunea infinitezimală a unui vector $\overline{P}$, sub influența unui fluid curgător care-l antrenează și a cărui vitesă e proporțională cu vectorul $\left\{u, v, w\right\}$, e determinată de următoarea funcțiune vectorială liniară cu derivatele parțiale $u_x, u_y \ldots$

$$\overline{\overline{\Phi}}\,\overline{P} = \begin{pmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{pmatrix} \overline{P}.$$

Descompunerea lui $\overline{\overline{\Phi}}$ în partea lui simetrică și antisimetrică dă teorema lui Helmholtz, după care orice deformațiune infinitezimală poate fi concepută drept rezultanta unei deformațiuni pure (în înțelesul din exemplul a) și a unei rotațiuni (exemplul b), făcând abstracțiune de o translație.

VII. Numere complexe și vectori în plan, funcțiuni de variabilă complexă, reprezentare conformă[1]

a) Numerele complexe și vectorii în plan

1. In pp. 73 și 97 s'au grupat împreună regulile pentru calculul formal cu numerele complexe. Independent de ele, numerele complexe admit o interpretare geometrică-vectorială, prin care sunt importante și indispensabile pentru aplicațiunile din fizica matematică, mecanică și mai ales electrotehnică.

Mai jos va fi vorba numai despre vectori într'un același plan. Fie $\overline{e}$ și $\overline{i}$ cei doi versori perpendiculari unul pe altul ai unor axe x și y; în aceste condițiuni $\overline{e} \times \overline{i} = \overline{k}$ e versorul perpendicular pe fața considerată a planului. Orice vector $\overline{z}$ din plan se poate reprezenta sub forma $\overline{z} = x\overline{e} + y\overline{i}$, unde x, y sunt coordonatele rectangulare ale extremității razei vectoare $\overline{z}$ în raport cu sistemul de coordonate determinat de $\overline{e}$ și $\overline{i}$. In aceste condițiuni avem pentru adunare, scădere și înmulțirea cu un factor numeric (real) λ, ca sub VI. 4 și 21, p. 169:

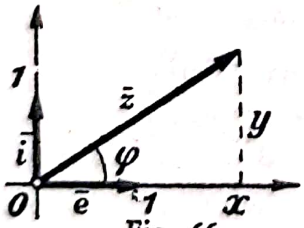


Fig. 66.

$$\overline{z} \pm \overline{z}' = (x \pm x')\overline{e} + (y \pm y')\overline{i}, \qquad \lambda\overline{z} = \lambda x\overline{e} + \lambda y\overline{i}.$$

Dacă $|\overline{z}| = +\sqrt{x^2 + y^2}$ și $\varphi = \text{arc}\,(\overline{z}) = \text{arc cos}\,(x/|\overline{z}|) = \text{arc sin}\,(y/|\overline{z}|) = \text{arc tg}\,(y/x)$ sunt coordonatele polare ale extremității lui $\overline{z}$, avem $\overline{z} = |\overline{z}|(\cos\varphi\,\overline{e} + \sin\varphi\,\overline{i})$. Vectorul din paranteză $\overline{e\varphi} = \cos\varphi\,\overline{e} + \sin\varphi\,\overline{i}$

[1]) Bibliografie: Knopp, Funktionentheorie, Berlin 1937, Samlg. Göschen, Elemente, Nr. 1109, Grundlagen, Nr. 668, ed. a 5-a, Berlin 1937, Anwendungen und Weiterführung der allgemeinen Theorie, Nr. 703, ed. a 4-a, Berlin 1931, Aufgabensammlung, Nr. 877 și 878, Berlin 1931. — Lewent, Konforme Abbildung, Leipzig și Berlin 1912, Teubner. — Bieberbach, Einführung in die konforme Abbildung, ed. a 3-a, Berlin și Leipzig 1937, Samlg. Göschen, vol. 768. — Holzmüller, Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften, Leipzig 1882. — Exemple în Th. Meyer, Konforme Abbildung, Z A M 1923, p. 136. — Cercetări mai detaliate în aproape toate tratatele de teoria funcțiunilor.

e versorul cu faza φ față de axa x; $\overline{e}_0 = \overline{e}$, $\overline{e}_{\pi/2} = \overline{i}$ (fig. 66).

2. Pentru înmulțirea scalară (interioară) și vectorială (exterioară) mai avem

$$\overline{z}\,\overline{z}' = x x' + y y' = |\overline{z}|\cdot|\overline{z}'|\cos \widehat{\overline{z}\,\overline{z}'}, \qquad \overline{z}\,\overline{z} = |\overline{z}|^2,$$

$$\overline{z}\times\overline{z}' = (x y' - y x')\cdot\overline{k} = |\overline{z}|\cdot|\overline{z}'|\sin\widehat{\overline{z}\,\overline{z}'}\cdot\overline{k}.$$

Produsul scalar e un număr (real), cel vectorial e însă un vector care nu e cuprins în planul considerat. Această constatare arată că e util să se introducă un al treilea fel de înmulțire a doi vectori (într'un plan), la care produsul să fie iarăși un vector din plan: Dacă $\overline{z} = |\overline{z}|\cdot\overline{e}_{\varphi}$, $\overline{z}' = |\overline{z}'|\cdot\overline{e}_{\varphi'}$, vom hotărî prin definiție ca

$$\overline{z}\,\overline{z}' = |\overline{z}|\cdot|\overline{z}'|\cdot\overline{e}_{\varphi+\varphi'} = |\overline{z}|\cdot|\overline{z}'|\left(\cos(\varphi+\varphi')\,\overline{e} + \sin(\varphi+\varphi')\,\overline{i}\right).$$

Această înmulțire prezintă în plus avantajul că satisface întâi legea comutației $\overline{z}'\overline{z} = \overline{z}\,\overline{z}'$, al doilea legea asociației $(\overline{z}\,\overline{z}')\,\overline{z}'' = \overline{z}\,(\overline{z}'\,\overline{z}'') = \overline{z}\,\overline{z}'\,\overline{z}''$, al treilea legea distribuției $(\overline{z} + \overline{z}')\,\overline{z}'' = \overline{z}\,\overline{z}'' + \overline{z}'\,\overline{z}''$.

Această împrejurare permite să se definească și o împărțire a vectorilor din plan. Prin $\overline{z}^{-1} = 1/\overline{z}$ se va înțelege vectorul care, înmulțit (în sensul tocmai hotărît) cu $\overline{z}\,(\neq 0)$, dă vectorul $\overline{e}$. Avem univoc

$$\overline{z}^{-1} = \frac{1}{\overline{z}} = \frac{1}{|\overline{z}|}\,\overline{e}_{-\varphi} = \frac{1}{|\overline{z}|}\,(\cos\varphi\,\overline{e} - \sin\varphi\,\overline{i}).$$

Deci
$$\frac{\overline{z}'}{\overline{z}} = \overline{z}'\,\overline{z}^{-1} = \frac{|\overline{z}'|}{|\overline{z}|}\,\overline{e}_{\varphi'-\varphi} = \frac{|\overline{z}'|}{|\overline{z}|}\left(\cos(\varphi'-\varphi)\,\overline{e} + \sin(\varphi'-\varphi)\,\overline{i}\right).$$

Se înțelege că produsul astfel definit prezintă desavantajul că depinde de alegerea vectorului $\overline{e}$, adică de orientarea axei absciselor.

Mai avem $\overline{z}\,\overline{z} = \overline{z}^2 = |\overline{z}|^2\,\overline{e}_{2\varphi}$. Introducând în particular $\overline{z} = \overline{e}$ și $\overline{z} = \overline{i}$, se obține $\overline{e}^2 = \overline{e}$, $\overline{i}^2 = \overline{e}_{\pi} = -\overline{e}$.

3. Se obișnuește să se noteze vectorii de pe axa x (concepuți totdeauna ca raze vectoare) simplu prin abscisele extremităților lor, adică drept multipli pozitivi sau negativi ai versorului $\overline{e}$ și deci acesta însuși cu 1, și să se mai scrie i în loc $\overline{i}$, și z în loc $\overline{z}$ etc.[1])

In aceste condițiuni $i^2 = -1$, $z = x + y i$.

Observație. Mai sus x, y sunt scalari (egali cu numere reale), i, z însă vectori. De aceea nu trebue să fim surprinși că ecuația $i^2 = -1$, stabilită pentru vectori, nu mai e valabilă pentru scalari (adică numere reale).

Vectorul $z = x + y i$ cuprinde doi scalari ordonați, adică de ordine de succesiune determinată, și se numește din acest motiv „număr complex" (Gauss), unde numirea de „număr", care fusese rezervată până acum pentru scalari, se extinde în această legătură și asupra vectorilor unui același plan. Un motiv pentru această extindere a numirii de număr consistă și în fapul că regulile de calcul cu numerele reale obișnuite sunt valabile fără excepțiune și pentru vectorii aceluiași plan, dacă se definește potrivit adunarea, scăderea, înmulțirea și împărțirea (ca sub 1. și 2.) și se scrie în cursul calculelor totdeauna $i^2 = -1$.

Cine scrie $i = \sqrt{-1}$ nu poate și nu trebue să înțeleagă prin aceasta altceva decât un alt fel de scriere a ecuației vectoriale $i^2 = -1$, dacă nu vrea să perpetueze erori ale unor timpuri trecute, cari mai persistă în numirea istorică de „unitate imaginară".

[1]) Simbolul i derivă dela Euler și e uzual de 150 ani. Electrotehnicianul scrie acum uneori j în locul lui.

E deci recomandabil și comod să se prefere pentru vectorii unui aceluiași plan calculul cu numere complexe. Cum a enunțat G a u s s și a demonstrat W e i e r s t r a s s, nu se poate constitui pentru vectorii în spațiu un calcul care să conserve t o a t e legile de calcul ale numerelor obișnuite. Pentru vectorii în spațiu se recomandă deci un calcul vectorial aparte (pp. 164 ș. u.).

Mai observăm că versorul $\overline{e}_\varphi$ se poate nota, dintr'un motiv amintit mai jos (cp. VII. b) 1, p. 181), și cu $e^{i\varphi}$, adică avem formula lui Euler:

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi = \overline{e}_\varphi.$$

4. Inmulțirea lui $z_1 = |z_1|\,\overline{e}_{\varphi_1}$ cu $z_2 = |z_2|\,\overline{e}_{\varphi_2}$ înseamnă geometric o rotire a vectorului z_1 cu unghiul φ_2 și totodată o alungire (sau scurtare) a lungimii lui la valoarea $|z_1|\cdot|z_2|$ (r o t o e t i r a r e). Impărțirea cu z_2 înseamnă o rotire cu $-\varphi_2$ (adică în sens contrar) și alungire (sau scurtare) a lungimii la valoarea $|z_1| : |z_2|$.

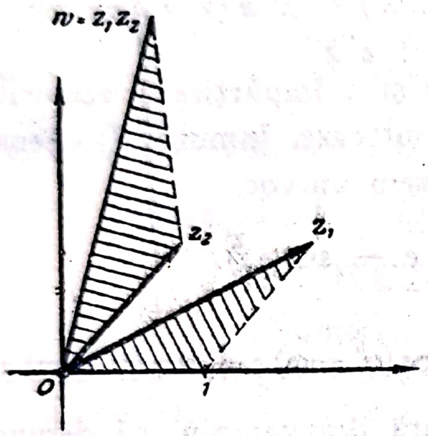


Fig. 67.

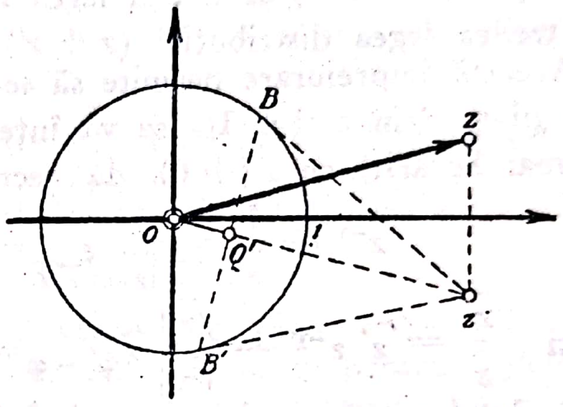


Fig. 68.

Construcția geometrică a lui $w = z_1 z_2$. Se trasează triunghiul $O z_2 w$ asemenea și în același sens cu triunghiul $O\,1\,z_1$ (fig. 67). Inmulțirea unui vector cu i înseamnă deci rotirea lui cu 90° în sensul pozitiv de rotațiune.

Construcția geometrică a lui $1/z$. Se construește mai întâi valoarea conjugată $z^{\cdot} = |z|\,\overline{e}_{-\varphi}$, se trasează din punctul $z^{\cdot}$ tangentele la cercul cu raza 1. Dreapta prin punctele de tangență $B\,B'$ intersectează vectorul z în extremitatea Q' a vectorului căutat $O\,Q' = 1 : z$. (Inversiunea; Q' e punctul invers a lui $z^{\cdot}$, fig. 68.)

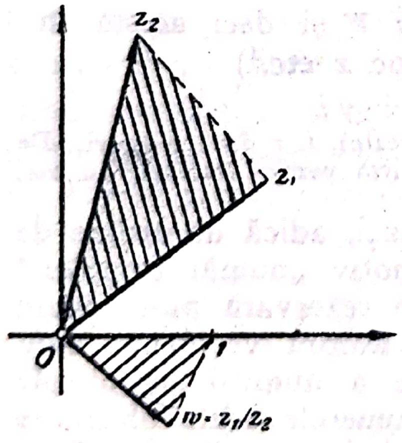


Fig. 69.

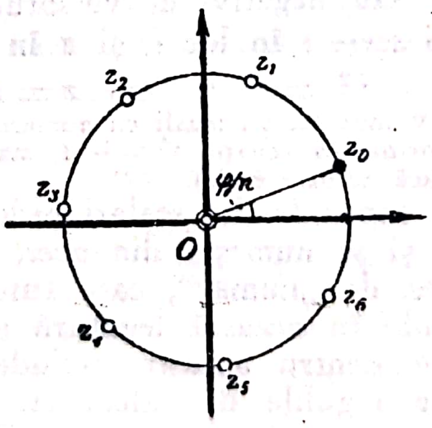


Fig. 70.

Construcția geometrică a lui $w = z_1/z_2$. Se construește triunghiul $O\,1\,w$ asemenea și în același sens cu triunghiul $O z_2 z_1$ (fig. 69).

Construcția geometrică a lui $\sqrt[n]{z}$. Cercul cu centrul în origine și raza $\left|\sqrt[n]{|z|}\right|$ se împarte, începând cu punctul $z_0 = +\sqrt[n]{|z|}\,\overline{e}_{\varphi/n}$ în n părți egale. Punctele de împărțire dau cele n valori ale lui $\sqrt[n]{z}$. (fig. 70 pt. $n = 7$.)

Dacă $z_0, z_1, z_2, \ldots, z_{n-1}$ sunt cei n vectori cu originea în O și extremitățile în punctele de împărțire, avem

$$\Sigma z_k = z_0 + z_1 + z_2 + \ldots + z_{n-1} = 0,$$

adică și $\Sigma \cos(\varphi/n + k\,2\pi/n) = 0$ și $\Sigma \sin(\varphi/n + k\,2\pi/n) = 0.$

Scanned with OKEN Scanner

5. **Oscilații.** In studiul fenomenelor periodice cari evoluează după o lege sinusoidală, e utilă întrebuințarea vectorilor dintr'un plan. O astfel de oscilație sinusoidală (t fiind timpul)

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

cu amplitudinea A, pulsația ω, adică perioada $2\pi/\omega$, și faza inițială φ_0 poate fi concepută drept componentă y a vectorului

$$z = A\,\overline{e}_{\omega t + \varphi_0} = A\,e^{i(\omega t + \varphi_0)}.$$

In aceste condițiuni compunerea a două oscilații y_1, y_2 într'o oscilație rezultantă se poate obține prin adunarea vectorilor respectivi z_1, z_2. Pentru oscilații de aceeași frecvență (adică de același ω), așa numitul factor de timp $\overline{e}_{\omega t} = e^{i\omega t}$ e același. De aceea el poate fi lăsat la o parte în calcule și în construcții cu astfel de vectori sincroni și ne putem imagina că întregul plan se rotește cu vitesa unghiulară constantă ω; fiindcă în acest caz interesează numai diferența de fază a vectorilor. In loc de aceasta se poate considera planul ca fix, în timp ce o dreaptă trecând prin $z = 0$ se rotește cu vitesa unghiulară $-\omega$, adică în sens contrar. Pe aceasta se bazează de ex. *diagramele tehnicei de curent alternativ.*

b) Funcțiuni analitice de variabilă complexă. Reprezentare conformă

1. O funcțiune $w = f(z)$ de variabilă complexă $z = x + iy$, care are o *derivată* în fiecare punct al unui domeniu din planul z

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(z+h) - f(z)}{h} = f'(z) \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

se numește analitică sau regulată în acest domeniu. Dacă prin separarea părților reale și imaginare obținem $w = u(x, y) + i\,v(x, y)$, avem pentru funcțiunile analitice

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = -i\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} = -i\frac{\partial w}{\partial y}; \quad (2)$$

adică ele satisfac ecuațiile diferențiale ale lui *Cauchy-Riemann*

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

și ecuația lui *Laplace* a potențialului în plan

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad \text{pentru } \varphi = u \text{ și } v \quad \ldots \quad (4)$$

Pentru funcțiunile elementare în complex v. III. E, p. 97. Trebue remarcat în particular că vectorul $e^x \overline{e}_y = e^x(\cos y + i \sin y)$ reprezintă o funcțiune analitică de $z = x + iy$, a cărei derivată e iarăși egală cu $e^x \overline{e}_y$; ea are deci aceeași proprietate ca și funcțiunea exponențială reală și are în plus pentru $z = 0$ valoarea 1, motiv pentru care se notează cu e^z. Pentru $x = 0$ urmează astfel

$$e^{iy} = \overline{e}_y = \cos y + i \sin y,$$

adică formula lui Euler.

2. Egalând cu câte o constantă arbitrară partea reală $u(x, y)$ și cea imaginară $v(x, y)$ a unei funcțiuni analitice $w = f(z)$, se obține în planul xy (planul z) o rețea de două familii de curbe, cari sunt unele traiectorii o r t o g o n a l e ale celorlalte, fiindcă

$$\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Acestor familii de curbe le corespunde într'un alt plan, și anume în planul uv (planul w), rețeaua dreptelor paralele cu axele u și v.

Funcțiunea $w = f(z)$ îi asociază fiecărui punct z al planului z un punct w al planului w; se zice că planele sunt reprezentate unul pe altul. Dacă $w = f(z)$ e a n a l i t i c ă, adică dacă e satisfăcută una din condițiunile (1), (2) sau (3), urmează că, în toate locurile în cari $f'(z) \neq 0$, două curbe cari se intersectează în planul z formează același unghiu ca și curbele corespunzătoare ale planului w în punctul corespunzător din el (r e p r e z e n t a r e i z o g o n a l ă). Afară de aceasta, rapoartele elementelor de linie ale celor două curbe din planul z în locul respectiv sunt aceleași ca și ale elementelor de linie ale curbelor corespunzătoare din planul z în locul corespunzător (a s e m ă n a r e î n c e l e m a i m i c i d i m e n s i u n i). Această reprezentare printr'o funcțiune analitică se numește de aceea c o n f o r m ă. $f'(z) = dw/dz$ se numește raportul de deformare, fiindcă $|f'(z)|$ măsoară variațiunea lungimii, arc $(f'(z))$ rotațiunea pe care o încearcă la reprezentare un scurt segment al planului z.

c) Câteva reprezentări conforme particulare

1. $w = z + c$, unde c reprezintă o constantă complexă, reprezintă o deplasare paralelă a planului z egală cu vectorul c în orientare și lungime.

2. $w = az + b$ ($a \neq 0$ și 1) efectuează o deplasare cu b, o rotațiune cu arc (a) și o alungire în raportul $1 : |a|$. Punctul $z = b/(1-a)$ rămâne neschimbat.

3. $w = 1/z$ efectuează o inversiune (oglindire față de cerc), de construit cu ajutorul fig. 68. Punctul $z = 0$ formează un punct care „nu e esențialmente singular" (adică e un pol) și e transformat în punctul dela „infinit" ($w = \infty$). Interiorul cercului unitate e transformat în exteriorul lui și reciproc. Punctele circumferenței sunt transformate în puncte ale aceleiași circumferențe; punctele $z = \pm 1$ rămân neschimbate. Cercurile și dreptele planului z cari nu trec prin punctul $z = 0$ se transformă în cercuri ale planului w; cercurile și dreptele cari trec prin punctul $z = 0$ se transformă în drepte ale planului w.

4. $w = l(z) = \dfrac{az+b}{cz+d}$ [funcțiune liniară [1]), $c \neq 0$] transformă ansamblul tuturor cercurilor planului z în ansamblul cercurilor planului w, dacă dreptele se consideră drept cercuri cari trec prin punctul dela infinit ($z = \infty$ sau $w = \infty$). Așanumitele două puncte fixe

$$\left(a - d \pm \sqrt{(a-d)^2 + 4bc}\right) : 2c$$

ale planului z corespund acelorași puncte ale planului w. Ele coincid dacă $(a-d)^2 + 4bc = 0$: funcțiune liniară „parabolică". Funcțiunea liniară e singura care efectuează o reprezentare conformă b i u n i v o c ă

[1]) „Liniară" se întrebuințează aici în înțelesul de „liniară fracționară".

a întregului plan z pe întregul plan w, adică fiecărui punct al planului z îi corespunde un singur punct al planului w şi reciproc.

$l(z)$ e complet determinată dacă se dau trei valori ale lui w, pe cari le ia $l(z)$ pentru trei valori diferite ale lui z. Dacă

$$A = l(\alpha), \qquad B = l(\beta), \qquad C = l(\gamma),$$

w se determină din

$$\frac{w-A}{w-C} : \frac{B-A}{A-C} = \frac{z-\alpha}{z-\gamma} : \frac{\beta-\alpha}{\beta-\gamma},$$

sau $(w, A, B, C) = (z, \alpha, \beta, \gamma)$, dacă aceasta notează raportul anarmonic de mai sus. Raportul anarmonic a câte patru puncte rămâne nemodificat la o reprezentare conformă liniară.

Câteva cazuri particulare.

$w = i\dfrac{z-i}{z+i}$ reprezintă semiplanul superior $y > 0$ pe interiorul cercului unitate $|w| < 1$, axa x pe circumferenţa lui $|w| = 1$.

$w = \dfrac{az-b}{b^{\cdot}z-a^{\cdot}}$ reprezintă cercul unitate $|z| = 1$ pe cercul unitate $|w| = 1$, dacă $aa^{\cdot} - bb^{\cdot} > 0$. ($a^{\cdot}$ şi $b^{\cdot}$ sunt conjugaţii lui a şi b).

$w = k\dfrac{z-b}{z-a}$ reprezintă un triunghiu din arcuri de cerc din planul z, cu suma unghiurilor egală cu două drepte şi cu laturile trecând printr'un acelaşi punct a, pe un triunghiu rectiliniu al planului w. Vârful $z = b$ (în dreptul lui γ) e transformat în origine (fig. 71). Aceeaşi funcţiune reprezintă o seceră din arcuri de cerc, cuprinsă între două cercuri tangente în punctul a, pe o fâşie paralelă în planul w (fig. 72) şi un inel circular limitat de două cercuri excentrice ale planului z pe un inel concentric al planului w.

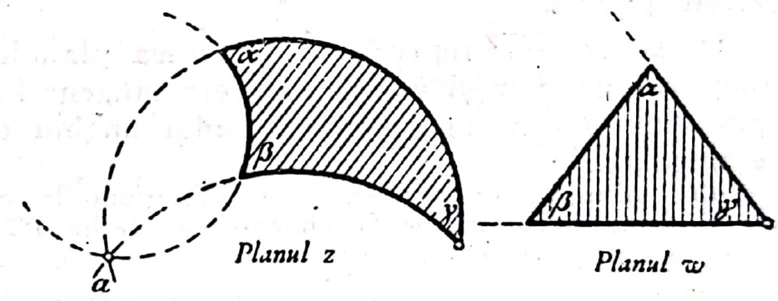


Fig. 71.

$w = z + a^2/z$ (a real). Cercurilor $|z| = \text{const}$ ale planului z le corespund elipse confocale ale planului w, dacă $|z| \neq a$, dar cercului $|z| = a$ segmentul $|u| \leqq 2a$.

5. $w = z^2$. Dreptele prin punctul $z = 0$ se transformă în dreptele prin $w = 0$, dar fiecare rotită înainte cu dublul fazei ei. In jurul punctului $w = 0$ (punct de ramificaţie) reprezentarea nu mai e izogonală. Intregul plan z e reprezentat pe dublul plan w, imaginat constând din două foi suprapuse (suprafaţa cu două foi a lui Riemann). Curbelor $u = \text{const}$, $v = \text{const}$ ale planului w le corespund hiperbolele $x^2 - y^2 = u$, $2xy = v$ ale planului z; paralelelor cu axele planului z date de $x = \text{const}$, $y = \text{const}$ le corespund însă parabolele confocale $v^2 = -4x^2(u - x^2)$ şi $v^2 = 4y^2(u + y^2)$ ale planului w.

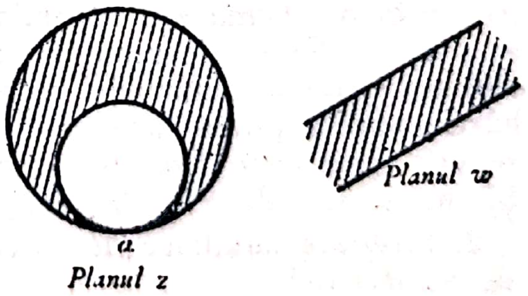


Fig. 72.

Scanned with OKEN Scanner

6. $w = z^n$ (n pozitiv şi întreg); analog ca mai sus. Intregul plan z e reprezentat pe planul w n-tuplu, imaginat constând din n foi (suprafaţa cu n foi a lui Riemann). Originea $w = 0$ e un punct de ramificaţie de ordinul n.

7. $w = z^{1/\alpha}$ (α real). Interiorul unghiului $\pi\alpha$, cu vârful în originea $z = 0$ şi o latură pe axa x pozitivă e reprezentat pe semiplanul superior $v > 0$, sectorul corespunzător al cercului unitate pe semicercul superior $v = +\sqrt{1 - u^2}$.

8. $w = e^z$. Celor patru făşii paralele $0 \leqq y < \pi/2$, $\pi/2 \leqq y < \pi$, $\pi \leqq y < 3\pi/2$, $3\pi/2 \leqq y < 2\pi$ le corespund pe rând primul, al doilea, al treilea şi al patrulea cadran al planului w, întregului plan z, planul w cu infinit de multe foi, dreptelor $x =$ const le corespund cercurile $|w| = e^x =$ const, iar dreptelor $y =$ const, dreptele $\text{arc}(w) =$ const.

9. $w = \sin z$. Dreptelor $x =$ const, $y =$ const ale planului z le corespund în planul w hiperbolele resp. elipsele confocale

$$\frac{u^2}{\sin^2 x} - \frac{v^2}{\cos^2 x} = 1 \qquad \frac{u^2}{\text{Cos}^2 y} + \frac{v^2}{\text{Sin}^2 y} = 1.$$

10. $w = \log(z^2 - 1)$. Paralelele planului w date de $u =$ const, $v =$ const sunt reprezentările curbelor confocale ale lui Cassini (lemniscatele generale) cu focarele $x = \pm 1$ şi ale hiperbolelor echilaterale cari trec prin aceste puncte.

11. $w = e^{-2\pi/z}$ reprezintă porţiunea planului z din jurul vârfului format de axa $+x$ şi un arc de cerc tangent la ea în origine, pe porţiunea planului w din jurul vârfului unui unghiu obtuz din el. Punctul $z = 0$ e singular.

Alte exemple, în particular cu aplicaţiuni la cinematica fluidelor, cp. în W. Müller, Mathematische Strömungslehre, Berlin 1928, Springer.

VIII. Matematici aplicate

A. Calculul numeric

1. **Reguli generale pentru efectuarea calculelor mai lungi.** Se va întrebuinţa o schemă sau formular de calcul, spre a avea o privire generală asupra lui. Se va întrebuinţa hârtie cadrilată, coale separate, scrise pe o singură pagină, calculele secundare la margine şi nu pe bucăţele de hârtie, spre a putea face verificări. Numerele de adunat sau scăzut adesea se vor scrie pe o fişă deplasabilă. După evaluări se vor intercala probe. Să nu se calculeze în mare grabă.

2. **Mijloace auxiliare de calcul.** Riglă de calcul, maşină de calcul, table de împărţire.[1])

[1]) Crelle, Rechentafeln, Berlin 1907. — H. Zimmermann, Rechentafeln, Berlin 1929, Ernst & Sohn. Ediţia A şi B, ultima cu o tablă de pătrate. — L. Zimmermann, Rechentafeln, Liebenwerda; ediţia mică 1916, ediţia mare 1896. — Peters, Neue Rechentafeln für Multiplikation und Division mit allen ein- bis vierstelligen Zahlen, Berlin 1909. — Weiskircher, Taschenbuch zum Schnellrechnen, Hannover 1914. — Reuchelbach, Divisionstafeln, Göttingen 1918. — Ziehlke, Rechentafeln und Sonderrechenstäbe, Leipzig 1938, Teubner.

3. **Inmulţirea şi împărţirea.** La înmulţire se pot folosi şi table de pătrate[1]) (cp. tabla 2, p. 4 ş. u.), după formula

$$a\,b = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2.$$

Impărţirea se reduce la înmulţire şi invers cu ajutorul unei table de valori reciproce (cp. tabla 2):

$$a:b = a \cdot \frac{1}{b} \qquad a \cdot b = a : \frac{1}{b},$$

uşurând multe calcule.

4. **Rădăcini pătrate.** Dacă x e o valoare apropiată de $\sqrt{a}$, valoarea $x + (a - x^2)/2\,x$ e o valoare şi mai apropiată. Dacă $a = b^2 + \varepsilon$, unde ε e mic faţă de b, avem

$$\sqrt{a} = \sqrt{b^2 + \varepsilon} \approx b + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{b}.$$

5. $\sqrt[n]{a}$. Dacă x e o valoare apropiată de $\sqrt[n]{a}$, valoarea $x + \dfrac{a - x^n}{n\,x^{n-1}}$ e o valoare şi mai apropiată. Dacă $a = b^n + \varepsilon$, unde ε e mic faţă de b, avem

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n + \varepsilon} \approx b + \frac{1}{n}\frac{\varepsilon}{b^{n-1}}.$$

6. **Formule de aproximaţie** v. tabla 1, p. 3.

7. **Calculul erorilor.** Dacă Δx, $\Delta y, \ldots$ sunt mici erori ale lui x, $y, \ldots$ mica eroare corespunzătoare a lui $f(x, y, \ldots)$ se calculează din

$$\Delta f \approx \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \Delta y + \ldots$$

In formulă erorile trebue considerate toate ca valori absolute.

$\Delta f/|f|$ se numeşte eroarea relativă a lui f,
$100\,\Delta f/|f|$ eroarea procentuală etc.

$$\Delta(x + y + \ldots) = \Delta x + \Delta y + \ldots$$

$$\frac{\Delta(xyz)\ldots}{|xyz\ldots|} = \frac{\Delta x}{|x|} + \frac{\Delta y}{|y|} + \frac{\Delta z}{|z|} + \ldots$$

$$\Delta\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{|y|\,\Delta x + |x|\,\Delta y}{y^2}.$$

8. **Rigla de calcul.**[2]) **Dispoziţia:** R i g l a d e c a l c u l s i m p l ă l o g a r i t m i c ă[3]) consistă într'o bară în ale cărei rosturi longitudinale se găseşte o bară-limbă deplasabilă; peste bară şi limbă alunecă un cursor cu linie de marcare pentru potrivirea şi citirea numerelor.

Pe bară şi pe faţa limbii se găsesc două diviziuni logaritmice ale numerelor 1...10 (fig. 73, p. 186), şi anume scara diviziunii superioare a barei (A) şi limbii (B) e jumătate cât a celei inferioare (C, D), aşa încât două diviziuni ale scării 1...10 de sus îi corespund uneia de jos. Pe dosul limbii se găsesc trei scări: lg sin (S) dela 34′ până la 90°, la scara diviziunii de sus a barei, lg tg (T) dela 5° 43′ până la 45°,

[1]) B l a t e r, Tafel der Viertelquadrate von 1 bis 200 000, Wien 1887.
B o j k o, Neue Tafel der Viertelquadrate von 1 bis 2000, Zürich 1909.

[2]) Amănunte în H a m m e r, Der Logarithmische Rechenschieber und sein Gebrauch, Stuttgart 1908.

[3]) La rigle de calcul speciale nu se păstrează totdeauna dispoziţia descrisă mai jos a scărilor.

Scanned with OKEN Scanner

la scara de jos a barei — şi o scară pe care se pot citi mantisele logaritmilor numerelor dela 1 până la 10, în combinaţie cu scara de jos a barei.

C o n s t a n t e l e d i v i z i u n i l o r înseamnă:

$$\left.\begin{aligned}\varrho'' &= \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi} = 206\,265'' \\ \varrho' &= \frac{360 \cdot 60}{2\pi} = 3438'\end{aligned}\right\}\ \text{din diviziunea de } 360^0,$$

$$\varrho_{,,} = \frac{400 \cdot 100 \cdot 100}{2\pi} = 636\,620_{,,}\quad \text{din diviziunea de } 400^g.$$

Ele servesc la transformarea unghiurilor din radiani în grade şi invers.

$$\pi = 3{,}142.$$

Pentru calculul ariilor din diametre:

$$c = \sqrt{4/\pi} \qquad c_1 = c\sqrt{10} = \sqrt{40/\pi}.$$

Calculul cu rigla de calcul. Exactitatea unei bune rigle de calcul de lungimea de 25 cm e de cca 0,1 . . . 0,3 %.

1. I n m u l ţ i r e a. Exemplu:

$$34{,}2 \times 2{,}5 = 85{,}5.$$

Se potriveşte linia (1) dela începutul (resp. sfârşitul) limbii pe unul din factori 34,2, al scării de jos a barei, se caută cu linia de marcare a cursorului pe limbă celălalt factor (2,5), dedesubtul căruia se citeşte pe scara de jos rezultatul 85,5.

2. I m p ă r ţ i r e a. Exemplu:

$$85{,}5 : 34{,}2 = 2{,}50.$$

Se trece deasupra valorii 85,5 a scării de jos a barei valoarea 34,2 a limbii şi se citeşte dedesubtul începutului (resp. sfârşitului) scării limbii, pe scara de jos a barei, rezultatul 2,50.

D e t e r m i n a r e a v i r g u l e i z e c i m a l e p e n t r u 1. ş i 2. Dacă m e numărul de poziţii întregi ale primului factor resp. ale numărătorului şi n ale celui de al doilea resp. numitorului, numărul de poziţii ale produsului e $m+n$ dacă citirea se găseşte în stânga potrivirii, şi $m+n-1$ dacă citirea se găseşte în dreapta potrivirii. Numărul de poziţii întregi ale câtului e $m-n$ la citirea în dreapta potrivirii, şi $m-n+1$ la citirea în stânga potrivirii. E preferabil să se determine numărul de poziţii printr'un calcul mental de aproximaţie, care trebue făcut şi de altfel pentru control.

3. P u t e r i ş i r a d i c a l i. Se trece linia de marcare a cursorului pe numărul de pe scara de jos a barei, de ridicat la pătrat, şi se citeşte rezultatul pe scara de sus a barei; rădăcinile pătrate ale valorilor scării de sus se găsesc dedesubtul lor, pe cea de jos; trebue observat că radicanzii cu număr par de poziţii întregi trebue aleşi pe scara parţială din dreapta, iar cei cu număr impar de poziţii întregi pe cea din stânga. Alte puteri se calculează cu ajutorul scării logaritmice (v. m. s.).

4. F u n c ţ i u n i t r i g o n o m e t r i c e. Exemplu:

$$\text{tg}\, 31^0\, 10' = \text{ctg}\, 58^0\, 50' = 0{,}605.$$

Pe dosul limbii se trece punctul 31⁰ 10' al scării T în dreptul liniei de marcare a crestăturii şi se citeşte pe scara de jos din faţă a limbii, în dreptul începutului scării barei, valoarea 0,605.

Pentru unghiuri mai mari decât 45⁰ se foloseşte formula

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{1}{\text{tg}\,(90^\circ - \alpha)} = \text{ctg}\,(90^\circ - \alpha) = 1/\text{ctg}\,\alpha.$$

Determinarea valorilor lui sin şi cos e analoagă.

La orice potrivire a riglei de calcul sunt satisfăcute următoarele relaţiuni:

a) poziţia obişnuită a limbii (fig. 73)

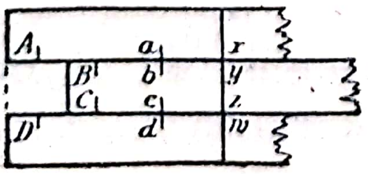


Fig. 73

		Potrivirea cursorului pe			
		x	y	z	w
A	a	x	$y\,a/b$	$z^2\,a/b$	w^2
B	b	$x\,b/a$	y	z^2	$w^2\,b/a$
C	$c=\sqrt{b}$	$\sqrt{x\,b/a}$	$\sqrt{y}$	z	$w\sqrt{b/a}$
D	$d=\sqrt{a}$	$\sqrt{x}$	$\sqrt{y\,a/b}$	$z\sqrt{a/b}$	w

Scanned with OKEN Scanner

b) poziţia întoarsă a limbii (fig. 74)

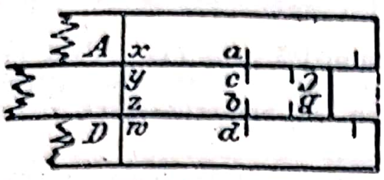


Fig. 74

		Potrivirea cursorului pe			
		x	y	z	w
A	a	x	$a\,c^2/y^2$	$a\,c^2/z$	w^2
Ɔ	c	$c\sqrt{a/x}$	y	$\sqrt{z}$	$c\sqrt{a/w}$
ꓭ	$b = c^2$	$c^2\,a/x$	y^2	z	$c^2\,a/w^2$
D	$d = \sqrt{a}$	$\sqrt{x}$	$c\sqrt{a/y}$	$c\sqrt{a/z}$	w

Dacă limba e introdusă întoarsă şi cu spatele ei în faţă, urmează între altele

A	a	$a \sin y/\sin s$
S	s	y

In această poziţie, rigla se poate folosi între altele pentru rezolvarea trigonometrică a triunghiului după teorema sinus.

9. Table speciale. H e r t z e r, Mathematische Tabellen, Formeln und Konstruktionen zum Gebrauch für Techniker, Berlin 1864 — J a h n k e şi E m d e, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven, ed. a 3-a, Leipzig şi Berlin 1938 — A u e r b a c h şi R o t h e, Taschenbuch für Mathematiker und Physiker, Leipzig şi Berlin, I 1909, II 1911, III 1913. Acolo şi altă bibliografie.

B. Nomografie [1])

1. Problema nomografiei e construirea unor dispozitive grafice şi şi mecanice, în particular a n o m o g r a m e l o r pentru evaluarea relaţiunilor funcţionale dintre două sau mai multe variabile, $F(\alpha, \beta, \gamma, \ldots) = 0$; la valori date ale celorlalte variabile trebue citită din dispozitivul de calcul valoarea uneia dintre ele.

O funcţiune de o variabilă se poate reprezenta printr'o s c a r ă; o scară (rectilinie) a lui $z = l\,f(\alpha)$ de ex. astfel, că se trec pe un suport (dreaptă sau curbă), începând cu o origine O, pentru destul de multe valori potrivite ale lui α, segmentele $l\,f(\alpha) = z$, scriind însă la capetele libere valorile numerice ale lui α. Segmentul arbitrar l e unitatea de măsură, aleasă de multe ori mai simplu egală cu 1.

Se obţine o s c a r ă d u b l ă, trecând pe acelaşi suport două scări, pentru $z = f(\alpha)$ şi $z = g(\beta)$; ea reprezintă astfel relaţiunea $f(\alpha) = g(\beta)$. Un exemplu simplu e diviziunea pe acelaşi termometru în grade Celsius şi Réaumur (5^0 C $= 4^0$ R).

Scări funcţionale importante sunt:

1. Scara uniformă: $z = a\,\alpha + b$; valorii $z = b$ i se asociază valoarea de pe scară $\alpha = 0$, valorii $z = a + b$ valoarea $\alpha = 1$.

2. Scara logaritmică: $z = l \lg \alpha$, pe hârtie logaritmică şi rigle de calcul, aici mai ales cu $l = 25$ cm, 12,5 cm, 88,3 mm. Eroarea relativă la citire are de-a-lungul scării o valoare constantă.

3. Scara proiectivă:

$$z = \frac{a\alpha + b}{c\alpha + d} \text{ cu } ad - bc \neq 0.$$

Dacă $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ sunt patru valori ale lui α şi z_1, z_2, z_3, z_4 valorile corespunzătoare ale lui z, raportul anarmonic

$$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = \frac{\alpha_1 - \alpha_3}{\alpha_1 - \alpha_4} : \frac{\alpha_2 - \alpha_3}{\alpha_2 - \alpha_4}$$

---

[1]) Bibliografie: S c h w e r d t, Lehrbuch der Nomographie, Berlin 1924, Springer (Manual detaliat). — S c h w e r d t, Anwendung der Nomographie in der Mathematik, Berlin 1931, Springer. — L a c m a n n, Die Herstellung gezeichneter Rechentafeln, Berlin 1923 (exemple din hidraulică) — L u c k e y, Einführung in die Nomographie, Leipzig şi Berlin 1918, 1920, Teubner (introducere elementară). — P i r a n i, Die graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik, Smlg. Göschen Nr. 728, ed. a 2-a, Berlin şi Leipzig 1931. — W e r k m e i s t e r, Das Entwerfen von graphischen Rechentafeln, Berlin 1923. — Z i e h l k e, Rechentafeln und Sonderrechenstäbe, Grundlagen und Richtlinien für Anfertigung und Gestaltung, Leipzig 1938, Teubner.

e egal cu raportul anarmonic (z_1, z_2, z_3, z_4). Fiindcă z are în esenţă trei parametri $a : b : c : d$, scara e determinată prin asocierea a trei perechi de valori (α, z). Ea se poate obţine prin proiectare centrală potrivită a unei scări uniforme.

4. Scara puterilor: $z = \alpha^n$. Fiindcă $\lg z = n \lg \alpha$, legătura dintre α şi z se poate reprezenta şi printr'o scară dublă, consistând în două scări logaritmice pe acelaşi suport, cu raportul $1 : n$ al unităţilor de măsură.

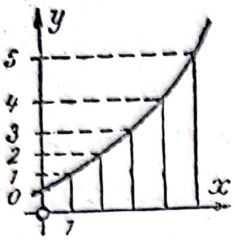


Fig. 75.

5. O funcţiune oarecare, chiar şi empirică $y = f(x)$, dată grafic printr'o curbă într'un sistem de coordonate rectangulare cartesiene se poate reprezenta totdeauna după fig. 75 printr'o scară al cărei suport e axa y.

2. Abace anamorfozate. Dacă se trece într'un sistem de coordonate cartesiene pe axa x scara funcţiunii $x = f(\alpha)$, pe axa y scara $y = g(\beta)$, şi se duc prin punctele de diviziune paralele cu axele, se obţine o abacă anamorfozată (α, β) (reţea de coordonate deformată).

Se întrebuinţează adesea reţele logaritmice (ca hârtie logaritmică împărţită simplu sau dublu, de obţinut în comerţ).

Reţelele se aleg astfel, încât o curbă dată $F(x, y) = 0$ să apară în reţeaua (α, β), pe cât se poate, ca dreaptă.

Exemple: 1. $x^p y^q = C$ dă $p \lg x + q \lg y = \lg C$, adică cu $\xi = \lg x$, $\eta = \lg y$, $\gamma = \lg C$ o dreaptă în reţeaua dublu logaritmică (ξ, η).

2. Elipsa $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ devine un romb $\pm \xi/\alpha \pm \eta/\beta = 1$ într'o reţea cu dublă diviziune de radical pătrat, dacă se pune $x = \pm\sqrt{\xi}$, $y = \pm\sqrt{\eta}$, $a = \sqrt{\alpha}$, $b = \sqrt{\beta}$.

3. $y = a b^x$ reprezintă o dreaptă pe hârtie logaritmică cu o singură diviziune, dacă se scrie $\lg y = \eta$, $x = \xi$, fiindcă $\eta = \lg a + \xi \lg b$.

4. Orice funcţiune $y = f(x)$ poate fi reprezentată într'o reţea împărţită simplu după scara $\xi = f(x)$ prin bisectoarea $\eta = \xi$, dacă se scrie $\xi = f(x)$, $\eta = y$.

3. Abace. O ecuaţie $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$ cu trei variabile se poate înlocui în mai multe feluri prin trei relaţiuni

$$\varphi(x, y, \alpha) = 0 \qquad \psi(x, y, \beta) = 0 \qquad \chi(x, y, \gamma) = 0$$

astfel încât, eliminându-se din ele x şi y, să se obţină exact $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$. Fiecare din aceste trei ecuaţii reprezintă o familie de curbe; α, β, γ sunt parametrii celor trei familii. Dacă ele sunt desenate şi numerotate cu valorile corespunzătoare ale parametrilor, această abacă se poate folosi spre a determina, la două valori date α_0, β_0, o a treia valoare γ_0, astfel încât $F(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0) = 0$. Se determină intersecţiunea curbei α_0 din prima familie cu β_0 din a doua şi se determină valoarea parametrului γ_0 a aceleia din curbele familiei a treia, care trece prin acelaşi punct de intersecţiune.

Cea mai simplă e întrebuinţarea familiilor de drepte sau cercuri. Abaca constă în cele trei familii de cercuri

$$\begin{aligned} \lambda_1(\alpha)\, x + \mu_1(\alpha)\, y + \nu_1(\alpha) &= 0 \\ \lambda_2(\beta)\, x + \mu_2(\beta)\, y + \nu_2(\beta) &= 0 \\ \lambda_3(\gamma)\, x + \mu_3(\gamma)\, y + \nu_3(\gamma) &= 0, \end{aligned} \qquad \text{dacă } F(\alpha, \beta, \gamma)$$

e proporţional cu determinantul

$$\begin{vmatrix} \lambda_1(\alpha) & \mu_1(\alpha) & \nu_1(\alpha) \\ \lambda_2(\beta) & \mu_2(\beta) & \nu_2(\beta) \\ \lambda_3(\gamma) & \mu_3(\gamma) & \nu_3(\gamma) \end{vmatrix}.$$

Exemplu: L e g e a r e f r a c ţ i u n i i $\sin\alpha : \sin\beta = n$. Se scrie $x = \sin\alpha$, $y = \sin\beta$, adică $x = n y$. Se obţine astfel o familie de drepte α perpendiculare pe axa x, o a doua β perpendiculare pe axa y şi o a treia familie n de drepte prin origine.

4. Nomograme cu puncte aliniate. Cele trei perechi de ecuaţii (fig. 76)

$$\begin{aligned} x_1 &= \varphi_1(u) & \qquad y_1 &= \psi_1(u) \\ x_2 &= \varphi_2(v) & \qquad y_2 &= \psi_2(v) \\ x_3 &= \varphi_3(w) & \qquad y_3 &= \psi_3(w) \end{aligned}$$

Scanned with OKEN Scanner

reprezintă trei scări curbilinii u, v, w. Condiţiunea ca trei puncte (u), (v), (w) de pe scări să fie coliniare e

$$\begin{vmatrix} \varphi_1(u) & \psi_1(u) & 1 \\ \varphi_2(v) & \psi_2(v) & 1 \\ \varphi_3(w) & \psi_3(w) & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

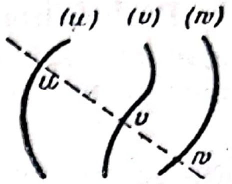


Fig. 76.

Fiindcă prima linie a determinantului se poate înmulţi cu factorul de proporţionalitate arbitrar $\chi_1(u)$, a doua cu $\chi_2(v)$, a treia cu $\chi_3(w)$, fără ca membrul stâng să înceteze de a-şi păstra valoarea 0, acest determinant e de aceeaşi formă ca şi cel de sus care apare la abacele cu trei familii de drepte. Nomogramele cu puncte aliniate li se asociază dual acelor abace. O ecuaţie $F(u, v, w) = 0$ de forma

$$\begin{vmatrix} \varphi_1(u) & \psi_1(u) & \chi_1(u) \\ \varphi_2(v) & \psi_2(v) & \chi_2(v) \\ \varphi_3(w) & \psi_3(w) & \chi_3(w) \end{vmatrix} = 0$$

se poate rezolva deci nomografic printr'o nomogramă cu puncte aliniate.

Dacă ecuaţia dată e

$$F(u, v, w) = \psi_1(u)(c_2 - c_3) + \psi_2(v)(c_3 - c_1) + \psi_3(w)(c_1 - c_2) = 0 \quad (*)$$

nomograma conţine trei scări rectilinii paralele, cari intersectează o scară x perpendiculară pe ele la abscisele c_1, c_2, c_3.

Dacă $$F(u, v, w) = \frac{c_2 - c_3}{\varphi_1(u)} + \frac{c_3 - c_1}{\varphi_2(v)} + \frac{c_1 - c_2}{\varphi_3(w)} = 0 \quad . \; . \; . \quad (\dagger)$$

nomograma consistă în trei scări rectilinii concurente într'un punct fix.

Exemplu: 1. Momentul de inerţie al unui dreptunghiu cu laturile a, b în raport cu axa paralelă cu latura a şi trecând prin centrul lui de greutate S e: $J = 1/12 \cdot a b^3$. Luând logaritmii, se obţine $\lg J + \lg 12 - \lg a - 3 \lg b = 0$. Aceasta e o ecuaţie între variabilele J, a, b de forma (*) cu $\lg a = \psi_1(u)$, $\lg J + \lg 12 = 4\, \psi_2(v)$, $\lg b = \psi_3(w)$. Nomograma se poate construi deci uşor pe hârtie logaritmică.

2. Formula lentilelor: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, o ecuaţie de forma (†).

Nomograme cu puncte aliniate şi linii de frântură. Dacă se desenează două nomograme $F(u, v, w) = 0$ şi $F_1(u_1, v_1, w_1) = 0$ astfel pe o filă, încât să aibă scara (w) comună ele se pot folosi pentru evaluarea unei relaţiuni funcţionale $\Phi(u, v, u_1, v_1) = 0$ cu patru variabile şi care rezultă prin eliminarea lui w din $F = 0$ şi $F_1 = 0$. Fiindcă valorile lui w nu importă, ajunge să se deseneze suportul (linia de frântură sau scara mută a) scării (fără a desena scara însăşi).

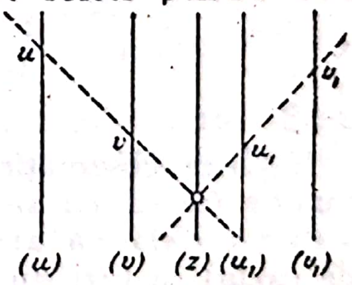


Fig. 77.

Exemplu: Dacă (fig. 77)

$$\Phi(u, v, u_1, v_1) = A\,\varphi(u) + B\,\psi(v) + C\,\varphi_1(u_1) + D\,\psi_1(v_1) = 0,$$

cu constantele A, B, C, D şi $A + B + C + D = 0$, relaţiunea dintre cele patru variabile u, v, u_1, v_1 se poate reprezenta prin patru scări rectilinii paralele şi o linie de frântură (z), paralelă şi ea cu ele.

Intrebuinţând mai multe linii de frântură, se pot reprezenta prin nomograme şi anumite ecuaţii între 6, 8 etc. variabile.

Scanned with OKEN Scanner

C. Calculul probabilităţilor şi al compensării[1)]

a) Probabilitate matematică

1. Probabilitatea absolută w a unui eveniment se reprezintă prin câtul dintre numărul a al cazurilor favorabile evenimentului şi numărul n al cazurilor în total posibile

$$w = a/n,$$

unde se presupune că fiecare caz e egal de posibil.

$w = 0$ e expresiunea imposibilităţii, $w = 1$ expresiunea siguranţei.

2. Probabilitatea lui „atât, cât şi". Dacă $w_1, w_2, w_3 \ldots$ sunt probabilităţile mai multor evenimente independente unul de altul, probabilitatea ca aceste evenimente să survină simultan sau într'o ordine determinată e

$$w = w_1 \, w_2 \, w_3 \ldots$$

3. Probabilitatea lui „sau, sau". Probabilitatea w ca din mai multe evenimente, dintre cari fiecare are probabilitatea $w_1, w_2, w_3 \ldots$ să survină unul oarecare din ele, e

$$w = w_1 + w_2 + w_3 + \ldots$$

4. Probabilităţile relative a două evenimente se numesc probabilităţile cari se obţin excluzând cazurile cari nu-i sunt favorabile niciunuia din ele. Dacă w_1, w_2 sunt probabilităţile absolute a două evenimente, probabilităţile lor relative sunt $w_1/(w_1 + w_2)$ şi $w_2/(w_1 + w_2)$; suma lor e siguranţa.

5. Probabilitatea ca dintre două evenimente A şi B, cari au în parte probabilităţile w_1 şi w_2, să survină într'o ordine dată A de m ori şi B de n ori, e $w = w_1^m \, w_2^n$. Dacă ordinea e arbitrară, avem

$$w = \frac{(m+n)!}{m!\,n!} w_1^m \, w_2^n.$$

6. Repartiţia binomială. Probabilitatea ca un eveniment să se realizeze la n experienţe de m ori cu probabilitatea p, adică să nu survină de $(n - m)$ ori cu probabilitatea contrară $1 - p$, e

$$w = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m}$$

b) Erori de observaţie

1. Orice observaţie e afectată de erori întâmplătoare sau fortuite (adică nu sistematice). Ele satisfac teoremele de mai jos. Frecvenţa (relativă a) unei erori de observaţie e raportul dintre numărul de cazuri în cari survine şi dintre numărul total de observaţii. Frecvenţa unei erori fortuite de mărimea $\pm v$ e determinată de legea lui Gauss a erorilor

$$\varphi(v) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 v^2} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \exp(-h^2 v^2)$$

---

1) Bibliografie: Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Leipzig u. Berlin 1914. Teubner. — Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler, Leipzig u. Berlin 1891. — Helmert, Ausgleichungsrechnung, Leipzig 1907.

cu o exactitate cu atât mai mare, cu cât e mai mare numărul de observații. Constanta h indică măsura preciziunii seriei de observații și se determină din frecvența survenirii observațiilor fără eroare:

$$\varphi(0) = h/\sqrt{\pi} = 0{,}564\,19\,h.$$

2. Probabilitatea de eroare a erorii $\pm v$, adică probabilitatea ca să survină o eroare de observație până la valoarea absolută $|v|$, e

$$W(v) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-|v|}^{+|v|} e^{-h^2 v^2}\, dv = \Phi(hv),$$

unde $\Phi(x)$ e integrala erorilor, a lui Gauss (p. 114). Avem

$$W(\infty) = \Phi(\infty) = 1.$$

Valorile funcțiunilor de erori ale lui Gauss

v	φ	Φ	v	φ	Φ	v	φ	Φ
0,0	0,564 19	0,000 00	1,0	0,207 55	0,842 70	2,0	0,010 33	0,995 32
0,1	0,558 58	0,112 46	1,1	0,168 24	0,880 20	2,1	0,006 86	0,997 02
0,2	0,542 07	0,222 70	1,2	0,133 67	0,910 31	2,2	0,004 46	0,998 14
0,3	0,515 63	0,328 63	1,3	0,104 10	0,934 01	2,3	0,002 84	0,998 86
0,4	0,480 77	0,428 39	1,4	0,079 47	0,952 29	2,4	0,001 78	0,999 31
0,5	0,439 39	0,520 50	1,5	0,059 46	0,966 11	2,5	0,001 09	0,999 59
0,6	0,393 62	0,603 86	1,6	0,043 61	0,976 35	2,6	0,000 65	0,999 76
0,7	0,345 64	0,677 80	1,7	0,031 36	0,983 79	2,7	0,000 38	0,999 87
0,8	0,297 49	0,742 10	1,8	0,022 10	0,989 09	2,8	0,000 22	0,999 92
0,9	0,250 98	0,796 91	1,9	0,015 26	0,992 79	2,9	0,000 13	0,999 96
1,0	0,207 55	0,842 70	2,0	0,010 33	0,995 32	3,0	0,000 07	0,999 98

Fig. 78 reprezintă, cu v în abscise, curbele $\varphi(v)$ (curba lui Gauss de repartiția erorilor, curba în clopot) și $W(v)$ pentru $h = 1$; cp. și tabla de mai sus. Punctele de inflexiune ale curbei în clopot se găsesc în dreptul lui $v = \pm 1/(h\sqrt{2}) = \pm 0{,}707\,107/h$.

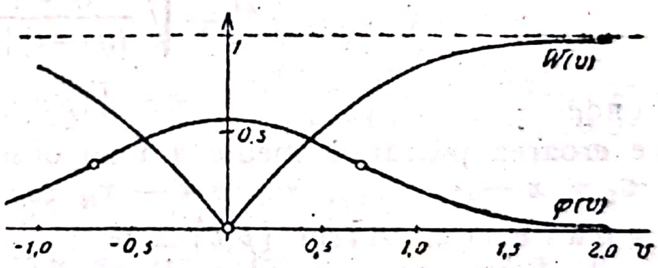


Fig. 78.

3. Eroare absolută medie, pătratică medie și mediană. Prin valoarea medie a unei funcțiuni oarecare $\psi(v)$ de eroarea v, a cărei frecvență e $\varphi(v)$, se înțelege valoarea următoarei integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(v)\,\varphi(v)\,dv = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(v)\, e^{-h^2 v^2}\, dv.$$

In particular se obține pentru $\psi(v) = v$ valoarea medie zero. Pentru $\psi(v) = |v|$ se obține media valorilor absolute ale erorii, numită eroare absolută medie

$$d = \int_{-\infty}^{+\infty} |v|\,\varphi(v)\,dv = 1 : h\sqrt{\pi} = 0{,}564\,19/h.$$

Pentru $\psi(v) = v^2$ se obține

$$\int_{-\infty}^{+\infty} v^2\,\varphi(v)\,dv = 1 : 2\,h^2 = m^2;$$

mărimea
$$m = 1 : h\sqrt{2} = 0{,}707\,107/h = 1{,}253\,31\,d$$
se numește eroarea pătratică medie.

Scanned with OKEN Scanner

Eroarea mediană r e aceea care are probabilitatea de eroare $^1/_2$:

$$r = 0{,}476\,936/h = 0{,}674\,49\, m \approx {}^2/_3\, m.$$ [1])

4. La n observații de preciziune egală și n abateri $v_1, v_2, v_3 \ldots v_n$ față de media lor aritmetică, avem

$$d = [|v|]/\sqrt{n(n-1)} \qquad m = \sqrt{[v\,v]/(n-1)} \qquad M = \sqrt{[v\,v]/n(n-1)},$$

unde d și m au înțelesul de mai sus, M reprezintă eroarea medie pătratică a mediei aritmetice și $[\alpha]$ reprezintă suma $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \ldots \alpha_n$, cum se obișnuește în calculul compensărilor, dela Gauss încoace.

c) Compensarea erorilor. Metoda pătratelor minime.

1. Valoarea cea mai probabilă a n observații de aceeași preciziune $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ e media lor aritmetică

$$x = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{[x]}{n}.$$

La preciziune inegală li se atribue observațiilor „ponderi“ $p_1, p_2, p_3 \ldots, p_n$ după principiul ca o observație de ponderea p să echilibreze în privința preciziunii p observații de ponderea 1. Valoarea cea mai probabilă e în acest caz media afectată de ponderi a erorilor

$$x = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 + \ldots + p_n x_n}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n} = \frac{[p\,x]}{[p]}$$

cu eroarea pătratică medie

$$M = \sqrt{\frac{[p\,v^2]}{(n-1)[p]}} = m : \sqrt{[p]},$$

unde

$$m = \sqrt{[p\,v^2]/(n-1)}$$

e eroarea pătratică medie a unei observații de ponderea 1; $v_1 = x - x_1$, $v_2 = x - x_2, \ldots, v_n = x - x_n$ se numesc corecții sau erori aparente. Avem $[p\,v] = 0$.

2. **Propagarea erorilor.** Dacă $f(x, y, z, \ldots)$ e o funcțiune de argumente independente, ale căror valori se obțin prin observații imediate și au erorile pătratice medii $m_x, m_y, m_z, \ldots$, eroarea pătratică medie a valorii funcțiunii e:

$$m_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 m_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 m_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 m_z^2 + \ldots}.$$

Avem în particular pentru $f = a\,x + b\,y + c\,z + \ldots$

$$m_f = \sqrt{a^2 m_x^2 + b^2 m_y^2 + c^2 m_z^2 + \ldots}$$

3. **Compensarea observațiilor; funcțiuni liniare.** Problema e să se determine cele mai probabile valori ale coeficienților $a, b, c, \ldots$ ale funcțiunii liniare

$$f = a\,x + b\,y + c\,z + \ldots,$$

dacă se dispune de mai multe rânduri de observații $(f_\varkappa, x_\varkappa, y_\varkappa, z_\varkappa, \ldots)$ decât numărul de coeficienți necunoscuți. Se formează din cele n ecuații liniare $a\,x_\varkappa + b\,y_\varkappa + c\,z_\varkappa + \ldots = f_\varkappa \qquad (\varkappa = 1, 2, 3, \ldots, n)$

---

[1]) In limba germană, eroarea absolută medie, numită de neolatini și eroare probabilă, se numește eroare în mijlociu (durchschnittlicher Fehler), eroarea pătratică medie se numește eroare medie (mittlerer Fehler), iar eroarea mediană se numește eroare probabilă (wahrscheinlicher Fehler) (n. tr.).

cu cele $r (< n)$ necunoscute $a, b, c, \ldots$ cele r ecuații normale

$$[p\,x\,x]\,a + [p\,x\,y]\,b + [p\,x\,z]\,c + \ldots = [p\,x\,f]$$
$$[p\,y\,x]\,a + [p\,y\,y]\,b + [p\,y\,z]\,c + \ldots = [p\,y\,f]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

unde $p_\varkappa$ e ponderea rândului de observații $(f_\varkappa, x_\varkappa, y_\varkappa, z_\varkappa, \ldots)$. De mai sus se pot determina prin rezolvare cele mai probabile valori ale celor r coeficienți $a, b, c, \ldots$ La preciziune egală p a tuturor rândurilor de observații, factorul p se reduce pretutindeni în ecuații.

Introducând valorile determinate $a, b, c, \ldots$ în ecuațiile de observații inițiale, acestea nu mai sunt satisfăcute, ci se obțin „ecuațiile de eroare" pentru erorile aparente $v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n$

$$a x_\varkappa + b y_\varkappa + c z_\varkappa + \ldots - f_\varkappa = v_\varkappa \qquad (\varkappa = 1, 2 \ldots n).$$

Eroarea pătratică medie a unei observații de pondere 1 e aici

$$m = \sqrt{[p v v]/(n-r)}.$$

Valorile numerice astfel determinate $a, b, c, \ldots$ se numesc valorile „optime" ale coeficienților, fiindcă suma $[p\,v\,v]$ a pătratelor erorilor, afectate de ponderea lor, obține în acest caz o valoare minimă: metoda „pătratelor minime".

Gauss a dat o metodă specială pentru rezolvarea ecuațiilor de eroare. Cp. bibliografia.[1]) De observat că, la formarea ecuațiilor normale, nu e permis să se calculeze simplificat produsele cari intervin în ele.

4. Cazul particular al funcțiunii liniare de o singură variabilă: $f = a + b\,x$ la preciziune egală a celor n rânduri de observații

$$a = \frac{[x]\,[x f] - [f]\,[x x]}{[x]^2 - n\,[x x]} \qquad b = \frac{[x]\,[f] - n\,[x f]}{[x]^2 - n\,[x x]}.$$

Dacă se fac observații egal de precise $f_1, f_2, f_3, \ldots f_n$ la intervale egale x, ca de ex. în observarea perioadelor de oscilație, de revoluție etc., eroarea cea mai probabilă a diferențelor de observație e

$$f_\varkappa - f_{\varkappa-1}\,(\varkappa = 2, 3 \ldots n) = [6/n\,(n^2-1)]\,\Big[(n-1)\big(f_n - f_1\big)$$
$$+ (n-3)\big(f_{n-1} - f_2\big) + (n-5)\big(f_{n-2} - f_3\big) + \ldots\Big].$$

5. Funcțiune neliniară: $f = f\,(a, b, c, \ldots;\ x, y, z, \ldots)$. Dacă r e iarăși numărul de coeficienți necunoscuți $a, b, c, \ldots;$ $n > r$ numărul de rânduri de observații, se determină din cele r ecuații

$$f\big(a, b, c \ldots;\ x_\varkappa, y_\varkappa, z_\varkappa \ldots\big) = f_\varkappa \qquad (\varkappa = 1, 2 \ldots n)$$

valori apropiate $a_0, b_0, c_0, \ldots$ ale necunoscutelor. Dacă $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ sunt corecțiile ce mai trebue să li se aplice, avem în primă aproximație

$$f\,(a, b, c \ldots) = f\,(a_0, b_0, c_0 \ldots) + \left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)_0 \alpha + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)_0 \beta + \left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)_0 \gamma + \ldots,$$

dacă se scriu numai termenii de ordinul întâiu în raport cu $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$; indicele 0 arată că pretutindeni $a, b, c, \ldots$ se vor înlocui cu valorile apropiate $a_0, b_0, c_0, \ldots$. Aceasta e însă o ecuație liniară în $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ și se procedează cu ea ca mai sus (sub 3).

[1]) Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung etc., vol. I., ed. a 3-a, Leipzig u. Berlin 1914, Teubner. — Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler, ibid., 1891. — Weitbrecht, Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, Samlg. Göschen Nr. 302 și 641, ed. a 2-a, Berlin și Leipzig 1919/20, de Gruyter. — Helmert, Ausgleichsrechnung, Leipzig 1907, Teubner.

Scanned with OKEN Scanner

d) Statistică [1])

1. **Curba de frecvenţă.** Rezultatele observaţiilor statistice se trec la o scară oarecare ca abscise, axa absciselor se împarte în destul de multe segmente scurte şi deasupra lor se ridică dreptunghiuri cu înălţimea proporţională cu numărul de observaţii cari cad în segmentul respectiv. La înmulţire nelimitată a observaţiilor şi micşorare a segmentelor, se obţine la limită curba de frecvenţă (ideală), a cărei ordonată $H(x)$ reprezintă frecvenţa mărimii de observaţie x.

Numărul total de observaţii $N = \int_a^b H(x)\,dx$ resp. $\int_{-\infty}^{+\infty} H(x)\,dx$, dacă toate observaţiile cad între $x = a$ şi $x = b$, resp. $-\infty$ şi $+\infty$; la număr finit, $x_1, x_2, x_3, \ldots x_N$ avem $N = \sum_\lambda H(x_\lambda)$; $\lambda = 1, 2, 3, \ldots N$.

2. **Medii.**

Media aritmetică afectată de ponderi:

$$M = \int x\,H(x)\,dx/N = \sum_\lambda x_\lambda H(x_\lambda)/N.$$

Valoarea mediană X e valoarea pentru care

$$\int_{-\infty}^{X} H(x)\,dx = \int_{X}^{+\infty} H(x)\,dx = \frac{1}{2}N;$$

dacă se ordonează după mărime observaţiile $x_1, x_2, x_3 \ldots, x_N$ şi se trece fiecare de câte ori arată frecvenţa ei, avem

$$X = x_{1/2 N}, \text{ dacă } N \text{ e par,}$$

$$X = \frac{1}{2}\left(x_{1/2(N-1)} + x_{1/2(N+1)}\right), \text{ dacă } N \text{ e impar.}$$

Cuartile. Primul cuartil Q_1: $\int_{-\infty}^{Q_1} H(x)\,dx = \frac{1}{4}N,$

Al treilea cuartil Q_3: $\int_{-\infty}^{Q_3} H(x)\,dx = \frac{3}{4}N.$

Analog la împărţirea în zece părţi, nouă decile, dintre cari primul, D_1, se determină din

$$\int_{-\infty}^{D_1} H(x)\,dx = \frac{1}{10}N,$$

şi la împărţirea în o sută de părţi, 99 percentile, dintre cari primul, P_1, se determină din

$$\int_{-\infty}^{P_1} H(x)\,dx = \frac{1}{100}N.$$

Valoarea cea mai frecventă sau valoarea normală e valoarea pentru care $H(x)$ e maximum.

[1]) Bibliografie: Czuber, Die statistischen Forschungsmethoden, ed. a 3-a, de F. Burkhardt, Wien 1938, Seidel. Acolo şi altă bibliografie despre statistică. — Becker, Plaut şi Runge, Anwendungen der mathematischen Statistik auf Probleme der Massenfabrikation, Berlin 1930, Springer. — Fabrikationskontrolle auf Grund statistischer Methoden (Technische Grosszahlforschung), ed. de Plaut, Berlin 1930, VDI-Verlag; articolul Grundlagen der mathematischen Statistik (Rothe). — Timpe, Einführung in die Finanz- und Wirtschaftsmathematik, Berlin 1934, Springer. — Riebesell, Mathematische Statistik und Biometrik, Frankfurt a. M. u. Berlin 1932, Salle.

3. **Măsurile dispersiunii.** $M - x = v(x)$ se numeşte corecţia lui x. Avem pentru dispersiunea pătratică medie sau şi eroarea pătratică medie: $s = \sqrt{\sum_\lambda v(x_\lambda)^2 H(x_\lambda)/N} = \sqrt{\int v(x)^2 H(x)\, dx/N}$

Eroarea liniară e: $t = \sum_\lambda |v(x_\lambda)| H(x_\lambda)/N = \int |v(x)| H(x)\, dx/N$.

4. **Frecvenţa relativă:** $h(x) = H(x)/N$.

Legea numerelor mari: Odată cu creşterea numărului total N, $h(x)$ tinde asimptotic spre o limită care coincide în cazul cel mai favorabil cu probabilitatea matematică $w(x)$:

$$w(x) \approx \frac{n}{\sqrt{\pi}} \exp(-h^2 x^2) \qquad \text{(unde } \exp(z) = e^z\text{)}.$$

Mărimea $h = s\sqrt{2}$ e măsura preciziunii seriei de observaţii statistice, unde s e dispersiunea.

D. Calculul interpolării şi diferenţelor, reprezentarea analitică a funcţiunilor din tablouri

1. Un tablou de $n + 1$ cuple de valori $\begin{array}{|ccccc} x_0 & x_1 & x_2 & \ldots & x_n \\ \hline y_0 & y_1 & y_2 & \ldots & y_n \end{array}$,

ale căror abscise $x_\varkappa$ sunt toate diferite unele de altele, se poate interpola printr'o anumită funcţiune raţională întreagă $y = f(x)$, cel mult de gradul n, care ia pentru $x = x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$ respectiv valorile $y_0, y_1, y_2, \ldots, y_n$:

$$\begin{aligned} y = f(x) = {} & y_0 \frac{(x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_n)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)\ldots(x_0 - x_n)} \\ & + y_1 \frac{(x - x_0)(x - x_2)\ldots(x - x_n)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)\ldots(x_1 - x_n)} \\ & + \ldots + y_n \frac{(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1})}{(x_n - x_0)(x_n - x_1)\ldots(x_n - x_{n-1})}, \end{aligned}$$

formula de interpolare a lui Lagrange.

2. Formula de interpolare a lui Newton realizează acelaşi lucru:

$$\begin{aligned} g(x) = {} & g(x_0) + (x - x_0) g_1(x_1) + (x - x_0)(x - x_1) g_2(x_2) + \ldots \\ & + (x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1}) g_n(x_n), \end{aligned}$$

unde funcţiunile auxiliare $g_\lambda(x)$ au următoarele expresiuni:

$$g_1(x) = \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0}, \qquad g_2(x) = \frac{g_1(x) - g_1(x_1)}{x - x_1}, \ldots$$

Pentru calculul numeric se întrebuinţează dispoziţia de mai jos:

x_0	y_0			
x_1	y_1	$g_1(x_1)$		
x_2	y_2	$g_1(x_2)$	$g_2(x_2)$	
x_3	y_3	$g_1(x_3)$	$g_2(x_3)$	$g_3(x_3)$
.	. . .	. . .	. . .	. . .

6	225				
8	400	87,5			
16	1600	137,5	6,25		
20	2500	162,5	6,25	0	
30	5600	223,96	6,205	– 0,003 2	– 0,000 34

In fiecare coloană e trecută diferenţa dintre termenul corespunzător al coloanei din stânga ei şi dintre primul termen al acelei coloane, împărţită cu diferenţa absciselor corespunzătoare.

Exemplul numeric dă pentru o funcțiune pătratică: $g(x) = 225 + 87{,}5\,(x-6) + 6{,}25\,(x-6)(x-8) = 6{,}25\,x^2$, dacă se folosesc numai primele patru cuple de valori (imprimate cursiv). Dacă li se mai adaugă și al cincilea, mai trebue adăugat numai termenul următor al formulei; se obține

$$G(x) = 6{,}25\,x^2 - 0{,}000\,34\,(x-6)(x-8)(x-16)(x-20);$$

acest fapt constitue un avantaj al formulei lui Newton față de a lui Lagrange.

3. La intervale egale ale valorilor argumentului: $x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \ldots = x_n - x_{n-1} = h = \Delta x$ se întrebuințează următoarea dispoziție a diferențelor; v. ex. numeric de mai jos:

x_0	y_0				-4	205				
		Δy_0					-194			
x_1	y_1		$\Delta^2 y_0$		-2	11		$+184$		
		Δy_1		$\Delta^3 y_0$			-10		-144	
x_2	y_2		$\Delta^2 y_1$		0	1		$+40$		$+384$
		Δy_2		$\Delta^3 y_1$			$+30$		$+240$	
x_3	y_3		$\Delta^2 y_2$	.	$+2$	31		$+280$		$+384$
		Δy_3	.	.			$+310$		$+624$	
x_4	y_4		.		$+4$	341		$+904$		
		.					$+1214$			
.	.				$+6$	1555				

Mai sus am notat

$$\Delta y_\lambda = y_{\lambda+1} - y_\lambda,\quad \Delta^2 y_\lambda = \Delta y_{\lambda+1} - \Delta y_\lambda,\quad \Delta^3 y_\lambda = \Delta^2 y_{\lambda+1} - \Delta^2 y_\lambda \quad \text{etc.}$$

Avem
$$\Delta^\lambda y_0 = y_\lambda - \binom{\lambda}{1} y_{\lambda-1} + \binom{\lambda}{2} y_{\lambda-2} - + \ldots + (-1)^\lambda y_0 \ldots$$

$$y_\lambda = y_0 + \binom{\lambda}{1}\Delta y_0 + \binom{\lambda}{2}\Delta^2 y_0 + \ldots + \Delta^\lambda y_0.$$

4. Formula lui Newton la intervale de argument egale:

$$y = g(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}\,\frac{x-x_0}{1!} + \frac{\Delta^2 y_0}{h^2}\,\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{2!} + \ldots$$
$$+ \frac{\Delta^n y_0}{h^n}\,\frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{n-1})}{n!}.$$

In exemplul numeric avem $h = 2$, $n = 5$, $g(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$. Altă formă: se scrie $(x - x_0)/h = u$ și se obține

$$y = y_0 + \binom{u}{1}\Delta y_0 + \binom{u}{2}\Delta^2 y_0 + \ldots + \binom{u}{n}\Delta^n y_0 \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

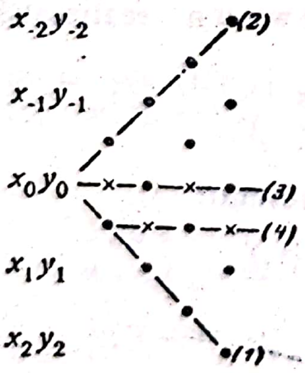


Fig. 79.

5. Aceste formule sunt valabile exact numai pentru funcțiuni întregi, respectiv pentru tablouri în cari apare pretutindeni valoarea zero într'o coloană oarecare de diferențe. Dacă valorile unei coloane sunt mici, formulele sunt valabile cu aproximație, cu destul de mulți termeni. Aceasta se referă și la formulele cari urmează, la cari valorile se iau din schema alăturată, de-a-lungul drumului indicat (× indică media aritmetică dintre diferența de deasupra și de desubtul lui); drumul pentru formula (1) de mai sus a lui Newton e indicată cu (1), (fig. 79); analog pentru formulele cari urmează.

Formula lui Newton pentru diferențe crescătoare:

$$y = y_0 + \binom{u}{1}\Delta y_{-1} + \binom{u+1}{2}\Delta^2 y_{-2} + \binom{u+2}{3}\Delta^3 y_{-3} + \ldots \quad (2)$$

Formula lui Stirling:

$$y = y_0 + u\,\frac{\Delta y_0 + \Delta y_{-1}}{2} + \frac{u^2}{2}\Delta^2 y_{-1} + \frac{u(u-1)(u+1)}{6}\,\frac{\Delta^3 y_{-1} + \Delta^3 y_{-2}}{2} + \dots \quad (3)$$

Formula lui Bessel:

$$y = y_0 + u\,\Delta y_0 + \frac{u(u-1)}{2}\,\frac{\Delta^2 y_0 + \Delta^2 y_{-1}}{2} + \frac{u(u-1)(u-0{,}5)}{6}\Delta^3 y_{-1} + \dots \quad (4)$$

Domeniu de aplicație. Pentru interpolarea unui tablou în apropierea unui cuplu de valori x_0, y_0 e mai utilă formula (3) a lui Stirling ($-0{,}5 \leqq u \leqq +0{,}5$); în apropierea mijlocului intervalului ($0 \leqq u \leqq 1$) formula (4) a lui Bessel; la capetele tabloului cele două formule (1) și (2) ale lui Newton.

6. **Netezirea unei serii de observații la diferențe egale de argument.** Se ia de fiecare dată în loc de y_λ media aritmetică a trei valori consecutive, $\frac{1}{3}\cdot(y_{\lambda-1} + y_\lambda + y_{\lambda+1})$. Și mai precis e să i se aplice lui y_λ corecția

$$-\frac{3}{35}\Delta^4 y_{\lambda-2};$$

în coloana a patra de diferențe, $\Delta^4 y_{\lambda-2}$ e în aceeași linie ca y_λ. Această netezire se recomandă mai ales înainte de trecerea pe hârtie cadrilată și trasarea unei curbe, ca și înainte de o derivare numerică sau grafică.

7. **Derivare și integrare după tablouri.**

Formula lui Stirling dă pentru derivată la $x = x_0$ (sau $u = 0$):

$$h f'(x_0) = \frac{\Delta y_0 + \Delta y_{-1}}{2} - \frac{\Delta^3 y_{-1} + \Delta^3 y_{-2}}{2}\cdot 0{,}1666 + \frac{\Delta^5 y_{-2} + \Delta^5 y_{-3}}{2}\cdot 0{,}0333 - \dots$$

Formula lui Bessel dă (x_0 la limita inferioară a intervalului de integrare):

$$\int_{x_0}^{x_0+\xi} f(x)\,dx = \xi\left\{y_0 + \frac{1}{2}\Delta y_0 - \frac{1}{12}\,\frac{\Delta^2 y_0 + \Delta^2 y_{-1}}{2} + \frac{11}{720}\,\frac{\Delta^4 y_{-1} + \Delta^4 y_{-2}}{2} - \dots\right\}.$$

Formula lui Stirling dă (x_0 în mijlocul intervalului de integrare):

$$\int_{x_0-\xi}^{x_0+\xi} f(x)\,dx = 2\xi\left\{y_0 + \frac{1}{6}\Delta^2 y_{-1} - \frac{1}{180}\Delta^4 y_{-2} + \dots\right\}$$

E. Metode numerice, grafice și instrumentale ale analizei practice[1])

1. **Rezolvarea ecuațiilor.** Corectarea interpolărilor, metoda de aproximație a lui Newton și iterația se găsesc în p. 79. Spre a determina grafic toate rădăcinile (reale și imaginare ale) ecuației $F(z) = 0$, se scrie $z = x + iy$ și se descompune membrul stâng al

[1]) Bibliografie: Willers, Graphische Integration, Berlin 1920, Samlg. Göschen, Nr. 201; Numerische Integration, Nr. 864; Mathematische Instrumente 1926, Nr. 922; Methoden der praktischen Analysis, Leipzig 1928, W. de Gruyter. — C. Runge, Graphische Methoden, Leipzig 1914, Teubner. — Mehmke, Leitfaden zum graphischen Rechnen, Leipzig 1917, Teubner. — v. Sanden, Praktische Analysis, ed. a 2-a, Leipzig 1923, Teubner. — C. Runge și H. König, Numerisches Rechnen, Berlin 1925, Springer. — G. Schulz, Formelsammlung zur praktischen Mathematik, Berlin u. Leipzig 1927, Samlg. Göschen, Nr. 1110.

ecuației în partea lui reală și imaginară: $F(z) = u(x, y) + i\,v(x, y) = 0$. In aceste condițiuni $u(x, y) = 0$ și $v(x, y) = 0$ sunt două curbe în planul $x\,y$, ale căror intersecțiuni au drept abscise x și ordonate y părțile reale și imaginare ale rădăcinilor căutate $z = x + i\,y$ ale ecuației $F(z) = 0$. Valorile determinate se corectează după metoda lui Newton sau prin iterație cu două necunoscute (x, y)[1].

Pentru rezolvarea în real a ecuațiilor trinome (de forma $x^m + p\,z^n + q = 0$), se desenează un grafic cu liniile drepte $z^m + x\,z^n + y = 0$ la diferite valori constante z.

Și ecuația mai generală $\varphi(z) + \xi(p)\,\psi(z) + \eta(q) = 0$ se poate rezolva cu ajutorul unui grafic, dacă se prevede axa absciselor cu o scară a funcțiunii $\xi = \xi(p)$, și axa ordonatelor cu o scară $\eta = \eta(q)$.

2. Calculul și construcția unui polinom $g(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$ pentru o valoare dată $x = \xi$ a abscisei. Problema survine adesea la calculul valorii desvoltărilor în serii de puteri. Se calculează după dispoziția lui Horner:

	a_n	a_{n-1} $+ a_n\xi$	a_{n-2} $+ b_{n-1}\xi$	a_{n-3} $+ b_{n-2}\xi$	. . . . . .	a_2 $+ b_3\xi$	a_1 $+ b_2\xi$	a_0 $+ b_1\xi$
Suma:	a_n	b_{n-1}	b_{n-2}	b_{n-3}	. . .	b_2	b_1	$b_0 = g(\xi)$

Mai sus avem $b_\chi = a_\chi + b_{\chi+1}\,\xi$. Dacă se potrivește ξ pe rigla de calcul, linia a doua se poate citi fără schimbarea potrivirii.

Exemplu: $\cos x \approx 1 - x^2/2! + x^4/4! = 1 - 0{,}5\,x^2 + 0{,}041\,67\,x^4$ (începutul desvoltării în serie) $\xi = \pi/4 = 0{,}785$.

0,041 67	0 + 0,0327	− 0,5 + 0,0257	0 − 0,372	1 − 0,2922
0,041 67	+ 0,0327	− 0,4743	− 0,372	+ 0,7078

Din table se citește $\cos \pi/4 = 0{,}7071$.

Spre a-l construi pe $g(\xi)$, se trasează dreptele $x = 1$ și $x = \xi$ și se trec pe axa y, ținând seamă de semne, coeficienții $OA_0 = a_0$, $A_0 A_1 = a_1$, $A_1 A_2 = a_2, \ldots A_{n-1} A_n = a_n$ (fig. 80). Pe urmă se trasează pe rând: $A_n E_n \parallel x$, $E_n A_{n-1}$, $P_n E_{n-1} \parallel x$, $E_{n-1} A_{n-2}$, $P_{n-1} E_{n-2} \parallel x, \ldots,$ $E_2 A_1$, $P_2 E_1 \parallel x$, $E_1 A_0$, prin ceea ce e determinat în fine P_1 cu ordonata $g(\xi)$[2].

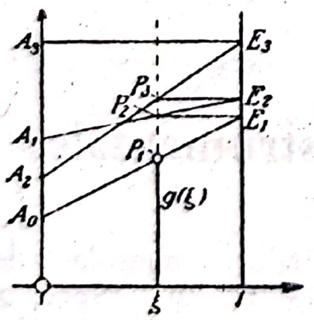


Fig. 80.

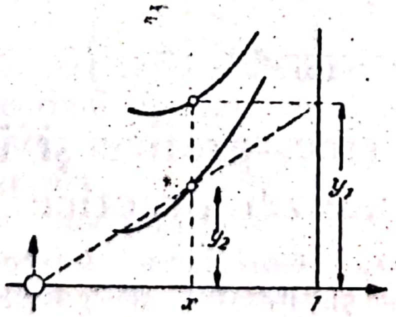


Fig. 81.

Această metodă se bazează pe aplicarea repetată a transformării lui Segner, de a construi din curba $y_1 = f(x)$ curba $y_2 = x\,f(x)$, sau din curba $y_2 = \varphi(x)$ curba $y_1 = \varphi(x)/x$ (fig. 81).

3. Măsurători și construcții pe curbe trasate. Lungimea de arc. a) Se trece o deschidere de compas destul de mică de mai multe ori drept coardă, așa încât se formează un poligon din coarde, se numără numărul de coarde (apreciind ultima fracțiune) și rezultatul se trece pe o dreaptă.

[1]) Cp. de ex. C. Runge și H. König, Numerisches Rechnen, 1. c. 7.
[2]) Altă construcție la Wehage, ZVDI 21 (1877), p. 105.

Scanned with OKEN Scanner

La coarde cu mult prea mici, erorile se cumulează. b) Cu un curbimetru, care trebue etalonat parcurgând cu el un traiect de lungime cunoscută (a se parcurge cu mâna liberă şi nu de-a-lungul unei rigle).

4. **Arii.** a) Dacă conturul e desenat pe hârtie milimetrică, se n u m ă r ă mm^2, aprecindu-i pe cei traversaţi de contur. Altfel se aplică hârtie de calc milimetrică sau o tablă de sticlă cadrilată. In caz de nevoie, trebue să se ţină seamă de exactitatea cadrilării milimetrice. b) Se taie de-a-lungul conturului şi se c â n t ă r e ş t e aria; se taie din aceeaşi hârtie un pătrat de latură cunoscută şi se cântăreşte de asemenea. c) Se împarte aria prin drepte paralele în făşii cari se t r a n s f o r m ă din ochiu î n d r e p t u n g h i u r i ; la această operaţie, colţurile haşurate din fig. 82 trebue să aibă aceeaşi arie, pentru ceea ce ochiul e foarte sensibil.

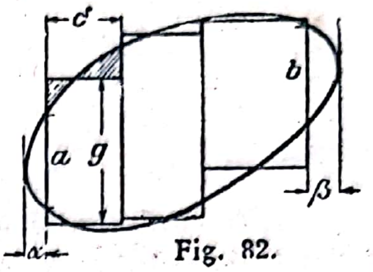


Fig. 82.

Capetele decupate se pot aproxima adesea destul de bine prin segmente de parabolă şi ariile lor se pot calcula în acest caz după r e g u l a l u i L a m b e r t : $^2/_3 \cdot a\alpha$ şi $^2/_3 \cdot b\beta$ Aria devine

$$F \approx {}^2/_3 \cdot (a\alpha + b\beta) + \Sigma g\delta.$$

d) **Regula lui Simpson.** Dacă toate făşiile au aceeaşi lăţime δ, se mai trasează (fig. 83) medianele m corespunzătoare coardelor s — şi se obţine $F \approx {}^1/_3 \cdot \delta\,[(a + b)/2 + \Sigma s + 2\,\Sigma m)]$.

Σs şi Σm se pot măsura, prin aplicarea unei făşii de hârtie, pe care se însumează diferitele coarde prin adăugare cap la cap, deja la aplicare — sau cu ajutorul curbimetrului — sau şi cu diviziunea milimetrică a unei rigle (nu prea scurte), după ce s'a aplicat pe cursorul de sticlă un mic indicator de hârtie care culisează peste diviziunea milimetrică. (Pentru r e g u l a l u i S i m p s o n cp. p. 117, 3; avem $h = {}^1/_2 \cdot \delta, y_0 = a$, $y_n = b$, $y_2 + y_4 + y_6 + \ldots = \Sigma s$, $y_1 + y_3 + y_5 + \ldots = \Sigma m$).

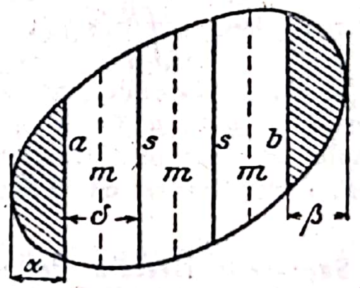


Fig. 83.

e) **Formulele lui Tschebyscheff.** Aria se reprezintă destul de exact prin aria unui dreptunghiu cu baza cât cea mai mare lăţime a ariei şi cu înălţimea cât media unor ordonate alese potrivit:

$$(y_1 + y_2 + y_3 + \ldots y_n)/n$$

Dacă abscisele se calculează începând cu mijlocul domeniului de lăţimea $2c$ şi dacă $x_\lambda c$ e abscisa corespunzătoare lui y_λ, valorile lui x_λ se iau din tabla care urmează (fig. 84 arată cazul $n = 4$, $c = 1$).

$n = 2 \quad x_1 = -0{,}577\,35 = -x_2$
$n = 3 \quad x_1 = -0{,}707\,11 = -x_3, \quad x_2 = 0$
$n = 4 \quad x_1 = -0{,}794\,65 = -x_4, \quad x_2 = -0{,}187\,59 = -x_3.$
$n = 5 \quad x_1 = -0{,}832\,50 = -x_5, \quad x_2 = -0{,}374\,54 = -x_4, \quad x_3 = 0.$

f) **Formula lui Gauss**, p. 117, 4); e cea mai exactă dar mai puţin comodă în calcule decât cele precedente.

g) **Planimetre.** Mai mult întrebuinţat e planimetrul polar al lui A m s l e r. Dacă l e lungimea braţului de purtat, R traiectul de rulat al rotiţei de măsură, r lungimea „braţului polar", p distanţa dintre planul rotiţei de măsură şi creionul de purtat, aria înconjurată e

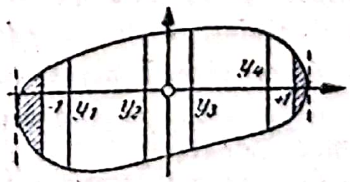


Fig. 84.

$F = lR$ când polul e în exteriorul ei (fig. 85)

$F = lR + \pi\,(r^2 + 2pl - l^2)$ dacă polul e în interiorul ei (fig. 86.)

Trebue observat că planimetrul nu dă valoarea absolută a ariei din interiorul conturului parcurs, ci cu semnul ei, după cum aria înconjurată se găseşte la stânga sau la dreapta conturului parcurs. Planimetrul se etalonează înconjurând

un pătrat sau cerc de arie cunoscută, rotița de măsură trebuind să fie plimbată pe aceeași hârtie și în același sens de parcurgere.[1])

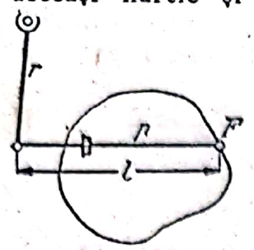


Fig. 85.

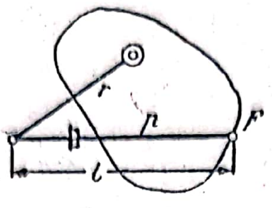


Fig. 86.

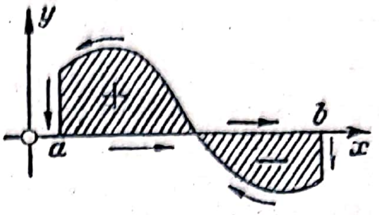


Fig. 87.

5. **Alte măsuri prin integrale definite.** Metodele indicate mai sus pentru determinarea ariei se pot întrebuința mai general spre a determina valoarea unei integrale definite $\int_a^b f(x)\,dx$ considerând-o drept valoare a ariei cuprinse între curba $y = f(x)$, și dreptele $x = a$, $x = b$, $y = 0$, prevăzută cu semn (fig. 87).

Exemple: a) Volumul unui corp oarecare, ale cărui dimensiuni sunt determinate prin secțiuni perpendiculare pe o axă z. Se determină secțiunile ariilor $q(z)$ corespunzătoare la suficiente valori z, cum s'a indicat mai sus, se trec mărimile astfel determinate pe hârtie milimetrică drept ordonate corespunzătoare absciselor z, se unesc extremitățile printr'o curbă dulce și se determină volumul căutat $V = \int_a^b q(z)\,dz$ de asemenea după una din metodele de mai sus.

b) Corpuri de revoluție: volumul V, momentul static S față de planul perpendicular în origine pe axa de simetrie (x) și momentul de inerție J față de axa de simetrie;

$$V = \pi \int_a^b y^2\,dx \qquad S = \pi \int_a^b x\,y^2\,dx \qquad J = {}^1\!/_2\,\pi \int_a^b y^4\,dx.$$

Se trec valorile y^2 și y^4 drept ordonate deasupra absciselor x ale curbei meridiane $y = y(x)$; planimetrarea curbelor rezultante dă V/π și $2\,J/\pi$. Se trec ordonatele y^2 deasupra absciselor x^2 (scara funcțiunii pătratice pe axa x); planimetrarea curbei rezultante dă $2\,S/\pi$.

Suprafața laterală de revoluție: $M = 2\pi \int_{x=a}^{b} y\,ds = 2\pi \int_a^b N\,dx,$ unde N e lungimea normalei. Se desenează (cu ajutorul riglei cu oglindă, cp. 7), pentru destul de multe puncte ale curbei meridiane, normalele până la axa x și li se trec lungimile drept ordonate deasupra absciselor corespunzătoare. Valoarea ariei căutate a suprafețelor laterale e produsul lui 2π prin valoarea ariei de sub curba astfel obținută a lungimilor normalelor.

c) Integrala dublă $\iint \varphi(x)\,\psi(y)\,dx\,dy$, extinsă asupra unui domeniu plan. Dacă se trece conturul domeniului într'un sistem de coordonate $\xi = \int \varphi(x)\,dx$, $\eta = \int \psi(y)\,dy$, integrala dublă devine $\iint d\xi\,d\eta$, extinsă asupra domeniului conturat, adică egală cu aria lui. De ex. momentul polar de inerție al unui domeniu plan, față de o axă trecând prin originea O și perpendiculară pe planul domeniului, e în coordonate polare $J = \iint \rho^3\,d\rho\,d\varphi = {}^1\!/_4 \cdot \int r^4\,d\varphi$, unde r e raza vectoare spre punctul conturului domeniului care are orientarea φ. Se scrie $r^2 = R$ și se trece conturul în rețeaua de coordonate polare (R, φ) și se obține $J = {}^1\!/_4 \cdot \int R^2\,d\varphi$, adică jumătate din aria domeniului astfel conturat.[2])

d) Pentru determinarea momentelor statice, centrifugale și de inerție se pot folosi și planimetre de momente, speciale; detalii la Galle l. E. și Rothe l. c.

---

[1]) Demonstrația formulelor pentru planimetru în R. Rothe, Höhere Mathematik, Vol. II, § 42, Berlin și Leipzig, ed. a 3-a, 1938, Teubner. — Teoria și construcția acestui planimetru și a altora, ca și a instrumentelor analoage în Galle, Mathematische Instrumente, Leipzig și Berlin 1912, Teubner.

[2]) Alte exemple la Rothe, ETZ 41 (1920), p. 999). — D. Wehage, Zf. Instrumentenkunde 1929.

Scanned with OKEN Scanner

6. Integrare grafică. Spre a construi curba integrală $Y = F(x) = \int_a^x f(x)\,dx$, a unei curbe date $y = f(x)$, se înlocueşte mai întâi (fig. 88) curba de integrat $y = f(x)$ printr'o curbă în trepte cu porţiunile paralele cu axa x astfel, încât în punctele în rest arbitrare $p_1, p_2, p_3, \ldots,$ în cari curba dată şi cea în trepte au aceeaşi ordonată corespunzătoare aceleiaşi abscise, să limiteze, începând cu $x = a$, şi aceeaşi arie. Porţiunile paralele cu axa y ale curbei în trepte trebue trasate în acest scop astfel, încât colţurile haşurate în dreapta şi stânga lor să aibă aceeaşi arie; egalitatea se apreciază din ochiu

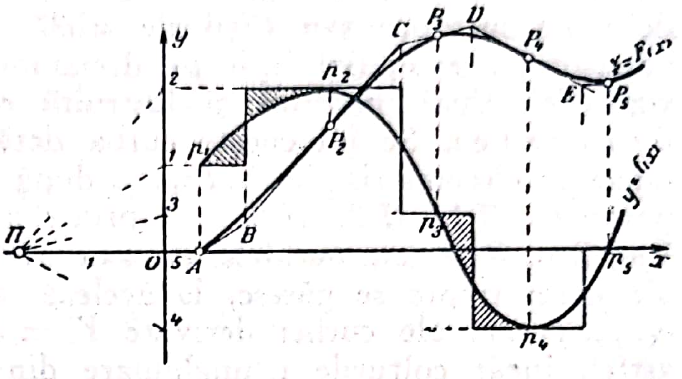


Fig. 88.

sau, dacă desenul e pe hârtie milimetrică (totdeauna de recomandat), prin numărarea mm^2 închişi; la parabole, dreapta de înjumătăţire intersectează orizontala prin mijlocul coardei la două treimi din distanţa până la tangenta paralelă. Se alege pe urmă „polul de integrare" Π la distanţa $O\,\Pi = 1$ pe axa negativă a x-ilor. Porţiunile paralele cu x prin $p_1, p_2, p_3, \ldots$ se prelungesc până la intersecţia cu axa y în punctele notate cu cifrele corespunzătoare, se trasează razele $\Pi\,1$, $\Pi\,2$, $\Pi\,3, \ldots$ iar pe urmă, începând cu A ($O\,A = a$), linia poligonală $A\,B \parallel \Pi\,1$, $B\,C \parallel \Pi\,2$, $C\,D \parallel \Pi\,3, \ldots$ pentru fiecare dreaptă câte o latură. Linia e un poligon de tangente la curba integrală căutată, cu punctele de tangenţă $P_1 = A, P_2, P_3, \ldots,$ cari au aceleaşi abscise ca şi $p_1, p_2, p_3, \ldots$ Curba integrală se trasează cu florarul, la nevoie cu interpolare parabolică după p. 143 (fig. 30 a).

Dacă distanţa polară $O\,\Pi$ diferă de unitate şi are valoarea λ, curba integrală rezultantă e $F(x)/\lambda$. Proba: valoarea unei ordonate oarecare a curbei integrale (înmulţită cu λ) trebue să dea aria de sub curba dată $y = f(x)$, până la această ordonată, care poate fi determinată prin planimetrare. Alegând potrivit distanţa polară λ, se poate obţine ca ultimul (sau cel mai înalt) punct al curbei integrale să cadă încă pe hârtia de desen. Se alege în prealabil punctul U, unde trebue să ajungă cu aproximaţie (fig. 89), se trasează după apreciere dreapta

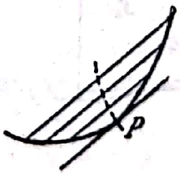


Fig. 90.

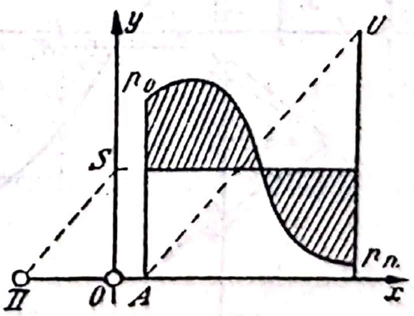


Fig. 89.

paralelă cu x pentru întregul arc de curbă $p_0\,p_n$ şi $S\,\Pi \parallel A\,U$, ceea ce îl determină pe Π. — Integrarea numerică p. 197. — Despre integrafe v. Galle, l. c.

7. Derivare grafică. a) Tangenta de direcţiune dată. Se trasează mai multe coarde paralele în direcţiune dată, se unesc mijlocurile lor printr'o curbă auxiliară (fig. 90) care intersectează curba dată în punctul de tangenţă P al tangentei. — b) Tangenta în

Scanned with OKEN Scanner

punct de tangenţă dat. Un paralelepiped cu o faţă laterală perpendiculară pe planul desenului şi executată ca oglindă (riglă cu oglindă) se roteşte astfel, încât imaginea din oglindă să pară a prelungi curba desenată în punctul P fără frântură observabilă; în aceste condiţiuni muchia formată de oglindă cu planul desenului e normala curbei, iar perpendiculara pe ea în punctul P tangenta. Sunt uzuale oglinzile metalice sau fâşii de sticlă de oglindă cu bază neagră; adesea ajunge staniol lipit pe diviziunea centimetrică nebizotată a unei rigle de calcul, netezită şi lustruită cu podul palmei. — c) Curba derivatei. Se înlocueşte curba dată $Y = F(x)$ printr'un poligon de tangente circumscris $P_1, P_2, P_3, \ldots$ după a), trasând în acelaşi timp razele paralele $\Pi 1$, $\Pi 2$, $\Pi 3, \ldots$ printr'un pol Π (fig. 88). Segmentele $1p_1$, $2p_2$, $3p_3, \ldots$, paralele cu axa x, determină o curbă în trepte, pe ale cărei trepte se găsesc, la aceleaşi abscise ca $P_1, P_2, P_3, \ldots$, punctele $p_1, p_2, p_3, \ldots$ ale curbei derivate $Y' = F'(x) = f(x)$. Acestea se trasează astfel, încât colţurile triunghiulare din cele două părţi ale segmentelor verticale din curba în trepte să aibă arii egale (inversarea integrării grafice).

8. A doua curbă integrală $S(x) = \int_a^x F(x)\,dx = \int_a^x \int_a^x f(x)\,dx\,dx$, de construit prin repetarea de două ori a integrării grafice după metoda 6, are drept ordonată $S(x)$ valoarea momentului static de sub curba $y = f(x)$ în raport cu axa care trece prin x şi conţine ordonata. Tangenta la curba $S(x)$ în punctul cu abscisa x (care rezultă şi ea din construcţie), are drept ordonată oarecare η valoarea momentului static al suprafeţei de sub curba $y = f(x)$ în raport cu axa care conţine această ordonată η. Această tangentă intersectează axa x în dreptul abscisei centrului de greutate al acelei suprafeţe.

9. Altă metodă de integrare dublă cu ajutorul centrelor de greutate. Se dă $y = f(x)$ şi se cere

$$y_2 = f_2(x) = \int_0^x f_1(x)\,dx + c_2$$

$$= \int_0^x \int_0^x f(x)\,dx\,dx + c_1 x + c_2$$

la constante arbitrare date c_1, c_2 (fig. 91).

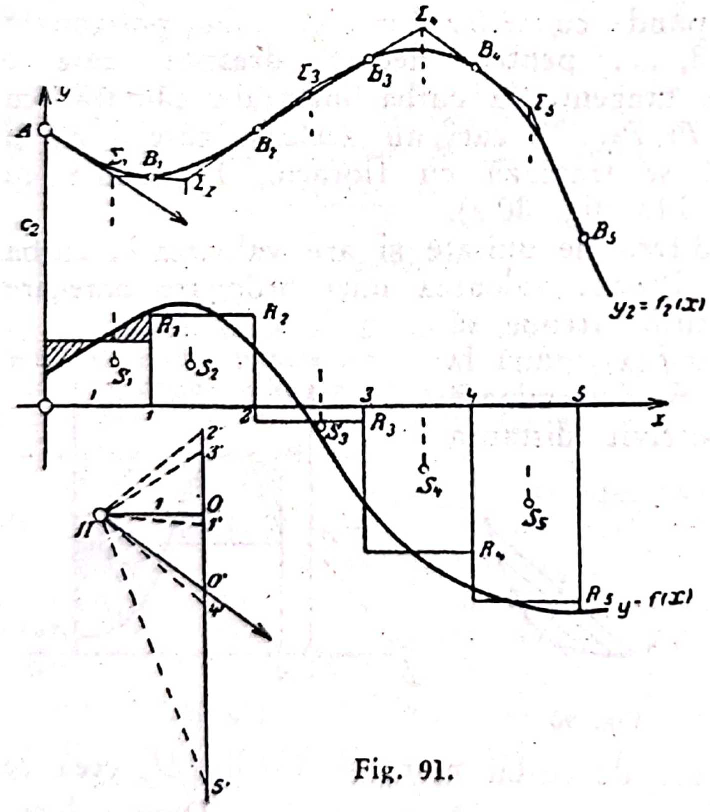


Fig. 91.

Incepând cu $x = 0$, se împarte suprafaţa de sub $y = f(x)$, în fâşii de aceeaşi lăţime 1, li se determină centrele de greutate S_1, S_2, $S_3, \ldots$ (v. m. j.) şi, prin trasarea treptelor compensatoare, dreptunghiurile de aceeaşi arie, cu înălţimile $1R$, $2R_2$, $3R_3, \ldots$ (colţurile triunghiulare de deasupra şi de dedesubtul fiecărei trepte având aceeaşi arie). Prin polul Π ($O\Pi = 1$) se trasează razele $\Pi 0'$, $\Pi 1'$, $\Pi 2', \ldots$, după ce s'a realizat, cu respectarea semnelor, $OO' = c_1$, $0'1' = 1R_1$, $1'2' = 2R_2$, $2'3' = 3R_3, \ldots$, iar pe urmă se trasează începând cu $A\,(y = c_2)$ linia poligonală $A\Sigma_1 \parallel \Pi 0'$, $\Sigma_1\Sigma_2 \parallel \Pi 1'$, $\Sigma_2\Sigma_3 \parallel \Pi 2', \ldots$, colţurile $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \ldots$ având respectiv aceleaşi abscise ca şi centrele de greutate $S_1, S_2, S_3, \ldots$ Această linie poligonală e un poligon de tangente la a doua curbă integrală căutată, cu punctele de tangenţă $B_1, B_2, B_3, \ldots$, respectiv de aceleaşi abscise ca $R_1, R_2, R_3, \ldots$

Pentru determinarea centrelor de greutate, fâşiile se pot aproxima la curbe plate prin trapeze şi se poate proceda ca sub Mecanică p. 343. La contur aproxi-

Scanned with OKEN Scanner

mabil printr'o parabolă, se trasează paralel cu coarda, la $^2/_3$ din distanţa până la tangenta paralelă, o dreaptă şi se determină centrul de greutate al trapezului limitat de ea.

10. Ecuaţii diferenţiale comune de primul ordin. a) Integrarea grafică de aproximaţie după Runge şi Kutta. Fie $y' = f(x, y)$ ecuaţia diferenţială dată, rezolvată în raport cu y'; se cere integrala $y = y(x)$ care ia valoarea $y_0 = y(x_0)$ pentru $x = x_0$ unde x_0, y_0 sunt valori date arbitrar. Se calculează valorile y corespunzătoare argumentelor x_0, $x_0 + h$, $x_0 + 2h, \ldots$, unde h e destul de mic. Dacă y corespunde unuia din aceşti x, lui $x + h$ îi corespunde valoarea $y + k$, unde k se determină cum urmează: Se calculează

$$k_1 = f(x, y)\,h; \qquad k_2 = f(x + h/2,\ y + k_1/2)\,h,$$

$$k_3 = f(x + h/2,\ y + k_2/2)\,h, \qquad k_4 = f(x + h,\ y + k_3)\,h,$$

şi se obţine
$$k = \frac{1}{3}\left(\frac{k_1 + k_4}{2} + k_2 + k_3\right).$$

Pentru ecuaţia diferenţială $y' = f(x)$, metoda degenerează în r e g u l a l u i S i m p s o n.

b) Integrare grafică exactă prin cuadraturi repetate. Se pleacă dela o integrală de aproximaţie $y = y_1(x)$ a ecuaţiei, care trebue cunoscută numai în jurul punctului dat (x_0, y_0). Aceasta se corectează progresiv şi se poate apropia de integrala adevărată în limitele permise de preciziunea desenului.

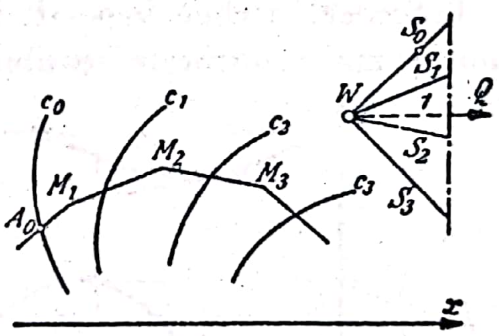


Fig. 92.

α) M e t o d a i z o c l i n e l o r. Se desenează mai întâi un număr de izocline destul de dese $f(x, y) = c$ pentru diferite valori ale lui $c = c_0, c_1, c_2, \ldots$ în apropierea valorii $f(x_0, y_0) = c_0$ (fig. 92) ca şi fasciculul de raze corespunzătoare cu polul arbitrar W, ale cărui raze $S_0, S_1, S_2, \ldots$ au inclinările $c_0, c_1, c_2, \ldots$ (pe $WQ \parallel x$, $WQ = 1$, se trec în Q, perpendicular şi ţinând seamă de semne, segmentele $c_0, c_1, c_2, \ldots$) Se duce prin $A_0(x_0, y_0)$ paralela $A_0 M_1$ la raza S_0, unde M_1 e aproximativ la mijloc între izoclinele c_0 şi c_1, pe urmă $M_1 M_2 \parallel S_1$, $M_2 M_3 \parallel S_2$ etc. Linia astfel obţinută e un p o l i g o n d e t a n g e n t e pentru prima aproximaţie căutată a curbei integrale a ecuaţiei diferenţiale; punctele de tangenţă sunt punctele de intersecţiune $A_0, \ldots$ cu izoclinele. Metoda se recomandă numai la izocline uşor de desenat.

β) Se desenează (fig. 93) o porţiune destul de mică $A_0 A_1$ din tangenta în punctul iniţial (inclinarea $c_0 = f(x_0, y_0)$), se calculează $f(x_1, y_1) = C_1$, unde coordonatele x_1, y_1 ale lui A_1 se citesc din figură, iar dreapta cu inclinarea C_1 nu se trasează începând cu A_1, ci începând cu mijlocul N_1 dintre A_0 şi A_1 Se procedează pe urmă cu această dreaptă $N_1 A_2$ (A_2 arbitrar, dar destul de apropiat de N_1) ca şi mai înainte cu $A_0 A_1$. Linia poligonală rezultantă $A_0 N_1 N_2 \ldots$ e un p o l i g o n d e t a n g e n t e pentru prima aproximaţie căutată a ecuaţiei diferenţiale; punctele de tangenţă $B_1, B_2, B_3, \ldots$ se găsesc vertical deasupra lui $A_1, A_2, A_3, \ldots$

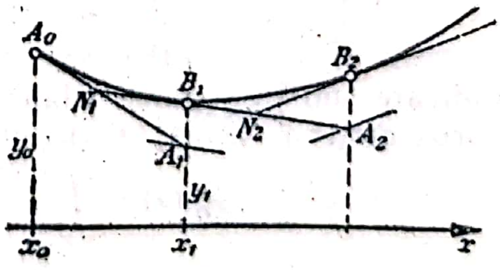


Fig. 93.

γ) Din prima curbă de aproximaţie $y = y_1(x)$ se obţine o a doua mai

Scanned with OKEN Scanner

bună prin integrare (cuadratură) comună $y_2(x) = \int_{x_0}^{x} f(x, y_1(x))\, dx + y_0$, şi continuarea procedeului $y_3(x) = \int_{x_0}^{x} f(x, y_2(x))\, dx + y_0$ etc. In anumite condiţiuni, de obiceiu practic satisfăcute, $y_n(x)$ tinde pentru $n \to \infty$ spre integrala căutată $y(x)$.

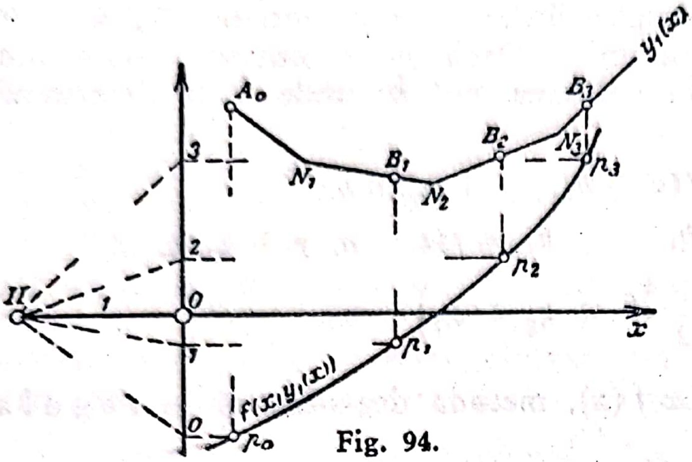


Fig. 94.

Spre a construi din $y_1(x)$ aproximaţia următoare $y_2(x)$, se construeşte, pentru poligonul de tangente obţinut după α sau β, fascicolul de raze din polul de integrare Π (în stânga lui O, $O\Pi = 1$) cu $O\,0 = c_0$, $O\,1 = c_1$, $O\,2 = c_2, \ldots$ Paralelele la axa x prin 0, 1, 2,... intersectează paralelele la axa y duse prin A_0, B_1, B_2, ... în punctele p_0, p_1, p_2, ... (fig. 94), cari trebue unite printr'o curbă dulce; această curbă reprezintă pe $f[x, y_1(x)]$ şi trebue integrată după 6, spre a-l obţine pe $y_2(x)$.

Procedeul trebue repetat până ce o aproximaţie următoare $y_{n+1}(x)$ nu se mai deosebeşte sensibil de cea precedentă $y_n(x)$, în limitele preciziunii desenului.

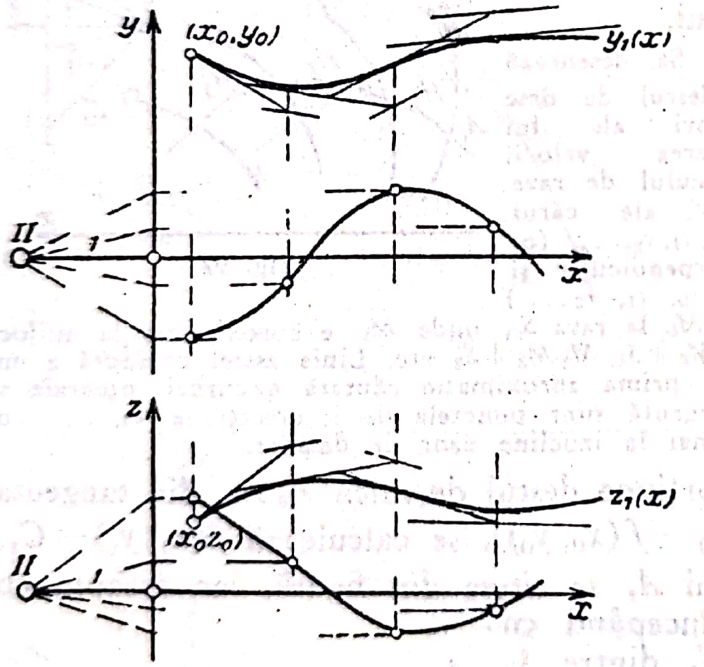


Fig. 95.

Se recomandă să se construiască numai începutul primei curbe de aproximaţie după α sau β şi să se corecteze imediat prin integrare repetată până la limita permisă de preciziunea desenului. O prelungire din ochiu, cu ajutorul florarului, a porţiunii iniţiale astfel obţinute a curbei integrale a ecuaţiei diferenţiale dă de obiceiu o primă aproximaţie întrebuinţabilă pentru continuarea construcţiei.

11. Sisteme de ecuaţii diferenţiale de primul ordin. Cazul cel mai simplu:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y, z),$$

$$\frac{dz}{dx} = g(x, y, z).$$

Se construesc după metodele indicate sub 9., în două plane de coordonate $(x\,y)$ şi $(x\,z)$, primele curbe de aproximaţie $y_1(x)$, $z_1(x)$ (fig. 95) şi se corectează progresiv prin cuadraturi:

$$y_n(x) = \int_{x_0}^{x} f(x, y_{n-1}(x), z_{n-1}(x))\, dx + y_0$$

$$z_n(x) = \int_{x_0}^{x} g(x, y_{n-1}(x), z_{n-1}(x))\, dx + z_0,$$

cum s'a arătat sub 10. γ). Punctele iniţiale (x_0, y_0) şi (x_0, z_0) ale curbelor integrale trebue să fie date.

Scanned with OKEN Scanner

21. Ecuații diferențiale de ordinul al doilea. $y'' = f(x, y, y')$.

α) Ecuația se reduce la sistemul simultan

$$\frac{dy}{dx} = z, \qquad \frac{dz}{dx} = f(x, y, z)$$

și se procedează ca sub 11. Punctul inițial (x_0, y_0) și orientarea inițială $y_0' = z_0$ e dată arbitrar.

β) Integrare prin raze de curbură. Introducând în ecuația diferențială $\vartheta = \operatorname{arctg} y'$, $\rho = ds/d\vartheta = 1 : (\cos^3\vartheta \cdot y'')$, ea se transformă în $\quad 1/\rho = \cos^3\vartheta \cdot f(x, y, \operatorname{tg}\vartheta)$.

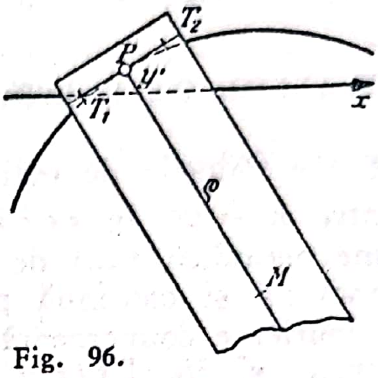


Fig. 96.

Pentru construcția primei curbe de aproximație se întrebuințează o riglă transparentă (fig. 96) găurită în P pentru creionul de desen și cu două drepte perpendiculare PM și $T_1 P T_2$. Punctele T_1, T_2 sunt la distanța 1 de P și servesc la determinarea valorilor lui y'; pe $PM = \rho$ se fixează cu un vârf de ac centrul M al cercului de curbură respectiv. Prima curbă de aproximație se poate trasa astfel imediat din mici arce de cercuri de curbură. Din citirile succesive se calculează $y'' = \rho : \cos^3\vartheta$; o dublă integrare a curbei corespunzătoare ne dă o aproximație nouă, în general mai bună a curbei integrale a ecuației diferențiale.

F. Serii trigonometrice (Fourier) și analiză armonică[1])

1. Multe fenomene periodice (oscilații, curenți alternativi etc.) se pot reprezenta exact sau aproximativ prin expresiuni (p r o g r e s i u n i t r i g o n o m e t r i c e) de forma

$$F_n(t) = C_0 + C_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + C_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \ldots + C_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

unde $C_0, C_1, C_2, \ldots C_n, \varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_n$ sunt constante. Ele reprezintă suprapunerea a n oscilații armonice de aceeași pulsație ω (sau de aceeași perioadă $p = 2\pi/\omega$) cu maxime în general diferite $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n$ și cu faze inițiale diferite $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots \varphi_n$. $F_n(t)$ e periodic: $F_n(t + kp) = F_n(t)$ pentru $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$

Scriind $\omega t = x$, descompunând pe $\sin(k\omega t + \varphi_k)$, $F_n(t)$ devine

$$f_n(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \ldots + a_n \cos nx$$
$$+ b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \ldots + b_n \sin nx$$

$$a_0 = C_0, \quad a_\lambda = C_\lambda \sin\varphi_\lambda, \quad b_\lambda = C_\lambda \cos\varphi_\lambda, \quad \lambda = 1, 2, \ldots n.$$

$$f_n(x + k\,2\pi) = f_n(x).$$

Dacă $f(x)$ e funcțiune periodică de perioada 2π, $f(x)$ se poate reprezenta cu aproximație prin $f_n(x)$, reprezentarea „optimă“ (p. 193).

— adică de eroare pătratică medie $\int_0^{2\pi} [f(x) - f_n(x)]^2 dx$ minimă

— fiind realizată când coeficienții a_0, a_λ, b_λ au valorile:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\,dx, \quad a_\lambda = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos\lambda x\,dx,$$

$$b_\lambda = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin\lambda x\,dx,$$

[1]) Bibliografie: C. R u n g e, Theorie und Praxis der Reihen, Leipzig, 1904, Göschen. — v. S a n d e n, Praktische Analysis, ed. a 2-a, Leipzig 1923. — R o g o s i n s k i, Fouriersche Reihen, Samlg. Göschen Nr. 1022, Berlin și Leipzig 1930, de Gruyter.

(formulele Fourier-Euler). Aceste valori sunt independente de n şi sunt deci valabile pentru orice sumă trigonometrică.

Pentru multe calcule sunt importante următoarele însumări trigonometrice simple:

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \ldots + \cos nx = \frac{\cos {}^1/_2 (n+1)x \sin {}^1/_2 nx}{\sin {}^1/_2 x}$$

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \ldots + \sin nx = \frac{\sin {}^1/_2 (n+1)x \sin {}^1/_2 nx}{\sin {}^1/_2 x}.$$

2. Cu valorile de mai sus ale lui a_0, a_λ, b_λ, $f_n(x)$ se transformă pentru $n \to \infty$ în seria Fourier a funcţiunii $f(x)$. Dacă o funcţiune periodică $f(x)$ de perioada 2π e univocă, mărginită, pe intervale monotonă şi continuă pentru orice x în intervalul $0 \leqq x < 2\pi$, seria ei Fourier e convergentă, iar suma ei e $f(x)$ în toate punctele de continuitate, şi ${}^1/_2 \cdot [f(x+0) + f(x-0)]$ în toate punctele de discontinuitate, unde $f(x \pm 0) = \lim f(x \pm \varepsilon)$ pentru $\varepsilon \to 0$ şi $\varepsilon > 0$.

3. Alte formule pentru coeficienţi:

$$\pi a_\lambda = \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \cos \lambda x \, dx = \int_0^\pi \big(f(x) + f(-x)\big) \cos \lambda x \, dx$$

$$\pi b_\lambda = \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \sin \lambda x \, dx = \int_0^\pi \big(f(x) - f(-x)\big) \sin \lambda x \, dx.$$

Dacă $f(x)$ e pară, adică $f(x) = f(-x)$, avem $\pi a_\lambda = 2\int_0^\pi f(x) \cos \lambda x \, dx$, $b_\lambda = 0$.

Dacă $f(x)$ e impară, adică $f(x) = -f(-x)$, avem $a_\lambda = 0$, $\pi b_\lambda = 2\int_0^\pi f(x) \sin \lambda x \, dx$.

Dacă $f(x) = -f(x+\pi)$, adică într'o jumătate de perioadă curba corespunzătoare e egală şi oglindită faţă de cea din cealaltă jumătate, avem

$$\pi a_{2\lambda+1} = 2\int_0^\pi f(x) \cos (2\lambda+1) x \, dx, \qquad a_{2\lambda} = 0$$

$$\pi b_{2\lambda+1} = 2\int_0 f(x) \sin (2\lambda+1) x \, dx, \qquad b_{2\lambda} = 0.$$

Dacă $F(x)$ are perioada p, seria ei Fourier e:

$$A_0 + \sum_\lambda A_\lambda \cos (\lambda 2\pi x/p) + \sum_\lambda B_\lambda \sin (\lambda 2\pi x/p) \quad (\lambda = 1, 2, 3, \ldots);$$

$$p A_0 = \int_0^p F(x)\, dx \qquad p A_\lambda = 2\int_0^p F(x) \cos \left(\lambda \frac{2\pi x}{p}\right) dx,$$

$$p B_\lambda = 2\int_0^p F(x) \sin \left(\lambda \frac{2\pi x}{p}\right) dx.$$

4. **Cazuri particulare.** a) Sinusoidă comutată: $f(x) = \sin x$ pentru $0 \leqq x \leqq \pi$, $f(x) = -\sin x$ pentru $\pi \leqq x \leqq 2\pi$ (fig. 97).

$$f(x) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi}\left(\frac{\cos 2x}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4x}{3 \cdot 5} + \frac{\cos 6x}{5 \cdot 7} + \ldots\right).$$

b) Arc de parabolă: $f(x) = (x - \pi)^2$ pentru $0 \leqq x \leqq 2\pi$ (fig. 98).

$$f(x) = \frac{\pi^2}{3} + 4\left(\frac{\cos x}{1} + \frac{\cos 2x}{4} + \frac{\cos 3x}{9} + \ldots\right).$$

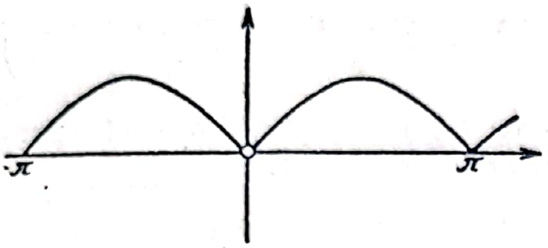


Fig. 97.

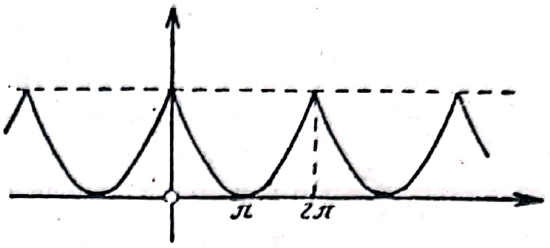


Fig. 98.

c) $f(x) = x$ pentru $0 < x < 2\pi$ (fig. 99).

$$f(x) = \pi - 2\left(\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + \ldots\right).$$

d) Trapez: $f(x) = bx/a$ pentru $0 \leqq x \leqq a$, $f(x) = b$ pentru $a \leqq x \leqq \pi - a$, $f(x) = b(\pi - x)/a$ pentru $\pi - a \leqq x \leqq \pi$; $f(-x) = -f(x) = f(\pi + x)$ (fig. 100).

$$f(x) = \frac{4}{\pi}\frac{b}{a}\left(\frac{1}{1^2}\sin a \sin x + \frac{1}{3^2}\sin 3a \sin 3x + \frac{1}{5^2}\sin 5a \sin 5x + \ldots\right).$$

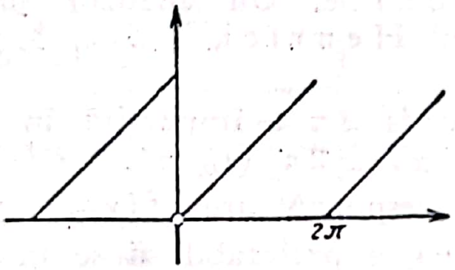


Fig. 99.

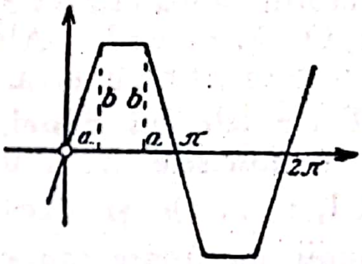


Fig. 100.

e) Dreptunghiu: $f(x) = b$ pentru $0 < x < \pi$, $f(x) = -b$ pentru $\pi < x < 2\pi$ (fig. 101).

$$f(x) = \frac{4}{\pi} b\left(\sin x + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \ldots\right),$$

caz conținut în cel de sub d) pentru $a \to 0$.

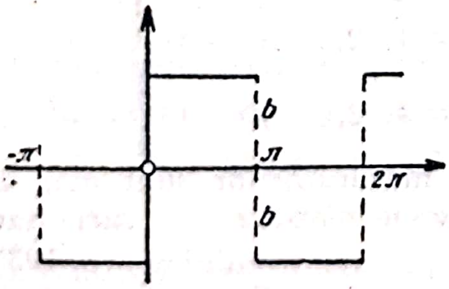


Fig. 101.

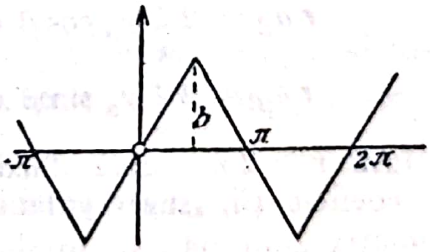


Fig. 102.

f) Triunghiu: $f(x) = 2bx/\pi$ pentru $0 \leqq x \leqq \pi/2$, $f(x) = 2b(\pi - x)/\pi$ pentru $\frac{1}{2}\pi \leqq x \leqq \pi$, $f(x) = -f(-x) = f(\pi + x)$ (fig. 102).

$$f(x) = \frac{8}{\pi^2} b\left(\sin x - \frac{\sin 3x}{9} + \frac{\sin 5x}{25} - + \ldots\right)$$

caz conținut în cel de sub d) pentru $a = \pi/2$.

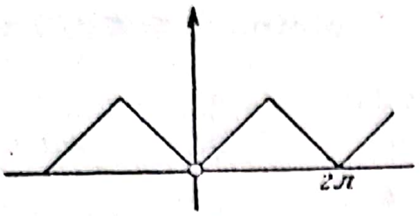


Fig. 103.

g) $f(x) = x$ pentru $0 \leqq x \leqq \pi$, $f(x) = 2\pi - x$ pentru $\pi \leqq x \leqq 2\pi$ (fig. 103).

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}\left(\frac{\cos x}{1} + \frac{\cos 3x}{9} + \frac{\cos 5x}{25} + \ldots\right).$$

h) $f(x) = \cos u x$ pentru $0 \leqq x \leqq \pi$, $f(x) = \cos u(2\pi - x)$ pentru $\pi \leqq x \leqq 2\pi$; u fiind arbitrar, dar diferit de $0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

$$f(x) = \frac{\sin u\pi}{\pi}\left(\frac{1}{u} - \frac{2u}{u^2 - 1^2}\cos x + \frac{2u}{u^2 - 2^2}\cos 2x - + \ldots\right).$$

i) $f(x) = -\ln\left(2 \sin \frac{x}{2}\right)$ pentru $0 < x < \pi$, $f(x) = f(-x)$.

$$f(x) = \cos x + {}^1/_2 \cdot \cos 2x + {}^1/_3 \cdot \cos 3x + \ldots$$

5. **Analiza armonică.** Desvoltarea în serie trigonometrică a unei funcțiuni periodice sau aproximarea ei printr'o sumă trigonometrică se numește analiza ei armonică.

Dacă $f(x)$ nu e dată analitic, ci grafic, de exemplu printr'o oscilogramă, coeficienții a_0, a_λ, b_λ se pot determina foarte comod și exact cu ajutorul a n a l i z o a r e l o r a r m o n i c e. Un analizor simplu e al lui O. M a d e r[1]). Alte analizoare: H e n r i c i, Y u l e, M i c h e l s o n și S t r a t t o n ș. a.[2]).

6. **Formulele lui Bessel.** Dacă perioada 2π e împărțită în r părți egale cu abscisele $x_0 = 0, x_1, x_2, \ldots, x_r = 2\pi$ ($x_\alpha = 2\pi\alpha / r$ pentru $\alpha = 0, 1, 2, \ldots r$) și dacă valorile corespunzătoare $f(x_\alpha) = y_\alpha$ ale funcțiunii sunt date sau citite din curbă, e preferabil să se înlocuiască integralele prin sume. Dacă

$$f_n(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \ldots + a_{n-1} \cos(n-1)x + a_n \cos nx$$
$$+ b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \ldots + b_{n-1} \sin(n-1)x$$

are $2n$ coeficienți și $r = 2n$, avem formulele ($\alpha = 1, 2, 3, \ldots r$)

$$\left.\begin{aligned} r a_0 &= \sum_\alpha y_\alpha, & r a_n &= \sum_\alpha (-1)^\alpha y_\alpha \\ r a_\beta &= 2 \sum_\alpha y_\alpha \cos \beta x_\alpha & &(\beta = 1, 2, \ldots n-1) \\ r b_\beta &= 2 \sum_\alpha y_\alpha \sin \beta x_\alpha & &(\beta = 1, 2, \ldots n-1). \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (I)$$

Dacă însă $r > 2n$, adică dacă rezultatele măsurătorilor sunt mai multe decât coeficienții, sunt valabile formulele următoare — cari dau și aproximația „optimă" în înțelesul metodei pătratelor minime (p. 193) —

$$\left.\begin{aligned} &r a_0 = \sum_\alpha y_\alpha, \quad r a_\beta = 2 \sum_\alpha y_\alpha \cos \beta x_\alpha, \quad r b_\beta = 2 \sum_\alpha y_\alpha \sin \beta x_\alpha, \\ &\alpha = 1, 2, \ldots, r, \quad \beta = 1, 2, \ldots n; \quad r > 2n. \end{aligned}\right\} \quad (II)$$

7. **Metoda lui Runge.** Aplicarea formulelor (I) e cea mai avantajoasă când numărul r de ordonate e un multiplu de 4: $r = 4p$ (p

[1]) E T Z 30 (1909), p. 847.
[2]) G a l l e, Mathematische Instrumente, Leipzig 1912. — E. O r l i c h, Aufnahme und Analyse von Wechselstromkurven, Braunschweig 1906, Vieweg.

întreg). In acest caz calculul se poate simplifica prin subîmpărţirea perioadei. Pentru $r = 12$ $(p = 3)$ avem următoarea schemă:

Ordonate		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
	y_{12}	y_{11}	y_{10}	y_9	y_8	y_7	
Sumă	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
Diferenţă		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	

	Sume				Diferenţe		
	s_0	s_1	s_2	s_3	d_1	d_2	d_3
	s_6	s_5	s_4		d_5	d_4	
Sumă .	s'_0	s'_1	s'_2	s'_3	σ_1	σ_2	σ_3
Diferenţă	d'_0	d'_1	d'_2		δ_1	δ_2	

Calculul coeficienţilor termenilor în cosinus

$\sin 30° = 1/2$			d'_2		$-s'_2$	s'_1		
$\sin 60° = 1 - 0{,}1340$				d'_1				
$\sin 90° = 1$ . . . . {	s'_0 s'_2	s'_1 s'_3	d'_0		s'_0	$-s'_3$	d'_0	d'_2
Suma	I	II	I	II	I	II	I	II
Suma I + II	$12\,a_0$		$6\,a_1$		$6\,a_2$		—	
Diferenţa I — II	$12\,a_6$		$6\,a_5$		$6\,a_4$		$6\,a_3$	

Calculul coeficienţilor termenilor în sinus

$\sin 30° = 1/2$	σ_1					
$\sin 60° = 1 - 0{,}1340$ . . .		σ_2	δ_1	δ_2		
$\sin 90° = 1$	σ_3				σ_1	σ_3
Suma	I	II	I	II	I	II
Suma I + II	$6\,b_1$		$6\,b_2$		—	
Diferenţa I — II	$6\,b_5$		$6\,b_4$		$6\,b_3$	

In fiecare rând valorile trebue înmulţite cu valorile sinusului din stânga lor. Inmulţirea cu 0,134, cu rigla de calcul, e mai exactă decât cu $1 - 0{,}134 = 0{,}866$.

Pentru $r = 12$ şi $r = 24$ există un formular de calcul al lui Runge şi Emde, Rechenformular zur Zerlegung einer empirisch gegebenen periodischen Funktion in Sinuswellen, Braunschweig 1913 [1]).

Dispozitivele tip şablon (Hermann, Zipperer, Terebesi) se pot întrebuinţa cu folos. Hussmann dă şabloane pentru 12, 24, 36 sau 72 ordonate [2]).

8. Procedeu grafic. Dacă în formulele (I) se scrie $a_\beta + i\,b_\beta = c_\beta$, se obţine

$$r\,c_\beta = 2\sum_\alpha y_\alpha\, e^{i\beta x_\alpha}.$$

Se adună geometric vectorii $y_\alpha e^{i\beta x_\alpha}$ de lungimea $|y_\alpha|$ şi de faza βx_α. In acest scop se poate folosi o roză a vânturilor desenată pe hârtie de calc, pentru $r = 8$ sau $r = 12$ [3]).

G. Proiecţiune paralelă

Spre a reprezenta un obiect spaţial printr'un desen care să permită o privire cât se poate de completă asupra formei şi conexiunii părţilor lui, se foloseşte cu folos proiecţiunea paralelă, care dă, ce-i drept, figuri mai puţin fidele, dar mai uşor de construit decât proiecţiunea centrală. E preferabilă construirea după metoda axonometrică. Se iau trei axe trirectangulare, la cari se raportează corpul, şi pe

[1]) Detalii în Runge şi König, Numerisches Rechnen, Berlin 1924, Springer.

[2]) Hussmann, Rechnerische Verfahren zur harmonischen Analyse und Synthese, Berlin 1928, Springer.

[3]) „Rigla de direcţiune" la v. Sanden, Praktische Analysis, ed. a 2-a, p. 128.

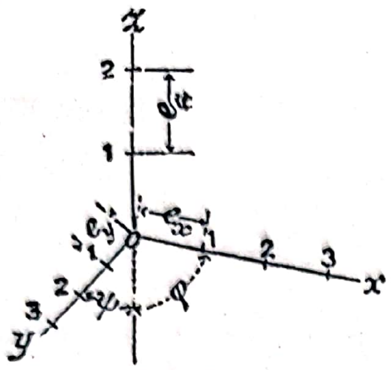


Fig. 104.

fiecare o unitate de lungime, se proiectează axele, împreună cu etaloanele, și toate segmentele paralele în corp cu o anumită axă se trec în desen paralel cu proiecțiunea acelei axe, în etalonul corespunzător. Axa z se alege după verticală.

La proiecțiune oblică, orientările axelor și unitățile de lungime ale etaloanelor se pot alege arbitrar, în ipoteza că cel mult două orientări de axe sunt egale și că unitatea de lungime a cel mult unui etalon de axă e zero (teorema lui Pohlke).

Cazuri simple (notațiunile din fig. 104):

1. $e_x = e_z = 1$; $e_y = 1, \, ^1/_2, \, ^1/_3$; $\varphi = 90°$; $\psi = 45°, 60°$

(Perspectiva cavalieră)

2. $e_x = e_y = e_z = 1$; $\varphi + \psi = 90°$ (Perspectiva militară).

Când corpul nu are numai linii drepte și fețe plane, ci cercuri în diferite poziții, suprafețe cilindrice și conice circulare, sferice și de revoluție, trebue preferată proiecțiunea ortogonală. La aceasta rapoartele dintre unitățile de lungime ale etaloanelor axelor sunt determinate de orientările lor și invers. Tabla de mai jos cuprinde datele necesare pentru relațiunile cele mai frecvente [1]).

Notăm cu

e unitatea de lungime a scării desenului,

e_x, e_y, e_z unitățile de lungime ale etaloanelor axelor,

φ și ψ unghiurile ascuțite dintre axa z și axele x resp. y.

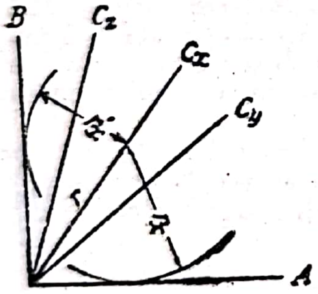


Fig. 105.

Proiecțiuni ortogonale

	$e_x : e_y : e_z$	$e_x : e$	ctg φ (aproximativ)	ctg ψ
Proiecțiune izometrică	1 : 1 : 1	0,8165	$\varphi = \psi = 60°$	
Proiecțiune dimetrică	1 : ½ : 1 1 : ⅓ : 1 1 : ¼ : 1	0,9428 0,9733 0,9847	1 : 8 1 : 18 1 : 32	7 : 8 17 : 18 31 : 32
Proiecțiune trimetrică	⅚ : ⅔ : 1 9/10 : ½ : 1	0,9670 0,9853	1 : 5 1 : 11	1 : 3 1 : 3

Ultima coloană servește la construirea orientării axelor.

Fie r_x, r_y, r_z segmentele cari, măsurate cu etalonul x, y resp. z dau aceeași valoare r a lungimii [așa încât $r_z = r$ $(e_x : e)$ etc.]. Aceste segmente se pot obține și fără întrebuințarea etaloanelor axelor, prin dispozitivul de micșorare alăturat (fig. 105), în care unghiurile dintre C_x, C_y, C_z și A sunt astfel, încât sinusurile lor să aibă valorile $e_x : e$, $e_y : e$, $e_z : e$.

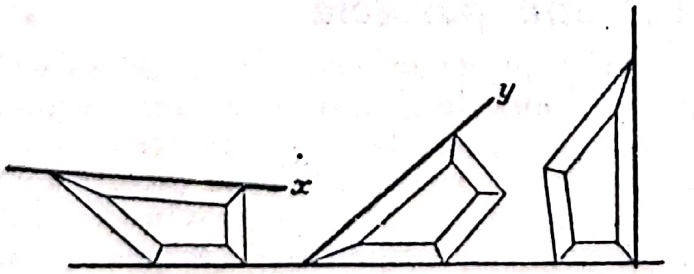


Fig. 106.

[1]) Pentru cazurile simple se recomandă întrebuințarea proiecțiunii 1 : ½ : 1, cea mai simplă după cea izometrică, ale cărei figuri sunt de obiceiu neestetice. Se câștigă mult timp dacă se trasează paralelele cu axele cu ajutorul unui patrulater deplasabil, reprezentat alăturea (fig. 106) în cele trei poziții de întrebuințat.

Scanned with OKEN Scanner

IX. Arii şi volume

a) Arii F de figuri plane

1. Triunghiul (p. 93 ş. u.)

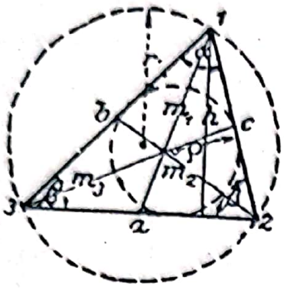


Fig. 107.

h înălţimea perpendiculară pe latura a

$s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$

m_1, m_2, m_3 medianele

$s_0 = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2 + m_3)$

$x_1 y_1, x_2 y_2, x_3 y_3$ coordonatele vârfurilor într'un sistem oarecare de coordonate rectangulare.

$$F = \tfrac{1}{2} \cdot a\,h$$
$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot a\,b \sin\gamma$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot a^2 \frac{\sin\beta \sin\gamma}{\sin\alpha}$$
$$= 2\,r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$$
$$= \varrho^2 \operatorname{ctg}\alpha/2 \cdot \operatorname{ctg}\beta/2 \cdot \operatorname{ctg}\gamma/2$$
$$= \varrho\,s = a\,b\,c/4\,r$$
$$= \tfrac{4}{3} \cdot \sqrt{s_0(s_0 - m_1)(s_0 - m_2)(s_0 - m_3)}$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^{1)} = \tfrac{1}{2} \cdot \left\{ \begin{matrix} x_1 y_2 - x_2 y_1 \\ + x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ + x_3 y_1 - x_1 y_3 \end{matrix} \right\}$$

Originea coordonatelor în vârful 3: $[x_3 = 0, y_3 = 0]$

$$F = \tfrac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \tfrac{1}{2} \cdot (x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

Triunghiu dreptunghic (p. 94)

a, b catete

c ipotenuza

α unghiul opus lui a

$$F = \tfrac{1}{2} \cdot a\,b$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot a^2 \operatorname{ctg}\alpha$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot b^2 \operatorname{tg}\alpha$$
$$= \tfrac{1}{4} \cdot c^2 \sin 2\alpha$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

2. Patrulaterul

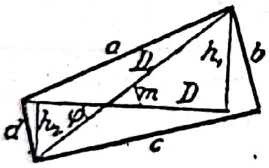


Fig. 108.

(D şi D_1 diagonalele, φ unghiul dintre diagonale)

m segmentul de dreaptă dintre mijlocurile diagonalelor, α şi γ două unghiuri opuse

$$F = \tfrac{1}{2} \cdot (h_1 + h_2)\,D = \tfrac{1}{2} \cdot D\,D_1 \sin\varphi$$
$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = D^2 + D_1^2 + 4\,m^2$$
$$F = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - a\,b\,c\,d \cos^2 \frac{\alpha + \gamma}{2}}$$
$$s = (a + b + c + d)/2$$

Patrulaterul inscriptibil în cerc

a, b, c, d cele patru laturi

$s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c + d)$

$$F = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$
$$D\,D_1 = a\,c + b\,d$$

Trapezul

a, b bazele

h înălţimea

$$F = \frac{a + b}{2}\,h = \frac{D\,D_1 \sin\varphi}{2}$$

Paralelogramul

a, b laturile

h distanţa dintre laturile b

γ unghiul

$$F = b\,h = a\,b \sin\gamma$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot D\,D_1 \sin\varphi$$
$$2\,(a^2 + b^2) = D^2 + D_1^2$$

1) Aria rezultă pozitivă sau negativă, după cum suprafaţa lui rămâne la stânga sau la dreapta când i se parcurge perimetrul în ordinea P_1, P_2, P_3. Fig. 107 arată parcurgerea spre dreapta (sens negativ de parcurgere).

Dreptunghiul a, b laturile	$F = a\,b = \frac{1}{2} \cdot D^2 \sin \varphi$
Rombul a latura, γ unghiul	$F = a^2 \sin \gamma = \frac{1}{2} \cdot D\,D_1$
3. Poligonul $x_1\,y_1,\ x_2\,y_2,\ x_3\,y_3 \ldots x_n\,y_n$ coordonatele celor n vârfuri în raport cu un sistem oarecare de coordonate rectangulare. [Suma unghiurilor interioare $(n-2)\cdot 180^\circ$]. $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ laturile poligonului $(a_\mu\,a_\nu)$ unghiul dintre a_μ și a_ν	$F = \pm \frac{1}{2} \cdot \{(x_2 y_1 - x_1 y_2) + (x_3 y_2 - x_2 y_3) + (x_4 y_3 - x_3 y_4) + \ldots + (x_n y_{n-1} - x_{n-1} y_n) + (x_1 y_n - x_n y_1)\}$ $F = \frac{1}{2} \cdot \sum_\mu \sum_\nu a_\mu\, a_\nu \sin (a_\mu\, a_\nu)$ $(\mu,\ \nu = 1, 2 \ldots n-1)$ F se poate determina și descompunând poligonul prin diagonale în triunghiuri
Poligonul regulat (cp. tabla următoare din p. 213) R raza cercului circumscris r raza cercului înscris $a = 2\sqrt{R^2 - r^2}$ latura n numărul de laturi $\varphi^\circ = 180^\circ : n$ U perimetrul	$F = \frac{1}{4} \cdot n\,a^2 \operatorname{ctg} \varphi$ $= \frac{1}{2} \cdot n\,R^2 \sin 2\varphi$ $= n\,r^2 \operatorname{tg} \varphi$ $U = n\,a = 2\,n\,R \sin \varphi$ $= 2\,n\,r \operatorname{tg} \varphi$ Unghiul la vârf al poligonului e $180 - 2\varphi^\circ$
4. Cercul (Tabla pentru F și U, p. 4 ș. u.) r raza d diametrul U circumferența	$F = \pi\,r^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi\,d^2 = \frac{1}{4} \cdot U\,d$ $= 0{,}785\,398\,163\,4\;d^2$ $U = \pi\,d$
Coroana circulară (pentru F se va folosi tabla 2, p. 4 ș. u.) R raza exterioară r raza interioară D diametrul exterior d diametrul interior ρ raza medie δ lățimea coroanei	$F = \pi\,(R^2 - r^2)$ $= \frac{1}{4} \cdot \pi\,(D^2 - d^2)$ $= 2\,\pi\,\rho\,\delta$
Segmentul de cerc (Tabla 6, p. 52 și 53) r raza φ° unghiul la centru în grade l lungimea arcului s lungimea coardei h înălțimea arcului	$F = \frac{1}{2} \cdot r^2 \left(\frac{\varphi^\circ\,\pi}{180^\circ} - \sin \varphi\right)$ $= \frac{r\,(l - s) + s\,h}{2}$
Sectorul de cerc (Pentru F se poate folosi tabla 2, p. 4 ș. u.) r raza l lungimea arcului φ° unghiul la centru în grade corespunzător arcului b φ unghiul la centru în radiani corespunzător arcului b	$F = \frac{1}{2} \cdot l\,r$ $= \frac{\varphi^\circ}{360^\circ}\,\pi\,r^2$ $= \frac{1}{2} \cdot \varphi\,r^2$ $\varphi = \frac{\varphi^\circ\,\pi}{180^\circ}$ $\qquad l = \frac{\varphi^\circ\,\pi}{180^\circ}\,r$

Scanned with OKEN Scanner

Valori pentru poligoanele regulate

n	F/a^2	F/R^2	F/r^2	R/a	R/r	a/R	a/r	r/R	r/a
3	0,4330	1,2990	5,1962	0,5774	2,0000	1,7321	3,4641	0,5000	0,2887
4	1,0000	2,0000	4,0000	0,7071	1,4142	1,4142	2,0000	0,7071	0,5000
5	1,7205	2,3776	3,6327	0,8507	1,2361	1,1756	1,4531	0,8090	0,6882
6	2,5981	2,5981	3,4641	1,0000	1,1547	1,0000	1,1547	0,8660	0,8660
7	3,6339	2,7364	3,3710	1,1524	1,1099	0,8678	0,9631	0,9010	1,0383
8	4,8284	2,8284	3,3137	1,3066	1,0824	0,7654	0,8284	0,9239	1,2071
9	6,1818	2,8925	3,2757	1,4619	1,0642	0,6840	0,7279	0,9397	1,3737
10	7,6942	2,9389	3,2492	1,6180	1,0515	0,6180	0,6498	0,9511	1,5388
12	11,196	3,0000	3,2154	1,9319	1,0353	0,5176	0,5359	0,9659	1,8660
15	17,642	3,0505	3,1883	2,4049	1,0223	0,4158	0,4251	0,9781	2,3523
16	20,109	3,0615	3,1826	2,5629	1,0196	0,3902	0,3978	0,9808	2,5137
20	31,569	3,0902	3,1677	3,1962	1,0125	0,3129	0,3168	0,9877	3,1569
24	45,575	3,1058	3,1597	3,8306	1,0086	0,2611	0,2633	0,9914	3,7979
32	81,225	3,1214	3,1517	5,1011	1,0048	0,1960	0,1970	0,9952	5,0766
48	183,08	3,1326	3,1461	7,6449	1,0021	0,1308	0,1311	0,9979	7,6285
64	325,69	3,1365	3,1441	10,190	1,0012	0,0981	0,0983	0,9988	10,178

Porţiune de coroană circulară

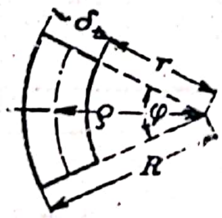


Fig. 109.

$$F = \frac{\varphi^\circ \pi}{360^\circ}(R^2 - r^2)$$
$$= \frac{\varphi^\circ \pi}{180^\circ}\varrho\,\delta = \varphi\,\varrho\,\delta$$

Seceră circulară

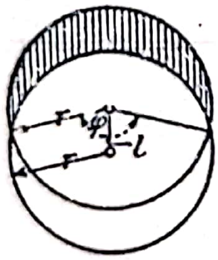


Fig. 110.

$$F = r^2(\pi + \sin\varphi - \varphi^\circ \pi/180^\circ) = r^2\eta$$

l	$d/10$	$2\,d/10$	$3\,d/10$	$4\,d/10$	$5\,d/10$	$6\,d/10$	$7\,d/10$	$8\,d/10$	$9\,d/10$
η	0,40	0,79	1,18	1,56	1,91	2,25	2,55	2,81	3,02

5. Elipsa şi segmentul de elipsă, hiperbola şi segmentul de hiperbolă (p. 138 ş. u.), **segmentul de parabolă** (p. 142 ş. u.).

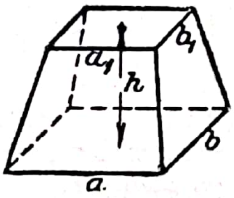
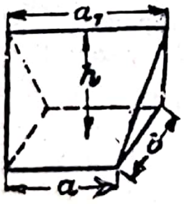
Ariile închise de alte curbe p. 143 . . . 150. Pentru determinarea ariilor cp. p. 199 ş. u.

b) Volume şi suprafeţe de corpuri

volumul $= V$, aria $= O$, aria laterală $= M$

1. Prisma F aria bazei, h înălţimea	$V = Fh$
Cubul a muchia, d diagonala $d^2 = 3a^2$	$V = a^3 \qquad O = 6a^2$
Prisma triunghiulară oblică a, b, c lungimile muchiilor paralele Q secţiunea perpendiculară pe muchii	$V = \frac{1}{3}(a+b+c)\,Q$

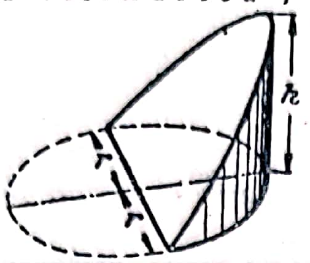
Volumul = V, aria = O, aria laterală = M

Prisma poligonală oblică (şi cilindrul oblic)	Dacă l e segmentul de dreaptă dintre centrele de greutate ale bazelor, Q secţiunea perpendiculară pe l, avem $V = Ql$
Paralelepipedul rectangular a, b, c lungimile muchiilor unui colţ d diagonala	$V = abc$ $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ $O = 2(ab + ac + bc)$
2. Piramida F aria bazei, h înălţimea	$V = {}^1/_3 \cdot Fh$
Piramida triunghiulară x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3 coordonatele a trei colţuri; originea coordonatelor în al patrulea colţ	$V = {}^1/_6 \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$ [1]
Trunchiul de piramidă F, f ariile bazelor paralele, h distanţa dintre ele A şi a două laturi corespunzătoare ale lui F şi f	$V = {}^1/_3 \cdot h(F + f + \sqrt{Ff})$ $= {}^1/_3 \cdot hF\left[1 + \frac{a}{A} + \left(\frac{a}{A}\right)^2\right]$
3. Obeliscul Fig. 111. 	$V = {}^1/_6 \cdot h[(2a + a_1)b + (2a_1 + a)b_1]$ $= {}^1/_6 \cdot h[ab + (a + a_1)(b + b_1) + a_1 b_1]$
4. Pana Fig. 112. 	$V = {}^1/_6 \cdot (2a + a_1)bh$
5. Cilindrul F aria bazei, h înălţimea	$V = Fh$
Cilindrul circular r raza bazei h înălţimea	$V = \pi r^2 h$ $M = 2\pi rh$ $O = 2\pi r(r + h)$
Cilindrul circular drept, trunchiat oblic h_1 generatoarea cea mai scurtă h_2 generatoarea cea mai lungă r raza bazei	$V = \pi r^2 \frac{h_1 + h_2}{2}$ $M = \pi r(h_1 + h_2)$

[1] Aria rezultă pozitivă sau negativă, după cum suprafaţa rămâne la stânga sau la dreapta când se parcurge triunghiul exterior $P_1 P_2 P_3$.

Scanned with OKEN Scanner

Volumul = V, aria = O, aria laterală = M

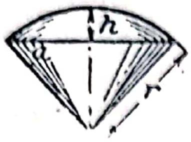
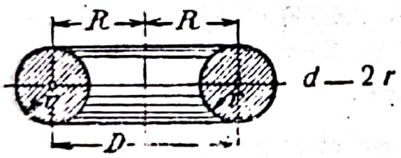
Copita cilindrică [1]) Fig. 113. 	$V = {}^2/_3 \cdot r^2 h$ $M = 2\,r\,h$ Secțiunea oblică trece prin centrul bazei, care e deci un semicerc, adică $a = b = r$ (cp. nota)
Intersecțiunea cilindrilor r raza cilindrilor h înălțimea α unghiul de intersecțiune al axelor cilindrilor	$V = 2\pi r^2 h - \frac{16}{3}\,\frac{r^3}{\sin\alpha}$ $M = 4\pi r h - 16\,r^2/\sin\alpha$
Cilindrul gol (tubul) R raza exterioară r raza interioară h înălțimea $s = R - r$ grosimea $\rho = {}^1/_2 \cdot (R + r)$ raza medie	$V = \pi h (R^2 - r^2)$ $= \pi h s (2R - s)$ $= \pi h s (2r + s)$ $= 2\pi h s \rho$
6. Conul circular r raza bazei h înălțimea s generatoare	$V = {}^1/_3 \cdot \pi r^2 h$ $M = \pi r \sqrt{r^2 + h^2} = \pi r s$ $s = \sqrt{r^2 + h^2}$
Trunchiul de con ca mai sus; R raza celeilalte baze $\sigma = R + r$; $\delta = R - r$ $s = \sqrt{\delta^2 + h^2}$	$V = {}^1/_3 \cdot \pi h (R^2 + Rr + r^2)$ $= \frac{h}{4}[\pi \sigma^2 + {}^1/_3 \cdot \pi \delta^2]$ $M = \pi s \sigma$
7. Sfera (pentru V se va folosi tabla 9, p. 51, pentru O tabla 2, p. 4) r raza, și anume $r = \sqrt[3]{3V/4\pi} = 0{,}620\,351\,\sqrt[3]{V}$ $d = 2r$ diametrul	$V = {}^4/_3 \cdot \pi r^3 = 4{,}188\,790\,205\,r^3$ $= {}^1/_6 \cdot \pi d^3 = 0{,}523\,598\,776\,d^3$ $O = 4\pi r^2 = \pi d^2$ $= 4 \times$ aria cercului mare
Sfera goală (tabla 9, p. 51) R raza exterioară, r raza interioară D diametrul exterior, d cel interior	$V = {}^4/_3 \cdot \pi (R^3 - r^3)$ $= {}^1/_6 \cdot \pi (D^3 - d^3)$
Calota sferică h înălțimea calotei r raza sferei, $D = 2r$ a raza bazei, $d = 2a$	$V = {}^1/_6 \cdot \pi h (3a^2 + h^2)$ $= {}^1/_3 \cdot \pi h^2 (3r - h)$ $M = 2\pi r h = \pi (a^2 + h^2) = {}^1/_2 \cdot \pi D (D - \sqrt{D^2 - d^2})$ $= \pi D h$ $a^2 = h(2r - h)$; $h = r - \sqrt{r^2 - a^2}$
Zona sferică h înălțimea zonei r raza sferei a, b razele bazelor; ($a > b$)	$V = {}^1/_6 \cdot \pi h (3a^2 + 3b^2 + h^2)$ $M = 2\pi r h$ $r^2 = a^2 + \left(\frac{a^2 - b^2 - h^2}{2h}\right)^2$

[1]) Dacă baza copitei e mai mare sau mai mică decît un semicerc, $2a$ latura ei dreaptă (muchia copitei), b lungimea perpendicularei coborîte din piciorul lui h pe $2a$, 2φ unghiul la centru al bazei copitei în grade, avem

$$V = [a(3r^2 - a^2) + 3r^2(b - r)\,\varphi^\circ\,\pi/180^\circ]\,h/3b;\quad M = [(b - r)\,\varphi^\circ\,\pi/180^\circ + a]\,2\,r\,h/b.$$

Scanned with OKEN Scanner

Volumul = V, aria = O, aria laterală = M

Sectorul sferic Fig. 114. 	$V = {}^2/_3 \cdot \pi r^2 h$ $= 2{,}094\,395\,102\,4\, r^2 h$ $O = \pi r (2h + a)$
Fusul sferic φ° unghiul dintre cercurile mari cari îl limitează	$M = \frac{\varphi^\circ}{90^\circ} \pi r^2$ $= 0{,}034\,906\,6\, \varphi r^2$
Triunghiul sferic ε° excesul sferic, adică excesul sumei unghiurilor față de 180^0	$M = \frac{\varepsilon^\circ}{180^\circ} \pi r^2$ $= 0{,}017\,453\,3\, \varepsilon r^2$
8. Elipsoidul a, b, c cele trei semiaxe	$V = {}^4/_3 \cdot \pi a b c$
Elipsoidul de revoluție 1. dacă $2a$ e axa de simetrie 2. dacă $2b$ e axa de simetrie	$V = {}^4/_3 \cdot \pi a b^2$ $V = {}^4/_3 \cdot \pi a^2 b$
9. Paraboloidul de revoluție r raza bazei h înălțimea	$V = {}^1/_2 \cdot \pi r^2 h = 1{,}570\,796\, r^2 h$ = jumătate din al cilindrului circular cu același r și h
Trunchiul de paraboloid R, r razele bazelor h înălțimea	$V = {}^1/_2 \cdot \pi (R^2 + r^2) h$ = aria bazei medii × înălțimea
10. Torul  Fig. 115.	$V = 2\pi^2 R r^2 = 19{,}739\, R r^2$ $= {}^1/_4 \cdot \pi^2 D d^2 = 2{,}4674\, D d^2$ $O = 4\pi^2 R r = 39{,}478\, R r$ $= \pi^2 D d = 9{,}8696\, D d$
11. Găleata Bazele elipse arbitrare cu semiaxele a, b și a_1, b_1	$V = {}^1/_6 \cdot \pi h [2(a b + a_1 b_1) + a b_1 + a_1 b]$
12. Butoiul D diametrul bazei d diametrul în dreptul vranei h înălțimea	$V \approx {}^1/_{12} \cdot \pi h (2 D^2 + d^2)$ cu aproximație pentru doage circulare $V \approx {}^1/_{15} \cdot \pi h (2 D^2 + D d + {}^3/_4 d^2)$ exact pentru doage parabolice
13. Bolta în calotă (prusiană) s semideschiderea r raza interioară a bolții δ grosimea bolții h înălțimea săgeții l lungimea bolții	$V = \frac{\varphi^\circ \pi}{360^\circ} (2 r \delta + \delta^2)\, l$, dacă $\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{s}{r - h}$
14. Bolta în cruce deasupra dreptunghiului $2S \times 2s$ s, r, δ, h, $2S$ (în loc de l), φ notațiile ca sub 13 pentru una din calote S, R, Δ, h, $2s$, ψ aceleași dimensiuni pentru cealaltă calotă	$V = \frac{\varphi^\circ \pi}{360^\circ} (2 r \delta + \delta^2) S + \frac{\psi^\circ \pi}{360^\circ} (2 R \Delta - \Delta^2)\, s$, $\left(\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{s}{r - h}, \quad \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} = \frac{S}{R - h}\right)$

15. Dacă se scoate din zona sferică (p. 215) trunchiul de con cu razele a şi b ale bazelor şi cu înălţimea h, şi dacă s e generatoarea trunchiului de con, volumul inelului ce mai rămâne e: $V = {}^1/_6 \cdot \pi h s^2$.

16. **Prismatoizii**, cari sunt corpuri limitate de două baze paralele F_0 şi F_{2n} şi de un număr arbitrar de feţe laterale (triunghiuri, trapeze, paralelograme sau feţe strâmbe), au volume calculabile după regula lui Simpson (IV. F h 3 p. 117 şi VIII. E d p. 199): $V = {}^1/_6 \cdot H(F_0 + 4 F_m + F_{2n})$.

Exemple: 1. Dacă un obelisc de înălţimea h (IX. b 3 p. 214) are bazele în trapeze cu semisumele m şi m_1 ale bazelor lor şi înălţimile c şi c_1, avem

$$V = {}^1/_6 \cdot h\,[(2m + m_1)\,c + (2m_1 + m)\,c_1] = {}^1/_6 \cdot h\,[mc + (m + m_1)(c + c_1) + m_1 c_1].$$

2. Rampa de şosea. Dacă h e înălţimea rambleului principal, b lăţimea şoselei rampei, $1 : n$ inclinarea rampei, $1 : m$ taluzul rambleului principal şi al rampei, avem $V = {}^1/_6 \cdot h^2\,(n - m)\,[3b + 2hm\,(1 - m : n)]$ de exemplu pentru $n = 45$ şi $m = 1{,}5$:

$$V = 21{,}75\,h^2\,(b + 0{,}9667\,h).$$

17. Regulile lui Guldin (Pappus)

1. Notaţii

s lungimea unei curbe care se roteşte în jurul unei axe din planul ei, fără a o intersecta,

x_0 distanţa dintre axă şi centrul de greutate al arcului de curbă.

Aria suprafeţei de revoluţie generate e

$M = 2\pi x_0 s =$ traiectul centrului de greutate al curbei $\times$ lungimea ei.

2. Notaţii

F aria unei suprafeţe plane care se roteşte în jurul unei axe din planul ei, fără a o intersecta,

x_0 distanţa dintre axă şi centrul de greutate al suprafeţei.

Volumul corpului de revoluţie generat e

$V = 2\pi x_0 F =$ traiectul centrului de greutate al suprafeţei $\times$ aria ei.

3. Pentru două axe de rotaţiune paralele, la distanţa a, avem în general $M_1 = 2\pi a s \pm M_2$ şi $V_1 = 2\pi a F \pm V_2$, dacă M_1 şi V_1 se referă la una din axe şi M_2 şi V_2 la cealaltă. Semnul — se aplică dacă s sau F se găseşte între axele paralele; altfel se aplică semnul +.

4. Dacă în general $y = f(x)$ e ecuaţia curbei meridiane în raport cu axa de rotaţiune ca axă x, şi dacă M şi V sunt limitate de două plane perpendiculare pe axa x, la distanţele x_1 şi x_2 de originea coordonatelor, avem:

$$M = 2\pi \int_{x_1}^{x_2} y\,ds \quad \text{şi} \quad V = \pi \int_{x_1}^{x_2} y^2\,dx.$$

$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ e elementul de arc al curbei meridiane.

5. Dacă s sau F reprezintă sume algebrice de lungimi de curbe $s_1, s_2, s_3, \ldots$ sau de arii $F_1, F_2, F_3, \ldots$, ale căror centre de greutate sunt la distanţele cunoscute $x_1, x_2, x_3, \ldots$ dela axa de rotaţiune, avem

$$M = 2\pi\,(s_1 x_1 + s_2 x_2 + s_3 x_3 + \ldots),$$
$$V = 2\pi\,(F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3 + \ldots).$$

6. Pentru părţi dintr'o rotaţiune completă, valorile lui M şi V din 1...5 trebue înmulţite cu $\varphi^\circ : 360^\circ$, dacă φ° reprezintă unghiul la centru al rotaţiunii în grade (cp. de ex. IX. b 13, p. 216).

7. Regulile de mai sus se pot aplica, mutatis mutandis, oricărei mişcări a centrului de greutate, dacă planul suprafeţei mobile rămâne mereu perpendicular pe direcţiunea de mişcare.

Scanned with OKEN Scanner

X. Vechi probleme de matematici, rezolvate şi nerezolvate[1])

Problemele în chestiune sunt cunoscute sub următoarele nume: *Cuadratura cercului*, *trisecţiunea unghiului*, *dedublarea cubului*, *construcţia poligonului regulat cu şapte, nouă, unsprezece* etc. *laturi*. Se înţelege că în sine nu e mare măestrie să se construiască un pătrat cu aceeaşi arie ca un cerc dat, să se împartă un unghiu dat oarecare în trei părţi egale, să se construiască un cub cu dublul volumului unui cub dat, să se construiască un poligon regulat cu şapte, nouă, unsprezece, treisprezece şi patrusprezece laturi. Dar problemele clasice cer ca aceasta să se realizeze cu o condiţiune îngreunătoare şi restrictivă, anume folosind exclusiv o riglă şi un compas, şi anume numai *în înţelesul din geometria elementară*, adică rigla numai spre a uni două puncte date printr'o linie dreaptă sau spre a prelungi un segment de dreaptă dat, iar compasul numai spre a trasa, cu o deschidere de compas dată drept rază, un cerc în jurul unui punct fix drept centru.

Oamenii s'au ostenit în zadar secole de-a-rândul să rezolve aceste probleme clasice în cadrul geometriei elementare; în secolul trecut s'a descoperit în fine că rezolvarea acestor probleme a fost zădărcinită tocmai prin condiţiunea suplementară îngreunătoare a construcţiei în cadrul geometriei elementare, exclusiv cu rigla şi compasul.

Se poate demonstra riguros logic că e imposibil să se rezolve problemele de mai sus exclusiv cu rigla şi compasul în cadrul geometriei elementare. De aceea nu are înţeles să se afirme că s'a găsit totuşi o soluţie a acestor probleme. Căci această pretinsă soluţie trebue să conţină în mod necesar o eroare.

Uneori ea e ascunsă, şi găsirea ei cere timp şi osteneală. De aceea e cu totul justificat că locurile competente în specialitate cer taxe pentru examinarea unor astfel de pretinse soluţii sau că refuză cu totul examinarea, mai ales că nici ştiinţa şi nici tehnica nu au un interes în materie. In cazul cel mai bun poate rezulta o *soluţie de aproximaţie*; dar şi din acelea există atât de multe şi de bune, încât în adevăr nu se simte nicio nevoie de a li se mai adăuga altele noi. De asemenea există numeroase soluţii exacte, în cari se folosesc însă în mod necesar şi alte mijloace decât rigla şi compasul, sau acestea altfel decât în înţelesul din geometria elementară.

Demonstraţiile imposibilităţii soluţiilor acestor probleme în cadrul geometriei elementare sunt în parte foarte dificile şi de aceea de regulă inaccesibile celor needucaţi matematiceşte. Chestiunea, dacă o anumită problemă de geometrie e rezolvabilă cu ajutorul riglei şi a compasului în cadrul geometriei elementare, se reduce în geometria analitică la chestiunea de algebră dacă o anumită ecuaţie algebrică e rezolvabilă exclusiv printr'un şir de radicali pătraţi. In problema *dedublării cubului*, care conduce la ecuaţia cubică $x^3 = 2$, unde x e raportul dintre muchia cubului căutat şi a celui dat, contrarul se poate demonstra destul de uşor. *Trisecţiunea unghiului* conduce de asemenea la o ecuaţie cubică, în general nerezolvabilă printr'un şir de extrageri de

[1]) Bibliografie: F. *Enriques*, Fragen der Elementargeometrie, partea a II-a, trad. germană de *Fleischer*, Leipzig 1907, Teubner. — *Vahlen*, Konstruktionen und Approximationen, Leipzig şi Berlin 1911, Teubner.

Scanned with OKEN Scanner

radicali pătrați. Construcția unui poligon regulat cu n laturi depinde de rezolvarea ecuației algebrice $x^n = 1$, despre care a demonstrat Gauss că se poate rezolva prin extrageri consecutive de rădicali pătrați atunci, și numai atunci când n, descompus în factori primi — adică în numere cari sunt divizibile numai cu 1 sau în ele înseși — conține numai puteri ale lui 2 și diferiți factori primi de forma: $2^{2^\nu} + 1$

Astfel de factori primi sunt 3, 5, 17, 257, 65 537, dar nu 7, 11, 13. Urmează că poligonul regulat cu 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 20 etc. laturi e construibil cu rigla și compasul în cadrul geometriei elementare, dar nu cel cu 7, 9, 11, 13, 14, 18, 19 etc. laturi.

Mai dificilă e privirea generală asupra demonstrației imposibilității de a transforma un cerc într'un pătrat de aceeași arie, cu rigla și compasul, în cadrul geometriei elementare. Fiindcă aria unui cerc e egală cu a unui triunghiu cu baza cât circumferența și înălțimea cât raza cercului, cuadratura cercului ar fi posibilă, dacă circumferența cercului ar fi construibilă din raza lui, cu rigla și compasul, pe cale geometrică elementară, adică dacă s'ar putea construi în acest fel un segment în raportul de lungime π (față de diametrul cercului ales drept unitate). In acest scop ar trebui în mod necesar ca π să fie determinabil printr'o ecuație algebrică cu coeficienți întregi, care să fie rezolvabilă printr'un șir de radicali pătrați. S'a demonstrat însă mai întâi în anul 1882 de către Lindemannn, pe urmă de către Weierstrass, Hilbert, Hurwitz, Gordan, Vahlen și alți matematicieni pe căi diferite, că π nici nu poate fi soluția vreunei ecuații algebrice oarecare cu coeficienți întregi, adică nici a uneia care ar fi rezolvabilă printr'un șir de radicali pătrați. De aici urmează că cuadratura cercului cu rigla și compasul, pe cale geometrică elementară, e imposibilă, mai mult, că această imposibilitate se menține chiar dacă se admit, afară de compas, și alte mecanisme prin cari se pot genera curbe algebrice de orice fel.

In ce privește presupunerea că s'ar fi instituit pentru rezolvarea uneia sau alteia din aceste probleme premii mari de numeroase instituțiuni de stat și particulare din țară și străinătate, nu ne e cunoscut niciun singur premiu.

Alta e situația cu marea teoremă a lui Fermat; aceasta enunță că ecuația $x^n + y^n = z^n$ nu admite nicio soluție în numere întregi x, y, z, dacă numărul întreg și pozitiv n e mai mare decât 2. Această teoremă încă nu a fost demonstrată în toată generalitatea, deși s'au străduit pentru aceasta numeroși matematicieni, între cari foarte importanți și renumiți. Până acum se știe numai că nu pot exista soluții întregi x, y, z, pentru $n = 3, 4, 5$ etc. până la 100 și pentru multe numere n peste 100, dar aceasta încă nu s'a dovedit pentru toate numerele $n > 2$. Pentru demonstrarea marii teoreme a lui Fermat s'au instituit în repetate rânduri premii. Cel mai mare (100 000 mărci) în 1908, în legatul Dr-ului Paul Wolfskehl din Darmstadt către Societatea de Științe din Göttingen. Intre timp premiul s'a devalorizat în cea mai mare parte prin inflație.

O altă teoremă încă nedemonstrată din teoria numerelor e supoziția lui Goldbach, că fiecare număr întreg ar fi suma a două numere prime. Și teorema lui Goldbach pare a fi foarte greu demonstrabilă.

Laicilor nu li se recomandă îndeletnicirea cu aceste probleme; cine nu are o suficientă cultură prealabilă de specialitate în matematici, se înșeală de cele mai multe ori încă în înțelegerea felului în care e pusă problema și-și trece timpul în cazul cel mai bun cu scormoneli inutile.

Scanned with OKEN Scanner

SECŢIUNEA 2

Fizică tehnică

Numele colaboratorilor sunt indicate la diferitele capitole

Pag.

I. Introducere

Unităţi fundamentale, simboale, prefixe 221
Sisteme de măsură (tehnic, fizic, termic, electric, magnetic) 222

II. Oscilaţia

Concepte de tehnica oscilaţiilor . 224
Mărimi şi simboale pentru oscilaţiile mecanice. şi electrice (tablă) 226
Sistemul oscilant simplu 227
Sisteme oscilante complexe 230
Intervalul de frecvenţe al oscilaţiilor mecanice (tablă) 233
Intervalul de frecvenţe al oscilaţiilor electromagnetice (tablă) . . . 233

III. Calculul frecvenţelor proprii ale sistemelor mecanice

Frecvenţe proprii 234
Pendul, corzi, coloane de aer . . 234
Bare, arbori (frecvenţe de oscilaţie la încovoiere) 235
Coeficienţi pentru determinarea frecvenţelor proprii (table) . . 236, 237
Frecvenţe de oscilaţie la torsiune . 241
Cadre de fundaţie 246
Diafragme 247
Plăci în repaus şi rotitoare 248

IV. Acustică

Concepte şi notaţii 250
Intervalul de frecvenţă al vorbirii, muzicii şi cântecului 251
Intervalul de frecvenţă al vorbirii, articulate (tabelă) 252
Câmpul acustic 252
Vitesa sunetului în aer, corpuri solide şi lichide (tabelă) 252
Aparate acustice 254
Radiatoare acustice (tabelă) 257
Excitaţia electrică a sistemelor oscilante mecanice 258
Măsurarea intensităţii sunetului . . 260
Tăria, presiunea şi intensitatea sunetului în aer (tabelă). 261
Acustica încăperilor mari 261
Reverberaţia acustică 263
Coeficienţi de absorpţie acustică (tabelă) 264

V. Protecţia contra trepidaţiei şi a transmiterii sunetului

Măsurarea excitaţiei de trepidare . . 266
Baze de calcul (şocul, forţe periodice, fundaţii de maşini) 268
Protecţia contra trepidaţiilor . . . 272
Protecţia contra transmiterii sunetului 275

Pag.

Conceptele şi unităţile protecţiei contra sgomotului 276
Izolarea sunetului prin pereţi şi alte părţi constructive (tabele). . 278
Izolarea sunetului în solide 280
Sgomotul de scurgere 281

VI. Optică

Frecvenţa şi vitesa de propagare . 282
Sensaţia de lumină. Descompunerea luminii 282
Strălucirea gazelor incandescente sau excitate electric 283
Reflexiunea şi refracţiunea 283
Construcţia razei refractate 284
Clasificarea ostwaldiană a culorilor 285
Formarea imaginilor, oglinzi . . . 285
Lentile 285
Erorile lentilelor simple 287
Prisme 287
Instrumente optice 288
Dispozitive de iluminat 288
Lupa, microscopul, telescopul . . . 289
Microscopul electronic 290
Optica fotografică 291
Sisteme de lentile 292
Calculul preciziunii în adâncime . .292
Aparate de proiecţie (diascoape, epidiascoape) 293
Instrumente de măsură 293
Refractometre 293
Spectrometre, spectroscoape, colorimetre, pirometre 294
Polarizaţia 295
Interferenţa 296
Lungimi de undă normale (tabelă) . 297

VII. Electronică

Descărcări în vidul înaintat şi în gaze 298
Conducţiunea electronică a vidului (tabelă) 299
Energia de emisiune a electronilor din diferite materiale catodice (tablă) 299
Mişcarea electronilor în câmpul electric 299
Mişcarea electronilor în câmpul magnetic 301
Descărcări în gaze 302
Aproximaţii cinetice de libere parcursuri medii (tabelă) 303
Mobilitatea ionilor provenind din mediul gazos (tabelă) 303
Ionizarea 304
Plasma 306
Descărcările obscure 307
Descărcările luminescente 309
Pulverizarea catodei (tabelă) . . . 310
Descărcări în arc şi redresoare . . 310

Observaţie preliminară

„Fizica tehnică" urmăreşte să recunoscă în fenomenele fizice problemele şi posibilităţile tehnice şi să le prepare pentru întrebuinţarea practică. De aceea ea cuprinde din punct de vedere conceptual toate domeniile fizicei. Practic însă anumite domenii, ca „Mecanica", „Rezistenţa materialelor" şi „Căldura", ca şi „Electricitatea" s'au desvoltat deja în probleme fundamentale ale tehnicei şi au devenit discipline independente; de această desvoltare ţin seamă secţiunile cari urmează (secţ. 3. Mecanică, secţ. 4. Căldură, secţ. 5: Rezistenţa materialelor) şi capitolul de introducere în secţiunea „Electrotehnică" din volumul II.

Fizica tehnică se ocupă în primul rând cu fenomene la baza cărora rezidă oscilaţii întâi de natură mecanică şi al doilea de natură electromagnetică; ultimele se împart iarăşi în atomice şi electrice. Fig. 7 şi 8 din p. 233 dau o privire asupra celor două intervale.

I. Introducere

a) Unităţi fundamentale. Simboale pentru unităţi. Prefixe

1. Prefixe. In DIN 1301 s'au fixat următoarele prefixe pentru indicarea puterilor lui zece:

T tera- $= 10^{12}$	h hecto- $= 10^{2}$	m mili- $= 10^{-3}$
G giga- $= 10^{9}$	D deca- $= 10^{1}$	μ micro- $= 10^{-6}$
M mega- $= 10^{6}$	d deci- $= 10^{-1}$	n nano- $= 10^{-9}$
k kilo- $= 10^{3}$	c centi- $= 10^{-2}$	p pico- $= 10^{-12}$

Aceste simboale nu sunt abrevaţiuni independente pentru puterile lui zece, ci fiecare din ele formează un tot împreună cu simbolul unităţii de după el. De aceeea avem de ex. $cm^2 = (cm)^2 = 10^{-4}\ m^2$ şi nu $= 10^{-2}\ m^2$ [1]).

2. Unităţi fundamentale. Nomenclatură şi simboale.

a) Lungime, arie, volum (cp. Anexa).

1 metru m	1 unitate X X . $= 10^{-15}$ m
1 micron μm (= μ) $= 10^{-6}$ m	1 metru pătrat m^2
1 nanometru nm $= 10^{-9}$ m (= milimicron mμ)	1 metru cub m^3
1 Ångström Å . . $= 10^{-10}$ m	1 litru l . . $= 1{,}000\,028\ dm^3$

b) Unităţi de unghiu. Matematici III. A a tablele 4, 5, 6 şi Indrumările pentru folosirea tablelor, III.

c) Timp.

An . . . . a	Minut . . . . min
Zi (dies) . . . . d	Secundă . . . s
Oră (hora) . . . . h	Microsecundă μ $= 10^{-6}$ s

d) Forţă, masă, presiune.

Unitatea de forţă: gramul g (p. 222 şi 223).

Unitatea de masă: gramul g resp. g+ (p. 222 şi 223).

O deosebire între gramul-forţă şi gramul-masă resp. kilogramul-forţă şi kilogramul-masă se impune numai în cazuri speciale (p. 223). In acestea se întrebuinţează în cele ce urmează g+ resp. kg+ pentru masă [2]).

---

[1]) Sensul puterilor lui zece: $10^{-3} = 0{,}001$, $10^{-2} = 0{,}01$, $10^{-1} = 0{,}1$, $10^{0} = 1$, $10^{1} = 10$, $10^{2} = 100$, $10^{3} = 1000$ etc. v. Indrumări pentru folosirea tablelor IV, p. 67.

[2]) S'a propus să se introducă pentru forţă (greutate) o unitate aparte, pondul [p] resp. kilopondul [kp].

Scanned with OKEN Scanner

Presiune (DIN 1314; cp. și p. 541, II a 1). (Table de conversiune în Anexă).

1 bar $b = 10^6$ dine/cm² = 0,986 92 atm = 1,019 72 kg/cm².

1 milibar $mb = 10^{-3}$ b

1 microbar $\mu b = 10^{-6}$ b

1 torr = 1 mm col. Hg = 1,315 79 · 10^{-3} atm = 1,359 51 · 10^{-3} kg/cm².

e) Lucru mecanic și putere.

Unități de lucru mecanic (cp. și p. 317, f 1). Unitatea fizică e ergul.

1 erg = 1 dină.cm = 1,0197 · 10^{-8} kgm = 1 · 10^{-7} joule

= 2,7778 · 10^{-14} kWh = 2,3887 · 10^{-11} kcal

= 1,2029 · 10^{-8} constante de gaz

= 9,869 · 10^{-10} atmosfere litrice (table de conversiune în Anexă).

La întrebuințarea unităților electrice absolute li se mai adaugă acestor valori un factor numeric care diferă foarte puțin de 1. In loc de „caloria legală" se întrebuințează adesea caloria tablei internaționale de vapori [kcal-TI] a cărei valoare diferă neînsemnat de ea (cp. Căldură II. a 2, p. 542).

Unitatea de putere (cp. și p. 317, f 2). Unitatea fizică e ergul pe secundă erg s^{-1}.

1 erg s^{-1} = 1,0197 · 10^{-8} kgm s^{-1} = 0,9997 · 10^{-10} kW

= 1,3596 · 10^{-10} CP.

f) Unități de căldură v. Sect. 4. Căldură.

g) Unități electrice și magnetice (v. vol. II. sect. Electrotehnică).

Ampère	A	(unitatea de intensitate a curentului)
Ohm (= V/A)	Ω	(„ „ rezistență)
Volt	V	(„ „ tensiune electromotoare)
Siemens[1] (= 1/Ω)	S	(„ „ conductibilitate)
Coulomb (= As)	C	(„ „ sarcină electrică)
Joule (= CV = VAs)	J	(„ „ lucru mecanic)
Watt (= VA)	W	(„ „ putere)
Farad (= C/V)	F	(„ „ capacitate)
Henry (= Vs/A)	H	(„ „ inductivitate)
Weber (= Vs)	Wb	(„ „ practică de flux magnetic).

Amperul și ohmul sunt unități primare; voltul e dedus din ele = A Ω.

h) Unități fotometrice v. DIN 5031 și vol. II. sect. Iluminat.

i) Unități acustice v. p. 250, 260 și 276.

j) Unități optice (dioptrie) v. p. 286.

b) Sistemele de măsură

In mecanică predomină două sisteme de măsură, sistemul tehnic și cel fizic (absolut, CGS). Ambele prezintă câte trei dimensiuni, la cari se pot reduce toate mărimile derivate ale mecanicei; două din ele, unitățile fundamentale de timp [T] și lungime [L], le sunt comune; în a treia se deosebesc. Sistemul tehnic are aici forța [F] drept dimensiune, unitatea: kilogramul-greutate [kg], cel fizic masa [M], unitatea: gramul-masă [g+] [2]).

[1]) In afară de Germania, unitatea de conductibilitate se numește mho. (n. tr.)

[2]) Definiția „greutății", „masei", „cantității" în DIN 1305.

Scanned with OKEN Scanner

Sistemul tehnic compară toate forțele cu forța de atracțiune a pământului și e simplu unde greutățile joacă rol, dar devine nenatural unde acesta nu e cazul, lăsând să apară în acest caz chiar accelerația gravitației. Sistemul fizic are nevoie de accelerația gravitației pe pământ numai când ea joacă în adevăr un rol. In sistemul fizic forța e deci o unitate derivată, iar în cel tehnic masa.

$$\text{Forța} = \text{Masa} \times \text{Accelerația gravitației.}$$

Accelerația gravitației (la suprafața pământului) $g \approx 9{,}81 \text{ m s}^{-2}$ [1]).

In sistemul fizic unitatea de forță e

$$1 \text{ dină} = 1 \text{ g}^{+} \times 1 \text{ cm s}^{-2} \text{ și } 981 \text{ dine} = 1 \text{ gram-forță.}$$

Cu valoarea normală a accelerației gravitației (p. 313) $g = 980{,}665 \text{ cm/}^{2}$, unitățile de putere în sistemul de măsură tehnic și fizic satisfac exact relațiunile:

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}^{+} \times 980{,}665 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 0{,}980\,665 \cdot 10^{6} \text{ dine},$$

$$1 \text{ dină} = \frac{1}{0{,}980\,665 \cdot 10^{6}} \text{ kg} = 1{,}0197 \cdot 10^{-6} \text{ kg}.$$

E esențial că sistemul fizic formează baza sistemului de măsură electrodinamic (vol. II, secț. Electrotehnică) și e deci de întrebuințat unde mecanica și electrodinamica intră în relațiuni mutuale.

Căldura folosește drept unitate fundamentală naturală gradul de temperatură, drept unitate de energie caloria (pp. 529 și 542.

Caloria (cp. secț. 4, Căldură) e cantitatea de căldură care încălzește un gram de apă dela 14,5° C la 15,5° C; e indiferent dacă se indică această cantitate de apă prin greutatea sau masa ei.

Legătura cu sistemul de măsură mecanic a fost stabilită pe cale experimentală: 1 kcal = 426,8 kgm = 4184,2 Ws (joule) intern. = $4{,}1854_6 \times 10^{10}$ erg[2]).

Pentru caloria tabelei internaționale de vapori [kcal T I] v. secț. 4, Căldură, Căldură, p. 542.

Unități electrice și magnetice. Actualmente se întrebuințează un sistem tehnic (internațional) și unul absolut; sistemul tehnic (unitățile electrice internaționale) ia drept unități fundamentale unitățile definite și hotărîte legal pentru intensitatea curentului [A], tensiunea [V] și rezistența electrică [Ω], și le deduce din ele pe celelalte. În sistemul absolut trebue deosebit sistemul electromagnetic și cel electrostatic, având la bază unitățile CGS; cp. vol. II, secț. Electrotehnică.

Conferința generală pentru măsuri și greutăți a hotărît în anul 1933 să introducă un sistem de măsură electromagnetic (unități electrice absolute) și a însărcinat pe Comité International des Poids et Mesures (CIPM) să fixeze data trecerii și factorii de transformare a unităților vechi în cele noi.[3]) CIPM a hotărît în anul 1935 data de 1 Ianuarie 1940 pentru introducerea noilor unități practice.[4])

Aici apare, pe lângă unitățile fizice (CGS) de până acum, drept a patra dimensiune, permeabilitatea vidului. Avem 1 V abs × 1 A abs × 1 s = 1 × 10^7 dine cm. Ar trebui scris deci pentru unitățile internaționale de până acum:

$$\left.\begin{aligned} 1\ \Omega \text{ intern.} &= 1{,}000\,48\ \Omega \text{ abs.} \\ 1\ \text{A intern.} &= 0{,}999\,9\ \text{A abs.} \end{aligned}\right\} \text{primar}$$

$$1\ \text{V intern.} = 1{,}000\,38\ \text{V abs. derivat.}$$

Până acum încă nu s'a ajuns la situația de a determina precis cifrele de conversiune, fiindcă cercetările laboratoarelor de stat, necesare în acest scop, încă nu sunt încheiate.

---

[1]) Valori exacte: p. 313 și 314, cp. și DIN 1305. — [2]) Valori puțin diferite: 1 kcal = 4184,0 Ws intern. = $4{,}1853 \cdot 10^{10}$ ergi la Henning, Wärmetechnische Lichtwerte, Berlin 1938, editura VDI. — [3]) Sistemul electromagnetic absolut de măsură e deci un sistem cm-g-s, la care s'a ales drept a patra măsură originară constanta de inducțiune μ_0. — [4]) Die Physik in regelmässigen Berichten, 5 (1937), fasc. 1.

II. Oscilația

Prelucrare de W. Hahnemann, Berlin și H. Hecht, Kiel; prelucrare nouă de F. A. Fischer, Kiel

A. Observații preliminare

Concepte.[1]) Oscilația consistă în faptul că energia care e dată într'o anumită formă se transformă periodic, în anumite intervale de timp, în energie de alte forme, se retransformă în prima formă, etc. Energia în chestiune poate fi mecanică sau electromagnetică.

Energia oscilează aici în general dintr'o formă potențială în una cinetică. În oscilațiile mecanice forma potențială e dată prin energia de poziție (exemplu: resort întins sau câmp de gravitație), cea cinetică prin energia de mișcare, numită uneori și forță vie (exemplu: masă în mișcare). În oscilațiile electrice, forma potențială consistă în câmpul electric (exemplu: condensator), cea cinetică în câmpul magnetic (exemplu: câmpul magnetic al bobinelor).

Timpul în care se repetă o stare de oscilație se numește durata oscilației, durata perioadei sau, când nu pot fi confuziuni, și numai perioada (T) a oscilației, fenomenul dintr'o astfel de durată se numește iarăși perioada oscilației. Numărul de perioade din unitatea de timp e frecvența (f) a oscilației, adică

$$f = 1/T.$$

Produsul frecvenței prin 2π se numește pulsația oscilației (ω).

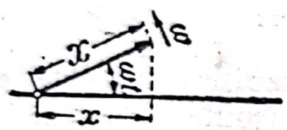


Fig. 1.

Valorile extreme ale mărimilor variabile ale fenomenului de oscilație (forță sau tensiune, vitesă sau curent, elongație sau sarcină electrică) se numesc amplitudini.

Dacă oscilațiile evoluează după o lege sinusoidală, ele se numesc oscilații armonice. Dacă elongația variabilă a oscilației e x, amplitudinea constantă X și pulsația ω, ecuația unei oscilații armonice e $x = X \sin \omega t$ resp. $x = X \cos \omega t$.

Fig. 1 redă imaginea vectorială a ecuației $x = X \cos \omega t$ unde avem $x = X$ pentru $\omega t = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots$

După principiul lui Fourier (Matematici VIII F, p. 205), toate oscilațiile periodice se pot reprezenta ca însumări de oscilații armonice. Oscilația armonică de cea mai joasă frecvență din aceste oscilații însumate se numește oscilația sau armonica fundamentală; celelalte oscialații, ale căror frecvente sunt multipli întregi ai frecvenței fundamentale se numesc oscilații sau armonice superioare.

Oscilația e amortisată într'un anumit interval de timp, dacă amplitudinile ei scad, întețită dacă cresc. La o oscilație amortisată amplitudinile scad cu timpul, la una neamortisată amplitudinile diferitelor oscilații rămân constante.

Prin bătăi se înțelege un fenomen de suprapunere a două oscilații armonice cu frecvențe diferite. Amplitudinile acestor oscilații suprapuse scad și cresc sinusoidal.

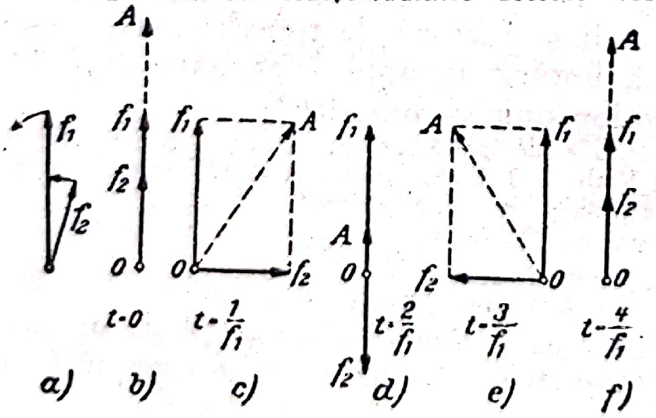


Fig. 2.

O durată unică a unei astfel de scăderi și creșteri se numește durata sau perioada bătăii, iar numărul de astfel de perioade în unitatea de timp, frecvența bătăii. Frecvența bătăii e egală cu diferența dintre cele două frecvențe de suprapunere.

Fig. 2 reprezintă imaginea vectorială a unei astfel de bătăi. Of_1, e vectorul oscilației cu frecvența f_1, Of_2 e vectorul oscilației cu frecvența f_2. Fig. 2a reprezintă imaginea vectorială generală a bătăii. Pentru cazul

---

[1]) Lucrările începute de AEF pentru stabilirea conceptelor de tehnica oscilațiilor încă nu sunt încheiate; definițiile noastre țin seamă de proiectele AEF, pe cât sunt pasabile. — In capitolele ce urmează nu s'au putut alege pretutindeni unități și notații concordante, acestea încă neexistând pentru domeniile de interferență fizico-tehnică.

Scanned with OKEN Scanner

particular că $f_2 = {}^3/_4 f_1$ și că în momentul $t = 0$ vectorii Of_1 și Of_2 au aceeași orientare, fig. 2 b...2 f reprezintă pozițiile vectorilor și ale rezultantelor lor OA pentru momentele $0/f_1$, $1/f_1$, $2/f_1$ . . . $4/f_1$. Cei doi vectori rotindu-se cu vitese diferite, se însumează algebric în anumite momente; în acestea, amplitudinea oscilației de suprapunere e maximă resp. minimă. Timpul dintre survenirea adunării și scăderii e *semiperioada bătăii*. Dacă frecvențele oscilațiilor ce se suprapun sunt incomensurabile una cu alta, nu mai există o periodicitate pură a oscilației rezultante, pentrucă totdeauna când o oscilație a străbătut o perioadă, cealaltă nu se va găsi în starea inițială de oscilație, așa încât nici mersul următor al oscilației rezultante nu e același.

Dacă amplitudinile unei oscilații armonice neamortisate sunt variate periodic de un fenomen periodic oarecare, a cărui frecvență e cu mult mai joasă decât a însăși oscilației, aceasta se numește *modulația* fenomenului de oscilație. Oscilația inițială se numește *oscilație purtătoare*. Frecvența variațiunii periodice se numește *frecvență de modulație*. Raportul dintre amplitudinea de modulație și cea purtătoare se numește *grad de modulație*. O astfel de oscilație modulată armonic se poate concepe compusă dintr'o oscilație cu frecvența purtătoare și câte o oscilație vecină dedesubtul și deasupra ei; una are drept frecvență suma dintre frecvența oscilației purtătoare și a celei de modulație, cealaltă diferența dintre aceste două frecvențe (fig. 3).

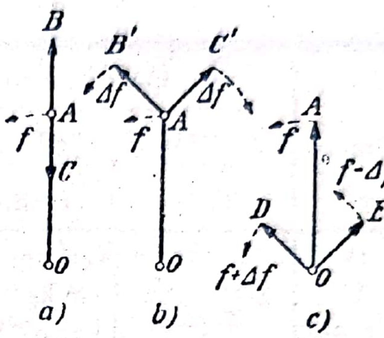


Fig. 3.

Fig. 3 a ... 3 c reprezintă *imaginea vectorială a modulației armonice a* unei oscilații armonice. $\overline{OA}$ e vectorul oscilației modulate, de frecvența f; $\overline{AB}$ resp. $\overline{AC}$ e maximul creșterii resp. descreșterii acestui vector $\overline{OA}$ în jurul acestei valori mijlocii a lui, dat de modulație. O astfel de modulație armonică de frecvența Δf, se poate reprezenta, cum arată fig. 3 b, prin rotațiunea a doi vectori $\overline{AB'}$ și $\overline{AC'}$, cari se rotesc în sens contrar în jurul punctului A, cu frecvența Δf. Astfel urmează imaginea vectorială din fig. 3 c, după care vectorul $\overline{OA}$ de frecvența f, vectorul $\overline{OB}$ de frecvența $f + \Delta f$ și vectorul $\overline{OC}$ de frecvența $f - \Delta f$, se rotesc toți trei în același sens în jurul punctului O. Frecvența purtătoare e f, iar $f + \Delta f$ resp. $f - \Delta f$ sunt frecvențele oscilațiilor suplementare, provocate de modulație. Eliminând prin filtrare frecvența purtătoare, rămâne o bătaie pură a celor două frecvențe laterale $f + \Delta f$ și $f - \Delta f$, de aceeași amplitudine. Fig. 3 a reprezintă în acest caz, cu $\overline{AO} = 0$, intuitiv saltul de fază care apare astfel pentru oscilația rezultantă.

Sistemele mecanice sau electrice în cari apar oscilații se numesc *sisteme oscilante*. *Oscilațiile libere* sau *proprii* sunt cele ce depind numai de dimensiunile sistemului oscilant. Frecvența oscilațiilor libere se numește *frecvență proprie*. Sistemele oscilante cari au mai multe oscilații resp. frecvențe proprii se numesc *sisteme oscilante complexe* (sisteme oscilante simple cuplate).

Un *sistem oscilant* simplu resp. complex *izolat* sau aproape izolat e realizat când energia nu părăsește sistemul. *Sistemele oscilante* simple sau complexe *deschise* sunt realizate când mediul ambiant e excitat de oscilațiile lor, când aceste sisteme cedează adică energie mediului ambiant; astfel de sisteme se numesc și *sisteme radiante*, fiindcă radiază energie de oscilație.

Oscilațiile forțate sunt acelea în cari oscilațiile sistemelor oscilante simple sau complexe sunt provocate de o forță periodică exterioară. *Rezonanța* survine când frecvența forței de constrângere e egală cu frecvența proprie a sistemului oscilant simplu, resp. cu una din frecvențele proprii ale sistemului complex.

In anumite cazuri apar în același sistem oscilant simplu resp. complex atât *oscilațiile libere*, cât și *forțate*; mai ales la începutul și sfârșitul oscilațiilor forțate (fenomene de cuplare și decuplare).

Cuplajul înseamnă o relațiune între mai multe sisteme, în virtutea căreia oscilațiile dintr'un sistem provoacă oscilații și în celelalte. Astfel de *sisteme oscilante cuplate* au mai multe frecvențe proprii, frecvențele proprii ale sistemelor necuplate fiind modificate de cuplaj. Frecvențele oscilațiilor proprii ale sistemelor cuplate se numesc și *frecvențe de cuplaj*.

În orice oscilație apar pierderi la transformarea unei forme de energie în cealaltă, raportul dintre ele și energia oscilantă totală fiind o măsură a *înnăbușirii* (decrement logaritmic, factor de amortisare, p. 228 și 229).

Oscilații există, afară de cele din sistemele oscilante închise, și în *medii*, în care se transformă de asemenea, în intervale de timp periodice, energie dintr'o formă în alta (unde sonore și electromagnetice).

Scanned with OKEN Scanner

De obiceiu sunt în chestiune u n d e p r o g r e s i v e, a căror energie de oscilație se propagă dintr'un loc în altul cu o anumită viteză, care se numește v i t e z ă d e p r o p a g a r e. Aceasta e pentru undele electromagnetice $3 \cdot 10^8$ m/s, pentru sunete în aer cca. 330 m/s, în apă cca. 1500 m/s (pentru viteza sunetului cp. tabla 2, p. 252). Lungimea de undă a fenomenului de propagare a unei oscilații rezultă din câtul vitezei de propagare în mediul respectiv prin frecvența oscilației. Intre lungimea de undă λ, viteza de propagare a, frecvența f și durata perioadei de oscilație T există deci relațiunile

$$\lambda = a/f, \qquad T = 1/f.$$

Ințelesul simboalelor

Simbol	Oscilații mecanice: Unități în sistemul[1] CGS	Oscilații mecanice: Unități în sistemul[1] tehnic	Oscilații mecanice: Numirea	Oscilații electrice: Unități tehnice	Oscilații electrice: Numirea
m	g+	$kg\,s^2\,cm^{-1}$	Masă	Henry	Inductivitate
C	$g+^{-1}\,s^2$	$cm\,kg^{-1}$	Elasticitate (arcuire)	Farad	Capacitate
$1/C=c$	$g+\,s^{-2}$	$kgcm^{-1}$	Rigiditate		—
x	cm	cm	Elongație	Coulomb Amp s	Sarcină electrică
X	m	cm	Amplitudine	idem	idem amplitudine
r	$g+\,s^{-1}$	$kg\,s\,cm^{-1}$	Rezistență	Ohm	Rezistență
$v=\dot{x}$	$cm\,s^{-1}$	$cm\,s^{-1}$	Viteză	Ampere	Intensitatea curentului
$b=\ddot{x}$	$cm\,s^{-2}$	$cm\,s^{-2}$	Accelerație	$Amp\,s^{-1}$	Viteza de variație a curentului
P			Forță (max.)	Volt	Tensiunea electromotoare (max.)
p			Forță (instant.)	Volt	idem (instant.)
P_c	$g+cm\,s^{-2}$	kg	Forță elastică	Volt	Cădere capacitivă de tensiune
P_m			Forță masică	Volt	Cădere inductivă de tensiune
P_r			Forță rezistivă	Volt	Cădere ohmică de tensiune
E_m	$g+cm^2\,s^{-2}$	kgcm	Energie cinetică	Watt s	Energia câmpului magnetic
E_c	$g+cm^2\,s^{-2}$	kgcm	Energie potențială	Watt s	Energia câmpului electric
N	$g+cm^2\,s^{-3}$	$kgcm\,s^{-1}$	Putere	Watt	Putere electrică
ω	s^{-1}	s^{-1}	Pulsație	s^{-1}	Pulsație
ω_0	s^{-1}	s^{-1}	Pulsația proprie a sistemului neamortisat	s^{-1}	Pulsația proprie a sistemului neamortisat
$\omega_{\mathfrak{z}}$	s^{-1}	s^{-1}	Pulsația proprie a sistemului amortisat	s^{-1}	Pulsația proprie a sistemului amortisat
d'	1	1	Decrementul logaritmic al amortisării	1	Decrementul logaritmic al amortisării
$\mathfrak{z}$	s^{-1}	s^{-1}	Amortisare	s^{-1}	Amortisare
f	s^{-1}	s^{-1}	Frecvență	s^{-1}	Frecvență
T	s	s	Durata perioadei	s	Durata perioadei
k	1	1	Factor de cuplaj	1	Factor de cuplaj
φ	1	1	Unghiu de fază al forței aplicate	1	Unghiu de fază al tensiunii aplicate
λ	cm	cm	Lungime de undă	cm	Lungime de undă

[1]) Comparația sistemului de măsură fizic (CGS) și tehnic în p. 222.

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

Afară de undele progresive există și u n d e s t a ț i o n a r e, în cari fiecare formă a energiei oscilante în mediu e legată de anumite porțiuni din spațiu. Ele se produc de ex. prin reflexiune. In aceste porțiuni din spațiu limitate de lungimea unei unde, energia apare atât ca potențială cât și ca cinetică, și anume în anumite locuri la distanțe de câte o jumătate de lungime de undă numai sub formă potențială și în locurile deplasate față de ele cu câte un sfert de lungime de undă numai sub formă cinetică. Aceste locuri se numesc v â n t r u r i resp. n o d u r i; de exemplu locurile cu energie numai cinetică v â n t r u r i d e v i t e s ă (mecanic) sau v â n t r u r i d e c u r e n t resp. noduri de tensiune (electric), locurile cu energie numai potențială, în cari adică nu există energie cinetică, n o d u r i d e v i t e s ă (mecanic) sau n o d u r i d e c u r e n t resp. vântruri de tensiune (electric). In momente la intervalul de câte o jumătate de perioadă față de un moment inițial cu forma potențială de energie, întreaga energie e conținută în mediu numai sub formă potențială, în momentele deplasate față de ele cu câte un sfert de perioadă numai sub formă cinetică.

Privire asupra suporților resp. degradatorilor de energie (rezistențe) și asupra forțelor asociate oscilațiilor lor:

Mecanic.

M a s ă:

$$p_m = m\frac{d v_m}{d t}$$

$$v_m = \frac{\int p_m\, d t}{m}$$

R e s o r t:

$$v_c = C\frac{d p_c}{d t}$$

$$p_c = \frac{\int v_c\, d t}{C}$$

R e z i s t e n ț ă:

$$p_r = r v_r,$$

$$v_r = p_r/r.$$

Electric.

I n d u c t i v i t a t e (L):

$$e_l = L\frac{d i_l}{d t}$$

$$i_l = \int e_l\, dt/L$$

C a p a c i t a t e (C):

$$i_c = C\frac{d e_c}{d t}$$

$$e_c = \int i_c\, dt/C$$

R e z i s t e n ț ă (R):

$$e_r = R i_r,$$

$$i_r = e_r/R.$$

Mai sus e_l, e_c, e_r, sunt valori instantanee ale tensiunii, i curenții corespunzători.

Expunerea de mai jos se raportează la o s c i l a ț i i l e m e c a n i c e, mai ales acustice. Introducând în ecuații mărimile electrice corespunzătoare, ele se pot întrebuința și pentru oscilațiile electrice.

In acest scop se va trece pentru masă inductivitatea proprie, pentru elasticitate capacitatea, pentru rezistența mecanică cea electrică, pentru forță tensiunea, pentru vitesă curentul electric și pentru elongație sarcina electrică. Cum arată o privire asupra formulelor de mai sus, masa poate corespunde însă și capacității și resortul inductivității proprii. In acest caz se va trece pentru forță curentul și pentru vitesă tensiunea, iar rezistența mecanică corespunde în acest caz unei conductibilități electrice (reciprocitatea rezistențelor). [1])

B. Sistemul oscilant simplu

Un sistem oscilant mecanic consistă schematic în masă m, elasticitate C și rezistență r. Rezistența conține r e z i s t e n ț e d e p i e r d e r i, provocate de frecarea interioară, etc. și r e z i s t e n ț e u t i l e, cărora le aparțin rezistențele de radiație în cazul sistemului oscilant mecanic-acustic. Dacă oscilațiile sistemului sunt atât de mici, încât C și r sunt independenți de mărimea amplitudinii oscilației — m fiind totdeauna independent de ea —, oscilațiile sunt armonice.

Notații în p. 226; în plus

ω resp. f pulsația resp. frecvența,

α = faza inițială,

$v = \dot{x} = dx/dt$ vitesa instantanee,

$b = \ddot{x} = d^2x/dt^2$ accelerația instantanee,

t = timpul [s].

---

[1]) H a e h n l e, Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemenskonzern 11 (1932), fasc. 1, p. 1. — F i r e s t o n e, Journ. Acoust. Soc. Am. vol. IV. (1933), p. 249.

Una din reprezentările posibile ale oscilaţiei armonice e

$$x = X \cos(\alpha + \omega t);$$

α e determinat de condiţiunile iniţiale.

Mai avem

$$\dot{x} = -\omega X \sin(\alpha + \omega t) \quad \Big| \quad \max v = \omega X$$
$$\ddot{x} = +\omega^2 X \cos(\alpha + \omega t) \quad \Big| \quad \max b = \omega^2 X$$

(maximele în valori absolute).

Oscilaţia e asociată unor forţe asupra elasticităţii, a rezistenţei de frânare şi a masei, în directă legătură cu elongaţia, vitesa şi acceleraţia.

$$p_C = x/C \quad \text{resp.} \quad \max p_C = X/C,$$
$$p_r = r\dot{x} \quad \text{„} \quad \max p_r = r \max v,$$
$$p_m = m\ddot{x} \quad \text{„} \quad \max p_m = m \max b$$

(maximele în valori absolute).

a) Oscilaţii libere

Când o cantitate de energie, dată o singură dată unui sistem, oscilează în el, apar oscilaţii libere amortisate, pe frecvenţa proprie. Suma dintre forţa masică, rezistivă şi elastică trebue să fie mereu 0, adică ecuaţia diferenţială e

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + x/C = 0.$$

Impărţind cu m, ecuaţia diferenţială ia forma normală

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

unde s'a scris pentru simplificarea notaţiei

$$\delta = r/2m \quad \text{şi} \quad \omega_0^2 = 1/mC,$$

ω_0 fiind frecvenţa proprie fără amortisare.

Soluţia acestei ecuaţii diferenţiale e

$$x = X e^{-\delta t} \cos(\alpha + \omega_\delta t),$$

constantele de integrare X şi α fiind determinate de condiţiunile iniţiale.

$$\omega_\delta = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2},$$

unde ω_δ e frecvenţa proprie la amortisarea δ.

Avem deci totdeauna $\omega_\delta < \omega_0$.

Dacă $\delta > \omega_0$, ω_δ devine imaginar. La aceste amortisări mari nu poate apărea o oscilaţie proprie. Sistemul a devenit aperiodic.

Cazul limită aperiodic îl avem când $\delta = \omega_0$.

R e p r e z e n t a r e g r a f i c ă. Oscilaţia armonică amortisată se poate reprezenta grafic prin proiecţiunea unui vector $\bar{r}$ care se roteşte cu vitesa unghiulară ω_δ în jurul unui punct fix, scăzând totodată proporţional cu valoarea sa absolută instantanee, pentru care avem adică $\dot{r} = -\delta r$, unde $r = |\bar{r}|$.

Amortisarea. O măsură a amortisării e logaritmul natural al raportului a două elongaţii despărţite printr'o perioadă, de exemplu a două amplitudini. Această mărime se numeşte d e c r e m e n t l o g a r i t m i c

$$d' = \ln(X_n/X_{n+1}) = \delta \cdot 2\pi/\omega_\delta = \pi r/\omega_\delta m.$$

Avem deci

$$\omega_\delta = \omega_0/\sqrt{1 + (d'/2\pi)^2}.$$

Dacă $d'/2\pi \ll 1$, avem $\omega_\delta = \omega_0 [1 - \tfrac{1}{2} \cdot (d'/2\pi)^2]$. In primă aproximaţie, amortisarea e deci fără influenţă asupra frecvenţei proprii a sistemului amortisat.

Se poate scrie cu a p r o x i m a ţ i e

$$d' \approx \pi r/\omega_0 m = \pi r\sqrt{C/m} = d,$$

mărime importantă în teoria oscilaţiilor forţate.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru amortisări mai mari, d' și d diferă considerabil unul de altul. In cazul limită aperiodic avem $d' = \infty$, pe când $d = 2\pi$. Pentru amortisare slabă, scăderea amplitudinii $\Delta X = X_{n+1} - X_n$ e mică față de amplitudine, iar decrementul logaritmic e $d' = \Delta X/X$, adică egal cu scăderea relativă a maximelor elongațiilor a două perioade succesive. Dacă ΔA e lucrul mecanic efectuat în cursul unei perioade, amortisarea e

$$d = \Delta A/2\,A,$$

adică egală cu jumătate din câtul energiei întrebuințate pe perioadă prin energia oscilând în gol.

Exemplu din mecanică, pentru solide fig. 4, p. 255, pentru gaze fig. 8, p. 256; exemplu din electricitate vol. IV, sect. Radiotehnică.

b) Oscilații forțate

Notațiile în pp. 226 și 227.

Dacă un sistem oscilant e excitat în continuu de o sursă de energie exterioară acționând periodic cu forța $P \sin \omega t$, apar oscilații forțate cu frecvența egală cu a sursei de energie excitatoare. Ecuația diferențială a acestor oscilații e

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + x/C = P \sin \omega t,$$

fiindcă suma forțelor interioare trebue să fie egală cu forța $P \sin \omega t$.

Soluția ecuației diferențiale e

$$x = -X \cos (\omega t - \varphi);$$

și dă

$$m \max b - X/C = P \sin \varphi \qquad r \max v = P \cos \varphi.$$

φ e defazajul dintre forța excitatoare și vitesa oscilației forțate. Forța excitatoare P se descompune în două componente, dintre cari cea în cuadratură cu vitesa v acopere diferența dintre forța masică și elastică, pe când cea simfazică cu vitesa v acopere puterea consumată în sistemul oscilant.

$$\operatorname{tg} \varphi = (\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)\,\pi/d.$$

Forța masică și cea elastică e reactivă (dewattată), adică forță care nu efectuează lucru (în mijlociu pe un număr întreg de perioade, n. tr.), iar energiile corespunzătoare

$$E_c = X^2/2\,C \qquad E_m = \tfrac{1}{2} \cdot m \max v^2$$

sunt energii reactive sau dewattate. Forța acționând asupra rezistenței e activă (forță wattată), adică efectuează lucru. Puterea ei N e $N = \tfrac{1}{2} \cdot r \max v^2$.

Vitesa $\max v = P/r \cdot \cos\varphi$ resp. puterea $N = P^2/2\,r \cdot \cos^2 \varphi$ trece prin-tr'un maximum

$$\max v_0 = P/r \text{ resp. } N_0 = P^2/2\,r$$

pentru cazul că frecvența excitatoare devine egală cu cea proprie neamortisată a sistemului, adică pentru cazul excitației în rezonanță.

In fig. 4 se dau diagrame vectoriale pentru cazul excitației sistemului cu o frecvență dedesubtul, la nivelul și deasupra frecvenței proprii. Vectorul $\overline{v}$ dă orientarea instantanee a vitesei. $\overline{OA}$ e vectorul forței excitatoare (P) $\overline{AB}$ al forței elastice, defazată cu 90° înaintea vitesei, $\overline{BC}$ al forței masice, defazată cu 90° în urma vitesei, și $\overline{CO}$ al forței de frânare, active sau wattate, simfazică cu vitesa.

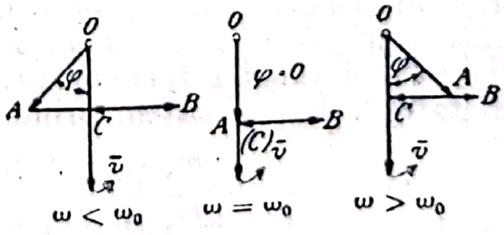


Fig. 4.

Curba de rezonanță. Curba puterilor în funcțiune de frecvența excitației îi corepunde unei funcțiuni $\cos^2$ sau $\sin^2$ și se numește curba de rezonanță a sistemului oscilant; amplitudinea forței excitatoare e presupusă aceeași pentru toate frecvențele. Intro-

Scanned with OKEN Scanner

ducând desacordul $z = (\omega - \omega_0)/\omega = (\omega/\omega_0) - 1$, avem pentru z mic față de 1

$$\operatorname{tg} \varphi = 2 \pi z/d$$

și

$$N/N_0 = 1/[1 + (2 \pi z/d)^2]$$

sau

$$d = 2 \pi z \sqrt{1/[(N_0/N) - 1]}.$$

Progresând din punctul de rezonanță spre cele două laturi până la frecvențele pentru cari puterea e egală cu jumătate din puterea de rezonanță, și dacă lățimea corespunzătoare a curbei de rezonanță e $\Delta\,\omega$, avem $d = \pi \cdot \Delta\,\omega/\omega$. Această formulă servește la determinarea amortisării sistemelor oscilante a căror curbă de rezonanță e ridicată pe cale experimentală.

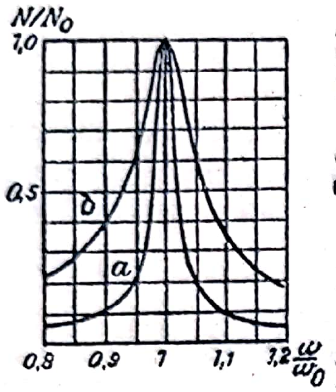


Fig. 5.

Exemplu: Fig. 5 redă două curbe de rezonanță în apropiere de frecvența de rezonanță; abscisele sunt ω/ω_0, ordonatele N/N_0. Curba a corespunde amortisării 0,1, iar curba b amortisării 0,4.

Elongația. La forță constantă, elongația devine maximă pentru o pulsație diferită de ω_0

$$\omega_{0x} = \omega_0 \sqrt{1 - (d/\pi)^2/2}.$$

Pentru amortisări slabe avem aproximativ

$$\omega_{0x} = \omega_0 \left[1 - (d/\pi)^2/4\right];$$

deosebirea poate fi neglijată deci de cele mai multe ori, ca efect de ordinul al doilea.

La forță constantă, accelerația trece printr'un maximum când

$$\omega_{0b} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - {}^1/_2 \cdot (d/\pi)^2}}$$

sau pentru amortisări slabe

$$\omega_{0b} = \omega_0 \left[1 + {}^1/_4 \cdot (d/\pi)^2\right].$$

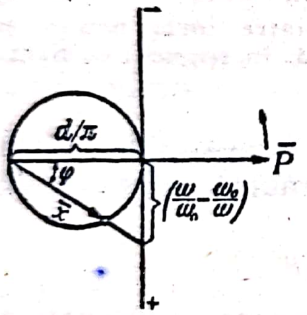


Fig. 6.

Fiindcă avem $X_{rezonanță}/X_{\omega=0} = \pi/d$, mărimea $\rho = \pi/d$ se numește și supraînălțarea de rezonanță.

Curba de rezonanță a vitesei se poate construi cu ajutorul diagramei simple a cercului din fig. 6. Vectorul $\bar{x}$ diferă de vectorul vitesei numai prin factorul scalar constant $(d/\pi \cdot r/p)$.

C. Sisteme oscilante complexe

Cuplarea a două sau mai multe sisteme se poate realiza cu eficacitate prin intermediul masei sau elasticității, de ex. astfel încât o parte din masă resp. elasticitate să le fie comună sistemelor. Pentru cuplarea elastică ecuația forțelor pentru oscilațiile libere resp. constrânse e, la excitarea primului sistem printr'o forță periodică:

$$m_1 \ddot{x}_1 + r_1 \dot{x}_1 + x_1/C_1 + x_2/C_{12} = 0 \quad \text{resp. } P \sin \omega t,$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + r_2 \dot{x}_2 + x_2/C_2 + x_1/C_{12} = 0.$$

Elasticitatea C_{12} e comună celor două sisteme, elasticitățile C_1 și C_2 sunt elasticitățile rezultante pentru fiecare din sisteme, formate din elasticitățile libere ale celor două sisteme C_{10} și C_{20} și din elasticitatea de cuplare C_{12} după schema:

$$C_1 = C_{10}\, C_{12}/(C_{10} + C_{12}) \text{ și } C_2 = C_{20}\, C_{12}/(C_{20} + C_{12}).$$

Raporturile $k_1 = C_1/C_{12}$ și $k_2 = C_2/C_{12}$ se numesc coeficienții de cuplaj ai celor două sisteme și reprezintă raporturile dintre energia oscilantă în elementul de cuplaj și energia totală oscilantă în fiecare din cele două sisteme. Mărimea

$$k^2 = k_1\, k_2 = C_1\, C_2/C_{12}^2$$

e pătratul factorului de cuplaj al sistemului oscilant complex format de cele două sisteme oscilante simple.

Cuplajul masic a două sisteme. Ecuația forțelor pentru oscilațiile libere resp. forțate la excitarea primului sistem printr'o forță periodică, e în acest caz

$$m_1 \ddot{x}_1 + r_1 \dot{x}_1 + x_1/C_1 + m_{12} \ddot{x}_2 = 0 \quad \text{resp.} \quad P \sin \omega t,$$
$$m_2 \ddot{x}_2 + r_2 \dot{x}_2 + x_2/C_2 + m_{12} x_1 = 0.$$

Masa m_{12} e masa de cuplaj comună celor două sisteme. Masele m_1 și m_2 sunt masele totale ale fiecăruia din sisteme, inclusiv masa de cuplaj. Masele libere ale sistemelor m_{10} și m_{20} se compun cu masa de cuplaj m_{12} în masele rezultante după schema:

$$m_1 = m_{10} + m_{12} \quad \text{și} \quad m_2 = m_{20} + m_{12}.$$

Coeficienții de cuplaj și factorul de cuplaj sunt

$$k_1 = \frac{m_{12}}{m_1} \qquad k_2 = \frac{m_{12}}{m_2} \qquad \text{și} \qquad k^2 = \frac{m_{12}^2}{m_1\, m_2}$$

a) Oscilații libere

Două sisteme cuplate elastic au două pulsații proprii (oscilații proprii), date mai jos cu neglijarea influenței amortisării

$$\omega_\chi^2 = (\omega_1^2 + \omega_2^2)/2 \pm \sqrt{[(\omega_1^2 - \omega_2^2)/2]^2 + k^2\, \omega_1^2\, \omega_2^2}.$$

ω_1 și ω_2 sunt pulsațiile proprii ale celor două sisteme necuplate, dacă fiecare din ele conține în parte elementul de cuplaj. Când pulsațiile proprii sunt egale $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, avem $\omega_\chi^2 = \omega^2 (1 \pm k)$, și la cuplaje mici față de 1,

$$\omega_\chi = \omega\, (1 \pm k/2).$$

Pentru două sisteme cuplate masic, ecuațiile sunt

$$\omega_\chi^2 = \frac{(\omega_1^2 + \omega_2^2) \pm \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\, k^2\, \omega_1^2\, \omega_2^2}}{2\,(1 - k^2)}$$

și la egalitatea pulsațiilor proprii

$$\omega_\chi^2 = \omega_0^2/(1 \pm k),$$

adică la cuplaje mici față de unitate

$$\omega_\chi = \omega_0\, (1 \mp k/2).$$

O cantitate de energie pe care o conține unul din cele două sisteme se degradează în parte prin amortisare în acest sistem, iar în parte i se transmite succesiv prin cuplaj celuilalt sistem, până ce întreaga energie oscilează în al doilea sistem. Pe urmă jocul se inversează, și energia trece din nou îndărăt în primul sistem etc. Astfel de oscilații constitue un exemplu de bătăi (p. 224).

Durata trecerii energiei dintr'un sistem în celălalt cuprinde $1/2\, k$ oscilații.

Decrementul de amortisare d' al oscilațiilor e media aritmetică a decrementelor parțiale de amortisare d_1' și d_2'

$$d' = (d_1' + d_2')/2.$$

Condiția pentru acest fel de bătăi amortisate e ca luarea de energie prin cuplaj să fie mai mare decât pierderea care survine în același timp prin amortisare, ca adică să avem

$$k > d_1'/\pi \text{ și } k > d_2'/\pi.$$

Acest caz — numit cuplaj strâns — e de cea mai mare importanță.

b) Oscilații forțate

Ecuațiile sistemelor cuplate se rezolvă după H. Hecht[1]) prin încercarea $x_1 = -X_1 \cos(\omega t - \varphi_1)$, $x_2 = -X_2 \cos(\omega t - \varphi_1 - \varphi_{12})$.

Cu notațiile
$$\omega_1^2 = 1/m_1 C_1 \qquad d_1 = \pi \cdot r_1/\omega_1 m_1 \qquad J_1 = \omega X_1,$$
$$\omega_2^2 = 1/m_2 C_2 \qquad d_2 = \pi \cdot r_2/\omega_2 m_2 \qquad J_2 = \omega X_2$$

se obțin următoarele formule:

La cuplaj elastic:

$$\operatorname{tg} \varphi_{12} = -\frac{d_2/\pi}{\omega/\omega_2 - \omega_2/\omega} \quad \dots \quad (1\,a)$$

$$\frac{X_2}{X_1} = -\frac{\omega_2}{\omega}\frac{\pi k_2}{d_2} \sin \varphi_{12} \quad \dots \quad (2\,a)$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega}\right)\frac{\pi}{d_1} + \frac{\omega_1}{\omega}\frac{\pi k}{d_1}\frac{\omega_2}{\omega}\frac{\pi k}{d_2} \sin \varphi_{12} \cos \varphi_{12} = \frac{P}{r_1 J_1} \sin \varphi_1 \quad \dots \quad (3\,a)$$

$$1 + \frac{\omega_1}{\omega}\frac{\pi k}{d_1}\frac{\omega_2}{\omega}\frac{\pi k}{d_2} \sin^2 \varphi_{12} = \frac{P}{r_1 J_1} \cos \varphi_1 \quad \dots \quad (4\,a)$$

La cuplaj masic:

$$\operatorname{tg} \varphi_{12} = \frac{d_2/\pi}{\omega_2/\omega - \omega/\omega_2} \quad \dots \quad (1\,b)$$

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{\omega}{\omega_2}\frac{\pi k_2}{d_2} \sin \varphi_{12} \quad \dots \quad (2\,b)$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega}\right)\frac{\pi}{d_1} + \frac{\omega}{\omega_1}\frac{\pi k}{d_1}\frac{\omega}{\omega_2}\frac{\pi k}{d_2} \sin \varphi_{12} \cos \varphi_{12} = \frac{P}{r_1 J_1} \sin \varphi_1 \quad \dots \quad (3\,b)$$

$$1 + \frac{\omega}{\omega_1}\frac{\pi k}{d_1}\frac{\omega}{\omega_2}\frac{\pi k}{d_2} \sin^2 \varphi_{12} = \frac{P}{r_1 J_1} \cos \varphi_1 \quad \dots \quad (4\,b)$$

Calculând pe J_1 și φ_1 din cele două ecuații (3) și (4), se obține pentru puterile consumate în cele două sisteme
$$N_1 = J_1^2 r_1/2,$$
$$N_2 = J_2^2 r_2/2$$
și pentru puterea totală
$$N = N_1 + N_2 = {}^1/_2 \cdot P J_1 \cos \varphi_1.$$

Aceste formule sunt valabile în general. Din ele se pot deduce însă numai în cazuri speciale legi simple și clare. In apropierea rezonanței, formulele pentru cele două feluri de cuplaj iau același aspect.

In cazul cuplajului strâns curba de rezonanță are două maxime, și anume la frecvențe proprii egale și k mic față de 1, în dreptul lui
$$\omega_{x_1} = \omega(1 + k/2) \quad \text{și} \quad \omega_{x_2} = \omega(1 - k/2).$$

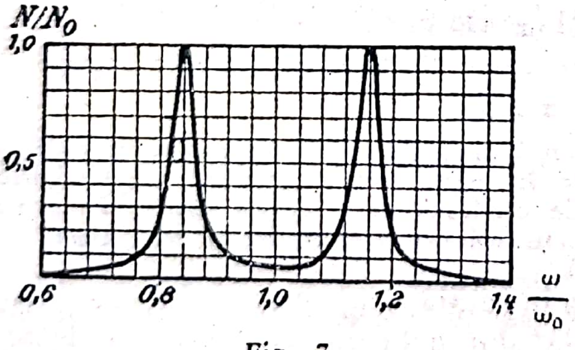


Fig. 7.

Intervalul dintre cele două locuri de rezonanță dă cuplajul și avem $(\omega_{\chi_2} - \omega_{\chi_1})/\omega = k$. Fiecare din cele două locuri de rezonanță are o amortisare cât media aritmetică a celor două amortisări parțiale. Ridicarea experimentală a curbei de rezonanță permite determinarea cuplajului și a sumei amortisărilor.

Fig. 7 dă o curbă de rezonanță a unui astfel de sistem oscilant complex cuplat, cu abscisele ω/ω_0 și ordonatele N/N_0. S'a ales drept exemplu $d_1 = 0{,}1$, $d_2 = 0{,}2$ și $k = 0{,}32$. k e mai mare astfel atât decât d_1/π cât și decât d_2/π, adică avem cuplaj strâns.[2])

Exemplu din mecanică, pentru solide fig. 5, p. 255, pentru gaze fig. 9, p. 256; exemplu din electricitate vol. IV., secț. Radiotehnică.

O metodă grafică pentru rezolvarea ecuațiilor diferențiale ale oscilațiilor constrânse a două sisteme cuplate care conduce la rezultat pentru valori arbitrare ale constantelor o dă Lehr [Arch. f. Elektr. 24 (1930), p. 330...348].

---

[1]) Hecht, Gekoppelte Schwingungsgebilde, ENT 3 (1926), fasc. 4 și 9 (1932), fasc. 4.

[2]) Detalii despre influența gradului de cuplaj — larg-larg, larg-strâns, strâns-larg, strâns-strâns — asupra curbei de rezonanță v. Hecht, l. c.

Scanned with OKEN Scanner

D. Intervale de frecvenţă

Teoretic, intervalele frecvenţelor mecanice şi electrice nu sunt limitate, ci toate frecvenţele sunt posibile ca atari în natură. Mai jos se înşiră câteva date pentru intervale caracteristice ale acestor frecvenţe.

a) Intervalul de frecvenţă al oscilaţiilor mecanice

In interiorul intervalului de frecvenţă al oscilaţiilor mecanice, oscilaţiile audibile se întind dela cca 16 până la 20 000 Hz (sunet audibil). Oscilaţiile de dedesubtul acestor frecvenţe se numesc infrasunet, cele de deasupra intervalului audibil ultrasunet (fig. 8). Aceste oscilaţii sunt longitudinale.

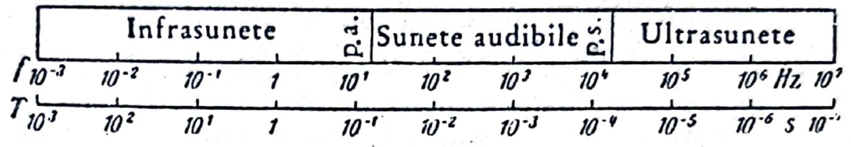


Fig. 8.

De infrasunet ţin oscilaţiile cutremurelor de pământ, ca şi ale oscilaţiilor terenului, provocate de ex. de vehicule, maşini lente, vânt, izbirea valurilor şi ger. In intervalul ultrasunetului cad oscilaţii mecanice sau acustice provocate de unele insecte, oscilaţii elastice ale aerului corespunzătoare descărcărilor prin scântei de înaltă frecvenţă, ca şi oscilaţiile mecanice ale cristalelor piezoelectrice întrebuinţate recent în tehnica transmiterii sunetelor prin apă şi radiotehnică; şi oscilaţiile provocate de magnetostricţiune cad adesea în intervalul ultrasunetului.

Ultrasunetul a câştigat în ultimii ani considerabil în importanţă şi a fost aplicat, în afară de tehnica comunicaţiilor (telegrafia şi telefonia prin apă, sondarea prin ecou), în domeniul încercării materialelor, pentru determinarea constantelor elastice, pentru pregătirea coloizilor, dispergere, coagulare şi degazeificarea lichidelor şi topiturilor.[1])

b) Intervalul de frecvenţă al oscilaţiilor electromagnetice

Oscilaţiile electromagnetice cuprind aproape întregul intervalul dela 0 până la 10^{20} Hz.

In tehnica curenţilor tari se întrebuinţează 0 Hz curent continuu şi 15 până la 60 Hz curent alternativ (joasă frecvenţă); pentru utilizări speciale (antrenarea maşinilor de mare turaţie, ca pompe centrifuge, alimentarea aparatelor acustice pentru aer şi apă, a aparatelor electrice de inducţie ca şi a cuptoarelor de inducţie fără fier), frecvenţe mai înalte, aşanumite medii frecvenţe, între cca 100 şi 100 000 Hz. In tehnica comunicaţiilor se întrebuinţează atât joasele şi mediile frecvenţe amintite mai sus, şi anume mai ales frecvenţele audibile între 50 şi 15 000 Hz, ca şi înaltele frecvenţe întrebuinţate în radiotehnică, cuprinse actualmente între 10^4 şi 10^8 Hz. Se pot produce însă oscilaţii electrice de frecvenţă substanţial mai înaltă, actualmente până la vreo 10^{11} Hz, aşa încât se ajunge aproape în banda razelor infraroşii dovedibile. Dincolo de lumina vizibilă, care cuprinde intervalul dela cca $3{,}7 \cdot 10^{14}$ până la 10^{15} Hz, se extinde intervalul ultraviolet până aproape de razele γ, cari trec până dincolo de 10^{20} Hz. Fig. 9 arată succesiunea diferitelor intervale.

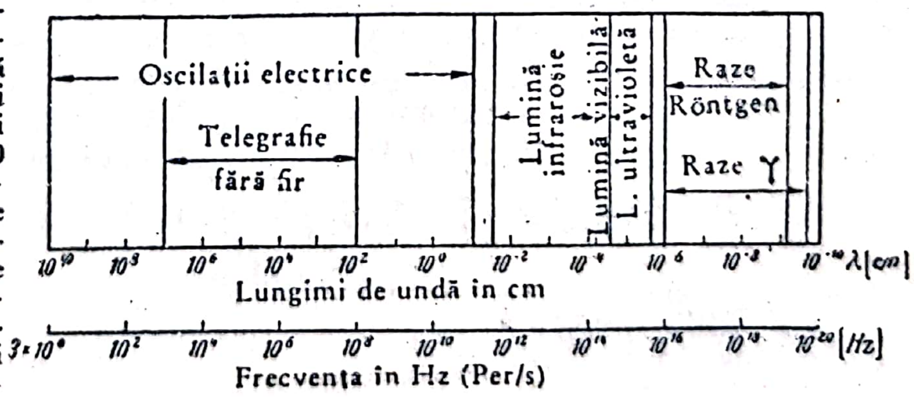


Fig. 9.

[1]) Detalii v. L. Bergmann, Der Ultraschall. Berlin 1937, ed. VDI.

Scanned with OKEN Scanner

III. Calculul frecvenţelor proprii ale sistemelor mecanice[1])

Prelucrare de prof. dr. W. H o r t, Berlin, şi dr. ing. K. K l o t t e r, Berlin [2])

A. Generalităţi

Numărul de frecvenţe proprii. Fiecare sistem capabil de oscilaţii are atâtea frecvenţe proprii cât e numărul gradelor sale de libertate ca oscilator.

Oscilatoare cu un grad de libertate sunt de ex. pendulul matematic, pendulul fizic şi o masă legată elastic de un punct fix (oscilator elastic). Oscilatoare cu mai multe grade de libertate, dar în număr finit, sunt de ex. pendulul dublu sau oscilatoarele la torsiune (răsucire) considerate sub C b). Corzile, barele şi tuburile acustice au ∞^1 grade de libertate şi tot atâtea frecvenţe proprii. Diafragmele şi plăcile au ∞^2 grade de libertate şi frecvenţe proprii. Cea mai joasă frecvenţă se numeşte frecvenţa fundamentală, oscilaţia corespunzătoare oscilaţie fundamentală, iar toate celelalte oscilaţii oscilaţii superioare sau armonice superioare.

Mai jos notăm în s i s t e m u l t e h n i c d e m ă s u r ă:

f frecvenţă proprie [Hz],
$f_j, f_{jj'} \dots$ frecvenţă proprie la mai multe grade de libertate [Hz],
$\omega = 2\pi f$ pulsaţie proprie [s^{-1}],
$\omega_j, \omega_{jj'} \dots$ pulsaţie proprie la mai multe grade de libertate [s^{-1}],
jj' numere de ordine (ale oscilaţiilor),
n turaţie [min^{-1}],
n_k turaţie critică [min^{-1}],
T perioada sau durata oscilaţiei [s],
m masă [$kg\ s^2\ cm^{-1}$],
ρ densitate (masă specifică) [$kg\ s^2\ cm^{-4}$],
E modul de elasticitate [$kg\ cm^{-2}$],
G modul de tăiere [$kg\ cm^{-2}$],
J, J_A moment de inerţie ecuatorial al secţiunii [cm^4] (Mecanică I, p. 349),
J_m moment de inerţie al masei [$kg\ s^2\ cm$] (Mecanică I, p. 347),
$1/\mu = m$ coeficientul de contracţiune al lui Poisson (alungire/contracţiune transversală),
F aria secţiunii [cm^2],
lungime [cm],
a vitesa sunetului [$cm\ s^{-1}$].

In general avem:

$$f = \omega/2\pi,$$
$$n = 60\ \omega/2\pi,$$
$$J_m = m k^2, \text{ unde } k \text{ e raza de inerţie.}$$

B. Pendulul. Corzi şi tuburi acustice

a) Pendulul

1. **Pendulul matematic** (Mecanică I, p. 377). Masă punctiformă suspendată de un fir fără masă.

$$f = \sqrt{g/l}\,/\,2\pi.$$

1) Bibliografie: Afară de lucrările citate în text: H o r t, Techn. Schwingungslehre, Berlin 1922, Springer. — O. F ö p p l, Grundzüge der Techn. Schwingungslehre, Berlin 1927, Springer. — L e h r, Schwingungstechnik, vol. 1, Berlin 1930, Springer. — J. P. d e n H a r t o g - M e s m e r, Mechanische Schwingungen, Berlin 1936, Springer.— K l o t t e r, Einführung in die Techn. Schwingungslehre, Berlin 1938, Springer.

2) Profesorul H o r t a murit încă înainte de a încheia prelucrarea acestui capitol. D-l dr.-ing. K l o t t e r a revăzut textul şi i-a dat formă nouă textului despre oscilaţiile la torsiune.

Scanned with OKEN Scanner

2. **Pendulul fizic.** Pendulul constituit de un corp (Mecanică I, p. 381)

$$f = \sqrt{g\, m\, s/J_m}/2\,\pi.$$

s = distanța dintre centrul de greutate și punctul de suspensiune.
$l = J_m/m\,s$ se numește lungimea redusă a pendulului fizic.

b) Corzi

Notații în p. 234; în plus:
P tracțiunea în coardă [kg],
l lungimea corzii [cm],
F secțiunea corzii [cm^2],
$a = \sqrt{P/\rho F}$ vitesa de propagare a undelor pe coardă [cm s^{-1}].

$$f_j = a\,j/2\,l = 1/T_j\,.$$

$j = 1$ dă tonul fundamental $f_1 = a/2\,l$.

c) Tuburi acustice deschise

l lungimea tubului acustic [cm],
a vitesa sunetului în aer [cm s^{-1}].

$$f_j = a\,j/2\,l = 1/T_j\,.$$

$j = 1$ dă tonul fundamental $f_1 = a/2\,l$.

d) Tuburi acustice închise

Notațiile ca pentru III, B c.

$$f_j = (2\,j - 1)\,a/4\,l.$$

$j = 1$ dă tonul fundamental $f_1 = a/4\,l$. La înălțime egală a tonului fundamental, tuburile acustice închise trebue să aibă numai jumătate din lungimea celor deschise.

C. Bare, arbori

a) Frecvențe de oscilație la încovoiere

La anumite turații („turații critice"), forța de readucere a arborilor rotitori (de mașini) față de devieri transversale e mult micșorată. Arborele se rotește, sub acțiunea forțelor centrifuge ale maselor neechilibrate exact, cu mari devieri transversale („bate"), pe când la turații destul de joase și de înalte față de cea critică se rotește liniștit. Turațiile critice coincid cu turațiile proprii ale oscilațiilor la încovoiere ale arborelui considerat ca bară (turații „critice la încovoiere"). Mai jos se indică de cele mai multe ori pulsațiile proprii $\omega = 2\,\pi\,f$ în loc de frecvențele proprii f.

I. Oscilațiile barelor cu cel mult două reazeme și fără capete în consolă

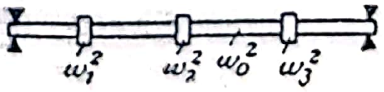


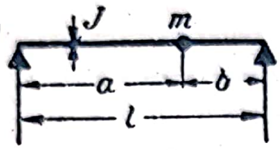
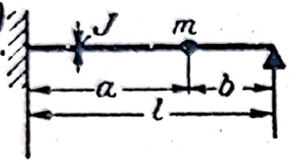
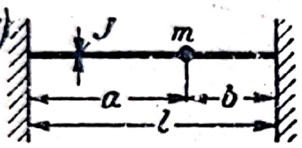
Fig. 1.

1. **Metodă analitică.** Bara e încărcată cu masa proprie și mase punctiforme m_j. Pentru fiecare din masele punctiforme se calculează pulsația proprie ω_j, în ipoteza că numai ea încarcă bara. Se mai calculează pulsația proprie ω_0 a barei considerându-i masa proprie și neglijând masele punctiforme. In aceste condițiuni avem cu bună aproximație pentru oscilația fundamentală (fig. 1):

$$1/\omega^2 = 1/\omega_0^2 + \Sigma\, 1/\omega_j^2.$$

De calculul frecvențelor proprii superioare e arareori nevoie, fiindcă de cele mai multe ori frecvența proprie a armonicei fundamentale se plasează mai sus decât turația în serviciu a arborelui [1]).

1 a. Bare fără masă, încărcate cu mase punctiforme (fig. 2 a . . . d).

a)	$\omega^2 = 3\,E\,J/l^3 m$
b) 	$\omega^2 = 3\,E\,J\,l/a^2 b^2 m$ pt. $a = b = l/2$: $\omega^2 = \dfrac{48\,E\,J}{l^3\,m}$
c) 	$\omega^2 = \dfrac{12\,E\,J\,l^3}{a^3\,b^2\,(3\,l + b)\,m}$ pt. $a = b = l/2$: $\omega^2 = (768/7)\,E\,J/l^3 m$
d) 	$\omega^2 = 3\,E\,J\,l^3/a^3 b^3 m$ pt. $a = b = l/2$: $\omega^2 = 192\,E\,J/l^3 m$

Toate cazurile de mai sus sunt cazuri particulare ale teoremei generale

$$\omega^2 = 1/h\,m = g/w_G.$$

Mai sus $h = w_P/P = w_G/G$ e coeficientul de influență pentru locul sarcinii (w_P săgeata sub sarcina P, w_G săgeata sub greutatea $G = mg$).

1 b. Bare cu masă proprie, fără mase punctiforme.

a) Secțiune uniformă.

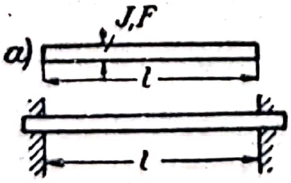
Avem
$$\omega_j^2 = (\beta_j^4/l^4)\,(EJ/\rho F);$$

unde

β_j sunt coeficienți dependenți de ordinul j al armonicei și de condițiile la capete [$j = 1$: armonica fundamentală], cari se obțin drept rădăcini ale unei ecuații de determinare (ecuația perioadelor).

Coeficientul β_j se obține din tabla 1:

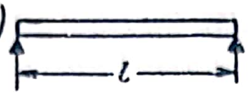
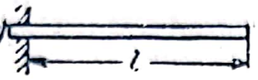
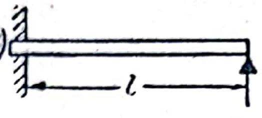
Tabla 1. Coeficienți pentru determinarea frecvențelor proprii (fig. 3 a . . . d)

Condiții la capete		Ecuația perioadelor pentru β_j	Valorile lui β_j pentru $j = 1 \ldots 5$
Bară cu capetele libere Bară cu capetele incastrate	a) 	$\cos\beta_j\,\mathrm{Cos}\,\beta_j = 1$	$\beta_1 = 4{,}730$; $\beta_2 = 7{,}853$ $\beta_3 = 10{,}996$; $\beta_4 = 14{,}137$ $\beta_5 = 17{,}279$

[1]) A. Föppl a desvoltat în Vorlesungen über Technische Mechanik, vol. IV, ed. a 3-a, Leipzig 1909, Teubner, p. 37 ș. u., o metodă pentru calculul celor două frecvențe de oscilație posibile în cazul arborilor cu două paliere și două mase. Și metoda lui Kull, ZVDI 62 (1918), p. 249, e adecuată pentru calculul frecvențelor fundamentale.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 1. Coeficienți pentru determinarea frecvențelor proprii (fig 3 a...d). (continuare)

Condiții la capete		Ecuația perioadelor pentru β_j	Valorile lui β_j pentru $j = 1 \ldots 5$
Bară cu capetele rezemate	b) 	$\sin \beta_j = 0$	$\beta_j = j\pi$
Bară cu un capăt încastrat și unul liber	c) 	$\cos \beta_j \operatorname{Cos} \beta_j = -1$	$\beta_1 = 1{,}875$; $\beta_2 = 4{,}694$ $\beta_3 = 7{,}855$ $\beta_4 = 10{,}996$; $\beta_5 = 14{,}137$ $\beta_6 = 17{,}279$
Bară cu un capăt încastrat și unul rezemat	d) 	$\operatorname{tg} \beta_j = \operatorname{Tg} \beta_j$	$\beta_1 = 3{,}927$; $\beta_2 = 7{,}069$ $\beta_3 = 10{,}21$ $\beta_4 = 13{,}352$; $\beta_5 = 16{,}493$

b) Secțiune descrescătoare.[1]) Descreșterea secțiunii (F) și a momentului de inerție (J) se reprezintă prin două curbe de forma c sau c' (fig. 4); J_{mi} și F_{mi} sunt valorile curbei în dreptul mijlocului barei.

Se calculează mărimile auxiliare:

$$\eta = \frac{J_a - J_e}{J_a}, \qquad \zeta = \frac{F_a - F_e}{F_a},$$

$$\eta' = \frac{1}{J_a}\left(\frac{J_a + J_e}{2} - J_{mi}\right)$$

$$\zeta' = \frac{1}{F_a}\left(\frac{F_a + F_e}{2} - F_{mi}\right)$$

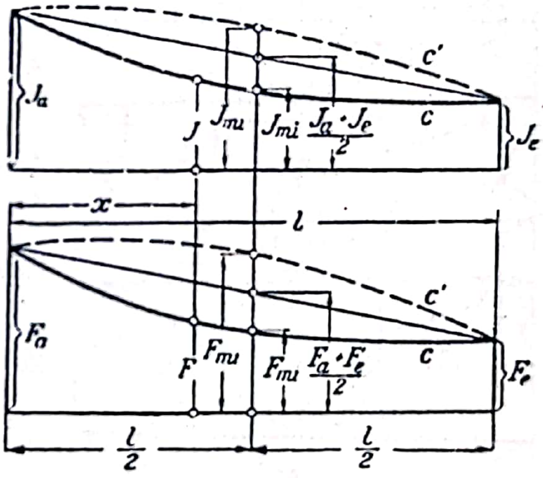


Fig. 4.

și pulsația proprie ω_j a barei cu secțiunea constantă (dela capătul fixat) și cu aceleași condiții la capete:

$$\omega_j^2 = (\beta_j^4 / l^4)(J_a\, E / F_a\, \rho).$$

In aceste condițiuni, pulsația proprie ω_{0j} a barei cu secțiunea descrescătoare e

$$\omega_{0j}^2 = \omega_j^2 [1 - \eta\, \sigma_j - \eta' \sigma_j'] / [1 - \zeta\, \tau_j - \zeta' \tau_j'].$$

Coeficienții σ_j, σ'_j; τ_j, τ'_j, în tabla 2.

Tabla 2. Valorile lui β, σ, τ, σ', τ'

	Capătul gros încastrat, cel subțire liber					Capătul gros încastrat, cel subțire rezemat				
j	β	σ	τ	σ'	τ'	β	σ	τ	σ'	τ'
1	1,875	0,193	0,807	0,493	0,493	3,927	0,431	0,569	0,626	0,857
2	4,694	0,406	0,594	0,703	0,703	7,069	0,480	0,520	0,612	0,724
3	7,855	0,468	0,532	0,661	0,661	10,210	0,490	0,510	0,623	0,680
4	10,996	0,483	0,517	0,649	0,649	13,352	0,494	0,506	0,628	0,663
5	14,137	0,490	0,510	0,645	0,645	16,493	0,496	0,504	0,631	0,654
6	17,279	0,493	0,507	0,642	0,642	—	0,497	0,503	0,633	0,649
∞	—	0,500	0,500	$0{,}637 = 2/\pi$	$0{,}637 = 2/\pi$	—	0,500	0,500	$0{,}637 = 2/\pi$	$0{,}637 = 2/\pi$

[1]) Hort, Z. Techn. Physik 6 (1925), p. 181.

Scanned with OKEN Scanner

2. Metoda grafică. Metoda cea mai expeditivă (fig. 5): Se desenează în modul cunoscut[1]) (suprafața momentelor M, suprafața curburii $y_0'' E = M/J$, linia elastică y_0) linia elastică a arborelui sub greutatea proprie, ținând seamă de sarcinile ei (roți, discuri etc.). Dacă $\max y_0$ e săgeata maximă, avem aproximativ

$$n_0 = 300/\sqrt{\max y_0}$$

pentru turația proprie a arborelui în rotațiuni pe minut. Aproximația e totdeauna dedesubtul adevăratei turații proprii. Dacă turația arborelui e cu 5 până la 10 % dedesubtul turației proprii astfel calculate, se elimină cu siguranță rezonanța.

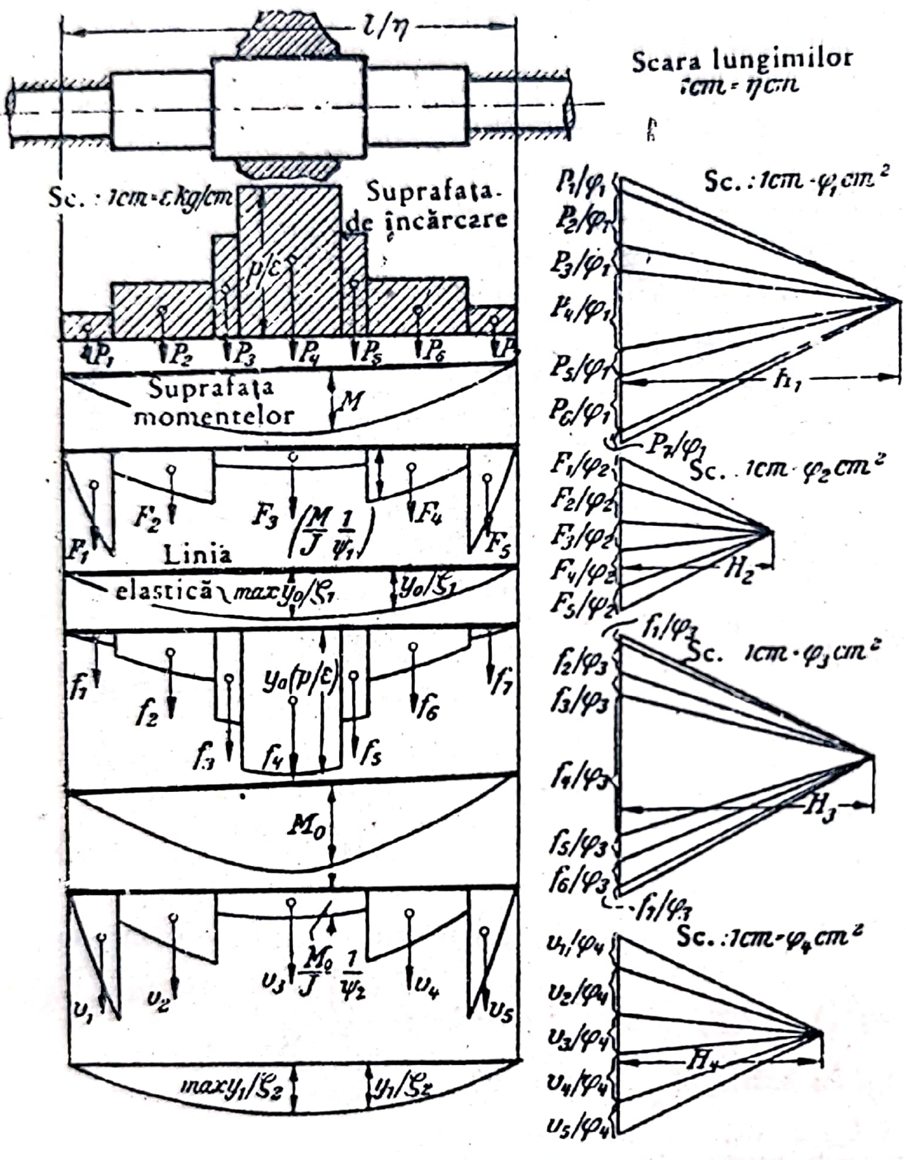


Fig. 5.

Metodă mai exactă (fig. 5): Din n_0 se poate obține o turație proprie corectată n_1, prin metoda care urmează. Din n_0 se calculează pulsația corespunzătoare $\omega_0 = \pi n_0/30$. La suprafața de încărcare $\omega_0^2 y_0 p/g$ (drept curbă funiculară)

$$x = f(\omega_0^2 y_0 p/g)$$

se mai desenează suprafața momentelor $M_0 = \omega_0^2 \int [\int y_0 (p/g)\, dx] dx$. După ce o reducem în raportul $p_0 = M_0/J$, considerăm această suprafață drept nouă suprafață de încărcare, căreia i se desenează după

$$Ey_1 = \int [\int (M_0/J)\, dx]\, dx$$

o curbă funiculară y_1 (cu distanța polară E).

Lui y_1 i se caută (prin linia de închidere) valoarea maximă $\max y_1$ și se calculează $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{\max y_0 / \max y_1}$ și $n_1 = 30\,\omega_1/\pi$. Se mai poate compara curba $y_1' = \omega_1^2 y_1/\omega_0^2$ cu y_0. Dacă se prezintă deosebiri mai mari în afară de maximele (egale după ecuația de mai sus) $\max y_1' = \max y_0 = \max y_1\, \omega_1^2/\omega_0^2$, se poate repeta metoda cu y_1, ω_1 în loc de y_0.

In fig. 5 se va proceda în consecință. Suprafața momentelor corespunzătoare suprafeței de încărcare ale cărei ordonate reprezintă greutatea p a unității de lungime (la scara ε), se obține cu ajutorul poligonului funicular și a liniei de închidere. Impărțind ordonatele lui M prin momentul de inerție J al secțiunii corespunzătoare, se

[1]) Cp. Sect. 5, Rezistența materialelor.

Scanned with OKEN Scanner

obțin ordonatele unei noi suprafețe de încărcare, care servește la construcția liniei elastice după metoda poligonului funicular. Aceasta se repetă, înlocuind suprafața inițială de încărcare cu una nouă, ale cărei ordonate se obțin înmulțind ordonatele liniei elastice cu ale suprafeței inițiale de încărcare.

In fig. 5 scările pentru lungimi, forțe, secțiuni trebue alese după indicațiile din diferitele poligoane ale forțelor, iar pentru săgeți se vor determina după formulele

$$\zeta_1 = \frac{\eta^4 \varepsilon \varphi_1 H_1 \varphi_2 H_2 \psi_1}{E} \quad \text{și} \quad \zeta_2 = \frac{\eta^4 \varepsilon \varphi_3 H_3 \varphi_4 H_4 \omega_0^2 \psi_2}{981\, E}$$

unde H_1, H_2, . . . sunt în cm.

II. Arbori cu 2 paliere și capete în consolă.[1])

Notațiile ca mai sus (f pentru frecvență nu se întrebuințează); în plus:

f_{11}, f_{12}, f_{22} coeficientul de influență al sarcinii de 1 kg asupra încovoierii arborilor [cm/kg]; primul indice arată poziția sarcinii, iar al doilea numărul panoului în care are loc încovoierea,

n_0, n_1, n_I, n_{II} turațiii proprii ale arborilor [$\min^{-1}$],

ω_0, ω_1, ω_I, ω_{II} pulsațiile proprii corespunzătoare (pulsația unei oscilații cuplate) [s^{-1}].

1. Arbori cu un capăt în consolă (fig. 6).

Metodă de aproximație: După evaluarea maselor punctiforme m_1, m_2 și a momentelor de inerție J_1, J_2, astfel încât pulsațiile calculate cu ele după I, 1 a să coincidă cu cele determinate după I, 2, se calculează

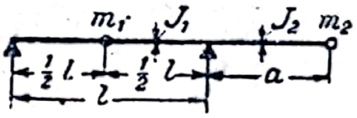


Fig. 6.

$$m_2/m_1 = \delta \qquad f_{11} = \frac{l^3}{48\, E J_1}$$

$$f_{22} = \frac{l\, a^2}{3\, E J_1}\left(1 + \frac{a}{l}\,\frac{J_1}{J_2}\right) \qquad f_{12} = -\, a\, l^2/16\, E J_1,$$

ca și

$$z_{I,\,II} = \frac{f_{11} + \delta f_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(f_{11} - \delta f_{22})^2}{4} + \delta f_{12}^{\,2}}.$$

Cele două pulsații de cuplaj sunt:

$$\omega_I = 1/\sqrt{m_1 z_I} \qquad \omega_{II} = 1/\sqrt{m_1 z_{II}}$$

și turațiile proprii corespunzătoare în rotațiuni pe minut:

$$n_I = \omega_I\ 30/\pi \qquad n_{II} = \omega_{II}\ 30/\pi.$$

Metodă mai exactă, ca sub I, 2; aici forma finală a oscilației se va deosebi în general mai mult de cea admisă inițial sub influența greutății proprii, așa încât de obiceiu metoda trebue repetată de mai multe ori.

2. Arbori cu ambele capete în consolă (fig. 7).

Metodă de aproximație: Se evaluează ca sub 1 masele echivalente m_1, m_2, m_3 — dintre cari m_1 e presupusă iarăși în mijlocul panoului — ca și momentele de inerție J_1, J_2, J_3 și se calculează pe urmă

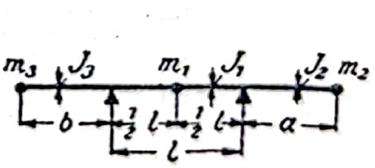


Fig. 7.

$$m_2/m_1 = \delta_2 \qquad m_3/m_1 = \delta_3,$$

$$f_{11} = \frac{l^3}{48\, E J_1} \qquad f_{22} = \frac{l a^2}{3\, E J_1}\left(1 + \frac{a}{l}\,\frac{J_1}{J_2}\right) \qquad f_{33} = \frac{l\, b^2}{3\, E J_1}\left(1 + \frac{b}{l}\,\frac{J_1}{J_3}\right)$$

$$f_{12} = -\, a\, l^2/16\, E J_1 \qquad f_{13} = -\, b\, l^2/16\, E J_1 \qquad f_{23} = a\, b\, l/6\, E J_1.$$

1) Punerile în ecuații comunicate mai jos sub II și III sunt prelucrate pe baza unui calcul nepublicat al lui E. Schwerin.

Scanned with OKEN Scanner

In aceste condiţiuni se rezolvă ecuaţia de gradul al treilea:

$$z^3 - z^2 [f_{11} + \delta_2 f_{22} + \delta_3 f_{33}] + z [\delta_3 (f_{11} f_{33} - f_{13}^2) + \delta_2 (f_{11} f_{22} - f_{12}^2) + \delta_2 \delta_3 (f_{22} f_{33} - f_{23}^2)] - \delta_2 \delta_3 [f_{11} f_{22} f_{33} - f_{12}^2 f_{33} - f_{13}^2 f_{22} - f_{23}^2 f_{11} + 2 f_{12} f_{23} f_{13}] = 0.$$

Dacă z_I, z_{II}, z_{III} sunt rădăcinile, pulsaţiile de cuplaj sunt

$$\omega_I = 1/\sqrt{m_1 z_I} \qquad \omega_{II} = 1/\sqrt{m_1 z_{II}} \qquad \omega_{III} = 1/\sqrt{m_1 z_{III}}.$$

III. Arbori cu trei sau mai multe paliere

Notaţiile ca mai sus pp. 226 şi 239, şi în plus:
M_1, M_2, M_1', M_2'' momentele încovoietoare sub reazeme, raportate la sarcina 1 [cm].

Sistemul arborelui (fig. 8), se descompune în panouri (indicele i). Intre câte două mijlocuri de palier avem un panou. Pentru fiecare panou se calculează turaţia proprie n_i pe minut după metoda de sub I, 1 şi I, 2. Pe urmă se înlocuieşte sistemul arborelui prin cilindri de aceleaşi panouri şi de aceeaşi grosime d_i. Pentru d_i se alege o valoare care corespunde în mijlociu aproximativ diametrelor arborelui la capătul panoului. In aceste condiţiuni se calculează pentru fiecare panou o masă echivalentă din

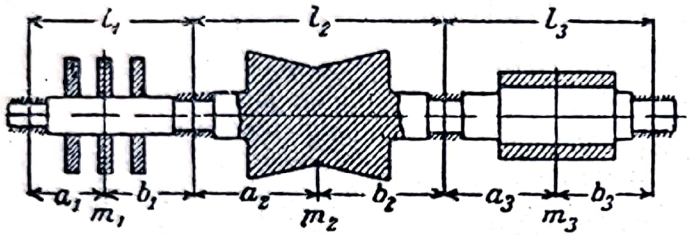


Fig. 8.

$$m_i = \frac{3 E J_i l_i}{\omega_i^2 a_i^2 b_i^2} \qquad \omega_i = \frac{n \pi_i}{30}.$$

unde $d_i^4 \pi/64$ s'a înlocuit cu J_i iar segmentele a_i, b_i sunt determinate de centrul de greutate (sau de masă) al panoului.

α) Două panouri. Se calculează mărimile auxiliare:

$$\alpha_1 = a_1/l_1 \qquad \alpha_2 = a_2/l_2 \qquad a_3 = a_2(1-\alpha_2) \qquad a_4 = a_1(1-\alpha_1),$$
$$\zeta_1 = l_2/l_1 \cdot J_1/J_2 \qquad \delta_2 = m_2/m_1;$$

şi:

$$M_1 = -\frac{a_1(1-\alpha_1^2)}{2(1+\zeta_1)} \qquad M_1' = -\frac{a_3(2-\alpha_2)\zeta_1}{2(1+\zeta_1)},$$

$$f_{11} = [l_1/6EJ_1]\, a_4 [2 a_4 + M_1(1+\alpha_1)],$$
$$f_{12} = [l_2/6EJ_2]\, a_3 (2-\alpha_2) M_1,$$
$$f_{22} = [l_2/6EJ_2]\, a_3 [2 a_3 + M_1'(2-\alpha_2)],$$

$$z_{I/II} = \frac{f_{11} + \delta_2 f_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(f_{11} - \delta_2 f_{22})^2}{4} + \delta_2 f_{12}^2}.$$

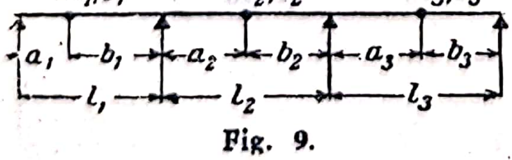


Fig. 9.

In aceste condiţiuni pulsaţiile proprii ale sistemului complex cuplat, constând din două panouri, sunt

$$\omega_I = 1/\sqrt{m_1 z_I} \text{ şi } \omega_{II} = 1/\sqrt{m_1 z_{II}}.$$

β) Trei panouri (fig. 9). Se calculează:

$$\zeta_1 = \frac{l_2 J_1}{l_1 J_2} \qquad \zeta_2 = \frac{l_3 J_2}{l_2 J_3} \qquad \zeta_3 = 4(1+\zeta_1)(1+\zeta_2) - \zeta_1.$$
$$\delta_2 = m_2/m_1 \qquad \delta_3 = m_3/m_1.$$
$$\alpha_1 = a_1/l_1 \qquad \alpha_2 = a_2/l_2 \qquad \alpha_3 = a_3/l_3,$$
$$a_4 = a_2(1-\alpha_2) \qquad a_5 = a_3(1-\alpha_3) \qquad a_6 = a_1(1-\alpha_1);$$

și

$$M_2 = a_1 (1 - \alpha_1^2)/\zeta_3 \qquad M_1 = -2(1+\zeta_2) M_2,$$
$$M_1' = -a_4 (\zeta_1/\zeta_3) [2(2-\alpha_2)(1+\zeta_2) - (1+\alpha_2)].$$
$$M_2' = -a_4 (1/\zeta_3) [2(1+\zeta_1)(1+\alpha_2) - \zeta_1 (2-\alpha_2)],$$
$$M_2'' = -a_5 (\zeta_2/\zeta_3)\, 2(2-\alpha_3)(1+\zeta_1),$$
$$f_{11} = (l_1/3EJ_1)[a_6^2 + M_1 a_1 (1-\alpha_1^2)/2],$$
$$f_{12} = (l_2/6EJ_2)\, a_4 [M_1 (2-\alpha_2) + M_2 (1+\alpha_2)],$$
$$f_{13} = (l_3/6EJ_3) M_2 a_5 (2-\alpha_3),$$
$$f_{22} = (l_2 a_4/3EJ_2)[a_4 + \{M_1'(2-\alpha_2) + M_2'(1+\alpha_2)\}/2],$$
$$f_{23} = (l_3 a_5/6EJ_3) M_2' (2-\alpha_3),$$
$$f_{33} = (l_3 a_5/6EJ_3)[2a_5 + M_2''(2-\alpha_3)].$$

In aceste condițiuni trebue rezolvată ecuația de gradul al treilea:

$$z^3 - z^2 [f_{11} + \delta_2 f_{22} + \delta_3 f_{33}] + z[\delta_3 (f_{11} f_{33} - f_{13}^2) + \delta_2 (f_{11} f_{22} - f_{12}^2) + \delta_2 \delta_3 (f_{22} f_{33} - f_{23}^2)] - \delta_2 \delta_3 [f_{11} f_{22} f_{33} - f_{12}^2 f_{33} - f_{13}^2 f_{22} - f_{23}^2 f_{11} + 2 f_{12} f_{23} f_{13}] = 0.$$

Dacă z_I, z_{II}, z_{III} sunt rădăcinile ei, pulsațiile proprii ale celor trei panouri cuplate sunt:

$$\omega_I = 1/\sqrt{m_1 z_I} \qquad \omega_{II} = 1/\sqrt{m_1 z_{II}} \qquad \omega_{III} = 1/\sqrt{m_1 z_{III}}.$$

γ) Mai mult de trei panouri (transmisiuni). In acest caz se calculează după III β) câteva porțiuni de câte trei panouri din dispozitivul arborelui, neglijând celelalte părți ale dispozitivului. Prin neglijarea acestor părți se influențează numai pulsațiile panourilor imediat vecine.

IV. Bare încastrate radial la periferia unui disc rotitor (fig. 10).

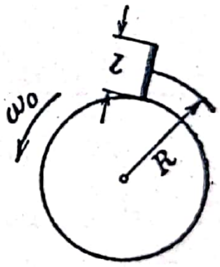


Fig. 10.

Notațiile ca mai sus; în plus:
- R raza mijlocului barei [cm],
- ω_0 viteza unghiulară a discului $[s^{-1}]$
- l lungimea barei [cm].

Pulsația ω (a armonicei fundamentale) a oscilației barei rezultă din

$$\omega^2 = \frac{\beta_1^4}{l^4} \frac{JE}{F\rho} + 1{,}50\, \omega_0^2 \frac{R}{l} \qquad \beta_1 = 1{,}875.$$

b) Frecvențe de oscilație la torsiune

Notații:
- J_m momentul de inerție al masei [kg cm s²],
- c coeficientul de elasticitate la torsiune $c = G J_p / l$ [kg cm],
- J_p momentul polar de inerție al secțiunii în cerc sau inel circular al arborelui [cm⁴], $J_p = d^4 \pi/32$ resp. $J_p = (d_a^4 - d_i^4)\pi/32$,
- $\omega_0 = \pi n_0/30$ vitesa unghiulară a arborelui $[s^{-1}]$

Observație. Momentul de inerție al masei J_m [kg cm s²] trebue deosebit net de momentul de inerție al suprafeței J_p [cm⁴]. Primul se notează și cu simbolul Θ.

Arborii mașinilor cu piston prezintă, în afară de turațiile „critice la încovoiere" și turații „critice la torsiune" $n_{j,i}$ (ordinul j, gradul i); exemplu: $n_{II,3}$. La turația critică $n_{j,i} = 30\,\omega_i/\pi = 30\,\Omega_j/\pi$, pulsația

16

Scanned with OKEN Scanner

$\Omega_j = j\,\omega_0$ a armonicei de ordinul j a diagramei forţelor tangenţiale coincide cu pulsaţia proprie de ordinul i la torsiune ω_i a arborelui capabil de oscilaţii. j parcurge seria numerelor naturale 1, 2, 3, ... la maşinile în doi timpi şi seria jumătăţilor de numere naturale la maşinile în patru timpi.

La maşinile tandem se mai deosebesc turaţii „critice principale" şi „critice secundare".

Turaţii critice principale sunt cele pentru cari frecvenţa Ω_j a unei armonice a diagramei forţelor tangenţiale „rezultante" (calculată în ipoteza unui arbore rigid între cilindri), coincide cu o frecvenţă proprie ω_i. Celelalte armonice ale unei diagrame a forţelor tangenţiale dau turaţiile critice secundare.

Pentru calculul frecvenţelor proprii ω_i ale oscilaţiilor la torsiune ale unui arbore cotit se obişnueşte să se facă următoarele simplificări: Se reprezintă arborele cotit, prevăzut eventual cu mecanismele, pe un arbore neted şi fără inerţie, care poartă mase rotitoare distincte [1]). Se „reduc" deci atât masele, cât şi lungimile elastice la un „arbore-imagine".

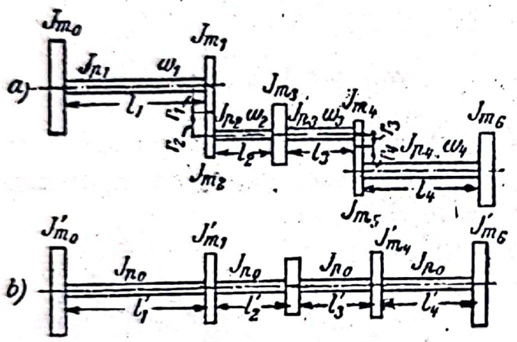


Fig. 11.

α) **Reducerea maselor.**

1. Corpuri cilindrice:

$$J_m = J_p\,\rho\,L.$$

$\rho = \gamma/g$ = densitatea, J_p momentul de inerţie polar (geometric) al secţiunii,
L = lungimea cilindrului.

2. Alte corpuri (de ex. aripi de elice):

$$J_m = \rho \int_{r_i}^{r_a} F(r)\, r^2\, d\,r.$$

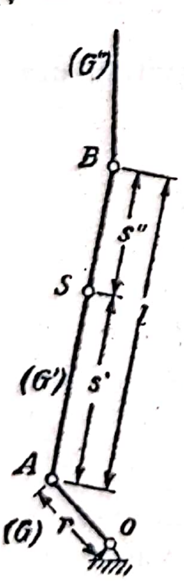
$F(r)$ aria unei secţiuni cilindrice la distanţa r de axa de rotaţiune.

3. Arbori cu mecanisme de transmisiune (fig. 11):

Notând $u_1 = r_2/r_1$ şi $u_2 = r_4/r_3$

şi reducând la arborele cu J_{p_1}, ω_1, se obţine

$$J'_{m_0} = J_{m_0}\,.\qquad J'_{m_4} = J_{m_4}/u_1^2 + J_{m_5}/u_1^2 u_2^2$$
$$J'_{m_1} = J_{m_1} + J_{m_2}/u_1^2 \qquad J'_{m_6} = J_{m_6}/u_1^2 u_2^2.$$
$$J'_{m_3} = J_{m_3}/u_1^2$$



4. Mecanism bielă-manivelă (fig. 12):

G greutatea, k raza de inerţie a părţilor rotitoare.
G' greutatea bielei,
G'' greutatea părţilor în mişcare alternativă.

$$J_m = 1/g \cdot \left\{G\,k^2 + r^2\,[G'\,s''/l + 1/_2 \cdot (G'\,s'/l + G'')]\right\}.$$

Se reduce masa G'/g a bielei în raportul $s'' : s'$ la butonul manivelei A şi capul de cruce B, şi se presupune că jumătate din toate masele în mişcare alternativă se aplică în butonul manivelei.

Fig. 12.

β) **Reducerea lungimilor.**

Arborele-imagine are modulul de forfecare G_0, momentul polar de inerţie al secţiunii J_{p_0}, l' e lungimea „redusă".

[1]) Problema nu se poate rezolva exact; principiile calculului v. Grammel, Klotter, v. Sanden, Ing.-Arch. 7 (1936), p. 439.

Scanned with OKEN Scanner

1. Porțiuni de arbore cilindrice:

$$l' = l\, G_0\, J_{p_0} / G\, J_p\,,$$

pentru $G = G_0$ și secțiuni circulare pline $l' = l \cdot D_0^4/D^4$.

2. Arbore cu mecanisme de transmisiune (fig. 11):

$$l_1' = l_1, \quad l_2' = J_{p_0}/J_{p_2} \cdot l_2\, u_1^2, \quad l_3' = J_{p_0}/J_{p_3} \cdot l_3\, u_1^2, \quad l_4' = J_{p_0}/J_{p_4} \cdot l_4\, u_1^2\, u_2^2.$$

3. Porțiuni de arbore, necilindrice:

$$l' = J_{p_0} \int_{x_2}^{x_1} \frac{d\,x}{J_p(x)}.$$

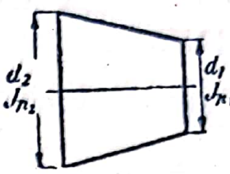


Fig. 13.

4. Trunchiu de con (fig. 13): Porțiunea cilindrică de arbore de a c e e a ș i lungime are momentul de inerție

$$J_p = J_{p_2} \frac{3}{(d_2/d_1)\,[(d_2/d_1)^2 + d_2/d_1 + 1]}.$$

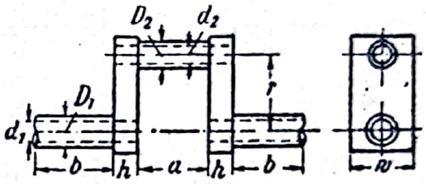


Fig. 14.

5. Arborele cotit (fig. 14):

a) Metodă analitică.

Trebue să trimitem la bibliografie [1]).

b) Formule de interpolare pentru serii de încercări.

1. J. G e i g e r [2]):

$$l' = 2\,b + 0{,}4\,h + (a + 0{,}4\,h)\frac{D_1^4 - d_1^4}{D_2^4 - d_2^4} + 0{,}91\,(r - z\,D_1)\frac{D_1^4 - d_1^4}{h\,w^4},$$

unde z depinde de w/D_1 și r/D_1 și ia următoarele valori:

$z = 0$ pentru $w/D_1 = 1{,}6$ și $r/D_1 = 1{,}2 \ldots 0{,}92$,
$z = 0{,}4$ pentru $w/D_1 = 1{,}5$ și $r/D_1 = 0{,}84$.

2. S e e l m a n n [3]):

$$l' = 2\,[k\,(l_1 + l_2 + l_3) + (l_2 + l_4)];$$

dacă

$$2\,l_1 = 2\,r\,\frac{G}{E}\,\frac{J_0}{J_s} \qquad 2\,l_2 = 0{,}9\,h\,\frac{J_0}{J_z}$$

$$2\,l_3 = a\,\frac{J_0}{J_z} \qquad 2\,l_4 = 2\,c\,\frac{J_0}{J_z}$$

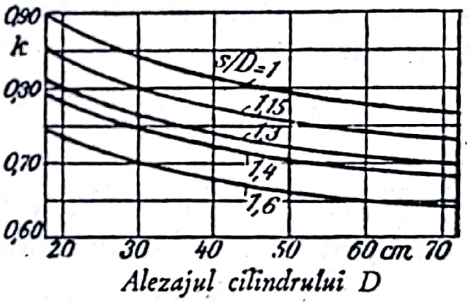


Fig. 15. Valorile factorului k.

cu J_0 = momentul de inerție al arborelui la care se raportează, $J_s = l\,w^3/12$, $J_z = \pi\,(D_2^4 - d_2^4)/32$. k depinde de raportul dintre cursă și alezajul cilindrului = s/D după fig. 15.

3. C. C a r t e r [4]):

$$l' = 2\,b + 0{,}8\,h + 0{,}75\,a\,(D_1^4 - d_1^4)/(D_2^4 - d_2^4) + 1{,}5\,r\,(D_1^4 - d_1^4)/h\,w^3$$

4. W. A. T u p l i n [5]):

$$l' = \frac{2\,b + 0{,}15\,D_1}{1 - (d_1/D_1)^4} + \frac{a + 0{,}15\,D_2}{1 - (d_1/D_1)^4}\,\frac{D_1^4 - d_1^4}{D_2^4 - d_2^4}$$

$$+ (2\,h - 0{,}15\,D_1 - 0{,}15\,D_2)\frac{D_1^4 - d_1^4}{w^4 - d_1^4}$$

$$+ r\left[\frac{0{,}065\,D_1}{h} + 0{,}58\right]\frac{D_1^4 - d_1^4}{h\,w^3} + 0{,}016\frac{D_1^4 - d_1^4}{h^2\,w}.$$

[1]) G r a m m e l, Ing.-Arch. 4 (1933), p. 287. — G r a m m e l, K l o t t e r, v. S a n d e n, Ing.-Arch. 7 (1936), p. 439. — [2]) Mechanische Schwingungen und ihre Messung, Berlin 1927, Springer. — [3]) Z V D I 69 (1925), p. 601. — [4]) Engng. 126 (1928), p. 36. — [5]) Engng. 144 (1937), p. 275.

Scanned with OKEN Scanner

Aplicaţie. Formulele lui G e i g e r şi S e e l m a n n se confirmă la maşinile grele, construite rigid, ale lui C a r t e r şi T u p l i n la motoarele de vehicule şi avion, construite uşor.

După efectuarea reducerii maselor şi lungimilor, sistemul ale cărui frecvenţe proprii se cercetează, se prezintă ca în fig. 16 a sau 16 b; constantele lui elastice şi masele lui (rotitoare) sunt cunoscute. (In loc de l' notăm acum din nou l).

Dacă sistemul are $(n+1)$ mase rotitoare, dela J_{m_0} până la J_{m_n}, el are ca oscilator n grade de libertate şi prezintă deci n frecvenţe şi forme de oscilaţii proprii. Formele de oscilaţie proprie se deosebesc prin numărul de noduri (1 până la n). Oscilaţia de gradul i prezintă i noduri. Frecvenţele proprii corespunzătoare cresc cu numărul de noduri.

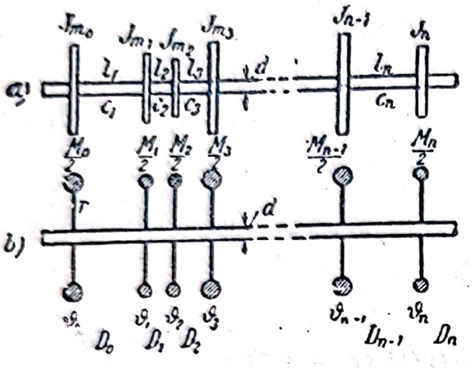


Fig. 16.

Dacă ϑ_λ sunt elongaţiile de oscilaţie (şi u_λ amplitudinile lor) $D_{\lambda-1}$ momentele de torsiune în porţiunile de arbore cu lungimile (reduse) l_λ şi constantele elastice c_λ (amplitudinile lui $D_{\lambda-1}$ fiind $x_{\lambda-1}$) şi dacă nu există forţe de amortisare, sunt satisfăcute următoarele două ecuaţii (ecuaţia fundamentală a dinamicei şi a elasticităţii)

$$J_{m_\lambda}\ddot{\vartheta}_\lambda = D_{\lambda-1} - D_\lambda \text{ [pt. } \lambda = 0, 1, 2 \ldots n], \quad \text{cu } D_{-1} = D_n = 0 \qquad (1\text{ a})$$

$$c_\lambda(\vartheta_{\lambda-1} - \vartheta_\lambda) = D_{\lambda-1} \text{ [pt. } \lambda = 1, 2 \ldots n] \qquad (1\text{ b})$$

şi deci pentru amplitudini (ale mărimilor oscilând în fază sau contrafază)

$$x_\lambda = x_{\lambda-1} + J_{m_\lambda} u_\lambda \omega^2 \qquad [\lambda = 0, 1, 2 \ldots n] \qquad (2\text{ a})$$

$$u_\lambda = u_{\lambda-1} - x_{\lambda-1}/c_\lambda \qquad [\lambda = 1, 2 \ldots n] \qquad (2\text{ b})$$

$$\text{cu } x_{-1} = x_n = 0$$

Numai cu amplitudinile u ale elongaţiilor se obţine următorul sistem de $(n+1)$ ecuaţii algebrice omogene

$$\begin{aligned}
&(c_1 - J_{m_0}\omega^2)u_0 - c_1 u_1 &= 0\\
&-c_1 u_0 + (c_1 + c_2 - J_{m_1}\omega^2)u_1 - c_2 u_2 &= 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots - c_\lambda u_{\lambda-1} + (c_\lambda + c_{\lambda+1} - J_{m_\lambda}\omega^2)u_\lambda - c_{\lambda+1}u_{\lambda+1} &= 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots - c_n u_{n-1} + (c_n - J_{m_n}\omega^2)u_n &= 0.
\end{aligned}$$

Condiţiunea ca determinantul acestui sistem de ecuaţii să fie egal cu zero dă (după separarea unei rădăcini $\omega^2 = 0$), o ecuaţie algebrică de gradul n pentru ω^2, „ecuaţia frecvenţelor" (sau „ecuaţia perioadelor"); cele n rădăcini pozitive ale ei determină cele n frecvenţe proprii.

Exemple: Pentru oscilatorul cu un grad de libertate (două mase, fig. 17 a), obţinem din

$$\begin{vmatrix} c_1 - J_{m_0}\omega^2 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 - J_{m_1}\omega^2 \end{vmatrix} \equiv \omega^2 [J_{m_0}J_{m_1}\omega^2 - c_1 J_{m_0} J_{m_1}] = 0$$

pătratul pulsaţiei $\omega^2 = c_1/J_{m_0} + c_1/J_{m_1}$, ceea ce se mai poate scrie sub forma $\omega^2 = k_1 + k'_1$, cu notaţiile $k_\lambda = c_\lambda/J_{m_{\lambda-1}}$, $k'_\lambda = c_\lambda/J_{m_\lambda}$, introduse în p. 245.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru radiatorul cu două grade de libertate (trei mase, fig. 17 b) ecuația de frecvențe, obținută prin egalarea cu zero a determinantului, e

$$(\omega^2)^2 - \omega^2 (k_1 + k_1' + k_2 + k_2') + k_1 k_2 + k_1 k_2' + k_1' k_2' = 0 .$$

Rezolvarea determinantului e incomodă dacă n e mai mare de exemplu decât 4. In astfel de cazuri se utilizează ecuațiile (2 a) și (2 b) și se procedează cum urmează: Plecând dela $x_{-1} = 0$ și dela o valoare oarecare a lui u_0 (de ex. $u_0 = 1$), se pot calcula pe rând mărimile $x_0, u_1, x_1, u_2, \ldots$ etc. până la x_n, prin folosirea alternativă a ecuațiilor (2 b) și (2 a), dacă se admite o anumită valoare a lui ω^2. Efectuând calculul pentru mai multe valori ale lui ω^2, se obțin valori ale unei funcțiuni $x_n(\omega^2)$. Pentru frecvențele proprii trebue să avem însă $x_n = 0$. Această relațiune e ecuația frecvențelor. Rădăcinile ei se determină de cele mai multe ori grafic, reprezentând valorile funcțiunii $x_n(\omega^2)$ sau mai potrivit ale funcțiunii $x_n(\omega^2)/\omega^2$.

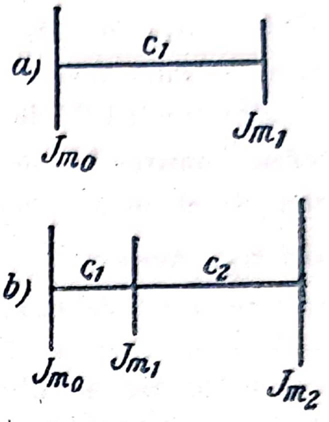


Fig. 17.

Pentru efectuarea calculului care dă valorile $x_n(\omega^2)$ se pot folosi scheme de calcul[1]) sau o metodă semigrafică[2]).

In loc de a determina prin puncte valori ale funcțiunii $x_n(\omega^2)$ și pe urmă pe cale grafică zerurile ei, se poate construi o expresiune analitică a funcțiunii; ea se obține convenabil în următoarele trei etape:

1. Din masele rotitoare $J_{m\lambda}$ și constantele de elasticitate c_λ se formează următoarele mărimi (dimensiunea T^{-2})

$$k_\lambda = c_\lambda / J_{m\lambda - 1} \quad \text{și} \quad k_\lambda' = c_\lambda / J_{m\lambda} \quad \text{pt.} \ \lambda = 1, 2 \ldots n.$$

2. Se împart aceste mărimi printr'o mărime k^* arbitrară, dar aleasă potrivit pentru calcul::

$$\gamma_\lambda = k_\lambda / k^* \qquad \gamma_\lambda' = k_\lambda' / k^*,$$

spre a obține mărimi maniabile și fără dimensiuni, și se mai scrie $\omega^2/k^* = \zeta$.

3. Se construește pe urmă o funcțiune $\eta_n(\zeta)$, plecând dela $\eta_{-1} = 0$ și $\eta_0 = 1$ și calculând pe rând pe $\eta_1, \eta_2, \eta_3 \ldots, \eta_n$ prin folosirea relațiunii (formulei de recurență)

$$\eta_\lambda(\zeta) = \eta_{\lambda-1}(\zeta) \left[\gamma_\lambda + \gamma_\lambda' - \zeta\right] - \eta_{\lambda-2}(\zeta) \gamma_\lambda \gamma_{\lambda-1}' \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

In aceste condițiuni η_n e un polinom de gradul n în ζ. El e proporțional cu funcțiunea x_n după relațiunea $\eta_n = (\gamma_1' \cdot \gamma_2' \ldots \gamma_n') \dfrac{1}{J_{m_0} u_0} \dfrac{x_n}{\omega^2}$. Ecuația $\eta_n(\zeta) = 0$ e acum ecuația frecvențelor. Cele n rădăcini ale ei ζ_λ dau cele n pătrate ale pulsațiilor proprii după

$$\omega_\lambda^2 = k^* \zeta_\lambda; \qquad \lambda = 1, 2, 3, \ldots, n.$$

(Pentru determinarea zerurilor ζ_n ale unui polinom stau la dispoziție mai multe metode de matematici aplicate.)

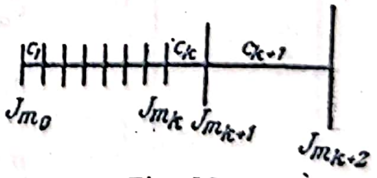


Fig. 18.

Dacă radiatorul de studiat e imaginea arborelui cotit al unei mașini cu patru cilindri (fig. 18), se obține un număr de mase rotitoare egale $J_{m\lambda}$ și porțiuni de arbore c_λ; el are un miez „omogen“ și piese aditio-

---

1) Tolle, Regelung der Kraftmaschinen, ed. a 3-a, Berlin 1921, Springer, p. 209 ș. u.

2) J. Geiger, Mechanische Schwingungen und ihre Messung, Berlin 1927, Springer, p. 44 ș. u.

Scanned with OKEN Scanner

nale. Polinoamele η_λ (ζ) corespunzătoare miezului omogen nu trebue construite, ci coeficienţii lor se pot indica din capul locului. Pentru porţiuni omogene avem:

$$\eta_\lambda(\zeta) = (-1)^\lambda \left\{\zeta^\lambda - \binom{2\lambda}{1}\zeta^{\lambda-1} + \binom{2\lambda}{2}\zeta^{\lambda-2} - + \dots : (-1)^\lambda(\lambda+1)\right\}. \quad (4)$$

Dacă toate piesele adiţionale se găsesc de aceeaşi parte de miezul omogen (J_{m_0} până la J_{m_k}, fig. 18), se determină η_{k-1} şi η_k după ecuaţia (4) şi se continuă pe urmă calculul după ecuaţia (3).

Grammel [1]) dă o mulţime de formule pentru η_n pentru cele mai diferite forme constructive de motoare. Funcţiunile φ_λ (pentru maşini omogene) întrebuinţate de el se deosebesc prin semn, pentru indici impari, de cele întrebuinţate aici η_λ. Avem

$$\varphi_\lambda(\zeta) = (-1)^\lambda \eta_\lambda(\zeta).$$

(pentru astfel de maşini e util să se aleagă $k = c/J_m$ al părţilor omogene drept k^*).

In locul citat se găsesc table ale funcţiunilor φ_1 până la φ_{11} şi ale zerurilor lor.

In loc de a folosi ecuaţiile de mişcare (1) şi (2) drept punct de plecare, se poate proceda şi la o descompunere a oscilatorului în sisteme parţiale. Kutzbach [2]) a pus la punct o metodă pur grafică, bazată pe această idee.

D. Cadre de fundaţie [3])

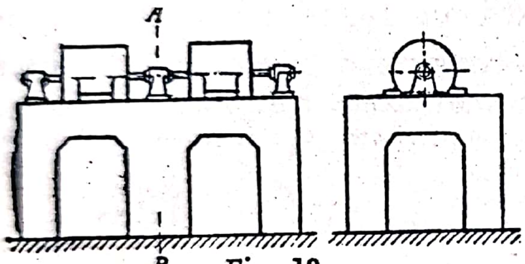


Fig. 19.

Cadrele fundaţiilor de maşini (fundaţii de turbine cu abur, fig. 19), pot fi transpuse în oscilaţii verticale sau orizontale prin forţe centrifuge neechilibrate ale părţilor rotitoare ale maşinilor, dacă turaţia n a maşinii coincide cu frecvenţa proprie n_l sau n_w a cadrelor de fundaţie, corespunzătoare oscilaţiilor verticale sau orizontale.

a) Oscilaţii verticale ale cadrelor transversale (fig. 20)

Fiindcă diferitele cadre transversale sunt cuplate numai larg faţă de oscilaţiile verticale, ne mulţumim să determinăm separat frecvenţele proprii la oscilaţia verticală a câte unui cadru.

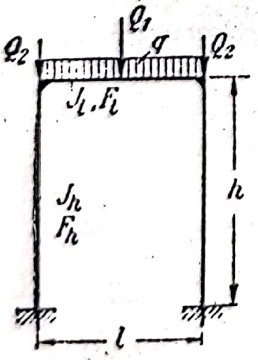


Fig. 20.

$$n_l = 300/\sqrt{\delta_a + \delta_b + \delta_c + \delta_d} \ [\text{min}^{-1}],$$

dacă valorile δ se măsoară în cm.

Cu $k = h J_l / l J_h$ avem

$$\delta_a = \frac{Q_1 l^3}{384 E J_l} \cdot \frac{8k+4}{k+2}$$ (încovoierea stâlpului de umplutură sub Q_1),

$$\delta_b = \frac{q l^4}{384 E J_l} \cdot \frac{5k+2}{k+2}$$ (încovoierea stâlpului de umplutură sub q),

$$\delta_c = \frac{3}{10} \cdot \frac{(Q_1 + q l/2) l}{G F_l}$$ (încovoierea stâlpului de umplutură sub influenţa forţelor de tăiere, la secţiune rectangulară),

$$\delta_d = [^1/_2 \cdot (Q_1 + q l) + Q_2] h / E F_h$$ (compresiunea montanţilor).

---

[1]) Ing.-Arch. 3 (1932), p. 277. — [2]) Tratat în detaliu în vol. II. secţ. Organe de maşini. — Cp. ZVDI 61 (1917), p. 917 şi 62 (1918), p. 100. — [3]) Bibliografie: Formulele desvoltate mai întâi de Geiger, ZVDI 66 (1922), p. 667 şi 67 (1923, p. 287. — Formulele indicate aici, după Rausch, B. u. E. 33 (1934), p. 237. — Alte publicaţiuni: Ehlers, B. u. E. 28 (1929), p. 409. — Kayser şi Troche, B. u. E. 29 (1930), p. 15. — Spilker, Bauing. 11 (1930, p. 705 şi 12 (1930), p. 573. — Pentru cazurile mai complicate: Hohenemser şi Prager, Dynamik der Stabwerke, Berlin 1933, Springer.

(Q_2 conţine sarcinile transmise de grinzile longitudinale colţurilor cadrului şi jumătate din greutatea proprie a câte unui montant de cadru).

b) Oscilaţiile orizontale ale întregii plăci de fundaţie

$$n_w = 300/\sqrt{\alpha\,\delta_w}\ \ [\text{min}^{-1}].$$

Mai sus am notat

α un număr între 0,8 şi 1,0,

$$\delta_w = G_w \Big/ \sum_1^n c_\lambda,$$

G_w sarcina maşinii + greutatea tablei de fundaţie + jumătate din greutatea tuturor suporţilor;

$$c_\lambda = \frac{6\,E}{h_\lambda} J_{h\,\lambda} \frac{1 + 6\,k_\lambda}{1 + 1{,}5\,k_\lambda}, \quad \text{se referă la suportul } \lambda.$$

E. Diafragme

a) Generalităţi

La diafragmele circulare pot surveni următoarele forme de oscilaţie:

1. D i a m e t r e c a l i n i i d e n o d u r i (sau nodale): Oscilaţii cu 1, 2, 3 etc. diametre de noduri (fig. 21 a).

2. C e r c u r i c a l i n i i d e n o d u r i 1', 2', 3', 4' (fig. 21 b).

3. C o m b i n a ţ i a c a z u r i l o r 1. şi 2. (fig. 21 c).

In fig. 21 a...c, suprafeţele haşurate pot fi considerate ca oscilând în jos, iar celelalte în sus.

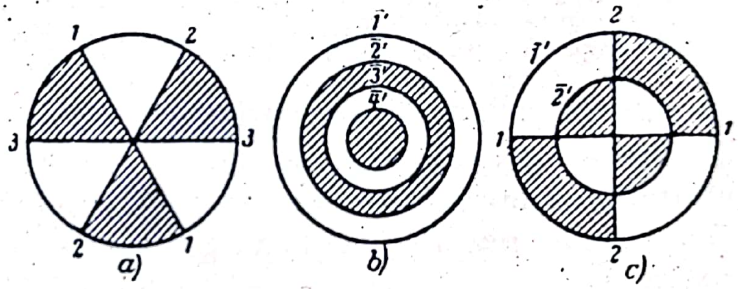


Fig. 21.

La diafragmele rectangulare sunt posibile numai linii de noduri paralele cu laturile conturului (tip tablă de şah), dacă laturile l_1 şi l_2 sunt incomensurabile; altfel se pot produce şi alte linii de noduri (curbe).

b) Pulsaţii proprii

1. Diafragmă rectangulară.

Notaţiile ca sub III A p. 234 şi în plus:

p tensiunea membranei, constantă de-a-lungul conturului [kg/cm²],

l_1, l_2 lungimile laturilor dreptunghiului [cm],

$a = \sqrt{p/\rho}$ = vitesa sunetului în membrană [cm s⁻¹],

$\omega_{jj'}$, pulsaţie proprie [s⁻¹].

In aceste condiţiuni:

$$\omega_{jj'} = a\,\pi \sqrt{(j/l_1)^2 + (j'/l_2)^2}.$$

Inlocuind în această ecuaţie pe j şi j' cu numere întregi arbitrare, se obţine de fiecare dată o pulsaţie proprie a membranei. Pentru j şi $j' = 1$ se obţine tonul fundamental al membranei:

$$\omega_{11} = a\,\pi \sqrt{(1/l_1)^2 + (1/l_2)^2}.$$

2. Diafragmă circulară.

Notaţiile ca mai sus; în plus:

R raza membranei [cm].

In aceste condiţiuni pulsaţia proprie e

$$\omega_{jj'} = \beta_{jj'}\, a/R.$$

Mărimile $\beta_{jj'}$, sunt rădăcinile ecuației perioadelor corespunzătoare diafragmei, identice aici cu zerurile funcțiunilor Besseliene de ordinul j:

$$J_j(\beta) \equiv \frac{\beta^j}{2^j\, j!}\left[1 - \frac{\beta^2}{2^2(j+1)} + \frac{\beta^4}{(2\cdot 2)^2\, 2!\,(j+1)(j+2)} - \ldots\right] = 0.$$

Tabla 3.
Zerurile $\beta_{jj'}$, ale funcțiunilor Besseliene

j'	j = 0	1	2	3	4
0	2,40	3,83	5,14	6,38	7,59
1	5,52	7,02	8,42	9,76	11,06
2	8,65	10,17	11,62	13,02	14,37
3	11,79	13,32	14,80	16,22	17,62

Primele valori [1]) în tabla 3.

Figurile de oscilații proprii constau din combinări de j diametre de noduri și j' cercuri de noduri (fig. 21). Tonul fundamental e ω_{00}; lui îi corespunde o oscilație a diafragmei fără nicio linie de noduri.

F. Plăci

a) Plăci uniforme imobile

Notăm mai jos:
- d grosimea plăcii [cm],
- l lungimea laturii [cm],
- R, raza plăcii [cm],
- m coeficientul lui Poisson (valoarea numerică ≈ 4).

1. Plăci pătrate. Nu se poate determina o expresiune strânsă a pulsațiilor proprii; trimitem la bibliografie [2]).

La plăcile pătrate cu marginea liberă, cea mai joasă pulsație proprie e

$$\omega = \frac{2\,d\sqrt{\lambda}}{l^2}\sqrt{\frac{m^2 E}{3\,\varrho\,(m^2-1)}},$$

unde λ are după Ritz valoarea 12,43.

2. Plăci circulare (discuri). Expresiunea pulsațiilor proprii e:

$$\omega_{jj'} = \frac{2\,d}{R^2}\,\beta_{jj'}\sqrt{\frac{m^2 E}{3\,\varrho\,(m^2-1)}}.$$

Figurile oscilațiilor sunt iarăși combinări de j diametre de noduri cu j' cercuri de noduri.

Tabla 4. Zerurile $\beta_{jj'}$, ale ecuației perioadelor plăcilor circulare

a) Plăci circulare cu marginea liberă

j'	j = 0	1	2	3
0	—	—	1,38	3,19
1	2,22	5.10	8,82	13,29
2	9,58	14,93	21,09	28,00
3	21,91	—	—	—

b) Plăci circulare cu marginea încastrată

j'	j = 0	1	2
0	3,20	4,61	5.91
1	6,31	7,80	9,20
2	9,44	10,96	12,40

[1]) După Rayleigh, Theorie des Schalles, p. 364, Braunschweig 1880, Vieweg.
[2]) Ritz, Ann. Phys. (4) 28 (1909), 737. — Goldmann, Teză, Breslau 1918.

Scanned with OKEN Scanner

b) Plăci (discuri) uniforme rotitoare

Notațiile ca mai sus; în plus:

ω_0 pulsația rotațiunii $[s^{-1}]$,

Pulsația proprie e:

$$\omega_{jj'} = \sqrt{(\omega'_{jj'})^2 + (\omega''_{jj'})^2};$$

unde $\omega'_{jj'}$, e pulsația proprie a plăcii rotitoare fără rigiditate la încovoiere, dată de ecuația

$$\omega'_{jj'} = \omega_0 \sqrt{(j + 2j')(j + 2j' + 2)\frac{3m+1}{8m} - j^2\frac{m+3}{8m}},$$

iar $\omega''_{jj'}$, e pulsația proprie a plăcii imobile cu rigiditate la încovoiere:

$$\omega''_{jj'} = \beta^2_{jj'}\frac{d}{2R^2}\sqrt{\frac{m^2 E}{3\varrho(m^2-1)}}.$$

c) Plăci (discuri) neuniforme rotitoare

Cea mai însemnată aplicațiune: Oscilațiile rotoarelor de turbine cu abur, pe care bazăm aici teoria [1]).

Prin paletaj se produc oscilații la cari discurile rotoarelor oscilează, cu diametrele lor drept linii nodale, dacă turația devine egală cu una din frecvențele proprii corespunzătoare numerelor de diametre nodale (fig. 21 a).

Se calculează energia potențială maximă a încovoierii Φ_b, energia cinetică maximă a masei discului rotoric la trecerea prin poziția mijlocie fără tensiuni Φ_m și lucrul mecanic maximum al forțelor centrifuge Φ_z; în aceste condițiuni $\Phi_b + \Phi_z = \Phi_m$. La calcul, ecuațiile energiei trebue stabilite separat pentru butuc, disc și coroană. Ipoteză simplificatoare pentru disc: secțiune trapezoidală (fig. 22).

Notăm:

ω pulsația proprie $[s^{-1}]$,
ω_0 pulsația rotației discului (vitesa unghiulară) $[s^{-1}]$,
$E' = Em^2/(m^2-1)$ $[kg\ cm^{-2}]$,
m coeficientul lui Poisson,
k numărul de diametre nodale,
R_a, R_i, R_0, b [cm], v. fig. 22,
J_k, J_n momentul de inerție al coroanei, resp. butucului $[cm^4]$,
F_k, F_n secțiunile coroanei, resp. butucului $[cm^2]$,
s exponentul legii parabolice a deformației planului median al discului,
$\zeta = R_a/R_0$,
$\xi = R_i/R_a$.

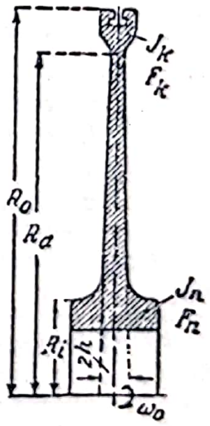


Fig. 22.

Se calculează mărimile auxiliare

$$A(s,k) = \left[\left(\frac{1}{6s-6} - \frac{\zeta}{2s-1} + \frac{\zeta^2}{2s} - \frac{\zeta^3}{6s+3}\right) - \xi^{2s-2}\left(\frac{1}{6s-6} - \frac{\zeta\xi}{2s-1} + \frac{\zeta^2\xi^2}{2s} - \frac{\zeta^3\xi^3}{6s+3}\right)\right]\left[(s^2-k^2)^2 + 2\left(1-\frac{1}{m}\right)(s-1)\left\{k^2(2s-1) - s^2\right\}\right];$$

$$B(s,k) = \left(\frac{1}{2s+2} - \frac{\zeta}{2s+3}\right) - \xi^{2s+2}\left(\frac{1}{2s+2} - \frac{\zeta\xi}{2s+3}\right).$$

[1]) Cp. Oehler, Kruppsche Monatshefte 1925, p. 1 ş. u. — Stodola, Dampf- und Gasturbine, ed. a 6-a, Berlin 1924, Springer, p. 905. — ETZ 1927, p. 1577.

Scanned with OKEN Scanner

Din ele:

$$\omega^2 = \frac{\left\{2\,A\,R_a\,h_0^3 + [1 - (1/m)^2]\,k^4\left(J_k + J_n\,\xi^{2s-3}\right)\right\}E'}{R_a^4\left(2\,h_0\,R_a\,B + F_k + F_n\,\xi^{2s+1}\right)\varrho} + \frac{\omega_0^2\,s^2}{2\,s - 1}\,.$$

Alegând un număr $k = 1, 2, 3, \ldots$ etc. de diametre nodale, pentru cari urmează să se calculeze pulsaţia proprie, toate mărimile din expresiunea de sus, afară de s sunt cunoscute, aşa încât ω apare ca funcţiune de ele:

$$\omega = f\,(s,\,k).$$

Această funcţiune de s trebue determinată; minimul ei min ω, care se stabileşte pentru $df\,(s,k)/ds = 0$, dă o bună aproximaţie a pulsaţiei proprii căutate (principiul minimului pulsaţiei proprii după Rayleigh). Pulsaţiile proprii astfel determinate trebue să fie diferite de pulsaţia rotaţiei

$$\text{min}\ \omega \gtrless \omega_0,$$

dacă e să se elimine oscilaţii periculoase ale discurilor. Cel mai bine e să avem pentru toţi min $\omega > \omega_0$.

IV. Acustică[1]

Prelucrare de W. Hahnemann, Berlin, dr. H. Hecht, Kiel, prelucrare nouă de dr. F. A. Fischer, Kiel (A...D) şi prof. dr. ing. Michel, Hannover (E)

Definiţii

Acustica = Studiul oscilaţiilor cari se propagă în corpurile solide, lichide sau gazoase. Oscilaţiile se produc dacă într'un loc al corpului respectiv survine o schimbare în timp a stării de presiune sau mişcare.

Intervalul de frecvenţă al sunetului, infrasunetului şi ultrasunetului în p. 233.

Concepte şi notaţii

Toate mărimile în sistemul CGS[2]).

- N puterea sunetului = curentul de energie printr'o suprafaţă [g + cm^2 s^{-3}],
- I intensitatea sunetului = puterea sunetului pe unitatea de suprafaţă [W cm^{-2}],
- p presiunea sunetului [g + cm^{-1} s^{-2}],
- v repeziciunea sunetului = vitesa de oscilaţie a unei particule de masă faţă de poziţia de repaus [cm s^{-1}],
- z impedanţa caracteristică acustică pe unitatea de suprafaţă [g + s^{-1} cm^{-2}],
- a vitesa de propagare a sunetului [m s^{-1}],
- λ lungimea de undă [cm],
- f frecvenţa [Hz],
- ω pulsaţia proprie [s^{-1}],
- k factorul de cuplaj.

Decibel [db] măsura (logarimică a) raportului de presiuni şi puteri, v. p. 251, fig. 1a, şi p. 276; fon măsura tăriei sunetului, v. pp. 260 şi 276.

---

1) Bibliografie: Acustică teoretică: Lord Rayleigh, Die Theorie des Schalles, Braunschweig 1880, Vieweg ed. a 2-a, London 1929 (fundamentală). — Kalähne, Grundzüge der mathematisch-physikalischen Akustik. Leipzig 1910/13, Teubner. — Lamb, The dynamical theory of sound, ed. a 2-a, London 1925. — J. B. Crandall, Theory of vibrating systems and sound, New York 1925. — Geiger-Scheel, Handbuch der Physik, vol. 8, Berlin 1927, Springer.
Acustică experimentală: Waetzmann, volumul de acustică din Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, Braunschweig 1929, Vieweg. — Wien-Harms, Handbuch der Experimentalphysik, vol. 17, partea a 2-a şi a 3-a (acustică tehnică), Leipzig 1934. — L. Bergmann, Der Ultraschall, Berlin 1937, ed. VDI. — v. Braunmühl şi W. Weber, Einführung in die angewandte Akustik, Leipzig 1936, Hirzel. — Trendelenburg, Fortschritte der physikalischen und technischen Akustik, Leipzig 1934, Akad. Verlagsges.
Privire generală asupra bibliografiei până în 1938 dă E. Meyer, Die Physik in regelmässigen Berichten, 2 (1934), fasc. 3 şi 6 (1938), fasc. 4.

2) Comparaţia sistemelor de măsură tehnic şi fizic (CGS) la p. 222.

A. Intervalul de frecvenţă al vorbirii, muzicii şi cântecului

Sensaţiile auditive sunt legate de anumite limite ale intensităţii şi frecvenţei. In fig. 1 a curba de jos reprezintă **pragul de audibilitate** al intensităţii care mai provoacă încă o **sensaţie auditivă**, iar curba de sus **pragul de sensaţie**, la care sunetul mai e sensibil şi trece într'o **senzaţie de durere**.

„Suprafaţa audibilă", limitată de curbele pragului de audibilitate şi al celui de sensaţie, cuprinde toate sunetele audibile, de orice frecvenţă şi intensitate. Limitele de audibilitate (inferioară şi superioară), la cari sunetul se aude şi simte simultan, se găsesc la vreo 16 şi 20 000 Hz.

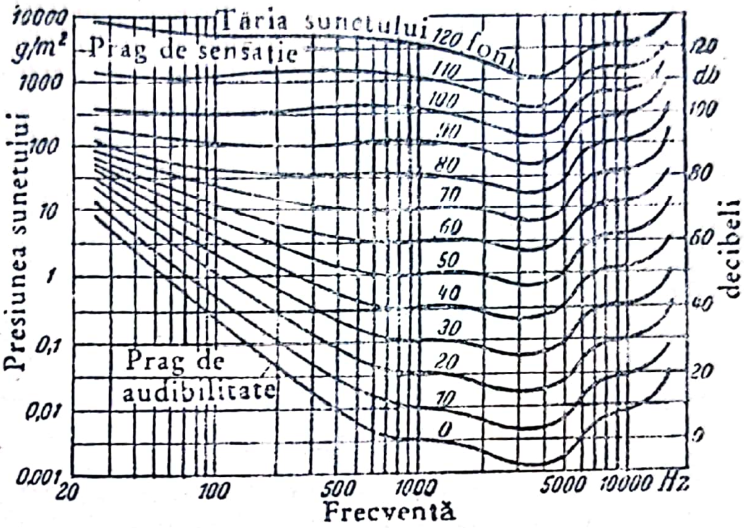


Fig. 1 a.

Pentru **intervalul de frecvenţă al vorbirii, muzicii şi cântecului** în domeniul sunetelor audibile (fig. 1 b) cp. bogata bibliografie mai recentă.[1]) Inălţimea sunetului aşa numitului camerton, a lui *la* pe portativ, a fost normalizată de comitetul ISA pentru acustică muzicală la 440 Hz.

Componentele de vibraţie ale vocalelor sunt cuprinse între frecvenţele dela vreo 350 până la vreo 5700 Hz; **componentele de vibraţie**, mai ales ale **siflantelor**, ajung până la vreo 9000 Hz. Dacă se suprimă progresiv frecvenţele înalte, sunetele articulate sufere după **Stumpf** modificările citibile în tabla 1, p. 252.

Influenţa asupra telefoniei. Pentru redarea perfectă a tuturor fineţelor vorbirii, e nevoie de vibraţii de frecvenţe între vreo 100 şi 10 000 Hz. Din cauza dificultăţii construcţiei şi scumpetei aparatelor acustice şi a liniilor de transmisiune potrivite în acest scop, se renunţă însă în practică aproape totdeauna la acest larg interval de frecvenţe, mai ales la cel deasupra a 4000 Hz, inteligibilitatea vorbirii rămânând încă suficientă.[2])

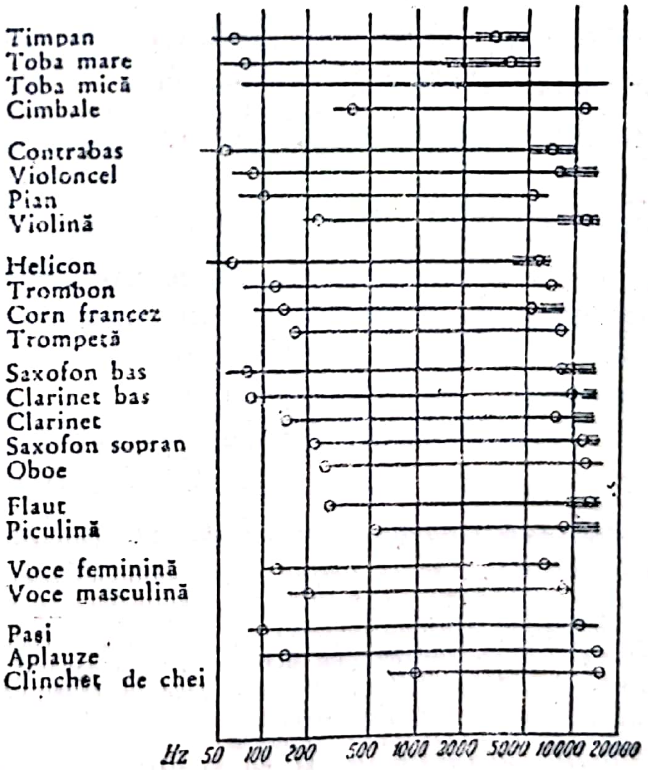


Fig. 1 b.

Intervalele de frecvenţă ale diferitelor instrumente muzicale.

[1]) Privire generală până în 1938 la E. Meyer, Die Physik in regelmäßigen Berichten 2 (1934), fsc. 3 şi 6 (1938), fsc. 4; Trendelenburg, Klänge und Geräusche, Berlin 1935, Springer. — H. Fletcher, Speech and hearing, New York 1929. — [2]) Ca nota [1]) şi: K. W. Wagner, Der Frequenzbereich von Sprache und Musik, numărul special pentru radiotehnică din ETZ, Apr. 1924, p. 5.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 1. Intervalul de frecvență al sunetelor articulate
Modificările sunetelor articulate prin limitarea superioară a intervalului

Limitarea în sus la Hz	V o c a l e	C o n s o a n e
6020	nemodificate	S surd
4645	nemodificate	S foarte surd, H puțin surd
3687	E și I puțin închiși și slăbiți	S foarte imprecis, F surd
2607	E și I puțin răgușiți și șoptiți	S și F discernabili nesigur, H asemănător unui S surd
1958	È = AO è*), Ŏ = Oö, Ŭ = Uü, E = Oö, I = U	Ș surd, S, F, H irecognoscibili, T și P abia discernabili, M, N, Ng, L neclari
1380	A închis, Ŏ = O, È = AO Ŭ = U E = Ou, I = U	R slăbit mult, toate celelalte neclare sau irecognoscibile
977	A = Ao, È = Oa	R sgomot închis slab și intermitent
690	A, O, È, Ŏ aproape ca O, E și I = U	numai sgomote slabe
517	toate vocalele = U	ca mai sus

*) Ințelegem un sunet amestecat din componentele indicate, caracterele mici arătând o intensitate mai slabă a componentei respective. Măsurarea spectrelor de frecvență cu analiza prin tonuri-reper și comod cu așanumitele spectrometre electrice de frecvență, cari constau în dispozitive de filtre mecanice sau electrice.[1]

B. Câmpul acustic

Afară de notațiile din p. 226 și 250, avem

ρ densitatea mediului [g + cm^{-3}],
Q debitul de mediu [cm^3 s^{-1}],
r distanța [cm],
v repeziciunea sunetului [cm s^{-1}],
φ defazajul dintre presiune și repeziciune,
X amplitudinea mediului.

Toate mărimile în sistemul CGS.

In jurul unei surse acustice punctiforme se propagă, în mediul omogen nelimitat cu densitatea ρ, un câmp acustic sferic. Puterea acustică ce străbate în câmpul acustic unitatea de suprafață a unei suprafețe sferice concentrice cu sursa-punct, e

$$(a\,\rho/2)\,(2\,\pi\,f)^2\,X^2\cos^2\varphi = (a\,\rho/2)\,v^2\cos^2\varphi = (p^2/2\,a\,\rho)\quad [\text{g} + \text{s}^{-3}].$$

In tabela 2 se indică vitesa de propagare și densitatea pentru diferitele medii.[2]

Puterea totală produsă de un radiator acustic e

$$N = (2\,\pi\,f)^2\;Q^2\,\rho/8\,\pi\,a\quad [\text{g} + \text{cm}^2\,\text{s}^{-3}].$$

Când radiatorul acustic e o sirenă, 2 Q îi corespunde debitului de aer în serviciu cm^3 s^{-1}] în ipoteza că acesta se transformă în spintecături în formă sinusoidală fără componentă continuă. Nu s'a ținut seamă de un eventual efect de rezonator al unui cornet sau al corpului sirenei.

---

[1]) Cp. ATM V, 51 și 52 (1934); E. Meyer, Handbuch der Experimentalphysik, vol. 17, partea a 2-a, Leipzig 1934; Remser și Schmidt, Siemens-Z., p. 16 (1936), p. 469; R. Tamm, Veröff. a. d. Geb. Nachr. Technik 8 (1938), p. 205.

[2]) Deducerea vitesei de propagare a sunetului în diferite feluri de medii, din constantele lor, v. Geiger și Scheel, Handbuch der Physik, vol. VIII, p. 617 ș. u.; Grimsehl, Lehrbuch der Physik, ed. a 7-a, vol. I, p. 619, Leipzig 1929, Teubner.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 2. Vitesa sunetului *)

a) în aer

Temperatura °C	Vitesa sunetului m/s	Densitatea relativă a aerului uscat **) față de apă	Temperatura °C	Vitesa sunetului m/s	Densitatea relativă a aerului uscat **) față de apă
— 20	319,3		+ 10	337,8	0,001 247
— 10	325,6		+ 20	343,8	0,001 205
0	331,8	0,001 293	+ 40	355,3	

*) Geiger-Scheel, Handbuch der Physik, vol. VIII. — **) Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, ed. a 17-a, p. 892, Leipzig 1935, Teubner.

b) în lichide și solide *)

Substanța	Temp. °C	Vitesa sunetului m/s	Densitatea g+/cm³	Substanța	Temp. °C	Vitesa sunetului m/s	Densitatea g+/cm³
Apă	3,9	1399	1	Alcool etilic			
„	13,7	1437	0,999 312	absolut . .	8,4	1264	0,79**)
„	25,2	1457	0 997 019	absolut . .	23	1160	0,79**
Soluție de NaCl				Aluminiu .		5104	2,70
10% . . .	15	1470	1,073	Oțel . . .	10	4880	7,8
15% . . .	15	1530	1,11	Fier . . .	15...20	5124	7,8
20% . . .	15	1650	1,15	Cupru . . .	15. .20	3553	8,93
concentrată .	14,7	1661	1,2	Alamă . . .	8	3546	8,4
Alcool etilic				Sticlă . . .		5191	2,4...2,6
				Lemn de brad		4179	0,37...0,75***)
11% . . .	4,4	1496	0,985	Lemn de stejar		3381	0,69...1,03***)

*) Landolt-Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen, ed. a 5-a, Berlin 1923 și vol. 2 de completare, 1931, Springer. — **) la 15° C. — ***) uscat.

La distanța r dela sursa acustică avem la un sunet de lungimea de undă $\lambda = a/f$

$$\operatorname{tg}\varphi = \lambda/2\pi r.$$

Maximul presiunii și repeziciunii depind unul de altul prin relațiunea

$$p = a\rho V \cos\varphi \text{ (legea lui Ohm în acustică).}$$

Mărimea $a\rho\cos\varphi$ e impedanța caracteristică a undei sferice. Pentru unda plană avem $\varphi = 0$.

Presiunea sunetului p se măsoară în microbari $[\mu b] = \text{dyn/cm}^2$, repeziciunea sunetului v în cm/s, impedanța caracteristică pe unitatea de arie pentru unda plană $z = a\rho$ în $[\text{dyn s cm}^{-3} = \text{g+ s}^{-1}\text{ cm}^{-2}]$.

Impedanțele caracteristice acustice sunt hotărîtoare pentru fenomenul de reflexiune la limita dintre două medii (1) și (2). Pentru o undă plană incidentă vertical pe o suprafață de separare plană (1) (2), avem, cu $a_2\rho_2/a_1\rho_1 = r$ și cu indicele e, r resp. d pentru unda incidentă, reflectată resp. refractată:

$$\frac{v_r}{v_e} = \frac{r-1}{r+1} \qquad \frac{p_r}{p_e} = \frac{r-1}{r+1}$$

$$\frac{v_d}{v_e} = \frac{2}{r+1} \qquad \frac{p_d}{p_e} = \frac{2r}{r+1}.$$

In apă, o undă sonoră se reflectă la suprafața dintre apă și aer, cu întoarcerea fazei.

Dacă într'un mediu (1) se găsește o placă plană de grosimea δ dintr'un mediu (2), raportul dintre presiunea p' a undei refractate și presiunea p a undei incidente e

$$\left|\frac{p'}{p}\right| = \frac{2}{\sqrt{4\cos^2 2\pi\,\delta/\lambda + (r + 1/r)^2 \sin^2 2\pi\,\delta/\lambda}}.$$

Mai sus λ e lungimea de undă a sunetului în placă.

Dacă δ e un multiplu al lui $\lambda/2$, avem $|p'/p| = 1$, adică placa e perfect transmițătoare (legea lui Rayleigh).

Tabela 3. Impedanțe caracteristice *)

Mediul		$a\,\rho$ [dyn s/cm³]
Oțel		$395 \cdot 10^4$
Fontă		$258 \cdot 10^4$
Alamă		$234 \cdot 10^4$
Bronz		$168 \cdot 10^4$
Plumb		$82{,}5 \cdot 10^4$
Lemn	teak	$37 \cdot 10^4$
	brad	$20 \cdot 10^4$
	fag	$22 \cdot 10^4$
Apă		$14 \cdot 10^4$
Cauciuc		$< 1 \cdot 10^4$
Aer		$0{,}004 \cdot 10^4$

*) După Brillié, Génie Civil 1919, 23 și 30 August.

Tabela 3 cuprinde impedanțele caracteristice pentru cele mai importante materiale de construcție.

La propagarea sunetului în apă sau aer avem adesea mediu neomogen, influența temperaturii și curentului (vântul) asupra propagării sunetului; primul caz mai ales în apă, ultimul mai ales în aer. Din cauza acestor perturbări survin fenomene de difracțiune și reflexiune, cari pot influența foarte mult asupra bătăii [1]).

Formula lui Maurer [2]) pentru calculul vitesei sunetului în apa de mare liberă:

$$a = 1445 + 4{,}46\,t - 0{,}0615\,t^2 + (1{,}2 - 0{,}015)\,t\,(d - 35)\ [\text{m/s}].$$

t temperatura și σ conținutul de sare în ‰.

Absorpțiunea sunetului prin frecare interioară, conducțiune și radiație de căldură (clasic). In apă (fig. 2) după formula

$$J_x = J_0\, e^{-1{,}75 \cdot 10^{-16} f^2 x}.$$

In gaze poliatomice absorpțiunea măsurată e mai mare decât cea calculată pe baza influențelor amintite mai sus. Cauza rezidă în timpul finit de stabilire a energiei de vibrație a moleculelor, care e absorbită cuantic de ele. Gaze străine influențează puternic acest efect.

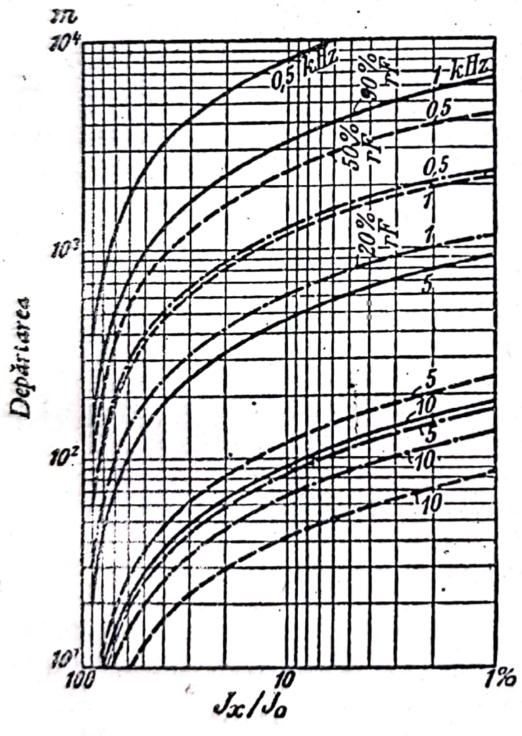


Fig. 3. Absorpțiunea sunetului pentru unde plane în oxigen umed.

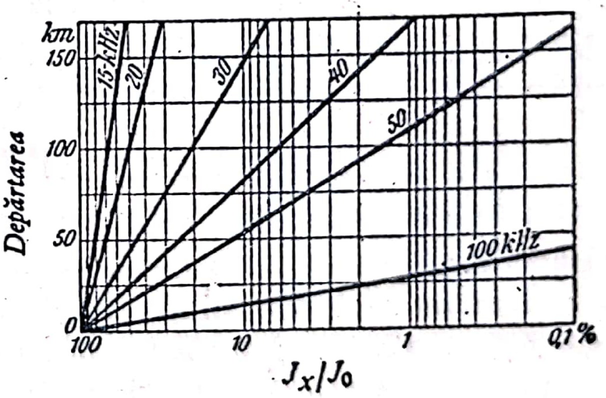


Fig. 2.
Absorpțiunea clasică a aerului în apă la 0°C.

[1]) Lichte, Über den Einfluss horizontaler Temperaturschichtung des Seewassers auf die Reichweite von Unterwasserschallsignalen, Phys. Z 20 (1919), p. 385. — Barkhausen și Lichte, Quantitative Unterwasserschallversuche, Ann. Phys. 1920, seria IV, vol. 62. — Dorsey, The transmission of sound through sea water. J. Acous. Soc. Am. 3 (1932), p. 428 și 7 (1936), p. 287. — [2]) v. și Geiger-Scheel, Handbuch der Physik, vol. VIII, p. 640.— Maurer, Ann. Hydr. 52 (1924), p. 221.

Scanned with OKEN Scanner

Fig. 3 arată absorpția aerului atmosferic pentru diferite grade de umidități relative: $x = I_0\, e^{-2\alpha x}$. 2α după K n e s e r, parametrul [k Hz] [1]).

C. Aparate acustice

Aparatele acustice (r a d i a t o a r e ș i r e c e p t o a r e) rezolvă problema de a produce, dintr'un fel oarecare de energie, energie acustică sau de a transforma energie acustică într'o alta. In acest scop se întrebuințează, afară de sistemele oscilante cari radiază sau recepționează sunetul (sisteme oscilante deschise sau radiatoare acustice), sistemele oscilante închise.

Mai jos se tratează formele fundamentale ale sistemelor oscilante închise și radiatoarelor acustice, cari survin cel mai des în acustica tehnică. La aceste aparate excitația electrică joacă un rol deosebit de important. I s'a adăugat un capitol aparte (p. 258).

a) Sistemul oscilant acustic închis

Forma fundamentală a sistemului oscilant mecanic-acustic închis constă din elasticități aproape fără masă și din mase aproape fără elasticitate. Sistemul oscilant contează drept închis când rezistențele de radiațiune nu există sau sunt neglijabile. După cum e în chestiune un sistem oscilant din material solid sau gazos resp. lichid, forma fundamentală corespunzătoare diferă (c i u p e r c ă a c u s t i c ă resp. r e z o n a t o r).

Notăm (deosebit de datele dela pp. 226 și 227).

- m_{10}, m_{20}, m_{12} mase oscilante [g+],
- C elasticitatea ciupercii acustice [s²/g +]
- F secțiunea [cm²],
- E modul de elasticitate [g+ cm⁻¹s⁻²],
- l lungime [cm],
- A_1, A_2 energii de oscilație [g+ cm² s⁻²],
- X_1, X_2 amplitudini de oscilație [cm],
- k factor de cuplaj [1],
- d grosime [cm],
- r rază [cm]
- V_{10}, V_{20}, V_{12} volume [cm³],
- ρ_m densitatea diafragmei [g+cm⁻³].

T o a t e m ă r i m i l e î n s i s t e m u l CGS.

Ciuperca acustică [2]) (fig. 4). Ea constă din două mase cu o elasticitate care le cuplează. Pulsația proprie e dată de

$$\omega^2 = \frac{1}{C}\,\frac{m_{10} + m_{20}}{m_{10}\, m_{20}},$$

dacă m_{10} și m_{20} sunt cele două mase oscilante și C elasticitatea ciupercii. Dacă ultima e realizată de o bară solicitată longitudinal, de secțiunea F, lungimea l și modulul de elasticitate E, avem

$$\omega^2 = \frac{F\,E}{l}\,\frac{m_{10} + m_{20}}{m_{10}\, m_{20}}.$$

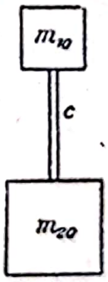


Fig. 4. Ciupercă acustică.

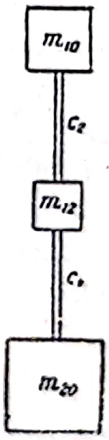


Fig. 5.

Amplitudinile X_1 și X_2 ale oscilațiilor, și deci energiile celor două mase

$A_1 = ½ \cdot m_{10}\,(2\pi f)^2\, X_1^2$ resp. $A_2 = ½ \cdot m_{20}\,(2\pi f)^2\, X_2^2$ stau una față de alta în raportul invers al maselor $X_1 : X_2 = A_1 : A_2 = m_{20} : m_{10}$. Pătratul factorului de cuplaj a două ciuperci acustice acordate între ele, consistând din cele două mase separate m_{10} și m_{20} și masa comună de cuplaj m_{12}, ca și din elasticitățile C_1 și C_2 (fig. 5), e

$$k^2 = 1/[1 + m_{12}/m_{10}] \cdot 1/[1 + m_{12}/m_{20}].$$

Toate sistemele oscilante complexe, ca diafragmele, corzile, diapasoanele etc., au repartiție continuă a masei și elasticității. Pentru proiectare și calculul teoretic al anumitor aparate acustice, sistemele cu repartiție continuă se reduc la ciuperci acustice echivalente.

[1]) K n e s e r, Z. f. techn. Physik 16 (1935), p. 213.— [2]) Phys. Z. 21 (1920), p. 187.

Scanned with OKEN Scanner

C i u p e r c a a c u s t i c ă e c h i v a l e n t ă, de ex. a unei diafragme încastrate într'un inel greu, constă din masele și elasticitatea următoare

$$m_{10} = \infty \qquad m_{20} = 0{,}2\, d\, \varrho_m\, \pi\, r^2 \qquad C = 0{,}22\, r^2/d^3\, E\,.$$

m_{20} și C sunt raportate la elongația centrului diafragmei.

M o n t a j e l e e l e c t r i c e e c h i v a l e n t e a l e c i u p e r c i i a c u s t i c e se pot obține după cele două analogii posibile amintite în cap. „Oscilația", p. 227, după cum se face ca forța să-i corespundă curentului sau tensiunii (fig. 6); v e vitesa mutuală relativă a celor două mase. Analog se obțin montajele echivalente din fig. 7 pentru două ciuperci acu-

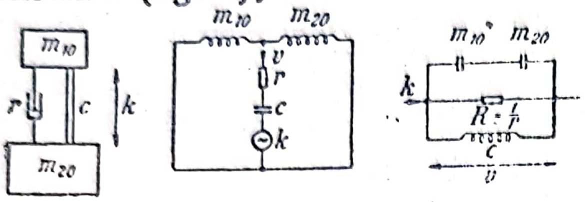


Fig. 6. Ciupercă acustică și montaje electric echivalente.

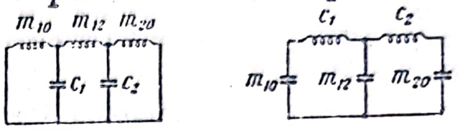


Fig. 7. Montaje electrice echivalente cu două ciuperci acustice cuplate.

stice (neamortisate) cuplate. La ciuperci necuplate acordate între ele, pulsațiile de cuplaj se obțin din formula $\omega_k^2 = \omega_0^2\,(1 \pm k)$.

Mai multe ciuperci acustice cuplate își au analogia electrică în circuitul iterat cu bobine.

Rezonatorul [1]) (fig. 8), e forma fundamentală a sistemului oscilant gazos sau lichid. El consistă în două cavități unite printr'un canal. Curentul de aer se propagă din canal în cavități. Lungimea canalului e prelungită astfel la fiecare capăt cu $\pi r/4$, dacă r e raza canalului.

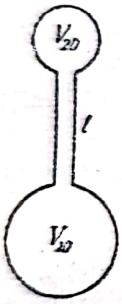


Fig. 8. Rezonator acustic.

P u l s a ț i a p r o p r i e ω:

$$\omega^2 = a^2 \frac{\pi\, r^2}{l + \pi\, r/2}\, \frac{V_{10} + V_{20}}{V_{10}\, V_{20}}\,;$$

V_{10} și V_{20} fiind volumele cavităților. Maximele de presiune p_1 și p_2 și energiile de oscilație $A_1 = V_{10}\, p_1^2/2\, a^2\, \varrho$ respectiv $A_2 = V_{20}\, p_2^2/2\, a^2 \varrho$ în cele două cavități stau una față de alta în raportul invers al volumelor

$$p_1 : p_2 = A_1 : A_2 = V_{20} : V_{10}.$$

Elasticitățile cavităților sunt proporționale cu volumele lor. Pătratul factorului de cuplaj a două rezonatoare (desenate în fig. 9 fără canal de legătură) e

$$k^2 = \frac{1}{1 + V_{12}/V_{10}}\, \frac{1}{1 + V_{12}/V_{20}}\,.$$

S i s t e m m e c a n i c e c h i v a l e n t p e n t r u r e z o n a t o r cu elasticități constante și m o n t a j e e l e c t r i c e e c h i v a l e n t e în fig. 10. Montajul echivalent a d o u ă r e z o n a t o a r e c u p l a t e, după

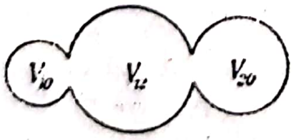


Fig. 9.

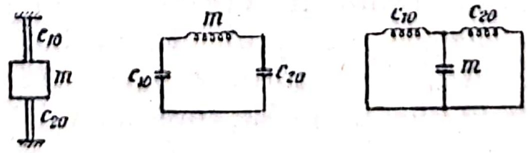


Fig. 10. Sisteme mecanice și electrice echivalente cu rezonatorul.

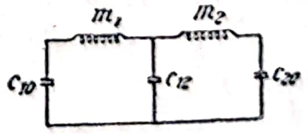


Fig. 11. Montaj electric echivalent cu două rezonatoare cuplate.

prima analogie (fig. 10) în fig. 11. Mai multe rezonatoare cuplate au deci circuitul iterat cu bobine drept analogie electrică.

[1]) Phys. Z. 22 (1921), p. 353.

Exemplu de cuplaj al unui sistem dintr'un solid cu unul in stare gazoasă: cuplarea unei diafragme cu rezonator (fig. 12) (aplicație la telefon). Elasticitatea cavității de cuplaj V_{10} pentru elongația centrului diafragmei e $9b/a^2\rho\,\pi^2$. Pătratul factorului de cuplaj al membranelor cu rezonatorul e

$$k^2 = \frac{1}{1+V_{10}/V_{20}}\,1\Big/\left(1+\frac{9}{0{,}22\,\pi}\cdot\frac{1}{a^2\rho}\cdot\frac{h.E\,d^3}{r^4}\right).$$

Când una din cavitățile rezonatorului e infinit mare (fig. 8) avem un rezonator Helmholtz; în formulă, al doilea factor devine egal cu 1 (aplicație la difuzor).

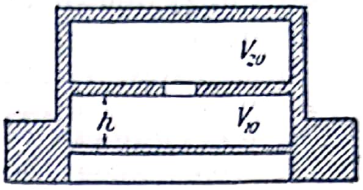


Fig. 12

b) Radiatoare acustice sau sisteme oscilante deschise

Avem, afară de notațiile dela pp. 226, 247, 250, 252 și 255

r_s rezistența de radiație [g + s⁻¹],

m_s masa de radiație în mediu [g +],

d_s amortisarea prin radiație

Afară de cazul 1 valabil în general, cazurile 2, 3 și 4 sunt limitate la dimensiuni mici față de lungimea de undă. Pentru 2, 3 și 4, radiația e presupusă în întregul spațiu liber.

1. Cazul ideal al suprafeței sferice oscilante, numit sferă pulsantă.

2. Diafragma în piston (pistonul oscilant), adică pistonul circular rigid reunit printr'o elasticitate cu carcasa de masă foarte mare, oscilează într'o deschizătură a carcasei, corespunzătoare secțiunii lui.

Tabla 4. Radiatoare acustice [1])

Radiatorul acustic	r_s	m_s	d_s
1 Sfera pulsantă . . .	$4\pi\,\frac{r^2 a\rho}{1+(\lambda/2\pi r)^2}$	$\frac{4\pi r^3\rho}{1+(2\pi r/\lambda)^2}$	$\pi\,\frac{2\pi r}{\lambda}$
2. Diafragma în piston .	$\frac{a\rho}{4}\,\pi r^2\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right)^2$	$\frac{8}{3\sqrt{2}}\,r^3\rho$	$\frac{3\pi^2}{16\sqrt{2}}\,\frac{2\pi r}{\lambda}$
3. Diafragma incastrată .	$\frac{a\rho}{36}\,\pi r^2\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right)^2$	$\frac{8}{9\sqrt{6}}\,r^3\rho$	$\frac{\pi^2\sqrt{6}}{32}\,\frac{2\pi r}{\lambda}$
4. Rezonatorul Helmholtz	$\frac{a\rho}{4}\,\pi r^2\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right)^2$	$\pi r^3\rho\left(l+\frac{\pi r}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\,\frac{\pi r/2}{l+\pi r/2}\,\frac{2\pi r}{\lambda}$

3. Diafragma incastrată la margine. Radiatoarele 1...3 sunt presupuse fără masă. Masa lor proprie m se adaugă la cea de radiație m_s. Amortisarea d, raportată la masa de radiație și proprie, se calculează din

$$d = d_s\,\frac{m_s}{m_s+m} = d_s\,\frac{1}{1+0{,}2\,d\,\rho_m\,\pi\,r^2/0{,}36\,r^3\rho}.$$

La radiația în jumătate din spațiu, masa de radiație devine de $\sqrt{2}$ ori, rezistența de radiație de 2 ori și amortisarea de radiație de $\sqrt{2}$ ori cât valorile pentru întregul spațiu.

4. Rezonatoare Helmholtz fără gât (canal): $l = 0$. La radiația în jumătate din spațiu, masa de radiație e neschimbată, rezistența și amortisarea de radiație $d_s = 2\pi r/\lambda$ se dublează. Pulsația proprie a rezonatorului

cu gât
$$\omega^2 = a^2\,\frac{\pi r^2}{l+\pi r/2}\,\frac{1}{\rho},$$

fără gât
$$\omega^2 = 2\,a^2\,r/\rho.$$

Cu aceste sisteme se pot produce numai câmpuri acustice nedirijate.

1) Phys. Z. 17 (1916), p. 601, și 18 (1917), p. 261.

Scanned with OKEN Scanner

Spre a produce câmpuri acustice dirijate, trebue să se reunească mai multe astfel de radiatoare, ca atari nedirijate, într'un grup de dimensiuni mari față de lungimea de undă, sau dimensiunile sistemului radiator însuşi trebue să fie mari față de lungimea de undă.

Diafragma în piston. Radiatorul dirijat cel mai important în practică e diafragma în piston vibrând într'un perete rigid. Se înțelege prin ea o diafragmă care vibrează în fază şi cu aceeaşi amplitudine pe toată întinderea ei.

Dacă se măsoară presiunea acustică a unui radiator acustic dirijat, la o distanță mare față de dimensiunile radiatorului, în funcțiune de unghiul γ, se obține caracteristica lui de direcțiune.[1])

Caracteristica de direcțiune R a unei diafragme în piston circulare, de diametrul D, e

$$R = 2\left| J_1\left(\frac{\pi D}{\lambda}\sin\gamma\right) \quad \frac{\pi D}{\lambda}\sin\gamma \right|.$$

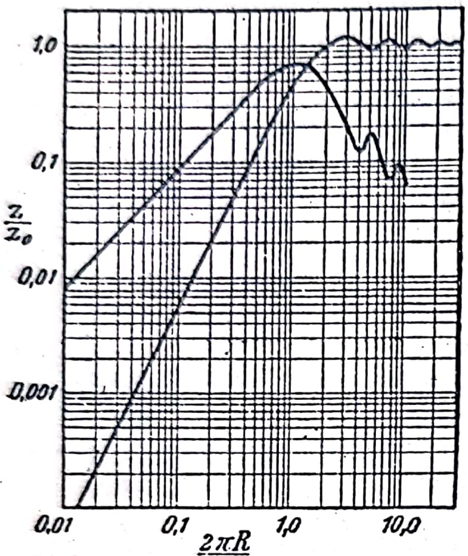


Fig 13.

Mai sus J_1 e funcțiunea Besseliană de speța întâi şi ordinul întâiu.

Practic, energia principală e radiată într'un con cu semideschiderea ψ, dată de formula simplă $\sin\psi = \lambda/D$.

După Rayleigh, întreaga impedanță de radiație $Z = r_s + j\omega m_s$, cu $j = \sqrt{-1}$, e

$$\frac{Z}{\pi a \varrho D/4} = 1 \frac{2 J_1(y)}{y} + j\frac{2 K_1(y)}{y^2}$$

cu $y = 2\pi D/\lambda$.

Mai sus $K_1(y)$ e definit prin seria

$$K_1(y) = \frac{2}{\pi}\left(\frac{y^3}{1^2 \cdot 3} - \frac{y^5}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5} + \dots\right).$$

Cele două componente din membrul drept sunt reprezentate grafic în fig. 13 [2]). (Curba de inclinație mai mare e componenta reală).

Caracteristica de direcțiune a unui grup de radiatoare radiind dirijat, toate cu aceeaşi caracteristică de direcțiune, e egală cu produsul caracteristicei de grup prin caracteristica individuală.

c) Excitația electrică a sistemelor oscilante mecanice

Curba de rezonanță a unui sistem oscilant mecanic-acustic, excitat electric, se obține 1. direct prin wattmetru [3]), 2. indirect prin măsurarea rezistenței şi reactanței.[4]) Din curba de rezonanță fig. 14) se obține randamentul mecanic-electric $\eta_{m/e}$ drept raportul segmentelor AB/AC.

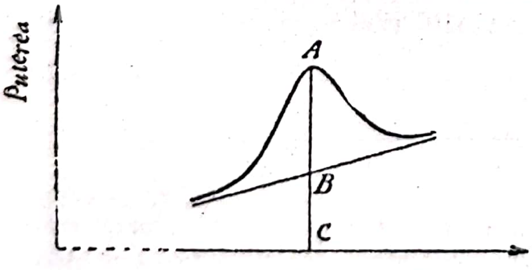


Fig. 14.

Segmentul AB reprezintă puterea mecanică, segmentul BC partea din puterea electrică de alimentare transformată în căldură (pierderi în fier şi cupru). Dacă prima e A_m şi ultima A_v avem

$$\eta_{m/e} = A_m / (A_m + A_v).$$

Pentru determinarea randamentului acustic-mecanic $\eta_{a/m}$ e nevoie de ridicarea unei a doua curbe de rezonanță, fără radiație acustică.

[1]) Comunicare rezumativă despre proprietățile de dirijare a radiatoarelor şi grupurilor de radiatoare în Wien-Harms, Handbuch der Experimentalphysik, vol. 17, partea a 2-a, pag. 367 şi u., Leipzig 1934.

[2]) După v. Braunmühl-Weber, Einführung in die angewandte Akustik, Leipzig 1936, Hirzel.

[3]) Phys. Z. 20 (1919), p. 104, şi 23 (1922), p. 322.

[4]) Ann. Phys. 60 (1919), p. 454 şi 63 (1920), p. 57, ca şi Wien-Harms, Handbuch der Experimentalphysik, vol. 17, partea a 2-a, p. 301 ş. u.

Exemplu. Curba în gol a unui radiator acustic în apă se ridică cu destulă preciziune în aer, a radiatoarelor în aer, de ex. de tipul rezonatoarelor deschise, trecând rezonatorul deschis într'un rezonator închis cu relațiuni de scurgere asemănătoare. Dacă d_0 e amortisarea în vid, prin opoziție cu amortisarea d în caz de radiație, randamentul acustic-mecanic e $\eta_{a/m} = (d - d_0)/d$.

Randamentul acustic-electric, adică raportul dintre puterea acustică produsă și puterea electrică primară primită, e

$$\eta_{a/e} = \eta_{m/e}\,\eta_{a/m} = A_m/(A_m + A_v)\cdot(d - d_0/d).$$

Mai sus trebue ca, la ridicarea curbei de rezonanță, forța acționând asupra sistemului mecanic să fie constantă. In acest scop e nevoe ca să se mențină constați e/ω. la acționare electromagnetică (și magnetostrictivă), i la acționare electrodinamică, i/ω la acționare electrostatică (și piezo-electrică).

Teoria analitică a transformatoarelor electro-acustice nu dă în formă simplă însuși randamentul η, ci expresiunea $\eta\, d/(1 - \eta)$. Expresiunea valabilă la frecvența ω_0 de rezonanță $H = \eta_0\, d/(1 - \eta_0)$ se numește constanta aparatului și e de influență hotărîtoare și importanță fundamentală pentru multe proprietăți ale aparatului respectiv, atât ca radiator, cât și ca receptor.

Acționare electromagnetică. O armătură străbătută de fluxul alternativ Φ se mișcă în fața polilor unui magnet care produce fluxul de polarizație constantă Φ_p.

Dacă q e secțiunea polară simplă, forța exercitată asupra armăturii e

$$P = (\Phi_p + \Phi)^2/4\pi q.$$

Dacă $\Phi_p \gg \Phi$ (funcționare polarizată cum e de considerat numai la difuzoare), avem

$$P = \Phi_p\,\Phi/2\pi q.$$

In funcționare nepolarizată (întrebuințabilă numai pentru semnalizare), avem

$$P = \Phi^2/4\pi q.$$

Acționarea electromagnetică nepolarizată redă deci mecanic frecvența dublă.

Acționare magnetostrictivă. In câmpul magnetic, nichelul pur și anumite aliaje fier-nichel își schimbă lungimea. Formal, radiatorul acustic magnetostrictiv se poate considera drept radiator acustic electromagnetic polarizat, cu întrefier intramolecular.

Acționarea electrostatică se bazează pe forța de atracțiune mutuală dintre două plăci de condensator.

Dacă Q_p e sarcina provenind dela o tensiune constantă, Q cea dela o tensiune alternativă, q suprafața plăcilor și ε constanta dielectrică, avem

$$P = 2\pi/\varepsilon q\cdot(Q_p + Q)^2.$$

Ca și la acționare electromecanică, funcționarea poate fi polarizată sau nepolarizată, numai prima fiind utilizabilă pentru difuzoare.

Acționarea piezoelectrică se bazează pe proprietatea unor cristale de a-și modifica lungimea în câmpul electric. Ea se poate reduce formal la a radiatorului electrostatic polarizat.

Acționare electrodinamică. Dacă un conductor de lungimea l e traversat de un curent electric i, într'un câmp magnetic de inducția B, se exercită asupra lui o forță

$$P = B\,l\,i$$

Liniaritatea riguroasă a acestei legi face acționarea electrodinamică potrivită mai ales pentru constructia difuzoarelor.

Toate acționările, cu excepția celei electromagnetice și electrostatice întrebuințate nepolarizat, se pot utiliza și ca receptoare [2]).

Tabla 5

Acordul emițătorului față de intervalul de frecvențe cercetat	Emițător electromagn.	Emițător electrodin.	Emițător capacitiv
deasupra	$e\,\omega = \text{const}$	$i\,\omega^2 = \text{const}$	$i\,\omega = \text{const}$
dedesubt	$e/\omega = \text{const}$	$i = \text{const}$	$i/\omega = \text{const}$

Tabla 5 arată, după tipul de acționare și acordul unui emițător electromagnetic mic față de lungimea de undă, ce trebue menținut constant spre a se produce cu el un câmp acustic de aceeași presiune pentru toate frecvențele. (e e tensiunea aplicată emițătorului).

[1]) V. nota [4]), p. precedentă, Handbuch der Experimentalphysik, l. c.— [2]) Fischer și Lichte, Tonfilm, Aufnahme und Wiedergabe nach dem Klangfilm-Verfahren, Leipzig 1931, Hirzel. — Scheibe, Piezo-Elektrizität des Quarzes, Dresda și Leipzig 1938, Steinkopf.

Scanned with OKEN Scanner

D. Măsurarea intensităţii sunetului [1]

1. Măsurarea repeziciunii sunetului (discul Rayleigh). Un disc circular, suspendat de un fir de torsiune, tinde să se aşeze într'un câmp acustic perpendicular pe direcţiunea sunetului şi dă prin mărimea unghiului de torsiune o măsură a amplitudinii vitesei din sunet, dând astfel, după p. 252, şi intensitatea sunetului în locul respectiv. Media pătratică a valorilor instantanee ale vitesei v a sunetului incident (valoarea ei efectivă) e

$$v^2 = {}^3/_4 \cdot M/\varrho\, r^3 \sin 2\,\alpha.$$

Mai sus avem

r raza discului [cm],

α unghiul dintre normala discului şi direcţiunea sunetului [°],

$M = D\beta$ cuplul exercitat de sunet $[g^+ cm^2\, s^{-2}]$,

D cuplul director al firului de torsiune care ţine discul $[g^+ cm^2\, s^{-2}/°]$,

β unghiul de torsiune [°].

D e dat de perioada T şi momentul de inerţie J_m al discului după

$$D = J_m\, 4\, \pi^2/T^2.$$

2. Măsurarea amplitudinii presiunii. Amplitudinea presiunii dă (p. 252) intensitatea sunetului într'un anumit loc al câmpului acustic, ca şi amplitudinea vitesei. Metodele de măsură se bazează pe faptul că, sub influenţa amplitudinii presiunii sunetului incident, sisteme mecanice, de cele mai multe ori diafragme (resp. plăci), se transpun în vibraţii, cari se măsoară pe cale optică sau electrică.

Metodele electrice obţin prin poliode amplificatoare o sensibilitate mărită. De obiceiu se întrebuinţează principiul electrodinamic sau electrostatic (p. 259), de ex. la măsurătorul tehnic de presiune acustică Siemens-Halske [2]).

3. Metoda subiectivă de măsură a sunetului. Fiindcă puterile sunetelor dintre pragul de audibilitate şi cel de sensaţie cuprind un foarte mare interval (ele stau în raportul $1:10^{12}$), s'a introdus o măsură logaritmică pentru tăria sunetului percepută subiectiv, punând-o proporţională cu logaritmul intensităţii sunetului. Aceasta îi corespunde şi legii lui Weber-Fechner despre dependenţa dintre intensitatea sensaţiei şi însăşi excitaţia. Pentru sensaţiile auditive această lege nu e valabilă exact. Fiindcă sensibilitatea urechii depinde larg de frecvenţă, trebue să se stabilească o frecvenţă de referinţă. In acest scop s'a ales frecvenţa de 1000 Hz.

Fonul. Un sunet are tăria de L foni, dacă se aude exact atât de tare ca un sunet armonic de frecvenţa 1000 Hz şi puterea acustică N resp. presiunea acustică P, dacă se scrie

$$L = 20 \lg (P/P_0) = 10 \lg (N/N_0).$$

La conferinţa internaţională dela Paris, din anul 1937, s'a hotărît ca, la un sunet de 1000 Hz şi o presiune acustică de $2\,\mu b = 2$ dyn/cm², tăria sunetului să aibă 80 foni. Acesteia îi corespunde, la pragul de audibilitate de 0 foni, o presiune acustică de 0,0002 dyn/cm² şi o putere acustică specială de 10^{-16} W/cm².

Urechea omenească mai poate constata tocmai variaţiuni de 1 fon ale tăriei sunetului.

Scara fonilor corespunde scării decibelilor, obişnuită în tehnica telefoniei (p. 276). O privire generală dă tabla 6. S'a dovedit că, la compararea a două surse acustice, acestea au un timbru foarte diferit, adică pot fi un amestec de sunete de frecvenţe acustice foarte diferite. Pentru măsurarea sgomotelor, Barkhausen întrebuinţează un mic vibrator întreruptor, care produce un sunet bogat în armonice superioare, pe frecvenţa fundamentală de cca 500 Hz. Un potenţiometru împărţit în 20 trepte de câte 5 foni reglează tensiunea la receptorul telefonic de măsură, aşa încât tăria sunetului se poate citi direct. Pentru forma tehnică a unui astfel de aparat v. nota [3]).

---

[1]) Cp. Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, ed. 11, prelucrată de F. Meyer, cap. VI, unde e indicată şi bibliografia subiectului. — Detaliile diferitelor metode măsură în E. Meyer, Handbuch der Experimentalphysik, vol. 17, P. 22. Leipzig 1934; Die Physik in regelmäßigen Berichten 6 (1938), fasc. 4; Panzerbieter, ETZ 58 (1937), p. 735, ATM V. 50...55. — [2]) Wolmann şi Kaden. Z. techn. Phys. 12 (1931), p. 481. — [3]) ATM V. 534 — 2.

Tabla 6

Tăria, presiunea și intensitatea sunetului în aer la 1000 Hz *)

Tăria sunetului foni	Presiunea sunetului μb	Intensitatea sunetului 0°, 760 Torr W/cm²
	$10^{-6}\times$	$10^{-16}\times$
0	2,00	1,00
1	2,24	1,26
2	2,52	1,59
3	2,83	2,00
4	3,17	2,51
5	3,56	3,17
6	3,99	3,98
7	4,48	5,02
8	5,02	6,30
9	5,64	7,95
		$10^{-15}\times$
10	6,32	1,00
11	7,10	1,26
12	7,96	1,59
13	8,93	2,00
14	10,02	2,51
15	11,25	3,17
16	12,61	3,98
17	14,16	5,02
18	15,89	6,30
19	17,82	7,95
	$10^{-5}\times$	$10^{-14}\times$
20	2,00	1,00
21	2,24	1,26
22	2,52	1,59
23	2,83	2,00
24	3,17	2,51
25	3,56	3,17
26	3,99	3,98
27	4,48	5,02
28	5,02	6,30
29	5,64	7,95
		$10^{-13}\times$
30	6,32	1,00
31	7,10	1,26
32	7,96	1,59
33	8,93	2,00
34	10,02	2,51
35	11,25	3,17

Tăria sunetului foni	Presiunea sunetului μb	Intensitatea sunetului 0°, 760 Torr W/cm²
	$10^{-3}\times$	$10^{-13}\times$
36	12,61	3,98
37	14.16	5,02
38	15,89	6,30
39	17,82	7,95
	$10^{-2}\times$	$10^{-12}\times$
40	2,00	1,00
41	2,24	1,26
42	2,52	1,59
43	2,83	2,00
44	3,17	2,51
45	3,56	3.17
46	3,99	3,98
47	4,48	5,02
48	5,02	6,30
49	5,64	7,95
		$10^{-11}\times$
50	6,32	1,00
51	7,10	1,26
52	7,96	1,59
53	8,93	2,00
54	10,02	2,51
55	11.25	3,17
56	12,61	3,98
57	14.16	5.02
58	15,89	6,30
59	17,82	7,95
	$10^{-1}\times$	$10^{-10}\times$
60	2,00	1,00
61	2,24	1,26
62	2,52	1,59
63	2,83	2,00
64	3,17	2,51
65	3,56	3,17
66	3,99	3,98
67	4,48	5,02
68	5,02	6,30
69	5,64	7,95
		$10^{-9}\times$
70	6,32	1,00
71	7,10	1,26

Tăria sunetului foni	Presiunea sunetului μb	Intensitatea sunetului 0°, 760 Torr W/cm²
	$10^{-1}\times$	$10^{-9}\times$
72	7,96	1,59
73	8,93	2,00
74	10,02	2,51
75	11,25	3,17
76	12.61	3,98
77	14,16	5,02
78	15,89	6,30
79	17,82	7,95
	$10^{0}\times$	$10^{-8}\times$
80	2,00	1,00
81	2.24	1,26
82	2,52	1,59
83	2,83	2,00
84	3,17	2,51
85	3,56	3,17
86	3,99	3.98
87	4.48	5,02
88	5,02	6,30
89	5,64	7,95
		$10^{-7}\times$
90	6.32	1,00
91	7,10	1,26
92	7,96	1,59
93	8,93	2,00
94	10,02	2,51
95	11,25	3,17
96	12,61	3,98
97	14,16	5 02
98	15,89	6,30
99	17,82	7,95
	$10^{+1}\times$	$10^{-6}\times$
100	2,00	1,00
101	2,24	1,26
102	2,52	1,59
103	2,83	2,00
104	3,17	2,51
105	3,56	3,17
106	3,99	3,98
107	4,48	5,02

Tăria sunetului foni	Presiunea sunetului μb	Intensitatea sunetului 0°, 760 Torr W/cm²
	$10^{+1}\times$	$10^{-6}\times$
108	5,02	6,30
109	5,64	7,95
		$10^{-5}\times$
110	6,32	1,00
111	7,10	1,26
112	7,96	1,59
113	8,93	2,00
114	10,02	2,51
115	11,25	3,17
116	12,61	3,98
117	14,16	5,02
118	15.89	6,30
119	17,82	7,95
	$10^{+2}\times$	$10^{-4}\times$
120	2,00	1,00
121	2,24	1,26
122	2,52	1,59
123	2,83	2,00
124	3,17	2,51
125	3,56	3,17
126	3,99	3,98
127	4,48	5,02
128	5,02	6,30
129	5,64	7,95
		$10^{-3}\times$
130	6,32	1,00
131	7,10	1,26
132	7,96	1,59
133	8,93	2,00
134	10,02	2,51
135	11,25	3,17
136	12,61	3,98
137	14.16	5,02
138	15,89	6,30
139	17,82	7,95
	$10^{+3}\times$	$10^{-2}\times$
140	2,00	1,00

*) Propunerea A E F după recomandarea conferinței internaționale de acustică din Paris, din 1937.

E. Acustica încăperilor mari [1])

1. **Proprietăți acustice cerute.** La acustică bună trebue să se audă, într'un loc oarecare al unei încăperi închise, sunetul produs într'un alt loc oarecare, fără schimbarea înălțimii și timbrului, cu o anumită

[1]) Bibliografie: Biehle, Theorie des Kirchenbaues, Kassel 1913, Bärenreiter. — id., Raum und Ton, Z. f. Musikwissensch. 1919, p. 129. — id., Raumakustische, orgeltechnische und bauliturgische Probleme, Leipzig 1922, Kistner & Siegel. — id., Die Stellung der Kanzel als liturgisches Problem der Raumakustik, Bericht über den Kongreß für Kirchenbau 1928, Halle a. d. S., Buchdruckerei des Waisenhauses. — Michel, Hörsamkeit großer Räume, Braunschweig 1921, Vieweg & Sohn. — id., Akustik der Säle, Handbuch der Architektur, partea 4, vol. 1, ed. 4, Leipzig 1926, Gebhardt. — id., Raum- und

excitaţie pe cât se poate egală pentru toate locurile, şi fără deranjare prin reverberaţie şi ecou. Aceasta se realizează prin mărime adecuată şi echipare potrivită a încăperii.

2. **Puncte de vedere constructive.** Pe cât se poate, volumul încăperii să nu treacă de 25 000 m³ la sălile de conferinţe, 30 000 m³ la cele de muzică, dacă nu au o amplificare a sunetului. Volumul de aer cca. 5...7 m³ de loc de auditor. Limitările plane şi nu recurbate. De recomandat forma în trapez sau dreptunghiu alungit, dar ultimul nu în lat. Se va evita exagerarea unilaterală a unei dimensiuni, mai ales a înălţimii. Structurarea puternică a pereţilor şi tavanelor lucrează favorabil. Avantajoase sunt şi amvoanele şi galeriile. Galeriile ieşinde prea mult dau o oprire defavorabilă a sunetului pentru locurile de sub ele. Lojele să nu se dispună înguste şi ca dulapurile.

A se îngriji pentru dispunerea favorabilă şi loc suficient pentru orge; nicio izolare prin elemente arhitecturale, nicio plasare în faţa lor a unor pereţi decorativi cu spărtura prea mică. Se va cere la timp sfatul specialistului.

S u r s a a c u s t i c ă trebue aşezată la înălţime sau rândurile de locuri să urce în amfiteatru, sau ambele măsuri; hotărîtoare sunt aceleaşi puncte de vedere ca la supraînălţarea optică.

Pentru a m v o a n e e avantajos un tavan de cel puţin 4 m² cu faţa de jos urcând spre public, şi în dos un perete din material reflector de sunet. Aici se va evita stofa de perdele.

S c a u n e l e de preferinţă capitonate, spre a evita diferenţa de amortisare şi deci de reverberaţie pentru încăperea ocupată parţial şi plină. Pe culoarele principale preşuri pentru amortisarea paşilor.

I n s t a l a ţ i i d e î n c ă l z i t ş i a e r a t. Se vor evita curenţii ascendenţi de aer cald dintre sursa acustică şi auditor. Pentru mersul liniştit se va alege secţiune bogată a canalelor de aer şi ventilatoare mari cu turaţie lentă.

Bauakustik, Dt Baukal., Berlin 1929, II, p. 300, şi 1930, II, p. 248, Verlag der Dt Bauztg. — id., Akustik und Schallschutz im Hochbau, Berlin 1938, de Gruyter & Co. — id., Raumakustisches Merkblatt, ed. a 6-a, Hannover 1939, Vincentz. — Sabine, Collected papers on acoustics, Cambridge 1922, Harvard University Press. — Watson, Acoustics of buildings, New York 1923, John Wiley & Sons. — id., Acoustics of auditoriums, Architectures, Mai 1927. — Berger, Die Schalltechnik, col. Vieweg, H. 83, Braunschweig 1926. — Hevl şi Chrisler, Architectural acoustics, Circular Nr. 418, Department of Commerce, Bureau of Standards, Washington 1931. — Petzold, Elementare Raumakustik, Berlin 1927, Bauwelt-Verlag. — id., Raumgröße und Orchesterbesetzung, Bauwelt 1927, p. 994. — id. Raumakustische Überhöhungen, Dt. Bauhütte 1928, p. 30. — Geiger şi Scheel, Handbuch der Physik, vol. 8, Berlin 1927, Springer. — Meyer, Beitrag zur Untersuchung des Nachhalls, ENT 1927, p. 135. — id. şi Cremer, Über die Hörsamkeit holzausgekleideter Räume, Z. techn. Phys. 1933, p. 500. — id. şi Jordan, Nachhallzeiten von Konzerträumen usw., ENT 1935, p. 213. — Schuster şi Waetzmann, Über den Nachhall in geschlossenen Räumen, Ann. Phys. 1929, p. 671. — Müller-Pouillets, Lehrbuch der Physik, vol. 1, partea a 3-a, prel. de Waetzmann, Braunschweig 1929, Vieweg & Sohn. — Bagenal and Wood, Planning for good acoustics, London 1931, Methuen & Co. — Gabler, Die Akustik des Tonfilmtheaters, Halle 1932, Knapp. — Knudsen, Architectural acoustics, New York 1932, John Wiley & Sons. — Glover, Practical acoustics for the constructor, London 1933, Chapman & Hall. — Schmidt, Akustik (trad. după „Stewart and Lindsay, Acoustics"), Berlin 1934, Heymann. — Waetzmann, Technische Akustik, in Wien şi Harms, Handbuch der Experimentalphysik, Leipzig 1934, Akad. Verlagsges. — Trendelenburg, Fortschritte der physikalischen und technischen Akustik, Leipzig 1934, Akad. Verlagsges. — id., Klänge und Geräusche, Berlin 1935, Springer. — Zeller, Tegtmeyer, Boedeker, Literaturzusammenstellungen aus dem Gebiet der technischen Mechanik und Akustik, Berlin 1935, VDI-Verlag. — Opitz, Geräuschfragen bei lufttechnischen Anlagen, Gesund. Ing. 59 (1936), p. 464. — v. Braunmühl şi Weber, Einführung in die angewandte Akustik, Leipzig 1936, Hirzel. — Engl, Raum- und Bauakustik, Leipzig 1939, Akad. Verlagsges.

R e v i s t e: Akustische Zeitschrift. — Die Schalltechnik. — The Journal of the Acoustical Society of America. — Revue d'acoustique.

3. Drumul razelor acustice. La reflexiune simplă sau dublă, sunetul nu trebue să facă ocoluri mai mari de 17 m la vorbire şi 12 m la muzică, faţă de orientarea directă spre auditor. Ocoluri excesive produc reverberaţie supărătoare sau chiar ecou şi trebue neutralizate prin acoperirea unor suprafeţe potrivite cu material amortisor de sunet.

Pentru tăria adecuată a orchestrelor (numărul de instrumente) cp. fig. 1.[1])

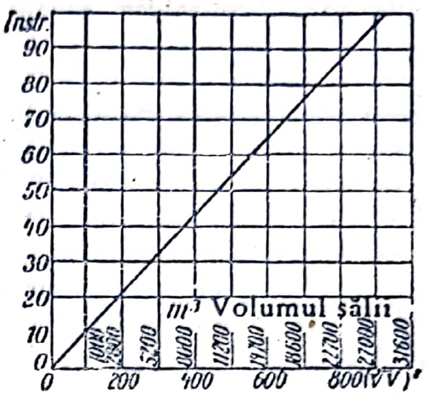


Fig. 1.
Tăria adecuată a orchestrelor.

4. Timpul de reverberaţie calculat. După Sabine, timpul de reverberaţie al încăperilor de mărime mijlocie, formă unitară şi echipare obişnuită, pentru sunete cu lungimea de undă mai mică decât $\sqrt[3]{V}$ e

$$t = 0{,}164\, V/A \text{ [s]}.$$

La o absorpţie specifică medie s_m mai mare decât 0,2, se calculează după Eyring cu expresiunea

$$t = \frac{0{,}164\ V}{-F \ln(1 - s_m)} \text{ [s]}.$$

La sunete înalte (peste 1000 Hz) absorpţia sunetelor de către aer scade timpul de reverberaţie. Respectând şi aceasta, se va scrie:

$$t = \frac{0{,}164\ V}{4\,m\,V - F \ln(1 - s_m)} \text{ [s]}.$$

In aceste formule avem

V volumul de aer al încăperii [m³],

A absorpţia sunetului, exprimată într'o suprafaţă de comparaţie de mărime corespunzătoare (privind sunetul nereflectat de suprafeţele cari mărginesc încăperea, ci dispărând din ea, adică din regiunea accesibilă urechii). Unitatea e absorpţia sunetului unei deschizături care dă în aer liber (suprafaţă absorbantă complet) de 1 m² secţiune,[2])

F suprafaţa interioară liberă totală a încăperii [m²],

s_m absorpţia specifică medie a sunetului $= A/F$,

m o valoare care la 2048 Hz şi o temperatură de 21...22⁰ e egală cu:

0,002 05 la umiditatea relativă a aerului de 20%
0,001 64 „ „ „ „ „ „ 40%
0,001 23 „ „ „ „ „ „ 60% şi mai mult;

0,164 reprezintă o vitesă reciprocă [s/m].

Determinarea absorpţiei sunetului A. Se determină limitările desfăşurate ale încăperii (pereţi, tavan, duşumele) după diferitele tipuri de execuţie, ca la un calcul tehnic de cantităţi (de ex. duşumele masive, linoleu,

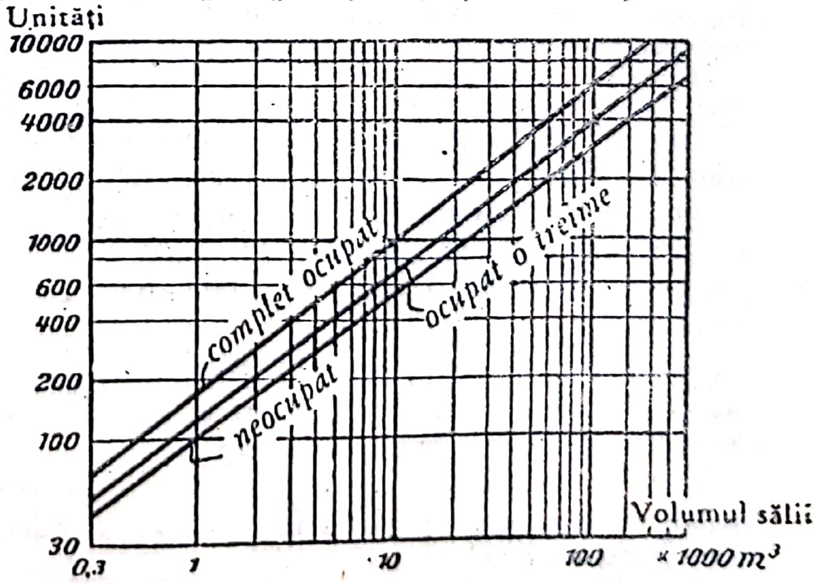


Fig. 2. Absorpţia acustică necesară.

[1]) Figuri după Watson şi Knudsen, redesenate pentru sistemul metric.

[2]) Formulare mai precisă cp. K. Schuster şi Waetzmann, l. c. p. 672.

Scanned with OKEN Scanner

dusumea de lemn, placaj de lemn, tencuială, capitonaj, vitraj) și se înmulțește fiecare cu coeficientul de absorpție corespunzător din tabla de mai jos. Absorpția acustică a părților raportate la număr de piese sau volum se determină analog.

Tabela 1. Coeficienți de absorpție acustică

Pentru sunete de frecvență [Hz]	128	512	2048
a) raportați la 1 m² suprafață: (ordonați după valorile la 512 Hz)			
Beton, marmoră, suprafața apei (de ex. în hale de înnot)	0,01	0,01	0,02
Tencuială	0,02	0,02	0,03
Zid de cărămidă în ciment	0,01	0,02	0,02
Stofă de urzică	—	0,02	—
Sticlă de grosime simplă	0,04	0,03	0,02
Linoleu, zidărie	0,02	0,03	0,04
Ornamentație în stucatură	0,03	0,04	0,07
Placă de dușumea din plută, ceruită, 2 cm	0,04	0,05	0,07
Piatră artificială	0,02	0,05	0,07
Țesătură de iută grosieră	—	0,07	—
Pardoseală de cauciuc de 5 mm pe beton	0,04	0,08	0,03
Lemn	0,10	0,10	0,08
Perete capitonat cu material de bumbac	0,04	0,13	0,32
Covor de 5 mm	0,04	0,15	0,52
Preș de cocos	0,08	0,17	0,30
Plăci absorbante, după tip, grosime și aplicație	0,12...0,30	0,17...0,61	0,21...0,77
Pâslă moale de păr, de 5 mm, aplicată	0,09	0,18	0,55
Idem cu covor peste ea	0,07	0,57	0,81
Perdea	0,05	0,23	0,30
Deschizătură de scenă	—	0,25...0,40	—
Tablou în uleiu inclusiv cadrul	—	0,28	—
Velur	0,05	0,35	0,38
Deschizăturile canalelor de încălzit și aerat	0,30	0,50	0,50
b) raportați la 1 bucată:			
Bancă de lemn cu spătar, de loc	—	0,01	—
Scaun din lemn recurbat (vienez) Strane de biserică, de loc	} 0,01	0,02	0,02
Pernă de scaun din stofă subțire	0,07	0,14	0,13
Idem cu pluș	0,09	0,17	0,13
Idem de piele artificială	0,11	0,18	0,07
Scaun rabatabil, de lemn	0,02	0,02	0,04
Idem, capitonat cu piele artificială	0,13	0,15	0,07
Idem, capitonat cu velur	0,28	0,28	0,34
Auditor, de 1 persoană	0,33	0,44	0,46
Pian	0,20	0,60	0,52
c) raportați la 1 m³:			
Plante de cameră	—	0,11	—

Din tabelă reiese că materialele subțiri și ușoare sunt fără efect. La fel firele și rețelele întinse etc.

Fig. 2 arată absorpția de sunet **necesară** pentru încăperi de mărime dată.

5. **Timpul de reverberație adecuat.** Acesta se poate citi în funcțiune de $\sqrt[3]{V}$ pentru încăperile pentru muzică din fig. 3 și pentru încăperile pentru muzică și vorbire din fig. 4.

Diferențele dintre absorpția de sunet calculată și necesară, și deci dintre timpul de reverberație calculat și adecuat, trebue compensată prin schimbarea echipării.

Scanned with OKEN Scanner

Materialele reflectante și rezonante trebue dispuse pe cât se poate în apropiere de sursa acustică, cele absorbante în apropierea auditorului, dar mai ales pe peretele din spatele încăperii, opus sursei acustice.

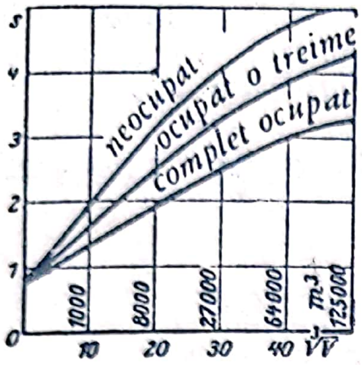


Fig. 3. Timp adecuat de reverberație pt. muzică

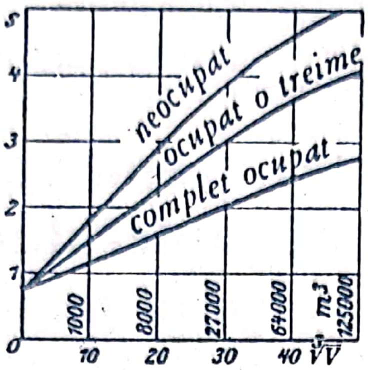


Fig. 4. Timp adecuat de reverberație pentru muzică și vorbire.

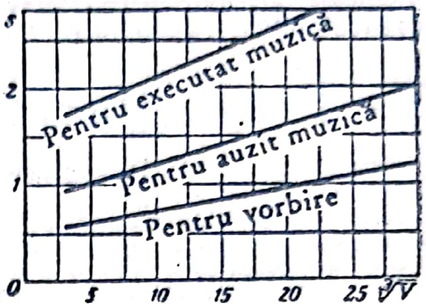


Fig. 5. Timp de reverberație optimum.

Timp de reverberație optimum. Timpul diferă după condițiuni, după fig. 5. Pentru simplificare se poate lua și ca valoare medie. Absorpția de sunet necesară pentru cel mai favorabil efect acustic e, în unități, egală cu cca o zecime din numărul de metri cubi ai încăperii; în rest cp. fig. 6.

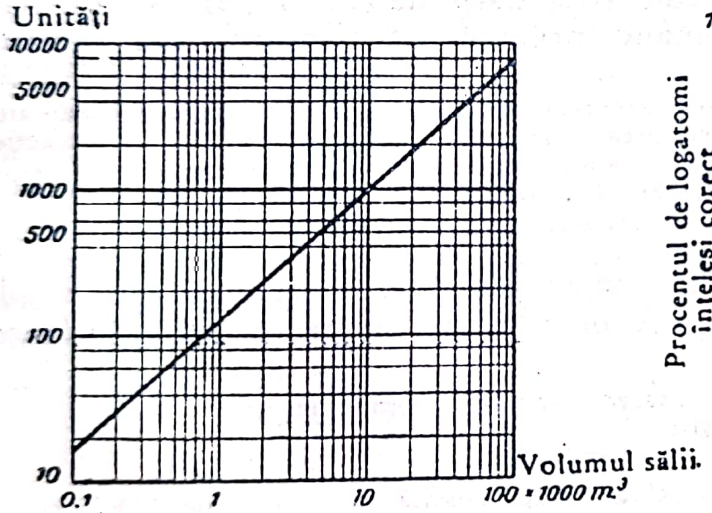


Fig. 6. Absorpția de sunet necesară pentru efectul optimum.

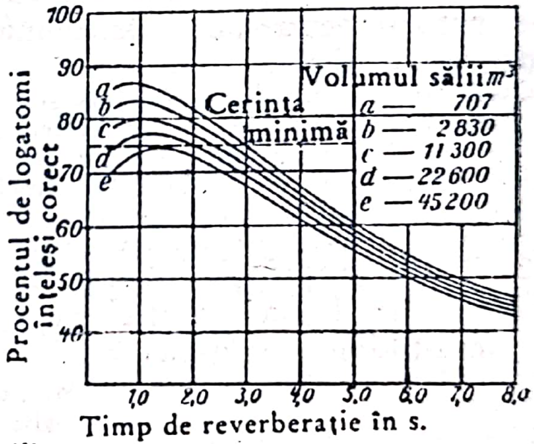


Fig. 7. Inteligibilitatea silabelor în % (în ordonate) după timpul de reverberație în s (în abscise) și după volum în metri cubi (curbe).

6. **Inteligibilitatea.** De apreciat după procentajul de l o g a t o m i (cuvinte monosilabe pronunțate fără legătură interioară) înțeleși corect. Ea trebue să fie de minimum 75%. Evaluarea după fig. 7.

7. **Calitatea sunetului.** E favorizată de î n t r e b u i n ț a r e a abundentă de l e m n, mai ales în apropierea sursei acustice. Dușumelele de lemn e preferabil să fie așezate pe grinzi decât în asfalt. Grinzile să se dispună în lungul sălii și în legătură materială cu estrada, care trebue construită din lemn și echipată cu dușumele de lemn. Căptușelile de lemn și îmbrăcămintea amortisantă a pereților nu se vor aplica strâns pe suprafețele masive, ci se vor ține la mică distanță de ele, prin stinghii sau cadre de lemn interpuse.

8. **Ameliorarea acusticii rele.** Forma nepotrivită a încăperii se poate ameliora, după caz, prin aplicarea unui tavan orizontal de lemn sau

Rabitz, aşezat mai jos, prin separarea unor părţi din ea, prin eliminarea formelor rotunde concave, etc. Timpul de reverberaţie prea lung trebue limitat prin echipare absorbantă de sunet, ecoul trebue eliminat prin îmbrăcare absorbantă a suprafeţelor cari reflectează sunetul. Intrebuinţarea vorbitoarelor presupune îndepărtarea prealabilă a pierderilor acustice.

V. Protecţia contra trepidaţiilor şi transmiterii sunetului.

A. Protecţia contra trepidaţiilor

Prelucrare de prof. dr. ing., dr. tehn. E. Rausch, Berlin

a) Generalităţi

1. Conceptul de trepidaţie. O mare parte din variatele oscilaţii mecanice ale corpurilor solide e percepută de simţul tactil al organismului omenesc drept trepidaţii, iar la frecvenţe mai înalte decât 20 pe s (Hz) şi de simţul auzului drept sunet. La frecvenţe mai înalte decât cca 100 Hz sensaţia auditivă e preponderentă (cp. p. 275 ş. u.). In înţeles tehnic, trepidaţiile cuprind oscilaţiile mecanice de toate felurile ale corpurilor solide. Ele se produc prin forţe variabile în timp provocate de maşini (trepidaţii de maşini) sau vehicule (trepidaţii de circulaţie) sau de forţele naturii (cutremure de pământ, presiuni ale vântului) sau de alte cauze (explozivi).

Oscilaţiile îi pot dăuna omului sub raportul sănătăţii şi pot provoca — mai ales în focarul trepidaţiilor — solicitări prea mari ale materialului de construcţie. Scopul protecţiei contra trepidaţiilor e să se micşoreze trepidaţiile astfel prin măsuri potrivite, încât să nu-l deranjeze pe un om de sensibilitate mijlocie şi nici să nu-i dăuneze sub raportul sănătăţii resp. să nu solicite inadmisibil materialul de construcţie [1]).

2. Tăria trepidaţiei. Organismul omenesc resimte trepidaţiile fiziologic [2]): Tăria sensaţiei nu stă în relaţiuni simple cu mărimi fizice, ca amplitudinea oscilaţiei etc.

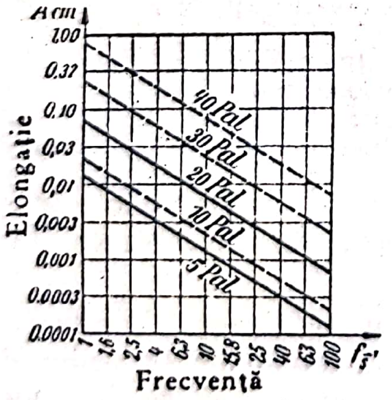


Fig. 4. Tăria trepidaţiei în funcţiune de frecvenţă şi amplitudinea oscilaţiei (elongaţia într'o direcţiune).

Măsurarea excitaţiei trepidaţiei, provizoriu cu scara în pali:

$$10 \lg (v/v_0)^2 ; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

v_0 = valoare-prag admisă a repeziciunii $\sqrt{10} \cdot 10^{-2} = 0{,}0316$ cm s^{-1}. Pentru oscilaţii sinusoidale cu amplitudinea A (elongaţia într'o direcţiune în cm) şi frecvenţa f [1/s], valoarea efectivă a repeziciunii e

$$v = 2\pi f A/\sqrt{2}\ [\text{cm s}^{-1}] \quad . \quad . \quad (2)$$

In scară, repeziciunea $v = 1$ cm s^{-1} îi corespunde valorii de 30 pali. Această stabilire de valoare numerică nu respectă complet relaţiunile fiziologice.

Trepte de tărie ale scării în pali:

până la 5 pali: tocmai resimţit
până la 10 pali: bine resimţit
până la 20 pali: resimţit puternic
până la 40 pali: resimţit neplăcut.

Limita tăriei suportabile a trepidaţiei (pragul de deranjare) e în general pentru trepidaţiile permanente la 5 pali, pentru cele intermitente (de ex. trepidaţii de circulaţie la slabă circulaţie) la cel mult 20 pali. Fig. 1 arată valorile corespunzătoare ale frecvenţei f (în abscise) şi elongaţiei A (în ordonate). Pragul de deranjare e mai jos când avem şi sgomot sau noaptea.

---

[1]) DIN Vornorm E 4150: Erschütterungsschutz im Bauwesen.
[2]) Zeller, Schalltechnik 5 (1932), p. 24 şi 34.— Meister, Akust. Z. 2 (1937), p. 1.

Scanned with OKEN Scanner

In conformitate cu „Prescripțiile de construcție" trebue să deosebim din punctul de vedere al trepidațiilor:

1. cartiere exclusiv pentru locuințe (mici colonii, cartiere locuite),
   a) regiuni necesitând protecție specială (spitale și școli),
   b) regiuni locuite de tip mijlociu.
2. cartiere de locuințe amestecate cu întreprinderi (cartier comercial),
3. cartiere industriale.

După deosebirea acestor cartiere i se va putea pretinde și omului o frecvență și tărie deosebită a trepidațiilor. Incă nu se poate indica o anumită măsură.

In starea actuală a protecției contra trepidațiilor se poate obține, la aplicare corectă, o protecție suficientă pentru om. Din cauza felurilor adesea complicate de forțe excitatoare și de propagare a oscilațiilor, nu va fi de cele mai multe ori posibil să se indice în prealabil gradul tăriei trepidațiilor în punctul în care se resimt, la instalațiile noi. De aceea întrebuințarea scării în pali e limitată deocamdată la măsuri în instalații construite. Dacă se întrece pragul de deranjare se vor lua ulterior măsuri de protecție.

Măsurarea trepidațiilor[1]). Inregistratoare de elongații sau de accelerații ale oscilațiilor cu amplificare suficientă și curbă de etalonare dată, ale căror frecvențe proprii trebue cunoscute.

Limitele tăriei trepidațiilor admisibile pentru materialul de construcție. Din mărimile oscilațiilor se pot deduce tensiunile interioare ale materialului de construcție. Pentru tensiunile admisibile e hotărîtoare rezistența la solicitare alternativă determinată experimental; mai mică decât rezistența statică din cauza obosirii. Raportul celor două, pentru diferite materiale de construcție, forme și feluri de solicitare, e inegal, aproximativ 1 : 3. Pentru solicitări alternative permanente, cari variază în continuu între un maximum pozitiv și unul egal negativ, tensiunile admisibile sunt deci numai cca $^1/_3$ din cele static admisibile.

Construcțiile încărcate expuse trepidațiilor suportă, afară de solicitările alternative, și tensiunile sarcinilor permanente; ar fi încâlcit să se admită, pentru cele două cazuri, limite de tensiune diferite. Pentru dimensionarea construcției contra solicitărilor prin oscilații e indiferent dacă se respectă la mărime dată a oscilației (forță, amplitudine) o treime din tensiunile static admisibile, sau se respectă plinele tensiuni static admisibile luând întreitul mărimii oscilației. Ultimul procedeu permite suprapunerea solicitărilor alternative și statice, fiindcă limita de tensiune admisibilă e aceeași pentru cele două genuri. Inmulțim deci mărimea oscilației cu un coeficient de obosire[2]) μ și putem adopta și pentru solicitările alternative limitele static admisibile.

Pentru solicitări alternative permanente (mașini în serviciu permanent) $\mu = 3$, pentru cele intermitente (mașini pentru serviciu interminent, vârfuri de sarcina survenind adesea, solicitările vântului) $\mu = 2$, pentru cele rare (de ex. forțe centrifuge survenind excepțional în caz de defecte la mașini) $\mu = 1{,}0 \ldots 1{,}5$.

Măsurarea oscilațiilor: In general instrumentele pentru măsurarea trepidațiilor și în anumite cazuri extensometrele, cp. sect. 7, Măsuri.

3. Măsurile contra trepidațiilor sunt mai importante în focarul lor, fiindcă efectele se sezisează la sursă: se evită solicitările inadmisibile ale materialului de construcție în focarul trepidațiilor și se micșorează transmiterea trepidațiilor la locul de resimțire. Măsurile în locul de resimțire sunt necesare dacă cele din focarul trepidațiilor sunt insuficiente sau oscilațiile incidente nu pot fi influențate de om (forțe ale naturii).

Măsurile depind de cele două forme principale ale forțelor cari provoacă oscilațiile:

---

[1]) Koch și Zeller, Schwingungs-Meßverfahren, ZVDI 80 (1936), p. 1440 (acolo și altă bibliografie).

[2]) Rausch, Maschinenfundamente und andere dynamische Bauaufgaben, partea 1, Berlin 1936, ed. VDI, și publicațiile autorului citate acolo; v. și vol. III, sect. „Fundații de mașini".

I. ciocniri, de ex. greutăți căzând vertical, explozii, ciocane, trecerea peste o inegalitate a drumului, frânare bruscă, acțiunile vântului;

II. forțe periodice, de ex. forțe sau momente alternative la mașinile cu piston, forțele centrifuge la mașinile rotitoare, trecerea peste un pavaj în rânduri.

b) Baze de calcul

Mai jos notăm:

- m masă [kg s² cm⁻¹],
- G greutate [kg],
- B greutatea berbecului [kg],
- g accelerația gravitației [cm s⁻²],
- v viteză [cm s⁻¹],
- P_f forță elastică [kg],
- P forță statică echivalentă [kg],
- L energie cinetică [kgcm],
- A lucru mecanic [kgcm],
- h înălțimea de cădere [cm],
- c rigiditate elastică [kg cm⁻¹],
- δ compresiune elastică [cm],
- μ coeficient de obosire,
- ν coeficient dinamic,
- S impuls de ciocnire [kg s],
- K_s forță de ciocnire [kg],
- K_t forța în momentul t [kg],
- K amplitudinea forței oscilante de excitație [kg],
- T_s durata lovirii [s],
- T Perioada de oscilație [s],
- n_e frecvență proprie [min⁻¹],
- n_m frecvență de excitație [min⁻¹],
- λ pulsația proprie [s⁻¹],
- ω pulsația de excitație [s⁻¹],
- k factor de lovire (ciocnire)

I. Ciocniri

1. Ciocnirea orizontală contra unui resort.

Dacă un solid de masa m ciocnește cu vitesa v orizontal un resort cu rigiditatea elastică [1] c, se produce o compresiune elastică de amplitudinea δ și forța elastică corespunzătoare de amplitudinea $P_f = c\,\delta$ (fig. 2).

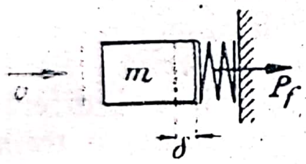


Fig. 2. Ciocnire orizontală contra unui resort.

In momentul compresiunii maxime vitesa e zero, energia cinetică

$$L = mv^2/2, \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

e consumată de lucrul mecanic efectuat de forța elastică

$$A = P_f\,\delta/2 = c\,\delta^2/2 \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

respectiv transformată în energie potențială. Din $A = L$ urmează

$$\delta = v\sqrt{m/c}\,, \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

$$P_f = v\sqrt{m\,c}\,. \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

P_f e hotărîtor pentru tăria trepidației, cu atât mai mică, cu cât resortul e mai elastic (cu cât rigiditatea elastică c e mai mică). La repetare deasă a fenomenului de ciocnire trebue să se țină seamă de obosirea materialului (după a) 2, și se obține pentru forța statică echivalentă

$$P = \mu\,P_f \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

2. Sarcină căzând pe un resort.

Lucrul mecanic efectuat de greutatea G căzând dela înălțimea h, până la obținerea compresiunii maxime (fig. 3) trebue egalat cu cel efectuat de forța elastică P_f (ca sub 1):

$$G\,(h+\delta) = P_f\,\delta/2 \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

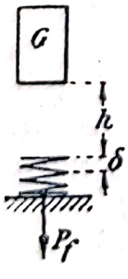


Fig. 3. Sarcină căzând pe un resort.

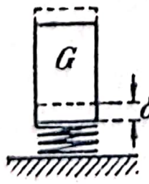


Fig. 4. Compresiune elastică a resortului sub sarcină statică.

Cu compresiunea elastică $\delta_0 = G/c$ a resortului sub sarcina statică (fig. 4), avem

$$P_f = G\,\delta/\delta_0 \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

și introducând în ecuația (8), compresiunea maximă

$$\delta = [1 + \sqrt{1 + 2\,h/\delta_0}\,]\,\delta_0 = \nu\delta_0 \quad \ldots \quad (10)$$

sau forța elastică maximă

$$P_f = [1 + \sqrt{1 + 2\,h/\delta_0}\,]\,G = \nu G \quad \ldots \quad (11)$$

Coeficientul dinamic ν arată de câte ori devine mai mare forța elastică dacă greutatea cade decât dacă e statică.

[1]) Cp. p. 226.

[2]) T i m o s h e n k o, Schwingungsprobleme der Technik, Berlin 1932, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru sarcina a ș e z a t ă b r u s c ($h = 0$) rezultă dublul compresiunii statice și deci

$$P_f = 2G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Mersul calculului i se aplică și grinzii elastice ciocnite de o greutate în cădere după fig. 5, cât timp grinda poate fi considerată fără masă [1]) iar oscilația [2]) se petrece în interiorul limitelor de elasticitate.[3]) Cu cât grinda cedează mai mult, cu atât săgeata ei față de cea statică e mai mică, resp. forța elastică exercitată de ea (și presiunile pe reazeme) e mai mică față de greutatea care cade. Contra propagării trepidației la greutate de cădere G și înălțime de cădere h dată, grinda elastic moale e mai avantajoasă decât cea rigidă, dar slăbirea grinzii nu e permis să meargă atât de departe, încât să se producă solicitări inadmisibile.

La repetare deasă a fenomenului de ciocnire, forța statică echivalentă e (ca sub 1)

$$P = \mu P_f .$$

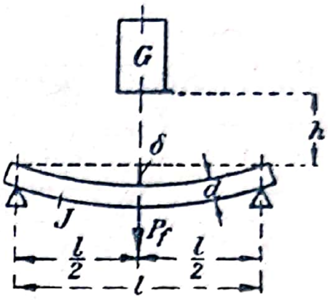


Fig. 5. Greutate căzând pe o grindă elastică.

3. Ciocnirea verticală a unui corp arcuit, asimilat cu un punct material.

Cionirea e caracterizată prin impulsul de percuțiune

$$S = \int_0^{T_s} K_t \, dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

(suprafața hașurată din fig. 6). In cazul unei b u c l e d e s i n u s o i d ă se obține cu amplitudinea K_s (forța ciocnire) și durate de ciocnire T_s

$$S = K_s T_s 2/\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Corpul de masă m' (fig. 7) ciocnind cu vitesa v', cauzează oscilații proprii (p. 228) ale corpul arcului ciocnit și de masă m'', a căror perioadă e

$$T = 2\pi \sqrt{m''/c} = 2\pi \sqrt{\delta_0/g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Frecvența lor proprie pe minut e

$$n_e = 60/T \approx 300/\sqrt{\delta_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

și pulsația proprie pe secundă

$$\lambda = 2\pi/T = \sqrt{c/m''} = \sqrt{g/\delta_0} \quad . \quad (17)$$

La durată de ciocnire T_s foarte scurtă în raport cu semiperioada corpului ciocnit, acesta poate fi considerat drept corp liber în decursul ciocnirii [4]) și vitesa lui inițială e, după Mecanică I E d, p. 391 ș. u.

$$v'' = v'(1+k)\, m'/(m' + m'') = S/m'' \quad (18)$$

(la ciocnirea imperfect elastică $k \approx 0{,}6$). Aplicând teorema energiei ca sub 1 se obține comprimarea arcuirii corpului ciocnit

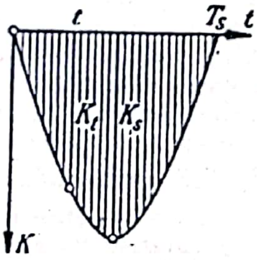


Fig. 6. Impuls de cionire.

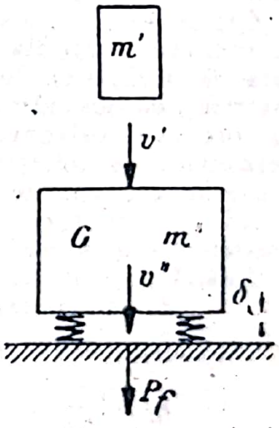


Fig. 7. Ciocnire verticală pe un corp arcuit.

$$\delta = v'' \sqrt{m''/c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

și forța elastică

$$P_f = c\,\delta = v'' \sqrt{m'' c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Introducând greutatea $G = m'' g$ și comprimarea caracteristică $\delta_0 = G/c$, avem

$$P_f = G v''/\sqrt{g\,\delta_0} = \nu\, G \text{ sau }^{4)} = S\sqrt{g/\delta_0} = \lambda S \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

C o e f i c i e n t u l d i n a m i c ν arată de câte ori e mai mare solicitarea arcuirii respectiv a suportului corpului ciocnit din cauza efectului de ciocnire, decât prin greutatea statică. ν e cu atât mai mic cu cât masa ciocnită e mai mare și arcuirea mai moale. De remarcat că produsul impulsului de ciocnire prin frecvența proprie dă forța elastică maximă [4]).

La ciocniri repetate des, forța statică echivalentă de considerat sub corpul ciocnit e, ca sub 1:

$$P = \mu P_f = \mu \nu G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

---

[1]) T i m o s h e n k o, Schwingungsprobleme der Technik, Berlin 1932, Springer.

[2]) Soluția exactă în Handbuch der Physik, vol. 6.

[3]) Pentru cercetările cuprinzând deformările plastice cp. S e n f t, Zentralblatt Bauv. 35 (1915), p. 233.

[4]) V. nota [2]), p. 267.

Scanned with OKEN Scanner

4. Ciocnirea orientată oricum a unui corp arcuit.

In ipoteza că arcuirea şi corpul e simetric faţă de planul figurii, că linia verticală de greutate e o axă elastică principală (o forţă verticală prin centrul de greutate provoacă numai deplasarea verticală, fără rotaţiune) şi că forţele acţionează în planul figurii, corpul de greutatea G se poate înlocui din punct de vedere dinamic prin două puncte materiale legate rigid între ele şi cu greutăţile parţiale G_1 şi G_2 în linia de greutate verticală [1] [2] [3] [4] (fig. 8). Distanţele a_1 şi a_2 depind numai de repartiţia masei şi de arcuire, şi sunt

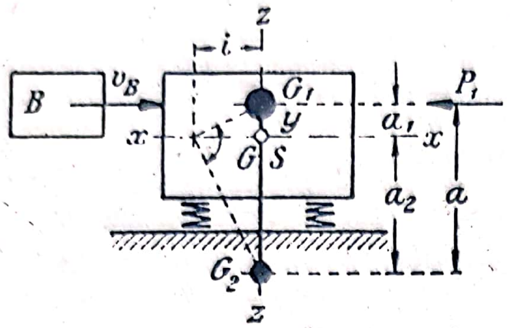


Fig. 8. Ciocnirea orizontală a unui corp arcuit. Inlocuirea corpului prin două puncte materiale.

$$\begin{matrix} a_1 \\ a_2 \end{matrix} = a_0 \pm \sqrt{a_0^2 + i^2} \quad \text{(pozitiv în sus)} \qquad (23),$$

unde $a_0 = (i^2\, \delta yy - \delta xx)/(2\, \delta y z)$.

Mai sus:

δxx e deplasarea orizontală a centrului de greutate S dată de forţa orizontală 1 aplicată în S [cm kg^{-1}],

δxy idem din cauza unui cuplu 1, lucrând în planul figurii [cm kg^{-1} cm^{-1}],

δyy torsiunea corpului din cauza unui cuplu 1 [cm^{-1} kg^{-1}],

$i = \sqrt{J/G}$ raza de inerţie faţă de axa trecând perpendicular pe planul figurii prin centrul de greutate (J = momentul de inerţie faţă de această axă).

Avem $a_1 a_2 = i^2$, deci triunghiu dreptunghic de înălţimea i în fig. 8. Greutăţile parţiale sunt:

$$G_1 = G\, a_2 \,/\, (a_1 + a_2), \qquad G_2 = G\, a_1 \,/\, (a_1 + a_2) \quad \ldots\ldots \quad (24).$$

Inlocuirea corpului prin două puncte materiale permite să se reducă toate acţiunile dinamice la oscilaţii de puncte materiale.

Ciocnirea verticală în linia de greutate cauzează oscilaţii de translaţie verticală, ca la oscilaţia verticală a punctului material (cp. 3) de greutatea G. — Ciocnirea orizontală la înălţimea lui G_1 cauzează oscilaţii de rotaţiune în jurul lui G_2 (punctul material de jos rămâne în repaus ca pol de rotaţiune); fenomenul trebue considerat ca oscilaţie orizontală a punctului material de sus; forţa elastică corespunzătoare orizontală se găseşte la înălţimea lui G_1. — Ciocnirea orizontală la înălţimea G_2 cauzează oscilaţii de rotaţiune în jurul lui G_1 de considerat drept oscilaţie orizontală a lui G_2 cu forţa elastică orizontală corespunzătoare la această înălţime. Cele trei oscilaţii proprii au frecvente deosebite.

Luând în cm deplasările elastice caracteristice:

δ_0 deplasarea elastică verticală a corpului sub greutatea proprie G,

δ_1 deplasarea elastică orizontală a greutăţii parţiale superioare G_1 în urma unei forţe G_1 ce i se aplică orizontal şi

δ_2 idem pentru greutatea parţială inferioară G_2 în urma unei forţe G_2 ce i se aplică orizontal,

se obţin frecvenţele proprii:

pentru oscilaţia verticală $n_0 = 300/\sqrt{\delta_0}$ [min^{-1}] . . . . (25)

pentru oscilaţiile orizontale ale greutăţii parţiale superioare resp. inferioare:

$$n_1 = 300/\sqrt{\delta_1}\ [\text{min}^{-1}] \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

$$\text{resp. } n_2 = 300/\sqrt{\delta_2}\ [\text{min}^{-1}] \quad \ldots\ldots \quad (27)$$

Când corpul arcuit e ciocnit de un corp (berbec) de greutatea B cu vitesa de ciocnire v_B, forţele elastice respectiv forţele statice echivalente se pot indica după 3 cum urmează, pentru fiecare din cele trei direcţiuni de oscilaţie:

Ciocnire verticală în linia de greutate: Vitesa iniţială a corpului lovit şi de greutatea G, după ecuaţia (18): $v_0 = v_B\,(1 + k)\, B/(B + G)$ . . . . (28)

forţa elastică, după ecuaţia (21): $P_{f_0} = G\, v_0 \,/\, \sqrt{g\, \delta_0} = \nu_0\, G$ . . . . (29)

resp. forţa statică echivalentă (după ecuaţia 22): $P_0 = \mu\, \nu_0\, G$ . . . . (30)

Ciocnire orizontală la înălţimea greutăţii parţiale G_1 (fig. 8): Vitesa iniţială a greutăţii parţiale ciocnite G_1, după ecuaţia (18):

$$v_1 = v_B\,(1 + k) B/(B + G_1) \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

[1]) V. nota [2]) p. 267. — [2]) Rausch, Bauing. 11 (1930), p. 226 şi 247. — [3]) Rausch, ATZ 38 (1935), p. 580.— [4]) Rausch, ZVDI 82 (1938), p. 495.

Scanned with OKEN Scanner

și forța elastică orizontală antagonistă la înălțimea G_1 după (21)

$$P_{f_1} = G_1 v_1 / \sqrt{g\,\delta_1} = \nu_1 G_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

resp. forța statică echivalentă după ecuația (22):

$$P_1 = \mu \nu_1 G_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Analog pentru o ciocnire orizontală la înălțimea greutății parțiale inferioare G_2:

$$v_2 = v_B (1 + k) B/(B + G_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

$$P_{f_2} = G_2 v_2 / \sqrt{g\,\delta_2} = \nu_2 G_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

$$P_2 = \mu \nu_2 G_2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

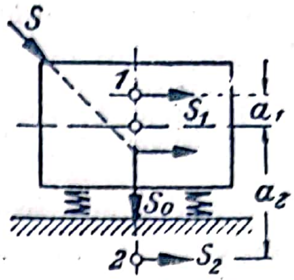


Fig. 9. Ciocnire orientată oricum, a unui corp arcuit.

Printr'un impuls de percuțiune S orientat oricum (fig. 9) se excită toate trei oscilațiile proprii ale corpului arcuit, cari se suprapun. Forțele elastice resp. forțele statice echivalente corespunzătoare se obțin prin descompunerea impulsului de percuțiune S după cele trei direcțiuni de oscilație în componentele S_0, S_1 și S_2, cum arată figura.

II. Forțe periodice

1. Forță armonică asupra unui punct material arcuit.

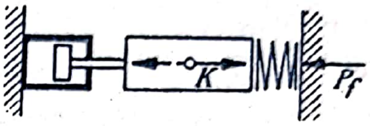


Fig. 10. Forță excitatoare armonică asupra unui punct material arcuit și amortisat.

Dacă o forță armonică de amplitudinea $\pm K$ și pulsația ω resp. frecvența de excitație $n_m = 60\,\omega/(2\pi)$ pe minut se exercită ca în fig. 10 asupra unui punct material arcuit (și amortisat) cu frecvența proprie n_e (ecuația 16), se produc oscilații constrânse în tactul forței excitatoare și deci forțe elastice armonice. Amplitudinea forței elastice [1]) [2]) la elongații de oscilație mici și amortisare mică e:

$$P_f = \pm K\,(n_e/n_m)^2 \Big/ \sqrt{[(n_e/n_m)^2 - 1]^2 + (d'/\pi)^2 (n_e/n_m)^2} = \pm\, \nu' K, \quad . \quad . \quad (37)$$

unde d' e decrementul logaritmic al amortisării [3]).

Coeficientul dinamic ν' (adaus de trepidație, multiplicator) permite calculul forței elastice și din cea excitatoare. Pentru dispoziția fără amortisare ($d' = 0$) expresiunea coeficientului dinamic se simplifică:

$$\nu = (n_e/n_m)^2 / [(n_e/n_m)^2 - 1] = n_e^{\,2}/(n_e^{\,2} - n_m^{\,2}). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

Purtându-l în ordonate deasupra raportului frecvențelor n_e/n_m în abscise, se obține curba de rezonanță (fig. 11). Dacă $n_e < n_m$ (acord jos, frecvență proprie joasă la masă mare, arcuită elastic, și frecvență excitatoare înaltă, adică forță alternativă variind repede), ν poate deveni subunitar, forța elastică P_f mai mică decât cea excitatoare K. La arcuire foarte elastică și forță aplicată variind foarte repede, coeficientul dinamic tinde spre zero, nu apar aproape de loc forțe în resort, masa plutește așazicând liber pe resort, forța excitatoare și cea masică își fac aproape echilibru. La $n_e > n_m$ (acord înalt, masă arcuită rigid, forță excitatoare variind încet) ν e supraunitar și tinde spre unitate la diferență crescătoare a celor două frecvențe. Limita $\nu = 1$ îi corespunde solicitării statice (forță aplicată infinit încet). Pentru $n_e = n_m$ survine rezonanță, forța elastică crește la infinit, la dispoziție neamortisată.

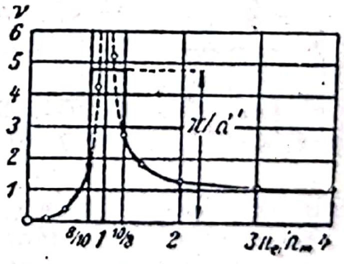


Fig. 11. Curbă de rezonanță.

Dacă avem amortisare, coeficientul dinamic pentru cazul rezonanței (**coeficientul de rezonanță**) e, după ecuația (37):

$$\nu_r = \pi/d'. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

După fig. 11 calculăm în intervalul de rezonanță dintre cca $n_e/n_m = 8/10$ și $10/8$ cu coeficientul de rezonanță după (39), în afara intervalului de rezonanță cu coeficientul dinamic după (38).

[1]) V. nota [1]) pagina precedentă.

[2]) A. Föppl, Vorlesungen über Technische Mechanik, vol. 4, Dinamica, Leipzig 1923, Teubner. — Hort, Technische Schwingungslehre, Berlin 1922, Springer. — Geiger, Mechanische Schwingungen, Berlin 1927, Springer. — Lehr, Schwingungstechnik, Berlin 1930, Springer.

[3]) V. p. 229 sus, acolo ω_0 = pulsația proprie (aici λ).

Scanned with OKEN Scanner

La forță excitatoare din timp în timp sau permanentă trebue să se țină seamă ca sub a) de obosirea materialului; se obține forța statică echivalentă

$$P = \mu P_f = \mu \nu K \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

Amplitudinea comprimării se obține din aceea a forței elastice. Cu greutatea G și compresiunea caracteristică elastică δ_0 (cp. solicitarea prin ciocnire I 2) avem

$$\delta_f = \delta_0 P_f / G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

2. Forță sau moment excitator oarecare, sinusoidal, asupra unui corp arcuit.

Corpul se înlocuește cu două puncte materiale (fig. 8) în aceleași ipoteze ca la ciocnire (I, 4); poate efectua trei oscilații proprii independente unele de altele, cu frecvențele după ecuațiile (25), (26) și (27).

Pentru o forță excitatoare armonică de amplitudinea $\pm K$ și frecvența excitatoare n_m, forțele elastice și amplitudinile oscilației se găsesc cum urmează [1]:

Forță excitatoare verticală în linia de greutate: Cu frecvența proprie n_0 a oscilației verticale după (25), coeficientul dinamic ν, după (38):

$$\nu_0 = n_0^2 / (n_0^2 - n_m^2), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

forța elastică $\qquad P_{f_0} = \nu_0 K, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$

resp. forța statică echivalentă $\qquad P_0 = \mu \nu_0 K. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$

Elongația e proporțională cu amplitudinea forței elastice, adică, după (41):

$$\delta_{f_0} = \delta_0 P_{f_0} / G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

Forța excitatoare orizontală la înălțimea punctului material superior (fig. 8) cauzează oscilații de rotațiune constrânsă în tactul forței excitatoare, în jurul punctului material inferior, de considerat drept oscilații orizontale constrânse ale punctului material superior cu greutatea G_1, forța elastică orizontală corespunzătoare găsindu-se la înălțimea acestei greutăți parțiale. După ecuațiile (26) și (38) avem

$$\nu_1 = n_1^2 / (n_1^2 - n_m^2), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

forța elastică $\qquad P_{f_1} = \nu_1 K, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$

resp. forța statică echivalentă $\qquad P_1 = \mu \nu_1 K. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$

Amplitudinea oscilației orizontale a punctului material superior, după (41):

$$\delta_{f_1} = \delta_1 P_{f_1} / G_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Impărțind cu a (fig. 8), se obține amplitudinea unghiului de rotațiune în jurul punctului material inferior, de unde se determină amplitudinea de oscilație a oricărui punct al corpului.

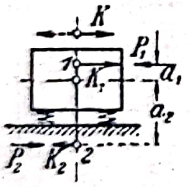


Fig. 12. Forță excitatoare orizontală armonică la înălțime oarecare.

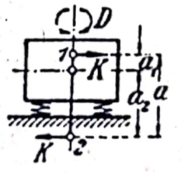


Fig. 13. Moment excitator armonic.

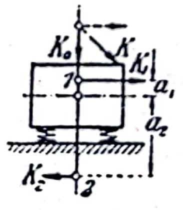


Fig. 14. Forță excitatoare armonică orientată oarecum.

Forța excitatoare orizontală la înălțimea punctului material inferior cauzează oscilații de rotațiune constrânse în jurul punctului material superior; se obține

$$\nu_2 = n_2^2 / (n_2^2 - n_m^2), \quad . \quad . \quad (50)$$

$$P_{f_2} = \nu_2 K, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

$$P_2 = \mu \nu_2 K, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

$$\delta_{f_2} = \delta_2 P_{f_2} / G_2. \quad . \quad . \quad . \quad (53)$$

Dacă forța excitatoare nu trece prin niciunul din cele două puncte „fixe", ea trebue descompusă (ca la ciocnire) după fig. 12, în două componente, calculând separat pentru fiecare din ele.

La moment excitator sinusoidal, amplitudinea momentului D se înlocuește prin cuplul de forțe $\pm K$ aplicate în punctele fixe după fig. 13; calculul separat pentru ambele componente.

La forță excitatoare armonică orientată arbitrar, după fig. 14, descompunem amplitudinea K a forței excitatoare în cele trei direcțiuni de oscilație în componentele K_0, K_1 și K_2 și calculăm separat pentru fiecare componentă.

c) Măsuri de luat în focarul trepidațiilor [2])

1. Trepidații de mașini. Spre a micșora forțele excitatoare, mașinile rotitoare trebue bine centrifugate, la forțe masice alternative masele trebue

[1]) V. nota [2]), pagina precedentă, nota [4]) pagina penultimă. — [2]) DIN Vornorm E 4150: Erschütterungsschutz im Bauwesen.

cât mai bine echilibrate. Fundațiile de mașini [1]) trebue să aibă formă potrivită, ținând seamă de arcuirea terenului de construcție [2]); se vor alege potrivit mijloacele de izolare [3]).

Măsurile se orientează în principiu după felul forțelor excitatoare:

a) La ciocniri (ciocan, concasor, mașină de ștanțat) masă mare de fundație și arcuire elastică sub blocul fundației.

Elongația oscilației blocului fundației la ciocnire trebue adaptată condițiunilor in serviciu. Amortisarea nu prea mare e convenabilă. La ciocniri dese (mai mult de cca 60/min) frecvența proprie a corpului arcuit (mașina cu blocul fundației) trebue plasată la cel puțin dublul frecvenței de ciocnire.

b) La forțe excitatoare periodice (ale mașinilor cu mișcare alternativă sau rotitoare, ca mașinile cu piston, turbinele etc.) trebue tins spre fundație fără rezonanță: frecvențele proprii n_e trebue plasate cât se poate de mult dedesubtul (acord jos) sau deasupra (acord înalt) frecvenței de excitație (cp. II 1, p. 271).

Influența contra transmiterii trepidațiilor e optimă la acord jos prin masă de fundație mare și arcuire elastică. La n_m mare ($>$ 1500/min) fundația se așează direct pe terenul de construcție; la n_m mijlociu (cca 500...1500/min și eventual și sub 500/min) pe corpuri elastice arcuitoare (de ex. resorturi spirale, corpuri de cauciuc etc.). Amortisarea mare nu e convenabilă fiindcă mărește forțele transmise suportului.

Se recomandă fundații cu acord înalt dacă n_m e foarte jos (în general sub 300/min), dacă tuburile etc. dintre mașină și jur nu pot fi racordate elastic, dacă anturajul nu e deosebit de sensibil față de transmiterea oscilațiilor, dacă forțele excitatoare sunt atât de tari încât, la fundație acordată jos, s'ar produce în serviciu oscilații prea mari și lipsa de spațiu sau motive economice împiedecă mărirea masei fundației. Acordul înalt e realizabil prin masă de fundație mică (fundații cu goluri) și arcuire rigidă (mare suprafață de sprijin), amortisare convenabilă. Plăci arcuitoare de amortisare antitrepidante nu sunt necesare sub fundație, dar convenabile pentru micșorarea transmiterii sunetului și amortisare, dacă frecvențele proprii rămân și atunci destul de sus deasupra frecvențelor de excitație.

In general, fundațiile de mașini trebue separate de împrejurime prin rosturi. La instalațiunile mari se fac cercetări dinamice ale terenului pentru determinarea proprietăților de arcuire și conducție ale terenului [2]). Pe planșeele etajelor se recomandă să se monteze numai mașini fără forțe de excitație notabile [4]). La fundații de mașini desfăcute în gen de cadre, trebue considerate și oscilațiile cadrelor și grinzilor în interiorul corpului fundației (fundații de turbine cu abur) [5]). Contra trepidațiilor prea mari, la fundații construite nepotrivit, pot ajuta mecanisme de echilibrarea maselor adaptate ulterior, schimbarea turației, modificarea masei și a arcuirii.

Ascensoarele, turnurile de extracție, turnurile antiaeriene etc. pot fi tratate din puncte de vedere asemănătoare.

2. **Trepidații de circulație** [6]). Arcuirea vehiculelor trebue dimensionată după considerente de tehnica oscilațiilor: Mase cât mai mici ne-

---

[1]) Nota [1]), pagina precedentă.

[2]) Hertwig, Früh și Lorenz, Die Ermittlung der für das Bauwesen wichtigsten Eigenschaften des Bodens durch erzwungene Schwingungen, Berlin 1933, Springer. — Hertwig și Lorenz, Bauing. 16 (1935), fasc. 25/26. — Köhler și Ramspeck, Die Anwendung dynamischer Baugrunduntersuchungen, Bericht der Deutschen Forschungsges. f. Bodenmech., Berlin 1936, Springer.

[3]) Schmidt, Gesund. Ing. 46 (1923), p. 61. — Popp, Z tech. Phys. 15 (1934), p. 391. — Thum și Oeser, Gummifederung für ortsfeste Maschinen, Berlin 1935, VDI-Verlag. — Zeller, Schalltechn. 8 (1936), p. 1. — Sotiroff, Untersuchung von Erschütterungsdämmstoffen, Diss. TH Berlin 1937. — Meyer și Keidel, Z techn. Phys. 18 (1937), p. 299.

[4]) Rausch, Maschbau, 16 (1937), p. 605.

[5]) Bauing. 14 (1933), p. 227, v. și p. 246.

[6]) Vorläufige Richtlinien über Maßnahmen zur Einschränkung von Verkehrserschütterungen, Betonstraße 1931, p. 132.

arcuite (roți, axe etc..); frecvențele joase [1]), amortisarea slabă și frecarea cât mai mică a resoartelor [2]) dau ciocniri minime asupra drumului; așezare corespunzătoare a motorului în vehicul și avion [3]) [4]) [5]) ca și în corpul vasului [6]).

a) Circulația pe străzi fără șine: Vehicule echipate cu cauciucuri, superstructura străzii cât mai puțin ondulată, rosturile umplute prin turnare, baza străzii adaptată terenului de sub ea și frecvenței circulației; terenul de sub superstructură drenat; de evitat rigolele transversale.

b) Circulația pe șine: Inegalitățile șinei și roții trebue, pe cât se poate, evitate, înlăturate sau micșorate prin întreținere metodică; baza de drenat bine; efectele de ciocnire ale rosturilor șinelor micșorate, pe cât se poate, prin construcție potrivită, mai ales la încrucișări și macaze; de examinat oscilațiile podurilor [7]).

Șinele de tramvaie trebue așezate, pe cât se poate, pe infrastructură proprie în mijlocul străzii.

Pentru circulația metropolitanelor, construcții masive de tunel, rigide contra încovoierilor în lung și în lat.

La circulația trenurilor prin orașe se va acorda atențiune protecției împrejurimii contra trepidațiilor.

3. **Forțele naturii și alte cauze de trepidație.** Presiunea vântului pe clădiri înalte [8]) poate fi tratată drept sarcină aplicată brusc, cu urcări de solicitare până la vreo 50 %. Construcțiile rigide sunt mai favorabile decât cele cari cedează.

Frecvențele proprii ale turnurilor de clopote [9]) să nu fie apropiate de frecvența oscilației clopotelor (turnurile rigide avantajoase). Turnurile trebue dimensionate corect contra forțelor masice ce li se aplică.

Construcțiile de planșee ale adăposturilor contra bombardamentelor aeriene trebue dimensionate după solicitările dinamice de așteptat [10]).

d) Măsuri de luat în locul de resimțire [11])

1. **Trepidațiile de mașini și circulație mai ales în construcții;** în primul rând e vorba deci de adoptarea unei forme constructive pentru micșorarea trepidațiilor acționând din afară. Distanța de focarul de trepidație să fie cât mai mare. Grădinile din fața clădirilor sunt convenabile. Țevile și cablurile să fie, pe cât se poate, sub trotuare sau în canale de protecție sub pavaj, pentru protecția contra trepidațiilor.

Baza de construcție a clădirilor periclitate de trepidații trebue examinată mai sever [12]), sondajele de probă executate mai adânc, ținută seama de capacitatea de însdruncinare a terenului. Ea poate fi determinată prin mașini de excitație [13]).

Secțiunile de bază ale fundațiilor trebue astfel dimensionate, încât să se evite tasările inegale: Bază cât mai masivă, mai ales spre

---

[1]) R a u s c h, ATZ 38 (1938), p. 580.
[2]) L e h r, ZVDI 74 (1930), p. 1113. — Z e l l e r, Forschung 5 (1934), p. 75.
[3]) R a u s c h, ZVDI 82 (1938), p. 495.
[4]) R i e d i g e r, ZVDI 81 (1937), p. 713.
[5]) L ü r e n b a u m și B e h r m a n n, DVL-Jahrbuch 1937, p. 469.
[6]) W a a s, ZVDI 81 (1937), p. 763.
[7]) K r a b b e, Stahlbau (1937), fasc. 26.
[8]) R a u s c h, ZVDI 77 (1933), p. 433.
[9]) K ö p c k e, Glockenstühle, Handbuch der Architektur, III., vol. 6, ed. a 2-a, 1891.
[10]) Schutzraumbestimmungen, Ztrbl. Bauw. 57 (1937), fasc. 21.
[11]) V. nota [1]), p. 266.
[12]) Cp. Merkblätter der Deutschen Gesellschaft für Bauwesen: Richtlinien für Bodenuntersuchungen und DIN Vornorm 4021 u. 4022.
[13]) V. nota [2]) pagina precedentă.

focarul de trepidație; la tălpi de fundație apropiate și la nivel inegal, dreapta de unire a muchiilor interioare ale tălpilor să nu formeze cu orizontala un unghiu mai mare decât jumătate din unghiul de taluz (fig. 15); pentru construcția de deasupra solului, formă paralelepipedică și cât mai rigidă, cu ancorări bogate. In general sunt convenabili pereți groși de cărămidă și grei, mai ales la etajele inferioare. Dacă trepidațiile pot trece dela o clădire la casa vecină, se vor dispune între pereții despărțitori spații de aer sau garnituri plastice.

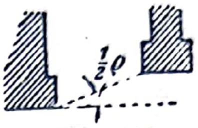


Fig. 15. Diferență de nivel maximă între tălpi de fundație apropiate, în caz de trepidații.

Straturile izolatoare dintre sol și zidărie sau în zidăria verticală nu reprezintă o protecție contra trepidațiilor (ultimele însă o protecție contra sunetului); nici construcțiile speciale de orice fel nu pot fi considerate drept protecție contra trepidațiilor, dacă nu asigură separarea completă dintre sol și zidărie, până la o adâncime suficientă.

Pentru protecția aparatelor sensibile contra trepidațiilor, ele se dispun ușor arcuite sau suspendate. Unde e nevoie de o dispunere cât mai fără trepidații și imobilă, fundațiile aparatelor vor fi grele și rigide (de ex. turnuri de observație pentru instrumente geodezice și astronomice).

2. **Forțele naturii și alte cauze de trepidație.** Cutremurele de pământ [1]) solicită construcțiile mai ales prin oscilații orizontale lente (perioada cca. 1 s), accelerațiile asociate fiind de până la 30 % din accelerația gravitației. Construcțiile cât mai ușoare și rigide în direcțiune orizontală sunt avantajoase. In țările periclitate de cutremure de pământ, dovedirea statică a rigidității laterale, la teren de construcție bun, se face aplicând forțe orizontale suplementare la înălțimea de cca. 10 % din a sarcinilor corespunzătoare verticale. Amplitudinile oscilațiilor terenului sunt mari la terenuri moi și mici la terenuri stâncoase; adausul de trepidație se orientează după felul terenului.

B. Protecția contra transmiterii sunetului

Prelucrare de dr. ing. R. Berger, Berlin-Steglitz

a) Generalități

Clasificarea după frecvență. Oscilațiile și undele mecanice ale unui mediu elastic, deosebite după audibilitate, se numesc *sunet* în intervalul de frecvență $f = 20...20\,000$ Hz. (intervalul audibil), *infrasunet* pentru $f < 20$ Hz., *ultrasunet* la $f > 20$ kHz.

Clasificarea după conductoarele cele mai importante în tehnică. *Sunet atmosferic*, *sunet în solide* (propagându-se în corpuri solide), *sunet în apă*.

Clasificarea după felul deformației. *Unde de compresiune*, *de tăiere*, *de suprafață*, *de întindere*, *de torsiune* și *de încovoiere* (fig. 1). Undele de compresiune, de tăiere și de suprafață sunt importante la propagarea infrasunetului; cele de întindere, torsiune și încovoiere pentru bare și plăci; în gaze și lichide, numai undele de compresiune.

Fig. 1.

Notăm S rigiditatea de deformație, rezistența contra deformației elastice a unui material [kg cm⁻²], la gaze produsul dintre presiunea mijlocie a gazului și raportul căldurilor specifice, la lichide valoarea reciprocă a compresibilității,

c vitesa de propagare a unei deformări elastice [cm s⁻¹],

ρ densitatea mediului conductor [kg s² cm⁻⁴], $c = \sqrt{S/\rho}$ [cm s⁻¹],

K modulul de elasticitate la compresiune, modulul de volum, rigiditatea contra întinderii și compresiunii axiale dacă se împiedecă variațiunile de secțiune [kg cm⁻²],

[1]) Briske, Bautechn. 5 (1927), p. 425 și 453; 11 (1933), p. 239 și 261; ZVDI 79 (1935), p. 389.

G modulul de tăiere [kg cm^{-2}],
E modulul de elasticitate [kg cm^{-2}],
O rigiditatea superficială (a solului) [kg cm^{-2}],
B rigiditatea la încovoiere (contra oscilaţiilor) pentru bare, plăci şi pereţi [kg cm^{-2}],

$$G = \frac{1}{2(1+\mu)} E \qquad K = \frac{1-\mu}{1-\mu-2\mu^2} E \qquad B = \frac{4\pi^2 J}{\lambda^2 F} E.$$

c_k, c_g, c_e, c_o, c_b, vitesele de propagare a undelor de compresiune, tăiere, întindere, superficiale şi de încovoiere [cm s^{-1}]:

$$c_k = \sqrt{K/\varrho} \qquad c_g = \sqrt{G/\varrho} \qquad c_e = \sqrt{E/\varrho} \qquad c_o = \sqrt{O/\varrho} \qquad c_b = \sqrt{B/\varrho}.$$

$\mu = |\varepsilon_q/\varepsilon|$ valoarea absolută a raportului dintre variaţiunea grosimii ε_q şi a lungimii ε a unei bare lateral liberă, de lungimea 1 şi grosimea 1 v. DIN 1350 [1],
F secţiunea barei [cm^2],
J momentul axial de inerţie de suprafaţă al unei secţiuni prin bară [cm^4],
λ lungimea de undă într'o bară de egală secţiune [cm].

Vitesa de propagare e independentă de frecvenţă la undele de compresiune, întindere şi tăiere. Undele de torsiune sunt un caz particular al celor de tăiere. Vitesa de propagare depinde de frecvenţă la undele de încovoiere. Dacă vitesa de propagare e c_{b1} pentru $\lambda = 1$, avem, în general $c_b = c_{b1}/\lambda$.

b) Concepte, unităţi şi simboale în protecţia contra sgomotului

N puterea acustică, energia acustică ce traversează în unitatea de timp o suprafaţă arbitrară [erg s^{-1} = 10^{-7} W],
E_s densitatea sunetului, energia acustică pe unitatea de volum [erg cm^{-3}],
I intensitatea sunetului, puterea acustică pe unitatea de suprafaţă [erg cm^{-2} s^{-1} = 10^{-7} W cm^{-2}],
D măsura sunetului, măsură convenţională pentru rapoartele dintre intensităţile sunetului [decibel, db],
L tăria sunetului, măsură convenţională pentru perceperea sunetului [fon],
p presiunea sunetului [dyn cm^{-2} = μ bar].

La sunetul normal convenţional de 1000 Hz avem:
$p_{no} = 2 \cdot 10^{-4}$ = [dyn cm^{-2} = μ bar] presiunea şi $I_{no} = 10^{-16}$ [W cm^{-2}] tăria sunetului la pragul de audibilitate,
$p_{ns} = 10^6\, p_{no}$ [dyn cm^{-2} = μ bar] presiunea şi $I_{ns} = 10^{12}\, I_{no}$ [W cm^{-2}] tăria sunetului la pragul de senzaţie.

Pentru evitarea acestor cifre mari se calculează cu logaritmii zecimali.
p_1, I_1 şi p_2, I_2 presiunile şi intensităţile sunetului a două sunete oarecari 1 şi 2.
O măsură a raportului presiunilor şi intensităţilor lor e

$$D_{12} = 20 \lg (p_1/p_2) = 10 \lg (I_1/I_2) \text{ [db = decibel]} \quad (1)$$

p_{n1}, I_{n1} presiunea şi intensitatea unui sunet normal oarecare.
O măsură a tăriei sunetului e

$$L_{n1} = 20 \lg (p_{n1}/p_{no}) = 10 \lg (I_{n1}/I_{no}) \text{ [foni].}$$

Un sunet oarecare are această tărie, dacă apare egal de tare la compararea auditivă cu sunetul normal.

Sonanţa [1]) e o măsură a tăriei reale a sensaţiei acustice. Încă neîntrebuinţată în indicaţiile numerice.

Incomodarea [2]) e o măsură a gradului de incomodare. Nu se întrebuinţează. La tărie egală, sunetele înalte sunt mai supărătoare decât cele joase.

c) Surse acustice simultane

Notăm:
I_1, I_2, . . . intensităţile } sursele acustice de aceeaşi frecvenţă 1, 2, . . .,
p_1, p_2, . . . presiunile }
I_0 intensitatea } la pragul de audibilitate,
p_0 presiunea }
I_g, L_g intensitatea şi tăria totală a surselor 1, 2, . . . în db deasupra pragului lor de audibilitate.

---

[1] Berger, Grundbegriffe der Schalltechnik, Schalltech. 8 (1936), p. 29.
[2]) Laird-Coye, Psychological measurement of annoyance as related to pitch and loudness, Journ. Acoust. Soc. Amer. 1 (1929), p. 159.

$$I_g = I_1 + I_2 \ldots \left[\text{erg cm}^{-2}\,\text{s}^{-1} = 10^{-7}\ \text{W cm}^{-2}\right],$$
$$L_g = 10 \lg (I_g/I_0) = 10 \lg [(I_1 + I_2 \ldots)/I_0] = 10 \lg [(p_1^2 + p_2^2 \ldots)/p_0^2]\ [\text{db}]. \quad (2)$$

Consecințe.

1. Tărie totală L_g a sunetului a n surse acustice de aceeași frecvență și tărie L (db deasupra pragului de audibilitate ≈ foni între 600 și 3000 Hz) (fig. 2)

$$L_g = L\ [\text{foni}] + 10 \lg n\ [\text{db}] \ldots \quad (3)$$

La număr de surse înzecit, creșterea e de 10 db (de transformat în foni cu ajutorul curbelor de egală tărie a sunetului). A doua sursă se aude abia la $n > 10$. Dacă 100 mașini cu o bandă de frecvențe între 600 și 3000 Hz au tăria totală de 90 foni, la oprirea a 99 mașini, singura rămasă în funcțiune mai are tăria de 70 foni.

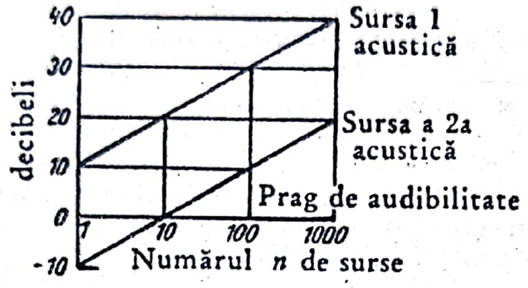


Fig. 2.

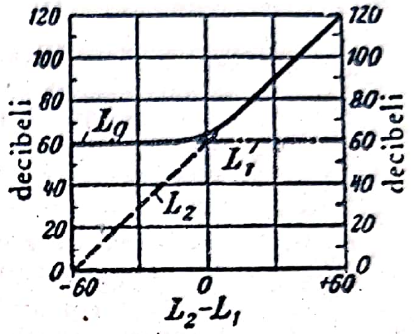


Fig. 3.

2. Influența deosebirilor de tărie a sunetului. Dacă două surse acustice au aceeași frecvență în intervalul dela 600 până la 3000 Hz, avem (fig. 3)

L_1 tăria unei surse acustice invariabile [foni],
L_2 tăria unei surse acustice variabile [foni],
L_g tăria totală a celor două surse [foni],

$$L_g \approx L_1 \text{ dacă } L_1 > L_2;\ L_g \approx L_2 \text{ dacă } L_2 > L_1;\ L_g = L_1 + 3\ [\text{foni}] \text{ dacă } L_1 = L_2.$$

La protecția contra sgomotului se vor înlătura vârfurile de sgomot (interzicerea claxonării). Inlăturarea sgomotului slab e fără efect.

d) Trecerea sunetului prin suprafețe de separație.[1])

Două conductoare acustice, de mari dimensiuni, sunt în contact. Nu apar oscilații de încovoiere.

Notăm

N_e, N_r, N_d puterea sunetului incident pe suprafața de separare, reflectat respectiv refractat [erg s^{-1} = 10^{-7} W].

In primul și al doilea conductor al sunetului avem

c_1, c_2 vitesele sunetului la un tip de deformație [cm s^{-1}],
γ_1, γ_2 greutatea specifică [g cm^{-3}],
S_1, S_2 rigiditatea la deformație, opunerea față de un tip de deformație [kg cm^{-2}],
n indicele de refracție a sunetului între cele două materiale [1].

$$n = c_1\,\gamma_1/c_2\,\gamma_2 = \sqrt{S_1\,\gamma_1/S_2\,\gamma_2} \ldots \quad (4)$$

La incidență normală avem

$$N_d = N_e\, 4\, n/(n+1)^2 \qquad N_r = N_e\,[(n-1)/(n+1)]^2. \quad (5)$$

Exemplu: Pentru aer, apă și gresie avem

c = 33 300, 144 000 și 230 000 [cm s^{-1}], γ = 0,001 24, 1 și 2,3 [g/cm³].

Aer și apă	N_d = 0,11 % N_e	N_r = 99,89 % N_e
Aer și gresie	N_d = 0,03 % N_e	N_r = 99,97 % N_e
Apă și gresie	N_d = 67 % N_e	N_r = 33 % N_e

Pentru $n = 1$ adică $c_1\,\gamma_1 = c_2\,\gamma_2$ și $S_1\,\gamma_1 = S_2\,\gamma_2$ avem $N_d = N_e$.

Pentru $n \gg 1$ sau $n \ll 1$ avem $N_d \ll N_e$.

Materialele grele și rigide (ziduri, mase de metal) izolează sunetul împreună cu materiale ușoare și moi (aer, materiale de tipul plutei și cauciucului, pene, din cauza masei mici și a cedării mari), cât nu apar oscilații la încovoiere.

[1]) Berger, Über die Schalldurchlässigkeit, Diss. München 1911.

Scanned with OKEN Scanner

e) Măsuri contra sgomotului [1])

Prin sgomot se înțeleg sunetele cari incomodează.

1. **Inlăturarea surselor de sgomot:** Interzicerea claxonării, separarea cartierelor de vile și fabrici, înlocuirea semnalizării acustice prin semnalizare optică.

2. **Micșorarea tăriei sgomotului:** Echilibrarea maselor, centrifugarea, schimbarea turației, înlocuirea mișcărilor discontinue cu altele uniforme, ungerea, capsularea, întrebuințarea forței prin presiune în locul celei prin percuțiune (mașină de scris), deformarea prin presiune în loc de percuțiune, garnituri intermediare moi, sudare în loc de nituire, vase de eșapament și rezervoare de aer.

3. **Izolarea sgomotului:** Sgomotul din aer și cel din solide reclamă măsuri de izolare opuse.

f) Izolarea sunetului din aer [2])

La un perete izolant notăm

D izolarea sunetului (dependentă de frecvență) [db],
L tăria sunetului [foni],
D_m izolarea medie, pe scara logaritmică a frecvențelor, între 100 și 3000 Hz [db],
N_1, N_2 puterea sunetului incident și refractat $[\text{erg s}^{-1} = 10^{-7}\ \text{W}]$,
p_1, p_2 presiunea sunetului din spre sursă și din partea opusă $[\text{dyn cm}^{-2}]$,
E_{s_1} E_{s_2} densitatea sunetului (energia pe unitatea de volum) în încăperea de emisiune și cea de recepție $[\text{erg cm}^{-3}]$,
A_2 absorpția sunetului în încăperea de recepție [m²], măsura ei, la spațiu cu reflexiune totală, fiind o suprafață deschisă cu aceeași absorpție,
F aria unei fețe a peretelui [m²].

$$D = 10\,\lg\,(N_1/N_2) = 20\,\lg\,(p_1/p_2)\ \ldots \quad (6)$$

$$L \approx D \text{ între 600 și 3000 Hz.}$$

La un perete de separație între două încăperi, avem

$$D = 10\,\lg\,(E_{s_1}/E_{s_2}) - 10\,\lg\,(A/F). \quad (7)$$

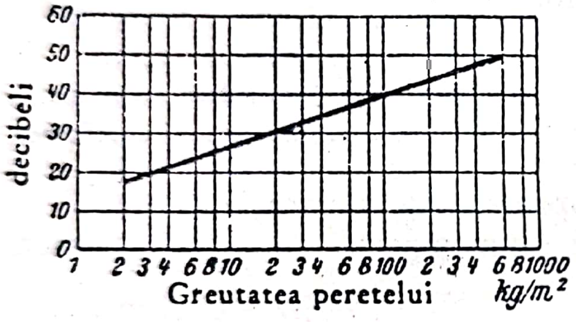


Fig. 4.

1. **Pereți simpli etanși.** Pereții simpli nu au spații de aer. Transmiterea sunetului e asigurată de oscilații de încovoiere. Izolarea sunetului între 100 și 3000 Hz trebue să fie de 53 db în mijlociu, corespunzător unei greutăți de perete de 450 kg/m².

Notăm:

D_t izolarea peretelui simplu contra sunetelor din aer [db],
f frecvența unui sunet [Hz],
G greutatea de perete pe m² de față de perete $[\text{kg m}^{-2}]$.

$$D_t \approx 20\,\lg\,(0{,}004\,G\,f). \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Pereți grei și etanși izolează mai bine (fig. 4). Sunetele joase străbat mai ușor. Fața peretelui e de mică influență. Părțile transparente pentru sunet sunt hotărîtoare pentru izolare: uși, ferestre, fisuri și alte treceri pentru aer scad izolarea. Pereții în mai multe straturi fără spații de aer intermediare măresc izolarea < 3 db. Rigiditatea la încovoiere e de mică influență.

---

[1]) R e v i s t e: Akustische Zeitschrift, Leipzig. — The Journal of the Acoustical Society of America. — Die Schalltechnik, Berlin.

O p e r e r e z u m a t i v e: S c h o c h, Die physikalischen und technischen Grundlagen der Schalldämmung, Leipzig 1937, Hirzel. — W a g n e r, Das Lärmproblem vom Standpunkt des Ingenieurs, Z V D I 77 (1933), p. 1; Fortschritte in der Geräuschforschung und Lärmabwehr, Z V D I 79 (1935), p. 531; Physikalische Grundlagen und neuere Ergebnisse der Lärmbekämpfung, Z techn. Phys. 16 (1935), p. 544.— W a e t z m a n n, Handb. d. Exp. Phys., XVIII. Techn. Akustik, partea a 3-a, B e r g e r, Abwehr von Lärm und Erschütterungen, p. 1, Leipzig 1934, Akad. Verlagsges.

[2]) T h i e n h a u s, Die Schalldämmung von Einfachwänden, D Bauztg 71 (1937), fasc. 21. — C a m m e r e r și D ü r h a m m e r, Über die Durchlässigkeit von Luftschall durch Massivwände und Wände mit Lufträumen, Gesund. Ing. 58 (1935), p. 556.— M e y e r, Grundlegende Messungen zur Schallisolation von Einfachwänden. Sitz.-Ber. Preuß. Akad. d. Wiss. 1931. — L ü b c k e și E i s e n b e r g, Schallübertragung von dünnen Einfachwänden, Z. techn. Phys. 18 (1927), p. 170. — D I N 4110, Techn. Bestimm. f. d. Zulassung neuer Bauweisen, DNA 1937. — G a s t e l l, Schalldämmmessungen in der Praxis und Vorschläge zur Normung des Schallschutzes von Wohnungstrennwänden und Decken, Akust. Z 1 (1936), p. 24.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 1. Izolarea sunetului în pereți simpli

Materialul de construcție	Cărămidă plină					Cărămizi ușoare			Pardoseală, ciment piatră ponce		Pardoseală ipsos		Plăci construcție ușoară	
Grosimea brută a peretelui [cm] . . .	6,5	12	25	38	51	6,5	12	25	5	8	5	7	5	7,
Greutatea cu tencuială de ciment 2 × 1,5 cm [kg/m²]	175	280	480	680	880	110	170	300	100	130	90	100	70	80
Izolarea medie la 100...3000 Hz [db] . . .	45	49	53	56	58	42	45	49	41	43	40	41	38	39

Tabela 2. Izolarea sunetului în părți de construcție

Partea de construcție	Uși simple curente	Uși simple întărite	Uși duble	Ferestre simple	Ferestre duble	Uși și ferestre neetanșe
Izolarea [db]	15...20	20...30	30...40	15...25	25...35	5...10

2. **Pereți simpli poroși.**[1]) Pereții poroși transmit sunetul prin oscilațiile lor și prin pori. Izolarea crește la transparență descrescătoare față de aer. In cazul cel mai favorabil izolarea atinge valoarea pentru pereții neporoși de aceeași greutate. De aceea pereții poroși nu sunt potriviți pentru izolarea sunetului din aer.

3. **Pereți multipli etanși** [1]). Pereții multipli au spații de aer între pereții parțiali. Izolarea sunetelor din aer crește cu greutatea pe m² și distanța dintre pereții parțiali. Pentru efectul de izolare e hotărîtoare poziția *frecvenței limită* f_{gr}; deasupra ei efectul de izolare e cu mult mai mare, dedesubtul ei egal cu al peretelui simplu de aceeași greutate de perete. Izolarea minimă cerută între 100 și 550 Hz e de 47 db, între 550 și 3000 Hz de 59 db. In spațiile intermediare de aer trebue introduse după *Meyer* substanțe absorbante pentru sunet, spre a împiedeca propagarea lui transversală.

Notăm

f_{gr} frecvența limită a unui perete dublu [Hz],
G_t greutatea unui perete parțial pe unitatea de suprafață $[kg\ m^{-2}]$
l distanța dintre doi pereți parțiali [cm].

In aceste condițiuni avem $f_{gr} \approx 1190/\sqrt{G_t\, l}$. . . . . (9)

Exemplu. Perete dublu din plăci de construcție ușoară tencuite
$G_t = 35$ kg/m² $l = 10$ cm, $f_{gr} = 64$ Hz.

Frecvența limită trebue plasată cât mai jos. La grosime de perete limitată, trebue greutate mare de perete; la greutate limitată, distanță mare între pereții parțiali. Se vor evita punțile de sunet (legăturile solide) dintre pereții parțiali prin conducte și mortar.

[1]) *Knoblauch*, Techn.-phys. Praktikum, p. 152, Schalldurchgang durch kleine Öffnungen, Berlin 1934, Springer. — *Wintergerst*, Theorie von einfachen und zusammengesetzten Wänden, Schalltechn. 4 (1931), p. 85; 1932, p. 1. — *Wintergerst* și *Knecht*, Schalldurchgang durch kleine Öffnungen, ZVDI 76 (1932), p. 777. — *Cremer*, Fortschritte in der Theorie der Schallabsorption durch poröse Wände, ENT 12 (1935), p. 333. — *Retinger*, Theorie of sound transmission through porous and nonporous materials, Journ. Acoust. Soc. Amer. 8 (1937), p. 172.

[2]) E. *Meyer*, Die Mehrfachwand als akustisch-mechanische Drosselkette, Z techn. Phys. 16 (1935), p. 565 și ENT 1935, p. 393. — *Neubert*, Beitrag zur Bemessung und Beurteilung von schalldämmenden Zweifachwänden, Gesund. Ing. 60 (1937), p. 704. — *Wintergerst*, Theorie von einfachen und zusammengesetzten Wänden, Schalltechn. 4 (1931), p. 85; 5 (1932), p. 1. — *Thienhaus*, Die Schalldämmung von Wänden, D Bauztg 71 (1937), Nr. 21. — *Constable*, The acoustical insulation afforded by double partitions constructed from similar components, Phil. Mag. 20 (1934), p. 321. — The effect of an acoustically absorbent lining upon the sound-insulation value of a double partition. Proceediigs Phys. Soc. 48 (1936), p. 690. — *Constable* și *Aston*, The sound insulation of single and complex partitions, Phil. Mag. 23 (1937), p. 161. — The vibration pattern of a wall transmitting sound, Proceedings Phys. Soc. 48 (1936), p. 919.— *Davis* și *Knowler*, The effect of air coupling in acoustic insolation by means of elastic supports, Phil. Mag. 23 (1937), p. 157.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 3. Izolarea sunetului în pereți dubli cu frecvența limită 60 Hz

Materialul de construcție	Grosimea peretelui cm	Greutatea incl. tencuiala ciment 2×1,5 cm. kg/m²	Spațiu de aer cm	Grosimea totală cm	Izolarea medie a sunetului db
Cărămidă plină	2×6,5	280	1,5	17,5	56
Cărămizi ușoare	2×9,5	250	1,8	23,8	56
Cărămizi ușoare	2×6,5	200	2,1	18,1	55
Pardoseală de ciment cu piatră ponce	2×5	150	3,0	16	53
Pardoseală de ipsos	2×5	130	3,7	16,7	53
Plăci de construcție ușoară	2×5	90	4,5	17,5	52

4. Măsurarea amortisării prin izolare. Receptorul acustic e un microfon cu amplificator și instrument indicator. Calculul după ecuația 7, p. 278. Dacă încăperea de recepție e cu amortisare (de ex. radiație în spre afară), microfonul se instalează direct lângă peretele de încercare și $A/F \approx 3$ db

g) Izolarea sunetului din solide

Pierderea prin căldură a sunetelor din solide, adică transformarea de energie acustică în căldură la propagarea sunetului în solide, e foarte mică. La undele de întindere și torsiune pierderea prin căldură crește mult cu frecvența, la unde de încovoiere s'a observat creștere și scădere odată cu creșterea frecvenței. Inșirate după pierderea crescătoare prin căldură, materialele urmează în ordinea fier, cărămidă, beton, lemn și felurile de unde în ordinea unde de întindere, de torsiune și de încovoiere.

După măsurătorile lui S c h m i d t [1]) pierderile prin căldură observate sunt cuprinse între 0,001 și 0,5 db/m. Pierderea mică prin căldură a undelor de compresiune și tăiere e cunoscută din propagarea cutremurelor de pământ, a trepidațiilor de circulație și de mașini. La cutremurele de pământ se pot observa unde de suprafață de frecvență joasă, înconjurând de mai multe ori pământul.

Din ecuațiile (4) și (5) urmează pentru izolarea sunetului din solide: Contra conductoarelor acustice dure și rigide (zidărie) obișnuite în tehnică izolează cel mai bine straturile de aer; unde trebue transmise forțe de reazem, substanțe moi de tipul plutei și cauciucului; la joasele frecvențe cari survin la mașini, resoartele. Legile privitoare la comportarea arcuirilor reazemelor maselor oscilante finite și rigide sunt aplicabile și izolării sunetului în solide, diferența dintre sunet și trepidații fiind condiționată numai de frecvență. In regimul permanent se poate obține izolarea numai prin „acord jos" (frecvența în serviciu $\gtrapprox$ 3 × frecvența proprie). In apropiere de rezonanță sunt avantajoase substanțele izolatoare prin pierderi, prin desvolare de căldură. La reunirile de resoarte cu substanțe izolatoare, resoartele izolează frecvențele joase, iar izolatoarele frecvențele înalte. Izolatoarele sunt inutile dacă arcuirea e aproape ca și a terenului de construcție.

In clădirile bune conducătoare de sunet prin solide se pot construi încăperi izolate de sgomot în „construcție plutitoare", tip cutii arcuite.

1. S u p r a f e ț e r a d i a t o a r e. Sunetul prin solide e radiat puternic în aer prin suprafețele radiatoare oscilând la încovoiere (expresiunea de suprafețe de rezonanță trebue evitată, rezonanța fiind acord). Izolarea o realizează garniturile de cauciuc și capitonarea cu stofă. Prin încărcarea cu mase, oscilațiile proprii se pot plasa în intervale de frecvență mai joase și mai puțin supărătoare, prin întărirea tablelor, deasupra sau la limita superioară audibilității.

[1]) Schmidt, Dämpfungsmessungen an Schallwellen in festen Körpern, Ing.-Arch. 78 (1934), p. 352. — id., Unters. über Fundamentschwingungen, ZVDI 67 (1923), p. 33. — id., Exper. Unters. von schwingungsdämpfenden Unterlagen für Maschinen. Gesund.-Ing. 46 (1923), p. 61. — [2]) Rausch, Federnde Lagerung v. Maschinen, ZVDI 82 (1938), p. 495. -- Lehr, Schwingungstechnik, vol. 2, Berlin 1934, Springer. — DIN E 4150 (Vorn.), Erschütterungsschutz im Bauwesen. — Zeller, Grundsätzliches über die Dämmung v. Schwingungen, Schalltechn. 8 (1936), p. 1. — Meyer, Körperschallmess. in Raum- u. Bauakustik, ZVDI 78 (1934), p. 957. — id., Vers. über Körperschalleitung (Schallbrücken), Akust. Z. 2 (1937), p. 72. — Meyer și Keidel, Zur Dämmung v. Federn u. Dämmstoffen, Z. techn. Phys. 18 (1937), p. 299. — Rausch, Maschinenfundamente u. and. dyn. Aufg., Berlin 1936, ed. VDI. — Willms și Keidel, Prüfung v. Körperschalldämmstoffen. — Costadoni, Ein elektrodyn. Gerät zur Messung mech. Scheinwiderstände v. Körperschalldämmstoffen, insbes. bei Belastung, Z. techn. Phys. 17 (1936), p. 108. — Böhme, Dynam. Verhalten v. Baustoffen, Akust. Z. 2 (1937), p. 303. — [3]) v. Braunmühl și Weber, Einführung in die angewdt. Akustik, Leipzig 1936, Hirzel. — v. Braunmühl, Neuere raum- u. bauakust. Lösungen in Rundf.-Bauten, Z. techn. Phys. 16 (1935), p. 571.

2. Sgomotul prin călcare. Sgomotul prin călcare e un caz particular de radiaţie de sunet din solide; excitaţia prin călcare, prin împingerea mobilei pe planşee. Oscilaţiile la încovoiere radiază sgomotul de călcare în încăperile de dedesubt.

Notăm: L tăria sgomotului prin călcare în încăperea de sub planşeu [foni].
T transparenţa planşeului pentru sgomotul prin călcare [foni].
A absorpţia sgomotului în încăperea de sub planşeu [m²].

S'a propus pentru normalizare un ciocan mecanic bătând în planşeu, drept excitator de sgomot prin călcare.

In condiţiunile de mai sus $T = L + 10 \lg A$. . . . . . (10)

$10 \lg A \approx 6$ foni pentru încăperile de locuit goale şi cca. 12 foni pentru cele mobilate. $T > 80$ [foni] inadmisibil, fiindcă la mers normal s'ar obţine în încăperea de dedesubt L 20...40 [foni]. Măsuri de luat: Micşorarea durităţii ciocnirii prin căptuşeli moi (covoare, pâslă, linoleu) sau separare „plutitoare" a pardoselei de planşeul-suport prin straturi izolante consistând în două pături de stofă cu suport intermediar formând celule de aer. Există tendinţa de a se înlocui scara în foni.[1])

h) Sgomotul de scurgere

La scurgerea apei şi a aerului se poate produce sgomot intens prin desprinderea periodică a vârtejelor (turbioanelor).

Măsuri: Adoptarea formelor „aerodinamice" în locul lărgirilor brusce de secţiune şi al cotirilor brusce, provocarea unei scurgeri laminare, subcritice, evitarea pieselor de închidere slăbite. scăderea turaţiei. La instalaţiile de aspiraţie şi aer comprimat se vor întrebuinţa amortisoare prin absorpţie şi filtre acustice.[2]) Izolarea se obţine prin intercalarea unor părţi moi în conductele de apă şi între ele şi perete.[3])

Tabela 4
Limita superioară a tăriei sgomotelor, admisibilă la instalaţiile de aeraj la încăperi neocupate (VDI-Lüftungsregeln)

Săli de concerte, teatre, cinematografe, pretenţioase	20 foni	Incăperi pentru adunări publice .	30 foni
Săli de curs, cinematografe, modeste	25 foni	Restaurante pretenţioase . . .	35 foni
		Restaurante nepretenţioase . . .	40 foni

i) Sgomotul mecanismelor

Mijloace de limitare:

Pentru mecanisme se vor micşora jocurile, acceleraţiile, erorile de diviziune (la roţile dinţate, sub 0,003 mm), ca şi loviturile de angrenare (în loc de roţi dinţate frontale, roţi conice şlefuite, cuţite în şurub, angrenarea tangenţială a creionului la crucea malteză).

Intrebuinţarea substanţelor surde în locul celor sunătoare: Roţi dinţate din talpă şi substanţe artificiale surde la forţe mici; suprafeţe de lovire surde, de ex. prinderea pârghiilor de tipe căzătoare ale maşinilor de scris pe feţe de pâslă sau materiale de tipul plutei.

Ungerea, uleierea, şlefuirea suprafeţelor mobile transmiţătoare de sunet.

Inlocuirea forţelor de ciocnire prin forţe de presiune (maşini de scris liniştite, deformarea prin presiune în locul celei prin lovire) sau înlocuirea procedeului (sudură în loc de nituire).

Limitarea efectului maselor: Intrebuinţarea materialelor uşoare, echilibrarea maselor prin mase în contrafază, în cazuri mai dificile mecanisme de echilibrare mergând în gol. Se va ţine seamă de teorema centrului de greutate şi a momentului cantităţii de mişcare.

Se va limita efectul de radiaţie prin întărire, aplicare prin lipire şi încărcare.

[1]) Osswald, Method of measuring sound Isolation of impact sound, Journ. Acoust. Soc. Amer. 1936, p. 261.

[2]) Michel, Lärm- und Resonanzschwingungen im Kraftwerksbetrieb, Berlin 1932, VDI-Verlag. — Kauffmann şi Schmidt, Schalldämpfer für Automobilmotoren, Berlin 1932. — Waetzmann şi Noether, Über akustische Filter. Ann. Phys. 22 (1932), p. 212. — Lübcke, Geräuschminderung in Lüftungasnlagen, Gesund. Ing. 60 (1937), p. 577. — Piening, Schalldämpfung der Ansauge- und Auspuffgeräusche von Dieselanlagen auf Schiffen, Z V D I 81 (1937), p. 770. — Gutsche, Flugzeuglärm und seine Bekämpfung, Z V D I 78 (1934), p. 825.

[3]) Knoblauch şi Reiher, Die Ausbreitung von Geräuschen in Wasserleitungen, Gesund.-Ing. 52 (1929), p. 186. — Reiher, Sipell şi Lindner, Verringerung von Geräuschen in Wasserleitungen, Z V D I 75 (1931), p. 681. — Wintergerst, Wasserleitungsgeräusche, Gesund.-Ing. 54 (1931), p. 129. — Mengeringhausen, Strömungsgeräusche in Wasserleitungen und ihre Beseitigung, Berlin 1931, VDI-Verlag, p. 357. — Acelaşi, Richtig Installieren, Berlin 1931, VDI-Verlag.

Scanned with OKEN Scanner

VI. Optică[1])

Prelucrare de prof. dr. fil. H. Schulz, Wetzlar

A. Bazele opticei

1. **Undele electromagnetice** ale căror lungimi de undă se cuprind între vreo 300 μ şi 20 mμ se numesc unde de lumină.

Intervalul dintre 300 μ şi 800 mμ cuprinde undele calorice (undele ultra- sau infraroşii), intervalul dintre 800 mμ şi 400 mμ undele de lumină propriu zise (vizibile), pe când undele mai scurte, active mai ales chimic, se cuprind sub numirea de lumină ultravioletă fig. 9, p. 233.[2])

Vitesa de propagare în vid a tuturor acestor unde e de 300 000 km/s; în corpurile neabsorbante vitesa e mai mică. Raportul dintre vitesa de propagare a luminii în vid şi cea în corp se numeşte indicele lui de refracţie.

Măsurarea vitesei, fie astronomic (întunecarea sateliţilor lui Jupiter — metoda lui Römer, 1675; calculul din aberaţiunea stelelor fixe — metoda lui Bradley, 1726), fie fizic (măsurarea timpului de care are nevoie un semnal luminos spre a parcurge o anumită distanţă — metoda lui Fizeau, 1849).

Pentru determinarea obiectivă a intensităţii radiaţiei servesc termoelementele (secţ. 7, Măsuri), bolometrele sau celulele fotoelectrice (celule cu alcalini)[3]). Şi pentru intervalul vizibil s'au introdus în măsură crescândă metode obiective, atât în ce priveşte măsurarea radiaţiei totale, cât şi fotometria spectrală.

2. **Sensaţia de lumină.** La orice sensaţie de lumină trebue să deosebim: Strălucirea, culoarea şi saturaţia, dintre cari prima e determinată de intensitatea de radiaţie care există obiectiv pe când culoarea şi saturaţia e dată de compoziţia spectrală. Cu lungimi de undă descrescătoare, sensaţia trece dela roşu peste galben, verde şi albastru spre violet.

Cauza sensaţiei de culoare. După Young şi Helmholtz, sensaţia de culoare consistă în excitarea anumitor organe receptoare din retina ochiului omenesc, cari se găsesc numai în extremităţile nervilor (conuri), în partea opusă cristalinului. Sensaţiile fundamentale sunt roşu, verde şi violet; sensaţia de „alb" se produce dacă sensaţiile fundamentale sunt excitate egal.[4])

Albul primar e produs prin acţionarea tuturor lungimilor de undă, dacă repartiţia intensităţii îi corespunde celei din lumina solară; albul secundar se obţine la excitarea ochiului prin intervale de lungimi de undă limitate. Culorile cari se completează la alb se numesc culori complementare (roşu + verde, portocaliu + albastru, galben + violet).

3. **Descompunerea luminii.** Prin mijloace potrivite (prisme, reţele de difracţiune, v. m. j.) e posibil, invers, să se descompună lumina albă în

---

[1]) Bibliografie: Försterling, Lehrbuch der Optik, Leipzig 1928, Hirzel. — Gehrke, Handbuch der physikalischen Optik, Leipzig 1927, Barth. — Lummer, Die Lehre von der strahlenden Energie (Optik), Braunschweig 1926, Vieweg & Sohn.— Czapski-Eppenstein, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente, Leipzig 1924, Barth. — Gleichen, Theorie der modernen optischen Instrumente, Stuttgart 1923, Enke. — A. König, Geometrische Optik (din Handbuch der Experimentalphysik de Wien şi Harms, vol. 20), Leipzig 1929, Akad. Verlagsges. — H. Schulz, Das Sehen, Stuttgart 1920, Enke. — Berek, Grundlagen der geometrischen Optik, Berlin 1930, de Gruyter. — Carathéodory, Geometrische Optik, Berlin 1937, Springer. — M. Plank, Einführung in die theoretische Optik, Leipzig 1927, Hirzel.

[2]) $1\mu = 10^{-6}$ m $= {}^{1}/_{1000}$ mm $= 10^{-3}$ mm, $1\ m\mu = 10^{-6}$ mm (cp. p. 221).

[3]) Gehrcke, Handbuch der Physik, Optik, Leipzig 1927, Barth, vol. II, p. 240. — Sewig, Objektive Photometrie, Berlin 1935, Springer. — Ornstein, Moll şi Burger, Objektive Spektralphotometrie, Braunschweig 1932, Vieweg & Sohn. — B. Lange, Die Photoelemente und ihre Anwendung, Leipzig 1936, Barth. — Geffken, Richter, Winkelmann, Die lichtempfindliche Zelle als Steuerorgan, Berlin 1933, Deutsch-Literarisches Institut, Schneider.

[4]) A. König, Physiologische Optik (in Handbuch der Experimentalphysik de Wien şi Harms, vol. 20), Leipzig 1929, Akad. Verlagsges..

culorile ei componente (fig. 18 a şi b, p. 294); se obţine un spectru. El consistă în răspândirea luminii albe în formă de evantaliu, după lungimile de undă, scăzând dela roşu (cca 800 m μ) spre violet (cca 400 m μ). Solidele şi lichidele radiatoare de lumină au un spectru continuu, adică radiază lumină de toate lungimile de undă.

4. Pentru radiaţia termică pură serveşte drept normal corpul negru, o cavitate cu pereţi absorbanţi, a cărui radiaţie nu e influenţată de constantele corpului. Legile fundamentale ale radiaţiei negre sunt legea lui Stefan-Boltzmann (v. secţ. 4, Căldură), legea de deplasare a lui Wien, dintre lungimea de undă λ_m la care energia are un maximum şi dintre temperatura absolută T, sub forma

$$\lambda_m T = 2940\ [\mu],$$

şi legea lui Wien-Planck, care dă repartiţia energiei $S_{\lambda T}$:

$$S_{\lambda T} = \frac{h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{(h/K)(c/\lambda T)} - 1}.$$

Mai sus am notat $h = 6{,}55$ [erg s],
$K = 1{,}346 \cdot 10^{-16}$ [erg/grd],
$c = 3 \cdot 10^{10}$ [cm/s].

Legi asemănătoare sunt valabile pentru platină blanc şi celelalte corpuri, aşa încât, folosind legea de mai sus, se poate deduce temperatura radiatorului [1]).

5. Efectele luminoase ale gazelor incandescente sau activate electric sunt limitate la undele de anumite lungimi, cari sunt caracteristice pentru compoziţia lor elementară: spectre de linii sau bande (analiza chimică pe cale spectroscopică) [2]). Dacă se găseşte între sursa de lumină şi spectroscop un gaz de intensitate de radiaţie mai slabă decât sursa de lumină (de ex. corpul soarelui şi corona), gazul absoarbe aceleaşi unde pe cari le-ar radia în stare incandescentă (Kirchhoff, 1859); în spectru se produc în dreptul undelor amintite goluri înguste în formă de linii, liniile fraunhoferiene (Fraunhofer, 1814): baza analizei spectrale astronomice.

Fraunhofer a notat liniile deosebit de reliefate, dela roşu spre violet, cu literele A până la H, în vederea unei împărţiri a spectrului şi a determinării fără echivoc a unei culori. Această notaţie se preferă adesea indicării lungimilor de undă (v. m. j. sub „prisme").

B. Reflexiune şi refracţiune

a) Generalităţi

1. La incidenţa pe suprafaţa de separaţie a două corpuri, energia incidentă e în parte reflectată şi în parte refractată în al doilea mediu. Pentru fiecare element de suprafaţă, normalele undelor incidente, reflectate şi refractate sunt complanare şi formează cu normala pe elementul de suprafaţă unghiurile i_1, i_1' şi i_2, pentru cari avem (fig. 1):

$$i_1 = i_1' \quad \text{(legea reflexiunii)}$$

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad \text{(legea refracţiunii).}$$

(n_1 şi n_2 sunt indicii de refracţiune ai mediului întâiu şi al doilea).

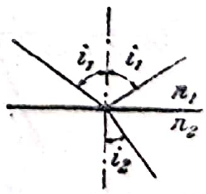


Fig. 1. Unghiu de incidenţă, reflexiune şi refracţiune.

---

[1]) Lummer, Grundlagen, Ziele und Grenzen der Leuchttechnik, München şi Berlin 1918, Oldenbourg. — Geiger-Scheel, Handbuch der Physik, vol. XIX, 1928. — [2]) Formánek, Die quantitative Spektralanalyse, Berlin 1900, Mückenberger. — Kaiser, Handbuch der Spektroskopie, Leipzig 1900 ... 1913 vol. 1...6), Hirzel. — H. Lundegårdt, Die quantitative Spektralanalyse der Elemente, Jena 1934, Fischer.

Scanned with OKEN Scanner

In locul valorilor absolute ale indicilor de refracțiune, raportate la vid (practic la aer) se indică adesea valorile relative ($n = n_2/n_1$). Fig. 2 dă valorile unghiului de refracțiune, în funcțiune de ale celui de incidență, cari rezultă pentru diferiți indici de refracțiune relativi.

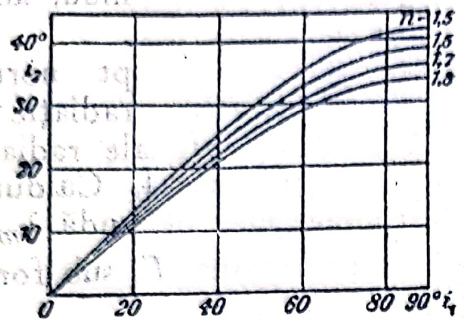


Fig. 2. Unghiul de refracțiune în funcțiune de cel de incidență.

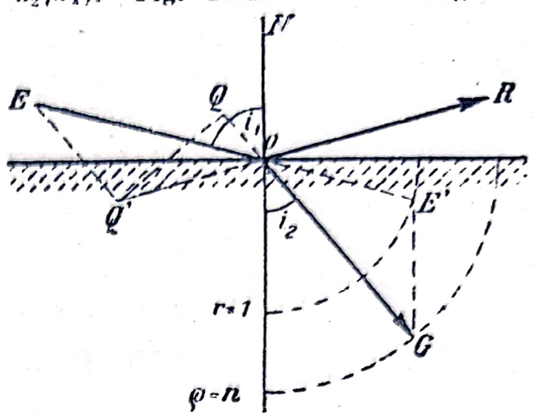


Fig. 3. Construcția razei refractate după H. Schulz.

2. Construcția razei refractate. Se trasează două cercuri cu razele $r = 1$ și $\rho = n$ cu centrul în punctul de incidență O (fig. 3). Prin intersecția E' a lui EO cu cercul $r = 1$ se duce o paralelă $E'G$ cu normala de incidență ON. OG reprezintă raza refractată [1]).

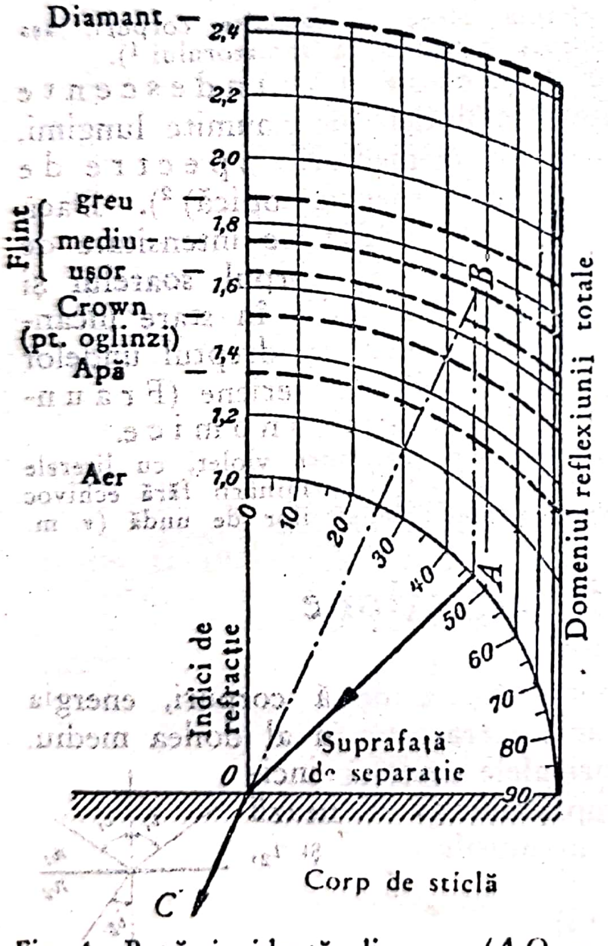


Fig. 4. Rază incidentă din aer (AO cu $n_1 = 1$) refractată după OC (prelungirea lui BO cu $n_2 = 1{,}75$).

Fig. 4 arată o altă metodă de determinare a razei refractate. Ducând din O raza incidentă OA corespunzătoare unghiului de incidență (47⁰) și pe urmă o paralelă AB la normala de incidență, până la arcul de cerc cu raza cât indicele de refracțiune al mediului al doilea (OA = unitatea), dreapta OB dă pe diviziunea cercului unghiul de refracțiune (25⁰).

Dacă totalitatea elementelor de suprafață formează o suprafață unitară, definibilă pe cale matematică, ale cărei abateri dela forma ideală sunt mici față de lungimea de undă, suprafața se numește **o p t i c n e t e d ă** (polisată, oglinditoare); dacă elementele de suprafață sunt repartisate neregulat ca direcțiune și mărime, suprafața se numește **a s p r ă** (reflectând difuz). O suprafață **r e f l e c t ă p e r f e c t** dacă abate un fascicul de raze de lumină incidentă în direcțiunile determinate de legea de reflexiune și refracțiune; ea **d i f u z e a z ă p e r f e c t** dacă radiază cantități egale de energie în toate direcțiunile, oricare ar fi incidența (reprezentată cu aproximație de o suprafață de ipsos șlefuită). **L e g e a l u i L a m b e r t** (v. sect. 4, Căldură, radiația căldurii).

Suma dintre energia reflectată (J_R) și refractată (J_D) e totdeauna egală cu energia incidentă (J_0): $J_0 = J_R + J_D$. Intensitatea reflectată pentru reflexiunea corpurilor izotrope neabsorbante e

$$J_R = \frac{J_0}{2}\left\{\left(\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)}\right)^2\right\}.$$

[1]) H. S c h u l z, Zeichnerische Darstellung der geometrischen Optik, Schweidnitz 1927, Köhn.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă i_1 sau i_2 e 90°, avem $J_R = J_0$; întreaga energie rămâne în mediul fasciculului incident. ($i_1 = 90°$ incidență razantă; $i_2 = 90°$ e posibil numai dacă $n_1 > n_2$ și corespunde cazului reflexiunii totale.)

Determinarea grafică a valorilor $\sin(i_1 - i_2) : \sin(i_1 + i_2)$ și $\operatorname{tg}(i_1 - i_2) : \operatorname{tg}(i_1 + i_2)$ se face cum urmează (fig. 3): Dacă EO e raza incidentă, OR cea reflectată și OG cea refractată, se duce printr'un punct oarecare E al razei incidente o paralelă la OG. Segmentul OQ' îl reprezintă pe $\sin(i_1 - i_2)/\sin(i_1 + i_2)$, raportat la EO drept unitate. Perpendiculara dusă din Q' pe OG intersectează în aceste condițiuni pe OG segmentul $\operatorname{tg}(i_1 - i_2) / \operatorname{tg}(i_1 + i_2)$.

La corpurile absorbante (metalele), capacitatea de reflexiune e aproape independentă de unghiul de incidență (pentru argint, după starea de polisare, 80...96 %, pentru oțel 65...70 %; pentru suprafețele reflectante de folosit fără strat acoperitor sunt potrivite straturile acoperitoare de rodiu, cu capacitatea de reflexiune de 80 %).

In ce privește repartiția spectrală a intensităților luminii reflectate, trebue să se deosebească lumina reflectată la suprafața de separație de cea care se întoarce din interiorul mediului al doilea după mai multe refracțiuni, și care e preponderentă în cazul vopselelor în culori (flotări de corpuri absorbante repartisate fin în lianți, spoeli).

3. Clasificarea culorilor după Ostwald. O substanță albă reflectă perfect toate lungimile de undă ale spectrului vizibil (practic până la 95 %), una neagră absoarbe întreaga lumină incidentă (vopselele reflectă mai mult de 2 %). Amestecurile de negru și alb dau sur (gris) (după Ostwald culori neutre). Substanțele colorate cari reflectă perfect jumătate din radiația vizibilă și absorb perfect cealaltă jumătate au culori pline, unul din cele două intervale trebuind să fie de conexiune simplă. Toate culorile se pot reprezenta prin amestecuri de culoare și alb, culoare și negru sau, în cazul cel mai general, culoare, alb și negru, așa încât, dacă se reprezintă prin 100 totalul substanței colorate, fiecare culoare poate fi reprezentată prin indicarea a trei numere de câte două cifre, dintre cari primul reprezintă nuanța culorii, al doilea și al treilea conținutul in alb și negru. Notarea nuanțelor de culoare începe (după Ostwald) cu 00 la galben, trece prin roșu = 25 și albastru = 50 spre verde = 75. In practică ajunge în locul scării cu 100 trepte una cu 24 trepte pentru nuanțele de culoare și câte 8 trepte pentru alb și negru, pentru cari s'au ales pe rând literele a, c, e, g, i, l, n, p, așa încât de ex. 75 n g reprezintă un verde cu vreo 7 % alb și vreo 78 % negru.[1])

4. Formarea imaginilor. Prin reflexiune sau refracțiune, razele plecând dintr'un punct luminos P sunt abătute în alte direcțiuni. Dacă razele concură într'un punct după reflexiune sau refracțiune, acesta e imaginea reală a lui P, dacă li se intersectează numai prelungirile de dindărăt, imaginea se numește virtuală.

5. **Oglinzi.** Oglinzile plane, adică suprafețele polisate cu mare capacitate de reflexiune, dau imagini virtuale. Obiectul și imaginea se găsesc la distanță egală de oglindă și au mărimi egale. Oglinzile sferice dau în general imagini deformate, micșorate sau mărite, cari sunt totdeauna virtuale la oglinzile convexe și pot fi reale sau virtuale la cele concave.

b) Lentile

Notăm mai jos

F focar	f distanța focală
s distanța obiectului	n indicele de refracțiune
s' distanța imaginii	r_1, r_2 razele de curbură ale fețelor lentilei.

Lentilele[2]) sunt corpuri transparente, limitate de două suprafețe sferice sau de un plan și o suprafață sferică, convergente (fig. 5 a) sau diver-

[1]) Ostwald, Mathematische Farbenlehre, ed. a 2-a, Leipzig 1921, Unesma. — Acelaşi, Physikalische Farbenlehre, Leipzig 1919, ibid. — Podestà, Physiologische Farbenlehre, Leipzig 1922, ibid. — Klughardt, Z. techn. Phys., vol. 8 (1927), p. 299; 9 (1928), p. 382.

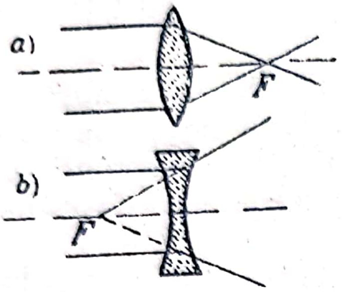
[2]) Boegehold, Geometrische Optik, Berlin 1927, Borntraeger. — Sonnefeld, Linienoptik, Berlin 1928, Verl. d. Centralz. f. Opt. u. Mech. — v. Rohr, Zeichen- und Rechenverfahren für die Bildfindung im achsennahen Raum, Berlin 1920, Verl. d. Centralz. f. Opt. u. Mech.

Scanned with OKEN Scanner

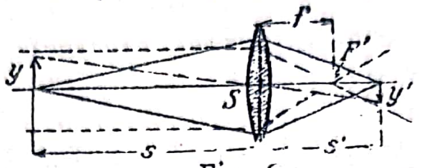
gente (fig. 5 b), pentru razele indicente paralele, după poziţia şi curbura suprafeţelor. Punctul de intersecţiune a razelor F e focarul.

Intre distanţa s a obiectului, distanţa s' a imaginii şi distanţa focală f (distanţa la care se împreună fasciculele paralele de raze incidente) avem pentru lentile şi oglinzile sferice (fig. 6 a) relaţiunea

$$-1/s + 1/s' = 1/f,$$



unde distanţele dela creştetul S trebue contate pozitive în sensul propagării luminii. Mărimea y' a imaginii rezultă din mărimea y a obiectului după relaţiunea $y'/y = s'/s$.



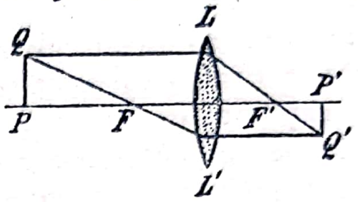


Fig. 5 a şi 5 b. Fig. 6 a. Fig. 6 b.

Determinarea grafică. Din Q (fig. 6 b) se duce o paralelă cu axa lentilei (oglinzii) FF'; raza refractată trece prin focarul F' din partea opusă. Raza care trece prin focarul F din faţă, e paralelă, dincolo de lentilă, cu axa lentilei. Intersecţiunea Q' e punctul-imagine căutat.

La lentilele divergente F' e în faţa şi F în spatele lentilei; la lentilele sferice focarul F e la mijloc între centrul sferei şi creştetul lentilei. Distanţele focale ale lentilelor subţiri satisfac relaţiunea

$$1/f = (n-1)(1/r_1 + 1/r_2),$$

r_1 şi r_2 fiind pozitivi pentru suprafeţele convexe şi negativi pentru cele concave.

D i s t a n ţ a f o c a l ă a unui sistem de lentile e dată de distanţele focale individuale şi de distanţe. Pentru două lentile infinit subţiri cu distanţele focale f_1 şi f_2 şi distanţa d, distanţa focală totală F (d i s t a n ţ a f o c a l ă e c h i v a l e n t ă) e

$$1/F = 1/f_1 + 1/f_2 - d/f_1 f_2.$$

In loc de distanţele focale f se introduc adesea c o n v e r g e n ţ e l e D, cari sunt egale, la lentilele din aer, cu valorile reciproce ale distanţelor lor focale.

Unitatea convergenţei e d i o p t r i a; ea corespunde distanţei focale de m $[m^{-1} = \text{dioptrie}]$.

Exemplu: Distanţa focală $f = 2$ cm $= 0{,}02$ m, puterea de refracţiune $D = 1/f = 100/2$ cm $= 50$ dioptrii

Distanţa dintre focarul F' (fig. 7a) şi vârful lentilei 2 e

$$S_2F' = s_2' = \frac{(f_1 - d) f_2}{f_1 + f_2 - d} = F\left(1 - \frac{d}{f_1}\right).$$

Intersecţiunea H' a razei incidente AB cu raza ieşindă corespunzătoare dă poziţia planului principal din spre imagine; planul principal H din spre obiect se obţine la inversarea orientării razelor. Pentru $d = f_1 + f_2$, focarele şi punctele principale se găsesc la infinit (s i s t e m e a f o c a l e, l u n e t e).

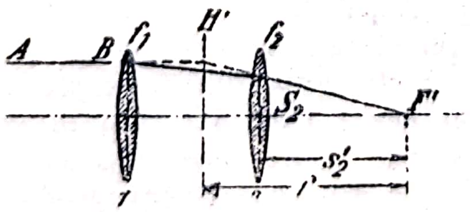


Fig. 7 a.

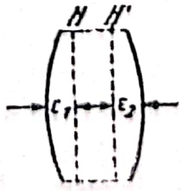


Fig. 7 b.

La lentilele simple de celor două feţe e $D_1 = (n-1) r_1$; $D_2 = (n-1) r_2$ şi c o n v e r g e n ţ a t o t a l ă e

$$D = D_1 + D_2 - \delta D_1 D_2,$$

unde $\delta = d/n$ e grosimea la mijloc, redusă. Poziția planelor principale e determinată de distanțele lor dela creștete (fig. 7 b)

$$\varepsilon_1 = \delta(n-1)/D\, r_2 \qquad \varepsilon_2 = -\,\delta(n-1)/D\, r_1.$$

Poziția imaginilor se poate obține direct din fig. 8, dacă se măsoară distanța s a obiectului și s' a imaginii dela planul principal corespunzător, și anume unind printr'o dreaptă punctele scărilor s și f.

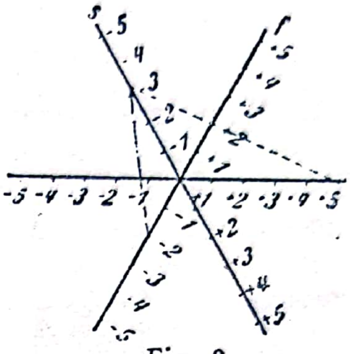


Fig. 8.

O intersecțiune precis punctiformă e posibilă numai la inclinări mici ale razelor și la o singură lungime de undă. De aceea se întrebuințează de cele mai multe ori sisteme compuse (obiective sau oculare cu mai multe lentile, lipite sau nelipite), la cari erorile imaginii s'au redus la un minimum admisibil, determinat de erorile ochiului sau ale dispozitivului de înregistrare (placa fotografică). La sistemele de calitate, mersul razelor trebue verificat prin calcul trigonometric. Importantă pentru proprietățile imaginii e poziția diafragmelor, adică a ecranelor cari limitează diametrele fasciculelor ce formează imaginea.

Erorile lentilelor simple:

1. Aberația sferică. Razele incidente paralel cu axa, la distanță mai mare de axă, nu se mai împreună într'un punct din cauza abaterii mai mari a părților periferice ale lentilei, ca și fasciculele incidente inclinat față de axă, la cari pot apărea în locul unui punct-imagine două linii-imagini (a s t i g m a t i s m). —

Dacă se suprimă astigmatismul, fasciculele de raze a căror rază principală e inclinată față de axă, încă nu sunt împreunate în general într'un punct, ci dau o imagine-pată cu intensitatea monoton descrescătoare (c o m ă).

2. Bombarea imaginii. Și la reprezentarea punct cu punct în imagine nu se obține o imagine precisă a obiectelor mai întinse, fiindcă suprafața-imagine e recurbată și punctele imaginii nu cad deci toate pe ecran (stratul fotografic, ecranul de proiecție).

3. Deformarea. Scara reprezentării în imagine diferă pentru diferitele părți ale imaginii, datorită cărui fapt liniile drepte se reprezintă prin curbe.

4. Aberația cromatică. Din cauza dependenței de lungimea de undă a indicelui de refracție, poziția focarului și distanța focală variază cu culoarea luminii, așa încât se produc imagini de mărimi diferite, având poziții (și culori, n. tr.) diferite.

Construcția unui sistem optic depinde de erorile cari deranjează și deci trebue evitate. Nu se pot suprima simultan și complet toate erorile.

c) Prisme

Prismele sunt corpuri transparente limitate de cel puțin două fețe plane. O rază incidentă $A\,B$ (fig. 9) e deviată prin refracțiune din direcțiunea ei inițială și descompusă într'un evantaliu colorat (d i s p e r s i u n e). Gradul de dispersiune al culorilor e dat de felul de sticlă și se măsoară ca d i s p e r s i u n e p a r ț i a l ă, t o t a l ă sau r e l a t i v ă.

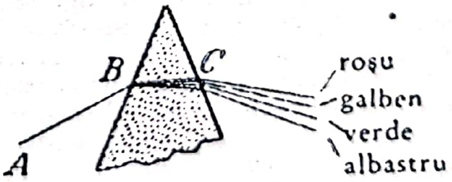


Fig. 9.

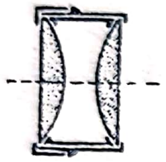
Dacă x și y sunt raze de anumite lungimi de undă, diferența dintre indicii de refracțiune corespunzători $n_x - n_y$ se numește dispersiune parțială, dacă x și y cuprind numai o parte din spectru. Dacă distanța intermediară se întinde pe tot spectrul vizibil dela linia frauenhoferiană A până la H (resp. B până la G') diferența $n_H - n_A$ ($n_G - n_B$) dă dispersiunea totală. In loc de dispersiunea relativă [câtul $(n_F - n_C)/(n_D - 1)$], se întrebuințează mai ales valoarea reciprocă $\nu = (n_D - 1)/(n_F - n_C)$, dispersiunea relativă reciprocă.

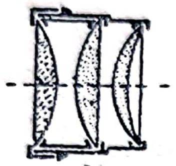
Prin combinarea a două prisme se poate suprima fie dispersiunea, fie abaterea (prisme acromatice și de fascicule paralele). Abatere fără dispersiune a culorilor se poate obține și când intrarea și ieșirea razelor e fie perpendiculară, fie sub unghiuri egale și opuse (prisma geodezică după Bauernfeind, pentaprisma, prismele Porro).

C. Instrumente optice[1])

a) Dispozitive de iluminat

1. Iluminarea directă cu surse de lumină artificială nu dă de multe ori intensitate suficientă. Prin întrebuințarea de oglinzi sau lentile se micșorează divergența fasciculelor de raze cari pleacă din sursele de lumină, iar la condensoarele propriu zise se transformă chiar în convergență. Condensoarele întrebuințate la proiecțiuni constau din două sau trei lentile (fig. 10 a, condensor simplu simetric; fig. 10 b, triplu condensor) și aruncă o imagine a sursei de lumină în pupila de intrare a sistemului de proiecțiune.


a
Fig. 10 a.


b
Fig. 10 b.

Nu e nevoie de o întâlnire precisă a razelor într'un punct. Sistemele se acromatizează numai în cazuri excepționale. Radiația îndărăt se prinde cu oglinzi și mărește intensitatea (lampă cu oglindă).

2. **Reflectoarele**[2]) servesc la transformarea razelor unei surse de lumină într'un fascicul paralel. In acest scop se folosesc oglinzi de metal sau de sticlă (argintată pe dos), de obiceiu parabolice pentru bătăi mai mari. Sursa de lumină se plasează în focar.

Notăm

I intensitatea luminii [LH]	Φ fluxul de lumină [lm]
H strălucirea sursei [sb]	δ dispersiunea [^{0}]
F secțiunea oglinzii [cm²]	

Dimensiunile finite ale surselor de lumină produc dispersiune. Intensitatea axială a luminii e $I = H F$. Dispersiunea δ se măsoară prin unghiul în interiorul căruia intensitatea luminii e egală cu cel puțin jumătate din intensitatea maximă (uneori și până la 10 %). Fluxul total de lumină al reflectorului pentru curbă de repartiție normală e

$$\Phi = \max I\, \delta^2/3500$$

Iluminarea E pe ecranul de proiecție de secțiunea F_2 e $E = (\pi\, I/F_2)\, \mathrm{tg}^2\, (\varphi/2)$, dacă condensorul (oglinda) se vede din sursa de lumină sub unghiul φ; v. și Bewertung von Scheinwerfern (DIN 5037).

3. Diametrele uzuale ale oglinzilor variază între 200 și 2500 mm, distanțele focale între 75 și 960 mm, dispersiunea pentru oglinzile mici e până la 10^0 (reflectoare de automobil), pentru oglinzile mari vreo 0,75^0. Intensitățile maxime ale luminii sunt cuprinse între 6000 (acetilenă) și 2,000.000 LH (cărbuni Goerz-Beck); bătaia de-a-lungul terenului între 100 m și 115 km; absorpția medie de lumină în aer 10 % pe 1 km. Diametrul reflectoarelor pentru marina comercială 600 mm, al reflectoarelor pentru aterizarea avioanelor 300 mm.)

Afară de reflectoarele cu sursă de lumină proprie de mai sus, există și reflectoare cu sursă străină; ele se construesc ca reflectoare cu prisme sau lentile.

[1]) Gehlhoff. Lehrbuch der technischen Physik, vol. II, Leipzig 1926, Barth. — Gruner, Leitfaden der geometrischen Optik und ihrer Anwendungen auf die optischen Instrumente, Bern 1921, Haupt. — Whittaker, Einführung in die Theorie der optischen Instrumente, Trad. germ. de Hay, Leipzig 1926, Barth.

[2]) Sonnefeld, Die Hohlspiegel, Berlin 1926, Union Deutsche Verlagsges. — Sewig, Handbuch der Lichttechnik, Berlin 1938, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

b) Lupă şi microscop, lunetă [1])

1. Lupe şi microscoape. Pentru măriri mai slabe şi citirea scărilor se întrebuinţează lupe, a căror mărire V e dată de distanţa focală f în mm. Pentru ochi normali avem $V = 250/f$. Obiectul se găseşte în apropiere de focarul din faţă, spre lentilă. La măriri mai mari, erorile imaginii se resimt supărător (deformare şi erori cromatice). Din cauza micii distanţe de observaţie şi a micimii câmpului vizual, se trece la măriri $V > 10$, de preferinţă la microscoape simple (fig. 11a), cari constau din obiectiv O şi ocular A. Dacă distanţa focală a obiectivului e F, a ocularului f şi distanţa focarelor dispuse unul spre altul (lungimea optică a tubului e $F_1' F_2 = t$, avem $V = t/F \cdot 250/f$.

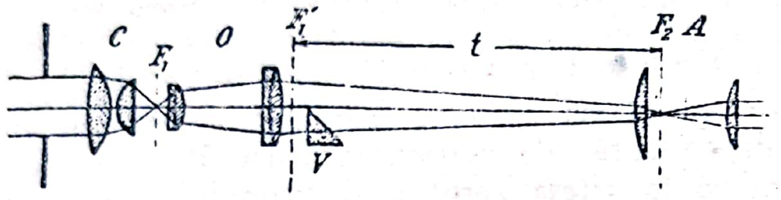


Fig. 11a. Schema unui microscop (O A) cu condensor A b b e (C) şi iluminator vertical (V).

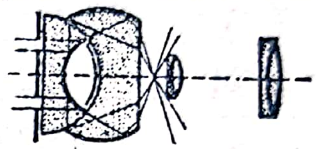


Fig. 11b. Condensor cardioidal.

unde t/F se numeşte m ă r i r e a p r o p r i e a obiectivului, iar $250/f$ m ă r i r e a o c u l a r u l u i (numărul ocularului). t e cuprins de obiceiu între 160 şi 200 mm. La microscoapele pancratice mărirea se potriveşte prin varierea lungimii tubului (H e n s o l d t). La măririle mai slabe (până la vreo 50) ajunge iluminarea simplă. La V mai mare e nevoie de dispozitive de iluminare speciale (condensor A b b e C, fig. 11 a).

Dacă se împiedecă, prin diafragmare potrivită a conului de iluminare, să ajungă lumină directă în obiectiv, mici părticele depuse în preparat luminează strălucitor prin lumină difractată, pe când fondul rămâne întunecat (iluminarea cu c â m p î n t u n e c a t) (cp. condensorul cardioidal, fig. 11 b). Pentru obiectele netransparente (metale) e nevoie de un iluminator vertical V (fig. 11 a), constând dintr'o sticlă plană, o mică oglindă sau prismă deasupra obiectivului.

P u t e r e a s e p a r a t o a r e se măsoară prin dimensiunile liniare δ ale celui mai mic element de structură încă observabil. Hotărîtoare e din acest punct de vedere lungimea de undă λ a luminii întrebuinţate pentru iluminare şi a p e r t u r a n u m e r i c ă A a obiectivului şi A_k a condensorului (apertura se măsoară prin produsul indicelui de refracţiune prin sinusul semiunghiului de deschidere al obiectivului, măsurat din focar). Maximul lui A şi A_k e 0,95 pentru sistemele uscate, cca. 1,4 pentru sistemele cu imersiune, la cari preparatul e trecut în uleiu de cedru sau parafină, aşa încât, fiindcă $\delta = \lambda/(A + A_k)$. pentru λ = 560 mμ, valoarea lui δ e în cazul extrem 0,2 μ M ă r i r e a p u t e r i i s e p a r a t o a r e se poate obţine prin întrebuinţare de lumină ultravioletă şi fotografiere; întrebuinţarea luminii infraroşii poate prezenta avantaje din cauza pronunţării contrastelor.

Pentru m i c r o s c o a p e l e d e a t e l i e r $15 < V < 500$, pentru cele de p r e p a r a ţ i e $10 < V < 30$, iar pentru cele pentru m e t a l e $10 < V < 2200$.

[1]) v o m H o f e, Fernoptik, ed. a 2-a, Leipzig 1921, Barth. — A. K ö n i g, Fernrohre und Entfernungsmesser, ed. a 2-a, Berlin 1937, Springer. — v. R o h r, Die binokularen Instrumente, Berlin 1920, Springer.

Pentru examinarea metalelor e neapărat nevoie de iluminare foarte puternică fiindcă se lucrează de cele mai multe ori cu măriri puternice. Proba de cercetat (secţiunea şlefuită, atacată chimic) se aşează pe masa orizontală de deasupra obiectivului. De multe ori sursa de lumină, microscopul (cu mersul razelor în linie frântă) şi camera fotografică de culisare lungă se montează pe o bancă optică. La execuţiile mai noi se reunesc dispozitive micro- şi macrofotografice, ca şi pentru proiecţiune. Intrebuinţare pentru examinarea suprafeţelor şi a formelor roţilor dinţate şi filetelor [1]).

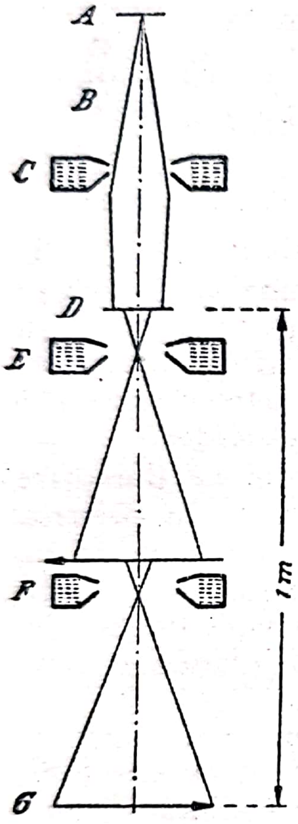
Microscoapele de măsură şi citire au de obiceiu $30 < V < 50$. Potrivirea pe intervalul diviziunilor se face variind lungimea tubului (microscop Brinell).

Pentru examinarea rocelor (minereurilor) şi a secţiunilor de metal, microscoapele se prevăd adesea cu dispozitive de polarizare, spre a mări contrastele prin deosebiri de culori şi a putea observa imaginile axelor cristalelor.

2. **Microscopul electronic.**[2]) O mărire în plus a puterii separatoare se poate obţine prin folosirea razelor electronice. După relaţiunea lui de Broglie[3])

$$\lambda = h/m\,v = h/\sqrt{2\,m_0\,V(1 + e\,V/2\,m_0\,c^2)},$$

electronilor cu vitesa v li se asociază o lungime de undă λ dependentă de vitesa voltică V [m_0 masa proprie (adică la vitesa zero) a electronului, e cuantul electric elementar, c vitesa de propagare a luminii, h cuantul de acţiune al lui Planck], lungime de undă de ordinul de mărime de vreo $10^{-5} \ldots 10^{-7}$ mm. Puterea separatoare e de acelaşi ordin de mărime, aşa încât măririle sunt mai tari decât la lumina vizibilă sau ultravioletă (practic $V = 30\,000$). Molecule mai mari (albumină) pot fi recunoscute.



A tub de descărcare,
B cameră de deviere,
C bobină-condensor,
D ecluza obiectivului,
E bobina obiectivului,
F bobină de protecţie,
G planul imaginii.

Fig. 12.
Microscop electronic.

Abaterea razelor electronice se realizează prin câmpuri electrice sau magnetice. Dacă acestea sunt de simetrie axială, lucrează analog ca lentilele optice: razele electronice cari pleacă dintr'un punct al obiectului sunt împreunate într'un punct-imagine, a cărui existenţă se poate dovedi prin faptul că un ecran fluorescent se iluminează, sau prin fotografiere. Acţiunea câmpurilor electrice (a lentilelor electrice), cari se produc prin condensatoare de formă potrivită, corespunde mediilor izotrope neomogene; traiectoriile electronilor sunt curbate în interiorul câmpului. Câmpurile magnetice dau, pe lângă abatere spre axa de simetrie, şi o rotaţiune a electronului în jurul acestei axe, de mărimea

$$\omega = (e\,H/2\,m\,c)\sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Pentru distanţa focală f a unei bobine cu n spire, lungimea $2\,l$ şi raza a se obţine

$$f = (16\,m\,V/e)\,(1 + e\,V/2\,m\,c^2)\,(a/3\,\pi^3\,n^2\,J^2)\,[1 - {}^3/_8 \cdot (l/a)^2].$$

Aşa cum se poate varia în limite destul de largi distanţa focală f a lentilelor electrice prin tensiunea aplicată condensatorului, se poate realiza acelaşi lucru la bobinele magnetice prin intensitatea I a curentului lor. Bobinele trebue bobinate cât se poate de strâns şi au cape de protecţie, spre a micşora cât mai mult dispersiunea liniilor de câmp.

Fig. 12 arată construcţia unui microscop electronic cu lentile magnetice realizate de bobine parcurse de curent. Intregul dispozitiv se găseşte în vid. Obiectele cari nu emit ele însile electroni se prepară pe film de colodiu.

Aplicaţiuni în chimia coloizilor şi a coloranţilor, în examinările bacteriologice şi istologice.

Microscopul cu grilă electronică (v. Ardenne). Aici se trece peste obiect un fascicul de raze de electroni îngustat foarte mult prin bobine magnetice, ca „sondă de electroni".

[1]) Nichterlein, Werkst-T 31 (1937), p. 534. — [2]) Brüche şi Scherzer, Geometrische Elektronenoptik, Berlin 1934, Springer. — Glaser, Z. f. Phys. 80 (1933), p. 451; 81 (1933), p. 647; 83 (1933), p. 104. — Picht, Ann. Phys. 15 (1932) p. 926...964. — v. Borries şi Ruska, ZVDI 82 (1937), 937...941: — [2]) Mahl, Z. f. techn. Physik 20 (1939), p. 316/17. — [3]) Vezi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 2.

In timp ce sonda egrilează un mic pătrat pe obiect, hârtia fotografică pe care se înregistrează rezultatul sondării se mişcă cu o vitesă cu mult superioară. Mărirea dată de raportul viteselor a putut fi împinsă până la $V = 10\,000$; se mai pot reda fineţe până la 10^{-5} mm.

3. Lunetele servesc la redarea obiectelor îndepărtate sub unghiu vizual mai mare. Distanţa focală F a obiectivului e totdeauna mai mare decât f a ocularului (fig. 13). Mărirea V e dată de $V = F/f$, strălucirea H de $H = (D/V)^2$, unde D e diametrul obiectivului în mm. Câmpul vizual subiectiv e determinat de mărimea unghiului vizual util al ocularului, de cca 40...50° pentru ocularele normale, dar excepţional şi până la 70°. Câmpul vizual obiectiv se determină prin împărţire cu V.

Fig. 13. Lunetă

Lunetele de mână, cari prezintă de cele mai multe ori, la ocular pozitiv după Ramsden, Huygens sau Kellner, un sistem de prisme între obiectiv şi ocular în vederea răsturnării imaginii, se construesc cu măriri între cca 3 şi 16. Valorile strălucirii sunt cuprinse între 9 şi 81. Pentru observaţiile nocturne sunt adecuate numai lunetele cu $H > 25$. — Lunetele cu lentilă de difuziune drept ocular (Galilei) se pot întrebuinţa numai până la $V = 6$, fiindcă altfel câmpul vizual devine prea mic. Pierderile prin reflexiune sunt mai mici decât la sticle de prismă, ale căror prisme dau singure o pierdere de cca 25%. — Lunetele se întrebuinţează adesea ca mijloace de potrivire şi citire (lunete cu scară, lunete autocolimatoare cu prismă de iluminat P, fig. 13). — Lunetele de ochire pentru arme au de obiceiu între obiectiv şi ocular un sistem de răsturnare cu lentile.

Pentru nevoi topografice (instrumente de nivelment) punerea la punct pe distanţa semnului (∞ până la 1,5 m) se obţine mai ales printr'o lentilă intercalabilă, poziţia ocularului rămânând neschimbată. Punctul analactic, în care se intersectează razele principale venind dela semn, trebue să se găsească în axa verticală a lunetei [1]).

c) Optică fotografică [2])

1. Obiectivele fotografice sunt în esenţă sisteme convergente cari dau imagini reale. Pentru eficacitatea lor e hotărîtoare, afară de starea de corecţie, distanţa focală f şi raportul de deschidere $D:f$, unde D e diametrul pupilei de intrare a diafragmei. Cu cât e mai mare raportul de deschidere, cu atât mai luminoase sunt imaginile, a căror mărime creşte cu distanţa focală. Practic se mai întrebuinţează aproape numai aplanate (cu câmp aplanat al imaginii) şi anastigmate, primele cu un câmp vizual util de vreo 40°, ultimele cu 55 şi 60°.

Distanţa focală a obiectivelor curente se alege de obiceiu egală cu lungimea diagonalei celui mai mare format de plăci care mai trebue prins precis, de ex. pentru placa de 9×12 cm, de 150 mm.

Afară de ele se folosesc obiective de mare deschidere cu câmpuri vizuale până la 110° şi teleobiective pentru fotografieri la mare distanţă. Pentru scopuri speciale, de ex. pentru fotografierea câmpului vizual liber din posturi de comandă (avion), se folosesc obiective de mare deschidere cu câmpuri vizuale dela 180 până la 200°. Fotografierea obiectelor animate de vitesă mare cere un raport mare de deschidere D/f (de ex. obiectivele cinematografice 1 : 1,5 până la 3,2; pentru obiective normale $D:f$ e cuprins între 1 : 3,5 şi 1 : 6,8, pentru obiective pentru reproduceri 1 : 11 până la 1 : 15).

Intensitatea relativă a luminii unui obiectiv, dată de raportul de deschidere, nu dă o valoare hotărîtoare pentru intensi-

[1]) Schulz, Z f Instrumentenkunde 56 (1936), p. 357.

[2]) Miethe şi Mente, Lehrbuch der praktischen Photographie, ed. a 3-a, Halle 1919, Knapp. — David, Photographisches Praktikum, ed. a 9-a, Halle 1932, Knapp (lista obiectivelor comerciale). — Harting, Photographische Optik, Berlin 1925, Springer. — Merté, R. Richter şi v. Rohr, Das photographische Objektiv, Handb. d. wiss. u. angew. Photographie, Vol. 1, Wien 1932, Springer. — Schulz, Z techn. Phys. 13 (1932), p. 487.

Scanned with OKEN Scanner

tatea reală a luminii. Cu cât obiectivul e mai bine corectat, adică are mai multe lentile libere, cu atât mai importante devin pierderile prin reflexiune, cari pot ajunge până la 60% pentru obiectivele puternice. Mai trebue observat că, odată cu creșterea intensității luminii, scade mărimea câmpului vizual util, mai ales din cauza diafragmării mai pronunțate spre margine.

Cu cât obiectivul e construit mai simplu, cu atât mai strălucitoare sunt imaginile, fiindcă, dacă există mai multe fețe reflectante, se produc, prin lumina reflectată de mai multe ori, imagini secundare supărătoare.

Sisteme de lentile. Cel mai simplu aplanat (periscop) constă în două meniscuri convergente simetrice față de diafragmă (fig. 14 a); coma și deformarea e suprimată; astigmatism mai există, ca și erorile cromatice. Prin compunerea fiecărei lentile din sticlă crown și flint (fig. 14 b), ultimele erori se pot înlătura. La anastigmat, care constă din cel puțin trei lentile dispuse nesimetric (fig. 14 c și d) corecția

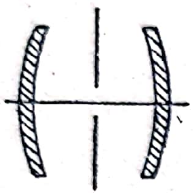


Fig. 14 a. Aplanat simplu.

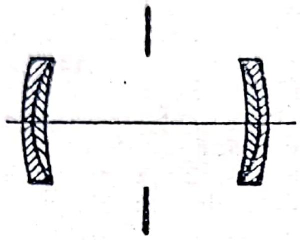


Fig. 14 b. Aplanat cu lentilă compusă.

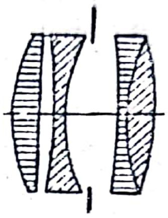


Fig. 14 c.

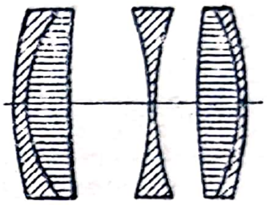


Fig. 14 d.

Anastigmat.

astigmatică dă posibilitatea unei aplanări practic perfecte a câmpului imaginii. Pentru construirea lor ar trebui sticle speciale (sticle anormale, la cari dispersiunea sticlei cu refracțiune mai mare e mai mică decât a celei cu refracțiune mai mică). Grupurile individuale de lentile nu pot fi întrebuințate singure; la bianastigmat (fig. 14 e), care constă de cele mai multe ori din doi anastigmați corectați, dispuși simetric față de diafragmă, se poate folosi fie întregul obiectiv, fie, la diafragmare mai mică, numai lentila din față sau cea din spate. Astfel de sisteme reprezintă deci o garnitură de obiectiv.

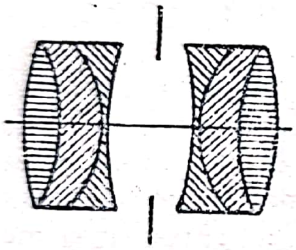


Fig. 14 e. Bianastigmat.

Teleobiectivele constau dintr'un sistem convergent și unul divergent (telepozitiv și telenegativ). Distanța focală totală F rezultă din f_1 și f_2 ale părții pozitive și negative și din distanța lor e sub forma $F = f_1 f_2/(f_1 + f_2 - e)$, de unde urmează mărirea $\gamma = F/f_1$. Mărirea se poate potrivi în anumite limite variindu-l pe e[1].

Pentru fotografia în lumină ultravioletă sunt indicate numai obiectivele din material transparent în ultraviolet (mai ales cuarț și fluorită) fiindcă flintul absoarbe deja sensibil începând cu 400 m μ.

Precizia în adâncime a unui obiectiv e dată, independent de tipul de construcție, prin distanța focală și deschiderea diafragmei. Ea se măsoară prin diferența dintre distanța reciprocă a celui mai apropiat și a celui mai îndepărtat obiect care se mai reprezintă precis. Adâncimea e cu atât mai mare, cu cât e mai mică distanța focală și diametrul diafragmei.

Pentru obiective de distanță focală mijlocie ($f =$ cca 100 mm) precizia în adâncime se poate calcula ușor în ipoteza unei imprecizii admisibile de 0,1 mm. Dacă se măsoară diametrul diafragmei d în mm, distanța pusă la punct a în m, distanțele a_v și a_h (in m) ale celui mai apropiat și îndepărtat obiect reprezentat încă precis se obțin din

$$1/a_v = 1/a + 1/d \qquad 1/a_h = 1/a - 1/d.$$

La distanța focală f oarecare urmează

$$a_v = \frac{a f^2}{f^2 + 0{,}1\, r(a - f)} \qquad a_h = \frac{a f^2}{f^2 - 0{,}1\, r(a - f)},$$

unde $r = f/d$ e coeficientul de deschidere relativă.

Diafragmarea necesară la imprecizie admisibilă de 0,1 mm trebue să fie

$$r = f(a_h - a_v)/[v\, 0{,}1\, (a_h + a_v)].$$

[1]) Schmidt, Das Fernobjektiv und die Vorsatzlinsen, Berlin 1925, Union Deutsche Verlagsges.

dacă v e micșorarea care rezultă pentru fotografierea respectivă. Distanța de pus la punct a pentru un obiect de o anumită întindere în adâncime (dela a_h până la a_v) e

$$a = 2\,a_h\,a_v/(a_h + a_v).$$

Dacă distanța dintre obiect și obiectiv e de n distanțe focale, obiectul e micșorat în raportul $1 : (n-1)$.

2. Aparate de proiecție. Aparatelor fotografice li se alătură aparatele de proiecție simple, cari se întrebuințează atât ca diascoape, cât și ca episcoape sau ca reunire a lor (epidiascoape).

La primele sursa de lumină L, mai nou de obiceiu un bec cu incandescență, are imaginea în obiectivul P (fig. 15), diapozitivul D fiind plasat imediat după condensorul K; în locul condensorului se întrebuințează adesea o oglindă. Pentru proiecțiune episcopică lumina becului e dirijată cu ajutorul unei oglinzi asupra obiectului de proiectat care e presat de un suport special contra unei diafragme sau a unei plăci de sticlă. Obiectivul de proiecție de distanță focală considerabilă ($f = 300$ până la 400 mm; măririle puternice nu sunt recomandabile din cauza utilizării ne-

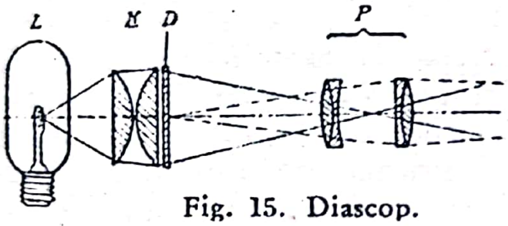


Fig. 15. Diascop.

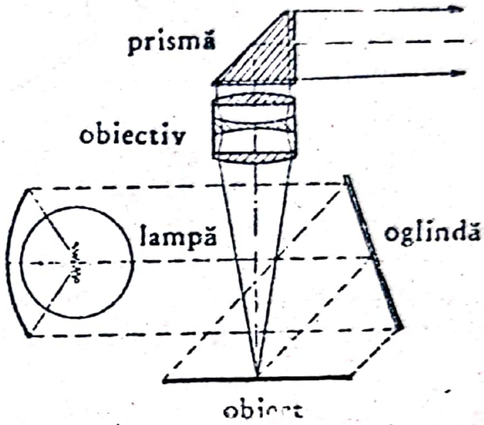


Fig. 16. Epidiascop.

favorabile a luminii) se găsește deasupra obiectivului și e traversat de lumina reflectată de el, după ce aceasta a fost deviată cu 90° cu ajutorul unei prisme sau a unei oglinzi. Ordinea de succesiune a oglinzii și obiectivului de proiecție se poate schimba (fig. 16). Drept obiective de proiecție servesc sisteme puternice de tipul Petzval sau sisteme din trei părți, de construcție analoagă lentilei Cooke. Dacă oglinzile sunt pivotabile, același aparat se poate întrebuința atât pentru proiecție diascopică, cât și episcopică; la aparatele numai episcopice se pot dispune mai multe lămpi în cerc în jurul obiectului (episcop sferic).

Pentru exercițiile de darea direcției se folosesc, în vederea economiei de muniție, aparate de proiecție cari fac să se ilumineze, în momentul apăsării, o marcă din semn, sau din cele ce dau o fotografie a semnului pe filmul prevăzut cu marcă.

d) Instrumente de măsură

1. Refractometrele[1]) (fig. 17) servesc la determinarea indicelui de refracțiune al solidelor și lichidelor. Corpul K de examinat, care trebue să prezinte o suprafață plană dacă e solid, se aplică pe prisma M și se luminează cu un fascicul de lumină aproape paralel cu suprafața de separație. Fiindcă indicele de refracțiune n_0 al prismei M trebue să fie totdeauna mai mare decât al corpului K, razele trec prin prisma M sub unghiuri de inclinare i față de verticală, mai mici decât unghiul limită de reflexiune totală, dat de relațiunea $\sin i_T = n/n_0$. Orientarea razei ieșinde BC se măsoară printr'o lunetă rotitor în jurul

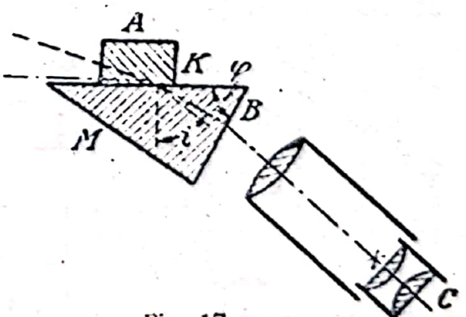


Fig. 17.

axei A perpendiculară pe planul desenului, și indicele de refracțiune n se calculează din n_0 cunoscut și din unghiul φ al prismei M (refractometru după Pulfrich și Abbe, Hensoldt). Dacă se iluminează K pe rând cu diferite lungimi de undă (de ex. a unui tub cu

[1]) Löwe, Optische Messungen der Chemikers und Mediziners, vol. 4, din Fortschritte der chemischen Technologie, Dresden și Leipzig 1925, Steinkopff & Härtel.

Scanned with OKEN Scanner

hidrogen, care emite lungimile de undă $C = 656$ m μ, $F = 486$ m μ şi $G' = 434$ m μ, şi a unei flacări de sodiu se obţine şi valoarea ν pentru corpul K.

2. **Spectrometrele** permit determinarea directă a valorilor n; consistă într'un colimator S şi o lunetă F cu reticul şi rotitor în jurul unei axe verticale (fig. 18 a).

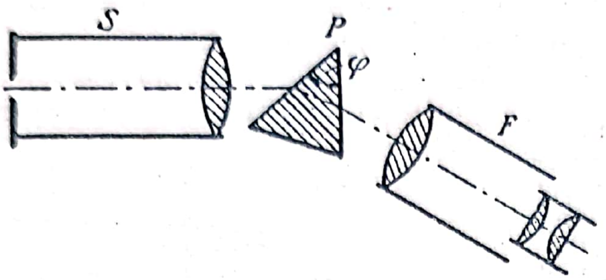


Fig. 18 a. Spectrometru.

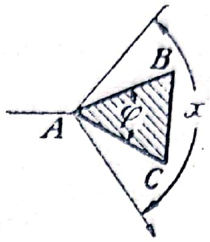


Fig. 18 b.

Prisma P, al cărei unghiu de refracţiune φ se determină prin măsurarea unghiului $x = 2\varphi$ (fig. 18 b), format de fasciculele de raze paralele reflectate de cele două feţe AB şi AC, se pune la punct pe minimul Δ al deviaţiei (mers simetric al razelor), şi indicele de refracţiune se determină din ecuaţia $n = \sin[(\Delta + \varphi)/2] : \sin(\varphi/2)$ (fig. 18 b).

3. **Spectroscopul** [1]). Spectroscopul serveşte la examinarea spectrului de emisiune. Constă dintr'o deschidere (fantă) S în planul focal al lentilei de colimator O şi dintr'o prismă de dispersiune cu vedere dreaptă P (fig. 19).

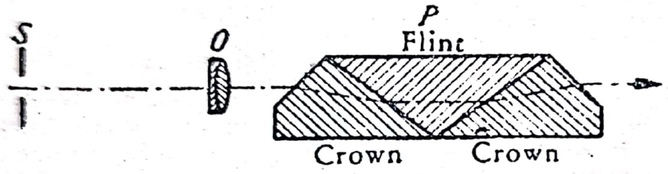


Fig. 19. Spectroscop.

Observarea spectrului de emisiune al gazelor incandescente ce ies din convertisorul Bessemer sau Thomas permite să se urmărească mersul procesului de împrospătare a aerului în oţelărie. Prezenţa unor urme de vapori metalici (Na, Cu, Fe etc.) e observabilă prin apariţia anumitor linii (a n a l i z ă s p e c t r a l ă); examinarea sticlei.

4. **Colorimetrele** servesc la determinarea concentraţiei soluţiilor de coloranţi. Dacă e valabilă legea lui B e e r, produsul dintre concentraţie şi grosimea stratului e constant la componente date; dacă există o soluţie normală, concentrarea se poate obţine deci uşor, dacă se determină grosimea soluţiei de concentraţie cunoscută, care absoarbe în aceeaşi măsură.

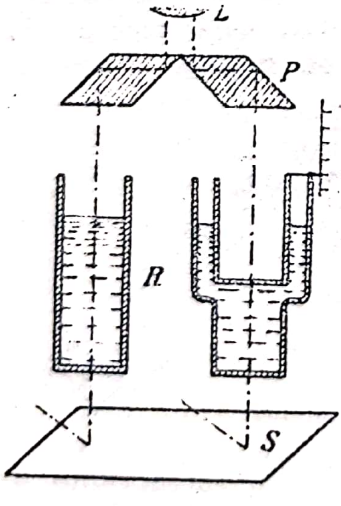


Fig. 20. Colorimetru.

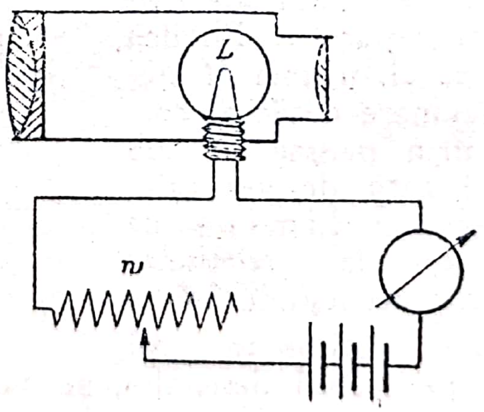


Fig. 21. Pirometru optic.

Colorimetrele simple (S t a m m e r, D u b o s q), cum se întrebuinţează în industria zahărului şi pentru examinarea uleiurilor ca şi în chimia analitică, constau deci din două tuburi R, prin cari trece lumină dela aceeaşi sursă (ecran alb S, fig. 20); după tuburi e dispusă prisma de comparaţie P şi un ocular L.

5. **Pirometrele optice** (măsurătoarele de radiaţie) sunt aparate fotometrice pentru măsurarea temperaturii.

Strălucirea se compară, de cele mai multe ori pentru un interval restrâns al spectrului, cu a unei l ă m p i n o r m a l e, fie variind strălucirea lămpii de comparaţie L cu o rezistenţă în serie w (fig. 21), fie privind printr'un cap de fotometru

[1]) B a l y, Spektroskopie, trad. germ. de W a c h s m u t h, Berlin 1908, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

König-Martens suprafețele iluminate de lampa de comparație și corpul care radiază (pirometru Holborn-Kurlbaum, pirometru Wanner) [1].

Măsurătoarele de luciu dau o măsură a proprietăților de reflexiune ale suprafețelor. Drept cifră a luciului se admite raportul dintre lumina reflectată regulat și difuz la unghiu dat.

Pentru măsurarea conținutului de praf al aerului se pot fie număra părticele de praf dintr'un anumit element de volum (conimetru), fie măsura intensitatea luminii difuze din aerul cu praf (tyndallometru).[2] Egalizarea fotometrică se realizează în acest caz prin prisme de polarizație. După aceleași principii lucrează măsurătoarele de densitatea fumului.

D. Polarizație[3])

1. **Conceptul de polarizație.** Lumina cu o singură direcțiune de vibrație se numește polarizată liniar. Planul de polarizație e perpendicular pe vectorul intensității câmpului electric.

Procedeele polarizației se bazează pe descompunerea luminii obișnuite în două compenente polarizate perpendicular una pe alta, în cazul oglinzii negre și garniturii de plăci de sticlă în rază reflectată și refractată, în cazul cristalelor birefringente (turmalină, spat calcaros) în rază ordinară și extraordinară. De cele mai multe ori componentele amintite în locul al doilea se îndepărtează din raze.

Din cauza ușurinței de mânuire, se bucură de favoare așa numita prismă Glan-Thompson,[4]) obținută din spat de Islanda tăiat și lipit din nou cu uleiu de in (spat calcaros, hexagonal romboedric). Dacă nu e nevoie de polarizare completă, e potrivit filtrul de polarizare din cristale de herapatită.

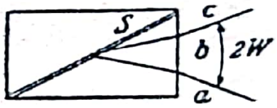


Fig. 22.

Mărimea 2 W a diedrului b, în care iese lumină polarizată liniar (c obscuritate, a lumina naturală), nu depinde de deschidere, ci numai de unghiul de tăiere S (fig. 22) și de poziția axei cristalului.

2. **Lumina polarizată eliptic și circular** se produce prin suprapunerea a două vibrațiuni polarizate liniar și perpendiculare una pe alta, cari au faze diferite. (Producerea prin adăugarea de plăci de cristal.)

In substanțele cu activitate optică, și la trecerea prin substanțe cari se găsesc în câmpuri electrice sau magnetice intense, lumina polarizată liniar care trece se descompune în două componente polarizate circular și cu vitese de propagare diferite, cari se compun după ieșire din nou într'o vibrație polarizată liniar, al cărei plan de polarizație e rotit față de al luminii incidente. Substanțele cele mai importante în chestiune sunt: nitrobenzenul (celula Carolus) și sticla de plumb grea (sticlă Faraday). Se întrebuințează la varierea intensității luminii în televiziune și filmul sonor.

3. **Aparatele de polarizație** consistă în esență în două prisme de polarizație (polarizor și analizor), optica de iluminare și telescopul de obser-

---

[1]) Henning, Die Grundlagen, Methoden und Ergebnisse der Temperaturmessung, Braunschweig 1915, Vieweg & Sohn. — Holborn, Scheel și Henning, Wärmetabellen, Braunschweig 1919, Vieweg & Sohn. — Gehlhoff, Lehrbuch der technischen Physik, vol. 1, Leipzig 1924, Barth. — Keinath, Elektrische Temperaturmeßgeräte, München și Berlin 1923, Oldenbourg. — Klughardt, Z. techn. Phys. 8 (1927), p. 109.

[2]) Berek, Männchen și Schäfer, Z. f. Instrumentenkunde 56 (1936), p. 49.

[3]) Berek, Mikroskopische Mineralbestimmung, Berlin 1925, Borntraeger. — W. J. Schmidt, Anleitung zu polarisations-mikroskopischen Untersuchungen für Biologen, Bonn 1924, Fr. Cohen. — H. Schulz-Gleichen, Die Polarisationsapparate und ihre Verwendung, Stuttgart 1919, Enke. — Weinschenk, Das Polarisationsmikroskop, ed. a 5-a și a 6-a, prelucrată de Stiny, Freiburg i. B. 1925, Herder. — Ambronn-Frey, Das Polarisationsmikroskop, Leipzig 1926, Akad. Verlagsges. — Rinne-Berek, Anleitung zu optischen Untersuchungen mit dem Polarisationsmikroskop, Leipzig 1934, Jänicke.

[4]) Wien-Harms, Handbuch der Experimentalphysik, vol. 18, cap. Polarisation des Lichtes, Leipzig 1928, Akad. Verlagsges. — M. Haase, Glastechn. Ber. 15 (1937), p. 195.

Scanned with OKEN Scanner

vaţie, şi se întrebuinţează pentru supravegherea serviciului în fabricile de zahăr, în industria mătasei artificiale etc. Aceste aparate sunt prevăzute de cele mai multe ori cu compensaţie prin pană de cuarţ, spre a se putea întrebuinţa lumină albă. Pentru determinarea obiectivă li se adaptează celule fotoelectrice.[1])

4. **Microscoapele polarizante** se deosebesc de cele normale prin adaptarea unui polarizor înaintea condensorului şi a unui analizor în tub sau după ocular (analizor aplicat). Ca element esenţial de diferenţiere în cercetarea secţiunilor de roce servesc culorile şi figurile de interferenţă produse prin birefringenţa celor mai multe minerale, dintre cari culorile se observă în lumină polarizată paralel, iar figurile în lumină polarizată convergent.

5. **Metode fotoelastice** [2]) (cp. secţ. 5, Rezistenţa materialelor, cap. Măsurarea tensiunilor). Birefringenţa (a n i z o t r o p i a o p t i c ă) ce apare când se exercită acţiuni exterioare (presiune, căldură) se foloseşte pentru determinarea repartiţiei tensiunilor. Se observă în lumină polarizată un model transparent, care dă, la iluminare potrivită, repartiţia corectă a tensiunilor.

Dacă modelele se construesc din sticlă, birefringenţa e proporţională cu tensiunile; celonul are istereză elastică, motiv pentru care trebue să se aştepte un anumit timp până la efectuarea măsurătorilor. Birefringenţa de măsurat se poate compensa prin compensatoare (fâşie de sticlă trasă, c o m p e n s a t o r B a b i n e t).

Intrebuinţări: Examinarea elementelor de construcţie (mai ales la grinzile cu zăbrele), a părţilor de avion, ca şi a condiţiilor de serviciu ale uneltelor.

E. Interferenţă[3])

Când există două unde coerente (provenind dela aceeaşi sursă de lumină) de aceeaşi perioadă, se produc variaţiuni spaţiale ale intensităţii (interferenţe).

Interferenţe de egală grosime dau două feţe reflectante la distanţă mică una de alta (balon de săpun). In primă aproximaţie, locul interferenţei e suprafaţa din faţă. Locurile de egală distanţă a celor două suprafeţe apar în intensitate (sau culoare) egală. Pe când în lumină albă observaţia e posibilă numai până la diferenţa de traiect de vreo opt lungimi de undă (grosimea 4 μ) din cauza suprapunerii sistemelor de fâşii corespunzătoare diferitelor lungimi de undă, — în lumină monocromatică şi la sursă de lumină diafragmată corespunzător fâşiile se mai pot vedea la mai mulţi cm distanţă în aer.

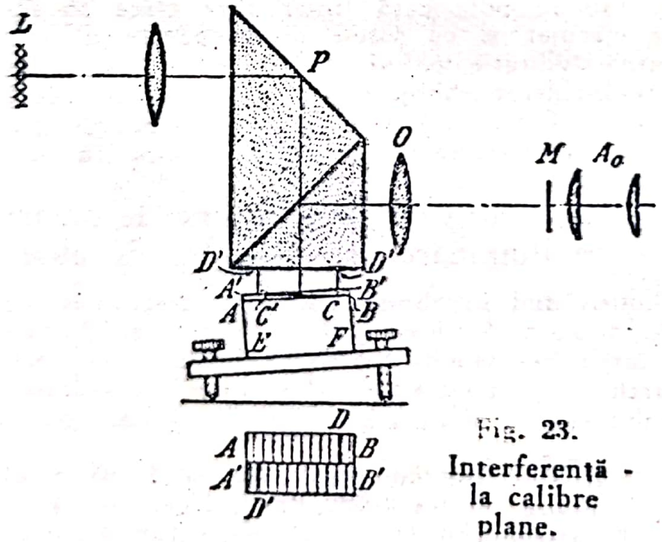


Fig. 23. Interferenţă la calibre plane.

Ele se folosesc spre a măsura variaţii mai mici de distanţă sau diferenţe mai mici de grosime (dilatometrul A b b e - F i z e a u.

[1]) B. L a n g e, Photozellen und ihre Anwendung, Leipzig 1936, Barth.

[2]) L e h r, Spannungsverteilung in Konstruktionselementen, Berlin 1934, VDI-Verlag.— L. F ö p p l, Z V D I 81 (1937), p. 137.

[3]) G e h r k e, Die Anwendung der Interferenzen, Braunschweig 1906, Vieweg & Sohn. — B e r n d t - S c h u l z, Grundlagen und Geräte technischer Längenmessungen, ed. a 2-a, Berlin 1929, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

indicatorul de interferenţă Kirner, comparatorul de interferenţă Göpel). Fiindcă grosimilor egale le corespund totdeauna numere egale de ordine pentru făşii (numărul de ordine = numărul de lungimi de undă al diferenţei de traiect), diferenţa de grosime se poate măsura prin numărare.

Două calibre plane (plăci) de aproximativ aceeaşi grosime $A\ B\ E\ F$ şi $A'\ B'\ E\ F$ (fig. 23) se găsesc în faţa suprafeţei de măsură $D'\ D'$, care se află pe corpul prismei comparatorului cu interferenţă Köster (L sursa de lumină, O obiectivul telescopului, A_0 ocularul, M reticulul micrometrului ocularului). Diferenţa de grosime e egală cu numărul de făşii dintre D şi D', înmulţit cu lungimea de undă.

Pentru cercetare e mai potrivită lumina de heliu, fiindcă arată colorări caracteristice pentru anumite numere de ordine. Afară de ea se întrebuinţează scânteia de cadmiu şi lampa cu vapori de mercur (răcită cu apă). Drept lungimi de undă normale la 20° în μ se întrebuinţează:

Cadmiu		Mercur		Neon		Heliu	
roşu	0,643 847 2	galben	0,579 065 9 0,576 959 8	roşu	0,609 615 4 0,594 483 2	roşu	0,667 814 7
verde	0,508 582 4	verde	0,546 074 2	galben	0,588 189 2 0,585 248 9	galben	0,587 561 8
albastru	0,479 991 1	violet	0,435 834 2			verde-albăstruiu	0,492 192 7

Cercetări mai noi au arătat că linia galbenă-verzuie a criptonului 0,564 959 24 μ e mai favorabilă decât liniile cadmiului din cauza structurii ei simple, aşa încât ea a fost propusă ca normă de bază.

După Physikalisch-Technische Reichsanstalt (PTR) linia roşie de cadmiu are în aer uscat de 15° C şi 1 atm lungimea de undă 6438, 4696 · 10^{-8} cm.

Metodelor de interferenţă importante în tehnică le aparţine şi metoda indicată de Grüneisen pentru determinarea întinderii barelor elastice şi a lui Cornu pentru determinarea contracţiunii transversale.

Interferenţele izocline se produc la plăcile plane cu feţe paralele (dispoziţia Lummer, Perot). In lumină monocromatică, ele dau o precizie încă suficientă la diferenţă de traiect de $1{,}2 \cdot 10^6$ lungimi de undă.

Pentru măsuri se reunesc în parte cele două feluri de interferenţă (interferometrul Michelson), sau se întrebuinţează interferenţe mixte. Astfel se întrebuinţează metode diferite pentru evaluarea în lungimi de undă, a metrului, ca singura lungime invariabilă după experienţele de până acum [1]).

1 m = 1 553 164,13 lungimi de undă ale liniei roşii a cadmiului. Sensibilitatea măsurătorilor (1/40 . . . 1/50 λ) îndreptăţeşte întrebuinţarea lor la cercetarea erorilor sistemelor optice (inelele lui Newton, metoda Bratke—Waetzmann şi Twyman) şi la determinarea micilor variaţiuni de presiune în gaze (variaţiuni ale presiunii aerului din cauza proiectilelor în sbor, interferometrul pentru gaze, examinarea gazelor din mine).

VII. Electronică [2])

(Fenomene de descărcare electrică)

Prelucrare de dr. fil. W. Koch, Berlin-Reinickendorf

Sistemul de măsură: Dacă nu se indică anume, se întrebuinţează mai jos numai sistemul tehnic de măsură. Se calculează cu: masa în kg +, lungimea in m, timpul în s, forţa în kg, curentul în A, tensiunea în V. Celelalte unităţi sunt derivate din ele.

[1]) Berndt-Schulz, Techn. Längenmessungen, ed. a 2-a, Berlin 1929, Springer. — Dietrich, Maschbau 15 (1936), p. 553.

[2]) Bibliografie: v. Engel şi Steenbeck, Elektrische Gasentladungen, vol. 1. Berlin 1932; vol. 2, Berlin 1934, Springer. — Seeliger, Physik der Gasentladungen, ed. a 2-a, Leipzig 1934, Barth. — Uyterhoeven, Elektrische Gasentladungslampen, Berlin 1938, Springer. — Franck, Meßentladungsstrecken, Berlin 1931, Springer. — Knoll-Ollendorf-Rompe, Gasentladungstabellen, Berlin 1935, Springer.

Notații:

B inducția magn. [Vs/m²],
C capacitatea [As/V],
F intensitatea câmp. el. [V/m],
K energia cinetică [Ws], resp. [kgm],
P forța [kg]
T temperatura absolută [° K],
U tensiunea electrică [V]
c vitesa luminii $3 \cdot 10^8$ [m/s],
e sarcina el. elementară $1,59 \cdot 10^{-19}$ [As],
i densitatea de curent [A/m²],
k constanta lui Boltzmann $1,37 \cdot 10^{-23}$ [Ws/grd],
m masa electronului $9,02 \cdot 10^{-31}$ [kg+],
t timpul [s],
v vitesa (electronilor) [m/s],
ε $= 2,718$ baza logaritmilor naturali
ε_0 constanta dielectrică a vidului $8,86 \cdot 10^{-12}$ [A s/Vm],
ρ densitatea sarcinii spațiale [A s/m³],
φ potențialul electric [V],
ψ energia voltică de emisiune [V].

Prescurtare: EV = electron-volt $1,59 \cdot 10^{-19}$ [Ws].

A. Clasificarea și nomenclatura descărcărilor

DIN 1326 cuprinde un rezumat al nomenclaturii descărcărilor electrice; desvoltările de mai jos li se atașează.

Conceptul de descărcare cuprinde atât descărcările din vidul înaintat, cât și cele din gaze.

1. **Descărcări în vidul înaintat.** Se numesc astfel părțile circuitelor electrice în cari nu se găsesc în măsură sensibilă părticele materiale pe traiectul de descărcare, cu excepția sarcinilor în mișcare cari constitue curentul.

2. **Descărcări în gaze** se numesc părțile circuitelor electrice în cari curentul trece prin gaze sau vapori. Curentul prin traiectul de descărcare e constituit de sarcini în mișcare; aceste sarcini sunt molecule sau atomi încărcați electric (ioni pozitivi și negativi) și electroni.

Clasificarea. Descărcările permanente se pot menține oricât de mult, independent de cât durează de fapt în fiecare caz în parte. Descărcările trecătoare se găsesc încă în starea de desvoltare, care poate conduce la descărcări permanente sau la încetarea curentului. Și descărcările periodice, în cari se parcurg repetat serii egale de stări diferite, pot fi de natură permanentă sau trecătoare. Descărcările de ruptură sunt descărcări în curs de dispariție din cauza unor factori externi (de ex. varierea tensiunii aplicate, distanței electrozilor, conținutului de gaz etc.).

Altă posibilitate de clasificare: Se deosebesc descărcările independente, în cari ionii necesari pentru menținerea curentului sunt produși de descărcarea însăși, și descărcări dependente, legate de alimentarea permanentă cu ioni dintr'o sursă străină.

La acest principiu de clasificare există claritate reală numai în cazurile limită. In multe cazuri de transiție dă greș, analog cum nu se poate trasa de ex. decât o limită arbitrară între conductoare și izolatoare.

Descărcări permanente prin gaze. Cazuri limită: trei forme principale: descărcări obscure, luminescente și în arc.

Există treceri continue și forme mixte, caracterizate în esență prin fenomenele dela catoda traiectului descărcării.

Aceste trei forme principale trebue deosebite și în cazul descărcărilor trecătoare.

3 **Clasificarea după aspect a descărcărilor din gaze. Elemente de descărcare.** Descărcările prin gaze se pot compune, din punct de vedere al aspectului, din puține elemente de descărcare (regiuni cari îi apar ochiului omogene).

Pentru descrierea univocă a descărcărilor complicate se recomandă să li se indice constituția exterioară din aceste elemente de descărcare. Astfel se pot evita numeroase numiri puțin pregnante, mai ales ale descărcărilor compuse.

Concepte. Spațiu obscur: Regiune traversată de curent fără efecte luminoase importante. Spațiu luminos: Regiune luminoasă traversată de curent. Fir luminos: Fenomen de luminozitate într'o regiune lungă, îngustă și limitată precis; intensitatea în lung a câmpului electric e o fracțiune importantă din câmpul electric disruptiv, probabil o coloană pozitivă retrecisată transversal. Peduncul: Analog ca firul luminos, dar mai gros, mai luminos și cu un curent mai intens.

Coloană: Traiectorie de curent apărând în spațiul dintre electrozi, luminoasă și cu o intensitate în lung a câmpului electric departe sub valoarea câmpului electric disruptiv. Peliculă luminescentă: Regiune luminoasă repartizată ca o suprafață în imediata apropiere a suprafeței unui electrod. Picior: Regiune strâns limitată în imediata apropiere a electrodului, cu strălucire de cele mai multe ori deosebit de mare. Piciorul se poate găsi la catodă sau la anodă.

Constituția din elemente de descărcare. La formele principale se pot deosebi: Regiunile electrodice (regiunea catodică și anodică), cuprinzând părțile învecinate cu electrozii (cari variază când se schimbă și numai materialul și dimensiunile electrozilor), și corpul descărcării, care cuprinde ceea ce nu le aparține regiunilor electrodice; el nu e necesar pentru existența unei descărcări și nu e legat de o anumită formă a vasului. Când consistă dintr'un amestec de particele încărcate și neîncărcate care se comportă în exterior ca în esență neutru, se numește plasmă.

B. Conducțiunea electronică a vidului înaintat

Notațiile neindicate lângă formule sunt cele din p. 298.

E cea mai simplă formă a unei descărcări. Un electrod negativ, catoda, emite termionic sau fotoelectric electroni, cari trec prin vid la electrodul pozitiv, anoda, sub acțiunea acceleratoare a tensiunii. In drum pot fi influențați prin câmpuri (de comandă) electrice sau magnetice.

1. Emisiunea de electroni din catodă.[1] La trecerea electronilor din metal în vidul înaintat trebue să se efectueze lucru mecanic de emisiune la catodă, fie prin căldură cedată ei, fie prin lumină incidentă; valoarea lui pentru diferite materiale catodice se ia în electron-volți (1 electron-volt $= 1{,}59 \cdot 10^{-19}$ Ws) din tabela 1.

Dependența de temperatură.

$$i = A\,T^2\,\varepsilon^{-e\psi/kT}\ \ [\text{A/m}^2] \qquad (1)$$

A e o constantă $6 \cdot 10^5$ [$\text{A/m}^2\,\text{grd}^2$]. Această valoare e valabilă numai pentru metalele pure. La materialele compuse (partea din urmă a tabelei 1) scade până la 10 din cauza acoperirii defectuoase a suprafeței cu insule de emisiune.

Tabela 1

Lucruri mecanice de emisiune pentru substanțe catodice obișnuite, în electron-volți. Lucrul de emisiune depinzând în limite largi de calitățile suprafeței, valorile au o aproximație de 0,5 V. La limite de erori mai mari e indicat întregul interval al valorilor.

Substanța	L. em. EV	Substanța	L. em. EV	Substanța	L. em. EV	Substanța	L. em. EV
Al	1,8—3,9	Hg	4,4	Rb	1,3	Zr	4,5
Ag	4,0	K	0,5—2,0	Si	4,8	Ba O-Pastă	1,0
Ba	2,0	Li	2,3	Sn	3,4—4,5	Ba-F [1])	1,1
C	4,4	Mg	1,8—3,7	Sr	2,0	Cs-F [2])	1,4
Ca	2,2	Mo	4,2	Ta	4,1	Cs-F [1])	0,7
Cs	0,7—1,8	Na	1,9	Th	3,4	Th-F [2])	2,6
Cu	4,4	Ni	5,0	W	4,6		
Fe (γ)	4,8	Pt	6,3	Zn	3,0—4,1		

[1]) Film pe wolfram oxidat. — [2]) Film pe wolfram.

Dependența de intensitatea câmpului. Lucrul de emisiune e scăzut de intensitățile mari ale câmpului în dreptul catodei.

Scăderea lui ψ cu 1 V necesită vreo $7 \cdot 10^8$ V/m. Ne lipsește o reprezentare printr'o lege destul de sigură. Cp. nota [1]).

2. Mișcarea electronilor în câmpul electric din vid.[2])

Fără sarcină spațială. La electroni puțini în câmpul electric omogen,

[1]) Rukop, Schottky, Suhrmann, Phys. in reg. Ber. 3 (1935), p. 133...178.
[2]) J. Langmuir și K. T. Compton, Rev. Mod. Phys. 3 (1931), p. 192...255.

mişcare nederanjată, accelerată după legile căderii libere.

$$P = 0{,}102\ m \frac{dv}{dt} = 0{,}102\ eF\ [\text{kg}] \qquad (2)$$

Forţa depinde numai de sarcină, nu de masă.

$$v = \frac{ds}{dt} = v_0 + \frac{e}{m} F t\ [\text{m/s}], \qquad (3)$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{e}{2m} F t^2\ [\text{m}]. \qquad (4)$$

s spaţiul, v_0 vitesa în momentul $t = 0$, s_0 spaţiul în momentul $t = 0$.
Vitesa şi spaţiul parcurs depind — afară de datele iniţiale — de raportul sarcină/masă.

Energia cinetică K obţinută de un electron ($v_0 = 0$) după „căderea" printr'un câmp: $K = m v^2/2 = e U$ [Ws] sau 0,102 [kgm]. . . . (5)

Expresiunea (5) e valabilă în general pentru orice formă a câmpului. Energia electronului care a căzut 1 V e $1{,}59 \cdot 10^{-19}$ Ws = 1 EV. (1 electron-volt).

Vitesa electronului: $v = \sqrt{2\,e/m}\ \sqrt{U} = 5{,}94 \cdot 10^5 \sqrt{U}$ [m/s]. . . . . . . (6)

Electroni cu vitesă proprie pot înainta, în virtutea energiei lor cinetice, contra câmpurilor retardatoare. Aceasta trebue să fie mai mare sau cel puţin egală cu energia potenţială a câmpului retardator ($m v^2/2 \geqq e U$). Când v prezintă repartiţie Maxwelliană, curentul de pornire se calculează prin integrarea curbei de repartiţie dela vitesa $v = \sqrt{2\,e U/m}$ până la $v = \infty$:

$$i = i_0\, \varepsilon^{-e U/kT}\ [\text{A/m}^2]; \qquad (7)$$

i_0 e densitatea de curent fără contracâmp ($U = 0$), U contratensiunea. T temperatura electronilor în °K.
In regiunea viteselor mari (> 1/100 din vitesa luminii) devine sensibilă creşterea masei cu vitesa, o urmare a echivalenţei dintre masă şi energie

$$m_v = m/\sqrt{1 - (v/c)^2}\ [\text{kg}^+]; \qquad (8)$$

m_v fiind masa electronului cu vitesa v.
In această regiune avem în loc de (5)

$$K = m c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1\right] = e U\ [\text{Ws}]\ \text{sau}\ 0{,}102\ [\text{kgm}]. \qquad (9)$$

Pentru $v \ll c$ (9) trece în (5).

Cu sarcină spaţială. Orice curent poartă cu el o sarcină spaţială după ecuaţia $i = \rho\, v$ [A/m²]; . . . . . . (10) de neglijat numai la curenţi foarte slabi; altfel influenţează câmpul electric aplicat. Câmpul rezultant se poate determina din ecuaţia diferenţială a lui Poisson.

In coordonate cartesiene rectangulare (x, y, z) ea e

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \varrho/\varepsilon_0\ [\text{V/m}^2], \qquad (11)$$

φ fiind potenţialul, iar în coordonate cilindrice (r, α, z)

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \varrho/\varepsilon_0\ [\text{V/m}^2]. \qquad (12)$$

Conexiunea dintre curent, sarcina spaţială şi câmp cauzează limitarea prin sarcină spaţială a curentului de electroni. Acesta nu creşte nelimitat când creşte nelimitat numărul de electroni ce stau la dispoziţie pentru curent.

Pentru dispoziţia plană cu două plăci plane paralele la distanţa x una de alta, dintre cari una emite nelimitat electroni cu

vitesa inițială zero, rezultă din (5), (10) şi (11) $\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0\right)$ densitatea de curent i în funcțiune de tensiunea U dintre plăci şi de x:

$$i = \varepsilon_0 \left(\frac{4}{3}\right)^2 \sqrt{\frac{e}{8\,m}}\ \frac{U^{3/2}}{x^2} = 2{,}33 \cdot 10^{-6}\ \frac{U^{3/2}}{x^2}\ [\mathrm{A/m^2}]. \quad (13)$$

In intervalul de sarcină spațială debitul catodei nu joacă niciun rol cât e mai mare decât curentul după (13). Dacă debitul e mai mic decât curentul după (13), i e independent de tensiunea aplicată: regiunea de saturație. Ipoteza de vitesă inițială zero a electronilor e asigurată în realitate de cele mai multe ori destul de exact.

La dispoziție cilindrică, filament incandescent de raza r_k înconjurat de cilindrul anodic coaxial cu raza r_a, nu e convenabil să se calculeze densitatea de curent $i\,[\mathrm{A/m^2}]$, ci densitatea liniară de curent $j\,[\mathrm{A/m}]$, care trece între cei doi electrozi pe unitatea de lungime a lungimii cilindrului. Pentru calcul servesc ecuațiile (5), (12) $\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0\right)$

Tabla 2.
Dependența lui β^2 de raportul raza anodică prin raza catodică (după Langmuir)

r_a/r_k	β^2	r_a/r_k	β^2
1,0	0	20	1,07
1,5	0,12	50	1,09
2,0	0,28	100	1,08
3,0	0,52	200	1,06
5	0,77	500	1,03
10	0,98	1000	1,02
15	1,04		

şi în loc de (10) $j = 2\pi\, r\, \rho\, v$ [A/m]. . . . . (14)

$$j = \varepsilon_0\, \pi \cdot 8/9 \cdot \sqrt{2\,e/m} \cdot U^{3/2}/\beta^2 r_a = 1{,}47 \cdot 10^{-5}\, U^{3/2}/\beta^2 r_a\ [\mathrm{A/m}]. \quad (15)$$

β^2 fiind funcțiune de r_a / r_k ; valorile în tabla 2.

3. **Mişcarea electronilor în câmpul magnetic din vid.** Asupra sarcinii e, care se mişcă cu vitesa v în câmpul magnetic omogen B, se exercită o forță P perpendiculară pe câmp şi pe vitesă. Componenta ei în direcțiunea vitesei fiind mereu zero, e zero şi lucrul mecanic efectuat de ea. Nu se variază valoarea absolută a vitesei, ci orientarea ei.

$$P = 0{,}102\, B\, e\, v \sin\alpha\ [\mathrm{kg}]. \quad (16)$$

Semnul (orientarea, n. tr.) forței şi semnificația unghiului în fig. 1. După (16) avem $P = 0$ pentru $\alpha = 0$. Componenta mişcării perpendiculară pe orientarea câmpului magnetic trebue luată în considerare.

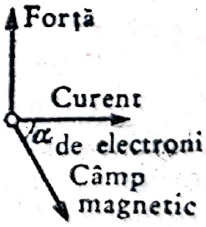


Fig. 1.
Legătura dintre orientarea forței, curentului şi câmpului. Forța e perpendiculară pe direcțiunea curentului şi a câmpului.

Dacă se trimite de ex. un electron (cu vitesa v_0) perpendicular pe liniile de câmp ale unui câmp magnetic omogen, forța acceleratoare $0{,}102\, B\, e\, v_0$, egală cu forța centrifugă $P_r = 0{,}102\, m\, v_0^2/r$ [kg] . . . . (17) constrânge eletronul într'o orbită circulară cu raza

$$r = m\, v_0/e\,B \quad [\mathrm{m}] \quad (18)$$

sau după (6) $r = \sqrt{2\,m/e}\ \sqrt{U}/B$ [m]. . . . . . (19)

Perioada de revoluție a electronului în orbita lui circulară e:

$$\tau = 2\pi\, r/v_0 = 2\pi\, m/e\,B \quad [\mathrm{s}] \quad (20)$$

Depinde numai de câmpul magnetic, nu de vitesă.

Lungimea de undă e: $\lambda = c\,\tau = 2\pi\, c\, m/e\,B$ [m]. (21)

Dacă electronul are şi o componentă a vitesei în direcțiunea câmpului magnetic, mişcării circulare i se suprapune o mişcare în direcțiunea liniilor de câmp (traiectorie elicoidală de pas constant).

Relațiunea (18) e valabilă şi în câmpul neomogen, dacă r e raza de curbură a

Scanned with OKEN Scanner

traiectoriei, B câmpul magnetic în poziţia instantanee a electronului şi v_0 componenta vitesei perpendiculară pe direcţiunea lui B.

4. Intrarea electronilor în anodă. Ea liberează sub formă de căldură două cantităţi de energie, cari încălzesc anoda.

Una provine din liberarea aceleiaşi energii, care ar trebui cheltuită dacă s'ar emite acelaşi număr de electroni dintr'o catodă din acelaşi material. Mărimea ei se ia din tabela 1 din p. 299. Cealaltă, de cele mai multe ori preponderentă, provine din energia cinetică a electronilor incidenţi [cp. (5)], care se transformă în cea mai mare parte în căldură. Numai la tensiuni înalte se întrebuinţează fracţiunea mică δ din energia cinetică pentru producere de raze Röntgen:

$$\delta \approx 8 \cdot 10^{-10}\, Z U \quad (Z \text{ numărul de ordine al materialului anodei}) \quad . \; . \; . \quad (22)$$

5. Emisiunea secundară de electroni. Dacă un solid oarecare e bombardat de electroni, se emit iarăşi electroni din locul bombardat[1]).

6. Comanda prin grătar (grilă, sită) a curenţilor electronici[2]). In lămpile cu grătar, cari servesc la comanda curenţilor electronici, lucrează la catodă un câmp condiţionat în comun de tensiunea grătarului şi a anodei. Drept măsură a (fluxului, n. tr.) acestui câmp serveşte sarcina influenţată de el $Q = C_g\, U_g + C_a\, U_a$ [As] . . . . (23)

C_g e capacitatea grătar-catodă, C_a capacitatea anodă-catodă, U_g tensiunea grătarului, U_a tensiunea anodei.

$$Q = C_g(U_g + C_a/C_g \cdot U_a) = C_g U_{st} \text{ [As]};\; C_a/C_g = D \text{ (transparenţa)} \quad (24)$$

D indică de câte ori ia parte mai slab U_a la câmpul din faţa catodei decât U_g. Expresiunea din paranteză se numeşte tensiune de comandă (tensiune echivalentă); pentrucă după (24) se obţine acelaşi câmp la catodă, dacă se elimină anoda lămpii cu trei electrozi şi i se aplică grătarului tensiunea U_{st}.

Legile intervalului de sarcină spaţială, în particular legile privitoare la $U^{3/2}$ se pot transpune asupra lămpilor cu grătar, cu ajutorul unor lămpi echivalente fără grătar, la cari anoda se găseşte în locul grătarului şi i se aplică tensiunea anodică U_{st}. Aceasta e o aproximaţie admisibilă când transparenţa e mică $[1/(1 + D) \approx 1]$.

Calculul transparenţei, pur electrostatic. Expresiunile pentru diferite dispoziţii geometrice în Knoll, Ollendorff şi Rompe, l. c., p. 107 ş. u.

C. Legile generale ale descărcărilor prin gaze

Notaţiile neindicate la formule, ca în p. 298.

a) Mişcarea ionilor în gaze

Cauzele mişcării: Forţe electrice ale câmpurilor şi forţe de difuziune provocate de pante de densitate.

1. Mişcarea ionilor sub acţiunea unui câmp electric. Ionii (de masă M şi sarcină Q) efectuează în gaz mişcare neorientată cu vitesa v şi mişcare orientată cu vitesa de înaintare w. Numai ultima e hotărîtoare pentru curent. Dacă v are repartiţie Maxwelliană, poate fi descrisă cu ajutorul temperaturii T [°K] a ionilor:

$$M v_p{}^2/2 = 3\,k\,T/2 \text{ [Ws]}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

$v_p{}^2$ fiind media pătratică a lui v. Conversiunea lui T [°K] în electron-volţi după (5); 1 EV = 7740 °K.

Mişcarea în câmpul slab. Ipoteză: Egalizarea permanentă a temperaturilor ionilor şi gazului. La fiecare ciocnire a ionului se pierde din nou componenta dirijată a vitesei lui, câştigată pe ultimul său liber parcurs λ (valori numerice în tabela 3).

$$w = f\,Q\,F\,\lambda/M\,v_p = f\,Q\,F\,\lambda/\sqrt{3\,M\,k\,T} \text{ [m/s]}. \quad . \; . \; . \quad (26)$$

---

1) Kollath, Phys. Z 38 (1937), p. 202.
2) H. Barkhausen, Elektronen-Röhren, vol. I, ed. a 4-a, Leipzig 1931, Hirzel.

Factorul $f \approx 1$; dacă toate liberele parcursuri $= \lambda$ avem $f = 1/2$: considerând repartiția lui λ, avem $f = 1$; considerând repartiția Maxwelliană a lui v, avem $f = \sqrt{6/\pi} = 1{,}38$.

In câmpurile slabe w e proporțional cu F și nu variază dacă F și presiunea p a gazului variază în același raport, fiindcă $\lambda \sim 1/p$ (transformarea după tabela 3).

Tabela 3. Liberul parcurs mediu al moleculelor și electronilor în gaze
(Aproximații de cinetica gazelor)

λ_0 în 10^{-4} m la 1 torr și 273^0 K. Transformarea pentru alte presiuni și temperaturi după formula $\lambda = \lambda_0\, T/273\, p$.

Gazul	He	Ne	Ar	Hg	H_2	N_2	O_2
λ_0 Gaz	1,30	1,15	0,77	0,49	1,32	0,63	0,72
λ_0 Electron	7,4	6,5	4,4	2,74	7,5	3,6	4,1

M o b i l i t a t e a b înseamnă vitesa de înaintare în câmpul 1.

$$b = fQ\lambda/Mv_p = fQ\lambda/\sqrt{3MkT}\ [(\text{m/s})/(\text{V/m})] \quad (27)$$

la presiunea corespunzătoare liberului parcurs λ. In general b se referă la presiunea 1 torr.

L i m i t e l e d e v a l a b i l i t a t e pentru (26) și (27): (27) dă pentru mobilitate valori corecte numai ca ordin de mărime, pentru electroni încă mai bune decât pentru ioni. Pentru ioni se poate calcula până la vreo 10^4 V/m torr cu mobilitate independentă de câmp și invers proporțională cu presiunea gazului. Tabela 4 cuprinde valori empirice pentru mobilitățile ionilor. Pentru electroni (fig. 2) proporționalitatea cu F/p se termină pe la vreo 1 V/tm torr.

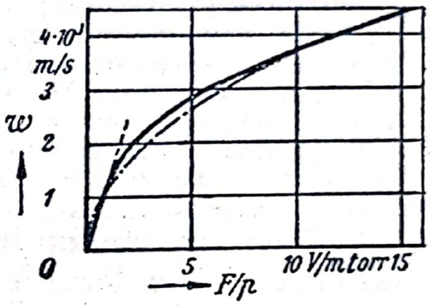


Fig. 2. Dependența de câmp a vitesei de înaintare a electronilor în N_2 (după v. E n g e l și S t e e n b e c k). Trecerea legii F (26) în legea $\sqrt{F}$ (28). Curba plină după măsurători.

Tabela 4. Mobilitatea ionilor pozitivi și negativi încărcați simplu și provenind din gaz
la 273^0 K și 1 torr (după v. E n g e l și S t e e n b e c k)

Gazul	b_+ (m/s)/(V/m)	b_- (m/s)/(V/m)	Gazul	b_+ (m/s)/(V/m)	b_- (m/s)/(V/m)
Aer (uscat)	0,10	0,16	CO_2 (uscat)	—	0,073
Aer (foarte curat)	0,14	0,19	CO_2 (saturat cu abur la 25^0 C)	—	0,062
Aer (saturat cu abur la 26^0 C)	—	0,12	H_2O (la 100^0 C)	0,047	0,043
H_2	0,45	0,62	SO_2	0,031	0,031
H_2 (f. curat) $F \approx 0$)	—	$5{,}9 \cdot 10^2$	N_2O	0,063	0,069
O_2	0.1	0,14	He	0,39	0,48
N_2	0,097	0,14	He (f. curat)	—	38
N_2 (f. curat)	0,097	11	He (f. curat) $F \approx 0$)	1,5	$1{,}7 \cdot 10^3$
N_2 (f. curat) $F \approx 0$)	—	$2{,}4 \cdot 10^3$	Ne	0,75	—
Cl_2	0,056	0,056	Ar	0,10	0,13
CO	0,084	0,087	Ar (f. curat) $F \approx 0$)	0,10	$4{,}8 \cdot 10^3$
CO (f. curat) $F \approx 0$)	—	$1{,}9 \cdot 10^3$			

M i ș c a r e a î n c â m p u l i n t e n s (26) e valabilă nemodificată, fiindcă la ciocniri componentele w se transformă în componente neorientate. v depinde acum de câmp fiindcă ionii îi cedează gazului neutru numai fracțiunea $\delta = 2\, M/M_g$ din energia lor cinetică (pentru electroni δ în He $2{,}76 \cdot 10^{-4}$; în Ne $5{,}4 \cdot 10^{-5}$; în Ar $2{,}8 \cdot 10^{-5}$; în Hg $5{,}5 \cdot 10^{-6}$) și astfel se încălzesc.

$$w = \sqrt[8]{32/27\,\pi} \cdot f\, \sqrt[4]{\delta}\, \sqrt{Q/M}\, \sqrt{F\lambda}\, / \sqrt[4]{f} \quad [\text{m/s}] \quad (28)$$

$$v_p = \sqrt[8]{27\,\pi/32}\, \sqrt[4]{f}\, \sqrt[4]{1/\delta}\, \sqrt{Q/M}\, \sqrt{F\lambda} \quad [\text{m/s}] \quad (29)$$

Scanned with OKEN Scanner

w şi v_p sunt proporţionali cu $\sqrt{F}$, în câmpurile mai tari. Fiindcă $\lambda \approx 1/p$, interesează numai F/p. Câtul v_p/w = factorul de ocolire, arată de câte ori e mai lung drumul în zig-zag decât cel din direcţiunea câmpului

$$v_p/w \approx \sqrt{1/\delta}. \quad \ldots \ldots \quad (30)$$

După (29) şi (25) valoarea finală a temperaturii ionilor e proporţională cu intensitatea câmpului

$$T = \sqrt[4]{27\,\pi/32}\ \sqrt{f}\ Q\,F\,\lambda/3\,k\,\sqrt{\delta} \quad [°\mathrm{K}] \quad \ldots \quad (31)$$

Dacă distanţa x în direcţiunea câmpului nu e destul de lungă, temperatura ionilor rămâne sub valoarea ei finală din (31):

$$T_x = T\left[\varepsilon^{2\sqrt{2\delta}\cdot x/2} - 1\right]\left[\varepsilon^{2\sqrt{2\delta}\cdot x/2} + 1\right] \quad [°\mathrm{K}]. \quad \ldots \quad (32)$$

Limitele de valabilitate pentru (28)...(31): Importanţa acestor ecuaţii consistă mai puţin în faptul că dau valori numerice sigure, cât în faptul că permit să se recunoască factorii cari determină mişcarea ionilor. Intre legea $\sqrt{F}$ din (28) şi legea F din (26) există un interval de trecere pus în evidenţă de fig. 2 p. 303. Spre intensităţile de câmp mai mari, (28)...(31) sunt valabile numai cât pierderile prin ciocnire provin din ciocniri elastice, adică F/p e încă atât de mic, încât să nu se producă activare şi ionizare. Această limită, probabil la valori ale lui F/p cuprinse între 10^2 şi 10^3 V/m torr, e mai înaltă la gazele monoatomice decât la cele biatomice, cari prezintă stări de vibraţie activabile deja la tensiuni joase. O altă limitare e cea privitoare la mici densităţi de curent, la cari se poate neglija interacţiunea dintre ioni. Aceasta joacă însă rolul principal în descărcările luminescente şi în arc.

2. Mişcarea ionilor în panta de concentraţie. Pentru mişcările ionilor (sarcina e) din locurile de concentraţie mai mare spre cele de concentraţie mai mică a ionilor avem:

$$N = D\,\mathrm{grad}\,n \quad [\text{număr/s}\cdot\mathrm{m}^2] \quad \ldots \quad (33)$$

D constanta de difuziune în m^2/s, n concentraţia ionilor în număr/m^3.

$$D = k\,T\,b/e, \quad [\mathrm{m}^2/\mathrm{s}], \quad \ldots \quad (34)$$

b fiind mobilitatea. Constantele de difuziune se pot calcula din valorile numerice din tabela 4.

După (25) şi (27) ($f = 1$) urmează din (34)

$$D = v_p\,\lambda/3\ [\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]. \quad \ldots \quad (35)$$

Difuziune ambipolară. Problema plană: In toate punctele avem aproximativ $n_+ = n_- = n$, dar scăzând în orientarea x.

$$i_- = i_+ = e\,\frac{D_-\,b_+ + D_+\,b_-}{b_+ + b_-}\,\frac{\partial n}{\partial x}\ [\mathrm{A/m^2}]. \quad \ldots \quad (36)$$

$$D_a = (D_-\,b_+ + D_+\,b_-)/(b_+ + b_-)\ [\mathrm{m^2/s}]. \quad \ldots \quad (37)$$

Curentul de difuziune ambipolară se comportă ca şi când ionii ar avea constanta de difuziune comună D_a. Pentru $T_- \gg T_+$ şi $b_- \gg b_+$ urmează

$$D_a \approx T_-\,b_+\,k/e\ [\mathrm{m^2/s}]. \quad \ldots \quad (38)$$

b) Ionizarea

1. Ionizarea în câmpul electric. Fiindcă actualmente nu se poate calcula cu suficientă preciziune ionizarea în câmpul electric din tensiunile de ionizare (tabela 5), probabilităţile de ionizare şi legile de miş-

Tabela 5. Tensiuni de ionizare (T. i.)

Elementul	T. i. [V]	Elementul	T. i. [V]	Elementul	T. i. [V]	Elementul	T. i. [V]
H_2	15,4	Mg	7,6	Zn	9,4	Cs	3,9
He	24,5	S	10,3	Se	9,7	Ba	5,2
Li	5,4	Cl	13,0	Kr	14,0	Hg	10,4
N_2	15,8	Ar	15,7	Rb	4,2	Tl	6,1
O_2	12,5	K	4,3	Sr	5,7	Pb	7,4
Ne	21,5	Ca	6,1	Cd	9,0	Bi	7,3
Na	5,1						

care a electronilor, s'au introdus drept măsură a ionizării cifrele de ionizare α şi β, cari arată câte perechi de ioni produce în medie un electron (α) sau un ion pozitiv (β), dacă se mişcă sub influenţa unui câmp magnetic extern cu 1 m în direcţiunea câmpului (fig. 3 şi 4).

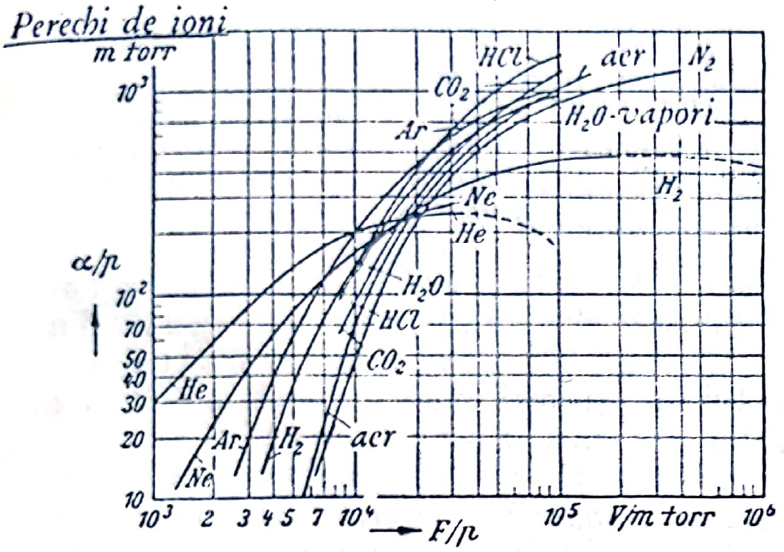


Fig. 3. Dependenţa cifrei relative de ionizare α/p de intensitatea relativă a câmpului F/p (după v. Engel şi Steenbeck). Curba pentru Ar e probabil prea joasă dedesubtul a 10^4 V/m torr.

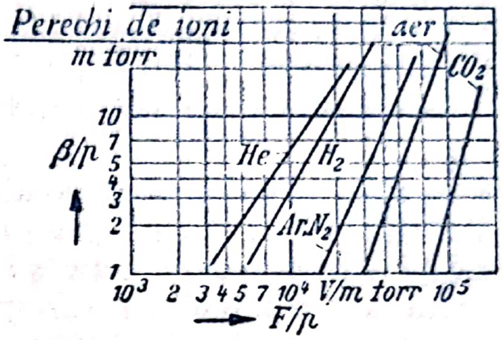


Fig. 4. Dependenţa cifrei relative de ionizare β/p de intensitatea relativă a câmpului F/p (după v. Engel şi Steenbeck).

Mai sus nu se ţine seamă de drumul real în zig-zag.

$$\alpha/p = f_1(F/p) \text{ [număr/m torr]}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

$$\beta/p = f_2(F/p) \text{ [număr/m torr]}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

β e totdeauna mic faţă de α. Valorile numerice în fig. 3 şi 4.

Domeniul de valabilitate: Calculul cu cifrele de ionizare are înţeles numai dacă distanţa dintre electrozi e mare faţă de λ şi dacă densităţile de curent sunt atât de mici, încât fiecare electron resp. ion ionizează independent de ceilalţi, adică în esenţă în domeniul curenţilor obscuri.

Numărul de electroni liberaţi de un ion pozitiv la ciocnirea pe o suprafaţă metalică se notează cu γ.

γ depinde (puţin) de natura şi (mult) de vitesa ionilor incidenţi şi de natura şi starea suprafeţei (încărcarea cu gaze a) metalului lovit. Creşte mai întâi odată cu energia cinetică crescătoare a ionilor şi scade din nou la valori foarte mari ale energiei ($> 10^4$ EV). Valorile numerice ale lui γ sunt cuprinse între 10^{-2} şi 10^2.

2. Ionizarea termică în gaze. La încălzirea unui gaz la temperatură înaltă (ordinul de mărime de vreo câteva $10^3 \ldots 10^4$ °K), el se ionizează.

Echilibrul de ionizare care se stabileşte se poate calcula după metode termodinamice cunoscute, drept echilibru de disociere a unei combinaţiuni chimice.

Gradul de disociaţie x (numărul de atomi ionizaţi/numărul total de atomi) al disocierii gazelor monoatomice de presiunea p la temperatura T e dat de

$$x^2/(1 - x^2) = 4{,}73 \cdot 10^3 \left(U_i^{5/2}/p\right) \vartheta^{5/2} \varepsilon^{-1/\vartheta} = (C/p)\, \vartheta^{5/2} \varepsilon^{-1/\vartheta}; \quad (41)$$

unde: U_i e tensiunea de ionizare activă în V; p presiunea în atm; $\vartheta = kT/eU_i$ dat. Constantele acestei ecuaţii sunt trecute pentru vreo câteva gaze şi vapori în tabela 6 (p. 306).

c) Legi de similitudine

Dacă dimensiunile din vasul I sunt de a ori mai mari decât în II, trebue să avem în I:

Densitatea gazului . .	$= 1/a$ din II	Densităţile curentului de ioni	$= 1/a^2$ din II
Intensitatea câmpului .	$= 1/a$ din II	Timpurile	= de a ori decât în II
Vitesele ionilor . . .	= ca în II	Cantitatea de gaz . . .	= de a^2 „ „ „ „
Densităţile superficiale de sarcină	$= 1/a$ din II	Sarcina electrică .	= de a „ „ „ „
Densităţile de volum ale sarcinii	$= 1/a^2$ din II	Gradul de ionizare . .	$= 1/a$ din II

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 6. Constantele ecuației (41) pentru gaze și vapori (după Knoll, Ollendorff, Rompe)

Substanța	U_i [V]	C	$\vartheta \cdot T$
Vapori de Ag . . .	7,5	$0,734 \cdot 10^6$	$1,15 \cdot 10^{-5}$
Vapori de Cu . . .	7,7	$0,785 \cdot 10^6$	$1,12 \cdot 10^{-5}$
Vapori de Fe . . .	7,8	$0,808 \cdot 10^6$	$1,11 \cdot 10^{-5}$
Vapori de Hg . . .	10,4	$1,655 \cdot 10^6$	$0,830 \cdot 10^{-5}$
H, O (monoatomici) .	13,5	$3,17 \cdot 10^6$	$0,640 \cdot 10^{-5}$
N (monoatomic) . .	14,5	$3,78 \cdot 10^6$	$0,595 \cdot 10^{-5}$

Limite de valabilitate: Cele mai multe fenomene elementare cari se desfășoară în descărcări urmează legile de similitudine. Amintim drept excepții ionizarea treptată, recombinarea ionilor și electronilor, ca și variațiile de presiune cauzate de urcarea de temperatură. Acestea trebue să nu joace rol important.

d) Plasma

Prin plasmă se înțelege un gaz în stare de înaltă ionizare (concentrarea ionilor $10^{15}/m^3$ și mai mult), dacă conține în mijlociu cel puțin în primă aproximație tot atâți electroni cât și ioni pozitivi. Intensitatea evaluată a câmpului corespunzător câmpurilor interne variabile foarte repede în spațiu și timp, din interiorul plasmei (corespunzător adică microcâmpurilor):

$$E_m = 2 \cdot 10^{11}\, e\, n^{2/3} \ [\mathrm{V/m}]. \quad (42)$$

n fiind concentrația ionică pe m^3. Câmpurile macroscopice din plasmă sunt de ordinul de mărime 100 V/m.

1. Mărimile cari caracterizează plasma. Starea electrică interioară a plasmei e descrisă de concentrațiile ionice aproximativ egale n_- și n_+ și vitesele medii ale ionilor v_{m-} și v_{m+}, unde se poate folosi și temperatura electronilor T_- în loc de v_{m-} dacă vitesele electronilor au repartiție Maxwelliană, fiindcă avem

$$v_{m-} = \sqrt{8/3\,\pi}\; v_{p-} = \sqrt{8\,k/\pi\,m}\,\sqrt{T_-} \ [\mathrm{m/s}]. \quad (43)$$

De mai sus curenții ionici și electronici nedirijați din plasmă:

$$i_- = n_-\, e\, v_{m-}/4 \ [\mathrm{A/m^2}]. \quad (44)$$

$$i_+ = n_+\, e\, v_{m+}/4 \ [\mathrm{A/m^2}]. \quad (45)$$

Factorul $^1/_4$ din (44) și (45) provine din luarea mediei pentru toate orientările vitesei.

2. Sondele plane și pereții. O sondă pusă la tensiune față de un electrod are o anumită tensiune U_s față de potențialul spațial și primește un curent de densitatea i_s.

a) U_s înaltă și negativă: Curent ionic intrând, independent de tensiune, de mărimea

$$i_{s+} = i_+ = n_+\, e\, v_{m+}/4 \ [\mathrm{A/m^2}]. \quad (46)$$

Grosimea stratului de ioni:

$$x_+ = 4\sqrt{\varepsilon_0}\,\sqrt[4]{e/8\,M}\;U_s^{3/4}/(3\sqrt{i_+}) = a\,U_s^{3/4}/\sqrt{i_+} \ [\mathrm{m}]. \quad (47)$$

Tabela 7. Factorul de proporționalitate al stratului de ioni

Felul de ioni	H_2	He	Ne	Ar	Kr	Hg
$a \cdot 10^6$	19,7	16,6	11,1	9,35	7,79	6,24

Valorile lui a pentru diferite gaze în tabela 7.

Capacitatea stratului de ioni:

$$C_+ = \varepsilon_0\, O/3\, x_+, \quad (48)$$

O fiind suprafața stratului.

b) U_s pozitiv: Curent ionic independent de tensiune, de mărimea:

$$i_{s-} = i_- = n_-\, e\, v_{m-}/4 \ [\mathrm{A/m^2}]. \quad (49)$$

Grosimea stratului de electroni:

$$x_- = 4\sqrt{\varepsilon_0}\sqrt[4]{e/8\,m}\,U_s^{3/4}/3\sqrt{i_-} = 1.53\cdot 10^{-3}U_s^{3/4}/\sqrt{i_-}\ [\text{m}]. \qquad (50)$$

La tensiune de sondă negativă, valoarea lui U_s trebue să fie totdeauna dedesubtul tensiunii de ionizare, fiindcă altfel apare ionizare prin ciocnire în strat, și sonda se transformă în anodă.

c) U_s slab negativă. Curentul ionic intrând ca sub a), grosimea stratului după (47) mică. Curent de intrare electronic simultan, în virtutea vitesei lor proprii. Partea din curentul sondei dată de electroni e

$$i_{s-} = i_-\,\varepsilon^{-eU_s/kT_-} = n_- e\sqrt{k/2\pi m}\sqrt{T_-}\,\varepsilon^{-eU_s/kT_-}\ [\text{A/m}^2]. \qquad (51)$$

Trecerea prin zero a curentului la tensiunea:

$$U_{s_0} = \frac{kT_-}{e}\ln\frac{i_-}{i_+}\ [\text{V}]. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (52)$$

Toate corpurile cari ajung izolat în contact cu plasma, în particular și pereții, se încarcă la potențialul dat de (52).

e) Aprinderea și stingerea descărcărilor

1. Aprinderea. Cp. Mierdel, Seeliger, Phys. in regelm. Ber. 2 (1934), p. 70; v. Hippel, Ergebn. d. exakt. Naturw. 14 (1935), p. 79.
2. Desionizarea. Cp. W. Koch, Jahrb. Forsch.-Inst. AEG 5 (1936/37), p. 141.

D. Descărcările obscure și aplicațiile lor

1. Proprietăți generale. Descărcările obscure sunt descărcări în cari sarcinile spațiale sunt neglijabile față de ale electronilor. Intensitatea câmpului electric din spațiul de descărcare e determinată în esență numai de câmpul electrozilor și eventual de sarcinile pereților. Ele sunt limitate la mici densități de curent (de ordinul 10^{-2} A/m²).

La dispoziție plană a electrozilor (plăci la distanța d) au importanță următoarele exemple de descărcări obscure:

a) Catoda emite pe unitatea de timp și secțiune i_0/e electroni. Dacă tensiunea dintre electrozi e atât de mică, încât nu se poate produce ionizare, trece curentul inițial dependent

$$i = i_0\ [\text{A/m}^2]. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

b) Dacă se urcă tensiunea dintre electrozi încât electronii să poată ioniza, curentul inițial se urcă la valoarea

$$i = i_0\,\varepsilon^{\alpha d}\ [\text{A/m}^2] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

c) Dacă tensiunea dintre electrozi ajunge, afară de ionizarea de ciocnire prin electroni, pentru liberarea de electroni prin ciocnirea ionilor pe catodă, curentul inițial devine

$$i = i_0\frac{\varepsilon^{\alpha d}}{1-\gamma(\varepsilon^{\alpha d}-1)}\ [\text{A/m}^2]. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

d) Dacă, în loc de liberarea de electroni la catodă prin ciocnire ionică, se produce în spațiul de descărcare ionizare prin ciocnire cu ioni, curentul inițial e

$$i = i_0(\alpha-\beta)\,\varepsilon^{(\alpha-\beta)d}/[\alpha-\beta\,\varepsilon^{(\alpha-\beta)d}]\ [\text{A/m}^2]. \quad \ldots\ldots \quad (56)$$

e) Dacă în spațiul de ionizare ionizarea prin ciocnirea cu ioni e mică față de cea prin ciocnirea cu electroni ($\alpha \gg \beta$) și se liberează în același timp la catodă electroni prin ciocnirea cu ioni, avem

$$i = i_0\,\varepsilon^{\alpha d}/[1-(\gamma+\beta/\alpha)(\varepsilon^{\alpha d}-1)]\ [\text{A/m}^2]. \quad \ldots\ldots \quad (57)$$

2. Camerele de ionizare [1]) servesc la măsurarea radiațiilor (radiații cosmice, Röntgen și radioactive) capabile să ionizeze în gazul de umplere. Curentul de saturație al camerei de ionizare e o măsură a intensității radiației. Spre deosebire de 1 a), producerea de ioni sau electroni nu are loc la catodă, ci în gaz.

[1]) Kohlrausch, Lehrbuch d. prakt. Physik, ed. a 17-a, Leipzig 1935, Teubner, pp. 816 și 859.

3. Celule fotoelectrice cu gaz [1]). Se amplifică curentul electronilor liberaţi de lumină din catodă, prin ionizare după 1 b) sau, dacă tensiunea dintre electrozi ajunge, după 1 c), de 10 până la 100 ori. Desavantajoasă e inerţia supărătoare la frecvenţe mai înalte decât cca 5000 Hz.

4. Eclatori de măsură [2]). Dacă, în cazul 1 d, α şi β se măresc prin urcarea tensiunii, astfel încât să avem

$$\alpha = \beta\, \varepsilon^{(\alpha - \beta)\, d} \quad \text{. . . . . . .} \quad (58)$$

curentul din (56) devine infinit. Această tensiune, se numeşte *tensiunea de aprindere* şi (58) se numeşte *condiţiunea de aprindere*. Din descărcarea obscură de curent slab se produce o *scânteie* de curent tare. Producerea ei la o anumită tensiune se foloseşte între altele pentru măsurarea tensiunilor.

In cazul dispoziţiei cu câmp neomogen se poate folosi de cele mai multe ori condiţiunea de aprindere simplificată

$$\int_K^A \alpha\, dx \approx \text{const.} \approx 10 \quad \text{. . . . .} \quad (59)$$

care arată că un electron trebue să ionizeze cel puţin de zece ori pe drumul său dela catodă la anodă, independent de forma câmpului. La presiune joasă, constanta e ceva mai mică, şi la presiune înaltă ceva mai mare decât 10.

5. Eclatori cu vârfuri [3]). La dispoziţiile vârf — placă resp. vârf — vârf, tensiunea iniţială nu e tensiunea de aprindere a unei scântei, ci tensiunea de aprindere a unei descărcări obscure independente, cu degenerare pronunţată produsă de sarcinile spaţiale.

In faţa unui vârf pozitiv apar fire luminoase ramificate şi limitate precis; în faţa unui vârf negativ, formaţiuni estompate, luminând slab.

Eclatorii cu vârfuri se întrebuinţează pentru *redresoare* şi *măsurarea tensiunii* (capacitate mică, examinarea undelor mobile).

6. Eclatori cu descărcare superficială [4]). Un eclator cu descărcare superficială consistă într'un vârf aplicat pe o placă izolantă, având aplicată pe dos o armătură conductoare. Se întrebuinţează în *clidnograf*, în care un mecanism de orologerie trece o bandă de hârtie fotografică pe sub un vârf, permiţând să se înregistreze astfel polaritatea, maximul tensiunii, momentul şi aproximativ inclinarea undelor mobile.

7. Descărcările cu efect corona. La presiuni de ordinul de mărime al unei atmosfere, apar la conductele de înaltă tensiune, deasupra tensiunii iniţiale, descărcări cu efect corona, caracterizate prin peliculă luminescentă la suprafaţa conductei, din care ies la tensiune mai înaltă fire luminescente. Descărcarea cu efect corona e, ca şi cea prin vârfuri, o descărcare obscură cu degenerare pronunţată prin sarcini spaţiale, care poate fi considerată şi drept formă de transiţie dela descărcarea obscură la cea luminescentă.

Efectul corona sub tensiune continuă. Tensiunea iniţială a unui condensator cilindric:

$$U_0^+ = 3{,}68 \cdot 10^6\, d\, r_i \left(\ln r_a / r_i\right) \left(1 + 0{,}023 / \sqrt{d\, r_i}\right) \text{ [V]}, \quad . \quad . \quad (60)$$

$$U_0^- = 3{,}39 \cdot 10^6\, d\, r_i \left(\ln r_a / r_i\right) \left(1 + 0{,}0295 / \sqrt{d\, r_i}\right) \text{ [V]}; \quad . \quad (61)$$

$d = 1$ fiind presiunea atmosferică pentru 760 torr şi 0 °C. r_i şi r_a raza electrodului interior şi exterior. Formulele (60) şi (61) sunt valabile şi pentru dispoziţia cilindru la distanţa a dela un plan conductor (pământul), numai că în ele trebue înlocuit r_a prin $2\,a$.

---

[1]) Simon şi Suhrmann, Lichtelektrische Zellen und ihre Anwendung, Berlin 1932, Springer, p. 92.

[2]) Franck, Meßentladungsstrecken, Berlin 1931, Springer, pp. 5...31.

[3]) Marx, Lichtbogenstromrichter, Berlin 1932, Springer, pp. 4...14; Franck, p. 159 ş. u.

[4]) Franck, l. c., p. 72 ş. u.

Caracteristica tensiune-curent a unui condensator cilindric e (empiric): $j = \text{const.}\, U\,(U - U_0)$ [A/m].

Aplicaţie: Cea mai mare importanţă tehnică o prezintă actualmente efectul corona sub tensiune continuă în filtrele electrice pentru purificarea gazelor tehnice de particulele în suspensiune antrenate de ele [1]).

Efectul corona sub tensiune alternativă se deosebeşte de cel de sub tensiune continuă prin faptul că împrejurimea conductelor mai e încărcată cu sarcini spaţiale cari corespund vechilor semne ale sarcinilor lor, chiar şi după ce acestea şi-au schimbat semnul. Sarcinile spaţiale măresc intensitatea câmpului la suprafaţa conductelor şi măresc curenţii şi pierderile [2]).

E. Descărcările luminescente şi aplicaţiile lor

1. Aspectul. Descărcarea luminescentă e o descărcare în care repartiţia câmpului e determinată în esenţă de sarcinile spaţiale. In ea sunt hotărîtoare două fenomene ionizatoare, liberarea de electroni la catodă prin bombarbare cu ioni şi ionizarea în gaz prin ciocnire electronică. Desionizarea are loc în cea mai mare parte pe electrozi şi pereţi. Caracteristic pentru o descărcare luminescentă e: Inălţimea (ordinul de mărime 100...1000 V) şi concentrarea căderii de tensiune dintre catodă şi luminescenţa negativă. Căderea catodică (tab. 8).

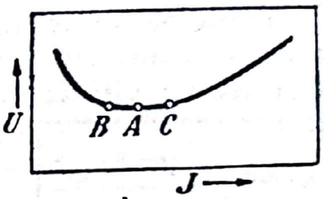


Fig. 5.
Caracteristică schematică tensiune-curent a unei descărcări luminescente.

2. Caracteristica tensiune-curent. Descărcări luminescente normale. O descărcare luminescentă fără corp şi cădere anodică are o caracteristică tensiune-curent după fig. 5. In apropiere de A e regiunea căderii catodice normale (tabela 8); acolo tensiunea de ardere e independentă de curent din cauza acoperirii parţiale, proporţională cu curentul, a catodei (densitate de curent normală). In stânga lui B descărcarea luminescentă e subnormală. In dreapta lui C tensiunea de ardere creşte la densitate de curent crescătoare: descărcare luminescentă anormală.

Tabela 8. Căderi catodice normale în V (după Seeliger)

Metalul	Gazul							
	Aer	O_2	N_2	H_2	He	Ne	Ar	Kr	Hg
Na	–	–	178	185	80	75	–	–	–
K	–	–	170	94	59	68	64	–	–
Cu	375,1	–	208	214	177	–	131	–	447
Ag	279	–	233	216	162	–	131	–	318
Mg	224	310	188	153	125	94	119	–	–
Ca	–	–	157	–	86	86	93	–	–
Sr	–	–	157	–	86	–	93	–	–
Ba	–	–	157	–	86	–	93	–	–
Zn	277	354	216	184	143	–	119	–	–
Hg	–	–	226	–	142,5	–	–	–	–
Al	229	311	179	171	141	120	100	–	245
Sn	266	–	216	226	–	–	123,5	–	–
Mo	–	–	–	–	–	115	–	–	353
W	–	–	–	–	–	125	–	–	305
Fe	269	343	215	198	161	153	131	215	298
Ni	226	–	197	211	–	–	131	–	275
Pt	277	364	216	276	165	152	131	–	340
C	–	–	–	–	–	–	–	–	475

Descărcarea e împiedecată la distanţă mică între electrozi; tensiunea de ardere e înaltă. Intrebuinţare în tehnica descărcărilor dacă se urmăreşte împiedecarea unor descărcări nedorite.

O descărcare ale cărei dimensiuni transversale sunt limitate atât de strâns, încât nu se poate desvolta liber pe o secţiune, se numeşte limitată.

[1]) v. Engel şi Steenbeck, vol. 2, § 84...88, nota [2]), p. 297.
[2]) Pentru pierderile prin efect corona cp. Peek, Dielectric Phenomena, ed. a 3-a, New York 1929.

3. **Pulverizarea catodei.** V. tabela 9 (p. 310).

4. **Lămpi luminescente.** Generalităţi: Cp. Ewest, Anwendungen der Glimmlampe, Techn.-wiss. Abh. Osram 1 (1930), p. 94; Schröter, Die Glimmlampe, Leipzig 1928, Hachmeister & Thal.

Comanda strălucirii descărcărilor luminescente în Ewest, Fernsehen 3 (1932), p. 1.

Generarea de oscilaţii prin descărcări luminescente în Friedländer, Arch. f. Elektr. 17 (1927), p. 1; Drewell, Z. techn. Phys. 17 (1936), p. 249.

5. **Redresoare cu luminescenţă.** Cp. Bareiss, Techn.-wiss. Abh. Osram 1 (1930), p. 317.

6. **Stabilizatoare.** Cp. Korös şi Seidelbach, Arch. f. Elektr. 26 (1932), p. 539.

7. **Indicatoare cu luminescenţă.** Cp. Pohle şi Strähler, ETZ 55 (1934), p. 295 şi 56 (1935), p. 917.

8. **Eclatori de supratensiune.** Cp. Benda, Siemens-Z. 12 (1932), p. 394; Dobke, ETZ 53 (1932), p. 449.

Tabela 9. Pulverizarea unor metale în H_2, în condiţiuni de descărcare egale Pentru cele mai multe metale ordinea e independentă de umplutura de gaz. Pierderea în greutate a catodei în 10^{-6} kg + pe amperoră (după Knoll, Ollendorff, Rompe).

Catoda	10^{-6} kg + / A h	Catoda	10^{-6} kg + / A h	Catoda	10^{-6} kg + / A h	Catoda	10^{-6} kg + / A h
Mg	9	Mo	56	C	262	Sb	890
Ta	16	Co	56	Cu	300	Tl	1080
Cr	27	W	57	Zn	340	As	1100
Al	29	Ni	65	Pb	400	Te	(1200)
Cd	32	Fe	68	Ag	460	Bi	1470
Mn	38	Sn	196	Au	740		

F. Descărcările în arc şi aplicaţiile lor

Se deosebesc a) arc de joasă presiune (presiunea gazului 10 torr şi mai puţin) şi b) arc de înaltă presiune (presiunea gazului 1 at şi mai mult).

a) Primele au, fie pată catodică (cu emisiune termică sau de câmp), fie catodă incandescendentă. Corpurile de descărcare corespunzătoare au aproape totdeauna caracter de difuziune predominant [fără pierderi sensibile de ioni în spaţiul gazos, ci numai la pereţi prin difuziune ambipolară (cp. Ca 2)].

De relevat şi arcul de joasă presiune cu tensiunea de ardere dedesubtul celei de ionizare, ca şi catodele concave cu sarcină spaţială de electroni suprimată.

b) Cele de al doilea au, afară de pata catodică (cu emisiune termică sau de câmp), pată anodică (cu densitatea de curent cca. $^1/_{10}$ din cea catodică). Corpul de cele mai multe ori cu ionizare termică predominantă (egalitatea ionizării termice şi a recombinării în mediul gazos).

Aplicaţii[1]: Arcul cu cărbune, arcul cu superpresiune în Hg, arcul de întreruptor, arcul de sudură.

G. Descărcări în redresoare

O înşirare aproape completă a bibliografiei privitoare la redresoare o dă Rukop în Physik in regelm. Berichten 4 (1936), p. 1.

[1]) v. Engel şi Steenbeck, vol. 2, şi Uyterhoeven, nota [2]), p. 297.

SECŢIUNEA 3

Mecanică

Numele colaboratorilor sunt indicate la diferitele capitole

I. Mecanica solidelor

	Pag.
Concepte fundamentale	312
Mărimi importante în mecanică (tab.)	312
Constanta de gravitaţie	312
Căderea liberă	313
Ecuaţia fundamentală a dinamicei	314
Lucru mecanic şi putere	316
Statică	318
Compunerea forţelor	319
Sistemul de forţe complanare	320
Poligonul funicular	321
Sisteme de forţe în spaţiu	327
Construcţii cu zăbrele	332
Teorema lucrului virtual	337
Genuri de echilibru	340
Centru de masă şi greutate	341
Centrul de greutate al liniilor, suprafeţelor şi corpurilor importante în tehnică	344
Moment de inerţie şi centrifugal	347
Momentele de inerţie ale liniilor, suprafeţelor şi corpurilor importante în tehnică	351
Cinematica	356
Mişcarea rectilinie	356
Table de vitese $h = v^2/2g$ şi $v = \sqrt{2gh}$	358
Mişcarea curbilinie	360
Translaţia	362
Rotaţiunea	363
Tabla viteselor unghiulare	364
Mişcarea relativă	371
Acceleraţia lui Coriolis	371
Dinamica punctului material	374
Oscilaţiile armonice	375
Principiul lui d'Alembert	380
Dinamica solidului	386
Teoria giroscopului	389
Ciocnirea solidelor	391
Frecarea	395
Tabla valorilor $e^{\mu\alpha}$	404
Balistică	404
Rezistenţa aerului	406
Balistica interioară	410

II. Cinematica mecanismelor

Constituţia mecanismelor	413
Variaţia numărului de elemente	414
Schimbarea formei elementelor	415
Aprecierea şi proiectarea mecanismelor	417
Reprezentarea grafică a mişcărilor	423
Determinarea forţelor	431

III. Teoria similitudinii sau a modelelor

	Pag.
Similitudinea statică	435
Similitudinea dinamică	436
Similitudinea termică	443
Similitudinea termodinamică	444

IV. Mecanica corpurilor plastice

Plasticitatea	445
Starea de tensiune la deformare plastică	446
Stări de echilibru la începutul deformării	447
Rezistenţa la deformare	452
Pierderi de fasonare	455
Fasonarea prin presiune directă	455
Fasonarea prin presiune indirectă	456

V. Mecanica fluidelor neelastice

Proprietăţi de material	458
Presiune hidrostatică, forţă ascensională	460
Stabilitatea statică a corpurilor plutitoare	461
Conceptele şi legile hidrodinamicei	462
Presiuni de refulare pentru aer şi apă (nomogramă)	465
Scurgerea prin conducte	472
Nomogramă pentru calculul conductelor	477
Depresiunea apei subterane	487
Coeficienţii de rezistenţă ai unor corpuri	488
Frecarea superficială	488
Vântul natural	489
Coeficienţii de rezistenţă ai unor corpuri	492
Rezistenţa valurilor	495
Vinele de lichid	496
Coeficienţi de scurgere	497
Coeficienţi de deversare	499
Aripi purtătoare şi roţi cu aripi (aripi, biplan, elice, mori de vânt)	502

VI. Mecanica fluidelor elastice

Legi fundamentale, statica atmosferei	514
Tabela densităţii relative a aerului	515
Dinamica gazelor, scurgerea prin tuburi drepte	516
Mărimile de stare şi secţiunile ajutajului Laval (diagramă)	517
Şocul de compresiune perpendicular	518
Fenomenele la viteză inferioară vitesei sunetului	520
Scurgerea cu viteză superioară vitesei sunetului	521
Şocul de compresiune oblic	524
Fenomene de reflexiune	525
Lovitura de berbec	526

Scanned with OKEN Scanner

I. Mecanica solidelor [1])

Prelucrare de prof. dr. Ludwig Föppl. München

A. Conceptele fundamentale ale mecanicei

a) Unități și sisteme de măsură

„A măsura" înseamnă a compara cu o mărime de aceeași natură, aleasă drept unitate. Orice mărime scalară constă dintr'un număr absolut care indică de câte ori se cuprinde în ea mărimea aleasă drept unitate, și din numirea sau unitatea dimensiunii. Analog pentru valoarea absolută a unui vector. Din punct de vedere al dimensiunilor lor, toate mărimile mecanice se pot deduce din trei unități fundamentale sau de bază. In sistemul tehnic de măsură unitățile fundamentale sunt: lungimea [L], timpul [T] și forța [K].

Cu privire la sistemul de măsură tehnic și fizic (absolut sau CGS), ca și cu privire la trecerea dela unul la altul, v. secțiunea Fizică tehnică, p. 221 ș. u.

Tabela 1. Cele mai importante mărimi ale mecanicei
L = lungime, T = timp, K = forță, M = masă

Mărimi și simboale	Dimensiunea în sistemul tehnic	Dimensiunea în sistemul fizic
Lungime l, spațiu s	L	L
Arie F	L^2	L^2
Volum V	L^3	L^3
Unghiu α, β, γ	1	1
Unghiu solid ω	1	1
Timp t	T	T
Vitesă v	L/T	L/T
Accelerație b, g	L/T^2	L/T^2
Vitesă unghiulară ω	1/T	1/T
Accelerație unghiulară $\varepsilon = d\omega/dt$	$1/T^2$	$1/T^2$
Masă m	KT^2/L	M
Densitate $\rho = m/V$	KT^2/L^4	M/L^3
Forță, greutate P, G	K	ML/T^2
Greutate specif. γ	K/L^3	M/L^2T^2
Moment, cuplu M	KL	ML^2/T^2
Presiune p, tensiune σ, τ	K/L^2	M/LT^2
Alungire ε și lunecare specifică γ	1	1
Modul de elasticitate $E=\sigma/\varepsilon$	K/L^2	M/LT^2
Modul de tăiere $G=\tau/\gamma$	K/L^2	M/LT^2

Mărimi și simboale	Dimensiunea în sistemul tehnic	Dimensiunea în sistemul fizic
Intensitatea sarcinii q	K/L	M/T^2
Moment de inerție superficial J_q	L^4	L^4
Moment centrifugal de suprafață C_q	L^4	L^4
Moment de inerție al masei J	LKT^2	ML^2
Moment centrifugal de masă C	LKT^2	ML^2
Lucru mecanic A	KL	ML^2/T^2
Putere N	KL/T	ML^2/T^3
Energie cinetică L	LK	ML^2/T^2
Energie potențială E	LK	ML^2/T^2
Cantitate de mișcare, impuls mv	TK	ML/T
Momentul impulsului B	LKT	$L^2 M/T$
Coeficientul de frecare de alunecare μ	1	1
Randament η	1	1
Constanta de gravitație f*)	L^4/KT^4	L^3/MT^2

*) Constanta de gravitație urmează din legea gravitației

$$P = f \cdot m_1 m_2 / r^2,$$

unde P e forța pe care o exercită două mase m_1 și m_2 la distanța r una asupra alteia. O masă de 1 g atrage o altă masă de 1 g la distanța de 1 cm cu forța de $6{,}685.10^{-8}$ dine. Această forță se numește unitate astronomică de forță.

1) Bibliografie: A. Föppl, Vorlesungen über Technische Mechanik, vol. I, II și IV, Oldenbourg, München și Berlin. — Trefftz, Graphostatik, Teubners Math.

b) Rază vectoare, viteză și accelerație

Pentru caracterizarea poziției unui punct material servește **raza vectoare** $\overline{r}$, trasată dintr'un punct arbitrar al spațiului[1]) spre poziția instantanee a punctului material. In locul vectorului $\overline{r}$ se pot întrebuința pentru determinarea poziției și cele trei **coordonate** x, y, z în raport cu un sistem de coordonate rectangulare cu punctul fix în spațiu drept origine. **Vitesa** unui punct material în mișcare oarecare, fiind limita raportului

$$\frac{\text{spațiul}^{1)}\ \text{parcurs}}{\text{timpul trecut}}, \text{ devine } \overline{v} = \frac{d\overline{r}}{dt}.$$

Vectorul vitesei are orientarea lui $d\overline{r}$, adică se găsește pe tangenta la traiectoria punctului material; valoarea ei absolută e

$$v = |\overline{v}| = \left|\frac{d\overline{r}}{dt}\right|.$$

Accelerația unui punct material în mișcare oarecare, fiind limita raportului

$$\frac{\text{variația vitesei}}{\text{timpul trecut}}, \text{ devine } \overline{b} = \frac{d\overline{v}}{dt} = \frac{d^2\overline{r}}{dt^2}$$

Vectorul accelerației e cuprins în planul osculator din punctul respectiv al traiectoriei; orientarea lui coincide cu a lui $d\overline{v}$, dar în general nu cu a lui $\overline{v}$ (cp. p. 360).

c) Forță și masă

1. **Forță.** Punctul de plecare pentru formarea conceptului de forță îl formează **senzația** noastră de **forță**. Simțim o apăsare la atingerea cu un corp. Prin generalizare obținem **legea interacțiunii**, după care forța e concepută drept interacțiune între două corpuri, astfel că cele două corpuri acționează unul asupra altuia cu forțe egale și de orientări contrare (a treia **lege a lui Newton**, a acțiunii și reacțiunii).

Forța e un vector. Ea e repartizată continuu pe o suprafață; pentru simplificare e presupusă însă adesea concentrată într'un punct: **punctul de aplicație al forței.** Dacă se face abstracție de starea de tensiune și deformație pe care o provoacă forțele într'un corp, punctul de aplicație al forței nu e esențial și numai **dreapta de acțiune** (dreapta-suport) a forței e hotărîtoare; de aceea forța se numește **vector alunecător** (p. 319). Compunerea forțelor în p. 319.

Drept măsură a forței servește compararea cu greutatea anumitor corpuri, adică cu forța necesară spre a împiedeca aceste corpuri de a cădea la suprafața pământului.

Unitatea de forță e **kilogramul** (kg), adică greutatea blocului de platină-iridiu păstrat în Sèvres la Paris de Biroul Internațional de Măsuri și Greutăți. Greutatea acestei piese inițiale de un kilogram e foarte apropiată de a unui dm^3 de apă pură de 4° C la latitudinea geografică a Parisului. DIN 1305 definește greutatea unui corp drept forță pe care o exercită în vid asupra suportului lui.

Asupra fiecărui corp se exercită la suprafața pământului o forță, greutatea lui, care-i imprimă o accelerație constantă, dacă nu e împiedecat în cădere de alte corpuri. Accelerația căderii libere sau a gravitației g într'un loc dat e independentă de greutatea și substanța corpului care cade.

Drept valoare normală a accelerației gravitației se ia în DIN 1305 valoarea $g_n = 9{,}806\,65\ m/s^2$. Ea îi corespunde aproximativ valorii reale a accelerației căderii

---

Leitf., vol. 42, Leipzig 1936, Teubner. — Pöschl, Lehrbuch der Technischen Mechanik, ed. a 2-a, Berlin 1930, Springer. — K. Wolf, Lehrbuch der Technischen Mechanik starrer Systeme, Wien 1931, Springer. — Auerbach-Hort, Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik, Leipzig 1929, Barth. — L. Föppl, Technische Mechanik, Handbuch der Experimentalphysik, vol. 3, Leipzig 1929, Akad. Verlagsges.

[1]) Se atrage atențiunea să nu se confunde conceptul geometric de spațiu (tridimensional) cu cel cantitativ de spațiu mecanic (n. tr.)

[1]) Se numește spațiu atât spațiul cu trei dimensiuni cât și traiectul, adică lungimea drumului parcurs (n. tr.).

libere pentru latitudinea geografică $\varphi = 45°$. In sesiunea dela Stokholm 1930 a Asociației Internaționale pentru Geodezie și Geofizică s'a determinat valoarea măsurată a accelerației căderii libere în funcțiune de φ după cum urmează:

$$g = 9{,}780\,490\,(1 + 0{,}005\,288\,4 \sin^2 \varphi - 0{,}000\,005\,9 \sin^2 2\,\varphi).$$

de unde urmează pentru $\varphi = 45°$ valoarea $g_{45°} = 9{,}806\,29$ m/s². Valorile indicate ale lui g se raportă la nivelul mării. La înălțime crescătoare deasupra mării, valorile lui g scad cu vreo 0,003 m/s² de fiecare km diferență de nivel.

2. Masă (m) (DIN 1305). Ea reprezintă o mărime caracteristică corpului, independentă de poziția lui, pe când greutatea G a lui variază proporțional cu g. Factorul de proporționalitate cu care trebue înmulțită accelerația gravitației, spre a obține greutatea G, e masa m a corpului:

$$G = mg.$$

Observație. Cu o balanță obișnuită cu platane nu se determină greutatea unui corp, ci masa lui, fiindcă cu balanța cu platane se compară între ele două corpuri, ale căror greutăți variază la fel când variază poziția, pe când masele lor rămân aceleași. Toate cântăririle comerțului de mărfuri, chimiei etc. sunt determinări ale masei sau cantității de substanță a unui corp. Masa unui corp rămâne nemodificată la toate schimbările fizice sau chimice pe cari le suferă.

Variația accelerației gravitației, și deci greutății unui corp la suprafața pământului, nu se poate recunoaște cu o balanță cu platane, ci cu una cu resort, a cărei elongație dă o măsură a greutății. Măsurătorile exacte ale lui g cu ajutorul observațiilor oscilațiilor pendulului [1]).

Greutatea specifică: $\gamma = G/V$

Masa specifică (densitatea): $\rho = m/V$

Presiunea specifică (tensiunea de compresiune): $\sigma = P/F$.

Mai sus: G e greutatea, V volumul, m masa, P forța de compresiune, F secțiunea sau suprafața.

d) Punctul material și ecuația fundamentală a dinamicei

Mișcarea unui corp care efectuează numai o translație (p. 362), așa încât toate punctele corpului parcurg traiectorii congruente, se poate descrie complet prin indicarea mișcării unui singur punct, de ex. a centrului de greutate. Dacă ne imaginăm reunită în acest punct întreaga masă a corpului, ajungem la conceptul de punct material sau punct de masă, care reprezintă pentru multe scopuri ale mecanicei o imagine simplificată a corpului. Produsul dintre masa și vitesa unui punct material se numește cantitatea lui de mișcare. Ea e un vector care are aceeași orientare ca vitesa. Mișcarea punctului material e determinată de legea Newtoniană a mișcării sau ecuația fundamentală a dinamicei: repeziciunea de variație a cantității de mișcare e egală cu forța. In formule:

$$\frac{d(m\bar{v})}{dt} = \bar{P},$$

sau, la masă invariabilă,

$m \dfrac{d\bar{v}}{dt} = \bar{P}$ (masa × accelerația = forța) sau, ca ecuație în componente,

$$m\frac{dv_x}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2} = X, \quad m\frac{dv_y}{dt} = m\frac{d^2y}{dt^2} = Y, \quad m\frac{dv_z}{dt} = m\frac{d^2z}{dt^2} = Z.$$

---

[1]) Bessel, Untersuchungen über die Länge des einfachen Sekundenpendels. Abh. d. Kgl. Akad. Berlin 1826. — Kühnen și Furtwängler, Bestimmung der absoluten Größe der Schwerkraft zu Potsdam, Veröff. des preuß. geodät. Instituts, neue Folge 27 (1906).

Dacă forța care se exercită asupra corpului e greutatea G, ecuația fundamentală a dinamicei se transformă în ecuația

$$m\,g = G \quad (\text{p. } 314).$$

Pentru definirea masei m se poate pleca și dela ecuația fundamentală generală a dinamicei $m\overline{b} = \overline{P}$ în loc de $m\,g = G$, și defini masa drept mărimea scalară care, înmulțită cu accelerația $\overline{b}$, dă forța $\overline{P}$.

Legea galileană a inerției (caz particular al legii de mișcare a lui Newton). Dacă nu acționează forțe asupra lui, fiecare corp persevereazǎ în starea sa de mișcare, adică se mișcă rectiliniu și uniform sau rămâne în repaus.

Ecuația fundamentală a dinamicei și legea inerției presupun un spațiu absolut, din care se descrie mișcarea. Un sistem de coordonate fix față de pământ nu poate fi considerat în sens strict drept spațiu absolut, deși aceasta se face pentru cele mai multe aplicații tehnice. Pentru faptul că legea inerției resp. ecuația fundamentală a dinamicei nu e satisfăcută exact pentru pământ drept sistem de referință, avem diferite experiențe cunoscute, ca pendulul lui Foucault, abaterea spre Est a corpurilor cari cad liber, busola giroscopică etc. Astronomii au determinat în stelele fixe sisteme de coordonate pentru cari legea inerției e satisfăcută cât se poate de exact: ele se numesc sisteme inerțiale.

După teoria relativității nu există spațiu absolut, ci toate sistemele de coordonate sunt echivalente între ele. Această echivalență a tuturor sistemelor de referință impune renunțarea la conceptul de timp absolut, așa încât la trecerea dela un sistem de coordonate la altul se transformă nu numai fiecare coordonată spațială, ci și coordonata timpului.

e) Momentul unei forțe și cuplul

Momentul unei forțe. Forța $\overline{P}$ care se exercită asupra unui corp e, după c), un vector alunecător, al cărui punct de aplicație e neesențial pentru statica și dinamica corpului. Afară de forță, joacă un rol tot atât de mare momentul forței în raport cu un punct de momente. Dacă $\overline{P}$ e forța și O un punct oarecare, se înțelege prin momentul forței $\overline{P}$ în raport cu O drept punct de momente (fig. 1) un vector $\overline{M}$, a cărui valoare absolută e $|\overline{M}| = P\,a$, adică egală cu valoarea absolută a forței înmulțită cu distanța perpendiculară a a forței dela punctul momentului. Direcțiunea vectorului momentului e perpendiculară pe planul determinat de $\overline{P}$ și O; sensul vectorului $\overline{M}$ se determină din condițiunea ca sensul de rotațiune al forței $\overline{P}$ în jurul lui O să dea, împreună cu sensul de progresiune indicat de săgeata lui $\overline{M}$, o mișcare de șurubare dreaptă (mișcarea burghiului)[1]. Dacă punctul momentului se găsește pe dreapta de acțiune a forței, momentul forței e zero; dacă e de cealaltă parte a forței, momentul își schimbă sensul.

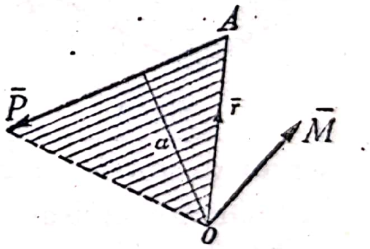


Fig. 1.

Pe baza definiției de mai sus a momentului unei forțe se poate scrie

$$\overline{M} = \overline{r} \times \overline{P},$$

unde $\overline{r}$ e raza vectoare din punctul momentului spre punctul de aplicație A al forței, care se poate alege arbitrar pe dreapta de acțiune a forței; adică momentul unei forțe e produsul vectorial al razei vectoare $\overline{r}$ prin forța $\overline{P}$ (v. calculul vectorial p. 164).

Alegând un sistem de coordonate rectangulare (x, y, z) cu originea în punctul O al momentelor și proiectându-l pe $\overline{M}$ pe axele acestui sistem

[1]) Calculul vectorial p. 167.

de coordonate, cele trei componente rectangulare M_x, M_y, M_z ale lui $\overline{M}$ se exprimă cum urmează cu ajutorul componentelor X, Y, Z ale lui $\overline{P}$ și al coordonatelor x, y, z ale punctului de aplicație A:

$$M_x = Z\,y - Y\,z \qquad M_y = X\,z - Z\,x \qquad M_z = Y\,x - X\,y.$$

Aceste trei ecuații în componente, împreună cu ecuația vectorială de mai sus, sunt echivalente, cum rezultă din reprezentarea produsului vectorial cu ajutorul versorilor $\overline{i}$, $\overline{j}$, $\overline{k}$ în formă de determinant:

$$\overline{M} = \overline{r} \times \overline{P} = \begin{vmatrix} \overline{i} & x & X \\ \overline{j} & y & Y \\ \overline{k} & z & Z \end{vmatrix}$$

M_x e momentul în raport cu O al proiecțiunii lui $\overline{P}$ pe planul (yz); el se numește și momentul lui $\overline{P}$ în raport cu axa x; M_y e analog momentul lui $\overline{P}$ în raport cu axa y și M_z al lui $\overline{P}$ în raport cu axa z.

Momentul unei forțe în raport cu o axă oarecare se obține proiectând forța pe un plan perpendicular pe axă și luând momentul forței proiectate în raport cu punctul de intersecțiune dintre axă și plan. Se poate determina și momentul forței în raport cu un punct oarecare al axei drept punct al momentelor și proiecta pe axă vectorul momentului corespunzător. Astfel această proiecțiune reprezintă momentul forței în raport cu axa.

Vectorul momentului e liber, adică poate fi deplasat oricât paralel cu el însuși, pe când vectorul forței e alunecător, adică legat de o dreaptă de acțiune. (Deplasarea unui cuplu).

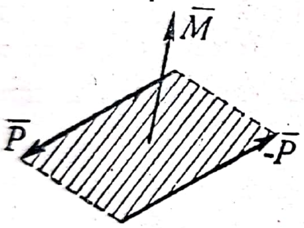


Fig. 2.

Cuplu de forțe. Prin cuplu de forțe se înțeleg două forțe egale, antiparalele $\overline{P}$ și $-\overline{P}$. Mărimea caracteristică a unui cuplu de forțe e vectorul momentului lor $\overline{M}$, a cărui mărime e egală cu aria paralelogramului determinat de $\overline{P}$ și $-\overline{P}$ și a cărui direcțiune e perpendiculară pe planul paralelogramului, prevăzută cu o săgeată, astfel încât sensul de rotațiune al cuplului de forțe să determine, împreună cu sensul de înaintare indicat de săgeata lui $\overline{M}$, o mișcare de șurubare dreaptă (fig. 2).

Momentul unui cuplu de forțe, numit uneori mai scurt cuplu, se obține drept sumă a momentelor celor două forțe $\overline{P}$ și $-\overline{P}$ pentru un punct de momente oarecare. Oricum s'ar alege punctul momentelor, această sumă dă totdeauna aria paralelogramului, așa încât pentru momentul unui cuplu de forțe indicarea punctului momentelor e inutilă, prin opoziție cu momentul unei singure forțe.

Două cuple de forțe de aceeași arie a paralelogramului și același sens de rotațiune, în același plan sau în plane paralele, sunt echivalente. La sens de rotațiune contrar, se anulează (își fac echilibru). Compunerea cuplelor de forțe resp. a momentelor sub I B b III, p. 327).

f) Lucru mecanic și putere

1. Lucru mecanic. Dacă asupra unui corp în mișcare rectilinie se exercită în orientarea mișcării forța constantă $\overline{P}$, produsul $A = P\,s$ se numește lucrul mecanic efectuat de forța $|\overline{P}| = P$ de-a-lungul spațiului $|\overline{s}| = s$. Dacă vectorul forței $\overline{P}$ și vectorul spațiului $\overline{s}$ formează unghiul φ, lucrul mecanic efectuat de forță e egal cu produsul forței prin proiecțiunea spațiului pe orientarea forței sau invers:

$$A = P\,s\,\cos\varphi = \overline{P}\,\overline{s},$$

adică egal cu produsul scalar al forței prin spațiu (v. Calc. vect. 9, p. 166 ș. u.).

Scanned with OKEN Scanner

Lucrul mecanic e pozitiv sau negativ, după cum unghiul dintre P şi s e ascuţit sau obtuz. Dacă forţa şi drumul sunt perpendiculari unul pe altul, ca la forţa centrifugă, lucrul mecanic efectuat de forţă e zero.

Dacă punctul de aplicaţie al forţei parcurge o traiectorie curbă oarecare sau dacă valoarea absolută sau orientarea forţei variază mereu la traiectorie rectilinie, se obţine lucrul mecanic total prin însumare asupra lucrurilor mecanice elementare corespunzătoare diferitelor părţi infinit mici în cari se consideră descompusă întreaga mişcare:

$$A = \int d A = \int P\, d s \cos\varphi = \int \overline{P}\, d \overline{s} = \int (X\, d x + Y\, d y + Z\, d z).$$

La reprezentarea grafică a lucrului mecanic se ia de obiceiu drumul punctului de aplicaţie al forţei drept abscisă şi componenta corespunzătoare a forţei în orientarea drumului (forţa tangenţială P) drept ordonată; în aceste condiţiuni aria dintre curbă şi axa absciselor reprezintă o măsură a lucrului mecanic efectuat.

Dimensiunea lucrului mecanic în sistemul tehnic de măsură dim $A = \mathrm{KL}$; unitatea e 1 kgm; în sistemul fizic de măsură unitatea e 1 dyn cm = 1 erg (p. 222).

1 erg $\approx 1{,}02 \cdot 10^{-8}$ kgm

1 kgm $\approx 9{,}81 \cdot 10^{7}$ erg $= 9{,}81$ joule, exact: 1 kgm = 9,8066 joule = 9,8066 : 1,0003 = 9,8037 jouli internaţionali.

Tablele de conversiune în Anexă.

Lucrul mecanic efecuat de greutatea G pe un spaţiu oarecare, al cărui punct iniţial e mai înalt cu diferenţa de nivel h decât punctul final, e

$$A = G\,h.$$

Dacă un solid rigid, adică un corp de formă invariabilă se roteşte în jurul unei axe a cu unghiul φ (în radiani) şi dacă momentul forţei faţă de axa de rotaţiune e $\overline{M}_a$, lucrul mecanic efectuat de moment e

$$A = M_a\ \varphi = M \cos\alpha \cdot \varphi,$$

unde α e unghiul dintre vectorul momentului $\overline{M}$ (faţă de un punct de pe axa de rotaţiune) şi dintre axa de rotaţiune a.

2. **Putere** (efect) se numeşte lucrul mecanic raportat la unitatea de timp:

$$N = d A/d t \text{ resp. } N = A/t,$$

dacă lucrul mecanic A e funcţiune liniară de timp. Dacă forţa P e invariabilă şi punctul ei de aplicaţie parcurge o traiectorie dreaptă cu vitesa invariabilă $\overline{v}$ în orientarea forţei, avem

$$N = P\,v.$$

Dacă $\overline{P}$ formează cu $\overline{v}$ unghiul α, avem

$$N = P\,v \cos\alpha.$$

Analog pentru puterea la rotaţiunea unui corp rigid:

$$N = M_a\ \omega = M\ \omega \cos\alpha,$$

unde ω e vitesa unghiulară a rotaţiunii şi $M_a = M \cos\alpha$ momentul faţă de axa de rotaţiune a.

Dimensiunea puterii în sistemul tehnic de măsură e dim $N = \mathrm{KL/T}$, unitatea e 1 kgm/s; în sistemul fizic de măsură dim $N = \mathrm{ML^2/T^3}$ resp. 1 erg/s; 10^{10} erg/s se numesc 1 kilowatt (kW) = 1000 W. E unitatea cea mai frecventă în construcţia de maşini

1 cal putere (1 CP) = 75 kgm/s = 0,736 kW 1 kW = 1,36 CP $\approx$ 102 kgm/s	aşa încât $N_{\mathrm{CP}} = Pv/75 = Mn/716$; $N_{\mathrm{kW}} = Pv/102 = Mn/975$ (M = momentul [kgm], n = turaţia pe min)

1 kgm/s $\approx$ 9,81 W.

De mai sus urmează drept noi unităţi de lucru mecanic

1 cal putere oră (CPh) = 270 000 kgm = 270 tm = 632 kcal

1 kilowattoră (kWh) $\approx$ 367 000 kgm = 367 tm = 860 kcal.

Table de conversiune în Anexă.

g) Energie

Dacă v e vitesa unui punct material de masa m, mărimea

$$L = {}^1/_2 \cdot mv^2$$

se numeşte energia cinetică sau forţa vie a punctului material.

Dacă un solid rigid e animat numai de o mişcare de translaţie (I D b, p. 362) cu vitesa v, energia lui cinetică e $L = {}^1/_2 \cdot mv^2$, dacă se înţelege prin m masa totală a corpului. La o mişcare numai de rotaţiune a solidului rigid în jurul unei axe fixe A cu vitesa unghiulară ω avem

$$L = {}^1/_2 \cdot J_A\, \omega^2,$$

dacă J_A e momentul de inerţie faţă de axa de rotaţiune A. Dacă solidul rigid efectuează o mişcare oarecare, energia lui cinetică e

$$L = \Sigma\, m_i\, v_i^2/2 = m\, v_0^2/2 + J_s\, \omega^2/2.$$

Mai sus:

v_0 e vitesa instantanee a centrului de greutate [m/s],

ω vitesa unghiulară instantanee [s^{-1}],

J_s momentul de inerţie al corpului în raport cu axa de rotaţiune ce trece prin centrul de greutate (I C b, p. 348).

In fizică se numeşte energie orice mărime echivalentă cu lucru mecanic; de unde numirea de energie cinetică. O greutate G, în repaus la înălţimea H deasupra solului, are o energie potenţială sau energie de poziţie de mărimea GH faţă de pământ. Alte forme de energie sunt energia potenţială a resortului încordat, a fluidului sub presiune, energia termică (căldură), energia magnetică, energia electrică, energia radiaţiunii, energia chimică.

Principiul conservării energiei. Energie nu se poate nici produce şi nici distruge, ci numai transforma. Pentru două forme de energie, transformarea se face într'un raport bine determinat. (Obţinerea prin transformare a unei anumite forme de energie se numeşte în tehnică şi producerea acelei forme de energie n. tr.).

Avem de ex. pentru transformarea: energie termică — energie mecanică relaţiunea

1 kcal $\approx$ 427 kgm (cp. sect. Căldură).

B. Statica

a) Legile fundamentale

1. Paralelogramul forţelor. Două forţe $\overline{P}_1$ şi $\overline{P}_2$ cu acelaşi punct de aplicaţie se pot înlocui printr'o rezultantă $\overline{R}$ aplicată aceluiaşi punct, egală în orientare şi valoare absolută cu prima diagonală a paralelogramului format de $\overline{P}_1$ şi $\overline{P}_2$ (fig. 3).

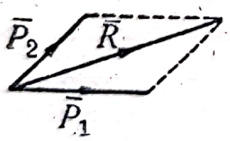


Fig. 3.

In notaţiune vectorială: $\overline{R} = \overline{P}_1 + \overline{P}_2$.

2. Teorema alunecării forţelor aplicate solidului rigid. Un corp de formă invariabilă se numeşte solid rigid.

In realitate nu există solide rigide, ci fiecare corp suferă deformaţiuni sub influenţa forţelor cari se exercită asupra lui. In statică şi dinamică se face de obiceiu abstracţiune de aceste mici deformaţiuni şi se încearcă rezolvarea problemelor cu ajutorul imaginii de solid rigid.

Dacă se reuşeşte, se vorbeşte despre probleme static determinate; altfel despre probleme static nedeterminate. In rezistenţa materialelor nu se poate întrebuinţa de obiceiu imaginea idealizată de solid rigid, fiindcă în calculul forţelor interioare sau al tensiunilor sunt esenţiale deformaţiunile.

Pentru echilibrul unui solid rigid nu contează dacă li se adaugă forţelor aplicate două forţe egale şi de semne contrare $\overline{P}$ şi $-\overline{P}$ pe aceeaşi dreaptă de acţiune.

Urmează *teorema alunecării: Forțele aplicate solidului rigid se pot deplasa oricum de-a-lungul dreptelor lor de acțiune, așa încât punctul de aplicație al unei forțe e neesențial și numai dreapta ei de acțiune e esențială, adică forța poate fi considerată drept vector alunecător.*

b) Compunerea și descompunerea forțelor aplicate solidului rigid

I. *Forțe cu punct de aplicație comun*

Dacă mai multe forțe $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \ldots$ i se aplică unui punct al unui solid rigid sau dacă dreptele lor de acțiune sunt concurente, ele se pot compune cu ajutorul teoremei paralelogramului forțelor într'o *rezultantă*, care trece prin punctul comun al tuturor forțelor (fig. 4a).

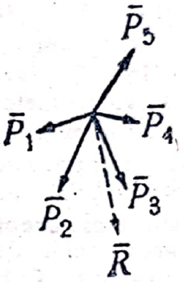


Fig. 4 a

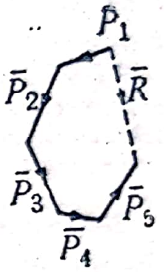


Fig. 4 b

Ne imaginăm mai întâi forțele $\overline{P}_1$ și $\overline{P}_2$ compuse după teorema paralelogramului (fig. 3) într'o rezultantă, aceasta compusă la fel cu $\overline{P}_3$ etc., până ce sunt compuse toate forțele într'o rezultantă a tuturor. Acest fel de a forma rezultanta forțelor $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \ldots$ revine la a construi poligonul forțelor (fig. 4 b) care se obține prin așezarea cap la cap a forțelor date $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \ldots$ după valoare absolută și orientare, dreapta de unire a punctului inițial cu punctul final al acestei linii poligonale reprezentând rezultanta în valoare absolută și orientare. *Ordinea în care se așează forțele în capete nu influențează rezultatul.*

Această adunare a forțelor se numește *adunare grafică* sau *geometrică*. După convențiile calculului vectorial, ea se notează:

$$\overline{P}_1 + \overline{P}_2 + \overline{P}_3 + \ldots = \Sigma\, \overline{P}_i = \overline{R}.$$

Condițiunea de echilibru pentru forțele concurente e

$$\overline{R} = 0 \quad \text{sau} \quad \Sigma\, \overline{P}_i = 0$$

sau geometric: *poligonul forțelor* $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \ldots$ *trebue să fie închis.*

Pentru compunerea convenabilă a forțelor într'o rezultantă se folosește teorema *proiecțiunii*, anume că, prin *proiecțiune paralelă* perpendiculară sau oblică, poligonul închis al forțelor apare în planul de proiecțiune iarăși ca poligon închis al forțelor, *proiecțiunea rezultantei fiind și aici egală cu rezultanta forțelor proiectate.*

Metoda analitică. Pentru compunerea forțelor se pleacă dela un sistem de coordonate rectangulare, a cărui origine se poate alege arbitrar, de exemplu în punctul comun tuturor forțelor. Proiectând forțele pe cele trei axe:

$$X_1 = P_1 \cos\alpha_1 \qquad Y_1 = P_1 \cos\beta_1 \qquad Z = P_1 \cos\gamma_1 \text{ etc.},$$

cele trei componente ale rezultantei devin:

$$X = R\cos\alpha = \Sigma X_i = \Sigma P_i \cos\alpha_i$$
$$Y = R\cos\beta = \Sigma Y_i = \Sigma P_i \cos\beta_i$$
$$Z = R\cos\gamma = \Sigma Z_i = \Sigma P_i \cos\gamma_i.$$

Aceste trei ecuații sunt echivalente cu ecuația vectorială de mai sus $\overline{R} = \Sigma\, \overline{P}_i$.

Expresiunea în coordonate a condițiunilor de echilibru e: $\Sigma X_i = 0; \quad \Sigma Y_i = 0; \quad \Sigma Z_i = 0.$

Două forțe aplicate unui punct pot fi în *echilibru* numai dacă sunt egale și de sensuri contrare. *Trei forțe aplicate unui punct* pot fi în *echilibru* numai dacă sunt complanare și se pot compune într'un triunghiu închis. Compunerea forțelor paralele sub II 1, p. 321.

Descompunerea unei forţe date $\overline{R}$ după direcţiuni cari au un punct comun cu $\overline{R}$ se poate face *într'un singur fel după două direcţiuni din plan.* Rezolvarea cu ajutorul paralelogramului forţelor, ducând prin extremitatea lui $\overline{R}$ paralele cu cele două direcţiuni date 1 şi 2, cari determină pe ele componentele lui $\overline{R}$ (fig. 5 a şi b).

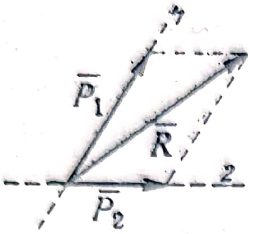


Fig. 5 a.

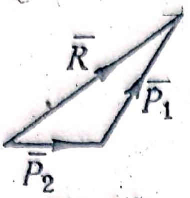


Fig. 5 b.

Caz particular: Dreptele sunt paralele şi complanare cu $\overline{R}$ (p. 322).

In spaţiu, o forţă $\overline{R}$ se poate descompune într'un singur fel după trei direcţiuni oarecari, cari au un punct comun cu $\overline{R}$, analog ca în plan.

Dacă 1, 2 şi 3 sunt cele direcţiuni, componentele lui $\overline{R}$ după ele se obţin ducând prin extremitatea lui $\overline{R}$ plane paralele cu planele 1 2, 2 3, 3 1 ale triedrului dat de cele trei drepte 1, 2, 3. Cele trei plane ale triedrului şi cele trei plane paralele prin extremitatea lui $\overline{R}$ determină un paralelepiped oblic, a cărui diagonală e $\overline{R}$ şi ale cărui muchii dau componentele căutate ale lui $\overline{R}$ după cele trei direcţiuni 1, 2, 3.

Efectuarea convenabilă cu ajutorul geometriei descriptive. In acest scop trebue ca forţa $\overline{R}$ şi cele trei drepte de orientare să fie date prin proiecţiunile lor în cele două plane ale geometriei descriptive.

Metoda lui Culmann. *Orice problemă de descompunere e echivalentă cu o problemă de echilibru;* numai semnele componentelor descompuse trebue schimbate. In cazul nostru e vorba despre echilibrul dintre $\overline{R}$ şi cele trei componente ale ei după direcţiunile 1, 2 şi 3, ale căror semne trebue considerate inversate. Aceste patru forţe se pot compune două câte două, de ex. $\overline{R}$ şi 1 de-o parte, 2 şi 3 de alta; în aceste condiţiuni rezultanta lui $\overline{R}$ şi 1 trebue să-şi facă echilibru cu rezultanta lui 2 şi 3, adică cele două rezultante trebue să fie egale şi de sensuri contrare şi să aibă aceeaşi dreaptă-suport. Această dreaptă, aşa numita *dreapta lui Culmann,* se poate determina; fiindcă trebue să fie cuprinsă de-o parte în planul lui $\overline{R}$ şi 1, de alta şi în planul lui 2 şi 3, ea e dreapta de intersecţiune a celor două plane. Pe urmă trebue numai să se descompună forţa dată, în planul lui $\overline{R}$ şi 1, după 1 şi dreapta lui Culmann, iar ultima componentă, în planul lui 2 şi 3, după aceste două direcţiuni (fig. 6 a şi b).

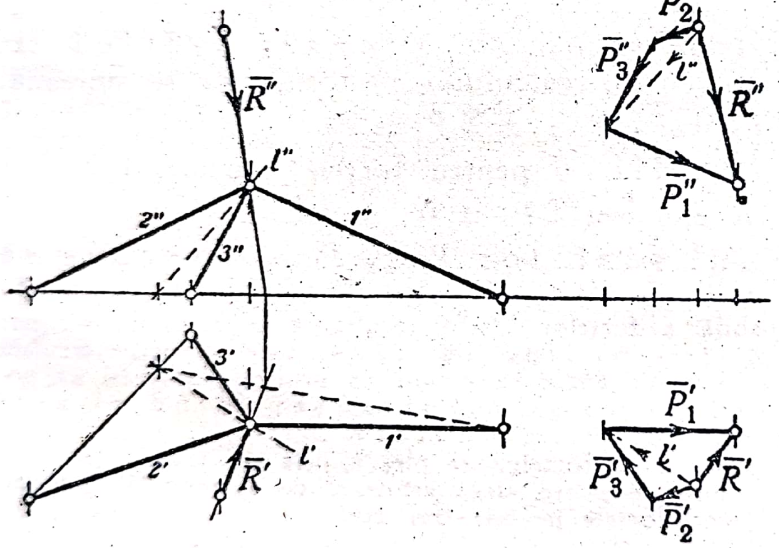


Fig. 6 a şi b.

Descompunerea unei forţe $\overline{R}$ în plan după mai mult decât două direcţiuni cari trec printr'un punct al lui $\overline{R}$, sau în spaţiu după mai mult decât trei direcţiuni cari trec printr'un punct al lui $\overline{R}$, nu mai e univocă, ci infinit multiformă, adică nedeterminată.

II. Sistemul de forţe complanare aplicat solidului rigid

1. Reducerea la o rezultantă resp. la un cuplu de forţe rezultant. După teorema alunecării forţelor aplicate solidului rigid (I B a 2, p. 318) se pot compune mai întâi două forţe ale sistemului de forţe complanare într'o rezultantă, deplasându-le de-a-lungul dreptelor lor suport până în

punctul lor de intersecțiune și compunându-le aici după teorema paralelogramului forțelor, la fel această primă rezultantă cu o a treia forță într'o a doua rezultantă etc. După ce s'a ținut seamă de toate forțele, se ajunge la o singură rezultantă generală $\bar{R}$. Valoarea ei absolută și orientarea ei e dată de $\bar{R} = \Sigma \bar{P}_i = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \ldots$; poziția ei rezultă din construcția de mai sus a rezultantei.

Excepțional, această construcție a rezultantei conduce la un cuplu de forțe (p. 316), anume totdeauna când la urmă rămân încă două forțe egale și de sensuri contrare, cu drepte-suport paralele.

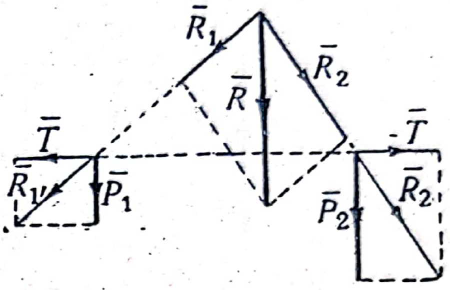


Fig. 7.

Două forțe paralele $\bar{P}_1$ și $\bar{P}_2$ (fig. 7), cari nu formează un cuplu de forțe, se pot compune într'o singură rezultantă, adăugându-le două forțe egale și de sensuri contrare $\bar{T}$ și $-\bar{T}$ pe aceeași dreaptă-suport ceea ce e admisibil totdeauna (I B a 27, p. 318), și compunând pe $\bar{P}_1$ cu $\bar{T}$ în rezultanta parțială $\bar{R}_1$, și pe $\bar{P}_2$ cu $-\bar{T}$ în rezultanta parțială $\bar{R}_2$. $\bar{R}_1$ și $\bar{R}_2$ se pot compune ușor în rezultanta lor $\bar{R}$, care reprezintă rezultanta căutată a lui $\bar{P}_1$ și $\bar{P}_2$.

2. **Poligonul funicular.** α) Compunerea forțelor. Pentru determinarea poziției rezultantei a două forțe, a căror intersecțiune nu se mai găsește pe hârtia de desen (de ex. forțe paralele), servește poligonul funicular. Se adaugă două forțe egale și de sensuri contrare $\bar{S}_0$ și $-\bar{S}_0$ pe o dreaptă-suport arbitrară (fig. 8 a) și se caută rezultanta celor patru forțe $\bar{S}_0$, $\bar{P}_1$, $\bar{P}_2$, $-\bar{S}_0$ ducând prima rezultantă parțială $\bar{S}_1$ a lui $\bar{S}_0$ și $\bar{P}_1$ prin punctul lor de intersecțiune *I*. Mărimea și orientarea ei se ia din poligonul (diagrama sau planul) forțelor (fig. 8 b). Prin punctul de intersecțiune *II* al lui $\bar{S}_1$ și $\bar{P}_2$ se duce rezultanta $\bar{S}_2$ a lui $\bar{S}_1$ și $\bar{P}_2$ (mărimea și orientarea din planul forțelor). $\bar{S}_2$ reprezintă deci rezultanta lui $\bar{S}_0$, $\bar{P}_1$ și $\bar{P}_2$; compunând-o cu $-\bar{S}_0$, rezultă $\bar{R}$, cum urmează din planul forțelor (fig. 8 b). Dreapta-suport a lui $\bar{R}$ în planul de poziție (fig. 8 a) e determinată de punctul de intersecțiune *III* al lui $\bar{S}_2$ și $\bar{S}_0$ resp. $-\bar{S}_0$.

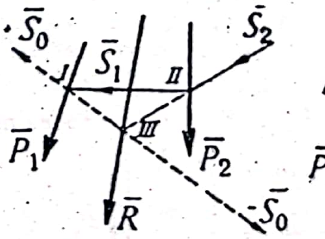


Fig. 8 a. Planul de a poziție.

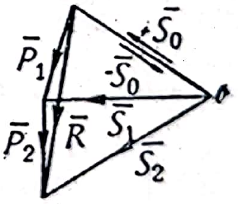


Fig. 8 b. Planul forțelor.

Linia poligonală $\bar{S}_0$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$ din planul de poziție, întinsă între forțele date, se numește poligon funicular.

Numele derivă din împrejurarea că un fir flexibil și inextensibil, întins la fel între forțe, e în echilibru și are în diferitele lui segmente tracțiunile $\bar{S}_0$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$.

$\bar{S}_0$ și $\bar{S}_2$ reprezintă în cazul nostru prima și ultima rază funiculară, prin a căror intersecțiune trebue să treacă rezultanta $\bar{R}$ a lui $\bar{P}_1$ și $\bar{P}_2$. In planul forțelor, *O* se numește pol, iar $\bar{S}_0$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$ raze polare, paralele cu razele funiculare corespunzătoare din planul de poziție.

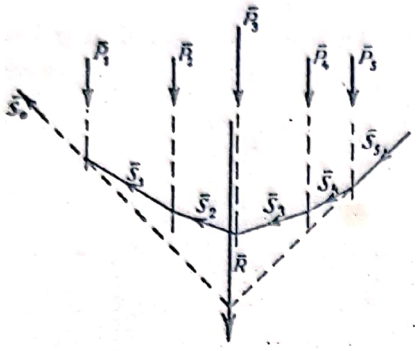
In loc de a alege arbitrar pe $\bar{S}_0$ și $-\bar{S}_0$ în planul de poziție, se poate alege arbitrar polul *O* în planul forțelor.

Observație: Desenarea poligonului funicular se poate descompune în următoarele etape: 1. Desenarea poligonului forțelor în planul forțelor; 2. Alegerea unui punct arbitrar *O* în planul forțelor și ducerea razelor polare din *O* spre vârfurile poligonului forțelor; 3. Ducerea unor paralele cu razele polare în planul de poziție drept

Scanned with OKEN Scanner

raze funiculare, astfel încât razele funiculare concurente pe o forță să formeze cu ea în planul forțelor un triunghiu închis al forțelor; 4. Punctul de intersecțiune al primei și ultimei raze funiculare dă un punct al rezultantei, a cărei mărime și orientare se poate lua din planul forțelor.

Dacă forțelor sistemului de forțe complanare li se adaugă rezultanta cu semn schimbat obținută cu ajutorul poligonului funicular, sistemul de forțe complanare $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \ldots \overline{P}_n, -\overline{R}$ formează un s i s t e m î n e c h i l i b r u.



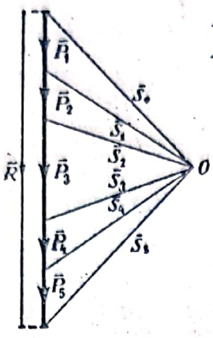


Fig. 9 a. Fig. 9 b.
Exemplu pentru forțe paralele, cum ar fi sarcinile pe o grindă.

Drept condițiuni ale echilibrului unui sistem de forțe complanare putem determina deci: 1. I n c h i d e r e a p o l i g o n u l u i f o r ț e l o r. 2. I n c h i d e r e a p o l i g o n u l u i f u n i c u l a r. Prima condițiune singură nu e suficientă, fiindcă e satisfăcută și pentru un cuplu de forțe. A doua condițiune elimină însă posibilitatea ca sistemul de forțe complanare să fie echivalent cu un cuplu de forțe (fig. 9 a și b).

β) D e s c o m p u n e r e a f o r ț e l o r (p. 320). Dacă direcțiunile date sunt paralele cu forța dată, problema se rezolvă convenabil cu ajutorul poligonului funicular.

Chiar dacă punctul de intersecțiune al forței cu cele două direcțiuni nu e accesibil pe hârtia de desen, descompunerea se efectuează analog cu ajutorul poligonului funicular.

Problemă: Se dă forța $\overline{R}$ și direcțiunile paralele 1 și 2, după cari trebue descompusă forța (fig. 10 a).

S o l u ț i e: Se întinde între $\overline{R}$ și direcțiunile 1 și 2 un poligon funicular, astfel încât vârfurile să se găsească pe $\overline{R}$, 1 și 2; în rest, poligonul funicular poate fi arbitrar. Se trece pe urmă $\overline{R}$ la scară în fig. 10 b, se duc prin originea și extremitatea lui $\overline{R}$ paralele cu prima și ultima rază funiculară $\overline{S}_0$ și $\overline{S}_2$, cari se intersectează în polul O, prin care se duce o paralelă cu raza funiculară $\overline{S}_1$. Aceasta interceptează pe $\overline{R}$ cele două componente $\overline{P}_1$ și $\overline{P}_2$, cari reprezintă compo-

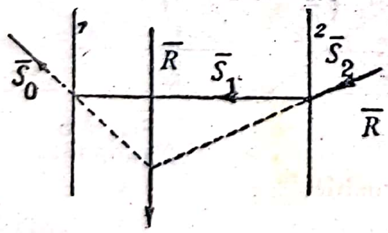


Fig. 10 a.

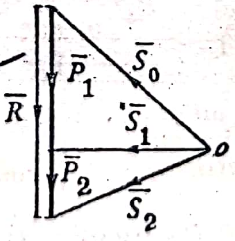


Fig. 10 b.

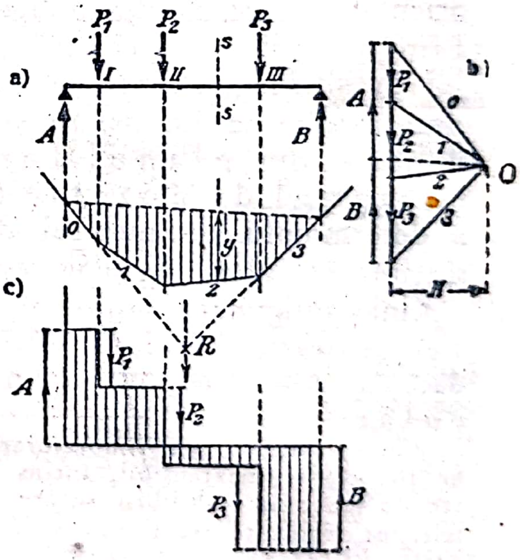


Fig. 11 a, b și c.

nentele căutate ale lui $\overline{R}$ după direcțiunile 1 și 2. Schimbând semnele lui $\overline{P}_1$ și $\overline{P}_2$ se obține problema de echilibru corespunzătoare problemei de descompunere.

Problemele de sub α) și β), compunerea forțelor paralele și complanare într'o rezultantă și descompunerea lor după două direcțiuni paralele, sunt importante în determinarea r e a c ț i u n i l o r u n e i g r i n z i r e z e m a t e l a c e l e d o u ă c a p e t e, cu oricât de multe sarcini. Ajunge un poligon funicular, cum rezultă din exemplul următor (fig. 11 a și b).

De rezultanta R a sarcinilor date, marcată în fig. 11 a, nu e nevoie pentru determinarea reacțiunilor A și B. Se determină intersecțiunea primei raze funiculare 0 cu direcțiunea reazemului A și a ultimei raze funiculare (aici 3) cu direcțiunea reazemului B și se unesc cele două intersecțiuni prin *dreapta de închidere a poligonului funicular*.

Fiindcă forțele P_1, P_2 și P_3 sunt în echilibru cu reacțiunile A și B exercitate asupra grinzii, poligonul funicular corespunzător trebue să se închidă. Aria închisă de poligonul funicular e hașurată în fig. 11 a. O paralelă cu dreapta de închidere a poligonului funicular, dusă în planul forțelor (fig. 11 b) prin polul O, interceptează pe dreapta sarcinilor reacțiunile A și B.

γ) *Poligonul funicular ca suprafață a momentelor și suprafața forțelor tăietoare pentru o grindă pe două reazeme.* Poligonul funicular închis (fig. 11 a) se numește *suprafața momentelor grinzii încărcate.* Momentul încovoietor M, transmis într'o secțiune oarecare $s\,s$ a grinzii (fig. 11 a), e proporțional cu înălțimea corespunzătoare y din poligonul funicular închis: $M = Hy$, unde H e distanța (de măsurat la scara forțelor din planul forțelor) dintre polul O și dreapta sarcinilor, așa numita *distanță polară a poligonului funicular.* Cu ajutorul poligonului funicular închis se poate determina deci imediat poziția și mărimea momentului încovoietor maximum; e poziția pentru care y e maximum, așa încât acolo

$$\max M = H \cdot \max y.$$

Privitor la întrebuințarea poligonului funicular, pentru *construirea liniei elastice a grinzii* v. sect. 5. Rezistența materialelor.

Fig. 11 c reprezintă dedesubtul suprafeței momentelor *suprafața forțelor tăietoare.* Ea arată că, la trecerea peste punctul de aplicație al unei sarcini, forța tăietoare variază brusc. In prima porțiune din stânga, până la I, ea are valoarea A, în a doua până la II valoarea $A - P_1$ etc. Cu privire la legătura dintre suprafața forțelor tăietoare și a momentelor încovoietoare v. sect. 5. Rezistența materialelor.

Dacă *sarcinile sunt repartizate continuu* de-a-lungul grinzii, încărcarea e determinată de *suprafața de încărcare* (fig. 12), ale cărei ordonate q reprezintă intensitatea sarcinii sau sarcina pe unitatea de lungime în fiecare loc, așa încât $q\,dx$ reprezintă sarcina de pe elementul de lungime dx al grinzii; q are dimensiunea kg/cm..

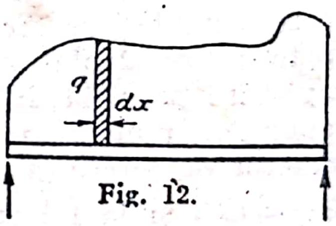


Fig. 12.

La sarcină repartizată continuu se obține din poligonul funicular *curba funiculară.* Ea se obține descompunând suprafața de încărcare într'un număr de fâșii paralele verticale cari se înlocuesc prin sarcini concentrate în centrele lor de greutate, și construind ca mai sus poligonul funicular care le corespunde. Cu cât e mai mare numărul de fâșii în cari se descompune suprafața de încărcare, cu atât mai mare e numărul de laturi ale poligonului funicular, care s'ar transforma în curbă funiculară, dacă fâșiile s'ar alege infinit înguste și numărul lor infinit mare. Dreapta de închidere a curbei funiculare limitează, împreună cu curba, *suprafața momentelor grinzii.*

Exemplul 1: *Suprafața momentelor grinzii uniform încărcate, rezemată la cele două capete* (fig. 13).

Dacă $Q = ql$ e sarcina totală, curba funiculară sau curba momentelor e o parabolă:

$$\max M = H \cdot \max y = Q\,l/8.$$

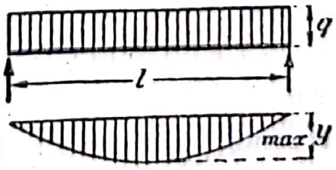


Fig. 13.

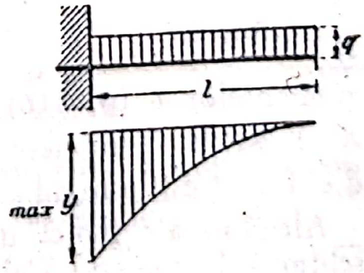


Fig. 14.

Exemplul 2: *Suprafața momentelor grinzii încastrate la un capăt și uniform încărcate* (fig. 14).

Curba funiculară sau curba momentelor e şi aici o parabolă.

$$\max M = H \cdot \max y = Q\, l/2, \text{ cu } Q = q\, l.$$

Alte aplicaţii ale poligonului funicular drept linie a momentelor în vol. III, sect. Statica construcţiilor.

δ) Relaţiunea dintre poligoanele funiculare ale aceluiaşi sistem de forţe. Pentru acelaşi sistem de forţe, diferitele poligoane funiculare se intersectează astfel, încât intersecţiunile laturilor corespunzătoare ale poligoanelor funiculare sunt coliniare, formând astfel axa polară, paralelă cu dreapta de unire a celor doi poli O şi O', corespunzători celor două poligoane funiculare, în planul forţelor (fig. 15 a şi b). După această teoremă se poate construi un al doilea poligon funicular fără a folosi razele polare, numai cu ajutorul axei polare.

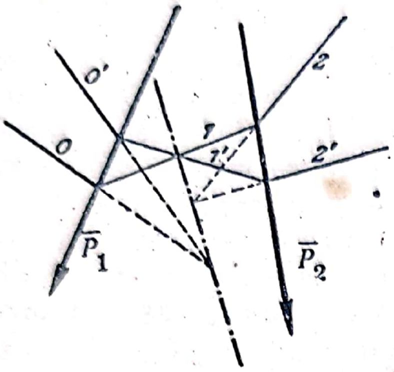


Fig. 15 a.

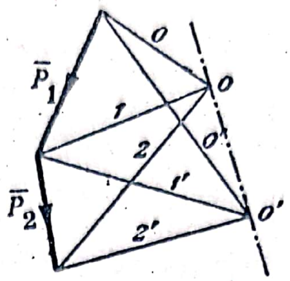


Fig. 15 b.

3. Metoda analitică pentru sistemul de forţe complanare. Ca vector alunecător, forţa poate fi deplasată paralel de-a-lungul dreptei ei suport, dar nu oricum în afară de ea. La deplasarea paralelă a forţei $\overline{P}$, cu segmentul a, în $\overline{P'}$, se adaugă un moment de mărimea $M = P\,a$ (fig. 16), corespunzător cuplului de forţe $\overline{P}$ şi $-\overline{P'}$.

Această împrejurare se foloseşte când se tratează analitic sistemul de forţe complanare. Se alege un punct oarecare în planul sistemului de forţe şi se deplasează paralel toate forţele în acest punct, la fiecare deplasare paralelă apărând câte un moment, egal cu momentul forţei în raport cu punctul ales drept punct al momentelor. Forţele deplasate în punctul de referinţă se compun prin adunare geometrică într'o rezultantă $\overline{R} = \Sigma \overline{P_i}$, şi la fel se adună momentele tuturor forţelor faţă de punctul de referinţă într'un moment rezultant $M = \Sigma M_i$.

Pentru reprezentarea în coordonate e convenabil un sistem de coordonate rectangulare (x, y) în planul sistemului de forţe, cu punctul de referinţă drept origine. Dacă se notează cu X_i, Y_i componentele forţelor $\overline{P_i}$ şi cu x_i, y_i coordonatele punctelor lor de aplicaţie, rezultanta $\overline{R}$ e determinată prin cele două componente

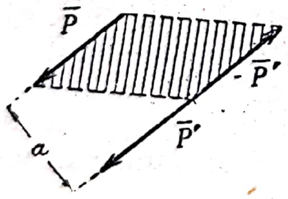


Fig. 16.

$$X = \Sigma X_i \text{ şi } Y = \Sigma Y_i,$$

iar momentul rezultant M al tuturor forţelor faţă de originea sistemului de coordonate drept punct al momentelor e (p. 316); $M = \Sigma M_i = \Sigma (Y_i\, x_i - X_i\, y_i)$.

X, Y şi M se numesc cele trei componente ale sistemului de forţe complanare.

Alegând alt punct de referinţă, rezultanta $\overline{R}$ nu se schimbă, dar M se schimbă în general. Cele trei componente ale sistemului de forţe corespund celor trei grade de libertate ale corpului în mişcarea plană.

Dela această reducere a sistemului de forţe la o forţă rezultantă unică printr'un anumit punct drept punct de referinţă şi la un moment rezul-

Scanned with OKEN Scanner

tant față de acest punct, se ajunge la reducerea la o rezultantă unică, prin deplasarea forței unice paralel cu ea însăși, până ce apare un moment $-M$, așa încât cele două momente se reduc.

Din $M_i = Y_i x_i - X_i y_i$ urmează că momentul unei forțe P_i e egal cu suma momentelor componentelor ei rectangulare. De aici se poate deduce teorema momentelor: Momentul rezultantei e egal cu suma momentelor forțelor unui sistem de forțe complanare (Teorema generală a momentelor, p. 330).

Dacă sistemul de forțe complanare e în echilibru, componentele lui trebue să fie toate egale cu zero, adică avem următoarele trei condițiuni de echilibru $\Sigma X_i = 0 \quad \Sigma Y_i = 0 \quad \Sigma(Y_i x_i - X_i y_i) = 0.$

Ultima ecuație e valabilă pentru orice punct de referință. Ea trebue contată însă drept o singură ecuație, fiindcă, aplicată unui al doilea punct de referință, nu dă o nouă relațiune care să nu fie conținută și în cele trei condițiuni de echilibru de mai sus. Cele trei condițiuni de echilibru se mai pot obține egalând cu zero suma momentelor statice ale tuturor forțelor în raport cu trei puncte diferite ale momentelor.

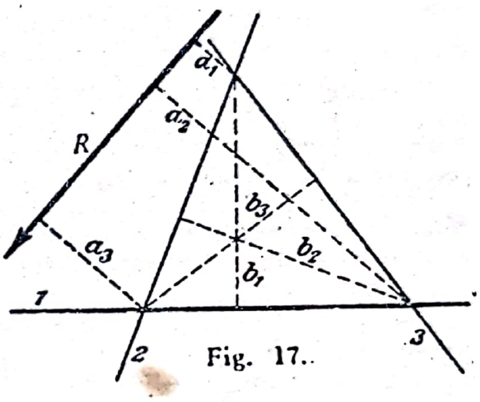


Fig. 17.

Problemă: Știind că un sistem dat de forțe complanare resp. rezultanta sa $\overline{R}$, e în echilibru cu trei forțe de drepte-suport date, să se determine mărimile celor trei forțe.

Această problemă de echilibru e echivalentă cu descompunerea unei forțe $\overline{R}$ după trei drepte-suport 1, 2, 3 (fig. 17). La rezolvarea analitică a problemei de echilibru se alege punctul momentelor în intersecțiunea a două drepte-suport, de ex. în a dreptelor 2 și 3; în aceste condițiuni, mărimea componentei P_1 a forței după dreapta 1 se obține din

$$R a_1 = P_1 b_1$$

atât în mărime cât și în semn. Analog se găsesc componentele P_2 și P_3 după dreptele 2 și 3, alegând odată punctul momentelor în intersecțiunea dreptelor 1 și 3 și altă dată în a dreptelor 1 și 2: $P_2 = R\,a_2/b_2$ și $P_3 = R\,a_3/b_3$ (fig. 17). Soluția e posibilă numai dacă cele trei direcțiuni 1, 2 și 3 nu trec printr'un același punct. Soluția grafică în p. 326.

Exemplu: Metoda lui Ritter pentru grinda cu zăbrele. Se determină tracțiunea din bara 1 a grinzii cu zăbrele (fig. 18). Se imaginează că secțiunea ss, care intersectează numai trei bare, 1, 2 și 3, cari nu trec toate trei printr'un același punct, împarte grinda în două. Forțele necunoscute din bare S_1, S_2, S_3 trebue considerate aplicate ca forțe exterioare barelor intersectate; mărimea lor se determină din condițiunea ca, împreună cu forțele exterioare reale din partea din stânga secțiunii, să fie în echilibru. Alegând punctul momentelor în intersecțiunea 0 a forțelor necunoscute S_2 și S_3 din barele 2 și 3, deducem din

$$7/2 \cdot P4a - P3a - P2a - Pa = S_1 h,$$
$$S_1 = 8\,Pa/h.$$

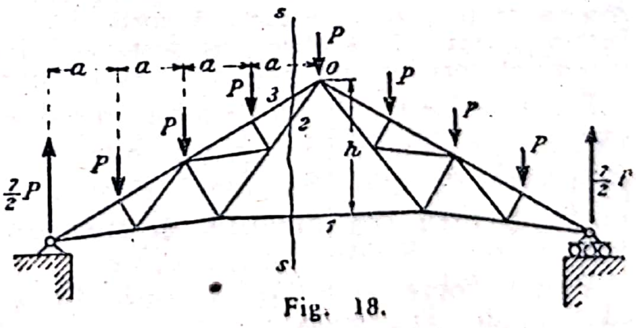


Fig. 18.

Analog se determină forțele S_2 și S_3 (vol. III, secț. Statica construcțiilor). In locul celor trei drepte, după cari să se descompună un sistem de forțe resp. rezultanta sistemului de forțe, se dă adesea numai pentru una din componente dreapta de acțiune și în plus un punct prin care să treacă o a doua componentă. Alegând în locul punctului, drept drepte-suport, dreapta orizontală și cea verticală care trece prin el, se ajunge iarăși la problema de mai sus.

Exemplu: Macaraua turnantă (fig. 19).

Reacțiunile asupra coloanei macaralei sunt forța orizontală H_1 în ghidajul de sus și o forță cu componenta orizontală H și verticală V în crapodin. Alegând drept punct al momentelor intersecțiunea lui H_1 cu V, urmează: $H = Qa/b$. Din condițiunile generale de echilibru mai urmează, din $\Sigma X_i = 0$: $H_1 = H$ și din $\Sigma Y_i = 0$: $V = Q$. Soluția grafică în fig. 20.

Scanned with OKEN Scanner

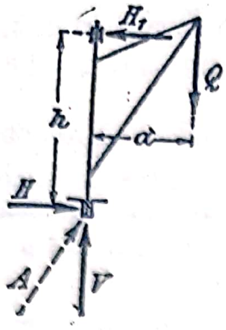


Fig. 19.

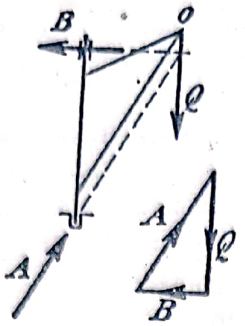


Fig. 20.

4. **Exemple pentru echilibrul sistemelor de forțe complanare.** Condițiunile de echilibru pentru sistemul de forțe complanare sunt (v. m. s.)

$$\Sigma X_i = 0 \qquad \Sigma Y_i = 0$$

$$\Sigma (Y_i x_i - X_i y_i) = 0.$$

Cu ajutorul poligonului forțelor și al poligonului funicular, echilibrul se recunoaște prin închiderea poligonului forțelor și a celui funicular (p. 322).

Două forțe sunt în echilibru numai dacă sunt egale, de sensuri contrare și au aceeași dreaptă-suport.

Trei forțe pot fi în echilibru, cum rezultă din condițiunile de echilibru de mai sus, numai dacă cele trei forțe sunt concurente și triunghiul forțelor se închide (p. 321)

Exemplul 1: Ferma de acoperiș încărcată nesimetric prin presiunea vântului (fig. 21): Presiunea vântului dă rezultanta W. Intersecțiunea ei O cu direcțiunea cunoscută a reacțiunii A e și un punct prin care trece reacțiunea B. Mărimile lui A și B rezultă din triunghiul forțelor (fig. 21).

Exemplul 2: Arcul cu trei articulații (fig. 22): Articulațiile sunt A, B și G; încărcarea pe o singură parte prin rezultanta Q. Fiindcă partea dreaptă nu e solicitată de forțe exterioare, forța din articulația G și reacțiunea din B trebue

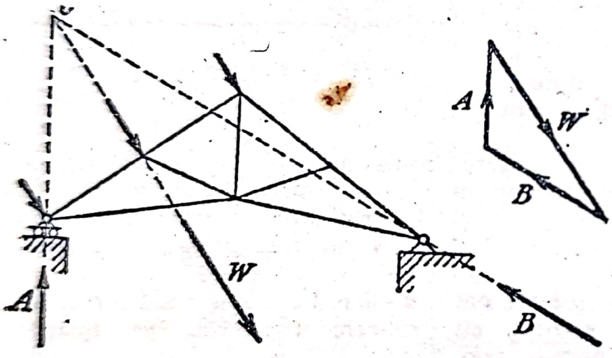


Fig. 21.

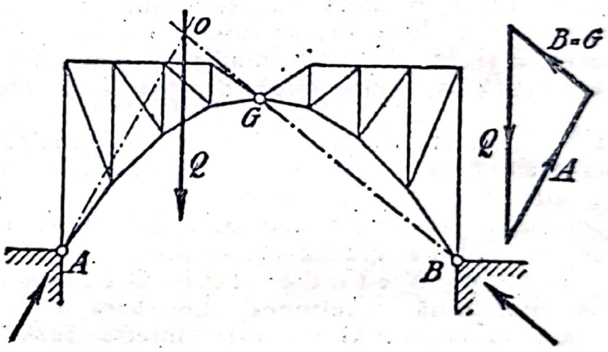


Fig. 22.

să fie egale, de semne contrare și pe aceeași dreaptă-suport, dreapta de unire BG. Asupra părții stângi se exercită forța din articulația G ca reacțiune a primei forțe. Pentru partea stângă, cele trei forțe cari i se aplică trebue să fie concurente. Din triunghiul forțelor urmează mărimea reacțiunilor $G = B$ și A.

Dacă sunt încărcate ambele părți ale arcului cu trei articulații, reacțiunile se găsesc prin suprapunere, rezolvând problema de mai sus odată pentru partea stângă încărcată și pe urmă la fel pentru cea dreaptă, și suprapunând cele două soluții. Detalii în vol. 3, secț. Statica construcțiilor.

Patru forțe complanare sunt în echilibru dacă, compuse două câte două, dau două rezultante parțiale egale, de sensuri contrare și pe aceeași dreaptă-suport. Acestei probleme îi corespunde următoarea problemă de descompunere: Să se descompună o forță dată după trei direcțiuni complanare date, fiindcă, schimbând semnul celor trei componente descompuse, acestea sunt în echilibru cu forța dată.

Soluția după Culmann (fig. 23), prelungind forța dată $\overline{R}$ până la intersecțiunea cu una din cele trei direcțiuni, de exemplu 3, și la fel celelalte două direcțiuni 1 și 2. Dreapta care unește cele două puncte de intersecțiune e dreapta

lui Culmann C. Descompunând pe $\overline{R}$ după 3 şi C (fig. 23 b), se obtine componenta $\overline{P}_3$ a lui $\overline{R}$ după 3, şi prin descompunerea lui C după 1 şi 2 se obtin cele două componente $\overline{P}_1$ şi $\overline{P}_2$. Săgeţile forţelor 1, 2, 3 din fig. 23 b corespund problemei de descompunere; dacă s'ar inversa, cele patru forţe $\overline{R}$, 1, 2 şi 3 ar reprezenta un poligon închis; rezultanta lui $\overline{R}$ şi $\overline{P}_3$ ar fi C, iar rezultanta lui $\overline{P}_1$ şi $\overline{P}_2$ ar fi — C. Soluţia analitică e dată la pag. 325.

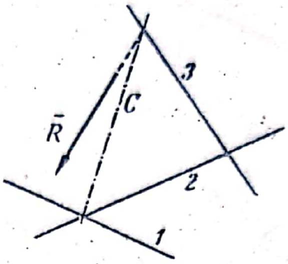


Fig. 23 a.

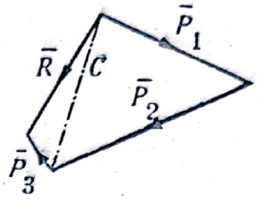


Fig. 23 b.

Se zice că un corp e *rezemat static determinat* într'un plan, dacă reacţiunile resp. forţele din articulaţii se pot determina ca în exemplele de mai sus prin *consideraţiuni pur statice*.

Alternativa dacă un corp e sprijinit *static determinat* sau *static nedeterminat* se lămureşte mai simplu numărând componentele necunoscute ale reacţiunilor. Deoarece între toate forţele aplicate corpului există trei condiţiuni de echilibru, se pot determina univoc din ele numai trei necunoscute, aşa încât *problema e static determinată la trei componente necunoscute ale reacţiunilor şi static nedeterminată la mai mult de trei componente necunoscute ale reacţiunilor*, şi anume gradul de nedeterminare statică e dat de numărul de componente de reacţiuni necunoscute cari trec de numărul 3.

Exemple: In fig. 20 cele trei componente de reacţiuni necunoscute sunt forţa orizontală B, care nu poate avea componentă verticală din cauza tipului de rezemare, ca şi componenta verticală şi orizontală a lui A. In fig. 21 cele trei componente necunoscute ale reacţiunii sunt forţa verticală A, care nu poate avea componentă orizontală din cauza reazemului cu rulouri, ca şi componenta orizontală şi verticală a articulaţiei B.

In fig. 22 e adevărat că la început sunt necunoscute, din cauza articulaţiilor din A şi B, câte două, adică în total patru componente de reacţiuni; fiindcă arcul cu trei articulaţii se compune însă din două părţi articulate în G între ele, există între componentele necunoscute ale reacţiunilor, afară de cele trei condiţiuni de echilibru, încă o condiţiune, care exprimă că direcţia reacţiunii din B trebue să coincidă cu dreapta $G\,B$. Problema e deci static determinată.

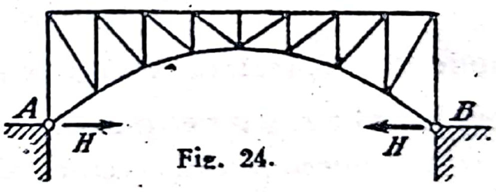


Fig. 24.

Exemplu de rezemare simplu static nedeterminată: Arcul cu două articulaţii (fig. 24). Mărimea static nedeterminată e componenta orizontală H a lui A şi B, aşa numita *împingere orizontală a arcului cu două articulaţii*. Detalii în vol. III, sect. Statica construcţiilor.

III. Sistemul de forţe în spaţiu

1. Compunerea cuplelor de forţe şi a vectorilor momentelor aplicate solidului rigid. In cap. A e) (p. 315) e definit conceptul de cuplu de forţe şi moment al unei forţe în raport cu un punct al momentelor. Dacă se exercită asupra unui solid rigid mai multe cuple de forţe, ale căror plane pot avea poziţii oarecari, ele se pot compune într'un *cuplu de forţe rezultant*. In acest scop, cuplele de forţe se reprezintă prin vectorii momentelor lor $\overline{M}_i$. Ca vectori liberi, vectorii momentelor se pot deplasa paralel până într'un punct oarecare şi compune, ca şi forţele, cu ajutorul unei linii poligonale, într'un vector rezultant $\overline{M}$ al momentelor:

$$\overline{M} = \Sigma\, \overline{M}_i.$$

Demonstraţia că pentru vectorii momentelor sunt valabile legile de adunare geometrică a forţelor: In fig. 25 a se dau două cuple de forţe cu vectorii momentelor

$\overline{M_1}$ și $\overline{M_2}$, în plane diferite. Cuplele de forțe putând fi deplasate oricum în planul lor, menținând numai aria paralelogramului și sensul de rotațiune, cele două cuple se pot reprezenta și ca dreptunghiuri cu baza comună P resp. $-P$ pe dreapta $\alpha\,\alpha$ de intersecțiune a planelor. Momentele $\overline{M_1}$ și $\overline{M_2}$ sunt proporționale cu înălțimile a și b ale dreptunghiurilor. Cum cele două forțe P și $-P$ se reduc în $\alpha\alpha$, rămâne cuplul format de dreptunghiul de înălțimea c. Vectorul momentului $\overline{M}$ al acestui cuplu rezultant e perpendicular pe dreptunghiul de înălțime c; afară de aceasta avem pentru momentul rezultant $\overline{M}$:

$$|\overline{M}|:|\overline{M_1}|:|\overline{M_2}| = c:a:b.$$

In fig. 25 b e desenat separat triunghiul ABC din fig. 25 a, împreună cu vectorii momentelor corespunzătoare, perpendiculari pe laturile triunghiului și satisfăcând proporția de mai sus. Urmează că vectorii momentului trebue să formeze un triunghiu închis $A'\,B'\,C'$, asemenea cu triunghiul ABC; e valabilă deci adunarea geometrică a vectorilor momentelor:

$$\overline{M} = \overline{M_1} + \overline{M_2}.$$

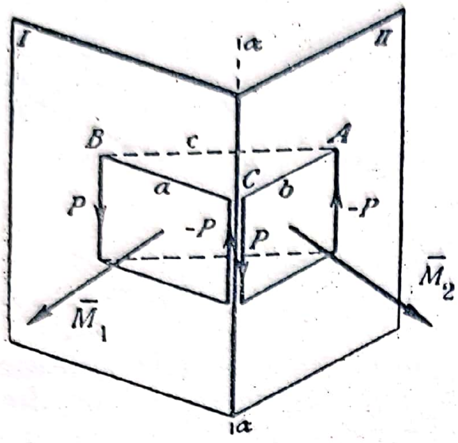


Fig. 25 a.

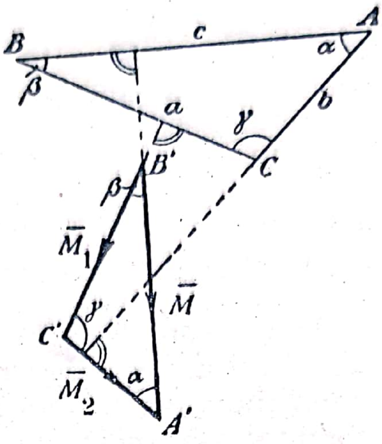


Fig. 25 b.

Așa cum se compun cuplele de forțe într'un cuplu rezultant prin adunarea geometrică a vectorilor momentelor, se procedează și la a d u n a r e a m o m e n t e l o r f o r ț e l o r. Dacă se exercită un sistem oarecare de forțe asupra unui solid rigid și se formează suma momentelor tuturor forțelor față de un punct oarecare drept punct al momentelor, momentul fiecărei forțe $\overline{P_i}$ e, după A e) (p. 315):

$$\overline{M_i} = \overline{r_i} \times \overline{P_i}\,,$$

unde r_i reprezintă r a z a v e c t o a r e d i n s p r e p u n c t u l m o m e n t e l o r s p r e p u n c t u l d e a p l i c a ț i e a l f o r ț e i $\overline{P_i}$; ca vectori liberi, acești vectori ai momentelor se adună la fel ca mai sus. In aceste condițiuni, momentul rezultant al tuturor forțelor față de un același punct ca punct al momentelor e $\overline{M} = \Sigma\,\overline{M_i}$ sau, după A e) (p. 316), în reprezentare în coordonate:

$$M_x = \Sigma\,(M_x)_i = \Sigma\,(Z_i\,y_i - Y_i\,z_i)$$
$$M_y = \Sigma\,(M_y)_i = \Sigma\,(X_i\,z_i - Z_i\,x_i)$$
$$M_z = \Sigma\,(M_z)_i = \Sigma\,(Y_i\,x_i - X_i\,y_i)$$

M_x, M_y, M_z sunt cele trei componente ale vectorului rezultant M al momentelor.

M_x s e n u m e ș t e ș i m o m e n t u l r e z u l t a n t î n r a p o r t c u a x a x analog M_y și M_z momentele rezultante în raport cu axa y și z.

2. Sistemul general de forțe în spațiu. Spre a compune un sistem oarecare de forțe aplicat unui solid rigid, se procedează analog ca mai sus pentru sistemul de forțe complanare (p. 320). Se alege un punct oarecare, se deplasează toate forțele paralel cu ele în acest punct și se compun într'o f o r ț ă r e z u l t a n t ă $\overline{R} = \Sigma\,\overline{P_i}$, care trece prin punctul respectiv. Afară de aceasta, apar la deplasarea paralelă a forțelor

și cuple de forțe, ai căror vectori-momente se compun după cele de mai sus într'un moment rezultant $\overline{M} = \Sigma \overline{M}_i$. Reiese că orice sistem de forțe în spațiu se poate reduce la o forță unică $\overline{R} = \Sigma \overline{P}_i$ printr'un punct dat oarecare, și la un moment rezultant $\overline{M} = \Sigma \overline{M}_i$. Această problemă se rezolvă grafic cu ajutorul geometriei descriptive, efectuând adunarea grafică a forțelor și momentelor în elevație și plan orizontal. Rezolvarea analitică v. m. j. La altă alegere a punctului de referință, forța rezultantă $\overline{R}$ nu se schimbă, dar momentul rezultant se schimbă în general.

Reducerea unui sistem de forțe aplicat unui corp, la o forță rezultantă aplicată în centrul de greutate al corpului, ales drept punct de referință, și la un moment rezultant, prezintă importanță pentru teorema mișcării centrului de greutate, din dinamică (p. 382). Inlocuind vectorul momentelor printr'un cuplu de forțe, una din forțe poate fi aleasă totdeauna astfel, încât să intersecteze forța rezultantă $\overline{R}$, cu care poate fi adunată geometric. Rămâne deci o **diadă de forțe**, adică două forțe necomplanare, echivalente cu sistemul de forțe dat. Sistemul de forțe în spațiu se poate reduce deci totdeauna la o diadă de forțe, și anume nu la una determinată, ci la infinit multe.

Se poate alege de exemplu pentru una din forțele diadei un punct oarecare prin care să treacă, și pentru cealaltă un plan oarecare în care să fie cuprinsă; sau se poate alege arbitrar pentru una din forțele diadei dreapta-suport, diada fiind prin aceasta complet determinată.

Reducerii unui sistem de forțe în spațiu la o forță rezultantă printr'un punct dat și la un moment rezultant i se poate da o reprezentare deosebit de simplă prin alegerea potrivită a punctului de referință. In fig. 26 punctul de plecare îl constitue rezultanta $\overline{R}$ și momentul rezultant $\overline{M}$. Ultimul se descompune într'o componentă $\overline{M}_1$ în direcțiunea lui $\overline{R}$ și într'o componentă $\overline{M}_2$ perpendiculară pe $\overline{R}$. Se duce pe urmă prin $\overline{R}$ un plan α perpendicular pe $\overline{M}_2$ în care se deplasează $\overline{R}$ paralel spre $\overline{R}_1$, până ce apare astfel un cuplu de forțe cu momentul $-\overline{M}_2$ (fig. 26). Acest moment $-\overline{M}_2$ e tocmai anulat de componenta $+\overline{M}_2$ a lui $\overline{M}$. Cealaltă componentă $\overline{M}_1$ a lui $\overline{M}$ poate fi deplasată, ca vector liber, paralel cu ea până pe dreapta-suport a lui $\overline{R}_1$, așa încât rezultanta $\overline{R}_1 = \Sigma \overline{P}_i$ și momentul rezultant $\overline{M}_1$ rămân ca echivalente cu sistemul de forțe dat. Ambii vectori se găsesc în aceeași dreaptă, axa centrală a sistemului de forțe. Această reprezentare a sistemului de forțe se numește reducerea la torsorul de forțe, planul cuplului de forțe rezultant $\overline{M}_1$ fiind perpendicular pe rezultanta $\overline{R}_1$.

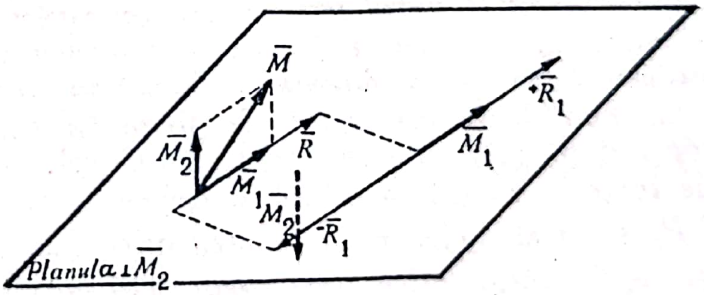


Fig. 26.

Reprezentarea în coordonate a unui sistem de forțe în spațiu e analoagă cu a sistemului de forțe complanare (p. 315). Reducerea unui sistem de forțe oarecare la o forță rezultantă $\overline{R} = \Sigma \overline{P}_i$ printr'un punct dat O și la un moment rezultant $\overline{M} = \Sigma \overline{M}_i$ se poate reprezenta, cu ajutorul unui sistem de coordonate rectangulare

cu originea în O, prin următoarele 6 componente ale sistemului de forțe:

$$X = \Sigma X_i; \quad Y = \Sigma Y_i; \quad Z = \Sigma Z_i;$$
$$M_x = \Sigma (M_x)_i = \Sigma (Z_i y_i - Y_i z_i);$$
$$M_y = \Sigma (M_y)_i = \Sigma (X_i z_i - Z_i x_i);$$
$$M_z = \Sigma (M_z)_i = \Sigma (Y_i x_i - X_i y_i).$$

Mai sus X_i, Y_i, Z_i sunt componentele lui $\overline{P_i}$ și x_i, y_i, z_i coordonatele punctului de aplicație al lui $\overline{P_i}$, care poate fi un punct oarecare al dreptei-suport a lui $\overline{P_i}$.

Cele șase componente ale sistemului de forțe în spațiu corespund celor șase grade de libertate ale unui corp în spațiu.

In cazul echilibrului unui sistem de forțe în spațiu, forța rezultantă $\overline{R} = \Sigma \overline{P_i}$ și momentul rezultant $\overline{M} = \Sigma \overline{M_i}$ trebue să fie zero pentru orice punct ca punct al momentelor, sau în coordonate: Cele șase componente ale sistemului de forțe trebue să se anuleze.

Teorema momentelor: Teorema e valabilă și pentru sistemul de forțe în spațiu, ca și pentru cel plan (p. 325): Suma geometrică a momentelor forțelor echivalente unui sistem de forțe dat în raport cu un punct oarecare e egal cu suma geometrică a momentelor forțelor date față de același punct ca punct al momentelor.

Ca forțe echivalente intră în considerație o diadă de forțe sau o singură rezultantă cu un cuplu rezultant, sau o altă înlocuire echivalentă a sistemului de forțe.

Teorema momentelor se întrebuințează spre a determina rezultanta în cazul particular al forțelor paralele. Rezultanta e paralelă cu forțele date; mai trebue determinată numai dreapta ei suport.

In acest scop se iau momentele tuturor forțelor date în raport cu un punct. Vectorii momentelor sunt cuprinși într'un plan perpendicular pe forțele paralele, așa încât suma geometrică a momentelor e reprezentată printr'o linie poligonală cuprinsă în acest plan. Dreapta de închidere a acestei linii poligonale reprezintă momentul rezultant; după teorema momentelor, el e egal cu momentul rezultantei, așa încât rezultanta $\overline{R}$, a cărei orientare și mărime e deja cunoscută, poate fi determinată imediat, făcând să treacă prin punctul momentelor planul perpendicular pe vectorul rezultant al momentelor, și trasând în el rezultanta $\overline{R}$ la o astfel de distanță, încât produsul dintre $|\overline{R}|$ și distanță să fie egal cu momentul rezultant.

3. Echilibrul sistemelor de forțe în spațiu și descompunerea unei forțe după șase drepte-suport. După cele de mai sus, pentru un sistem de forțe în spațiu în echilibru trebue ca în primul rând forța rezultantă $\Sigma \overline{P_i}$ și în al doilea rând, pentru orice punct drept punct al momentelor, și deci pentru orice axă drept axă a momentelor, suma momentelor tuturor forțelor să fie zero. In coordonate: Toate cele șase componente ale sistemului de forțe trebue să se anuleze.

Echilibrul a două sau trei forțe conduce la un sistem de forțe complanare (p. 320). Trei forțe necomplanare și neparalele nu pot fi în echilibru, cum se observă mai simplu prin faptul că suma momentelor ar trebui să fie zero pentru orice dreaptă drept axă. Fiindcă se pot duce însă axe prin două forțe, fără a o intersecta pe a treia, nu poate exista echilibru între trei forțe necomplanare și neparalele. Pe baza aceleiași considerațiuni se obține, drept condițiune necesară pentru echilibrul a patru forțe necomplanare și neparalele, ca toate patru să-i aparțină unui sistem riglat, adică dreptele-suport ale forțelor să se găsească pe un hiperboloid cu o singură pânză.

Scanned with OKEN Scanner

Trei drepte necomplanare și neparalele, adică dispuse strâmb, determină un fascicul riglat resp. un hiperboloid cu o pânză. Pe ele se găsește un al doilea fascicul riglat care-l intersectează pe primul. O a patra dreaptă oarecare intersectează în general hiperboloidul în două puncte. Dreptele celui de al doilea fascicul riglat, cari trec prin aceste două puncte de intersecțiune, intersectează deci cele patru drepte date, dispuse strâmb. Prin patru drepte dispuse strâmb se pot duce deci în general două și numai două drepte cari să intersecteze cele patru drepte date. Din această teoremă urmează că cinci forțe dispuse strâmb pot fi în echilibru numai dacă cele două drepte cari intersectează suporții a patru dintre ele, îl intersectează și pe al celei de a cincia, adică dacă se pot indica cel puțin două drepte cari să intersecteze toate cele cinci forțe. Dacă patru din cele cinci drepte sunt dispuse hiperbolic, și a cincia trebue să-i aparțină aceluiași fascicul riglat, ca să poată exista echilibru între cele cinci forțe. Analog se poate stabili, drept condițiune necesară pentru mai mult de cinci forțe în echilibru, ca toate să fie intersectate de cel puțin două drepte sau, dacă patru din ele sunt dispuse hiperbolic, ca și celelalte să-i aparțină aceluiași fascicul riglat. Se înțelege că acestea sunt numai condițiuni de echilibru necesare, nu și suficiente.

Problema descompunerii unei forțe după un număr dat de drepte-suport corespunde unor probleme de echilibru; schimbând semnul componentelor în cari s'a descompus, se stabilește echilibru între ele și forța dată. După câte drepte-suport date se poate descompune o forță dată? Fiindcă de-o parte forța $\overline{R}$ și de alta forțele de pe dreptele-suport trebue să fie echivalente din punct de vedere static, ambele sisteme de forțe trebue să coincidă complet în privința tuturor celor șase componente. Cele șase componente ale lui $\overline{R}$ se obțin din expresiunile generale din p. 330, introducând în locul sumelor expresiunile simple pentru forța $\overline{R}$ cu componentele X, Y și Z și cu coordonatele x, y, z ale punctului ei de aplicație. In componentele corespunzătoare pentru sistemul de forțe echivalent căutat, ale cărui forțe sunt dirijate de-a-lungul dreptelor-suport date, numai mărimile forțelor sunt necunoscute, direcțiunea și poziția lor fiind determinată în prealabil de dreptele-suport. Fiindcă stau la dispoziție șase ecuații, se pot calcula în general univoc mărimile a șase forțe; deci:

O forță se poate descompune în general univoc după șase drepte dispuse strâmb.

Avem un caz singular, dacă cele șase drepte-suport sunt dispuse astfel, încât se poate duce prin ele o dreaptă care să nu intersecteze și pe $\overline{R}$. Descompunerea se efectuează deosebit de simplu, dacă trei din cele șase drepte-suport concură într'un punct, și celelalte trei sunt complanare. Se duce, prin punctul de concurență al primelor trei și prin punctul de intersecțiune a altor două, o dreaptă care intersectează deci cinci din cele șase drepte-suport. Pentru ea ca axă a momentelor, momentul lui $\overline{R}$ trebue să fie egal cu momentul celei de a șasea forțe necunoscute, care rezultă din această condițiune. Analog se găsesc celelalte forțe necunoscute. Și în cazul general a șase drepte dispuse strâmb rezolvarea se efectuează prin alegere potrivită a axelor momentelor, și anume se aleg în acest caz drept axe ale momentelor cele două drepte cari se pot duce totdeauna prin patru din cele șase drepte-suport, și se scriu pentru ele condițiunile de echilibru a momentelor. Din cele două ecuații cari rezultă astfel se pot determina mărimile forțelor de pe ultimele două drepte-suport.

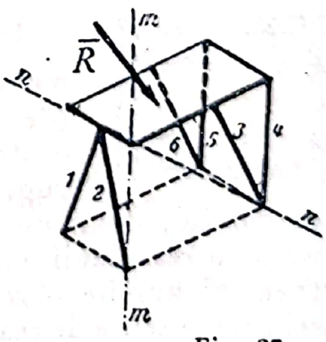


Fig. 27.

Exemplu (fig. 27): O masă se sprijină pe șase picioare și e încărcată cu o singură sarcină $\overline{R}$.

Muchia mm intersectează barele 1, 2, 3, 4 și 5, așa încât, pentru ea ca axă a momentelor, se poate obține momentul forței din bara 6. Pe urmă rezultă forța din bara 5 dintr'o ecuație a momentelor pentru axa nn etc.

Problema descompunerii prezintă importanță pentru proptirea unui corp prin bare subțiri cari nu pot fi solicitate la încovoiere, ci numai la întindere și compresiune. E deci nevoie de șase bare în spațiu, pentru proptirea static determinată a unui corp. Dacă sunt

Scanned with OKEN Scanner

mai puțin de șase bare, trebue ca barele să nu fie articulate, cel puțin în parte, la capete, și în cazul acesta sunt solicitate la încovoiere. *La mai mult de șase bare*, problema e static nedeterminată și se poate rezolva numai considerând deformațiile.

c) Construcții cu zăbrele

I. Generalități și rezemări

Dacă un corp K imobil și care stă sub acțiunea unor forțe (*sarcini*) date, e rezemat de alte corpuri, apar forțe în punctele de contact (reazem, culee). Aceste forțe exercitate de corpul K asupra corpurilor-reazeme (*presiunile pe reazeme*) sunt egale și de sens contrar cu forțele exercitate de corpurile-reazeme asupra lui K (*reacțiunile reazemelor*) (cp. legea acțiunii și reacțiunii).

Calculul unei construcții de susținere trebue precedat de determinarea reacțiunilor reazemelor (liberarea corpului). Construcția reazemelor e hotărîtoare în această privință.

Rezemările podurilor și construcțiilor metalice[1]. *Construcție-suport plană, cu toate forțele în planul ei.* a) *Articulație mobilă* (reazem cu rulouri, B în fig. 28, sau stâlp articulat sau stâlp suspendat articulat); reazemul permite o rotire în jurul punctului de articulație și o deplasare pe o dreaptă sau un arc de cerc; reacțiunea reazemului trebue să fie deci perpendiculară pe drumul reazemului; o necunoscută a reazemului = mărimea reacțiunii reazemului. b) *Articulație fixă* (reazem basculant, A în fig. 28); reazemul permite o rotire în jurul punctului de articulație; două necunoscute ale reazemului = componenta orizontală și verticală a reacțiunii reazemului. c) *Incastrare fixă*; construcția se sprijină cu o față plană (intersecțiunea cu planul construcției o dreaptă) pe corpul-reazem și e bulonată cu el; trei necunoscute de reazem = componenta orizontală și verticală a reacțiunii reazemului, ca și momentul lui față de un punct oarecare.

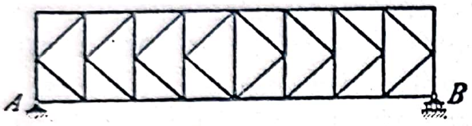


Fig. 28

Construcții-suport spațiale. a) *Articulație mobilă pe o suprafață*; reazemul admite o rotire în toate părțile în jurul punctului de articulație (articulație sferică) și o deplasare în toate părțile, într'un plan sau pe o suprafață sferică; reacțiunea reazemului e perpendiculară pe suprafața-drum; o necunoscută de reazem = mărimea reacțiunii reazemului. b) *Articulație mobilă pe o linie*; reazemul admite o rotire în toate părțile în jurul punctului de articulație și o deplasare pe o dreaptă sau un arc de cerc; reacțiunea reazemului e cuprinsă într'un plan perpendicular pe linia-drum a reazemului; două necunoscute de reazem = componenta orizontală și verticală a reacțiunii reazemului în acest plan. c) *Articulație fixă*; reazemul admite o rotire în toate părțile în jurul punctului de articulație; trei necunoscute de reazem = componentele x, y și z ale reacțiunii reazemului.

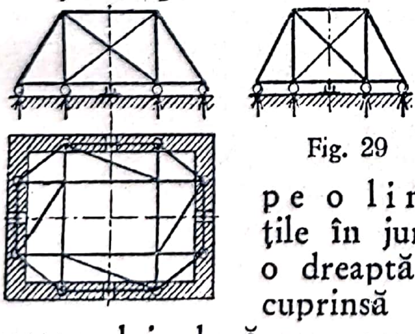


Fig. 29

Clopotele de gazometre se reazemă pe șasiul de ghidare prin durițe radiale sau tangențiale. — La *cupola* lui *Zimmermann* pentru edificiul parlamentului din Berlin (fig. 29) sunt practicate în mijlocul barelor inelului de bază, pentru luarea forțelor orizontale, reazeme cari pot transmite zidurilor-reazeme numai forțe în direcțiunea aliniamentului lor.

[1]) Cp. și vol. III, secț. Poduri.

Rezemările din construcția de mașini. Palierele cu guler și palierele comune de transmisiune nu pot lua forțe axiale, crapodinele comune cu bile sau cu rulouri nu pot lua forțe perpendiculare pe axa rezemată. Palierele se dispun adesea astfel, încât la diferitele feluri de încărcare să intre în funcțiune diferite grupuri de paliere (corpuri cu rezemare variabilă).

La macaraua pivotantă cu două roate (fig. 30 și 31) se stabilesc reacțiunile de reazem și presiunile reprezentate în fig. 30 resp. 31, după cum bratul e paralel sau perpendicular pe direcțiunea de rulare; V e rezultanta tuturor forțelor verticale aplicate părții pivotante, G greutatea proprie a platformei rulante inclusiv a coloanei; în primul caz avem pentru reacțiunile reazemelor H_1, resp. pentru presiunile asupra reazemelor H'_1:

$$H_1 = H'_1 = Vv/h_1$$

și pentru reacțiunile reazemelor R_1 și R_2:

$$R_1 = (G+V)/2 - Vv/r$$

și $$R_2 = (G+V)/2 + Vv/r,$$

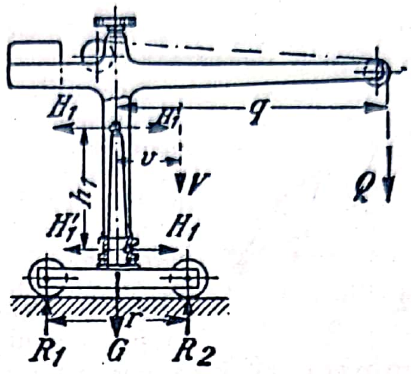


Fig. 30.

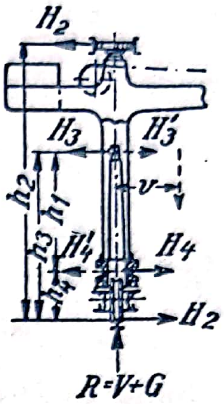


Fig. 31.

în al doilea caz avem pentru reacțiunile reazemelor H_2 la flanșa roții și ghidajul de sus: $H_2 = Vv/h_2$, pentru reacțiunile reazemelor și presiunile pe reazeme la cele două paliere cu gulere ale coloanei macaralei: $H_3 = H'_3 = H_2 h_4/h_1$ resp. $H_4 = H'_4 = H_2 h_3/h_1$, pentru reacțiunea verticală a reazemului de jos $R = G + V$; în ambele cazuri lucrează în palierul cu bile reacțiunea de reazem V în sus și presiunea asupra reazemului V' în jos (neindicată în figură).

II. Conceptele fundamentale ale teoriei construcțiilor cu zăbrele

Conceptul: Construcția cu zăbrele e o reunire de bare drepte, îmbinate în nodurile lor (adică în intersecțiile axelor barelor) prin articulații fără frecare (grinda cu zăbrele plană: articulații cu bulon, grinda cu zăbrele în spațiu: articulații sferice). Dacă forțele exterioare (sarcinile și reacțiunile reazemelor) lucrează exclusiv în noduri, barele sunt solicitate numai în direcțiune axială, adică numai la întindere sau compresiune.

În construcțiile cu zăbrele din practică survin, din cauza îmbinării fixe dela noduri, și slabe tensiuni (secundare) de încovoiere, cari se pot determina numai cu ajutorul teoriei elasticității.

La *grinda cu zăbrele plană* barele și forțele exterioare se găsesc într'un *singur plan*; altfel avem o *grindă cu zăbrele în spațiu*.

O construcție cu zăbrele se numește static determinată dacă forțele din bare și reacțiunile necunoscute se pot determina univoc din condițiunile de echilibru pentru noduri.

Construcția cu zăbrele se numește *intern static determinată* dacă forțele necunoscute din bare se pot determina din condițiunile de echilibru pentru noduri, pentru orice sistem dat de forțe exterioare (sarcini și reacțiuni) în echilibru. Construcția cu zăbrele se numește rezemată static determinat sau *extern static determinată*, dacă reacțiunile necunoscute se pot determina univoc din condițiunile de echilibru pentru forțele exterioare (trei pentru grinda cu zăbrele plană resp. șase pentru cea în spațiu), pentru orice sistem de sarcini dat.

Notăm cu: k numărul de noduri,
s numărul de bare.

In aceste condițiuni avem pentru o *grindă cu zăbrele intern static determinată*

a) *plană* $s = 2k - 3$;

b) *în spațiu* $s = 3k - 6$.

Grinda cu zăbrele (adică construcția cu zăbrele, inclusiv condițiunile de rezemare) e static determinată dacă, socotind fiecare componentă de reacțiune drept o bară, avem pentru grinda cu zăbrele:

a) plană $s = 2\,k$, b) în spațiu $s = 3\,k$.

O construcție cu zăbrele intern static supradeterminată (v. m. j.) poate fi transformată printr'un număr potrivit de condițiuni de rezemare într'o grindă cu zăbrele static determinată.

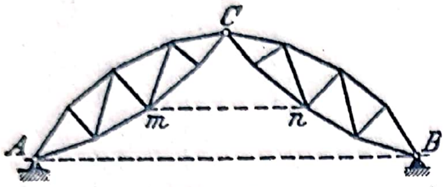


Fig. 32.

Formulele de mai sus arată totodată de câte bare și condițiuni de rezemarea sistemului e minimum nevoie pentru ca întreaga construcție cu zăbrele resp. rezemarea și sistemul de bare să fie separat imobile. Trebue evitat cazul mobilității infinit mici, în care forțele din bare devin foarte mari (teoretic infinit mari). Arcul cu trei articulații de ex. (fig. 32) obține mobilitate infinit mică dacă articulația din cheia C cade pe dreapta care unește articulațiile la nașteri A și B.

Static nedeterminată și cinematic supradeterminată e o construcție cu zăbrele dacă numărul ei de bare e mai mare;

adică lungimea uneia sau a mai multor bare (excedente) e determinată prin lungimile celorlalte (necesare). — Condițiunile de echilibru pentru noduri ajung numai în cazuri excepționale (feluri particulare de încărcare sau simetrie) pentru determinarea forțelor din bare; în general trebue considerate în acest scop deformațiile construcției cu zăbrele.

Dacă numărul de bare e mai mic, construcția cu zăbrele e **mobilă** și static supradeterminată (mecanism);

adică, pentru ca echilibrul să fie posibil, sarcinile date trebue să îndeplinească atâtea condițiuni de orientare și mărime, câte bare necesare lipsesc.

La număr corect de bare se obțin din condițiunile de echilibru valori univoce pentru forțele din bare și reacțiuni numai dacă determinantul D al coeficienților necunoscutelor e diferit de zero. — Metoda barelor echivalente simplifică substanțial alternativa (vol. III, secț. Statica construcțiilor). La cele mai multe construcții cu zăbrele se poate recunoaște deja după constituție dacă sunt static determinate sau nu.

Cele mai simple elemente de grinzi cu zăbrele plane static determinate, static nedeterminate și mobile sunt triunghiul, patrulaterul cu două diagonale și patrulaterul fără diagonale. — Cel mai simplu sistem de bare plan și static determinat e sistemul de triunghiuri, care se obține dintr'un triunghiu prin adăugarea succesivă de noduri noi cu ajutorul a câte două bare. — Cea mai simplă reze-

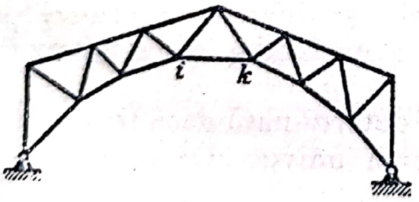


Fig. 33.

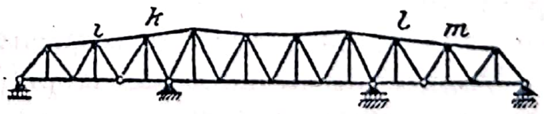
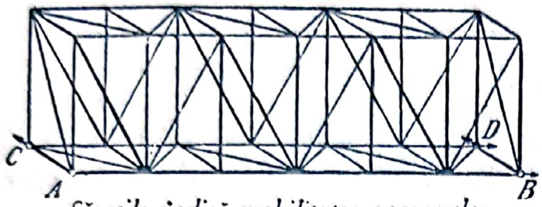


Fig. 34.

mare static determinată a unei grinzi cu zăbrele plane consistă într'o articulație de reazem mobilă și una fixă. Cea mai simplă grindă cu zăbrele plană static nedeterminată e arcul cu două articulații (fig. 33); prin înlăturarea barei ik se obține un arc cu trei articulații static determinat (fig. 32); dacă unul din reazeme i se construește mobil și i se suprimă din nou mobilitatea prin introducerea unui tirant $m\,n$ între cele două jumătăți ale arcului, se obține ferma Polonceau generală. — Din grinda cu zăbrele continuă rezemată dublu static nedeterminat (fig. 34) se obține, prin înlăturarea celor două bare ik și lm grinda articulată Gerber, static determinată. — Cel mai simplu sistem spațial de bare static determinat e rețeaua triunghiulară închisă, adică o pânză de triunghiuri care închide complet spațiul din interiorul ei; dacă mai multe tri-

Scanned with OKEN Scanner

unghiuri conexe ale ei formează un poligon plan, vârfurile acestor triunghiuri trebue să se găsească toate pe conturul poligonului. — *Cupola lui Zimmermann* (fig. 29) se obţine din reţeaua triunghiulară închisă corespunzătoare prin îndepărtarea unei diagonale din poligonul superior şi a cinci diagonale din cel inferior, şi înlocuirea lor cu şase condiţiuni de rezemare. — Fig. 35 reprezintă reţeaua triunghiulară închisă corespunzătoare unui pod complet în grinzi cu tălpi paralele; diagonalele cadrelor transversale nu pot fi executate de multe ori din cauze practice; în aceste cazuri trebue dispuse în schimb cadre rigide sau juguri speciale cu zăbrele dispuse strâmb. — Cea mai simplă rezemare static determinată a unei grinzi cu zăbrele spaţiale consistă într'o articulaţie de reazem fixă, una mobilă pe o linie şi una pe o suprafaţă, sau în trei articulaţii de reazem mobile pe câte o linie; din motive practice rezemarea trebue să se facă de cele mai multe ori în patru puncte; în acest caz apare o nedeterminare statică.



Săgeţile indică mobilitatea reazemelor

Fig. 35.

Pentru *sistemele de bare static determinate* e caracteristic că, *în lipsa unor forţe exterioare* nu pot apărea în ele *tensiuni*, pe când *sistemele de bare static nedeterminate* pot avea *tensiuni proprii* (provocate de variaţiuni de temperatură sau încordare artificială a unor bare) (cp. patrulaterul cu diagonalele încrucişate). Analog în cazul rezemării static determinate; reacţiunile reazemelor sunt în acest caz independente de forma constructivă a grinzii (cu zăbrele sau plină).

Deoarece toate condiţiunile de echilibru sunt de gradul întâiu în raport cu sarcinile ca şi cu forţele din barele necesare şi excedente, urmează că: *forţele din barele necesare sunt funcţiuni liniare de sarcinile date şi de forţele din barele excedente.*

Alte desvoltări privitoare la teoria construcţiilor cu zăbrele: diagrame *Cremona*, metoda secţiunilor lui *Ritter*, construcţii cu zăbrele static determinate, în vol. III, sect. Statica construcţiilor.

Calculul unei construcţii cu zăbrele simplu static nedeterminată, p. 339.

d) Echilibrul firelor

Se numeşte fir un corp cu extensiune în esenţă liniară şi fără rigiditate faţă de încovoiere, adică perfect flexibil, prin opoziţie cu bara, aşa încât prin secţiunile lui se pot transmite numai forţe de tracţiune, dar nu momente încovoietoare. Forţe de compresiune nu se pot transmite, fiindcă în lipsa unei rigidităţi faţă de încovoiere firul ar flamba imediat sub influenţa unei forţe de compresiune. În p. 321 s'a întrebuinţat firul inextensibil ca poligon funicular sau curbă funiculară pentru compunerea sau descompunerea forţelor. A fost vorba numai de sisteme de forţe complanare, aplicate unui fir întins în planul lor. La repartiţie continuă a forţelor, cari i se pot aplica firului în orice orientare, firul va avea drept figură de echilibru o curbă strâmbă. Cele două forţe din extremităţile firului, considerate ca forţe exterioare, formează un sistem de forţe în echilibru cu sarcinile aplicate firului. In dreptul unei forţe concentrate firul formează o frântură (poligon funicular).

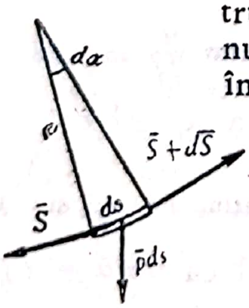


Fig. 36 a.

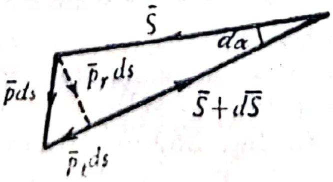


Fig. 36 b.

Dacă ne imaginăm un *element infinit scurt de fir*, separat de rest prin două secţiuni vecine (fig. 36 a), cele două forţe $\bar{S}$

resp. $\bar{S} + d\bar{S}$, transmise prin cele două secţiuni din extremităţile lui, trebue să fie în echilibru cu rezultanta $\bar{p}\, ds$ a încărcării elementului ds. Echilibrul impune ca cele trei forţe să fie cuprinse într'un plan, planul osculator al firului, şi ca ele să formeze un triunghiu închis al forţelor (fig. 36 b). Intensitatea $\bar{p}$ a încărcării [kg/cm] reprezintă un vector cuprins în planul osculator al firului în punctul considerat. Prin descompunerea lui p într'o componentă $\bar{p}_n$ normală pe fir şi una tangenţială $\bar{p}_t$, se obţine din fig. 36 a şi b:

$$|\bar{p}_n| = \frac{|\bar{S}|}{\rho} \text{ sau } p_n = \frac{S}{\rho}; \qquad |\bar{p}_t| = \frac{d|\bar{S}|}{ds} \text{ sau } p_t = \frac{dS}{ds}.$$

Urmează: Dacă $S = \text{const}$, pretutindeni $p_t = 0$, adică la tracţiune în fir constantă S, firul e solicitat numai după normala lui.

Exemplul 1: Un fir închis având o formă oarecare, mişcat pretutindeni cu viteză constantă în direcţiune tangenţială, aşa încât forma lui să nu se schimbe. Ca singure forţe intervin forţele centrifuge normale pe fir.

Exemplul 2: Fir întins fără frecare pe o suprafaţă convexă oarecare. Firul formează linia geodezică, adică cea mai scurtă linie care poate fi trasată pe suprafaţă între punctul iniţial şi final dat.

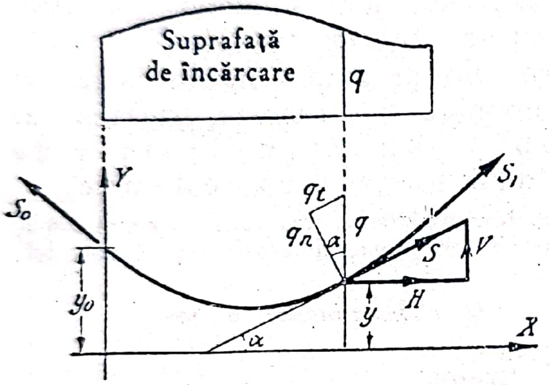


Fig. 37.

Pentru $p_n = 0$ avem $\rho = \infty$, adică firul fără sarcină normală p_n e plat în punctul respectiv.

Dacă suprafaţa de încărcare e plană, şi firul ia forma unei curbe plane (curbă funiculară) (fig. 37). Tracţiunea S dintr'o secţiune oarecare a firului cu coordonatele x, y are o componentă orizontală H şi una verticală V. Dacă ne imaginăm o porţiune a firului încărcat, separată prin două secţiuni oarecari, echilibrul în direcţiune orizontală (x) cere ca H, componenta orizontală a tracţiunii firului, să aibă pretutindeni aceeaşi valoare: tracţiunea orizontală H a firului e invariabilă. Echilibrul după verticală al unui element de fir, separat prin două secţiuni vecine, impune condiţiunea

$$\frac{dV}{dx} = q.$$

Fiindcă $\dfrac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha = \dfrac{V}{H}$ avem $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{1}{H}\dfrac{dV}{dx} = \dfrac{q}{H}$

sau $$H\frac{d^2y}{dx^2} = q$$ (ecuaţia diferenţială a curbei funiculare).

Când q e dat în funcţiune de x (suprafaţa de încărcare), se obţine de mai sus y prin două integrări succesive (integrarea grafică p. 201).

Introducând p în loc de q, ca în fig. 36, şi observând că $\rho\, d\alpha = ds$, avem

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{p_t}{p_n} = \frac{1}{p\cos\alpha}\frac{dS}{ds} = \frac{1}{p}\frac{dS}{dx}$$

sau $$dS = p\, dy, \quad S - S_0 = \int_{y_0}^{y} p\, dy.$$

Scanned with OKEN Scanner

Cazuri particulare: 1. Incărcare uniform repartizată pe proiecțiunea orizontală a curbei funiculare, adică:

$$V = p\,x;\quad \frac{dy}{dx} = \frac{p}{H}\,x;\quad y = \frac{p}{2H}\,x^2 \quad \text{(parabola funiculară).}$$

2. Incărcare uniform repartizată de-a-lungul lungimii de arc s a firului: adică $p\cos\alpha = \gamma =$ const; urmează cu $y_0 = H/\gamma$, unde γ e greutatea firului pe unitatea de lungime (fig. 38):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{y_0}} - e^{-\frac{x}{y_0}}\right) = \text{Sin}\,\frac{x}{y_0}$$

$$y = \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{x}{y_0}} + e^{-\frac{x}{y_0}}\right) = y_0\,\text{Cos}\,\frac{x}{y_0}$$

$$s = \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{x}{y_0}} - e^{-\frac{x}{y_0}}\right) = y_0\,\text{Sin}\,\frac{x}{y_0}$$

$$p = H\,\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{H}{y_0}\,\text{Cos}\,\frac{x}{y_0} = \frac{H}{y_0^2}\,y.$$

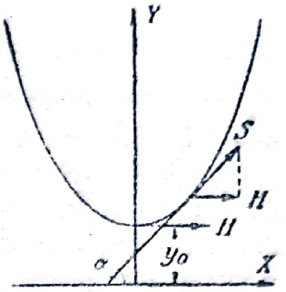


Fig. 38.

(Ecuația lănțișorului, „Matematici" p. 146, tablele 8 pentru funcțiunile hiperbolice, p. 47).

Lănțișoarele turtite se înlocuesc în practică prin parabole.

Pentru tracțiunea în fir S urmează:

$$S = H/\cos\alpha = p\,H/\gamma = y_0\,p = H\,y/y_0,$$

adică tracțiunea în fir S e proporțională cu ordonata y.

e) Teorema lucrului mecanic. Principiul deplasărilor virtuale

1. Teorema lucrului mecanic. Sub b), p. 319, s'au tratat diferitele cazuri de înlocuire a unui sistem de forțe dat prin altul echivalent, echivalența celor două sisteme de forțe fiind demonstrată prin aplicarea repetată a teoremei paralelogramului forțelor (p. 318) și a teoremei alunecării (p. 318). Cele două sisteme de forțe sunt echivalente însă și în altă privință, cum a arătat teorema momentelor (p. 325) și cum se exprimă prin teorema lucrului mecanic: Lucrul mecanic efectuat de toate forțele la o mișcare oarecare a unui solid rigid e egal cu lucrul mecanic efectuat de forțele echivalente.

Pentru un sistem de forțe complanare, care se poate reduce la o singură rezultantă resp. la un cuplu de forțe, suma lucrurilor mecanice efectuate la o deplasare oarecare e egală cu lucrul mecanic efectuat de rezultantă resp. de cuplul de forțe rezultant la aceeași mișcare. Cu ajutorul notațiilor vectoriale, această teoremă se poate scrie sub forma:

$$\Sigma\,\overline{P}_i\,d\overline{s}_i = \overline{R}\,d\overline{s}.$$

Mai sus am notat cu:

$d\overline{s}_i$ deplasarea punctului de aplicație al lui $\overline{P}_i$,

$d\overline{s}$ deplasarea punctului de aplicație al lui $\overline{R}$,

$\overline{P}_i\,d\overline{s}_i$ (produs scalar) lucrul mecanic efectuat de $\overline{P}_i$,

$\overline{R}\,d\overline{s}$ lucrul mecanic al rezultantei $\overline{R}$.

Impărțind ecuația cu durata dt a deplasării solidului rigid, se obțin vitesele $\overline{v}_i = d\overline{s}_i/dt$ resp. $\overline{v} = d\overline{s}/dt$ ale punctelor de aplicație ale lui $\overline{P}_i$ resp. $\overline{R}$:

$$\Sigma\,\overline{P}_i\,\overline{v}_i = \overline{R}\,\overline{v}.$$

Analog pentru sistemul de forțe în spațiu; ținând seamă că sistemul de forțe spațiale se poate reduce în cazul general la o diadă de forțe sau la o rezultantă $\overline{R}$ cu un moment rezultant $\overline{M}$ (torsor), teorema lucrului mecanic se poate formula cum urmează:

$$\Sigma \overline{P}_i \, d\overline{s}_i = \overline{R} \, d\overline{s} + M \cos \alpha \, d\varphi,$$

unde $\overline{R}\,d\overline{s}$ e lucrul mecanic efectuat de rezultanta $\overline{R} = \Sigma \overline{P}_i$ și $M \cos \alpha \, d\varphi$ e lucrul mecanic efectuat de momentul rezultant de mărimea $|\overline{M}| = M$ la rotațiunea cu unghiul $d\varphi$ a solidului rigid; α e unghiul dintre vectorul $\overline{M}$ al momentului și axa de rotațiune (p. 317). Prin împărțire cu dt urmează

$$\Sigma \overline{P}_i \, \overline{v}_i = \overline{R}\,\overline{v} + \overline{M}\,\overline{\omega},$$

unde $\omega = d\varphi/dt$ e vitesa unghiulară a solidului rigid, de trecut ca vector $\overline{\omega}$ (ω barat) pe axa de rotațiune (p. 317). Produsul scalar dintre $\overline{M}$ și $\overline{\omega}$ reprezintă lucrul mecanic efectuat de $\overline{M}$ în unitatea de timp.

Dacă se separă, pentru cazul echilibrului, în suma, egală în acest caz cu zero, a lucrurilor mecanice efectuate de toate forțele, lucrurile mecanice pozitive de cele negative, forțele cari efectuează lucru mecanic pozitiv se numesc *forțe motoare*, mai scurt forțe, iar cele cari efectuează lucru mecanic negativ *forțe rezistente*. Teorema lucrului mecanic se enunță deci: *Pentru echilibru, lucrul mecanic al forțelor motoare e egal cu lucrul mecanic al forțelor rezistente.*

Randamentul. La mașini se deosebesc forțe rezistente *utile* și forțe rezistente *de frecare* (dăunătoare) forțele rezistente utile trebue învinse potrivit scopului mașinii, cele de frecare sunt neintenționate, dar de fapt inevitabile. Drept măsură pentru calitatea mecanică a unei mașini servește *randamentul*:

η = lucrul mecanic util : lucrul mecanic total al forțelor motoare. In practică se procedează de multe ori astfel, că se determină, neglijând forțele de rezistență față de mișcare, prin aplicarea teoremei lucrului mecanic, condițiunile de echilibru, de exemplu forța motoare P_0 necesară pentru învingerea forței rezistente utile — și se calculează pe urmă forța motoare reală $P = P_0 : \eta$, împărțind adică prin randamentul η determinat experimental.

2. Principiul deplasărilor virtuale. *Pentru un sistem material oarecare*, ale cărui puncte sunt toate în repaus, e *valabil principiul deplasărilor virtuale* (principiul vitezelor virtuale): *Suma lucrurilor mecanice efectuate de toate forțele interioare și exterioare la niște deplasări infinit mici $\delta \overline{s}_i$ ale punctelor de aplicație, imaginate arbitrar dar compatibile cu condițiunile geometrice ale sistemului* (adică *virtuale*), *e zero*:

$$\Sigma \overline{P}_i \, \delta \overline{s}_i = 0,$$

sau în coordonate: $\Sigma (X_i \delta x_i + Y_i \delta y_i + Z_i \delta z_i) = 0.$

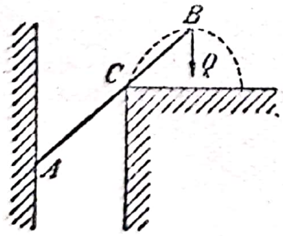


Fig. 39.

Principiul se poate folosi pentru determinarea pozițiilor de echilibru ale corpurilor.

Exemplu (fig. 39): Poziția de echilibru a barei AB, încărcată în B cu o sarcină Q, dacă se poate neglija greutatea ei proprie și bara poate aluneca fără frecare în A și C. Fiindcă la o deplasare virtuală forțele de rezemare transmise în A și C asupra barei sunt perpendiculare pe direcțiunea deplasării punctelor lor de aplicație, lucrurile mecanice efectuate în acest caz de aceste forțe sunt zero. Rămâne lucrul mecanic efectuat de sarcina Q. Acesta e zero numai dacă deplasarea punctului B, la o deplasare infinit mică, e orizontală. Aceasta determină poziția de echilibru.

Dacă presiunile pe reazeme sau articulații sunt necunoscute, deplasările virtuale se aleg astfel, încât să elimine din ecuații cât mai multe necunoscute.

In cazul unui *sistem mecanic oarecare* (prin opoziție cu solidul rigid) sunt posibile și deplasări virtuale împreunate cu *deformațiuni*. Și forțele interioare dau în acest caz un termen în ecuația

lucrului mecanic care exprimă principiul deplasărilor virtuale. Forțele interioare se exercită în perechi între câte două puncte i și k ale sistemului (fig. 40): $\overline{I}_{ik} + \overline{I}_{ki} = 0$. La o deplasare virtuală, în care punctele i și k se deplasează cu $\delta\overline{s}_i$ resp. $\delta\overline{s}_k$, lucrul mecanic efectuat de forțele interioare $\overline{I}_{ik}$ și $\overline{I}_{ki}$ e

$$\overline{I}_{ik}\delta\overline{s}_i + \overline{I}_{ki}\delta\overline{s}_k.$$

Insumând asupra tuturor forțelor interioare, se obține lucrul lor mecanic total A_i, care poate fi scris prin strângerea perechilor de forțe sub forma:

$$A_i = \sum_{i,k}\overline{I}_{ik}\delta\overline{e}_{ik}.$$

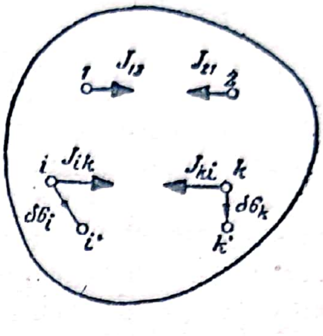


Fig. 40.

Mai sus $\delta\overline{e}_{ik}$ e deplasarea relativă dintre i și k.

Fiindcă în sumă intervine produsul scalar al forței $\overline{I}_{ik}$ prin deplasarea relativă $\delta\overline{e}_{ik}$ a celor două puncte de aplicație, se mai poate scrie:

$$A_i = \sum_{i,k} I_{ik}\delta l_{ik}.$$

unde δl_{ik} e scurtarea distanței dintre cele două puncte la deplasarea virtuală a sistemului.

La solidul rigid, ale cărui puncte nu-și schimbă poziția relativă, acest termen e zero fiindcă deplasările relative ale diferitelor puncte ale corpului nu sunt compatibile (virtuale) cu imaginea de corp rigid. In toate problemele static nedeterminate, în cari imaginea de solid rigid nu e suficientă pentru rezolvare, trebue ca, la aplicarea principiului deplasărilor virtuale în vederea rezolvării problemei, să se considere un sistem de deformațiuni virtuale ale corpului.

Exemplu. Calculul unui sistem cu zăbrele simplu static nedeterminat. Indepărtând o bară, se obține rețeaua principală static determinată, în care se poate calcula forța T_i (din bara i) după metodele staticei, pentru o încărcare oarecare, cu ajutorul unui prim plan al forțelor. Bara îndepărtată nu are însă în realitate forța zero, cum s'a presupus deocamdată la rețeaua principală, ci o forță necunoscută X, al cărei calcul e tocmai în chestiune. Această forță X a barei „excedente" provoacă în bara i o forță care i se adaugă lui T_i și care se poate obține dintr'un al doilea plan al forțelor u, pentru care lipsesc toate sarcinile sistemului cu zăbrele și se presupune că în locul barei excedente se exercită o forță de întindere de 1 t, drept singură acțiune exterioară asupra rețelei principale. Cum bara excedentă nu e solicitată cu forța de 1 t, ci cu forța necunoscută de X t, forța suplementară pentru bara i e $X u_i$, și forța totală din bara i e
$$S_i = T_i + X u_i.$$

Celei de a doua stări a forțelor u din bare i se aplică principiul deplasărilor virtuale, folosind drept virtual sistemul de deplasări corespunzător stării căutate de forțe S, care provoacă variațiile Δl_i ale lungimilor barelor:

$$\Delta l_i = r_i S_i = r_i (T_i + X u_i),$$

constanta r_i a barei fiind:
$$r_i = l_i / E F_i.$$

Lucrul mecanic al forțelor din bare (al forțelor interioare) la aceste deplasări e

$$\Sigma \Delta l_i u_i = \Sigma r_i u_i (T_i + X u_i).$$

Fiindcă pentru starea u a forțelor intervin ca forțe exterioare numai cele două tracțiuni de câte 1 t din bara excedentă, ele pot fi cuprinse în suma de mai sus, care trebue extinsă numai asupra tuturor barelor, inclusiv a celei excedente. Ecuația lucrului mecanic e deci

$$\Sigma r_i u_i (T_i + X u_i) = 0,$$

de unde
$$X = -\frac{\Sigma r_i u_i T_i}{\Sigma r_i u_i^2}.$$

Fiindcă sumele se pot calcula din cele două planuri ale forțelor, urmează din ultima ecuație forța static nedeterminată X a barei. Alte probleme de teoria construcțiilor cu zăbrele în vol. III, sect. Statica construcțiilor.

Principiul deplasărilor virtuale poate fi transformat în punct de plecare pentru întreaga mecanică, fiindcă din el se pot deduce toate celelalte teoreme.

f) Feluri de echilibru

1. Echilibrul unui corp se numeşte stabil (sigur) dacă, la o mică perturbare care-l scoate infinit puţin din poziţia de echilibru, corpul revine dela sine în poziţia de echilibru.

2. Echilibrul unui corp se numeşte labil (nesigur) dacă, la o mică perturbare care-l scoate infinit puţin din poziţia de echilibru, corpul nu mai revine în poziţia de echilibru iniţială, ci tinde spre o altă poziţie de echilibru, stabilă.

3. Echilibrul se numeşte indiferent (neutru), dacă există în vecinătatea lui imediată tot poziţii de echilibru.

4. Drept criteriu al felului de echilibru poate servi energia potenţială, dacă forţele derivă dintr'un potenţial, adică dacă există o funcţiune de poziţie $U(x, y, z)$, din care se obţine prin derivare după o orientare oarecare componenta forţei în această orientare, de ex. dacă cele trei componente rectangulare X, Y, Z ale forţei se obţin din

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad Y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad Z = -\frac{\partial U}{\partial z}.$$

U se numeşte în acest caz potenţialul forţelor. Potenţialul unui corp de greutatea G e $U = G h$, unde h e înălţimea corpului deasupra unui plan orizontal ales drept poziţie zero.

In echilibru trebue ca derivatele lui U după coordonate să fie zero, adică U trebue să aibă o valoare extremă sau să fie constant, Dacă U e maximum, echilibrul e labil; dacă U e minimum, echilibrul e stabil; dacă U e constant pentru toate poziţiile vecine, echilibrul e indiferent.

Dacă nu există un potenţial al forţelor, se poate folosi drept criteriu pentru felul de echilibru lucrul mecanic pe care-l efectuează toate forţele la o mică variaţiune de poziţie: După principiul deplasărilor virtuale, în cazul echilibrului lucrul mecanic efectuat de toate forţele, la orice deplasare virtuală infinit mică, e mereu zero. Spre a decide în problema felului de echilibru, trebue ca expresiunea lucrului mecanic efectuat de forţe, la o mică variaţiune a coordonatelor poziţiei de echilibru, să fie desvoltată după aceste mici variaţiuni ale coordonatelor, desvoltare în care termenul infinit mic de primul ordin trebue să fie zero după principiul deplasărilor virtuale, pe când termenii infinit mici de al doilea ordin hotărăsc asupra felului de echilibru. Dacă pentru toate deplasările virtuale acest lucru e negativ, echilibrul e stabil; dacă se poate indica însă o variaţiune virtuală oarecare a echilibrului, pentru care lucrul mecanic al forţelor e pozitiv, echilibrul e labil. La echilibrul indiferent se anulează, în expresiunea lucrului mecanic efectuat de forţe la o mică deplasare virtuală din poziţia de echilibru, afară de termenii infinit mici de primul ordin, şi cei de al doilea ordin.

Exemplu: In fig. 39 (p. 338) e vorba de o poziţie de echilibru labilă. Pentru determinarea stabilităţii unui corp serveşte următoarea consideraţiune: Dacă un corp se sprijină pe un plan fără o fixare deosebită (de ex. o macara pivotantă cu

braţ), intervine numai greutatea proprie (inclusiv o eventuală contragreutate) drept singură rezistenţă contra unei forţe răsturnătoare (sarcina de ridicat). Momentul greutăţii proprii în raport cu muchia de răsturnare în chestiune se numeşte momentul de stabilitate, momentul forţelor răsturnătoare în raport cu muchia momentul de răsturnare. Pentru ca să nu se răstoarne corpul, trebue să avem totdeauna: momentul de stabilitate > momentul de răsturnare.

Drept măsură a gradului de stabilitate a unui sistem mecanic poate servi viteza cu care corpul deranjat revine în poziţia de echilibru. In cazul oscilaţiilor în jurul poziţiei de echilibru serveşte în acest scop frecvenţa oscilaţiei. Gradul de stabilitate al regulatoarelor în vol. II, secţ. Organe de maşini.

C. Centrul de masă şi momentele de ordinul al doilea ale maselor

a) Centru de masă şi centru de greutate

I. Generalităţi

Un sistem de puncte materiale cu masele $m_1, m_2, m_3, \ldots$, a cărui masă totală e

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots = \Sigma m_i,$$

determină prin poziţia relativă a punctelor materiale **centrul de masă**, definit de ecuaţia:

$$m\bar{s} = m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2 + m_3\bar{r}_3 + \ldots = \Sigma m_i \bar{r}_i,$$

în care $\bar{s}$ e raza vectoare din spre un punct oarecare O spre centrul de masă, iar $\bar{r}_i$ e raza vectoare din acelaşi punct O spre punctul material n. Suma se extinde asupra tuturor punctelor materiale ale sistemului (fig. 41).

Dacă definiţia de mai sus a centrului de masă, care reprezintă o efectuare de medie, se aplică unui al punct O', din care se duc razele vectoare $\bar{r}_i' = \bar{a} + \bar{r}_i$, urmează $m\bar{s}' = \Sigma m_i \bar{r}_i' = \Sigma m_i(\bar{a} + \bar{r}_i) = m(\bar{a} + \bar{s})$, ceea ce arată că extremitatea lui $\bar{s}'$ determină acelaşi punct S ca şi extremitatea vectorului $\bar{s}$. **Centrul de masă** S **e deci independent de alegerea punctului de referinţă** şi determinat numai de masele m_i şi de poziţia lor relativă. Centrul de masă se numeşte şi **centru de greutate** (v. m. j.).

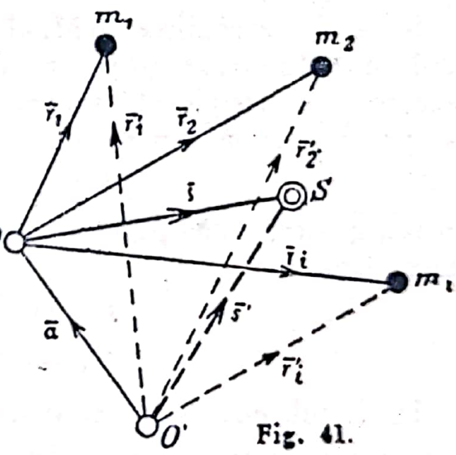


Fig. 41.

Produsul $m\bar{s}$ se numeşte momentul lui m în raport cu O; $m_i\bar{r}_i$ momentul lui m_i în raport cu O. Dacă punctul de referinţă coincide cu centrul de masă, avem $\bar{s} = 0$. Pentru centrul de masă ca punct de referinţă avem deci $\Sigma m_i \bar{r}_i = 0$. La **repartiţie continuă a masei** intervine o integrală în locul sumei efectuate asupra momentelor diferitelor puncte materiale: $m\bar{s}\int \bar{r}\,dm.$

Mai sus $\bar{r}$ e raza vectoare din spre punctul comun de referinţă O spre elementul de masă dm.

Centrul de masă sau centrul de greutate al unui sistem de puncte materiale se poate găsi şi determinând mai întâi **centre de greutate parţiale ale unor grupuri separate de puncte** din sistem, în cari se consideră concentrate masele grupurilor de puncte, şi căutând pe urmă centrul de greutate al acestora, care e totodată centrul de greutate al întregului sistem de puncte materiale. Aceasta urmează din ecuaţia de definiţie a centrului de greutate (v. m. s.).

Dacă întregul sistem se descompune numai în două grupuri de puncte materiale m_1 și m_2 cu centrele de greutate $\overline{S}_1$ și $\overline{S}_2$, avem

$$m\overline{s} = m_1\,\overline{s}_1 + m_2\,\overline{s}_2.$$

De mai sus urmează, pentru centrul de masă ca punct de referință:

$$0 = m_1\,\overline{s}_1 + m_2\,\overline{s}_2,$$

adică centrul de masă se găsește pe segmentul dintre S_1 și S_2, pe care-l împarte invers proporțional cu masele m_1 și m_2. Aceeași relațiune există între două forțe paralele și de același sens $\overline{P}_1$ și $\overline{P}_2$ și rezultanta lor $\overline{R} = \overline{P}_1 + \overline{P}_2$. Ultima trece totdeauna printr'un punct al segmentului dintre punctele de aplicație A_1 și A_2 ale forțelor, care împarte segmentul $A_1 A_2$ în raportul invers al celor două forțe, așa încât, la rotirea forțelor în jurul punctelor lor de aplicație cu menținerea paralelismului, rezultanta se rotește la fel în jurul acestui punct; de aceea el se numește *centrul celor două forțe paralele*. In cazul *mai multor forțe paralele* se aplică o considerație corespunzătoare: Centrul forțelor paralele coincide cu centrul de masă care se obține dacă se trec, în punctele de aplicație ale forțelor paralele, mase proporționale cu forțele respective. Forțele de gravitație pot fi considerate drept un astfel de sistem de forțe paralele, așa încât rezultanta forțelor de gravitație trebue să treacă totdeauna prin centrul de masă, oricum s'ar roti corpul; *de aceea centrul de masă se numește și centru de greutate.*

Spre a determina centrul de greutate al unui volum V, se presupune volumul încărcat uniform cu masă și se determină centrul de masă al acestei repartiții a masei. La densitate constantă ρ a masei avem $m = V\rho$ și $m_i = v_i\,\rho$ și

$$V\overline{s} = \Sigma\, v_i\,\overline{r}_i \text{ resp. } = \int \overline{r}\,dv.$$

Analog urmează pentru centrul de greutate al unei suprafețe F sau al unei linii L:

$$F\overline{s} = \Sigma\, f_i\,\overline{r}_i \text{ resp. } = \int \overline{r}\,df$$

$$L\overline{s} = \Sigma\, l_i\,\overline{r}_i \text{ resp. } = \int \overline{r}\,dl.$$

In locul ecuației vectoriale de definiție pentru centrul de greutate se pot trece și trei ecuații în componente. Dacă x_s, y_s, z_s sunt coordonatele centrului de masă și x_i, y_i, z_i coordonatele diferitelor puncte materiale, avem

$$m\,x_s = \Sigma\, m_i\,x_i \text{ resp. } = \int x\,dm$$

$$m\,y_s = \Sigma\, m_i\,y_i \text{ resp. } = \int y\,dm$$

$$m\,z_s = \Sigma\, m_i\,z_i \text{ resp. } = \int z\,dm.$$

Dacă $x_s = 0$, adică dacă planul $y\,z$ trece prin centrul de greutate (e un *plan de greutate*), avem $\int x\,dm = 0$. In general distanța x_s a centrului de greutate a unei repartiții de masă dela un plan, care poate fi ales drept plan $y\,z$, se găsește din: $m\,x_s = \int x\,dm$.

Dacă $\int x\,dm = 0$ și $\int y\,dm = 0$, axa z e o *dreaptă de greutate*, fiindcă trece prin centrul de greutate.

Dacă un corp are un plan de simetrie, o axă de simetrie sau un centru geometric, centrul de masă se găsește în ele.

Scanned with OKEN Scanner

II. Determinări de centre de greutate

Metodă analitică. Dacă masa e repartizată omogen, se poate întrebuința metoda analitică. Adesea această metodă nu se poate întrebuința însă din cauza dificultății integrărilor.

Determinarea practică a centrului de greutate al unei repartiții continue de masă. Masa totală se împarte astfel, încât să se poată determina cu ușurință centrele de greutate parțiale, și se determină grafic centrul de greutate S al sistemului de puncte obținut astfel, după ecuația $m\bar{s} = \Sigma m_i \bar{r}_i$ (fig. 42a și b).

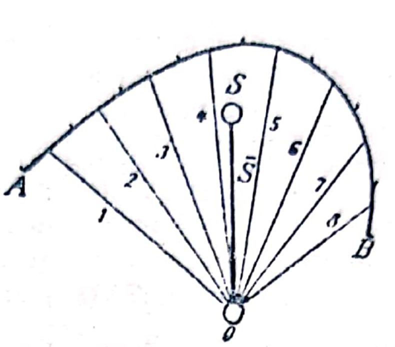


Fig. 42 a.

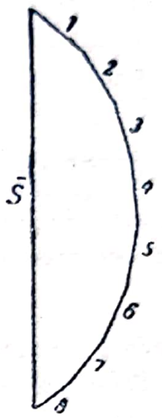


Fig. 42 b.

Arcul AB, al cărui centru de greutate e de determinat, se împarte de ex. în opt părți de arc de lungimi egale, așa încât în suma geometrică $\Sigma m_i \bar{r}_i$ masele m_i sunt toate egale. Uneori se recomandă, la suprafețe plane prin împărțirea în fâșii paralele, sau la linii prin împărțirea în segmente, ale căror centre de greutate se pot indica ușor, determinarea centrului de greutate cu ajutorul poligonului funicular, aplicând în centrele de greutate parțiale forțe paralele, proporționale cu fâșiile respectiv segmentele, și determinându-le rezultanta. Efectuând această operațiune pentru două direcțiuni perpendiculare una pe alta, se obține centrul de greutate căutat la intersecțiunea celor două rezultante (fig. 43).

Uneori se reușește să se determine și pe altă cale drepte de greutate, prin a căror intersecțiune se obține centrul de greutate, de ex. la un patrulater plan (p. 344).

Aceeași metodă se poate aplica pe cale experimentală, suspendând corpul în diferite puncte. Firul de care atârnă corpul determină de fiecare dată câte o dreaptă de greutate (determinarea centrului de greutate al avioanelor sau locomotivelor).

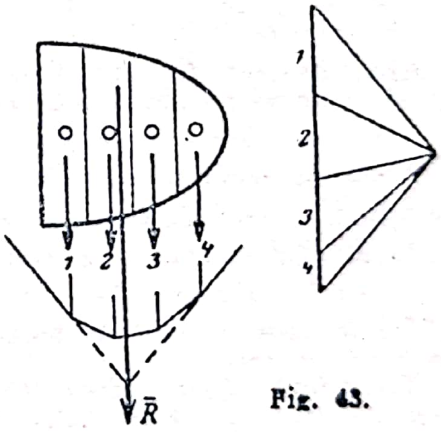


Fig. 43.

Determinarea centrului de greutate al unei jumătăți din suprafața unei elipse. Una din dreptele de greutate e axa de simetrie a jumătății de elipsă, cealaltă e construită cu ajutorul poligonului funicular.

Determinarea centrului de greutate al unei suprafețe de revoluție F sau al unui corp de revoluție V, când e dată curba meridiană $y = f(x)$ cu axa de rotațiune drept axă x și cu elementul de linie $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, se face după reguli speciale. In primul rând, centrul de greutate se găsește pe axa x, care e o dreaptă de greutate, din cauze de simetrie. Dacă suprafața resp. corpul de revoluție se extinde între coordonatele x_1 și x_2, poziția x_s a centrului de greutate e dată de relațiunile următoare:

pentru suprafața de revoluție:

$$F x_s = 2\pi \int_{x_1}^{x_2} x y \, ds \quad \text{sau} \quad x_s = \int_{x_1}^{x_2} x y \, ds \Big/ \int_{x_1}^{x_2} y \, ds;$$

pentru corpul de revoluție:

$$V x_s = \pi \int_{x_1}^{x_2} x y^2 \, dx \quad \text{sau} \quad x_s = \int_{x_1}^{x_2} x y^2 \, dx \Big/ \int_{x_1}^{x_2} y^2 \, dx.$$

Privitor la legătura dintre poziția centrului de greutate al unei curbe resp. al unei suprafețe plane și dintre suprafața resp. volumul corpului de revoluție care are

Scanned with OKEN Scanner

curba amintită drept curbă meridiană resp. suprafaţa amintită drept suprafaţă meridiană, v. teoremele lui Guldin resp. Pappus („Matematici", p. 217).

Exemple generale în Rötscher, Einfache Verfahren zur Ermittlung des Schwerpunktes, des Rauminhaltes und der Momente höherer Ordnung. ZVDI 80 (1936), p. 1351.

III. Poziţiile centrelor de greutate ale liniilor, suprafeţelor şi corpurilor importante în tehnică

Pentru centrele de greutate ale profilelor laminate, v. Tehnologia materialelor

In figurile de mai jos centrul de greutate e notat cu S

Segmentul drept: S e în mijlocul segmentului.

Conturul triunghiului: Dacă A_1, B_1, C_1 sunt mijlocurile laturilor a, b, c, S se găseşte în centrul cercului înscris triunghiului $A_1 B_1 C_1$. Distanţa x_s dintre centrul de greutate şi latura a e

$$x_s = (h_a/2)\,(b+c)/(a+b+c),$$

unde h_a e înălţimea corespunzătoare laturii a.

Conturul paralelogramului: S se găseşte în punctul de intersecţiune al diagonalelor.

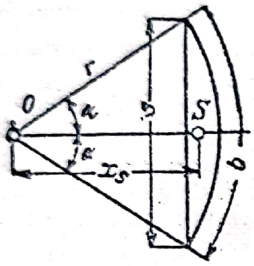


Fig. 44.

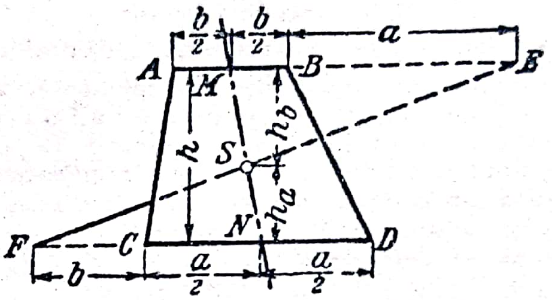


Fig. 46.

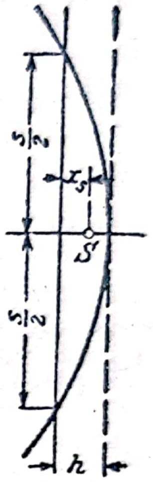


Fig. 45.

Arcul de cerc (fig. 44): S se găseşte pe bisectoarea unghiului la centru, la distanţa $x_s = r\,s/b = r \sin\alpha/\text{arc}\,\alpha$ de centru.

$$\text{arc}\,\alpha = \pi\,\alpha^\circ/180^\circ = \text{semiunghiul la centru în radiani.}$$

Arcul de semicerc: $x_s = 2\,r : \pi = 0{,}6366\ r$, arcul de sfert de cerc: $x_s = 2\,r\sqrt{2} : \pi = 0{,}9003\ r$, arcul de şesime de cerc: $x_s = 3\ r : \pi = 0{,}9549\ r$.

Arcul plat oarecare (fig. 45): Distanţa $x_s \approx {}^2/_3 \cdot h$.

Preciziunea: Faţă de valoarea exactă, x_s e mai mare cu mai puţin de $0{,}5\,\%$ în cazul arcului de şesime de cerc şi cu mai puţin de $1{,}1\,\%$ în cazul arcului de sfert de cerc.

Triunghiul: S se găseşte la intersecţiunea medianelor. Distanţa dintre centrul de greutate şi o latură e egală cu o treime din înălţimea corespunzătoare. Dacă vârfurile au coordonatele x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3, coordonatele centrului de greutate sunt:

$$x_s = {}^1/_3 \cdot (x_1 + x_2 + x_3),\quad y_s = {}^1/_3 \cdot (y_1 + y_2 + y_3),\quad z_s = {}^1/_3 \cdot (z_1 + z_2 + z_3)$$

Paralelogramul: S se găseşte în punctul de intersecţiune a diagonalelor.

Trapezul: 1. S se găseşte pe segmentul dintre centrele M şi N ale laturilor paralele a şi b (fig. 46). Distanţele h_a şi h_b sunt:

$$h_a = \frac{h}{3}\,\frac{a+2\,b}{a+b}$$

$$h_b = \frac{h}{3}\,\frac{2\,a+b}{a+b}$$

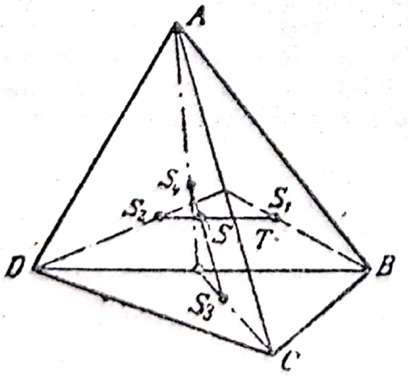


Fig. 48.

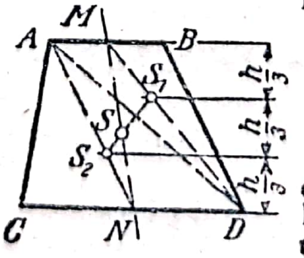


Fig. 47.

de unde construcţia: pe prelungirile laturilor paralele se trec $BE = a$, $CF = b$. EF intersectează pe MN în S.

2. Se descompune trapezul în două triunghiuri (fig. 47) cu centrele de greutate S_1 şi S_2. Segmentul $S_1 S_2$ intersectează pe MN în S.

Patrulaterul: Se descompune patrulaterul printr'o diagonală în două triunghiuri cu centrele de greutate S_1 şi S_2 (fig. 48), prin cealaltă diagonală în alte două triunghiuri

Scanned with OKEN Scanner

cu centrele de greutate S_3 și S_4. Segmentele $S_1 S_2$ și $S_3 S_4$ se intersectează în S (avem $S_1 S_2 \parallel BD$; $S_3 S_4 \parallel CA$, așa încât trebue determinate numai centrele de greutate S_1 și S_3). Fiindcă $SS_2 = S_1 T$, ajunge să se traseze numai linia de greutate $S_1 S_2$ și să se facă $S_2 S = S_1 T$.

Poligonul: Se descompune poligonul în triunghiuri, li se calculează ariile f, se iau abscisele și ordonatele tuturor centrelor de greutate ale triunghiurilor: x_1, x_2, x_3 și y_1, y_2, y_3, și teorema momentelor dă

$$F x_S = \Sigma f(x_1 + x_2 + x_3)/3 \qquad \text{și} \qquad F y_S = \Sigma f(y_1 + y_2 + y_3)/3,$$

sau se aplică metoda generală din p. 343.

Poligonul regulat: Centrul de greutate se găsește în centrul poligonului.

Sectorul de cerc (fig. 49): Cu arc $\alpha = \pi\alpha^\circ/180^\circ$ avem

$$x_S = \frac{2}{3} r \frac{s}{b} = \frac{2}{3} \frac{r \sin\alpha}{\text{arc}\,\alpha} = 38{,}1972 \frac{r \sin\alpha}{\alpha^\circ} = \frac{r^2 s}{3F},$$

unde $F = r^2$ arc α e aria sectorului.

Aria jumătății de cerc: $x_s = \frac{4}{3}\frac{r}{\pi} = 0{,}4244\, r$; aria sfertului de cerc:

$x_s = \frac{4}{3}\frac{\sqrt{2}}{\pi} r = 0{,}6002\, r$; aria șesimii de cerc: $x_s = \frac{2}{\pi} r = 0{,}6366\, r$.

Segmentul de cerc (fig. 50): Avem

$$x_S = \frac{s^3}{12F} = \frac{2}{3}\frac{r^3 \sin^3\alpha}{F} = \frac{4}{3}\frac{r \sin^3\alpha}{\text{arc}\,2\alpha - \sin 2\alpha},$$

unde $F = \frac{1}{2} \cdot r^2\,(\text{arc}\,2\alpha - \sin 2\alpha)$ e aria segmentului de cerc.

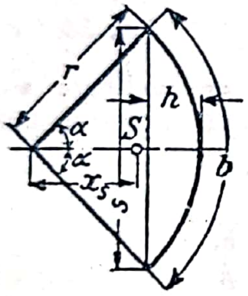


Fig. 49

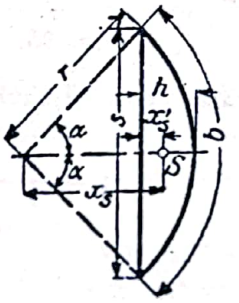


Fig. 50.

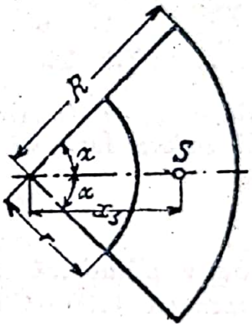


Fig. 51.

Porțiunea de coroană circulară (fig. 51):

$$x_S = \frac{2}{3}\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\frac{\sin\alpha}{\text{arc}\,\alpha} = 38{,}1972 \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\frac{\sin\alpha}{\alpha^\circ}.$$

Segmentul de elipsă (fig. 52): Centrele de greutate S ale segmentelor simetrice de elipsă $A_1 B_1 C$ și $A_2 B_2 C$ coincid cu centrul de greutate al segmentului ABC al unui cerc, al cărui diametru e axa principală perpendiculară pe coarda segmentului de elipsă. Această relațiune se bazează pe faptul că elipsa e o figură afină cercului; în general avem teorema: în orice reprezentare afină a unei figuri plane, punctul care reprezintă centrul de greutate e centrul de greutate al figurii-imagine afină.

Suprafața de parabolă (fig. 53):

$x_{s_1} = 3/_5 \cdot a$, $y_{s_1} = 3/_8 \cdot b$ pt. S_1,
$x_{s_2} = 3/_{10} \cdot a$, $y_{s_2} = 3/_4 \cdot b$ pt. S_2.

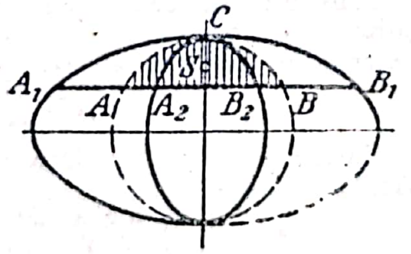


Fig. 52.

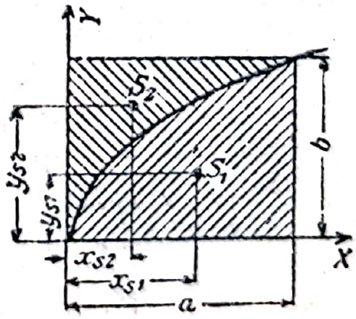


Fig. 53.

Zona și calota sferică: S se găsește în mijlocul înălțimii.

Suprafața laterală a conului circular drept: S se găsește pe segmentul dintre centrul de greutate al bazei și vârf (axa de greutate), la distanța de o treime din înălțime deasupra bazei.

Suprafața laterală a trunchiului de con circular drept: Dacă h e înălțimea trunchiului de con, r raza bazei superioare și R a celei inferioare, distanța dintre centrul de greutate și baza inferioară e $x_s = h/3 \cdot (R + 2r)/(R + r)$.

Scanned with OKEN Scanner

Prisma și cilindrul cu baze paralele: S se găsește în mijlocul segmentului dintre centrele de greutate ale bazelor.

Pentru centrul de greutate al cilindrului trunchiat oblic (fig. 54) avem:

$$x_S = \frac{\int x^2\, df}{\int x\, df} \qquad y_S = \frac{\int x y\, df}{\int x\, df} \qquad z_S = {}^1/_2 \cdot x_S \operatorname{tg} \alpha.$$

$M_y = \int x\, df$ e momentul static, $J_y = \int x^2\, df$ momentul de inerție al bazei în raport cu axa y, iar $J_{xy} = \int xy\, df$ momentul centrifugal al bazei față de axele x și y (p. 347). Dacă baza e simetrică față de o paralelă cu axa y, avem: $y_s = \frac{\int y\, df}{\int df}$, adică egal cu distanța dintre centrul de greutate și bază.

Cilindrul circular drept, tăiat oblic: Fie (fig. 55) planul $x\,y$ plan de simetrie, h lungimea axei, r raza cercului-bază, α unghiul de inclinare a secțiunii oblice față de bază; avem

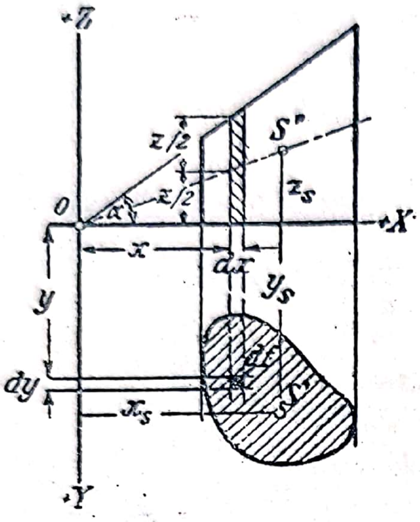


Fig. 54.

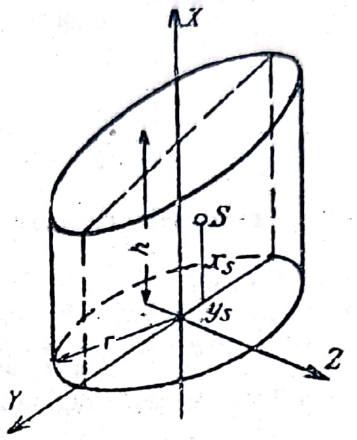


Fig. 55.

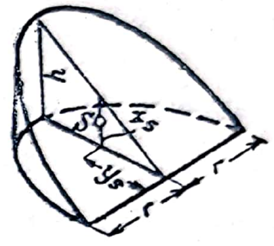


Fig. 56.

$$y_S = \frac{1}{4} \frac{r^2 \operatorname{tg} \alpha}{h} \qquad x_S = \frac{h}{2} + \frac{1}{8} \frac{r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{h}.$$

Copita cilindrică (fig. 56): $y_s = {}^8/_{16} \cdot \pi\, r \qquad x_s = {}^3/_{32} \cdot \pi\, h.$

Suprafața laterală a copitei: $y_s = {}^1/_4 \cdot \pi\, r \qquad x_s = {}^1/_8 \cdot \pi\, h.$

Copita goală (R raza exterioară, r cea interioară, H înălțimea exterioară, h cea interioară):

$$y_s = {}^3/_{16} \cdot \pi\, (R^4 - r^4)/(R^3 - r^3) \qquad x_s = {}^3/_{32} \cdot \pi\, (H^4 - h^4)/(H^3 - h^3).$$

Piramida și conul: S se găsește pe axa de greutate, cu un sfert din înălțime deasupra bazei.

Trunchiul de piramidă: Dacă h e înălțimea trunchiului de piramidă și A și B ariile bazelor, distanța dintre centrul de greutate și baza A e:

$$x_S = \frac{h}{4} \frac{A + 2\sqrt{AB} + 3B}{A + \sqrt{AB} + B}.$$

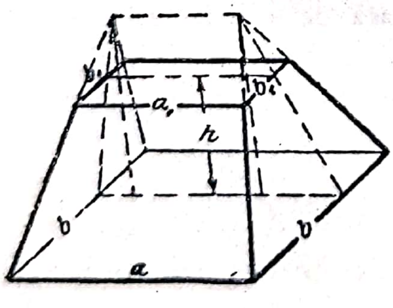


Fig. 57.

Trunchiul de con circular: Dacă h e înălțimea trunchiului de con și R și r razele bazelor, distanța dintre centrul de greutate și baza cu raza R e:

$$x_s = \frac{h}{4} \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}$$

Obeliscul (fig. 57): Distanța dintre centrul de greutate și baza $a\,b$ e:

$$x_s = \frac{h}{2} \frac{a b + a b_1 + a_1 b + 3 a_1 b_1}{2 a b + a b_1 + a_1 b + 2 a_1 b_1}.$$

Pana: Cu $b_1 = 0$ urmează din formula de mai sus distanța dintre centrul de greutate și baza $a\,b$:

$$x_s = \frac{h}{2} \frac{a + a_1}{2a + a_1}.$$

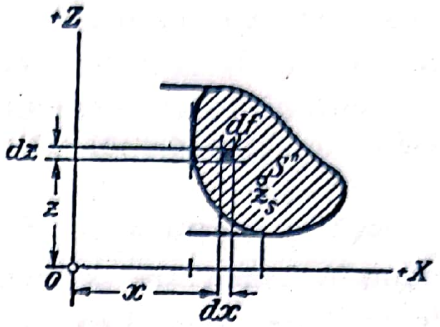
Volumul calotei sferice: Cu notațiile din fig. 50 (p. 345).

$$x_s = \frac{3}{4} \frac{(2r - h)^2}{3r - h}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Această formulă e valabilă şi pentru volumul calotei acelui elipsoid de revoluţie, a cărui axă de revoluţie e egală cu diametrul sferei. Distanţa până la secţiunea circulară corespunzătoare a sferei cu raza $s = 2\rho$ e

$$x_s' = \frac{b}{2} \cdot \frac{b^2 + 2\rho^2}{b^2 + 3\rho^2} = \frac{b}{4} \cdot \frac{4r - b}{3r - b}.$$



Emisfera: $x_s = {}^3/_8 \cdot r$.

Emisfera goală: $x_s = \frac{3}{8} \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}$.

Sectorul sferic: Notaţiile ca în fig. 49 (p. 345): $x_s = {}^3/_8 \cdot (1 + \cos\alpha)\, r = {}^3/_8 \cdot (2r - b)$.

Paraboloidul de revoluţie: Dacă axa parabolei generatoare e axă de revoluţie, b distanţa dintre bază şi vârf, distanţa dintre centrul de greutate şi bază e $x_s = {}^1/_3 \cdot b$.

Elipsoidul cu trei axe inegale cu semiaxele a, b, c. Pentru octant avem
$x_s = {}^3/_8 \cdot a$, $y_s = {}^3/_8 \cdot b$ $z_s = {}^3/_8 \cdot c$.

Pentru sectorul unui corp inelar (fig. 58) avem: Centrul de greutate coincide cu al unui arc de cerc cu raza $\rho = \int x^2\, df : \int x\, df = J_z / M_z$; dacă α e jumătate din unghiul la centru al sectorului avem, după formula pentru arcul de cerc, drept distanţă dintre centrul de greutate şi axa de revoluţie

$$x_s = \rho \sin\alpha / \text{arc}\,\alpha$$

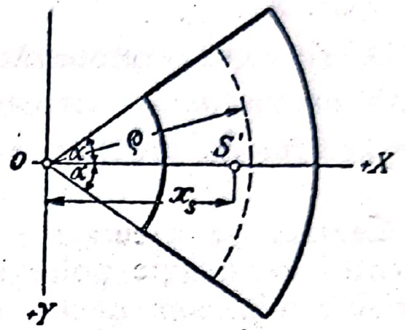


Fig. 58.

şi pentru distanţa dintre centrul de greutate şi planul xy

$$z_s = \int xz\, df / \int x\, df.$$

Dacă suprafaţa generatoare a corpului inelar e simetrică faţă de o paralelă cu axa de revoluţie, avem

$$z_s = \int z\, df / \int df,$$

adică egală cu distanţa centrului de greutate al suprafeţei generatoare.

b) Momente de inerţie şi centrifugale

I. Momente de inerţie şi centrifugale pentru corpuri

Momentul de inerţie e totdeauna o mărime pozitivă cu unitatea kgm s² (p. 312). La corpurile omogene masa invariabilă se poate scoate factor comun în faţa sumei sau a integralei, şi rămâne momentul de inerţie al corpurilor geometrice $\int a^2\, dv$ resp. $\int r^2\, dv$ (p. 349).

1. **Momentul de inerţie axial** J_A al unui corp, faţă de o axă A, e suma produselor elementelor de masă dm prin pătratele distanţelor lor a dela axă:

$$J_A = \int a^2\, dm \text{ resp. } = \Sigma\, a_i^2\, m_i\,.$$

2. **Momentul de inerţie polar** J_O al unui corp, faţă de un punct O, e suma produselor elementelor de masă dm prin pătratele distanţelor lor r dela punctul de referinţă O:

$$J_O = \int r^2\, dm \text{ resp. } = \Sigma\, r_i^2\, m_i\,.$$

Momentul de inerţie planar al unui corp faţă de un plan e suma produselor elementelor de masă dm prin pătratele distanţelor lor dela plan.

Momentul de inerţie se mai poate scrie şi cum urmează:

$$J = m\, k^2.$$

Mai sus $m = \Sigma m_i$ resp. $\int dm$ e masa totală a corpului, iar k se numeşte raza de inerţie sau de giraţie. Masa totală a corpului ar trebui concentrată punctiform la distanţa k (de axa A, punctul O resp.

planul P, n. tr.) spre a obţine acelaşi moment de inerţie. In practica tehnică se întrebuinţează adesea în locul momentului de inerţie momentul de impuls GD^2, unde $G = mg$ e greutatea corpului iar $D = 2k$ diametrul lui de inerţie; deci $GD^2 = 4 g J_{masă}$. Pentru momentul de impuls se obişnueşte unitatea kgm², pentru valori mai mari tm².

Relaţiuni între momentul de inerţie polar şi axial. Pentru trei axe trirectangulare A_1, A_2, A_3, cari concură într'un punct O, avem:

$$J_O = \tfrac{1}{2}\cdot(J_{A_1} + J_{A_2} + J_{A_3}).$$

Dacă se notează cu J_s momentul de inerţie faţă de o dreaptă de greutate, momentul de inerţie J_A faţă de o axă A paralelă cu dreapta de greutate şi la distanţa e de ea e (teorema lui Steiner):

$$J_A = J_s + m e^2.$$

O relaţiune corespunzătoare există între momentul de inerţie polar J_O faţă de un punct oarecare O şi momentul de inerţie polar $(J_O)_s$ faţă de centrul de greutate, care se găseşte la distanţa e de O:

$$J_O = (J_O)_s + m e^2.$$

Centrul de greutate e deci singular, în înţelesul că faţă de el momentul de inerţie polar e minimum; de asemenea, momentul de inerţie axial e minimum pentru dreapta de greutate, între momentele de inerţie în raport cu axele paralele cu ea. Dacă J_1 şi J_2 sunt momentele de inerţie a două corpuri, raportate la două drepte de greutate paralele, momentul de inerţie al corpului compus din cele două, raportat la dreapta sa de greutate paralelă cu primele două, e

$$J = J_1 + J_2 + e^2 m_1 m_2 / (m_1 + m_2),$$

e fiind distanţa dintre cele două drepte de greutate ale maselor m_1 şi m_2 ale corpurilor.

3. Momentul centrifugal sau momentul de deviaţie sau produsul de inerţie al unui corp faţă de două plane e suma produselor elementelor de masă dm prin produsul distanţelor lor perpendiculare x şi y dela cele două plane:

$$J_{xy} = \int xy\,dm \text{ resp. } = \Sigma\, x_i y_i m_i.$$

De obiceiu cele două plane sunt perpendiculare unul pe altul, aşa încât x şi y sunt coordonate rectangulare. Momentul centrifugal poate fi pozitiv, negativ sau zero. El are aceeaşi dimensiune ca şi momentul de inerţie (de ex. kgm s²).

Fie J_{yz}, J_{zx}, J_{xy} momentele centrifugale ale unui corp, al cărui centru de greutate coincide cu originea sistemului de coordonate xyz; momentele centrifugale corespunzătoare, raportate la un sistem de coordonate $x'y'z'$, paralel cu primul, în care coordonatele centrului de greutate al corpului sunt a, b, c, au valorile:

$$J_{y'z'} = J_{yz} + mbc, \qquad J_{z'x'} = J_{zx} + mca, \qquad J_{x'y'} = J_{xy} + mab.$$

Fie J_x, J_y şi J_z cele trei momente de inerţie axiale cunoscute ale unui corp, faţă de un sistem de axe trirectangulare iar J_{xy}, J_{yz} şi J_{zx} cele trei momente centrifugale; momentul de inerţie J_A faţă de o axă care trece prin origine şi formează cu cele trei axe de coordonate unghiurile α, β şi γ, se calculează în aceste condiţiuni din:

$$J_A = J_x \cos^2\alpha + J_y \cos^2\beta + J_z \cos^2\gamma - 2 J_{xy} \cos\alpha \cos\beta$$
$$- 2 J_{yz} \cos\beta \cos\gamma - 2 J_{zx} \cos\gamma \cos\alpha$$

Axe principale. Pentru fiecare punct al unui corp există un sistem de axe de coordonate trirectangulare față de care cele trei momente centrifugale J_{xy}, J_{yz} și J_{zx} sunt zero; aceste trei axe se numesc **axe principale** iar momentele de inerție axiale față de ele **momente de inerție principale**, cari se notează de cele mai multe ori cu A, B și C $(A > B > C)$. Dacă se pleacă dela cele trei axe de inerție principale, se obține momentul de inerție pentru o axă oarecare din:

$$J_A = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma.$$

Dacă un corp are un plan de simetrie, orice perpendiculară pe el e o axă principală de inerție. Axa de simetrie e una din cele trei axe principale de inerție pentru fiecare din punctele ei.

Elipsoidul de inerție. Luând pe fiecare axă, începând cu originea sistemului de coordonate, un segment egal cu $1/\sqrt{J_A}$, extremitățile acestor segmente se găsesc pe **elipsoidul de inerție al lui Poinsot** referitor la punctul O; axele lui principale coincid cu axele principale de inerție; ecuația lui e

$$A\xi^2 + B\eta^2 + C\zeta^2 = 1.$$

Mărimile semiaxelor principale sunt $1/\sqrt{A}$, $1/\sqrt{B}$ și $1/\sqrt{C}$. Elipsoidul de inerție privitor la centrul de greutate se numește **elipsoid central**; axele lui principale se numesc și axe libere ale corpului.

Afară de elipsoidul de inerție joacă rol important în teoria giroscopului (p. 387) **elipsoidul momentelor cantităților de mișcare.** El are aceleași direcțiuni ale axelor principale ca elipsoidul de inerție și satisface ecuația

$$\xi^2/A + \eta^2/B + \zeta^2/C = 1.$$

Lungimile semiaxelor principale ale elipsoidului momentelor cantităților de mișcare se raportă ca $\sqrt{A} : \sqrt{B} : \sqrt{C}$, adică sunt reciprocele lungimilor semiaxelor principale corespunzătoare ale elipsoidului de inerție.

II. Momente de inerție și centrifugale geometrice pentru suprafețe plane

Dimensiunea momentelor de inerție și centrifugale ale suprafețelor e cm^4 (p. 312).

1. **Momentul de inerție axial sau ecuatorial al unei suprafețe plane,** în raport cu o axă A din plan e suma produselor ariilor df ale elementelor de suprafață prin pătratele distanțelor lor perpendiculare a dela axă: $J_A = \int a^2\,df$.

2. **Momentul de inerție polar al unei suprafețe plane în raport cu un punct de referință** O din plan e suma produselor ariilor df ale elementelor de suprafață prin pătratele distanțelor lor r dela punctul de referință:

$$J_O = \int r^2\,df.$$

3. **Momentul centrifugal sau de deviație al unei suprafețe plane în raport cu două axe din plan** e suma produselor ariilor df ale elementelor de suprafață prin produsul distanțelor lor perpendiculare x și y dela cele două axe: $J_{xy} = \int xy\,df$.

Toate relațiunile valabile pentru momentele de ordinul al doilea ale maselor (v. sub I) rămân valabile mutatis mutandis, și se simplifică prin eliminarea celei de a treia coordonate. Intre momentul de inerție polar J_0 și momentele de inerție ecuatoriale J_x și J_y în raport cu două axe perpendiculare cari trec prin O avem

$$J_0 = \int r^2\,df = \int (x^2 + y^2)\,df = J_x + J_y.$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă se notează cu J_s momentul de inerție față de o dreaptă de greutate, momentul de inerție J_A în raport cu o axă paralelă A la distanța e e:

$$J_A = J_s + Fe^2,$$

unde F reprezintă întreaga suprafață. Analog pentru momentul de inerție polar $(J_O)_s$ în raport cu centrul de greutate și pentru momentul de inerție polar J_O în raport cu un punct oarecare, la distanța e de centrul de greutate:

$$J_O = (J_O)_s + F e^2.$$

Dacă se notează cu Jxy momentul centrifugal în raport cu două axe rectangulare cari trec prin centrul de greutate, momentul centrifugal $Jx'y'$ în raport cu două axe x' și y' paralele cu primele și la distanțele a și b de ele e:

$$Jx'y' = Jxy + F a b.$$

Două axe A_1 și A_2, pentru cari momentul centrifugal e zero, se numesc **conjugate**. Dacă cele două axe sunt perpendiculare una pe alta, ele se numesc **axe principale** pentru punctul lor de intersecțiune. Momentele de inerție ecuatoriale în raport cu cele două axe principale sunt cel mai mic și cel mai mare, între momentele de inerție ecuatoriale în raport cu toate axele cari trec prin punctul respectiv.

Dacă se cunoaște pentru două axe rectangulare momentul centrifugal Jxy și cele două momente de inerție ecuatoriale Jx și Jy, momentul de inerție în raport cu o axă inclinată sub unghiul α față de axa X e:

$$J\alpha = Jx \cos^2 \alpha + Jy \sin^2 \alpha - Jxy \sin 2\alpha.$$

Pentru orice punct al unei suprafețe există un sistem de axe rectangulare pentru care momentul centrifugal Jxy e zero; ambele axe se numesc **axe principale** și momentele de inerție în raport cu ele **momente de inerție principale**. Ele se notează de cele mai multe ori cu A și B $(A > B)$. Dacă se pleacă dela axele principale, momentul de inerție față de o axă oarecare α e:

$$J\alpha = A \cos^2 \alpha + B \sin^2 \alpha.$$

Din Jx, Jy și Jxy în raport cu un sistem oarecare de axe rectangulare se găsesc unghiurile α_0 și $90° + \alpha_0$ dintre axele principale și axa x din:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = 2\,Jxy/(Jy - Jx)$$

și mărimile A și B din:

$$A = (J_x + J_y)/2 + \sqrt{[(J_y - J_x)/2]^2 + J^2_{xy}}$$

$$B = (J_x + J_y)/2 - \sqrt{[(J_y - J_x)/2]^2 + J^2_{xy}}.$$

Luând pe fiecare axă, începând cu originea sistemului de coordonate, un segment egal cu $1/\sqrt{J\alpha}$, extremitățile tuturor acestor segmente se găsesc pe o elipsă, **prima elipsă de inerție**, ale cărei axe principale coincid cu axele principale de inerție și a cărei ecuație e

$$A\,\xi^2 + B\,\eta^2 = 1.$$

Elipsa de inerție pentru centrul de greutate se numește **elipsa centrală**.

Dacă se determină, pentru toate axele cari trec printr'un punct, razele de inerție k din $J_\alpha = F k^2$ și se duc la distanța k paralelele cu axele respective, aceste paralele înfășoară **a doua elipsă de inerție** (elipsa de inerție a lui **Culmann**). Prima și a doua elipsă de inerție sunt asemenea și situate asemenea.

Dacă pe **prima** axă principală (axa pentru $J = A$) care trece prin centrul de greutate S se trece de ambele părți ale lui S lungimea c determinată din $A - B = F c^2$, se obțin cele două **puncte fixe** F_1 și F_2 ale suprafeței F. Pentru acestea, momentele de inerție au aceeași valoare A în raport cu toate axele cari trec prin ele: elipsa de inerție e deci un cerc. Cu ajutorul punctelor fixe se pot determina ime-

Scanned with OKEN Scanner

diat pentru orice punct din planul figurii orientările celor două axe principale de inerție. Ele sunt bisectoarele unghiurilor celor două raze vectoare dintre punctele fixe și punctul de referință.

C e r c u l d e i n e r ț i e a l l u i M ö h r - L a n d. Dacă se dau pentru două axe rectangulare OX și OY (fig. 59) momentele de inerție J_x și J_y și momentul centrifugal J_{xy}, se trasează $OC = J_x$, $CD = J_y$ și $CT \perp OY$ și egal cu J_{xy}. In fig. 59, unde $J_x > J_y$, segmentul CT corespunde unei valori n e g a t i v e a lui J_{xy}. Dacă J_{xy} ar fi p o z i t i v, segmentul CT ar trebui trecut în dreapta axei y.

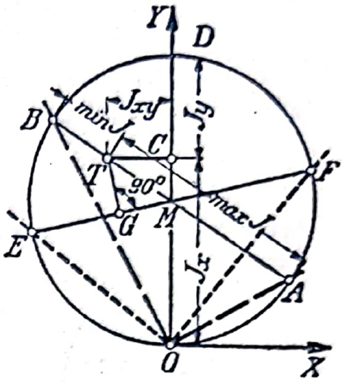


Fig. 59.

Cercul cu diametrul $OD = J_x + J_y = J_p$ (momentul de inerție polar în raport cu O) și cu centrul în M se numește c e r c u l d e i n e r ț i e pentru punctul O ca pol; punctul T se numește p u n c t u l p r i n c i p a l d e i n e r ț i e. Diametrul care trece prin T dă cele două a x e p r i n c i p a l e d e i n e r ț i e OA cu max $J = TA$ și OB cu min $J = TB$. Pentru două axe oarecari, perpendiculare una pe alta, de ex. OE și OF, perpendiculara TG coborîtă din T pe diametrul E dă momentul centrifugal și segmentele de dreaptă EG resp. FG momentele de inerție în raport cu OE resp. OF.

4. Determinarea momentelor de inerție ale porțiunilor de suprafețe plane. Pentru secțiunile cari intervin în construcțiile de poduri și metalice, momentele de inerție se iau din tablele existente: G e u s e n și M i l i c z e k, B ö h m și J o h n, S c h a r o w s k i, Z i m m e r m a n n, p r o f i l e l e s t a n d a r d i z a t e[1]); v. și sect. Materiale și volumul Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 258 ș. u.

Pentru secțiunile neregulate din construcția de mașini, metoda cea mai expeditivă e cea combinată analitic-grafică, analoagă cu cea pentru determinarea centrului de greutate (p. 343)[2]).

Secțiunea desenată la scară se descompune, prin paralele cu axa față de care e de determinat momentul de inerție, în fâșii atât de înguste, încât să poată fi considerate dreptunghiuri; se ia din desen aria f și distanța y a centrului de greutate și se formează suma $\sum y^2 f \approx J$. Calculul se efectuează de preferință sub forma de tablă.

Se presupune că fâșiile se aleg destul de înguste spre a putea neglija față de $y^2 f$ momentul de inerție al fâșiei în raport cu axa sa de greutate paralelă ($bh^3/12 = fh^2/12$).

Dacă vrem să nu mai descompunem mai întâi în fâșii porțiuni regulate mai mari din secțiune, pentru cari se poate indica de-a-dreptul poziția y a centrului de greutate, aria f și momentul de inerție i_s în raport cu axa de greutate paralelă, trebue să înlocuim pe $y^2 f$ prin $y^2 f + i_s$.

Dacă e să se determine momentul de inerție al unei secțiuni neregulate al cărei centru de greutate încă nu e cunoscut, în raport cu o axă de greutate dată numai prin direcțiunea ei, se calculează mai întâi ca mai sus momentul de inerție pentru o axă paralelă oarecare și se face reducerea la axa de greutate prin scăderea valorii $F\eta^2$; din calculul grupat în formă de tablă rezultă totodată și aria F ca și distanța η a centrului de greutate[3]).

III. Momentele de inerție ale liniilor, suprafețelor și corpurilor importante în tehnică

Ințelesul simboalelor. Indicele lui J indică axa momentului de inerție: J_p reprezintă momentul de inerție polar pentru polul indicat.

γ_l în kg/m = greutatea unității de lungime; momentul de inerție geometric rezultă din al masei prin suprimarea factorului γ_l/g.

γ_f în kg/m² = greutatea unității de suprafață; momentul de inerție geometric rezultă din al masei prin suprimarea factorului γ_f/g.

[1]) DIN-Taschenbuch 9, Berlin 1932, Beuth-Verlag. — [2]) R ö t s c h e r, Einfache Verfahren zur Ermittlung des Schwerpunktes, des Rauminhalts und der Momente höherer Ordnung, ZVDI 80 (1936), p. 1351. — [3]) v. și Fritz L o r e n z, Vorrichtung zur mechanischen Bestimmung von Flächenmomenten beliebiger Ordnung, Z. f. Instrumentenkunde 55 (1935), p. 213.

γ în kg/m³ = greutatea unității de volum; momentul de inerție geometric rezultă din cel al masei prin suprimarea factorului γ/g.

(Indicații mai detaliate privitoare la momentele de inerție ale formelor curente de secțiuni în sect. Rezistența materialelor sub Rezistența la încovoiere, ca și în sect. Materiale, la profilele standardizate germane.)

Presupunem figuri omogene; $M = G/g$ e masa figurii; presupunem că momentele de inerție ale masei sunt de calculat în kgm s², cele geometrice în m⁵ (pt. suprafețe m⁴, pt. linii m³); în aceste condițiuni se introduce accelerația gravitației g cu 9,81 m/s², greutatea G în kg, greutățile specifice γ, γ_f, γ_l (v. m. j.) în kg/m³, kg/m² resp. kg/m.

Segmentul drept de lungimea l; o extremitate pe axă, cealaltă la distanța r de axă

$$J = \frac{\gamma_l}{g}\, l\, \frac{r^2}{3} = M\,\frac{r^2}{3}\,.$$

Arcul de cerc cu raza r și unghiul la centru 2α (fig. 60).

$$J_x = \frac{\gamma_l}{g}\,\frac{r^3}{2}\,(\text{arc}\,2\alpha - \sin 2\alpha) = M\,\frac{r^2}{2}\left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{\text{arc}\,2\alpha}\right).$$

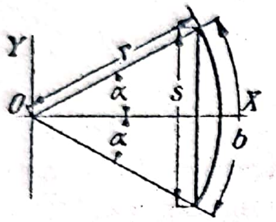


Fig. 60.

$$J_y = \frac{\gamma_l}{g}\,\frac{r^3}{2}\,(\text{arc}\,2\alpha + \sin 2\alpha) = M\,\frac{r^2}{2}\left(1 + \frac{\sin 2\alpha}{\text{arc}\,2\alpha}\right).$$

$$J_{po} = \frac{\gamma_l}{g}\, r^3\, \text{arc}\,2\alpha = M\, r^2.$$

Cerc întreg: $2\alpha = 360^0$, arc $2\alpha = 2\pi$.

$$J_{po} = \frac{\gamma_l}{g}\, r^3\, 2\pi = M\, r^2, \qquad J_x = J_y = J_d = \frac{\gamma_l}{g}\, r^3 \pi = M\,\frac{r^2}{2}\,.$$

Conturul elipsei: a semiaxa mare, b cea mică. Cu $k = \sqrt{1 - b^2/a^2}$ (excentricitatea numerică, v. Geometrie analitică, p. 135) avem:

$$M = \frac{\gamma_l}{g}\, 2\pi a\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 1\, k^2 - \left(\frac{1}{2\cdot 4}\right)^2 3\, k^4 - \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2 5\, k^6 - \left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}\right)^2 7\, k^8 - \ldots\right]$$

și momentul de inerție în raport cu axa mare

$$J_a = \frac{\gamma_l}{g}\, 2\pi a b^2\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{4}\, k^2 - \left(\frac{1}{2\cdot 4}\right)^2 \frac{3}{6}\, k^4 - \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2 \frac{5}{8}\, k^6 - \left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}\right)^2 \frac{7}{10}\, k^8 - \ldots\right].$$

Triunghiul: Centrul de greutate S (fig. 61).

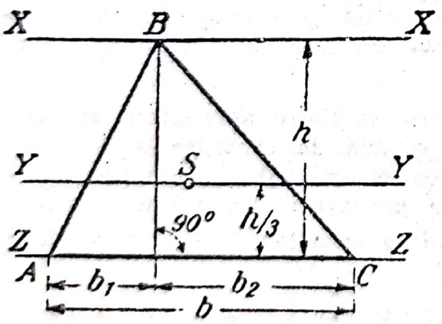


Fig. 61.

$$J_x = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b\,h^3}{4} = M\,\frac{h^2}{2},$$

$$J_y = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b\,h^3}{36} = M\,\frac{h^2}{18},$$

$$J_z = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b\,h^3}{12} = M\,\frac{h^2}{6},$$

$$J_H = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{h\,(b_1^3 + b_2^3)}{12} = M\,\frac{b_1^3 + b_2^3}{6\,b}.$$

pentru înălțimea prin B

$$J_{pB} = \frac{\gamma_f}{g}\left(\frac{b\,h^3}{4} + \frac{h\,(b_1^3 + b_2^3)}{12}\right),$$

$$J_{pS} = \frac{\gamma_f}{g}\left(\frac{b\,h^3}{36} + \frac{h\,(b_1^3 + b_2^3)}{12} - \frac{b\,h\,(b_2 - b_1)^2}{18}\right) = M\,\frac{a^2 + b^2 + c^2}{36}.$$

Pentru orice axă de greutate avem $J_s = M\,(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2)/12$, unde e_1, e_2, e_3 sunt distanțele dintre vârfuri și axă.

Triunghiu isoscel: $b_1 = b_2 = b/2$.

$$J_H = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b^3\,h}{48}\,. \qquad J_{pB} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b\,h\,(12\,h^2 + b^2)}{48} \qquad J_{pS} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b\,h\,(4\,h^2 + 3\,b^2)}{144}\,.$$

Scanned with OKEN Scanner

Patrulaterul; patrulaterul neregulat (fig. 62):

$$J_D = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{D(h_1^3 + h_2^3)}{12} = M\,\frac{1}{6}\,\frac{h_1^3 + h_2^3}{h_1 + h_2}.$$

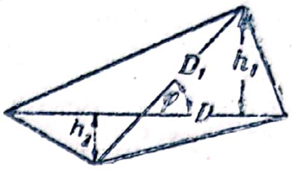


Fig. 62.

Paralelogramul

$$J_D = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{D D_1^3 \sin^3\varphi}{48} = M\,\frac{D_1^2 \sin^2\varphi}{24}.$$

Rombul:

$$J_D = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{D D_1^3}{48} = M\,\frac{D_1^2}{24}.$$

Dreptunghiul (fig. 63):

$$J_D = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{D^4 \sin^3\varphi}{48} = M\,\frac{D^2 \sin^2\varphi}{24},$$

$$J_x = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b h^3}{12} = M\,\frac{h^2}{12},$$

$$J_y = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b^3 h}{12} = M\,\frac{b^2}{12},$$

$$J_z = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b h^3}{3} = M\,\frac{h^2}{3},$$

$$J_{pS} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b h (b^2 + h^2)}{12} = M\,\frac{b^2 + h^2}{12}.$$

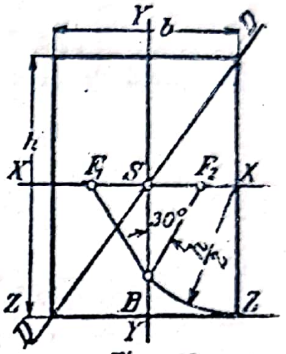


Fig. 63.

Punctele fixe ale secțiunii (v. p. 350) se găsesc ca în fig. 63: Se alege $XB = h/2$ și $\sphericalangle F_1BS$ egal cu $\sphericalangle F_2BS$ și egale cu $30°$; avem deci

$$F_1S = F_2S = c = \sqrt{(h/2)^2 - (b/2)^2}\,/\sqrt{3} = \sqrt{(J_x - J_y)/b\,h}.$$

Pătrat cu latura a:

$$J_x = J_y = J_D = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{a^4}{12} = M\,\frac{a^2}{12},$$

$$J_a = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{a^4}{3} = M\,\frac{a^2}{3} \qquad J_{pS} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{a^4}{6} = M\,\frac{a^2}{6}.$$

Trapez isoscel (fig. 64):

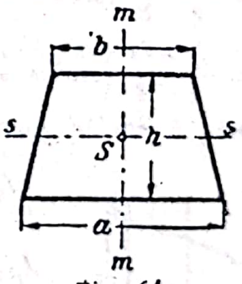


Fig. 64.

$$J_a = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{h^3(a + 3b)}{12} = M\,\frac{h^2}{6}\,\frac{a + 3b}{a + b},$$

$$J_b = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{h^3(3a + b)}{12} = M\,\frac{h^2}{6}\,\frac{3a + b}{a + b},$$

$$J_m = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{h}{48}\,\frac{a^4 - b^4}{a - b} = M\,\frac{a^2 + b^2}{24},$$

$$J_s = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{h^3}{36}\,\frac{a^2 + 4ab + b^2}{a + b} = M\,\frac{h^2}{18}\,\frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a + b)^2}.$$

Poligon regulat: latura a, numărul de laturi n, raza cercului înscris r, raza cercului circumscris R:

$$J_x = J_y = J_D = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{n a r (12 r^2 + a^2)}{48 \cdot 2} = M\,\frac{12 r^2 + a^2}{24 \cdot 2} = M\,\frac{6 R^2 - a^2}{12 \cdot 2}.$$

$$J_{po} = 2 J_x.$$

Cercul: Avem pentru orice diametru:

$$J_d = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi r^4}{4} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi d^4}{64} = M\,\frac{r^2}{4},$$

$$J_{po} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi r^4}{2} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi d^4}{32} = M\,\frac{r^2}{2}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Semicercul: Avem în raport cu diametrul-limită (axa x) și dreapta de simetrie (axa y):

$$J_x = J_y = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi r^4}{8} = M\,\frac{r^2}{4},$$

pentru centru
$$J_{po} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi r^4}{4} = M\,\frac{r^2}{2},$$

pentru centrul de greutate
$$J_{pS} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi r^4}{4}\left(1-\frac{32}{9\pi^2}\right) = M\,\frac{r^2}{2}\left(1-\frac{32}{9\pi^2}\right).$$

Coroana circulară: raza exterioară R, cea interioară r.

$$J_d = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi(R^4-r^4)}{4} = M\,\frac{R^2+r^2}{4}, \quad J_{po} = 2J_d.$$

Sectorul de cerc (notațiile din fig. 60, p. 352):

$$J_x = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{r^4}{8}(\text{arc}\,2\alpha - \sin 2\alpha) = M\,\frac{r^2}{4}\left(1-\frac{\sin 2\alpha}{\text{arc}\,2\alpha}\right),$$

$$J_y = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{r^4}{8}(\text{arc}\,2\alpha + \sin 2\alpha) = M\,\frac{r^2}{4}\left(1+\frac{\sin 2\alpha}{\text{arc}\,2\alpha}\right).$$

$$J_{po} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{r^4\,\text{arc}\,2\alpha}{4} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi r^4}{2n} = M\,\frac{r^2}{2}.$$

(Sectorul de cerc = a n-a parte din aria cercului.)

Pentru centrul de greutate S ca pol

$$J_{pS} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{b r^3}{4}\left(1-\frac{8}{9}\,\frac{s^2}{b^2}\right) = M\,\frac{r^2}{2}\left(1-\frac{8}{9}\,\frac{s^2}{b^2}\right).$$

Segmentul de cerc (notațiile din fig. 60, p. 352):

$$J_x = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{r^4}{8}\left(\text{arc}\,2\alpha - \frac{4}{3}\sin 2\alpha + \frac{1}{6}\sin 4\alpha\right) = M\,\frac{r^2}{4}\left(1-\frac{1}{6}\,\frac{2\sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{\text{arc}\,2\alpha - \sin 2\alpha}\right).$$

$$J_y = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{r^4}{8}\left(\text{arc}\,2\alpha - \frac{1}{2}\sin 4\alpha\right) = M\,\frac{r^2}{4}\left(1+\frac{1}{2}\,\frac{2\sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{\text{arc}\,2\alpha - \sin 2\alpha}\right).$$

$$J_{po} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{r^4}{4}\left(\text{arc}\,2\alpha - \frac{2}{3}\sin 2\alpha - \frac{1}{6}\sin 4\alpha\right) = M\,\frac{r^2}{2}\left(1+\frac{1}{6}\,\frac{2\sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{\text{arc}\,2\alpha - \sin 2\alpha}\right)$$

Elipsa. Avem în raport cu axa mare $2a$ resp. axa mică $2b$ și centrul O:

$$J_a = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi a b^3}{4} = M\,\frac{b^2}{4}; \qquad J_b = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi a^3 b}{4} = M\,\frac{a^2}{4}.$$

$$J_{po} = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi a b}{4}(a^2+b^2) = M\,\frac{a^2+b^2}{4}.$$

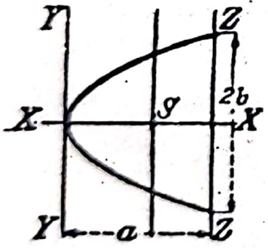


Fig. 65.

Parabola (fig. 65):

$$J_x = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{4ab^3}{15} = M\,\frac{b^2}{5}, \qquad J_y = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{4a^3 b}{7} = M\,\frac{3a^2}{7},$$

$$J_z = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{32a^3 b}{105} = M\,\frac{8a^2}{35}, \qquad J_S = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{16a^3 b}{175} = M\,\frac{12a^2}{175}.$$

Prisma dreaptă și cilindrul drept. Înălțimea h, secțiunea normală F, axa z = axa de greutate longitudinală, axa q = orice axă de greutate transversală perpendiculară pe axa z; i_q și i_z momentele de inerție ale secțiunii normale miilocii în raport cu q și z. Avem:

$$J_z = \frac{\gamma}{g}\,h\,i_z \qquad J_q = \frac{\gamma}{g}\left(F\,\frac{h^3}{12} + h\,i_q\right).$$

Paralelipipedul dreptunghiular. Axele x, y și z trec prin centru, paralel cu muchiile a, b, c:

$$J_x = \frac{\gamma}{g}\,\frac{abc}{12}(b^2+c^2) = M\,\frac{b^2+c^2}{12}.$$

Cubul cu muchia a: $J_x = J_y = J_z = \dfrac{\gamma}{g}\,\dfrac{a^5}{6} = M\,\dfrac{a^2}{6}.$

Scanned with OKEN Scanner

Cilindrul circular drept. Raza r, înălțimea h; axele ca mai sus pentru cilindrul drept:

$$J_z = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\pi r^4 h}{2} = M\,\frac{r^2}{2}, \qquad J_q = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\pi r^2 h}{12}\,(3r^2 + h^2) = M\,\frac{3r^2 + h^2}{12}.$$

Pentru o axă care formează unghiul φ cu axa cilindrului, momentul de inerție e:

$$J_\varphi = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\pi r^2 h}{12}\,[3r^2(1 + \cos^2\varphi) + h^2 \sin^2\varphi] = M\,\frac{1}{12}\,[3r^2(1 + \cos^2\varphi) + h^2 \sin^2\varphi].$$

Pentru o axă oarecare, momentul de inerție se găsește după teorema lui Steiner (v. p. 348) din cel pentru axa paralelă care trece prin centrul de greutate.

Suprafața laterală a cilindrului (fără baze):

$$J_z = \frac{\gamma_f}{g}\,2\pi r^3 h = M r^2, \qquad J_q = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi r h}{6}\,(6r^2 + h^2) = M\,\frac{6r^2 + h^2}{12}.$$

Cilindrul gol. R și r raza exterioară și interioară, h înălțimea; axele ca mai sus la cilindrul drept:

$$J_z = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\pi h}{2}\,(R^4 - r^4) = M\,\frac{R^2 + r^2}{2},$$

$$J_q = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\pi(R^2 - r^2)h}{4}\left(R^2 + r^2 + \frac{h^2}{3}\right) = M\,\frac{R^2 + r^2 + h^2/3}{4}.$$

Piramida dreaptă și conul drept. Perpendiculara h (totodată axă z) coborîtă din vîrf pe suprafața F a bazei o intersectează în centrul ei de greutate, axa q e perpendiculară pe axa z și trece prin centrul de greutate al corpului; i_z și i_q sunt momentele de inerție ale bazei în raport cu axa z și cu proiecțiunea axei q. Avem:

$$J_z = \frac{\gamma}{g}\,\frac{h}{5}\,i_z, \qquad J_q = \frac{\gamma}{g}\left(F\,\frac{h^3}{80} + \frac{h}{5}\,i_q\right).$$

Piramida dreptunghică. Baza e un dreptunghiu cu laturile a și b, înălțimea h; axele ca mai sus la cilindrul drept, axa q paralel cu latura a:

$$J_z = \frac{\gamma}{g}\,\frac{abh}{60}\,(a^2 + b^2) = M\,\frac{a^2 + b^2}{20},$$

$$J_q = \frac{\gamma}{g}\,\frac{abh}{60}\left(b^2 + \frac{3h^2}{4}\right) = M\,\frac{b^2 + 3h^2/4}{20}.$$

Conul circular drept. Raza bazei r, înălțimea h, lungimea generatoarei s; axele ca mai sus la cilindrul drept:

$$J_z = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\pi r^4 h}{10} = M\,\frac{3r^2}{10},$$

$$J_q = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\pi r^2 h}{20}\left(r^2 + \frac{h^2}{4}\right) = M\,\frac{3}{20}\left(r^2 + \frac{h^2}{4}\right).$$

Suprafața laterală a conului (fără bază):

$$J_z = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi r^3 s}{2} = M\,\frac{r^2}{2}.$$

Trunchiul de con circular. Razele bazelor R și r, înălțimea h, lungimea segmentului de generatoare s; axele ca mai sus la cilindrul drept:

$$J_z = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\pi h}{10}\,\frac{R^5 - r^5}{R - r} = M\,\frac{3}{10}\,\frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}.$$

Suprafața laterală a trunchiului de con (fără baze):

$$J_z = \frac{\gamma_f}{g}\,\frac{\pi s}{2}\,\frac{R^4 - r^4}{R - r} = M\,\frac{R^2 + r^2}{2}.$$

Sfera. Raza r. Avem pentru orice diametru ca axă

$$J = \frac{\gamma}{g}\,\frac{8\pi r^5}{15} = M\,\frac{2r^2}{5}.$$

Semisfera. Axa z prin centru, perpendiculară pe planul ecuatorial

$$J_x = J_y = J_z = \frac{\gamma}{g}\,\frac{4\pi r^5}{15} = M\,\frac{r^2}{5}.$$

Sfera goală. R raza exterioară, r cea interioară. Avem pentru orice diametru

$$J = \frac{\gamma}{g}\,\frac{8\pi}{15}\,(R^5 - r^5) = M\,\frac{2}{5}\,\frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}.$$

Suprafața sferei. Avem pentru orice diametru:

$$J = \frac{\gamma f}{g} \frac{8 \pi r^4}{3} = M \frac{2 r^2}{3}.$$

Segmentul de sferă. Inălțimea h, raza sferei r. Avem pentru axa de simetrie

$$J_z = \frac{\gamma}{g} \frac{\pi h^3}{30} (20 r^2 - 15 r h + 3 h^2) = M \frac{h}{10} \frac{20 r^2 - 15 r h + 3 h^2}{3 r - h}$$

Sectorul sferic. Inălțimea calotei h, raza sferei r. Avem pentru axa de simetrie

$$J_z = \frac{\gamma}{g} \frac{2 \pi r^2 h^2}{15} (3 r - h) = M \frac{h}{5} (3 r - h).$$

Torul (fig. 66). Suprafața generatoare simetrică față de o dreaptă mm paralelă cu axa de rotațiune. Axa z = axa de rotațiune; axa q perpendiculară pe axa z; i_m și i_q sunt momentele de inerție ale lui f în raport cu axa m și q Avem

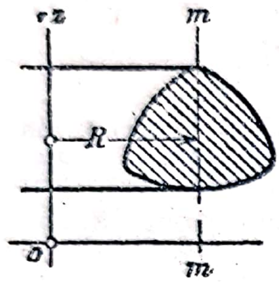


Fig. 66.

$$J_z = \frac{\gamma}{g} 2 \pi R (R^2 f + 3 i_m), \qquad J_q = \frac{\gamma}{g} \pi R (R^2 f + 3 i_m + 2 i_q),$$

$$M = \frac{\gamma}{g} 2 \pi R f \quad \text{(după Guldin).}$$

Torul circular. Raza cercului generator a; axa q = diametru oarecare în planul ecuatorial:

$$J_z = \frac{\gamma}{g} \frac{\pi^2 R a^2}{2} (4 R^2 + 3 a^2) = M \frac{4 R^2 + 3 a^2}{4},$$

$$J_q = \frac{\gamma}{g} \frac{\pi^2 R a^2}{4} (4 R^2 + 5 a^2) = M \frac{4 R^2 + 5 a^2}{8}.$$

Torul eliptic. Semiaxa a în planul ecuatorial, semiaxa b paralelă cu axa de rotațiune; axa q = diametru oarecare în planul ecuatorial:

$$J_z = \frac{\gamma}{g} \frac{\pi^2 R a b}{2} (4 R^2 + 3 a^2) = M \frac{4 R^2 + 3 a^2}{4},$$

$$J_q = \frac{\gamma}{g} \frac{\pi^2 R a b}{4} (4 R^2 + 3 a^2 + 2 b^2) = M \frac{4 R^2 + 3 a^2 + 2 b^2}{8}.$$

D. Cinematică

a) Mișcarea punctului

Notăm mai jos cu:

- v vitesa [m/s],
- b accelerația [m/s²],
- g accelerația gravitației [m/s²]
- t timpul [s],
- s spațiul [m],
- ρ raza de curbură a traiectoriei [m],
- ω vitesa unghiulară [1/s],
- ε accelerația unghiulară [1/s²],
- n turația pe minut [1/min].

1. **Mișcarea rectilinie.** Poziția punctului se determină prin indicarea distanței instantanee $s = f(t)$ dintre punct și origine. La mișcarea cu vitesă constantă avem $v = s/t$ (fig. 69). La mișcarea uniform accelerată, accelerația e $b = (v - v_0)/t$, dacă v_0 e vitesa inițială (fig. 70). Spațiul s poate fi dat și grafic în funcțiune de timpul t, prin curba timp-spațiu (fig. 67). Vitesa punctului

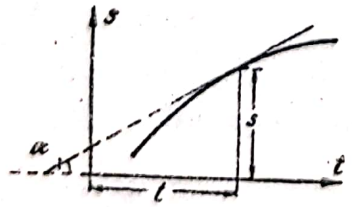


Fig. 67.

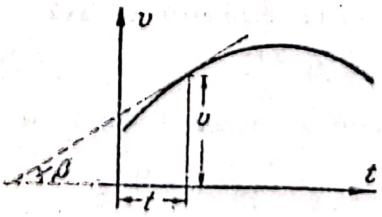


Fig. 68.

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{df}{dt} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Accelerația punctului (p. 313) e:

$$b = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{d^2 f}{dt^2}.$$

Dacă mişcarea punctului e dată grafic prin curba timp-vitesă (fig. 68), avem

$$b = \frac{dv}{dt} = \operatorname{tg}\beta \quad \text{şi} \quad s = \int_0^t v\,dt.$$

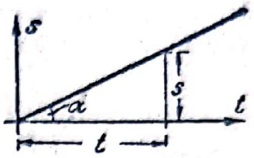


Fig. 69.

Problemele fundamentale (pentru $t = 0$ se presupune $s = 0$). Pentru

$s = f(t)$ avem $v = \dfrac{ds}{dt}$; $\quad b = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2 s}{dt^2}$;

$v = f(t)$ avem $s = \displaystyle\int_0^t v\,dt$; $\quad b = \dfrac{dv}{dt}$;

$v = f(s)$ avem $t = \displaystyle\int_{s_0}^{s} \frac{ds}{v}$; $\quad b = v\dfrac{dv}{ds}$;

$b = f(t)$ avem $v = v_0 + \displaystyle\int_0^t b\,dt$; $\quad s = \displaystyle\int_0^t v\,dt$;

$b = f(s)$ avem $v = \sqrt{v_0^2 + 2\displaystyle\int_{s_0}^{s} b\,ds}$; $\quad t = \displaystyle\int_{s_0}^{s} \frac{ds}{v}$;

$b = f(v)$ avem $s = \displaystyle\int_{v_0}^{v} \frac{v}{b}\,dv$; $\quad t = \displaystyle\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{b}$.

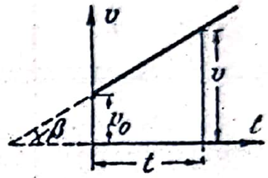


Fig. 70.

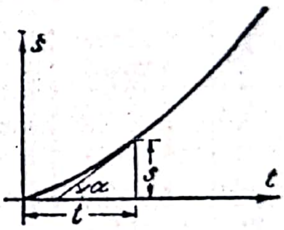


Fig. 71.

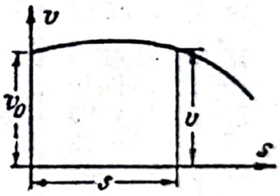


Fig. 72.

Un punct în mişcare rectilinie se numeşte uniform accelerat sau retardat, dacă accelerația $b = \text{const}$, şi anume uniform accelerat dacă accelerația invariabilă e pozitivă, şi uniform retardat dacă e negativă. Deoarece în acest caz accelerația are în toate momentele aceeaşi valoare, ea se poate determina nu numai prin derivata vitesei în raport cu timpul, ci şi prin câtul de diferențe:

$$b = \frac{dv}{dt} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\text{variațiunea vitesei}}{\text{timpul corespunzător}}.$$

In acest caz diagrama timp-vitesă e o dreaptă (fig. 70), a cărei inclinare β e determinată de

$$\operatorname{tg}\beta = b = \text{const.}$$

Curba timp-spațiu e o parabolă (fig. 71) cu

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{ds}{dt} = v = v_0 + bt,$$

dacă v_0 e vitesa în momentul $t = 0$. Spațiul parcurs e

$$s = \int v\,dt = v_0 t + \frac{1}{2} b t^2 = \frac{v + v_0}{2} t = \frac{v^2 - v_0^2}{2b}.$$

Cu $v_0 = 0$ şi $s = h$ rezultă de mai sus

$$h = v^2/2b \quad \text{şi} \quad v = \sqrt{2bh} = bt.$$

Scanned with OKEN Scanner

Căderea liberă în vid cu b = accelerația gravitației $g = 9.81$ m/s² (p. 313). Dacă se socotește timpul și spațiul din momentul liberării corpului iar căderea începe din poziția de repaus ($v_0 = 0$), avem

$$h = \frac{g}{2} t^2; \qquad v = g\,t; \qquad h = \frac{v^2}{2g}; \qquad v = \sqrt{2gh}.$$

$v^2/2g$ se numește și înălțimea datorită vitesei, corespunzătoare lui v (adică înălțimea de urcare la aruncare verticală în sus cu vitesa inițială v). Tabla 2 și 3 pentru $v^2/2g$ și $\sqrt{2gh}$.

Tabla 2. Inălțimi corespunzătoare vitesei

Inălțimi corespunzătoare vitesei (de cădere) h în m pentru vitese v între 0 și 1000 m/s

$h = v^2/2g$, $g = 9{,}81$ m/s²[1])

v	h	v	h	v	h	v	h	v	h
0	0,00000	40	81.5494	80	326,198	285	4139,91	645	21204,1
1	0,05097	41	85.6779	81	334,404	295	4435,52	655	21866,7
2	0,20387	42	89,9083	82	342,712	300	4587,16	665	22539,5
3	0,45872	43	94,2406	83	351,121	305	4741,34	675	23222,5
4	0,81549	44	98,6748	84	359,633	315	5057,34	685	23915,7
5	1,27421	45	103,211	85	368 247	325	5383,54	695	24619,0
6	1,83486	46	107,849	86	376,962	335	5719,93	700	24974,5
7	2,49745	47	112,589	87	385,780	345	6066,51	705	25332,6
8	3,26198	48	117,431	88	394,699	355	6423,29	715	26056,3
9	4,12844	49	122,375	89	403,721	365	6790,26	725	26790,3
10	5,09684	50	127,421	90	412,844	375	7167,43	735	27534,4
11	6,16718	51	132,669	91	422 069	385	7554,79	745	28288,7
12	7,33945	52	137,819	92	431,397	395	7952,34	755	29053,3
13	8,61366	53	143,170	93	440,826	400	8154,94	765	29828,0
14	9,98981	54	148,624	94	450,357	405	8360,09	775	30612,9
15	11,4679	55	154,179	95	459,990	415	8778,03	785	31408,0
16	13,0479	56	159,837	96	469,725	425	9206,17	795	32213,3
17	14,7299	57	165,596	97	479,562	435	9644,50	800	32619,8
18	16,5138	58	171,458	98	489,501	445	10093,0	805	33028,8
19	18,3996	59	177,421	99	499,541	455	10551,7	815	33854,5
20	20,3874	60	183,486	100	509,684	465	11020,6	825	34690,4
21	22,4771	61	189.653	105	561,927	475	11499,7	835	35536,4
22	24,6687	62	195,923	115	674,057	485	11989 0	845	36392,7
23	26,9623	63	202,294	125	796,381	495	12488,5	855	37259,2
24	29,3578	64	208,767	135	928,899	500	12742,1	865	38135,8
25	31,8552	65	215,341	145	1071,61	505	12998,2	875	39022,7
26	34,4546	66	222,018	155	1224,52	515	13518,1	885	39919,7
27	37,1560	67	228,797	165	1387,61	525	14048,2	895	40827,0
28	39,9592	68	235,678	175	1560,91	535	14588,4	900	41284,4
29	42,8644	69	242,661	185	1744,39	545	15138,9	905	41744,4
30	45,8716	70	249,745	195	1938,07	555	15699,5	915	42672,0
31	48,9807	71	256,932	200	2038,74	565	16270,4	925	43609,8
32	52,1917	72	264,220	205	2141,95	575	16851,4	935	44557,8
33	55,5046	73	271,611	215	2356,01	585	17442,7	945	45516,1
34	58,9195	74	279,103	225	2574,34	595	18044,1	955	46484,5
35	62,4363	75	286,697	235	2814,73	600	18348,6	965	47463,1
36	66,0551	76	294,393	245	3059,38	605	18655,3	975	48451,8
37	69,7757	77	302,192	255	3314,22	615	19277,5	985	49450,8
38	73,5984	78	310,092	265	3579,26	625	19909,5	995	50460,0
39	77,5229	79	318,094	275	3854,48	635	20551,7	1000	50968,4

[1]) Valoarea exactă a lui g în p. 313/14.

La mişcare rectilinie neuniform accelerată a punctului, mişcarea e dată adesea grafic printr'o curbă timp-spaţiu (fig. 67) sau printr'o curbă timp-viteză (fig. 68), sau, în fine, printr'o curbă spaţiu-viteză (fig. 72). Din curba timp-viteză se obţine curba timp-spaţiu prin integrare grafică: $s = \int v\,dt$ (fig. 73).

Se alege polul P la distanţa 1 pe axa absciselor, în stânga originii O şi se duc razele vectoare spre punctele 1, 2 . . . 6, cari se obţin prin proiecţiune orizontală a ordonatelor mijlocii v pe axa v. Trasând în fâşii segmente paralele cu razele polare, se obţine linia $t-s$.

Tabla 3. Vitese

Vitesele v în m/s pentru înălţimi corespunzătoare vitezelor (de cădere) h între 1 şi 1000 m.

$v = \sqrt{2\,gh}$, $g = 9{,}81$ m/s² [1])

h	v	h	v	h	v	h	v	h	v
1	4.42945	41	28,3623	81	39,8650	210	64,1888	610	109,399
2	6,26418	42	28,7061	82	40,1103	220	65,6993	620	110,292
3	7,67202	43	29,0458	83	40,3542	230	67,1759	630	111,435
4	8,85889	44	29,3816	84	40,5032	240	68,6207	640	112,057
5	9,90454	45	29,7136	85	40,8375	250	70,0357	650	112,929
6	10,8499	46	30,0420	86	41,0770	260	71,4227	660	113,795
7	11,7192	47	30,3668	87	41,3151	270	72,7832	670	114,653
8	12,5284	48	30,6881	88	41.5519	280	74,1188	680	115,506
9	13,2883	49	31,0061	89	41,7873	290	75.4308	690	116,352
10	14,0071	50	31,3209	90	42,0214	300	76,7202	700	117,192
11	14.6908	51	31,6326	91	42,2542	310	77,9884	710	118,026
12	15,3440	52	31,9412	92	42,4858	320	79,2364	720	118,855
13	15,9706	53	32,2469	93	42,7160	330	80,4649	730	119,677
14	16,5730	54	32,5497	94	42,9451	340	81,6750	740	120,494
15	17,1553	55	32,8496	95	43,1729	350	82,8673	750	121,305
16	17,7178	56	33,1469	96	43,3995	360	84,0429	760	122,111
17	18,2630	57	33,4416	97	43,6250	370	85,2021	770	122,912
18	18,7925	58	33,7337	98	43.8493	380	86,3458	780	123,708
19	19,3075	59	34,0232	99	44,0724	390	87,4746	790	124,498
20	19,8091	60	34,3105	100	44;2945	400	88,5889	800	125,284
21	20,2983	61	34,5951	105	45;3883	410	89,6895	810	126.064
22	20,7759	62	34,8775	110	46,4564	420	90,7767	820	126,840
23	21,2428	63	35,1577	115	47,5005	430	91,8510	830	127,611
24	21,6998	64	35.4356	120	48,5224	440	92,9129	840	128,378
25	22,1472	65	35,7113	125	49,5227	450	93,9627	850	129,140
26	22,5858	66	35,9850	130	50,5037	460	95,0010	860	129,897
27	23,0161	67	36,2566	135	51,4655	470	96,0281	870	130,650
28	23,4384	68	36,5262	140	52,4099	480	97,0443	880	131,399
29	23,8535	69	36,7938	145	53,3376	490	98,0500	890	132,143
30	24,2611	70	37,0594	150	54,2492	500	99,0454	900	132,883
31	24,6621	71	37,3232	155	55,1462	510	100,031	910	133,620
32	25,0567	72	37,5851	160	56,0284	520	101,007	920	134,352
33	25,4452	73	37,8462	165	56,8973	530	101.974	930	135,080
34	25,8279	74	38,1035	170	57,7529	540	102,931	940	135,804
35	26,2050	75	38,3601	175	58,5961	550	103,880	950	136,525
36	26,5767	76	38,6150	180	59,4272	560	104,820	960	137,241
37	26,9433	77	38,8632	185	60,2470	570	105,752	970	137,954
38	27,3049	78	39,1198	190	61,0555	580	106.675	980	138,664
39	27,6619	79	39,3698	195	61,8539	590	107,591	990	139,369
40	28,0143	80	39,6182	200	62,6418	600	108,499	1000	140,071

1) Valoarea exactă a lui g la p. 313/14.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă vitesa e dată în funcţiune de spaţiul parcurs s, adică $v(s)$, se obţine timpul în funcţiune de spaţiu din $v = \frac{ds}{dt}$: $t = \int \frac{ds}{v(s)}$.

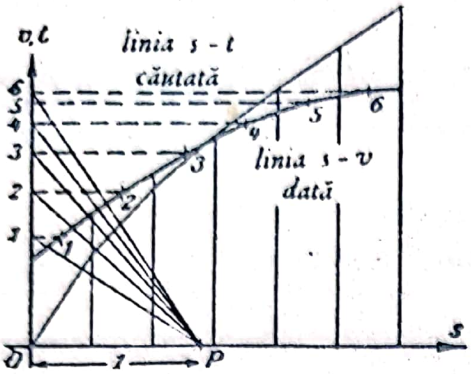


Fig. 74.

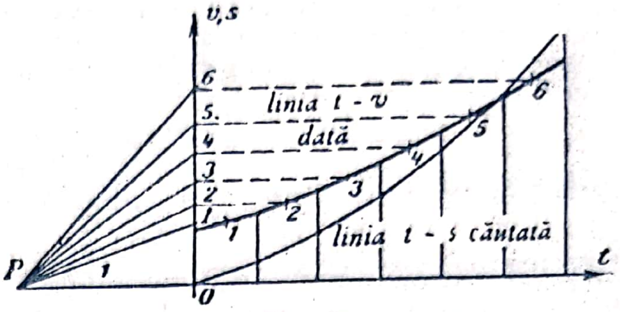


Fig. 73.

Integrarea grafică după fig. 74. Se alege polul P pe axa absciselor la distanţa 1 în dreapta lui O şi se duc razele polare spre punctele 1, 2 . . . 6, cari se obţin prin proiecţiune orizontală a coordonatelor mijlocii v pe axa v. Ridicând în fâşiile corespunzătoare perpendiculare pe razele polare, se obţine linia s—t.

2. Mişcarea curbilinie. P o z i ţ i a p u n c t u l u i pe traectoria lui curbilinie e determinată prin alegerea unei origini O în spaţiu şi indicarea razei vectoare r cu originea în O şi extremitatea în punct (fig. 75). Dacă se cunoaşte r în funcţiune de timp, mişcarea punctului e complet determinată.

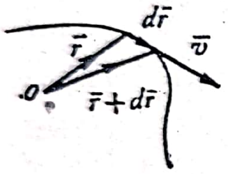


Fig. 75

Din vectorul de poziţie r urmează vitesa v dirijată de-a-lungul tangentei, şi acceleraţia $\bar{b}$ (p. 313)

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} \quad \text{şi} \quad \bar{b} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}.$$

In reprezentarea în c o o r d o n a t e r e c t a n g u l a r e (x, y, z), poziţia punctului poate fi determinată prin indicarea celor trei coordonate în funcţiune de timp:

$$x = \varphi(t) \qquad y = \psi(t) \qquad z = \chi(t).$$

Considerându-l pe t parametru, se obţine traiectoria în reprezentare parametrică. In acest caz vitesa are componentele

$$\frac{dx}{dt} = \varphi'(t) \qquad \frac{dy}{dt} = \psi'(t) \qquad \frac{dz}{dt} = \chi'(t),$$

şi acceleraţia componentele

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \varphi''(t) \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \psi''(t) \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = \chi''(t)$$

Valoarea absolută a vitesei $|\bar{v}| = v = \sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2}$

Valoarea absolută a acceleraţiei $|\bar{b}| = b = \sqrt{\varphi''^2 + \psi''^2 + \chi''^2}$.

Poziţia punctului mai poate fi dată prin faptul că traiectoria e determinată după o metodă geometrică oarecare (model, coordonate, proiecţiunea pe două plane) şi că spaţiul s străbătut de punct începând cu o origine de pe curbă e determinat prin $s = f(t)$.

Un punct în spaţiu are t r e i g r a d e d e l i b e r t a t e corespunzătoare celor ∞^3 poziţii pe cari le poate lua. Dacă trebue să rămână pe o suprafaţă, mai are două grade de libertate şi, dacă i se prescrie traiectoria, mai are un singur grad de libertate.

Trecând vectorul vitesei $\bar{v} = d\bar{r}/dt$ cu originea într'un punct fix în spaţiu O, extremitatea lui $\bar{v}$ descrie h o d o g r a f u l (fig. 76). Vitesa

Scanned with OKEN Scanner

cu care e parcurs hodograful e egală cu acceleraţia $\overline{b} = \frac{d\overline{v}}{dt} = \frac{d^2\overline{r}}{dt^2}$ în mărime şi orientare.

Hodograful arată că direcţiunea vectorului $\overline{b}$ al acceleraţiei coincide numai în mişcarea rectilinie a punctului cu a vectorului $\overline{v}$ al vitesei.

Vectorul $\overline{b}$ al acceleraţiei, care e cuprins în planul osculator al curbei, se descompune adesea într'o componentă tangenţială $b_t = dv/dt$ = derivata mărimii vitesei în raport cu timpul, şi într'o componentă normală, dirijată spre centrul de curbură $b_n = v^2/\rho = \omega^2 \rho = v\,\omega$, unde ρ e raza de curbură a traiectoriei iar $\omega = v/\rho$ vitesa unghiulară în jurul centrului de curbură. b_t depinde de variaţiunea mărimii vitesei, iar b_n de variaţiunea orientării vitesei.

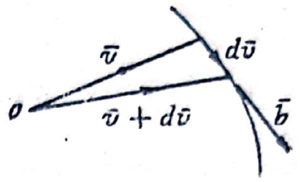


Fig. 76

Când $b_t = 0$ avem v = const, adică vitesa v rămâne invariabilă ca mărime. Traiectoria, care poate fi oarecare, e parcursă de punct cu vitesă invariabilă. Când $b_n = 0$ se obţine mişcarea rectilinie.

Exemplu: Mişcarea unui punct pe un cerc de rază r.

Acceleraţia tangenţială e $b_t = dv/dt$. Pentru v = const, ea e zero. Acceleraţia normală e $b_n = v^2/r$ şi îndreptată spre centrul cercului. La vitesă v invariabilă ea e constantă.

Dacă vitesa unui punct e dată prin indicarea separată a traiectoriei şi a spaţiului s, se obţine vitesa $v = ds/dt$ şi acceleraţia tangenţială $b_t = dv/dt = d^2s/dt^2$, ca şi acceleraţia normală $b_n = v^2/\rho$.

Din acceleraţia $\overline{b}$ se obţine după ecuaţia fundamentală a dinamicei (p. 314), prin înmulţirea cu masa punctului, în mărime şi orientare, forţa $\overline{P}$ necesară spre a provoca mişcarea respectivă. (Detalii în sect Dinamică, p. 374).

Pentru proiecţiunea paralelă (perpendiculară sau oblică) a mişcării unui punct pe un plan avem: Proiecţiunea vitesei şi a acceleraţiei e egală în mărime şi orientare cu vitesa şi acceleraţia proiecţiunii punctului.

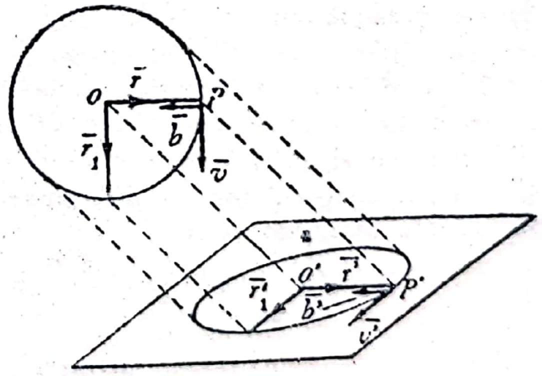


Fig. 77

Exemplu (fig. 77): Punctul P se mişcă cu vitesă invariabilă v pe un cerc de rază r.

Prin proiecţiune paralelă, cercul trece într'o elipsă şi vitesa v resp. acceleraţia $\overline{b}$ în vitesa proiectată $\overline{v'}$ resp. în acceleraţia proiectată $\overline{b'}$. Mişcarea punctului P' reprezintă o mişcare eliptică armonică, la care acceleraţia e orientată mereu spre centrul O' al elipsei. Mărimea ei rezultă din proiecţiunea lui $|\overline{b}| = \omega^2 r$ şi anume $|\overline{b'}| = \omega^2 r'$ unde ω e vitesa invariabilă cu care se mişcă punctul P pe cerc, iar r' reprezintă semidiametrul instantaneu al elipsei, aşa încât acceleraţia $\overline{b'}$ e mereu proporţională cu semidiametrul elipsei. Lui $\overline{b} = -\omega^2\,\overline{r}$ îi corespunde deci

$$\overline{b'} = -\,\omega^2\,\overline{r'}.$$

Vitesa $\overline{v'}$ e paralelă cu raza $\overline{r_1'}$ conjugată cu $\overline{r'}$, aşa încât, fiindcă $v = \omega\,\overline{r_1}$, avem

$$\overline{v'} = \omega\,\overline{r_1'}.$$

Scanned with OKEN Scanner

adică în mișcarea eliptică armonică viteza e paralelă și proporțională cu diametrul conjugat, iar accelerația e îndreptată spre centrul elipsei și proporțională cu diametrul corespunzător.

Cu privire la forța necesară spre a-i impune unui punct material o mișcare eliptică armonică v. p. 376, exemplul 2.

Dacă un punct efectuează simultan două mișcări parțiale, mișcarea lui reală se obține prin compunerea mișcărilor parțiale. Viteza și accelerația se obțin prin adunare geometrică din vitesele și accelerațiile mișcărilor parțiale: $\bar{v} = \bar{v}_1 + \bar{v}_2 + \ldots$, $\bar{b} = \bar{b}_1 + \bar{b}_2 + \ldots$ Urmează, în particular, că la mișcarea unui punct se pot considera în parte proiecțiunile mișcării.

Exemplul 1: Aruncarea fără rezistența aerului: Descompunerea mișcării în planul aruncării într'o componentă orizontală și una verticală. (Detalii în cap. Dinamică, p. 377, și Balistică, p. 405 ș. u.)

Exemplul 2: Mișcarea unui punct pe o elice. Fie r raza cercului de bază al elicei, α unghiul de inclinație, așa încât $\operatorname{tg} \alpha = h/2\pi r$, unde h e pasul elicei. Mișcarea cu vitesă invariabilă v a punctului pe elice se poate compune din mișcarea pe cercul de bază r cu vitesa $v \cos \alpha$ și din mișcarea paralelă cu axa elicei cu vitesa $v \sin \alpha$. Din această descompunere se poate determina raza de curbură ρ a elicei. Accelerația punctului pe elice e v^2/ρ și dirijată spre centrul de curbură. Fiindcă din motive de simetrie vectorul accelerației trebue să fie dirijat paralel cu cercul de bază, accelerația punctului proiectat pe cercul de bază e tot atât de mare, și anume $(v^2 \cos^2 \alpha)/r$. Egalarea dă curbura elicei

$$1/\rho = (\cos^2 \alpha)/r.$$

Așa cum se poate defini geometric curbura unei curbe prin $\dfrac{1}{\rho} = \dfrac{d\varphi}{ds}$, unde ds e elementul de linie pe curbă iar $d\varphi$ creșterea corespunzătoare a unghiului tangentei osculatoare, se poate defini torsiunea unei curbe strâmbe (numită și a doua curbură) prin $\dfrac{1}{\sigma} = \dfrac{d\vartheta}{ds}$, unde ds e iarăși elementul de linie pe curbă iar $d\vartheta$ creșterea corespunzătoare a unghiului planului osculator (v. Matematici, p. 159/60).

Pentru elice torsiunea se poate obține prin următoarea considerație de mecanică. Mișcarea punctului material se poate descompune ca mai sus într'o mișcare paralelă cu axa elicei, cu vitesa invariabilă $v \sin \alpha$, și una pe cercul de bază cu vitesa invariabilă $v \cos \alpha$. Din pozițiile succesive ale razei de curbură urmează că se poate trece dela o poziție a planului osculator la cea vecină printr'o deplasare paralelă cu axa elicei, de mărimea $ds \sin \alpha$, și o rotațiune simultană în jurul axei elicei, de mărimea $d\psi = (ds \cos \alpha)/r$. Dacă se proiectează rotațiunea totală $d\psi$ a planului osculator în direcțiunea tangentei la elice, obținem $d\vartheta = d\psi \sin \alpha$, și deci pentru torsiunea elicei

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{d\vartheta}{ds} = \frac{d\psi}{ds} \sin \alpha = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r}.$$

b) Mișcarea solidului

I. Translația. O mișcare în care toate punctele unui solid rigid descriu traiectorii congruente se numește deplasare paralelă sau translație.

Exemplu (fig. 78): Un disc circular de diametrul AB efectuează o mișcare de translație de-a-lungul unui cerc cu raza R. Discul circular e desenat în patru poziții. Punctul A se mișcă pe un cerc de raza R, ca și centrul M și cealaltă extremitate B a diametrului discului circular. Toate traiectoriile sunt congruente unele cu altele.

Scanned with OKEN Scanner

Tot ce s'a tratat sub a) cu privire la mişcarea unui punct se poate aplica translaţiei unui solid rigid, fiindcă mişcarea de translaţie a corpului e determinată de mişcarea unuia din punctele lui. Două translaţii simultane se pot compune adunând geometric vitesele resp. acceleraţiile celor două mişcări parţiale:

$$\bar{v} = \bar{v}_1 + \bar{v}_2 \quad \text{şi} \quad \bar{b} = \bar{b}_1 + \bar{b}_2.$$

Se zice că un corp are în spaţiu t r e i g r a d e d e l i b e r t a t e d e t r a n s l a ţ i e, fiindcă poate ocupa ∞^3 poziţii diferite. Când corpul e legat de o suprafaţă resp. o linie, are numai două resp. un grad de libertate de translaţie.

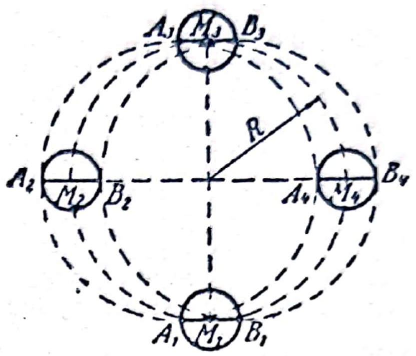


Fig. 78.

Exemplu de mişcare de translaţie cu un singur grad de libertate e mişcarea capului de cruce al unei maşini cu abur. Aici ghidajul e o dreaptă. Mişcările cu un s i n g u r grad de libertate se numesc d e s m o d r o m e.

2. **Rotaţiunea.** In rotaţiunea unui solid rigid două puncte, şi deci dreapta care le uneşte, adică a x a d e r o t a ţ i u n e, rămâne în repaus. O rotaţiune infinit mică se numeşte r o t a ţ i u n e e l e m e n t a r ă. Ei îi corespunde unghiul de rotaţiune $d\alpha$ în jurul axei de rotaţiune, descris în elementul de timp dt. Drumul unui punct la distanţa a de axa de rotaţiune e $ds = a\,d\alpha$. La axă de rotaţiune invariabilă, e nevoie pentru determinarea completă a mişcării, afară de axa de rotaţiune, de unghiul de rotaţiune α în funcţiune de timp $\alpha = f(t)$.

Vitesa unghiulară ω e repeziciunea de variaţie a unghiului:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}.$$

Un punct la distanţa a dela axa de rotaţiune are vitesa $v = a\,\omega$.

Acceleraţia unghiulară ε e repeziciunea de variaţie a vitesei unghiulare:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}.$$

Un punct P la distanţa a de axa de rotaţiune are acceleraţia tangenţială $b_t = a\,\varepsilon$ şi acceleraţia normală dirijată perpendicular pe axa de rotaţiune $b_n = v^2/a = a\,\omega^2$ (p. 361).

Rotaţiunii în jurul unei axe fixe îi corespunde mişcarea rectilinie a unui punct (p. 356). Se înlocueşte numai s, v şi b prin α, ω şi ε. La v i t e s ă u n g h i u l a r ă i n v a r i a b i l ă, vitesa unghiulară e

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\alpha}{t} = \frac{\text{unghiul de rotaţiune}}{\text{timpul corespunzător}}$$

In tehnică se întrebuinţează adesea t u r a ţ i a p e m i n u t n:

$$\omega = 2\pi n/60 = n\pi/30 = n\,0{,}1047\,[s^{-1}] \text{ sau } n = 30\,\omega/\pi = 9{,}549\,\omega\ [\text{rot/min}].$$

(Tabla vitezelor unghiulare în p. 364/65).

Pentru a c c e l e r a ţ i e u n g h i u l a r ă i n v a r i a b i l ă, acceleraţia unghiulară e:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\text{variaţia vitesei unghiulare}}{\text{timpul corespunzător}}$$

Mişcarea se numeşte u n i f o r m a c c e l e r a t ă sau r e t a r d a t ă, după

Tabla 4. Vitesele unghiulare ω pentru $n = 0$ până la $n = 499$ rotațiuni pe minut

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,0000	0,1047	0,2094	0,3142	0,4189	0,5236	0,6283	0,7330	0,8378	0,9425
10	1,0472	1,1519	1,2566	1,3614	1,4661	1,5708	1,6755	1,7802	1,8850	1,9897
20	2,0944	2,1991	2,3038	2,4086	2,5133	2,6180	2,7227	2,8274	2,9322	3,0369
30	3,1416	3,2463	3,3510	3,4558	3,5605	3,6652	3,7699	3,8746	3,9794	4,0841
40	4,1888	4,2935	4,3982	4,5029	4,6077	4,7124	4,8171	4,9218	5,0265	5,1313
50	5,2360	5,3407	5,4454	5,5501	5,6549	5,7596	5,8643	5,9690	6,0737	6,1785
60	6,2832	6,3879	6,4926	6,5973	6,7021	6,8068	6,9115	7,0162	7,1209	7,2257
70	7,3304	7,4351	7,5398	7,6445	7,7493	7,8540	7,9587	8,0634	8,1681	8,2729
80	8,3776	8,4823	8,5870	8,6917	8,7965	8,9012	9,0059	9,1106	9,2153	9,3201
90	9,4248	9,5295	9,6342	9,7389	9,8437	9,9484	10,053	10,158	10,263	10,367
100	10,472	10,577	10,681	10,786	10,891	10,996	11,100	11,205	11,310	11,414
110	11,519	11,624	11,729	11,833	11,938	12,043	12,147	12,252	12,357	12,462
120	12,566	12,671	12,776	12,881	12,985	13,090	13,195	13,299	13,404	13,509
130	13,614	13,718	13,823	13,928	14,032	14,137	14,242	14,347	14,451	14,556
140	14,661	14,765	14,870	14,975	15,080	15,184	15,289	15,394	15,499	15,603
150	15,708	15,813	15,917	16,022	16,127	16,232	16,336	16,441	16,546	16,650
160	16,755	16,860	16,965	17,069	17,174	17,279	17,383	17,488	17,593	17,698
170	17,802	17,907	18,012	18,117	18,221	18,326	18,431	18,535	18,640	18,745
180	18,850	18,954	19,059	19,164	19,268	19,373	19,478	19,583	19,687	19,792
190	19,897	20,001	20,106	20,211	20,316	20,420	20,525	20,630	20,735	20,839
200	20,944	21,049	21,153	21,258	21,363	21,468	21,572	21,677	21,782	21,886
210	21,991	22,096	22,201	22,305	22,410	22,515	22,619	22,724	22,829	22,934
220	23,038	23,143	23,248	23,353	23,457	23,562	23,667	23,771	23,876	23,981
230	24,086	24,190	24,295	24,400	24,504	24,609	24,714	24,819	24,923	25,028
240	25,133	25,237	25,342	25,447	25,552	25,656	25,761	25,866	25,970	26,075
250	26,180	26,285	26,389	26,494	26,599	26,704	26,808	26,913	27,018	27,122
260	27,227	27,332	27,437	27,541	27,646	27,751	27,855	27,960	28,065	28,170
270	28,274	28,379	28,484	28,588	28,693	28,798	28,903	29,007	29,112	29,217
280	29,322	29,426	29,531	29,636	29,740	29,845	29,950	30,055	30,159	30,264
290	30,369	30,473	30,578	30,683	30,788	30,892	30,997	31,102	31,206	31,311
300	31,416	31,521	31,625	31,730	31,835	31,940	32,044	32,149	32,254	32,358
310	32,463	32,568	32,673	32,777	32,882	32,987	33,091	33,196	33,301	33,406
320	33,510	33,615	33,720	33,824	33,929	34,034	34,139	34,243	34,348	34,453
330	34,558	34,662	34,767	34,872	34,976	35,081	35,186	35,291	35,395	35,500
340	35,605	35,709	35,814	35,919	36,024	36,128	36,233	36,338	36,442	36,547
350	36,652	36,757	36,861	36,966	37,071	37,176	37,280	37,385	37,490	37,594
360	37,699	37,804	37,909	38,013	38,118	38,223	38,327	38,432	38,537	38,642
370	38,746	38,851	38,956	39,060	39,165	39,270	39,375	39,479	39,584	39,689
380	39,794	39 898	40,003	40,108	40,212	40,317	40,422	40,527	40,631	40,736
390	40,841	40,945	41,050	41,155	41,260	41,364	41,469	41,574	41,678	41,783
400	41,888	41,993	42,097	42,202	42,307	42,412	42,516	42,621	42,726	42,830
410	42,935	43,040	43,145	43,249	43,354	43,459	43,563	43,668	43,773	43,878
420	43,982	44,087	44,192	44,296	44,401	44,506	44,611	44,715	44,820	44,925
430	45,029	45,134	45,239	45,344	45,448	45,553	45,658	45,763	45,867	45,972
440	46,077	46,181	46,286	46,391	46,496	46,600	46,705	46,810	46,914	47,019
450	47,124	47,229	47,333	47,438	47,543	47,647	47,752	47,857	47,962	48,066
460	48,171	48,276	48,381	48,485	48,590	48,695	48,799	48,904	49,009	49,114
470	49,218	49,323	49,428	49,532	49,637	49 742	49,847	49,951	50,056	50,161
480	50,265	50,370	50,475	50,580	50,684	50,789	50,894	50,999	51,103	51,208
490	51,313	51,417	51,522	51,627	51,732	51,836	51,941	52,046	52,150	52,255

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 4. Vitesele unghiulare ω pentru n = 500 până la n = 999 rotațiuni pe minut

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
500	52,360	52,465	52,569	52,674	52,779	52,883	52 988	53,093	53,198	53,302
510	53,407	53,512	53,617	53,721	53,826	53,931	54,035	54,140	54,245	54,350
520	54,454	54,559	54,664	54,768	54,873	54,978	55,083	55,187	55,292	55,397
530	55,501	55,606	55,711	55,816	55,920	56,025	56,130	56 235	56,339	56,444
540	56,549	56,653	56,758	56,863	56,968	57,072	57,177	57,282	57,386	57,491
550	57,596	57,701	57,805	57,910	58,015	58,119	58,224	58,329	58 434	58,538
560	58,643	58,748	58,852	58,957	59,062	59,167	59,271	59,376	59,481	59,586
570	59 690	59,795	59,900	60 004	60,109	60,214	60,319	60,423	60,528	60,633
580	60,737	60,842	60,947	61,052	61,156	61,261	61,366	61,470	61,575	61,680
590	61,785	61,889	61,994	62,099	62,204	62,308	62,413	62,518	62,622	62,727
600	62 832	62,937	63,041	63,146	63,251	63,355	63,460	63,565	63,670	63,774
610	63,879	63,984	64,088	64,193	64,298	64,403	64,507	64,612	64,717	64,822
620	64,926	65,031	65,136	65,240	65,345	65,450	65,555	65,659	65,764	65,869
630	65,973	66,078	66,183	66,288	66,392	66,497	66,602	66,706	66,811	66,916
640	67,021	67,125	67,230	67,335	67,440	67,544	67,649	67,754	67,858	67,963
650	68,068	68,173	68,277	68,382	68,487	68,591	68,696	68 801	68,906	69,010
660	69,115	69,220	69,324	69,429	69,534	69,639	69,743	69,848	69,953	70,058
670	70,162	70,267	70,372	70,476	70,581	70,686	70,791	70,895	71,000	71,105
680	71,209	71,314	71,419	71,524	71,628	71,733	71,838	71,942	72,047	72,152
690	72,257	72,361	72,466	72,571	72,676	72,780	72,885	72,990	73,094	73,199
700	73,304	73 409	73,513	73,618	73,723	73,827	73,932	74,037	74,142	74,246
710	74,351	74,456	74,560	74,665	74,770	74 875	74,979	75,084	75,189	75,293
720	75,398	75,503	75,608	75,712	75,817	75,922	76,027	76,131	76,236	76,341
730	76,445	76,550	76,655	76,760	76,864	76,969	77,074	77,178	77,283	77,388
740	77,493	77,597	77,702	77,807	77,911	78,016	78,121	78,226	78,330	78,435
750	78,540	78,645	78,749	78,854	78,959	79,063	79,168	79,273	79,378	79,482
760	79,587	79,692	79,796	79 901	80,006	80,111	80 215	80,320	80,425	80,529
770	80,634	80,739	80,844	80,948	81,053	81,158	81,263	81,367	81,472	81,577
780	81 681	81,786	81,891	81,996	82,100	82,205	82,310	82,414	82,519	82,624
790	82,729	82,833	82,938	83,043	83,147	83,252	83,357	83,462	83,566	83,671
800	83,776	83,881	83,985	84,090	84,195	84,299	84,404	84,509	84,614	84,718
810	84,823	84,928	85,032	85,137	85,242	85,347	85 451	85,556	85,661	85,765
820	85,870	85,975	86,080	86,184	86,289	86,394	86,499	86,603	86,708	86,813
830	86,917	87,022	87,127	87,232	87,336	87,441	87,546	87,650	87,755	87,860
840	87,965	88,069	88,174	88,279	88,383	88,488	88,593	88,698	88,802	88,907
850	89,012	89,117	89,221	89,326	89,431	89,535	89,640	89,745	89,850	89,954
860	90,059	90,164	90,268	90,373	90,478	90,583	90,687	90,792	90,897	91,001
870	91,106	91,211	91,316	91,420	91,525	91,630	91,734	91,839	91,944	92,049
880	92,153	92,258	92,363	92,468	92,572	92,677	92,782	92,886	92,991	93,096
890	93,201	93,305	93,410	93,515	93,619	93,724	93,829	93,934	94,038	94,143
900	94,248	94,352	94,457	94,562	94,667	94,771	94,876	94,981	95,086	95,190
910	95,295	95,400	95,504	95,609	95,714	95,819	95,923	96,028	96,133	96,237
920	96,342	96,447	96 552	96,656	96,761	96,866	96,970	97,075	97,180	97,285
930	97,389	97,494	97,599	97,704	97,808	97,913	98,018	98,122	98,227	98,332
940	98,437	98,541	98,646	98,751	98,855	98,960	99,065	99,170	99,274	99,379
950	99,484	99,588	99,693	99,798	99,903	100,01	100,11	100,22	100,32	100,43
960	100,53	100,64	100,74	100 85	100,95	101,05	101,16	101,26	101,37	101,47
970	101,58	101,68	101,79	101,89	102,00	102,10	102,21	102,31	102,42	102,52
980	102,63	102,73	102,83	102,94	103,04	103,15	103,25	103,36	103,46	103,57
990	103,67	103,78	103,88	103,99	104,09	104,20	104,30	104,41	104,51	104,62

Scanned with OKEN Scanner

cum ε e pozitiv sau negativ. Obținem aici, analog cu formulele pentru mișcarea uniform accelerată a unui punct (p. 357):

$$\omega = w_0 + \varepsilon t;$$

$$\alpha = \int \omega \, dt = \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2 = \frac{\omega + \omega_0}{2} \cdot t = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2 \varepsilon}.$$

Sensul de rotațiune în jurul unei axe de rotațiune invariabile se poate determina prin indicarea semnului vitesei unghiulare, alegând un sens drept pozitiv și celălalt drept negativ. Acest procedeu nu e convenabil de îndată ce axa de rotațiune se schimbă în continuu. In acest caz mărimea, axa și sensul de rotațiune al vitesei unghiulare se reunesc prin indicarea vectorului vitesei unghiulare $\bar{\omega}$, al cărui caracter vectorial e indicat prin bara de deasupra lui ω. Valoarea absolută a vectorului $\bar{\omega}$ indică mărimea, dreapta lui suport axa de rotațiune a vitesei unghiulare, iar săgeata lui $\bar{\omega}$ hotărăște asupra sensului de rotațiune, convenind odată pentru totdeauna că, privit din extremitatea vectorului $\bar{\omega}$ spre originea lui, rotațiunea se efectuează în sens contrar acelor unui ceasornic, sau și că sensul de rotațiune, împreună cu sensul de înaintare indicat de săgeata lui $\bar{\omega}$, să determine mișcarea unui șurub drept (v. Calculul vectorial, p. 167). La schimbarea sensului de rotațiune se schimbă săgeata lui $\bar{\omega}$.

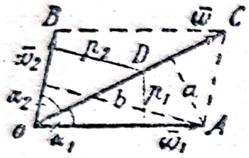


Fig. 79.

Vectorul vitesei unghiulare $\bar{\omega}$ e legat de axa de rotațiune instantanee, și deci e un vector alunecător, ca și forța $\bar{P}$.

Ca demonstrație că vectorul vitesei unghiulare $\bar{\omega}$ definit astfel e și de fapt un vector în înțelesul definiției vectorului (v. Calculul vectorial, p. 164), servește demonstrarea adunării geometrice a două vitese unghiulare $\bar{\omega}_1$ și $\bar{\omega}_2$. E de demonstrat (fig. 79) că, la rotațiune simultană a unui solid rigid în jurul a două axe concurente, cu vitesele $\bar{\omega}_1$ și $\bar{\omega}_2$, vitesa unghiulară $\bar{\omega}$ se obține prin adunare geometrică: $\bar{\omega} = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2$.

In acest scop se arată că orice punct D de pe diagonala OC a paralelogramului determinat de $\bar{\omega}_1$ și $\bar{\omega}_2$ rămâne în repaus sub acțiunea celor două vitese unghiulare:

$$p_1 \omega_1 - p_2 \omega_2 = OD(\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2) = 0,$$

fiindcă din triunghiul OAC rezultă:

$$\omega_1/\omega_2 = \sin \alpha_2 / \sin \alpha_1.$$

Diagonala paralelogramului e deci axa de rotațiune a vitesei unghiulare rezultante. Spre a arăta că mărimea vitesei unghiulare rezultante e dată de mărimea diagonalei paralelogramului, trebue să se demonstreze că de ex. vitesa punctului A e independentă de faptul că provine dela $\bar{\omega}_2$ sau $\bar{\omega}$. De fapt, cu notațiunile din fig. 79, urmează

$$\omega a = \omega_2 b \text{ sau } \omega = \omega_2 b/a = \omega_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2)/\sin \alpha_1 = \omega_2 OC/OB,$$

așa încât ω e dat de segmentul OC. Astfel e demonstrată ecuația vectorială $\bar{\omega} = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2$.

Spre a determina vitesa $\bar{v}$ a unui punct P al solidului rigid, care provine din cauza vitesei unghiulare ω, se alege pe axa de rotațiune un punct O și se duce raza vectoare $OP = \bar{r}$ (fig. 80). Mărimea $|\bar{v}| = v = a\,\omega$ și orientarea vitesei $\bar{v}$, perpendiculară pe planul determinat de $\bar{\omega}$ și $\bar{r}$, se exprimă prin produsul vectorial dintre $\bar{\omega}$ și $\bar{r}$:

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r}.$$

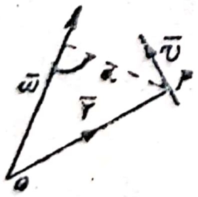


Fig. 80.

Și sensul orientării pe direcțiunea lui $\bar{v}$ e redat corect de această relațiune (v. Calculul vectorial). Pentru un sistem de coordonate rectangulare cu originea în O, această ecuație se scrie:

Scanned with OKEN Scanner

$$\bar{v} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \omega_1 & x \\ \bar{j} & \omega_2 & y \\ \bar{k} & \omega_3 & z \end{vmatrix} = \bar{i}(\omega_2 z - \omega_3 y) + \bar{j}(\omega_3 x - \omega_1 z) + \bar{k}(\omega_1 y - \omega_2 x)$$

sau $v_1 = \omega_2 z - \omega_3 y;\quad v_2 = \omega_3 x - \omega_1 z;\quad v_3 = \omega_1 y - \omega_2 x.$

Dacă un punct al solidului rigid e ţinut fix şi solidul se poate roti oricum în jurul lui, mişcarea se numeşte *sferică*. Ea consistă numai în rotaţiuni în jurul unor axe arbitrare cari trec prin punctul fix O. Dacă ne imaginăm un sistem de coordonate rectangulare x, y, z cu originea în O şi exprimăm vectorul $\bar{\omega}$ al vitesei unghiulare prin componentele sale ω_1, ω_2, ω_3, observăm că există ∞^3 mişcări sferice posibile. *Rotaţiunea unui solid rigid în jurul unui punct fix corespunde deci la trei grade de libertate.* Axa instantanee de rotaţiune, pe care se găseşte $\bar{\omega}$, se numeşte şi *axă momentană* a mişcării de rotaţiune. Ea îşi poate schimba poziţia atât faţă de solidul rigid, cât şi faţă de spaţiul fix. Dacă ne imaginăm poziţiile succesive ale axei caracterizate atât într'un sistem de coordonate fix faţă de solidul rigid, cât şi în unul fix faţă de spaţiu, obţinem *două conuri polodice* cu vârf comun, conul polodic solidarizat cu corpul rostogolindu-se peste conul polodic fix în raport cu spaţiul. *Dreapta comună în fiecare moment celor două conuri e axa instantanee de rotaţiune.*

Vectorul vitesei unghiulare $\bar{\omega}$ e *un vector alunecător*, fiindcă dreapta lui suport indică axa de rotaţiune. Două vitese unghiulare egale şi de sensuri contrare $\bar{\omega}_1$ şi $-\bar{\omega}_1$ de pe aceeaşi dreaptă-suport se anulează una pe alta, aşa încât prin adăugarea lor simultană nu se schimbă nimic în starea de mişcare a unui solid rigid.

Dacă starea de mişcare a unui corp e dată de $\bar{\omega}$ şi se adaugă pe o paralelă cu $\bar{\omega}$ cele două vitese unghiulare $\bar{\omega}_1$ şi $-\bar{\omega}_1$, unde se pune condiţiunea $\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}$, $\bar{\omega}$ şi $-\bar{\omega}_1$ se pot strânge într'un *cuplu de vitese unghiulare* sau *cuplu de rotaţiuni*. Un cuplu de rotaţiuni reprezintă două vitese egale şi de sensuri contrare pe drepte-suport paralele (fig. 81).

Un cuplu de rotaţiuni (fig. 82) cu vitesele unghiulare $\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}$ şi $\bar{\omega}_2 = -\bar{\omega}$ şi cu distanţa a dintre cele două vitese unghiulare determină un paralelogram de arie $a\omega$, care se conservă şi la deplasarea vitesei unghiulare de-a-lungul dreptelor lor suport. Un punct oarecare O din planul cuplului de rotaţiuni are vitesa $v = a_1\omega_1 + a_2\omega_2 = a\omega =$ const în direcţiunea perpendiculară pe planul cuplului de rotaţiuni. *Un cuplu de rotaţiuni e deci echivalent cu o vitesă de translaţie perpendiculară pe planul cuplului şi de mărime cât aria paralelogramului cuplului de rotaţiuni.* Orientarea vitesei de translaţie şi sensul de rotaţiune al cuplului de rotaţiuni determină o mişcare de şurubare dextrorsă (spre dreapta).

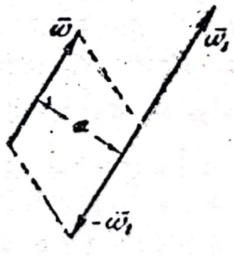


Fig. 81.

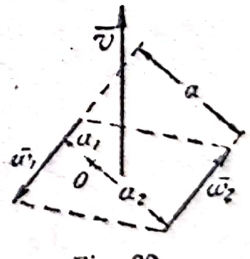


Fig. 82.

Din fig. 81 urmează: *La deplasarea paralelă a unei vitese unghiulare $\bar{\omega}$ cu un segment de dreaptă a perpendicular pe $\bar{\omega}$ se adaugă o vitesă de translaţie perpendiculară pe planul de deplasare şi de valoarea absolută $a\omega$.*

Consideraţiile de mai sus sunt cele ce trebue aplicate deplasării paralele a unei forţe $\bar{P}$. Momentul de mărimea Pa care apare la deplasarea lui $\bar{P}$ corespunde vitesei de translaţie $\bar{v}$ care apare la deplasarea paralelă a vitesei unghiulare. (Detalii despre

Scanned with OKEN Scanner

analogie v. p. 369 sub 3). Atât în cazul vitesei unghiulare $\bar\omega$, cât și în cazul forței $\bar P$ e vorba de vectori alunecători.

Accelerația unui punct P la rotațiunea în jurul unui punct fix O rezultă din vitesa $d\bar r/dt = \bar v = \bar\omega \times \bar r$ prin derivare în raport cu timpul și e $\bar b = d^2\bar r/dt^2 = d\bar v/dt = \bar\varepsilon \times \bar r + \bar\omega \times \bar v$, unde $\bar\varepsilon = d\bar\omega/dt$ e vectorul accelerației unghiulare.

Partea $\bar b_n = \bar\omega \times \bar v = \bar\omega \times (\bar\omega \times \bar r)$ din accelerația totală $\bar b$ e accelerația centripetă care cade pe perpendiculara dusă din punctul P pe axa instantanee de rotațiune și are valoarea absolută $\omega^2 a$, dacă a e distanța dintre punctul P și axa de rotațiune.

Pentru cazul că axa de rotațiune rămâne neschimbată, $\bar\varepsilon$ are direcțiunea lui $\bar\omega$ și $\bar\varepsilon \times \bar r$ ar reprezenta componenta tangențială a accelerației punctului P. La mișcarea sferică generală axa de rotațiune își schimbă însă mereu poziția în spațiu. In acest caz $\bar\varepsilon$ și $\bar\omega$ au orientări diferite. Uneori e util să se descompună $\bar\varepsilon$ într'o componentă $\bar\varepsilon_2$ în direcțiunea axei instantanee de rotațiune și într'o a doua componentă $\bar\varepsilon_1$ perpendiculară pe ea:

$$\bar\varepsilon \times \bar r = \bar\varepsilon_1 \times \bar r + \bar\varepsilon_2 \times \bar r.$$

3. Cea mai generală mișcare a solidului rigid. Analogia dintre statica și cinematica solidului. Prin compunerea unei translații (v. m. s.) cu o rotațiune (v. m. s.) se obține cea mai generală mișcare a unui solid rigid. Starea instantanee de mișcare se poate determina prin indicarea vitesei de translație $\bar v_0$ față de un punct de referință oarecare O și a vitesei unghiulare $\bar\omega$ în jurul unei axe care trece prin O. Un punct P la distanța $\bar r$ de O are vitesa instantanee (fig. 83)

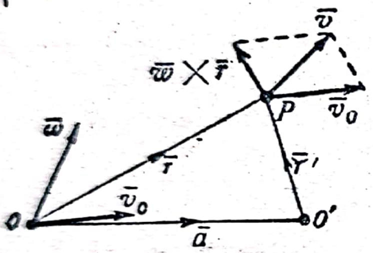


Fig. 83.

$$\bar v_P = \bar v_0 + \bar\omega \times \bar r;$$

$\bar\omega \times \bar r$ e vitesa lui P față de O, motiv pentru care se mai scrie:

$$\bar v_P = \bar v_O + \bar v_{P \text{ în jurul lui } O} \quad \text{sau} = \bar v_0 + \bar v_{P\,O\,\text{fix}}$$

Un corp în spațiu are șase grade de libertate, corespunzătoare celor trei grade de libertate ale translației și celor trei grade de libertate ale rotațiunii.

Dacă se alege un alt punct de referință O' pentru descrierea stării instantanee de mișcare a solidului rigid (fig. 83), trebue observat că vitesa lui exprimată cu ajutorul primului punct de referință devine $\bar v_0' = \bar v_0 + \bar\omega \times \bar a$. Prin scăderea ultimelor ecuații vectoriale se obține

$$\bar v_P = \bar v_0' + \bar\omega \times (\bar r - \bar a) = \bar v_0' + \bar\omega \times \bar r',$$

adică la altă alegere a punctului de referință nu se schimbă vitesa unghiulară instantanee $\bar\omega$, ci numai vitesa de translație $\bar v_0$ în $\bar v_0'$.

Dacă un solid rigid e supus simultan mai multor vitese unghiulare $\bar\omega_1$, $\bar\omega_2$, $\bar\omega_3, \ldots$, ale căror drepte-suport sunt drepte oarecari dispuse strâmb, ele se pot compune alegând un punct de referință oarecare O și mutând în el vitesele unghiulare, prin deplasarea lor paralelă. Vitesele unghiulare cari trec prin punctul O se compun prin adunare geometrică în vitesa unghiulară rezultantă

$$\bar\omega = \bar\omega_1 + \bar\omega_2 + \bar\omega_3 + \ldots .$$

Afară de aceasta mai apare însă, din cauza deplasării paralele a fiecăreia din vitesele unghiulare date $\bar\omega_i$ spre punctul O, o vitesă de translație $\bar v_i$ (p. 367). Vitesa de translație rezultantă e

$$\bar v = \bar v_1 + \bar v_2 + \bar v_2 + \ldots$$

Scanned with OKEN Scanner

Starea instantanee de mişcare, pentru O ca punct de referinţă, e determinată de vitesa de translaţie rezultantă $\bar{v}$ şi de vitesa unghiulară rezultantă $\bar{\omega}$. Aceste consideraţiuni sunt aceleaşi ca pentru compunerea forţelor $\bar{P}$ aplicate solidului rigid (p. 327): După cum cel mai general sistem de forţe se reduce la o rezultantă unică $\bar{R} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \ldots$ prin punctul de referinţă ales O şi la momentul rezultant $\bar{M} = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \bar{M}_3 + \ldots$, tot aşa cea mai generală stare de mişcare se reprezintă prin vitesa unghiulară rezultantă $\bar{\omega}$, prin punctul de referinţă ales şi prin vitesa de translaţie rezultantă $\bar{v}$.

Cele de mai sus exprimă analogia dintre sistemul de forţe aplicat solidului rigid şi cea mai generală stare de mişcare a solidului rigid. Işi corespund:

în sistemul de forţe	în starea de mişcare
forţa $\bar{P}$	vitesa unghiulară $\bar{\omega}$
momentul $\bar{M}$	vitesa de translaţie $\bar{v}$
cuplul de forţe	cuplul de rotaţiuni

Forţa şi vitesa unghiulară sunt vectori alunecători, pe când momentul şi vitesa de translaţie sunt vectori liberi. Prin această analogie s'a realizat legătura dintre cinematica şi statica solidului rigid. Ţinând seamă de analogie, orice problemă de cinematica solidului rigid se poate reduce la problema corespunzătoare de statică. Analogia e numai formală. Ea nu are o semnificaţie mecanică mai adâncă, fiindcă starea reală de mişcare a unui solid rigid, care-i corespunde unui sistem de forţe, diferă în general de cea corespunzătoare analogiei formale.

Reducerii celui mai general sistem de forţe la o diadă de forţe (p. 329) îi corespunde, la alegere potrivită a punctului de referinţă, reducerea stării instantanee de mişcare la o mişcare de şurubare, adică la o rotaţiune în jurul unei axe, combinată cu o mişcare de translaţie de-a-lungul axei (a axei centrale). Această reducere se face analog ca la sistemul de forţe. O astfel de mişcare de şurubare se numeşte şi şurubare elementară. Orice mişcare finită se poate compune din şurubări elementare cu axe centrale în general mereu variabile.

Exemplul 1: Compunerea a două vitese unghiulare paralele $\bar{\omega}_1$ şi $\bar{\omega}_2$ (fig. 84).

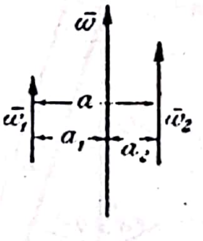


Fig. 84.

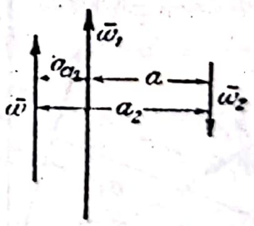


Fig. 85.

Corespunzător compunerii forţelor paralele (p. 321), vitesa unghiulară rezultantă $\bar{\omega} = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2$ e de asemenea paralelă şi e cuprinsă în planul determinat de $\bar{\omega}_1$ şi $\bar{\omega}_2$ la raportul de distanţe $a_1/a_2 = \omega_2/\omega_1$ de cele două vitese unghiulare date, aşa încât $a_1 = a\,\omega_2/(\omega_1 + \omega_2)$; $a_2 = a\,\omega_1/(\omega_1 + \omega_2)$.

Dacă $\bar{\omega}_1$ şi $\bar{\omega}_2$ sunt antiparalele, se aplică aceleaşi formule ca mai sus.

Valoarea absolută a vitesei unghiulare rezultante $\bar{\omega}$ e egală cu diferenţa dintre valorile absolute ale viteselor unghiulare date: $\omega = \omega_1 - \omega_2$ şi vitesa unghiulară rezultantă e situată în exteriorul făşiei determinate de $\bar{\omega}_1$ şi $\bar{\omega}_2$ de partea celei mai mari dintre valorile absolute ale celor două vitese unghiulare (fig. 85): $a_1 = a\,\omega_2/(\omega_1 - \omega_2)$; $a_2 = a\,\omega_1/(\omega_1 - \omega_2)$.

In cazul mai multor vitese unghiulare paralele $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \bar{\omega}_3 \ldots$ se determină într'un plan x, y, perpendicular pe direcţiunea viteselor unghiulare, coordonaţele punctelor lor de intersecţiune cu acel plan $(x_1 y_1, x_2 y_2, x_3 y_3 \ldots)$. Vitesa unghiulară rezultantă $\bar{\omega} = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_3 + \ldots$ are în acest caz coordonatele

$$x = \frac{\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \omega_3 x_3 + \ldots}{\omega}, \qquad y = \frac{\omega_1 y_1 + \omega_2 y_2 + \omega_3 y_3 + \ldots}{\omega}.$$

ω e suma algebrică a viteselor unghiulare $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \ldots$; fiecare trebue prevăzută cu semnul corect.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 2: Compunerea a două vitese unghiulare ω_1 și ω_2, cari se intersectează.

Vitesa unghiulară rezultantă $\overline{\omega}_3 = \overline{\omega}_1 + \overline{\omega}_2$ trece prin punctul de intersecțiune al lui $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$.

Palierul cu bile (fig. 86). Când fusul se rotește cu vitesa unghiulară $\overline{\omega}_3$, trebue ca bilele să efectueze o mișcare de rostogolire atât față de fus, cât și față de inelul de bază. Deci trebue ca $\overline{\omega}_3$ să se compună din rotirea bilelor cu vitesa unghiulară $\overline{\omega}_1$ și din vitesa unghiulară $\overline{\omega}_2$ a rotațiunii relative a fusului față de bile; de aceea trebue în primul rând ca cele trei axe de rotațiune I, II și III să fie concurente. Cele trei vitese unghiulare $\overline{\omega}_1$, $\overline{\omega}_2$, $\overline{\omega}_3$ trebue să fie, în plus, atât de mari, încât $\overline{\omega}_3$ să se poată forma drept diagonală a unui paralelogram cu laturile $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$. Cazul special al axelor I, II și III paralele, ceea ce i-ar corespunde palierului cu bile cu axă cilindrică, reprezintă un exemplu de compunere a două vitese unghiulare paralele, cum sunt reprezentate schematic în fig. 84 resp. 85.

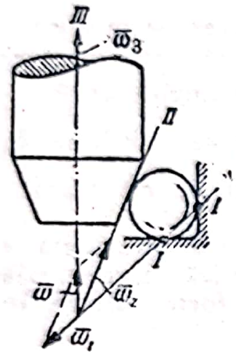


Fig. 86.

Exemplul 3: Compunerea a două vitese unghiulare dispuse strâmb $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$ (fig. 87 a și b).

La axe dispuse strâmb A_1 și A_2 [unghiul $(\overline{\omega}_1\ \overline{\omega}_2) = \alpha$, distanța cea mai scurtă dintre axe $= a$; fig. 87 a trebue considerată ca în perspectivă, 87 b ca figură auxiliară în planul perpendicular pe a, conținând poligonul forțelor] urmează o șurubare în jurul unei axe O care intersectează în unghiu drept pe a; direcțiunea lui O, mărimea și sensul de rotațiune al vitesei unghiulare rezultante $\overline{\omega}$ rezultă din vectorii $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$ ai vitesei unghiulare cu ajutorul triunghiului vitezelor unghiulare, după care

$$\overline{\omega} = \overline{\omega}_1 + \overline{\omega}_2 \quad \text{și} \quad \omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2\,\omega_1\,\omega_2 \cos\alpha}.$$

Poziția lui O și mărimea vitesei de alunecare $\overline{v}$ se găsesc descompunându-l pe $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$ perpendicular și paralel cu $\overline{\omega}$, componentele $\overline{\omega}_1'$ și $\overline{\omega}_2'$ perpendiculare pe $\overline{\omega}$ formează un cuplu de rotațiuni; urmează deci vitesa de alunecare

$$v = a\,\omega_1' = a\,\omega_2' = a\,(\omega_1\,\omega_2/\omega)\sin\alpha$$

cu sensul săgeții din figură; celelalte două componente $\overline{\omega}_1''$ și $\overline{\omega}_2''$ reprezintă două rotațiuni de același sens în jurul unei axe paralele; avem deci

distanța $A_1 O = a_1 = a\,\omega_2''/\omega = a\,\omega_2\,(\omega_2 + \omega_1\cos\alpha)/\omega^2$,

distanța $A_2 O = a_2 = a\,\omega_1''/\omega = a\,\omega_1\,(\omega_1 + \omega_2\cos\alpha)/\omega^2$.

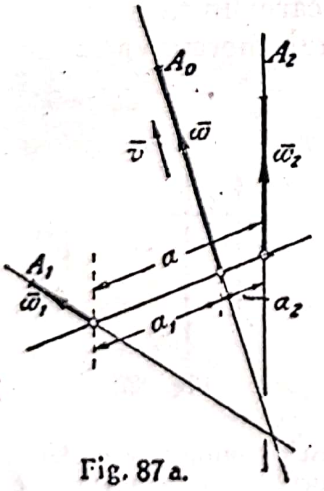


Fig. 87 a.

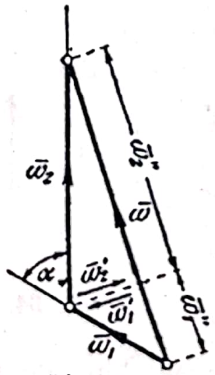


Fig. 87 b.

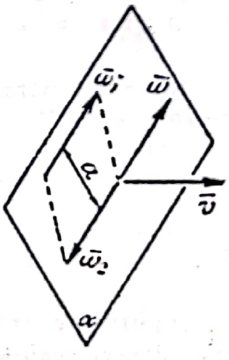


Fig. 88.

$\overline{\omega}$ și $\overline{v}$ formează împreună o mișcare de șurubare. Dacă se interpretează $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$ ca forțe $\overline{P}_1$ și $\overline{P}_2$, atunci $\overline{R}$ în loc de $\overline{\omega}$ și $\overline{M}$ în loc de $\overline{v}$ reprezintă rezultanta și momentul rezultant echivalent cu diada de forțe $\overline{P}_1$ și $\overline{P}_2$ (p. 329).

Exemplul 4: Compunerea unei vitese unghiulare $\overline{\omega}$ cu o vitesă liniară perpendiculară pe ea $\overline{v}$ (fig. 88).

Se duce un plan α prin $\overline{\omega}$ și perpendicular pe $\overline{v}$ și se înlocuește $\overline{v}$ printr'un cuplu echivalent de rotațiuni $\overline{\omega}_1$, $\overline{\omega}_2$ în planul α, unde $\overline{\omega} = \overline{\omega}_1 = -\overline{\omega}_2$, așa încât $\overline{\omega}$ și $\overline{\omega}_2$ se anulează pe aceeași axă. Rămâne vitesa unghiulară $\overline{\omega}_1$ paralelă cu $\overline{\omega}$ în planul perpendicular pe $\overline{v}$, la distanța $a = \overline{v}/\omega$.

O vitesă unghiulară $\overline{\omega}$ cu o vitesă liniară perpendiculară pe ea $\overline{v}$ se poate reduce deci totdeauna la o vitesă unghiulară simplă. Din vitesa punctului P al unui

Scanned with OKEN Scanner

solid rigid în mişcare oarecare $\bar{v}_P = \bar{v}_O + \bar{\omega} \times \bar{r}$ urmează acceleraţia prin derivare în raport cu timpul:

$$\bar{b}_P = \frac{d\bar{v}_P}{dt} = \frac{d\bar{v}_O}{dt} + \bar{\varepsilon} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times \frac{d\bar{r}}{dt}.$$

Mai sus $d\bar{v}_O/dt$ e acceleraţia punctului de referinţă O (acceleraţia de translaţie), iar $\bar{\varepsilon} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times d\bar{r}/dt$ reprezintă acceleraţia lui P faţă de O (acceleraţia de rotaţiune), aşa încât se poate scrie analog ca la viteză: $\bar{b}_P = \bar{b}_O + \bar{b}_{P \text{ în jurul lui O}}$ sau $= \bar{b}_0 + \bar{b}_{PO \text{ fix}}$. Partea $\bar{\varepsilon} \times \bar{r}$ se poate trata ca şi la mişcarea sferică (p. 368).

c) Mişcarea relativă a punctelor faţă de solide rigide în mişcare

1. Mişcarea relativă la deplasarea paralelă a corpului de referinţă. Dacă se numeşte „vehicul" corpul pe care se mişcă punctul P, şi „viteza vehiculului" sau viteză de transport $\bar{v}_f$ şi „acceleraţia vehiculului" sau acceleraţia de transport $\bar{b}_f$ viteza şi acceleraţia corpului, pe când viteza şi acceleraţia punctului faţă de vehicul se notează cu $\bar{v}_r$ resp. $\bar{b}_r$, viteza absolută a punctului P e

$$\bar{v} = \bar{v}_f + \bar{v}_r \qquad \text{sau} \qquad \bar{v}_r = \bar{v} - \bar{v}_f$$

iar acceleraţia absolută a punctului P e

$$\bar{b} = \bar{b}_f + \bar{b}_r \qquad \text{sau} \qquad \bar{b}_r = \bar{b} - \bar{b}_f$$

Aceste relaţiuni sunt valabile însă numai la translaţia vehiculului.

Exemplu: Un pendul matematic de lungimea l are într'un spaţiu fix faţă de pământ, la mici elongaţii, durata de oscilaţie (perioada) $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ (g = acceleraţia gravitaţiei). Intr'un sistem de referinţă care se mişcă rectiliniu cu viteză constantă faţă de pământ, perioada pendulului matematic nu se schimbă, fiindcă acceleraţia vehiculului e zero. Intr'un tren în mişcare accelerată sau retardată, pendulul ocupă o poziţie inclinată cu unghiul α faţă de verticală, unde $\operatorname{tg} \alpha = b/g$ cu b = acceleraţia resp. retardarea trenului. Perioada în jurul acestei noi poziţii e $T = 2\pi\sqrt{l \cos \alpha/g}$. Perioada într'un ascensor care coboară cu acceleraţia $b_f = b$ e $T = 2\pi\sqrt{l/(g-b)}$, fiindcă acceleraţia punctului faţă de vehicul e $b_r = g - b$. Perioada într'un ascensor care urcă cu acceleraţia b e $T = 2\pi\sqrt{l/(g+b)}$, fiindcă acceleraţia punctului faţă de vehicul e $b_r = g + b$.

2. Mişcarea relativă la mişcare oarecare a corpului de referinţă. Dacă $\bar{v}_r$ e viteza punctului faţă de corpul de referinţă şi $\bar{v}_f$ „viteza vehiculului", adică viteza acelui punct al vehiculului cu care tocmai coincide punctul P, viteza absolută a lui P se obţine ca în cazul 1 prin adunare geometrică:

$$\bar{v} = \bar{v}_f + \bar{v}_r \qquad \text{sau} \qquad \bar{v}_r = \bar{v} - \bar{v}_f.$$

Acceleraţia lui Coriolis. Această relaţiune simplă nu mai e valabilă pentru acceleraţii. Acceleraţiei $\bar{b}_f$ a punctului vehiculului şi acceleraţiei relative $\bar{b}_r$ a lui P i se mai adaugă acceleraţia lui Coriolis $\bar{b}_c$:

$$\bar{b} = \bar{b}_f + \bar{b}_r + \bar{b}_c \quad \text{sau} \quad \bar{b}_r = \bar{b} - \bar{b}_f - \bar{b}_c, \quad \text{unde } \bar{b}_c = 2\,\bar{\omega} \times \bar{v}_r.$$

Acceleraţia lui Coriolis e egală cu dublul produsului vectorial al vitesei unghiulare $\bar{\omega}$ a corpului de referinţă prin viteza relativă $\bar{v}_r$. Cu $\bar{\omega} = 0$, adică în cazul unei simple translaţii a corpului de referinţă, acceleraţia lui Coriolis $\bar{b}_c$ cade, şi avem din nou cazul de sub 1.

Scanned with OKEN Scanner

Intr'un sistem de coordonate rectangulare, în care componentele vitesei unghiulare sunt $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ și componentele vitesei relative $(v_r)_1, (v_r)_2, (v_r)_3$, componentele accelerației lui Coriolis sunt

$$(b_c)_1 = 2\,[\omega_2\,(v_r)_3 - \omega_3\,(v_r)_2]$$
$$(b_c)_2 = 2\,[\omega_3\,(v_r)_1 - \omega_1\,(v_r)_3]$$
$$(b_c)_3 = 2\,[\omega_1\,(v_r)_2 - \omega_2\,(v_r)_1].$$

Accelerația b_f a vehiculului rezultă în cazul rotațiunii simple (mișcării sferice) a corpului de referință după p. 368 și în cazul celei mai generale mișcări a corpului de referință după p. 370.

Deducerea accelerației lui Coriolis [1]). Folosim ca punct de plecare mișcarea plană oarecare a unui punct material m sub acțiunea unei forțe exterioare P (fig. 89). Dacă se raportează mișcarea la un sistem de coordonate polare fix în spațiu r, φ, forța $\bar{P}$ se descompune într'o componentă radială R și una tangențială T, pe când vitesa $\bar{v}$ are componenta radială $\bar{v}_r$ și componenta tangențială $\bar{v}_t$.

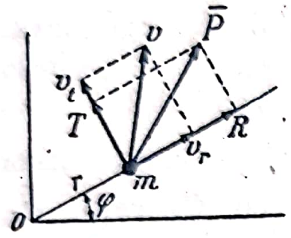


Fig. 89.

Teorema momentului cantității de mișcare (p. 379), aplicată față de o axă trecând prin originea O perpendicular pe plan, dă

$$\frac{dB}{dt} = r\,T. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Momentul cantității de mișcare B al punctului material m față de axa de referință se poate exprima prin

$$B = m\,r^2\,\omega = m\,r\,v_t \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

dacă $\omega = v_t/r$ e vitesa unghiulară instantanee. Introducând această valoare a lui B, teorema momentului cantității de mișcare (1) se poate scrie cum urmează

$$T = m\left(r\,\frac{d\omega}{dt} + 2\,\omega\,\frac{dr}{dt}\right), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

de unde urmează accelerația tangențială b_t a punctului material

$$b_t = r\,\frac{d\omega}{dt} + 2\,\omega\,\frac{dr}{dt} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Un caz particular al acestei formule corespunde mișcării punctului material pe un cerc de rază r și cu centrul în O. Cum $dr/dt = 0$, rămâne în acest caz numai valoarea accelerației tangențiale $r\,d\omega/dt$, valabilă pentru mișcarea pe un cerc a punctului material.

Componenta radială b_r a accelerației e

$$b_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - \omega^2 r. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Primul termen d^2r/dt^2 ar rămâne singur dacă punctul s'ar mișca de-a-lungul razei, pe când al doilea termen $-\omega^2 r$, accelerația centripetă, provine dela mișcarea circulară.

Folosim drept sistem de coordonate, la care raportăm mișcarea punctului material, un carusel a cărui axă coincide cu dreapta care trece prin originea O perpendicular pe planul de mișcare a punctului material, și care se rotește cu vitesa unghiulară oarecare u. Dacă se notează cu $d\varphi/dt$ vitesa unghiulară cu care se rotește punctul material față de vehicul (carusel), vitesa absolută e

$$\omega = u + \frac{d\varphi}{dt}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

De aici urmează pentru accelerația tangențială și radială, cu ajutorul ecuațiilor (4) și (5):

$$\left.\begin{aligned} b_t &= r\,\frac{d^2\varphi}{dt^2} + r\,\frac{du}{dt} + 2\,\frac{dr}{dt}\,\frac{d\varphi}{dt} + 2\,u\,\frac{dr}{dt} \\ b_r &= \frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r - u^2 r - 2\,u\,\frac{d\varphi}{dt}\,r \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

[1]) L. Föppl, Beitrag zur Stodola-Festschrift, Zürich 1929.

Scanned with OKEN Scanner

Componentele relative, raportate la vehiculul, sunt după ecuațiile (4) și (5):

$$(b_t)_{\text{rel}} = r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}, \qquad (b_r)_{\text{rel}} = \frac{d^2r}{dt^2} - \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r, \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

așa încât ecuația (7) se poate scrie cum urmează:

$$b_t = (b_t)_{\text{rel}} + r\frac{du}{dt} + 2u\frac{dr}{dt}, \qquad b_r = (b_r)_{\text{rel}} - u^2 r - 2u\frac{d\varphi}{dt}r \quad \ldots \quad (9)$$

Mai sus $r\,du/dt$ și $-u^2 r$ sunt componenta tangențială și radială a accelerației punctului vehiculului cu care coincide instantaneu punctul material. Pentru vectorul accelerației vom întrebuința notația $d^2\bar{p}/dt^2$. Celelalte două componente ale accelerației $2u\,dr/dt$ în direcțiunea tangențială și $-2\,u\,r\,d\varphi/dt$ în direcțiune radială se pot strânge în vectorul

$$2\bar{u}\times\frac{d\bar{r}}{dt}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

de ceea ce ne putem convinge prin descompunerea acestui vector în direcțiune tangențială și radială; $d\bar{r}/dt$ sau $\bar{v}_r$ reprezintă vitesa punctului material față de vehicul cu componenta radială dr/dt și tangențială $r\,d\varphi/dt$.

$2\bar{u}\times\dfrac{d\bar{r}}{dt}$ e a c c e l e r a ț i a l u i C o r i o l i s.

Cele două ecuații (9) se pot strânge în ecuația vectorială care urmează și în care s'a scris $d^2\bar{s}/dt^2$ pentru accelerația absolută și $d^2\bar{r}/dt^2$ pentru accelerația relativă:

$$\frac{d^2\bar{s}}{dt^2} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} + \frac{d^2\bar{p}}{dt^2} + 2\bar{u}\times\frac{d\bar{r}}{dt}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

In cuvinte: A c c e l e r a ț i a a b s o l u t ă a p u n c t u l u i m a t e r i a l s e c o m p u n e a d i t i v d i n a c c e l e r a ț i a r e l a t i v ă $\dfrac{d^2\bar{r}}{dt^2}$, a c c e l e r a ț i a p u n c t u l u i v e h i c u l u l u i $\dfrac{d^2\bar{p}}{dt^2}$ ș i a c c e l e r a ț i a l u i C o r i o l i s $2\bar{u}\times\dfrac{d\bar{r}}{dt}$.

Deși ecuația (11) a fost dedusă numai pentru mișcarea de simplă rotațiune a vehiculului și mișcarea plană a punctului material, se poate arăta ușor că e valabilă și pentru cea mai generală mișcare a vehiculului sau sistemului de referință, la mișcare oarecare a punctului material. Aceasta urmează din faptul că mișcarea instantanee a unui solid rigid — și despre un astfel de solid e vorba în cazul sistemului de referință — se poate reprezenta printr'o mișcare de șurubare. Pentru mișcarea de rotațiune a acestei șurubări e valabilă însă ecuația (11), pe când accelerația atât a vehiculului, cât și a punctului material, în direcțiune paralelă cu axa mișcării de șurubare intră deja în vectorii $d^2\bar{p}/dt^2$ resp. $d^2\bar{r}/dt^2$ din ecuația (11), și valoarea produsului vectorial $\bar{u}\times d\bar{r}/dt$ nu se poate schimba printr'o componentă a lui $d\bar{r}/dt$ paralelă cu $\bar{u}$. Astfel e demonstrată valabilitatea generală a ecuației (11).

Exemplu: Căderea liberă la suprafața pământului.

Dacă se neglijează rotațiunea pământului, acționează asupra unui punct material numai accelerația g a gravitației, dirijată spre centrul pământului. Dacă se ține seamă de rotațiunea pământului, trebue observat că o cădere liberă a punctului P se efectuează pe un vehicul (pământul), care se rotește cu vitesa unghiulară

$$\omega = 2\,\pi/(24\cdot 60\cdot 60)\ [1/\text{s}]\,.$$

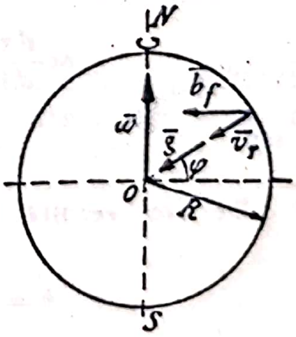


Fig. 90.

Intr'un punct al suprafeței pământului, de latitudine geografică φ, accelerația vehiculului e $|\bar{b}_f| = R\,\omega^2\cos\varphi$, îndreptată spre axa pământului (fig. 90). I se adaugă accelerația absolută a punctului material în cădere liberă, care provine din atracțiunea pământului, singura forță care se exercită asupra punctului material. Ea e accelerația $\bar{g}$ a gravitației, dirijată spre centrul O al pământului. Accelerația lui Coriolis $\bar{b}_c = 2\bar{\omega}\times\bar{v}_r$ reprezintă un vector îndreptat în fig. 90 perpendicular pe desen spre înainte (Vest), de mărimea

$$|\bar{b}_c| = 2\,\omega\,v_r\cos\varphi. \qquad \text{(v. și Balistică a) 2, p. 405).}$$

Scanned with OKEN Scanner

Accelerația relativă $\overline{b_r}$, cum o observăm pe pământ, e

$$\overline{b_r} = \overline{b} - \overline{b_f} - \overline{b_c}.$$

Ea are o componentă de valoarea $R\omega^2 \cos\varphi \sin\varphi$ orientată spre Sud (abaterea spre Sud) și o componentă de valoarea $2\omega v_r \cos\varphi$ orientată spre Est (abaterea spre Est). Abaterea spre Sud are, la un timp de cădere de durata $t = 10$ s (înălțimea de cădere $gt^2/2 = 490{,}5$ m), valoarea

$$R\omega^2 \cos\varphi \sin\varphi \cdot t^2/2 = 1{,}69 \cos\varphi \sin\varphi \text{ [m]}.$$

Pentru calculul abaterii spre Est se poate trece în expresiunea accelerației spre Est destul de exact $v_r = gt$ și se obține pe urmă abaterea spre Est prin două integrări în raport cu timpul:

$\omega g \cos\varphi \cdot t^3/3$. Pentru $t = 10$ s: egal $0{,}238 \cos\varphi$ [m].

Mişcarea plană v. II. Cinematica Mecanismelor, p. 412.

E. Dinamica

a) Dinamica punctului material (punctului de masă)

Pentru conceptul de punct material sau punct de masă, ca și pentru ecuația fundamentală a dinamicei v. p. 314.

1. Mişcarea rectilinie. In p. 356 s'au tratat relațiile pur cinematice dela mişcarea rectilinie, fără a întreba de cauza, adică de forța care provoacă mişcarea. Forța $\overline{P}$ se obține prin înmulțirea accelerației $\overline{b}$ cu masa m a punctului material (v. m. s.). La mişcarea rectilinie vectorul vitesei, al accelerației și deci și al forței cade mereu pe dreapta de mişcare a punctului material. Dacă forța $\overline{P}$ e zero, punctul material e fie în repaus, fie că se mişcă rectiliniu cu vitesă invariabilă, accelerația fiind și ea zero. Dacă forța e invariabilă ca mărime și orientare, avem o mişcare uniform accelerată resp. retardată. Dacă vitesa inițială e zero sau are direcțiunea forței, mişcarea e rectilinie uniform accelerată resp. retardată; de ex. căderea liberă neglijând rezistența aerului (p. 358). Aici forța e forța de atracțiune a pământului, invariabilă ca mărime și orientare, adică greutatea.

Exemplul 1: Căderea liberă considerând rezistenta aerului. Afară de greutatea G, ce aplică rezistența aerului W, care e orientată în sens contrar cu vitesa, adică vertical în sus, și crește proporțional cu pătratul vitesei (Newton), așa încât $W = G\,(v/v_0)^2$, unde v_0 e vitesa finală la care ajunge corpul.

Ecuația fundamentală a dinamicei are forma

$$m\frac{dv}{dt} = G - G\left(\frac{v}{v_0}\right)^2 \qquad \left(\text{pt. } v = v_0 \text{ avem } \frac{dv}{dt} = 0\right)$$

sau

$$b = \frac{dv}{dt} = g\,\frac{v_0^2 - v^2}{v_0^2}.$$

De aici rezultă înălțimea de cădere în funcțiune de vitesă

$$h = \int_0^v v\,dt = \int_0^v \frac{v}{b}\,dv = \frac{v_0^2}{2g}\int_0^v \frac{d(v^2)}{v_0^2 - v^2} = \frac{v_0^2}{2g}\ln\frac{v_0^2}{v_0^2 - v^2},$$

sau invers

$$v = v_0\sqrt{1 - e^{-2gh/v_0^2}}$$

și durata căderii:

$$t = \int_0^h \frac{dh}{v} = \frac{1}{v_0}\int_0^h \frac{dh}{\sqrt{1 - e^{-2gh/v_0^2}}} = \frac{v_0}{g}\ln\left(e^{gh/v_0^2} + \sqrt{e^{2gh/v_0^2} - 1}\right)$$

Vitesa finală v_0 rezultă din încercări pe modele, şi anume se determină din:

$$G = c \cdot \gamma/g \cdot v_0^2/2 \cdot F,$$

unde γ = greutatea specifică a aerului (normal : 1 m³ aer = 1,293 kg), g = acceleraţia gravitaţiei, F = secţiunea maximă a corpului perpendiculară pe direcţiunea lui de mişcare şi c e un coeficient experimental dependent de forma corpului, care se obţine din încercări pe modele (v. Mecanica corpurilor neelastice, p. 492 ş. u.). Cp. şi Balistică b) 2, p. 407.

Exemplul 2: Mişcarea armonică rectilinie. Dacă un punct material e atras spre un centru de atracţiune, poporţional cu distanţa lui dela el şi dacă vitesa lui iniţială e dirijată de-a-lungul dreptei care-l uneşte cu centrul de atracţiune, punctul descrie oscilaţii armonice rectilinii în jurul centrului de atracţiune. Dacă centrul de atracţiune se notează cu zero şi elongaţia instantanee cu x, ecuaţia fundamentală a dinamicei e

$$m \frac{d^2 x}{d t^2} = - 1/C \cdot x.$$

$1/C = c$ e constanta elastică [dim c = kg/cm], adică forţa necesară pentru elongaţia de 1 cm. C se numeşte elasticitate (capacitate elastică) [dim C = cm/kg] (p. 226). E x e m p l u : Resort de care atârnă un corp care efectuează oscilaţii în jurul poziţiei sale de echilibru.

Notând $\sqrt{1/mC} = \omega$ (p u l s a ţ i a oscilaţiei), integrala ecuaţiei diferenţiale e

$$x = A \sin \omega t + B \cos \omega t,$$

unde cele două constante de integrare A şi B trebue adaptate condiţiunilor la limită, de ex. dacă vitesa iniţială pentru $t = 0$ era v_0, avem: $x = v_0/\omega \cdot \sin \omega t$. Cea mai mare elongaţie, aici v_0/ω, se numeşte amplitudine. Durata unei oscilaţii complete e $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/c}$, adică i n d e p e n d e n t ă d e a m p l i t u d i n e. Frecvenţa, adică numărul de oscilaţii pe secundă, e

$$f = 1/T = \omega/2\pi.$$

T e o r i a t e h n i c ă a o s c i l a ţ i i l o r v. p. 224 ş. u.

Exemplul 3: Mişcarea pe un plan inclinat cu frecare. Fie μ coeficentul de frecare (p. 397) dintre corpul care alunecă şi planul inclinat, G greutatea, α unghiul de inclinare al planului, N forţa perpendiculară pe planul inclinat; în aceste condiţiuni se exercită în mişcarea punctului material asupra lui o forţă de frecare $T = \mu N$, dirijată în sens contrar cu mişcarea, şi rămâne în direcţiunea planului inclinat forţa

$$G \sin \alpha - \mu N = G(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

cu acceleraţia

$$b = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) .$$

2. Mişcarea curbilinie. Relaţiunile cinematice din cazul mişcării curbilinii a punctului material v. p. 360. Din acceleraţie urmează prin înmulţire cu masa m forţa $\overline{P}$ în mărime şi orientare, necesară spre a provoca mişcarea:

$$\overline{P} = m\overline{b} = m \frac{d\overline{v}}{dt} = m \frac{d^2 \overline{s}}{dt^2}.$$

Analog cu descompunerea acceleraţiei într'o componentă tangenţială şi una normală (p. 361), forţa se poate descompune într'o componentă

tangenţială $|\overline{P}_t| = m b_t = m \frac{dv}{dt}$ şi în una

normală $|\overline{P}_n| = m b_n = m \frac{v^2}{\varrho} = m \omega^2 \varrho.$

$\overline{P}_t$ şi $\overline{P}_n$ se cuprind în planul osculator al traiectoriei. $\overline{P}_t$ provoacă o variaţiune a mărimii v a vitesei $\overline{v}$, $\overline{P}_n$ o variaţiune a orientării vitesei $\overline{v}$. Dacă $\overline{P}_n = 0$, mişcarea e rectilinie şi $\overline{P}_t$ provoacă accelerarea mişcării rectilinii. In orice mişcare curbilinie $\overline{P}_n$ trebue să fie diferit de zero. Dacă $\overline{P}_t = 0$, mărimea v a vitesei rămâne neschimbată iar $\overline{P}_n$ provoacă variaţiunea orientării lui $\overline{v}$.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplu: Mişcarea unui punct pe un cerc cu raza r cu vitesă invariabilă v. Forţa e forţa centripetă de mărimea $P_n = m\,v^2/r = m\,\omega^2 r$ îndreptată spre centrul cercului. Forţa centrifugă e reacţiunea forţei centripete. De aceea ea nu i se aplică punctului material, ci e exercitată de el asupra ghidajului care constrânge punctul material de a rămânea pe traiectoria prescrisă, de ex. vagonul de cale ferată (considerat ca punct material) e acţionat în curbă, prin faptul că roţile lui se aplică pe şina exterioară, de o forţă îndreptată spre centrul de curbură, forţa centripetă. Roţile exercită asupra şinei exterioare o forţă egală, îndreptată în sens contrar, forţa centrifugă.

Observaţie: Expresiunea de forţă centrifugă se întrebuinţează şi într'un al doilea înţeles. Mişcarea unui punct material poate fi comparată cu o problemă de echilibru corespunzătoare, imaginând, pe lângă forţele cari există realmente şi cari nu sunt în echilibru, fiindcă provoacă o mişcare curbilinie, încă o forţă, care ar fi în echilibru cu forţele reale. In cazul punctului material care parcurge o curbă cu vitesă invariabilă, forţa fictivă e egală şi de sens contrar cu forţa centripetă. Această forţă care în realitate nu există şi serveşte numai spre a reduce problema de dinamică la o problemă de echilibru corespunzătoare, se numeşte şi ea forţă centrifugă. Prin opoziţie cu forţa centrifugă de mai sus, ea trebue considerată ca aplicându-i-se punctului material. Forţa centrifugă fictivă e un exemplu pentru forţa d'Alembertiană (p. 380).

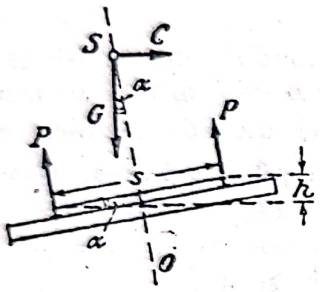


Fig. 91.

Exemplul 1: Supraînălţarea şinei exterioare în curba unei căi ferate (fig. 91). Ca vagonul de cale ferată să nu trebue să se aplice în curbă cu roţile lui pe şina exterioară, spre a primi forţa centripetă necesară pentru mişcarea curbă, se supraînalţă şina exterioară faţă de cea interioară cu o cantitate h, care se calculează din condiţiunea ca rezultanta dintre greutatea G şi forţa centrifugă fictivă $C = m v^2/r$ (r = raza de curbură a căii), cari ambele pot fi considerate ca aplicându-i-se centrului de greutate S, să cadă în axa de simetrie SO a vagonului, spre a putea fi luată prin forţe de compresiune pe roţi P egale, perpendiculare pe linia de unire a capetelor şinelor. Condiţiunea e $\operatorname{tg}\alpha = C/G$. Fiindcă pentru h mic se poate scrie cu aproximaţiune $\operatorname{tg}\alpha = h/s$ (s = ecartamentul căii), urmează

$$h/s = C/G = v^2/r\,g \quad \text{sau} \quad h = v^2\,s/r\,g\,;$$

cu $v = 15$ m/s; $s = 1{,}435$ m (ecartamentul); $r = 400$ m; $g = 9{,}81$ m/s², avem $h = 0{,}082$ m.

Exemplul 2: Mişcarea eliptică armonică. Aşa cum în exemplul din p. 361, acceleraţia punctului mobil dădea, prin proiectare paralelă, acceleraţia punctului proiectat (teorema proiecţiunii), avem relaţiuni corespunzătoare pentru forţa care se exercită asupra punctului material şi provoacă mişcarea, dacă numai masa rămâne neschimbată la proiectare. In mişcarea eliptică armonică, (p. 361,) acceleraţia şi cu ea forţa, e orientată mereu spre centrul O' al elipsei (fig. 77, p. 361). Mărimea ei e $\bar{P} = -m\,\omega^2\,\bar{r}'$.

Dacă există mai multe forţe cari se exercită simultan asupra punctului material, se pot considera separat mişcările sub acţiunea fiecăreia din forţe şi se poate obţine prin adunare geometrică mişcarea reală. In particular, mişcarea reală a punctului material se poate proiecta pe axele unui sistem de coordonate rectangulare x, y, z. De aceea ecuaţia fundamentală a dinamicei se poate scrie şi în coordonate, în loc de în vectori:

$$X = m\,b_x = m\,\frac{d v_x}{d t} = m\,\frac{d^2 x}{d t^2}$$

$$Y = m\,b_y = m\,\frac{d v_y}{d t} = m\,\frac{d^2 y}{d t^2}$$

$$Z = m\,b_z = m\,\frac{d v_z}{d t} = m\,\frac{d^2 z}{d t^2}\,.$$

Exemplul 3: Aruncarea fără rezistența aerului (fig. 92). Fiindcă greutatea $Z = -G$ lucrează ca singura forță, rezultă din $Y = 0$ și $(v_y)_0 = 0$, că mișcarea se efectuează mereu în planul xz și din $X = 0$, că proiecțiunea orizontală a vitesei își menține mereu aceeași valoare $(v_0)_x$.

Din $Z = -G = m\,dv_z/dt$, rezultă că, în proiecțiune verticală, mișcarea punctului material e aceea a căderii libere. *Aruncarea* reprezintă deci o *suprapunere a căderii libere* de-a-lungul verticalei cu o *mișcare orizontală* cu vitesă invariabilă.

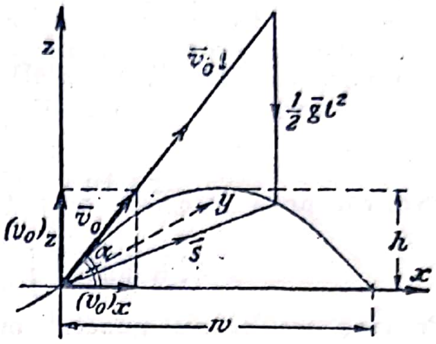


Fig. 92

Mișcarea de aruncare se poate deduce prin integrare din ecuația vectorială $\bar{g} = d\bar{v}/dt$, unde $\bar{g}$ e accelerația gravitației îndreptată în sensul greutății: $\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{g}t$, unde constanta de integrare $\bar{v}_0$ reprezintă vitesa inițială. $\bar{s} = \bar{v}_0\, t + \bar{g}t^2/2$ (fig. 92).

$$\text{Din } \frac{dx}{dt} = v_x = (v_0)_x = v_0 \cos\alpha \text{ rezultă } x = v_0 \cos\alpha \cdot t, \quad \ldots \quad (1)$$

$$\text{din } \frac{dv_z}{dt} = -g \text{ rezultă } v_z = \frac{dz}{dt} = v_0 \sin\alpha - gt \text{ și } z = v_0 \sin\alpha \cdot t - gt^2/2 \quad . \quad (2)$$

Ecuațiile (1) și (2) sunt ecuațiile unei parabole în reprezentare parametrică cu t drept parametru (*parabola aruncării*). Prin eliminarea lui t se obține ecuația parabolei:

$$z = x \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\alpha}\, x^2.$$

Distanța de aruncare e $w = \sin 2\alpha\; v_0^2/g$, adică maximă pentru $\alpha = 45^0$.

Durata aruncării e $t = w/v_0 \cos\alpha = (2\, v_0 \sin\alpha)/g$.

Inălțimea de aruncare e $h = \sin^2\alpha\; v_0^2/2\,g$.

Exemplul 4: Pendulul matematic (fig. 93). La *elongații mici* cele două forțe cari se exercită asupra punctului material, greutatea G și tracțiunea în fir F, au orientări cari diferă de unghiul de 180^0 cu unghiul infinit mic φ; cu aproximație de termeni de ordin superior avem deci mereu $F = G$, și forța de readucere în poziția de echilibru e $P = -G\varphi = -G/l \cdot x = -cx$.

Forța P e deci proporțională cu elongația x și îndreptată mereu spre poziția de echilibru ($x = 0$). Pendulul matematic efectuează deci, după p. 375, la elongații mici, *oscilații armonice* de *frecvența* $\sqrt{c/m} = \sqrt{g/l}$, ceea ce corespunde unei perioade complete $T = 2\pi\sqrt{m/c} = 2\pi\sqrt{l/g}$.

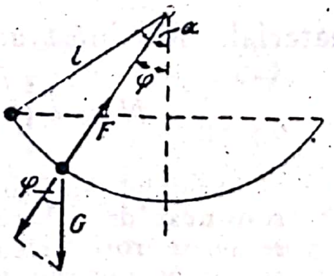


Fig. 94.

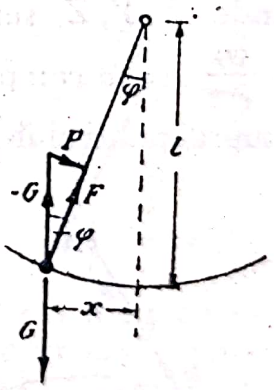


Fig. 93.

La *elongații mari* (fig. 94), e util să se plece dela teorema energiei (p. 378) și să se compare poziția de elongație maximă α cu poziția arbitrară φ. Poziției α îi corespunde energia cinetică zero, fiindcă în ea vitesa e zero, și energia potențială maximă, fiindcă în ea corpul are înălțimea maximă. Compararea cu poziția φ (vitesa v) dă

$$m\,v^2/2 = m\,g\,l\,(\cos\varphi - \cos\alpha), \quad \ldots \quad (1)$$

unde
$$v = l\,\frac{d\varphi}{dt}.$$

Accelerația normală e $b_n = v^2/l = l\,(d\varphi/dt)^2$ și cu ea *forța normală* $ml\,(d\varphi/dt)^2$. Ea e rezultanta tracțiunii în fir F și a componentei greutății în direcțiunea firului. *Tracțiunea în fir* e deci $F = G\cos\varphi + ml\,(d\varphi/dt)^2$. *Accelerația tangențială* e $b_t = dv/dt = -l\,(d^2\varphi/dt^2)$ și *forța tangențială* e $G\sin\varphi$. Ecuația fundamentală a dinamicei pentru mișcarea punctului

Scanned with OKEN Scanner

material în direcţiunea tangenţială e deci

$$l\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -g\sin\varphi. \qquad (2)$$

Pentru elongaţii mici $\sin\varphi$ se poate înlocui cu φ şi cu $l\varphi = x$ se obţine ecuaţia diferenţială a oscilaţiilor armonice: $d^2x/dt^2 = -gx/l$.

Pentru elongaţii mari se obţine din ecuaţia (2), printr'o primă integrare în raport cu timpul, integrala de mai sus, dedusă din teorema energiei

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{l}(\cos\varphi - \cos\alpha).$$

Printr'o nouă integrare se obţine de mai sus timpul

$$t = \sqrt{l/2g}\int_\varphi^\alpha (d\varphi/\sqrt{\cos\varphi - \cos\alpha}) \qquad \text{(integrală eliptică)},$$

de care are nevoie punctul material spre a parcurge spaţiul dintre φ şi α în unul sau celălalt din sensuri.

Prin desvoltare în serie se obţine durata unei oscilaţii simple, adică timpul dintre două treceri consecutive prin verticală:

$$T = \pi\sqrt{l/g}\,[1 + (^1/_2)^2\sin^2(\alpha/2) + (^1/_2\cdot{}^3/_4)^2\sin^4(\alpha/2) + \ldots].$$

La $\alpha \leqq 8^0$ avem destul de exact (cu aproximaţie de cca $1^0/_{00}$) $T = \pi\sqrt{l/g}$, adică independentă de amplitudine.

Lungimea pendului care bate secunda e $l = g/\pi^2$ [m], adică pentru latitudinea medie a Germaniei şi nivelul mării $g = 9{,}81$ [m/s²], $l \doteq 0{,}994$ m.

Dacă un punct material e constrâns să se mişte fără frecare pe o suprafaţă dată, a cărei ecuaţie e $f(x, y, z) = 0$, ecuaţiile diferenţiale ale mişcării punctului material se găsesc prin eliminarea lui λ din cele trei ecuaţii:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = X - \lambda\frac{\partial f}{\partial x}; \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = Y - \lambda\frac{\partial f}{\partial y}; \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = Z - \lambda\frac{\partial f}{\partial z},$$

unde X, Y, Z sunt componentele forţei exterioare date şi $\lambda\frac{\partial f}{\partial x}, \lambda\frac{\partial f}{\partial y}, \lambda\frac{\partial f}{\partial z}$ sunt componentele forţei normale pe suprafaţă N, care se exercită asupra punctului material. Mărimea acestei forţe normale e

$$N = \lambda\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}.$$

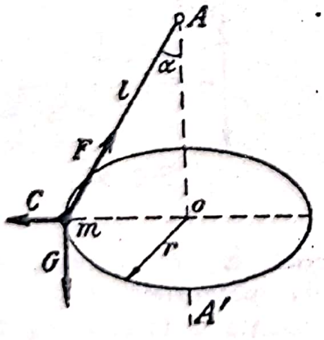


Fig. 95.

Exemplul 5: Pendulul sferic (fig. 95). Punctul material e suspendat de o bară (sau fir) fără masă, de lungimea l care se poate roti oricum în jurul punctului de suspensiune A, aşa încât punctul material se poate mişca pe suprafaţa sferică cu centrul în A şi raza l (două grade de libertate). O mişcarea posibilă a pendulului sferic e mişcarea conică, în care bara l se mişcă pe o suprafaţă laterală conică în jurul axei verticale AA', cu deschiderea 2α. Condiţiunile acestei mişcări rezultă din echilibrul între tracţiunea în fir F, forţa centrifugă fictivă C şi greutate:

$$C = mv^2/r = F\sin\alpha; \qquad G = F\cos\alpha;$$
$$v^2/l\sin\alpha = g\operatorname{tg}\alpha; \qquad v^2 = g\,l\sin^2\alpha/\cos\alpha.$$

Perioada de revoluţie e $T = 2r\pi/v = 2\pi\sqrt{\cos\alpha\, l/g}$.

3. **Teorema energiei** (p. 318). Din ecuaţia fundamentală a dinamicei $\bar{P} = m\frac{d\bar{v}}{dt}$ urmează prin înmulţire scalară cu elementul de traiectorie $d\bar{s}$ (v. Calculul vectorial, p. 164)

$$\bar{P}d\bar{s} = m\frac{d\bar{v}}{dt}d\bar{s} = m\,d\bar{v}\bar{v} = {}^1/_2\cdot m\,d(\bar{v}^2) = d(mv^2/2). \qquad (1)$$

Scanned with OKEN Scanner

$\bar{P}d\bar{s}$ e lucrul efectuat de forța $\bar{P}$ pe drumul $d\bar{s}$; în coordonate:

$$\bar{P}\,d\bar{s} = P\,ds\cos(\bar{P}\,d\bar{s}) = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz.$$

$mv^2/2$ e *energia cinetică* sau *forța vie* a punctului material (p. 318).

Ecuația (1) exprimă teorema energiei: *Lucrul mecanic efectuat de forță e egal cu creșterea energiei cinetice a punctului material.*

Prin integrare pe o porțiune finită de curbă se obține

$$\int \bar{P}\,d\bar{s} = mv^2/2 - mv_0{}^2/2 = E - E_0.$$

Dacă forța derivă dintr'un potențial $U(x, y, z)$, așa încât

$$\bar{P} = -\frac{\partial U}{\partial \bar{s}}$$

(U = energia potențială, E = energia cinetică),

teorema energiei se enunță $-U + U_0 = E - E_0$ sau $U + E = U_0 + E_0 =$ const, adică: *Suma dintre energia potențială U și energia cinetică E rămâne mereu constantă.*

4. Teorema momentului cantității de mișcare pentru punctul material. Din ecuația fundamentală a dinamicei $\bar{P} = d(m\bar{v})/dt$ urmează prin înmulțire *vectorială* cu o rază vectoare $\bar{r}$ dusă dintr'un punct oarecare în spațiu O (fig. 96)

$$\bar{r} \times \bar{P} = \bar{r} \times \frac{d(m\bar{v})}{dt} = \bar{r} \times \frac{d(m\bar{v})}{dt} + \frac{d\bar{r}}{dt} \times m\bar{v} = \frac{d}{dt}\,(\bar{r} \times m\bar{v}).$$

Adăugarea lui $\frac{d\bar{r}}{dt} \times mv = \bar{v} \times m\bar{v}$ e permisă, fiindcă acest produs vectorial e zero (ambii vectori ai produsului, $m\bar{v}$ și $\bar{v}$, sunt paraleli; v. Calculul vectorial). $\bar{r} \times \bar{P}$ e *momentul static al forței* $\bar{P}$ în raport cu punctul O ca punct al momentelor (p. 315). $\bar{r} \times m\bar{v}$ e analog *momentul static al cantității de mișcare* $m\bar{v}$ în raport cu O, numit și *momentul $\bar{B}$ al impulsului.*

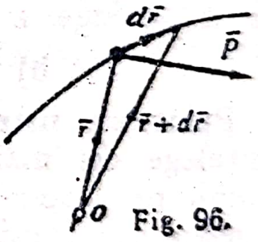


Fig. 96.

Teorema momentului cantității de mișcare e:

$$\bar{r} \times \bar{P} = \frac{d}{dt}\,(\bar{r} \times m\bar{v}) \text{ sau } \bar{M} = \frac{d\bar{B}}{dt}, \qquad (1)$$

în cuvinte: *Momentul forței aplicate punctului material, față de un punct oarecare ca punct al momentelor, e egal cu repeziciunea de variație* (adică *derivata în raport cu timpul*) *a momentului impulsului față de același punct.*

Reprezentarea în coordonate, cu un sistem de coordonate cu originea în O, rezultă din

$$\bar{r} \times \bar{P} = \begin{vmatrix} \bar{i} & x & X \\ \bar{j} & y & Y \\ \bar{k} & z & Z \end{vmatrix} \text{ și } \bar{r} \times \frac{d(m\bar{v})}{dt} = \bar{r} \times m\bar{b} = m \cdot \begin{vmatrix} \bar{i} & x & b_x \\ \bar{j} & y & b_y \\ \bar{k} & z & b_z \end{vmatrix} \text{ și e}$$

$$\left.\begin{aligned} Zy - Yz &= m(b_z y - b_y z) \\ Xz - Zx &= m(b_x z - b_z x) \\ Yx - Xy &= m(b_y x - b_x y) \end{aligned}\right\}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

b_x, b_y, b_z sunt componentele accelerației $\bar{b} = \frac{d\bar{v}}{dt}$ în direcțiunea axelor x, y, z.

Fiecare din cele trei ecuații în componente exprimă teorema momentului cantității de mișcare pentru una din cele trei axe ale sistemului de coordonate, de ex. $Zy - Yz$

Scanned with OKEN Scanner

e proiecțiunea vectorului momentului pe axa x, ceea ce se mai numeşte momentul forței $\overline{P}$ în raport cu axa x (p. 316); $m(b_z y - b_y z)$ e analog repeziciunea de variație a componentei x a momentului impulsului; în locul componentei x a momentului impulsului se mai poate spune: momentul impulsului pentru axa x sau momentul cantității de mişcare $m\overline{v}$ în raport cu axa x.

Pentru o axă oarecare obținem deci teorema momentului cantității de mişcare din ecuația (1) prin proiecțiune pe axă, sub forma următoare:

$$M' = \frac{dB'}{dt}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

unde M' e momentul lui $\overline{P}$ iar B' momentul $\overline{mv}$ în raport cu axa. Făcând axa respectivă axă x, se obține în reprezentarea în coordonate, în loc de ecuația (3), prima din cele trei ecuații (2) de mai sus.

In cazul particular că forța $\overline{P}$ care i se aplică punctului material e o forță c e n t r a l ă (de ex. forță elastică, forță N e w t o n i a n ă de atracțiune), momentul static al forței e zero față de centrul de atracțiune O ca punct de referință, aşa încât momentul impulsului $\overline{B}$ trebue să fie mereu invariabil:

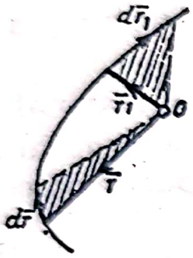


Fig. 97.

$$\frac{d\overline{B}}{dt} = 0; \quad \overline{B} = \overline{r} \times m\overline{v} = \text{const.}$$

Fiindcă $\overline{v} = \frac{d\overline{r}}{dt}$, avem şi $\overline{r} \times d\overline{r} = \text{const}\, dt$; adică aria triunghiului format de $\overline{r}$ şi $d\overline{r}$, haşurat în fig. 97, e invariabilă pentru elemente de timp dt egale, independent de poziția punctului material pe traiectoria lui. Acest rezultat se poate exprima cum urmează: R a z a v e c t o a r e $\overline{r}$ d i n c e n t r u l d e a t r a c ț i u n e s p r e p u n c t u l m a t e r i a l d e s c r i e î n t i m p u r i e g a l e a r i i e g a l e (a doua lege a lui K e p l e r). (De aceea: teorema ariilor).

b) Dinamica sistemului de puncte materiale

Printr'un sistem de puncte materiale sau s i s t e m m a t e r i a l se înțelege cel mai general corp al mecanicei, care poate suferi deformațiuni, prin opoziție cu solidul rigid. Sistemul de puncte materiale constă adesea din solide rigide separate, dar mobile unul față de altul, de ex. locomotiva cu roți şi distribuție, nava cu maşina ei. Sistemul nostru planetar e un sistem de puncte materiale, în care soarele şi planetele pot conta fiecare ca puncte materiale. S o l i d u l r i g i d e cazul particular al unui sistem de puncte materiale, în care sistemul nu suferă deformațiuni. La sistemul de puncte materiale se deosebesc forțe exterioare şi forțe interioare. La corpul elastic, tensiunile sunt forțe interioare. La locomotivă sunt f o r ț e i n t e r i o a r e: presiunea vaporilor, presiunea dintre bielă şi manivelă etc.; f o r ț e e x t e r i o a r e sunt: greutatea locomotivei, presiunea şinei, rezistența şinei, rezistența aerului etc.

1. Principiul lui d'Alembert. Forța centrifugă fictivă (p. 376) care trebue aplicată punctului material spre a reduce problema dinamicei la o problemă de echilibru corespunzătoare, e un exemplu de forță d'Alembertiană. Din ecuația fundamentală a dinamicei pentru un punct material rezultă:

$$\overline{P} - m\frac{d^2\overline{r}}{dt^2} = 0,$$

şi prin adăugarea unei forțe f i c t i v e

$$\overline{H} = -m\frac{d^2\overline{r}}{dt^2}$$

la forțele de fapt prezente, fizic existente, cu rezultanta $\bar{P}$, se obține

$$\bar{P} + \bar{H} = 0,$$

adică echilibru între forța reală $\bar{P}$ și forța fictivă $\bar{H}$. $\bar{H}$ se numește forță d'Alembertiană sau forță inerțială.

La sistemul de puncte materiale în mișcare oarecare se procedează analog. Dacă forța exterioară resp. rezultanta (în cazul a mai multe forțe) care i se aplică unui punct al sistemului e $\bar{P}$, și dacă forțele interioare cari se exercită asupra punctului considerat se strâng în $\Sigma \bar{I}$, pentru fiecare punct al sistemului e valabilă ecuația fundamentală a dinamicei

$$m \frac{d^2 \bar{r}}{d t^2} = \bar{P} + \Sigma \bar{I} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Adăugând forța d'Alembertiană forțelor realmente existente $\bar{P} + \Sigma \bar{I}$, se obține echilibru pentru fiecare punct:

$$\bar{P} + \Sigma \bar{I} + \bar{H} = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Cu aceasta, întregul sistem de puncte materiale e în echilibru. Această reducere a problemei de dinamică la o problemă de echilibru e miezul principiului lui d'Alembert. Dacă se însumează ecuația (2) asupra tuturor punctelor, se obține

$$\Sigma \bar{P} + \Sigma \Sigma \bar{I} + \Sigma \bar{H} = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

In ea intră, în suma dublă asupra tuturor forțelor interioare $\Sigma \Sigma \bar{I}$, forțele interioare în perechi, după principiul interacțiunii (acțiunii și reacțiunii n. tr.); avem deci

$$\Sigma \Sigma \bar{I} = 0, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

și rămâne

$$\Sigma (\bar{P} + \bar{H}) = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Suma se extinde asupra tuturor punctelor sistemului; ecuația (5) e o condițiune de echilibru necesară, dar nu suficientă. Fiindcă există însă echilibru, fiecare punct fiind în echilibru, se poate scrie și o condițiune de echilibru suficientă, de ex. principiul deplasărilor virtuale (p. 337):

$$\Sigma (\bar{P} + \bar{H}) \delta \bar{s} = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

sau în coordonate

$$\Sigma \left(X - m \frac{d^2 x}{dt^2} \right) \delta x + \Sigma \left(Y - m \frac{d^2 y}{dt^2} \right) \delta y + \Sigma \left(Z - m \frac{d^2 z}{dt^2} \right) \delta z = 0. \quad (7)$$

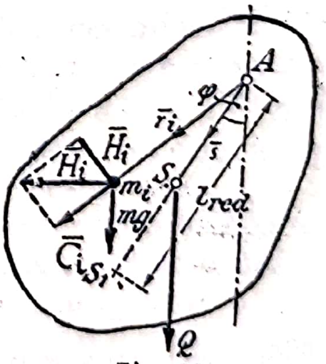


Fig. 98.

$\delta \bar{s}$ cu componentele δx, δy, δz reprezintă deplasarea virtuală a punctului material respectiv. Ecuațiile (6) și (7) sunt valabile cât deplasările virtuale $\delta \bar{s}$ nu dau lucru mecanic al forțelor interioare, adică dacă

$$\Sigma \Sigma \; \bar{I} \cdot \delta \bar{s} = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

de ex. dacă deplasările $\delta \bar{s}$ se efectuează fără deformare a sistemului de puncte materiale. Principiul lui d'Alembert se întrebuințează cu succes mai ales în calculul rezistenței corpurilor în mișcare.

Exemplu. Pendulul fizic (fig. 98). Asupra punctului material m_i se exercită următoarele forțe: greutatea $m_i g$ și forțele de tensiune din spre punctele vecine; la principiul lui d'Alembert, ultimele se elimină, ca forțe interioare. Afară de aceste forțe, ne mai imaginăm aplicată forța d'Alembertiană $\bar{H}_i = - m_i \dfrac{d^2 \bar{r}_i}{dt^2}$; ea se descompune în

Scanned with OKEN Scanner

componenta normală (forţa centrifugă) $|\bar{C}_i| = m_i r_i \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$ şi în

forţa tangenţială $|\bar{H}_i'| = H_i' = -m_i r_i \frac{d^2\varphi}{dt^2}$.

Semnul minus urmează din împrejurarea că $d^2\varphi/dt^2$ e mereu negativ. Afară de aceste forţe aplicate diferitelor puncte materiale, i se mai aplică axei care se proiectează în punctul A o reacţiune a rezemării, de orientare şi mărime necunoscută. Toate aceste forţe trebue să fie în echilibru. Rezultanta diferitelor greutăţi dă rezultanta Q prin centrul de greutate S. Pentru axa A ca axă a momentelor urmează: $\Sigma H'_i\, r_i = Qs \sin\varphi$ sau cu $\Sigma m_i\, r_i^{\,2} = J$ (momentul de inerţie faţă de axa de rotaţiune).

$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -Qs \sin\varphi$ (e c u a ţ i a d i f e r e n ţ i a l ă a p e n d u l u l u i f i z i c). (1)

Cu $s = l$, $Q = mg$ şi $J = ml^2$, ecuaţia (1) se transformă în ecuaţia diferenţială a pendulului matematic; deci pendulul fizic se poate reduce totdeauna la un pendul matematic de aceeaşi perioadă de oscilaţie: l u n g i m e a r e d u s ă a p e n d u l u l u i $l_{red} = J/ms$. Punctul S_1 pe dreapta de unire a punctului de suspensiune A cu centrul de greutate S, la distanţa l_{red} de punctul de suspensiune se numeşte c e n t r u l d e o s c i l a ţ i e al pendulului; o dreaptă dusă prin el paralel cu axa de rotaţiune se numeşte a x ă d e o s c i l a ţ i e. Dacă se schimbă între ele axa de suspensiune şi cea de oscilaţie, nu se schimbă perioada de oscilaţie a pendulului.

Reacţiunea în A se obţine în mărime şi orientare, exprimând, drept nouă condiţiune de echilibru, că suma geometrică a tuturor forţelor, inclusiv forţele de inerţie, e zero. De ex. pentru t r e c e r e a p r i n p o z i ţ i a z e r o ($\varphi = 0$) avem după ecuaţia (1) $d^2\varphi/dt^2 = 0$ şi deci $H' = 0$. Rămân numai forţele centrifuge $\bar{C}_i = m_i\,(d\varphi/dt)_0^2\,\bar{r}_i$ drept singure forţe d'Alembertiene:

$$\bar{C} = \Sigma \bar{C}_i = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0^2 \Sigma\, m_i \bar{r}_i = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0^2 m\bar{s}.$$

Pentru $\varphi = 0$ avem după teorema energiei (p. 378)

$$\frac{1}{2} J \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0^2 = Q\, s\, (1 - \cos\alpha),\ \text{dacă } \alpha \text{ e amplitudinea,}$$

şi deci $|\bar{C}| = 2\, m\,(1-\cos\alpha)\, Q\, s^2/J = 2\, Q\,(1-\cos\alpha)\, s^2/i^2$, i fiind raza de inerţie, v. p. 347 ş. u.; deci reacţiunea e $A = Q + C = Q\,[1 + 2\,(1-\cos\alpha)\, s^2/i^2]$ şi trece de asemenea prin verticala prin axa de rotaţiune.

Alte exemple de aplicarea principiului lui d'Alembert se găsesc în capitolul Cinematica mecanismelor (p. 412 ş. u.).

2. Teoremele centrului de greutate. Din definiţia centrului de greutate (drept centru de masă) (p. 341) $m\bar{s} = \Sigma m_i \bar{r}_i$ urmează prin derivare în raport cu timpul

$$m\frac{d\bar{s}}{dt} = \Sigma m_i \frac{d\bar{r}_i}{dt} \quad \text{sau} \quad m\bar{v}_0 = \Sigma m_i \bar{v}_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

($\bar{v}_0$ = vitesa centrului de greutate); în cuvinte: C a n t i t a t e a d e m i ş c a r e s a u i m p u l s u l s i s t e m u l u i d e p u n c t e m a t e r i a l e $\Sigma m_i \bar{v}_i$ e e g a l c u c a n t i t a t e a d e m i ş c a r e a c e n t r u l u i d e g r e u t a t e $m\bar{v}_0$, î n c a r e s e p r e s u p u n e c o n c e n t r a t ă m a s a t o t a l ă m a s i s t e m u l u i d e p u n c t e m a t e r i a l e (prima teoremă a centrului de greutate).

In loc de ecuaţia (1), avem în coordonate:

$$m\, v_{0x} = \Sigma m_i v_{ix}, \qquad m\, v_{0y} = \Sigma m_i v_{iy}, \qquad m\, v_{0z} = \Sigma m_i v_{iz}.$$

Prin derivarea ecuaţiei (1) în raport cu timpul se obţine teorema propriu zisă a centrului de greutate:

$$m\frac{d\bar{v}_0}{dt} = \Sigma m_i \frac{d\bar{v}_i}{dt} = \Sigma(\bar{P}_i + \Sigma \bar{I}_i).$$

Fiindcă $\Sigma\Sigma \bar{I} = 0$ (p. 381), urmează

$$m\frac{d\bar{v}_0}{dt} = \Sigma \bar{P}_i = \bar{R}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

în cuvinte: Centrul de greutate al unui sistem de puncte materiale se mişcă astfel, ca şi când masa totală m ar fi concentrată în el şi ca şi când toate forţele exterioare $\bar{P}_i$ ar fi deplasate paralel până în centrul de greutate şi compuse într'o rezultantă $\bar{R}=\Sigma\bar{P}_i$ (a doua teoremă a centrului de greutate sau cea propriu zisă).

Prin această teoremă a centrului de greutate, orice mişcare a centrului de greutate al unui sistem de puncte materiale se poate reduce la mişcarea unui punct material.

Un cuplu de forţe poate provoca numai o rotaţiune în jurul centrului de greutate. Fiindcă un sistem de forţe cari i se aplică sistemului de puncte materiale se poate reduce totdeauna la o rezultantă $\bar{R}$ prin centrul de greutate şi la un moment rezultant $\bar{M}$ (p. 329), mişcarea sistemului de puncte materiale se poate descompune, după teorema centrului de greutate, în mişcarea centrului de greutate, care provine dela $\bar{R}$, şi într'o rotaţiune în jurul centrului de greutate, care provine dela $\bar{M}$.

Exemplu: Grenada care explodează. Dacă se face abstracţiune de rezistenţa aerului, centrul de greutate al grenadei se mişcă înainte de explozie pe o parabolă a aruncării, ca şi după explozie; explodarea grenadei rămâne fără influenţă asupra mişcării centrului ei de greutate, fiindcă e vorba numai de forţe interioare. Grenada, care trebue considerată iniţial ca solid rigid, se transformă prin explozie într'un sistem (mai general) de puncte materiale.

Teorema centrului de greutate se exprimă după ecuaţia (2), în coordonate:

$$m\frac{dv_{0x}}{dt}=\Sigma X_i=X, \qquad m\frac{dv_{0y}}{dt}=\Sigma Y_i=Y, \qquad m\frac{dv_{0z}}{dt}=\Sigma Z_i=Z,$$

unde X, Y, Z sunt componentele rezultantei $\bar{R}=\Sigma\bar{P}_i$. Teorema centrului de greutate e valabilă deci şi pentru fiecare orientare, proiectând pe ea (de ex. axa x) forţele şi acceleraţia centrului de greutate.

Exemplu: Reculul gurii de foc la tragere. Greutatea proiectilului $G=mg$; fie V vitesa iniţială orizontală de tragere faţă de gura de foc. Greutatea gurii de foc $G_1=m_1g$. Cât e de mare vitesa de recul v_1 a gurii de foc? Gura de foc şi proiectilul formează un sistem de puncte materiale înainte, în decursul şi după tragere. Teorema principală a centrului de greutate, pentru orizontala în care se mişcă gura de foc, arată că, dacă lipsesc forţe exterioare orizontale cari să frâneze reculul, centrul de greutate al sistemului de puncte materiale rămâne în repaus. Din prima teoremă a centrului de greutate rezultă în aceste condiţiuni $m_1v_1=m(V-v_1)$. Anume, V_1-v_1 e vitesa absolută a proiectilului la tragerea la orizontală. Deci: $v_1=Vm/(m+m_1)=VG/(G+G_1)$.

Scriind teorema centrului de greutate cum urmează:

$$\frac{d(m\bar{v}_0)}{dt}=\frac{d\bar{S}}{dt}=\bar{R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

unde $\bar{S}=m\bar{v}_0=\Sigma m_i\bar{v}_i$ reprezintă cantitatea de mişcare sau impulsul sistemului de puncte materiale, teorema centrului de greutate se mai numeşte şi Teorema impulsului. In cuvinte: Repeziciunea de variaţie a cantităţii de mişcare a sistemului de puncte materiale e egală cu rezultanta forţelor exterioare.

3. Teorema momentului cantităţii de mişcare pentru sistemul de puncte materiale. Teorema momentului cantităţii de mişcare pentru fiecare punct material e (p. 379):

$$\bar{r}_i\times\bar{P}_i=\frac{d}{dt}(\bar{r}_i\times m\bar{v}_i) \quad \text{(Fig. 99).}$$

Fig. 99.

La sistemul de puncte materiale, forţei exterioare care i se aplică punctului material i se adaugă forţele interioare:

$$\frac{d}{dt}(\bar{r}_i \times m_i \bar{v}_i) = \bar{r}_i \times \bar{P}_i + \bar{r}_i \times (\Sigma\ \bar{I}_i).$$

Insumând asupra tuturor punctelor sistemului, se obține teorema momentului cantității de mișcare pentru sistemul de puncte materiale sub forma următoare:

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = \Sigma\,(\bar{r}_i \times \bar{P}_i) = \Sigma\,\bar{M}_i = \bar{M} \quad \ldots\ldots (1)$$

După legea interacțiunii, forțele interioare s'au redus și $\bar{B} = \Sigma(\bar{r}_i \times m_i \bar{v}_i)$ reprezintă „momentul impulsului sistemului de puncte materiale" pentru punctul arbitrar O drept punct de referință.

Repeziciunea de variație a momentului impulsului sistemului de puncte materiale pentru un punct oarecare ca punct de referință, e egală cu suma momentelor statice ale forțelor exterioare pentru același punct ca punct al momentelor. Teorema momentului cantității de mișcare și a impulsului corespund una alteia.

In coordonate, în loc de ecuația vectorială (1):

$$\frac{dB_x}{dt} = \Sigma(M_i)_x = M_x; \qquad \frac{dB_y}{dt} = \Sigma(M_i)_y = M_y; \qquad \frac{dB_z}{dt} = \Sigma(M_i)_z = M_z,$$

unde

$$B_x = \Sigma m_i (y v_z - z v_y)_i; \quad B_y = \Sigma m_i (z v_x - x v_z)_i; \quad B_z = \Sigma m_i (x v_y - y v)_i.$$

Aceste trei ecuații exprimă teorema momentului cantității de mișcare pentru axa x, y resp. z; de ex. M_X e suma momentelor tuturor forțelor față de axa x ca axă a momentelor, și B_X momentul impulsului pentru axa x, adică suma momentelor statice ale cantităților de mișcare ale tuturor punctelor sistemului pentru axa x ca axă a momentelor. Teorema momentului cantității de mișcare se poate exprima pentru o axă oarecare analog ca pentru una din axele de coordonate. Dacă se notează cu B' mărimea momentului cantității de mișcare pentru axa respectivă și cu M' suma momentelor forțelor, avem $\dfrac{dB'}{dt} = M'$.

Momentul impulsului unui solid rigid care se rotește cu vitesa unghiulară $\bar{\omega}$ în jurul unei axe fixe în spațiu, în raport cu această axă, e $\bar{B} = J\bar{\omega}$, așa încât teorema momentului cantității de mișcare se transformă în ecuația fundamentală a dinamicei pentru rotațiunea unui solid rigid în jurul unei axe fixe: $J\dfrac{d\omega}{dt} = M$.

Ecuația fundamentală pentru rotațiunea unui solid rigid și ecuația fundamentală a dinamicei pentru punctul material $m\,d\bar{v}\,dt = \bar{P}$ sunt analoage. Se corespund masa m a punctului și momentul de inerție J al corpului, vitesa $\bar{v}$ a punctului și vitesa unghiulară ω a corpului, forța $\bar{P}$ și momentul $\bar{M}$.

Exemplu: Un sistem de puncte materiale în repaus și asupra căruia nu se exercită forțe exterioare poate efectua o rotațiune în jurul unei axe, prin faptul că o parte din sistemul de puncte materiale, cu momentul de inerție J_1, se rotește în jurul axei cu vitesa unghiulară ω_1; în acest caz restul, cu momentul de inerție J_2, trebue să se rotească în sens contrar în jurul axei, cu vitesa unghiulară ω_2, care se calculează după teorema ariilor, fiindcă în lipsa unor forțe exterioare momentul impulsului întregului sistem de puncte materiale să fie mereu zero. Din

$$J_1\omega_1 - J_2\omega_2 = 0$$

urmează

$$\omega_2 = J_1 J_2 \cdot \omega_1,$$

de ex. rotațiunea într'un sens a unui balon, prin faptul că pasagerii circulă în nacelă în sens contrar.

Scanned with OKEN Scanner

Teorema ariilor se poate exemplifica şi printr'un om pe un disc care se poate roti uşor (s c a u n u l   r o t i t o r   a l   l u i   P r a n d t l). Dacă omul roteşte o bară deasupra capului său, într'un sens din planul orizontal, omul se roteşte în sens contrar.

Dacă centrul sistemului de puncte materiale rămâne în repaus (adică dacă nu există forţe exterioare, după teorema centrului de greutate), momentul impulsului e independent de alegerea punctului de referinţă. Demonstraţie (fig. 100):

$$\overline{B} = \Sigma\,(\overline{r_i} \times m_i \overline{v_i})$$
$$\overline{B'} = \Sigma\,(\overline{r'}_i \times m_i \overline{v_i}) = \Sigma\,(\overline{r_i} + \overline{a}) \times m_i \overline{v_i}$$
$$= \Sigma\,(\overline{r_i} \times m_i \overline{v_i}) = \overline{B},$$

fiindcă $\Sigma\,(\overline{a} \times m_i \overline{v_i}) = \overline{a} \times \Sigma\,(m_i \overline{v_i}) = 0.$

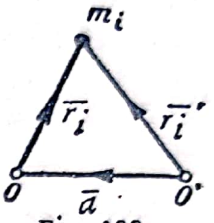


Fig. 100.

Echilibrarea maselor după Schlick. La maşini cu mai mulţi cilindri (de ex. maşini de marină, motoare de autovehicule şi avioane) [1]) manivelele diferiţilor cilindri trebue decalate astfel una faţă de alta, încât la mersul maşinii în primul rând centrul de greutate al maselor în mişcare să rămână mereu în repaus faţă de corp (teorema centrului de greutate), şi în al doilea rând momentul impulsului maselor faţă de un punct (după cele de mai sus alegerea punctului de referinţă e indiferentă) să fie zero. Dacă sunt satisfăcute ambele condiţiuni, maşina în mers nu exercită şocuri asupra corpului vasului [2]).

4. Ecuaţiile lui Lagrange şi principiul lui Hamilton. Poziţia unui sistem dat (de ex. o serie de solide rigide articulate între ele) fie determinată prin m ă r i m i   d e t e r m i n a n t e   i n d e p e n d e n t e $q_1, q_2, q_3 \ldots$ (c o o r d o n a t e   g e n e r a l i z a t e, nelegate între ele prin niciun fel de ecuaţii de condiţiune, de ex. unghiul de rotaţiune al manivelei la mecanismul cu manivelă etc.).

In aceste condiţiuni e satisfăcută pentru fiecare coordonată q_i o ecuaţie de forma

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i,$$

care se numeşte ecuaţia lui L a g r a n g e.

In ea L e energia cinetică a sistemului, $\dot{q}_i = \frac{d q_i}{d t}$, şi F_i forţa exterioară redusă la coordonata q_i, adică $F_i\,\delta q_i$ reprezintă lucrul mecanic al forţelor exterioare ale sistemului la o variaţiune cu δq_i a singurei coordonate q_i, în timp ce celelalte coordonate rămân invariabile.

F_i are dimensiunea unei forţe dacă q_i e o lungime. F_i are însă dimensiunea unui moment dacă q_i e un unghiu etc.

Şi p r i n c i p i u l   l u i   H a m i l t o n serveşte spre a se deduce ecuaţiile de mişcare pentru un sistem cu mai multe grade de libertate. Aplicabilitatea lui se limitează la cazul că forţele exterioare derivă dintr'un potenţial U (p. 340), aşa încât lucrul mecanic al forţelor exterioare la o variaţiune virtuală δq_i a coordonatei q_i e

$$F_i\,\delta q_i = -\frac{\partial U}{\partial q_i}\,\delta q_i.$$

In acest caz ecuaţiile lui Lagrange sunt:

$$\frac{\partial (L - U)}{\partial q_i} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right).$$

---

[1]) Detalii v. vol. II, secţ. Organe de maşini. — Acolo se găsesc şi indicaţiuni despre echilibrarea prin centrifugare a maselor rotoarelor.

[2]) Detalii la A. F ö p p l, Technische Mechanik, vol. 4, München şi Berlin, Oldenbourg. — J. G e i g e r, Mechanische Schwingungen, Berlin 1927, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

Toate aceste ecuații se pot strânge în singura formulă

$$\delta \int_0^t (L - U)\, dt = 0 \text{ (principiul lui Hamilton);}$$

în cuvinte: Variațiunea integralei de timp a funcțiunii $L-U$ e zero, sau integrala de timp a funcțiunii $L-U$ are pentru mişcarea care survine realmente o valoare extremă față de toate mişcările imaginate infinit apropiate, cari trec sistemul în acelaşi timp din aceeaşi stare inițială în aceeaşi stare finală.

c) Dinamica solidului rigid

Deoarece solidul rigid e un caz particular al sistemului de puncte materiale, anume un sistem de puncte materiale de formă invariabilă, teoremele deduse sub b), pentru cel mai general corp al mecanicei, sunt valabile toate şi pentru solidul rigid.

1. Rotațiunea unui solid rigid în jurul unei axe fixe. După p. 384 avem pentru rotațiunea solidului rigid în jurul unei axe fixe în spațiu ecuația fundamentală a dinamicei pentru mişcarea de rotațiune: $J\frac{d\omega}{dt} = M.$

Dacă momentul $M = 0$, mişcarea are loc cu vitesă unghiulară invariabilă. Dacă $M =$ const, e vorba de o mişcare de rotațiune uniform accelerată respectiv retardată, cu accelerația unghiulară

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{J} = \text{const.}$$

Se aplică formulele corespunzătoare ca în cazul mişcării rectilinii uniform accelerate a punctului material (p. 356).

Energia cinetică în mişcarea de rotațiune e

$$L = {}^1/_2 \cdot \Sigma m_i v_i^2 = {}^1/_2 \cdot J\,\omega^2.$$

Ea e tot atât de mare ca lucrul mecanic al momentului M care îi imprimă corpului din repaus mişcarea de rotațiune cu vitesa unghiulară ω.

2. Mişcarea solidului rigid în jurul unui punct fix (mişcarea giroscopică). Mişcarea unui solid rigid în jurul unui punct menținut fix (mişcarea sferică) în p. 367. Un astfel de corp are trei grade de libertate în privința rotațiunii. Momentele de inerție pentru axele cari trec prin punctul fix sunt caracterizate de elipsoidul de inerție (p. 349) pentru punctul respectiv drept centru.

Giroscopul izolat corespunde mişcării solidului rigid în jurul unui punct, cu o rotațiune inițială şi fără acțiunea unor forțe exterioare; de ex. un corp sprijinit fără frecare în centrul de greutate (de ex. suspensiunea cardanică) şi în rotațiune repede e un giroscop izolat. In cea mai generală mişcare a solidului rigid (p. 368) mişcarea centrului de greutate se poate trata separat după teorema centrului de greutate. Mişcarea de rotațiune în jurul centrului de greutate, care mai rămâne, se efectuează ca şi când centrul de greutate ar fi fix. După teorema ariilor (p. 383), pentru acest punct ca punct de referință, momentul $\bar{B}$ al impulsului e invariabil în timp ca mărime şi orientare. Momentul impulsului în raport cu axa instantanee de rotațiune e (p. 384)

$$B' = J\,\omega.$$

Mai sus B' e proiecțiunea lui $\bar{B}$ pe axa instantanee de rotațiune. Fiindcă energia cinetică în mişcarea de rotațiune $L = {}^1\!/_2 \cdot J\,\omega^2$ trebue să rămână invariabilă, extremitatea vectorului $\bar{\omega}$ al vitesei unghiulare, de

trecut cu originea în punctul fix, pe axa instantanee de rotațiune, descrie elipsoidul de inerție (p. 349). Din $L = \frac{1}{2} \cdot J\,\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot B'\,\omega = \text{const}$. urmează că produsul scalar $\overline{B}\,\overline{\omega} = 2\,L = \text{const}$. sau că proiecțiunea ω' a vitesei unghiulare pe direcțiunea invariabilă a momentului impulsului trebue să aibă mereu aceeași valoare $\omega' = 2\,L/B = \text{const}$. De mai sus urmează că mișcarea giroscopului izolat poate fi concepută drept rostogolire a elipsoidului de inerție pe planul invariabil perpendicular pe $\overline{B}$, la distanța $\omega' = 2\,L/B$ dela O (mișcare Poinsot) (fig. 101). La rostogolire se obține pe elipsoidul de inerție polodia, pe planul invariabil herpolodia. Conurile corespunzătoare, cari se obțin prin dreptele de unire cu punctul fix, se numesc conul polodic și conul herpolodic. Dacă se determină momentul impulsului $\overline{B}$ în raport cu punctul fix O, pentru toate axele de rotațiune prin O, la energie cinetică L egală, extremitățile vectorilor momentelor impulsurilor se găsesc pe elipsoidul momentelui impulsului (p. 349), care are aceleași direcțiuni ale axelor principale ca și elipsoidul de inerție. După cum planul tangent la elipsoidul de inerție e perpendicular pe momentul corespunzător al impulsului, tot așa, reciproc, planul tangent la elipsoidul momentului impulsului e perpendicular pe axa de rotațiune corespunzătoare (fig. 101). In general axa instantanee de rotațiune și axa momentului cantității de mișcare diferă una de alta. Cum rezultă din fig. 101, ele coincid numai pentru cele trei axe principale ale elipsoidului de inerție și ale momentului cantității de mișcare, așa numitele axe libere, fiindcă numai în jurul lor e posibilă o rotațiune permanentă fără forțe exterioare. Dintre cele trei axe libere, numai cele două cari corespund momentului de inerție maximum și minimum sunt însă stabile, pe când a treia e labilă, cum se poate ilustra și cu ajutorul mișcării Poinsot.

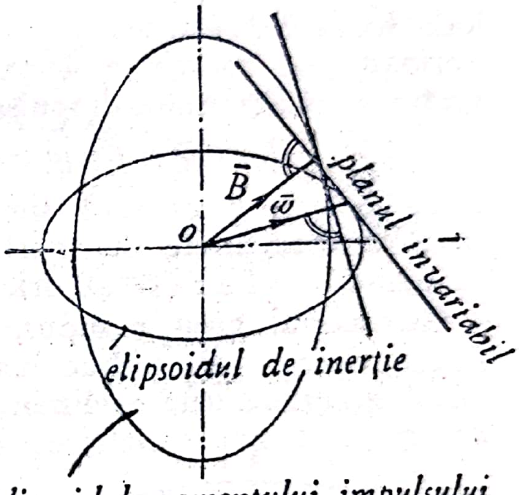


Fig. 101.

Spre a cunoaște evoluția în timp a mișcării giroscopului izolat, trebue să ne întoarcem la ecuația diferențială (teorema ariilor)

$$\frac{d\overline{B}}{dt} = 0$$

Raportând-o la sistemul de coordonate al axelor principale, fix față de corp x, y, z (J_1, J_2, J_3 fiind momentele de inerție cu axele x, y, z), cu centrul în O, se obține ecuația vectorială raportată la sistemul de coordonate mobil

$$\frac{d\overline{B}}{dt} = -\overline{\omega} \times \overline{B} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

sau în coordonate cu

$$\overline{\omega} = \overline{i}\,\omega_1 + \overline{j}\,\omega_2 + \overline{k}\,\omega_3$$
$$\overline{B} = \overline{i}\,B_1 + \overline{j}\,B_2 + \overline{k}\,B_3 = \overline{i}\,J_1\,\omega_1 + \overline{j}\,J_2\,\omega_2 + \overline{k}\,J_3\,\omega_3$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\omega_1}{dt} &= \frac{J_2 - J_3}{J_1}\,\omega_2\,\omega_3 \\ \frac{d\omega_2}{dt} &= \frac{J_3 - J_1}{J_2}\,\omega_3\,\omega_1 \\ \frac{d\omega_3}{dt} &= \frac{J_1 - J_2}{J_3}\,\omega_1\,\omega_2 \end{aligned}\right\} \text{Ecuațiile lui Euler} \quad . \; . \; . \quad (2)$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru giroscopul de revoluţie sprijinit în centrul de greutate avem, cu J_3 = momentul de inerţie faţă de axa de simetrie (= axa z), fiindcă $J_1 = J_2$:

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{J_1 - J_3}{J_1}\omega_2\omega_3 \qquad \frac{d\omega_2}{dt} = -\frac{J_1 - J_3}{J_1}\omega_3\omega_1$$

$$\frac{d\omega_3}{dt} = 0, \quad \text{deci} \quad \omega_3 = \text{const.}$$

Din reprezentarea lui Poinsot după fig. 101 rezultă, din cauza simetriei axiale a elipsoidului de inerţie, că vectorul $\bar{\omega}$ al vitesei unghiulare descrie drept con polodic un con circular în jurul axei figurii şi drept con herpolodic de asemenea un con circular în jurul momentului impulsului ca axă. Integrarea ultimelor ecuaţii dă perioada de rotaţiune pentru conul polodic fix faţă de giroscop: $T = 2\pi/\omega_3 \cdot J_1/(J_1 - J_3)$.
Perioada de rotaţiune a axei figurii în jurul direcţiunii invariabile în spaţiu a momentului impulsului e, pentru giroscopul simetric:

$$T_1 = 2\pi J_1/|\bar{B}| = 2\pi J_1/\sqrt{J_1^2(\omega_1^2 + \omega_2^2) + J_3^2\omega_3^2}.$$

Dacă pentru giroscopul simetric se realizează cazul particular $J_3 = J_1$, în care momentele de inerţie sunt egale pentru toate axele, giroscopul se numeşte sferic, şi orice axă a lui e axă principală sau liberă.

Giroscopul greu e supus, prin opoziţie cu cel liber, unor forţe exterioare, dintre cari trebue luată în consideraţie în primul rând greutatea. Dacă greutatea nu e eliminată printr'o sprijinire în centrul de greutate, ea se face simţită în mişcarea giroscopului. Prezintă importanţă mai ales giroscopul greu simetric cu punctul de sprijin în axa de simetrie (fig. 102, în care s'a desenat din giroscop numai axa lui de simetrie OS).

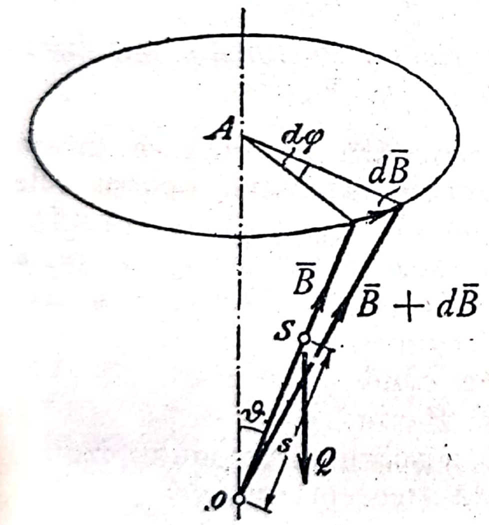


Fig. 102.

Fiindcă centrul de greutate S se găseşte la distanţa s de punctul de sprijin O, teorema momentului cantităţii de mişcare faţă de O arată că

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = \bar{M}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

unde $|\bar{M}| = Q\,s\sin\vartheta$.

Direcţiunea lui $\bar{M}$ e perpendiculară pe axa de simetrie. Momentul cantităţii de mişcare $\bar{B}$ e conţinut în primă aproximaţiune, mai ales pentru giroscopul cu mare vitesă unghiulară (v. m. j.), în axa de simetrie. Mărimea lui e $\bar{B} = J\bar{\omega}$, unde J e momentul de inerţie al giroscopului faţă de axa lui de simetrie şi $\bar{\omega}$ vitesa unghiulară a giroscopului. După ecuaţia (1), variaţiunea $d\bar{B}$ a momentului impulsului e perpendiculară pe $\bar{B}$, adică variază numai orientarea lui $\bar{B}$ şi nu valoarea lui absolută. După fig. 102 avem

$$|d\bar{B}| = |\bar{B}|\sin\vartheta\, d\varphi = |\bar{M}|\,dt = Q\,s\sin\vartheta\, dt$$

sau

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{Qs}{|\bar{B}|} = \frac{Qs}{J\omega} \quad \text{(independent de } \vartheta\text{!).}$$

Cu cât e mai mare vitesa unghiulară ω a giroscopului, cu atât e mai mic e

Scanned with OKEN Scanner

$d\varphi/dt$, şi cu atât mai exact coincide momentul impulsului cu axa figurii. $\frac{d\varphi}{dt}$ e vitesa unghiulară a precesiunii regulate a giroscopului simetric greu. OA (fig. 102) e axa mişcării de precesiune. Durata (perioada) precesiunii e:

$$\tau = 2\,\pi \Big/ \frac{d\varphi}{dt} = 2\,\pi\, J\,\omega / Q\,s.$$

La giroscopul simetric greu momentul impulsului $\overline{B}$ nu coincide exact cu axa figurii, fiindcă rotaţiunii în jurul figurii i se adaugă mişcarea de precesiune în jurul axei de precesiune. De aceea mişcarea giroscopului simetric greu e numai aproximativ o mişcare de precesiune regulată; ei i se suprapune o mică mişcare de perturbaţie, aşa numita n u t a ţ i u n e. Aceasta e cu atât mai mică, cu cât vitesa unghiulară a giroscopului e mai mare. La giroscopul frânat încetul cu încetul prin frecare (de ex. la titirez) nutaţiunea, care la început e abia observabilă, se observă din ce în ce mai clar. Din cauza acestei perturbaţii a precesiunii regulate prin nutaţiune se vorbeşte şi despre p r e c e s i u n e p s e u d o - r e g u l a t ă. Axa figurii nu descrie un con circular exact, ci se mişcă între două conuri circulare vecine (fig. 103).

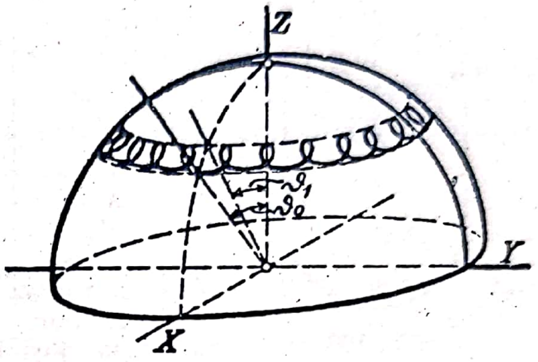


Fig. 103.

3. Aplicaţiunile teoriei giroscopului. Dacă un solid rigid se roteşte cu vitesă unghiulară invariabilă ω în jurul unei axe oarecari care trece prin centrul de greutate şi e fixă în spaţiu şi faţă de corp, fără a fi axă liberă, vectorul $\overline{B}$ al momentului impulsului (fig. 104) nu coincide cu orientarea vectorului $\overline{\omega}$ al vitesei unghiulare. Din teorema momentului cantităţii de mişcare urmează că, spre a forţa mişcarea în jurul axei AA cu vitesa unghiulară invariabilă ω, trebue să se transmită asupra corpului, prin rezemarea axei, un moment $\overline{M} = \frac{d\overline{B}}{dt}$, de valoare absolută

$$|\overline{M}| = |\overline{B}|\sin\alpha\,\frac{d\varphi}{dt} = |\overline{B}|\,\omega\sin\alpha = J\,\omega^2\,\mathrm{tg}\,\alpha\,.$$

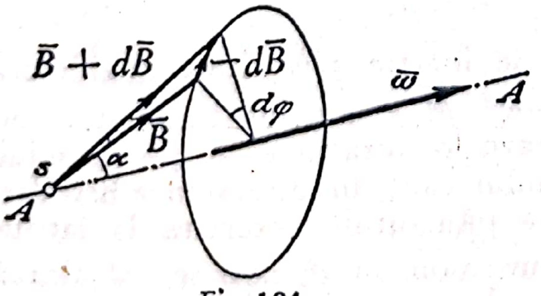


Fig. 104

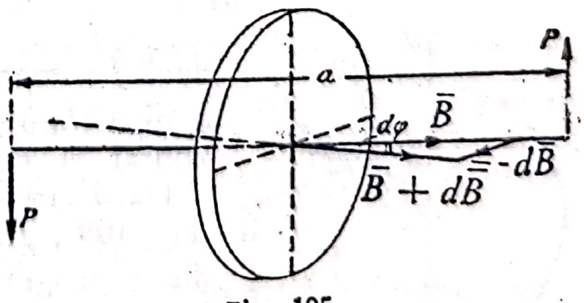


Fig. 105.

Spre a r o t i p l a n u l u n u i i n e l r o t i t o r în acel plan (fig. 105), e nevoie de un moment $|\overline{M}| = Pa$, care se calculează din teorema momentului cantităţii de mişcare:

$$P\,a = \left|\frac{d\overline{B}}{dt}\right| = |\overline{B}|\,\frac{d\varphi}{dt} = J\,\omega\,\frac{d\varphi}{dt}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Mai sus J e momentul de inerţie al inelului rotitor, ω vitesa unghiulară cu care se roteşte inelul, şi $\frac{d\varphi}{dt}$ vitesa unghiulară cu care e rotit planul inelului rotitor.

La giroscopul marin (sau nautic) al lui Schlick (fig. 106) giroscopul K e dispus rotitor în D şi E într'un cadru, care e rezemat la rândul său rotitor în A şi C, în peretele de bord ABC. Desenul schematic (fig. 106) reprezintă o secţiune transversală prin navă.

La mişcările de rostogolire ale navei (rotaţiuni în jurul axei longitudinale a navei, care se proiectează în S) giroscopul în rotaţiune repede ar efectua, în virtutea gradelor sale de libertate, un fel de mişcare de precesiune. Frânând rotaţiunea în jurul axei AC a cadrului printr'o frână cu uleiu, se frânează şi cealaltă componentă a mişcării, rostogolirea navei [1]).

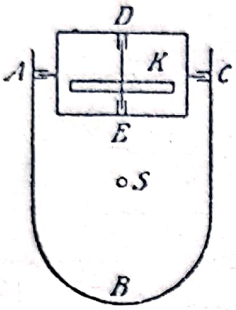


Fig. 106.

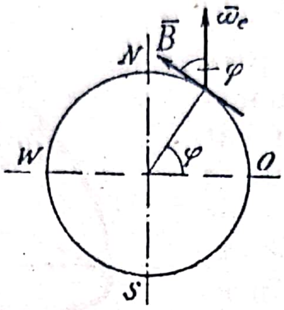


Fig. 108.

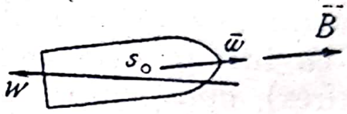


Fig. 107

Deviaţia laterală a proiectilelor trase din gurile de foc netede se explică prin faptul că rezistenţa $\overline{W}$ a aerului nu trece în general prin centrul de greutate al proiectilului, aşa încât rămâne un moment în raport cu centrul de greutate S, care dă, după teorema momentului cantităţii de mişcare, o variaţiune în timp a momentului impulsului $\overline{B} = J\overline{\omega}$ şi deci o ieşire a vârfului proiectilului din planul vertical al traiectoriei (fig. 107).

Busola giroscopică e în esenţă un volant în rotaţiune repede, dispus plutind cu axa orizontală, aşa încât axa lui se poate orienta în planul orizontal.

Dacă axa giroscopului e cuprinsă în planul meridian (fig. 108), se exercită prin rotaţiunea pământului cu vitesa unghiulară ω_e, la latitudinea geografică φ un moment $\overline{M}$, care se calculeză din teorema momentului cantităţii de mişcare şi e

$$|\overline{M}| = \left|\frac{d\overline{B}}{dt}\right| = |\overline{B}|\,\omega_e \sin\varphi = J\,\omega\,\omega_e \sin\varphi \quad (\text{Fig. } 108)$$

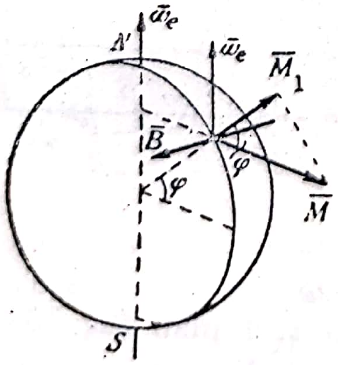


Fig. 109.

dacă J e momentul de inerţie şi ω vitesa unghiulară a giroscopului. Fiindcă $\overline{M}$ e cuprins în planul orizontal el nu cauzează o rotaţiune a giroscopului.

Dacă axa giroscopului cade în direcţiunea Est-Vest (fig. 109), rotaţiunea pământului exercită la latitudinea geografică φ un moment $\overline{M}$, care se calculează din teorema momentului cantităţii de mişcare, şi e

$$|\overline{M}| = \left|\frac{d\overline{B}}{dt}\right| = B\,\omega_e = J\,\omega\,\omega_e\,.$$

---

[1]) Schuler, Ein Beitrag zur Theorie des Schiffskreisels. Z V D I 68 (1924). p. 1224. — Acelaşi, Schlingertank und Schiffskreisel. W R H 9 (1928). p. 277.

Scanned with OKEN Scanner

M e cuprins în planul meridian şi e perpendicular pe axa pământului, aşa încât are o componentă activă de-a-lungul razei pământului

$$M_1 = M \cos \varphi = J\,\omega\,\omega_e \cos \varphi,$$

care roteşte în meridian axa giroscopului plutitor.

Adesea giroscopul se aplică pentru stabilizarea unei mişcări (trenuri monoralii, ţintirea din avion, mişcarea avionului etc.) [1]).

4. Mişcarea generală a solidului rigid. Din punct de vedere cinematic, cea mai generală mişcare a unui solid rigid se poate concepe drept translaţie şi rotaţiune în jurul unui punct de referinţă arbitrar (p. 368). Dacă se alege centrul de greutate drept punct de referinţă, mişcarea centrului de greutate se poate determina din teorema centrului de greutate (p. 382), şi rămâne o mişcare în jurul centrului de greutate, care se efectuează ca şi când centrul de greutate ar fi mereu în repaus, aşa încât pentru mişcarea de rotaţiune în jurul centrului de greutate se pot aplica teoremele privitoare la mişcarea giroscopică.

Exemplul 1: Dacă se face abstracţiune de rezistenţa aerului, centrul de greutate al unui bloc de stâncă în cădere descrie o parabolă; rotaţiunea în jurul centrului de greutate se efectuează ca la giroscopul izolat (ca mişcare Poinsot, p. 386).

Exemplul 2: O sferă se aşează pe un plan inclinat şi se lasă pe urmă liberă. Ea se va rostogoli în jos. Să se cerceteze în ce condiţiuni sfera se rostogoleşte numai sau alunecă numai. Coeficientul de frecare pentru frecarea de alunecare μ (p. 395) e dat (fig. 110). Asupra sferei se exercită două forţe: greutatea Q prin centrul de greutate şi presiunea suportului, care se descompune într'o componentă normală N prin centrul sferei şi într'o componentă de frecare F. Aplicarea teoremei centrului de greutate pentru mişcarea centrului sferei dă

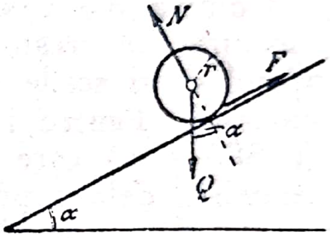


Fig. 110.

$$N = Q \cos \alpha \quad \ldots \quad (1)$$

şi

$$m \frac{dv}{dt} = Q \sin \alpha - F, \quad \ldots \quad (2)$$

unde v reprezintă vitesa paralelă cu planul inclinat. Drept mişcare de rotaţiune în jurul centrului de greutate e de considerat numai o rotaţiune în jurul axei de greutate, perpendiculară pe planul figurii 110. Ecuaţia fundamentală a dinamicei pentru această mişcare de rotaţiune e (p. 386):

$$J \frac{d\omega}{dt} = r F, \quad \ldots \quad (3)$$

unde $J = {}^2/_5 \cdot m r^2$ (p. 355) e momentul de inerţie axial al sferei de masă m şi ω vitesa unghiulară a sferei.

La rostogolirea fără alunecare avem $v = r\omega$ şi $F \leqq \mu N$ (p. 396); pentru rostogolire avem după ecuaţiile (2) şi (3):

$$\left(m r \frac{d\omega}{dt}\right) \Big/ \left(\frac{2}{5} m r^2 \frac{d\omega}{dt}\right) = \frac{Q \sin \alpha - F}{r F} \quad \text{sau} \quad F = \frac{2}{7} Q \sin \alpha; \quad \text{deci} \quad \frac{F}{N} = \frac{2}{7} \operatorname{tg} \alpha.$$

Dacă $\mu \geqq {}^2/_7 \cdot \operatorname{tg}\alpha$, avem deci rostogolire fără alunecare. Dacă $\mu < {}^2/_7 \cdot \operatorname{tg}\alpha$, adică la plan de mare inclinaţiune sau frecare slabă avem atât rostogolire, cât şi alunecare a sferei. Dacă am avea $\mu = 0$, sfera ar aluneca numai fără frecare.

d) Ciocnirea solidelor rigide

1. Generalităţi. La ciocnirea a două corpuri e hotărîtoare numai vitesa relativă a celor două corpuri, aşa încât unul din cele două corpuri poate fi considerat în repaus, şi de pe el se consideră mişcarea celui de al doilea corp. La începutul contactului se poate trece prin punctul lor de contact un plan tangent la cele două corpuri. Per-

[1]) Detalii v. la Klein-Sommerfeld, Theorie des Kreisels, vol. 4 (aplicaţii), Berlin şi Leipzig 1910, Teubner, şi Grammel, Der Kreisel, Braunschweig 1920, Vieweg.

Scanned with OKEN Scanner

pendiculara pe acest plan, dusă prin punctul de contact, se numeşte dreapta de ciocnire sau normala de ciocnire. Dacă dreapta de ciocnire trece prin centrele de greutate ale celor două corpuri, ciocnirea se numeşte centrică sau centrală; altfel excentrică. Ciocnirea se numeşte dreaptă dacă corpul ciocnitor e animat de o mişcare de simplă translaţie în direcţiunea normalei de ciocnire, faţă de corpul ciocnit; altfel ciocnirea se numeşte oblică.

La ciocnirea a două corpuri, ele nu pot fi considerate ca absolut rigide. Se deosebesc două perioade ale ciocnirii. Prima perioadă de ciocnire începe odată cu contactul celor două corpuri. In decursul primei perioade a ciocnirii se produce o aplatisare în locul de contact. La sfârşitul primei perioade de ciocnire aplatisarea, şi deci apropierea corpurilor, e maximă, şi ambele corpuri au aceeaşi vitesă a punctelor lor de contact. In decursul celei de a doua perioade a ciocnirii aplatisarea scade total sau în parte, până la separarea celor două corpuri.

Forţa de ciocnire P lucrează numai în decursul timpului de ciocnire. Ea creşte în cursul primei perioade a ciocnirii până la maximul ei şi scade din nou la zero în cursul celei de a doua perioade a ciocnirii. Pentru fenomenul de mişcare e hotărîtoare teorema impulsului (p. 383 ş. u.) care se poate scrie prin integrare asupra întregii durate a ciocnirii, dela t până la t':

$$m \triangle \bar{v} = m(\bar{v}' - \bar{v}) = \int_t^{t'} \bar{P}\,dt = \bar{S} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Integrala de timp asupra forţei de ciocnire $\bar{P}$ se numeşte şi impulsiunea lui $\bar{P}$. Impulsiunea forţei de ciocnire în decursul timpului de ciocnire $t' - t$ e deci egală cu creşterea $\bar{S}$ a impulsului corpului ciocnit, de masă m; după legea interacţiunii, scăderea impulsului corpului ciocnitor e tot atât de mare.

Faţă de forţele de ciocnire se pot neglija în general acţiunile celorlalte forţe repartizate continuu, ca de ex. greutatea, şi anume în decursul fenomenelor de ciocnire, aşa încât la ciocnire se pot presupune corpuri complet libere.

2. Ciocnirea dreaptă centrală. La ciocnirea dreaptă centrală, normala de ciocnire trece prin centrele de greutate ale celor două corpuri, şi mişcarea relativă e o mişcare de translaţie paralelă cu normala de ciocnire. Fie m_1 şi m_2 masele corpului ciocnitor resp. ciocnit, v_1 şi v_2 vitesele lor la începutul ciocnirii, u vitesa lor comună în momentul compresiunii maxime, v'_1 şi v'_2 vitesele lor la sfârşitul ciocnirii; în aceste condiţiuni avem:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\,u = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\text{şi } \bar{S}_1 = m_1 (v_1 - u) = m_2 (u - v_2); \quad \bar{S}_2 = m_1 (u - v_1') = m_2 (v_2' - u).$$

$k = S_2/S_1$ se numeşte coeficientul de ciocnire; valoarea lui depinde de proprietăţile elastice resp. plastice ale corpurilor cari se ciocnesc; limitele coeficientului de ciocnire sunt $k = 0$ pentru ciocnirea perfect neelastică şi $k = 1$ pentru ciocnirea perfect elastică.

Din $k = \dfrac{S_2}{S_1} = \dfrac{u - v_1'}{v_1 - u}$ resp. $= \dfrac{v_2' - u}{u - v_2}$, se obţine introducând pe

$u = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ resp. $= \dfrac{m_1 v_1' + m_2 v_2'}{m_1 + m_2}$: $k = \dfrac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2}$ adică independent de masele m_1 şi m_2.

Cazul general: $0 < k < 1$. Avem pentru vitesă:

$$u = (m_1 v_1 + m_2 v_2)/(m_1 + m_2),$$

$$v_1' = u - k(v_1 - v_2)\, m_2/(m_1 + m_2) \qquad v_2' = u + k(v_1 - v_2)\, m_1/(m_1 + m_2);$$

pentru variaţiunea cantităţii de mişcare a fiecăruia din cele două corpuri:

$$\bar{S} = m_1 (v_1 - v_1') = m_2 (v_2' - v_2) = (1 + k)(v_1 - v_2)\, m_1 m_2/(m_1 + m_2);$$

pentru pierderea de energie cinetică:

$$E = m_1 \frac{v_1^2 - v_1'^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2 - v_2'^2}{2} = (1 - k^2) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{(v_1 - v_2)^2}{2}.$$

Ciocnirea perfect neelastică: $k = 0,\; v_1' = v_2' = u.$

$$E = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{(v_1 - v_2)^2}{2} = m_1 \frac{(v_1 - u)^2}{2} + m_2 \frac{(u - v_2)^2}{2}$$ (teorema lui Carnot).

Ciocnirea perfect elastică: $k = 1,\; E = 0.$

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)\, v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \qquad v_2' = \frac{2 m_1 v_1 - (m_1 - m_2)\, v_2}{m_1 + m_2},$$

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

pt. $m_1 = m_2$ avem $v_1' = v_2,\; v_2' = v_1,$

pt. $v_2 = 0$ avem $v_1' = v_1 (m_1 - m_2)/(m_1 + m_2), \qquad v_2' = v_1\, 2 m_1/(m_1 + m_2).$

Determinarea coeficientului de ciocnire k: Avem $k^2 = h_1/h$, unde h_1 reprezintă înălţimea până la care se urcă din nou o sferă care cade dela înălţimea h pe o placă orizontală fixă ($v_2 = 0$, $m_2 = \infty$, $v = \sqrt{2gh}$, $v_1' = \sqrt{2gh_1}$). Mărimea lui k^2 depinde mult de vitesa cu care sfera atinge placa, adică de h. Avem în medie pentru fildeş $k = 8/9$, pentru oţel şi plută $k = 5/9$, pentru sticlă $k = 15/16$, pentru lemn $k = 1/2$ la $v_1 \approx 2{,}8$ m/s.

Coeficientul de ciocnire la poduri în vol. III, sect. Poduri.

Pentru ciocnirea neelastică v. Senft, Vorschläge zur Berechnung von Schutzbrücken und Drahtseilschwebebahnen, Ztrbl. Bauw. 35 (1915), p. 236; Flierl, Die Theorie des Biegestoßes gegen den frei aufliegenden Balken und ihre Anwendung auf den Kriegsbau, Diss. TH, München, 1924.

Pentru ciocnirea corpurilor arcuite cp. p. 263 ş. u.

3. Ciocnirea dreaptă excentrică. Corpul ciocnitor efectuează faţă de cel ciocnit o mişcare de translaţie paralelă cu normala de ciocnire, fără rotaţiune; dreapta de ciocnire nu trece prin centrele de greutate ale ambelor corpuri.

Exemplu: O sferă de masă m_1 ciocneşte o bară de masă m_2 cu vitesa v_1 la distanţa p de centrul de greutate al barei (fig. 111). Presupunem ciocnirea perfect elastică ($k = 1$). La sfârşitul primei perioade de ciocnire ambele corpuri au vitesa comună u a punctului de contact O. La bară, u se compune din vitesa de translaţie u_0 a centrului de greutate S şi din vitesa ωp corespunzătoare vitesei unghiulare ω în jurul centrului de greutate: $u = u_0 + \omega p.$

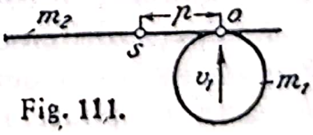


Fig. 111.

Din teorema impulsului rezultă:

$$u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2 i^2/(p^2 + i^2)},$$

unde $i = \sqrt{J/m_2}$ reprezintă raza de inerţie a corpului 2 faţă de centrul de greutate. Când $p = 0$, se obţine ciocnirea dreaptă centrală (v. sub 1). Introducând masa redusă rezultă

$$m_2' = m_2 i^2/(p^2 + i^2) \qquad u = m_1 v_1/(m_1 + m_2'),$$

adică concordanţa cu ciocnirea dreaptă centrală. Deoarece pentru corpul perfect elastic a doua perioadă de ciocnire se desfăşoară invers decât prima, rezultă cu ajutorul masei reduse, în concordanţă cu formulele corespunzătoare dela ciocnirea dreaptă, vitesele finale în dreptul punctului de ciocnire:

$$v_1' = v_1 (m_1 - m_2')/(m_1 + m_2'), \qquad v_2' = 2 m_1 v_1/(m_1 + m_2').$$

Scanned with OKEN Scanner

4. Ciocnirea contra unui corp cu axă de rotațiune fixă (fig. 112). Două corpuri rotitoare în jurul unor axe paralele A_1 și A_2 se ciocnesc cu vitesele unghiulare ω_1 și ω_2. Fie J_1 și J_2 momentele de inerție ale celor două corpuri față de axele de rotațiune. Dacă se înlocuește $m_1 = J_1/a_1^2$, $m_2 = J_2/a_2^2$, $v_1 = a_1\,\omega_1$, $v_2 = a_2\,\omega_2$, $v_1' = a_1\,\omega_1'$, $v_2' = a_2\,\omega_2'$ sunt valabile formulele pentru ciocnirea dreaptă centrală (m_1 și m_2 sunt masele reduse la punctul de ciocnire).

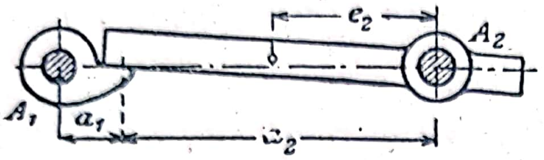


Fig. 112

Dacă dorim să evităm transmiterea efectului ciocnirii (ricoșarea) asupra axei A_2, trebue să avem $a_2 = J_2/m_2\,e_2$, dacă e_2 e distanța dintre centrul de greutate și axa de rotațiune.

5. Ciocnirea prin rotațiune. Pe doi arbori cu axă comună se găsesc două volante cu momentele de inerție J_1 și J_2. Pe când primul arbore se rotește cu vitesa unghiulară ω_1, al doilea e în repaus. Printr'o cuplă de ambreiaj se cuplează al doilea arbore cu primul. Cât e de mare vitesa unghiulară ω', cu care se rotesc la sfârșit cei doi arbori? După cum se ține seamă de teorema impulsului la ciocnirea obișnuită a corpurilor, se ține seamă de teorema ariilor (p. 383) la ciocnirea prin rotațiune. Fiindcă lipsesc forțe exterioare, momentul impulsului trebue să rămână invariabil adică egal de mare după ciocnirea prin rotațiune ca înainte de ea: $J_1\,\omega_1 = (J_1 + J_2)\,\omega'$; de mai sus rezultă $\omega' = \omega_1\,J_1/(J_1 + J_2)$.

La ciocnirea prin rotațiune p i e r d e r e a d e e n e r g i e c i n e t i c ă e:

$$\tfrac{1}{2}\cdot J_1\,\omega_1^2 - \tfrac{1}{2}\cdot (J_1 + J_2)\,\omega'^2 = \tfrac{1}{2}\cdot \omega_1^2 J_1 J_2/(J_1 + J_2).$$

6. Descompunerea fenomenului de ciocnire. H e r t z [1]) a făcut ipoteza, importantă pentru toate considerațiunile privitoare la ciocnire, că durata ciocnirii e substanțial mai mare decât timpul de care are nevoie unda elastică spre a trece prin corpurile cari se ciocnesc. Aceasta e de așteptat din capul locului în cazul corpurilor nu prea mari, din cauza vitesei mari de propagare a sunetului prin corpurile solide (sticlă și fier cca 5000 m/s, lemn 3000 . . . 4000 m/s). Ipoteza lui Hertz a fost verificată experimental de H a m b u r g e r [2]) și B e r g e r [3]). Fiecare revenire a undei de ciocnire e însoțită de o tresărire a suprafeței de ciocnire. Prin oscilațiile în cari se transpun corpurile în urma ciocnirii, se pierde energie mecanică, fiindcă energia oscilațiilor se transformă în energie termică. Fenomenele de oscilație trebue considerate deci drept perturbații ale fenomenului de ciocnire propriu zisă. La ciocnirea centrală a două corpuri cari au în toate direcțiunile dimensiuni aproximativ egale, oscilațiile de ciocnire nu joacă rol mare. R a m s a u e r [4]) a atras atențiunea asupra descompunerii ciocnirii în fenomenul de ciocnire propriu zis și în ciocnirea prin oscilație.

7. Forța de ciocnire și durata ciocnirii. Considerăm mai jos numai fenomenul de ciocnire propriu zis, neglijând ciocnirea prin oscilație. Aceasta se poate realiza concentrând prin tampoane deformațiunea asupra locului de ciocnire, așa încât corpurile propriu zise cari se ciocnesc pot fi considerate rigide. Forța de ciocnire la ciocnirea perfect elastică a dedus-o H e r t z, cercetând după legea lui H o o k e starea de ten-

[1]) H e r t z, Über die Berührung fester elastischer Körper, Journal für reine und angewandte Mathematik 92 (1881), sau Gesammelte Werke, vol. I, p. 155. — [2]) H a m b u r g e r, Teză, Breslau 1885. — [3]) B e r g e r, Das Gesetz des Kraftverlaufs beim Stoß, Braunschweig 1924, Vieweg. — [4]) R a m s a u e r, Experimentelle und theoretische Grundlagen des elastischen und mechanischen Stoßes, Ann. Phys. 30 (1909), p. 417.

siune şi deformaţiune în dreptul contactului a două sfere de razele r_1 şi r_2. Găseşte următoarea dependenţă a forţei de ciocnire P de compresiunea x:

$$P = c_1\, x^{3/2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

unde constanta $c_1 = 16/3 \cdot 1/\sqrt{1/r_1 + 1/r_2}\,(\vartheta_1 + \vartheta_2)$. Mai sus ϑ_1 şi ϑ_2 sunt prescurtări pt. $\vartheta = (2/G)\,(1 - 1/\nu)$,

unde $1/\nu$ e constanta lui Poisson [1]), adică pentru fier, cca 0,3, şi G modulul de tăiere, adică pentru fier cca 800 000 kg/cm². Dacă se admite pentru simplificare că corpul de masă m_1 ciocneşte cu vitesa v un corp de masă m_2, iniţialmente în repaus, Hertz găseşte drept măsură a compresiunii maxime

$$\max x = \left(\frac{5}{4\,c_1}\,\frac{m_1 . m_2}{m_1 + m_2}\right)^{2/5} v^{4/5}. \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

fiindcă, de altă parte din ecuaţia (1)

$$\max P = c_1 \cdot \max x^{3/2},$$

rezultă dependenţa forţei maxime de compresiune prin ciocnire max P de vitesa relativă v:

$$\max P = k_1\, v^{6/5} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Constanta k_1 se calculează din

$$k_1 = \left(\frac{5}{4}\,\frac{m_1\, m_2}{m_1 + m_2}\right)^{3/5} c_1^{2/5}.$$

Durata ciocnirii: $T = 2{,}9432 \max x/v$

saū, cu valoarea lui max x din ecuaţia (2),

$$T = k_2 \sqrt[5]{v}, \quad \text{cu} \quad k_2 = 2{,}9432\left(\frac{5}{4\,c_1}\,\frac{m_1\, m_2}{m_1 + m_2}\right)^{2/5},$$

adică durata ciocnirii scade, cu vitesă crescătoare, invers proporţional cu radicalul al cincilea din vitesa de ciocnire [2]). In locul relaţiunii (1) a lui Hertz se poate scrie uneori în aproximaţie strânsă $P = c\,x$; aceasta, totdeauna când ciocnirea e luată de resoarte în dreptul locului de ciocnire, ca de ex. la ciocnirea a două vagoane de cale ferată; c reprezintă în acest caz constanta elastică a resortului. Ciocnirea se efectuează în acest caz după legile oscilaţiei armonice (pp. 224, 268 ş. u., 375).

F. Frecarea

a) Frecarea de adeziune şi alunecare, rezistenţa de rostogolire

1. **Frecarea de adeziune şi alunecare.** Două corpuri se ating într'un punct, de-a-lungul unei linii sau pe o suprafaţă (de ex. plan, sferă, cilindru, suprafaţă elicoidală). Dacă se neglijează frecarea, trebue ca forţele exercitate de două corpuri în contact unul asupra altuia, şi deci şi rezultanta lor, să fie perpendiculare pe suprafaţă („forţe normale"). Din cauza frecării, rezultanta forţelor de contact poate să nu fie nor-

---

[1]) In altă parte se trece $1/\nu = 1/m = \mu$ (DIN 1304).

[2]) Afară de cele de mai sus, amintim din lucrările privitoare la aplatisare, forţa de ciocnire şi durata ciocnirii: Höniger, Anwendung der Kinematographie zur Ermittlung der Stoßkraft bei Schlagversuchen, ZVDI 56 (1912), p. 1501). — Plank, Betrachtungen über dynamische Zugbeanspruchung, ZVDI 56 (1912), p. 17. — Seehase, Die experimentelle Ermittlung des Verlaufs der Stoßkraft und die Bestimmung der Deformationsarbeit beim Stauchversuch, Mitt. Forschungsarb. VDI 1915. — F. Berger, Das Gesetz des Kraftverlaufes beim Stoßvorgang, Braunschweig 1924, Vieweg.

Scanned with OKEN Scanner

mală şi poate diferi cu atât mai mult de ea, cu cât frecarea e mai mare. Această abatere apare totdeauna când cele două corpuri sunt în mişcare relativă unul faţă de altul; şi anume, pentru corpul în mişcare faţă de cel în repaus, totdeauna în sens contrar mişcării. Componenta tangenţială a forţei de contact e frecarea.

Când contactul se face pe o suprafaţă, mişcarea relativă de avut în vedere e numai alunecarea; frecarea se numeşte în acest caz frecare de alunecare. In cazul contactului de-a-lungul unei linii, mişcarea relativă poate fi atât o alunecare, cât şi o rostogolire. In cazul contactului într'un punct, de ex. la sfere, e posibilă, afară de alunecare şi rostogolire, şi o rotaţiune relativă în jurul normalei de contact, aşa numita pivotare.

Frecarea tangenţială, adică frecarea de alunecare T care apare în mişcarea de alunecare, se ia de obiceiu proporţională cu forţa de presiune normală N, care e normală pe suprafaţa de contact:

$$T = N\mu = N \operatorname{tg} \rho.$$

Mai sus avem

μ coeficientul de frecare la alunecare,

ρ unghiul de frecare.

Ipoteza simplificatoare $\mu =$ const, aşa numita lege de frecare a lui Coulomb[1]), e o primă aproximaţie, şi anume pentru suprafeţe complet uscate (tabela 5 pentru μ, p. 397). De fapt μ nu e complet independent de vitesa de alunecare şi de presiune. Pentru valoarea lui μ e important dacă şi în ce măsură se găseşte între cele două feţe alunecătoare un strat de lichid (lubrifiant). In consecinţă se deosebeşte frecare uscată, mixtă şi lichidă, iar în loc de un singur coeficient de frecare μ intervin trei: μ_{usc}, μ_m şi μ_l. Amănunte privitoare la ele în vol. II, secţ. Organe de maşini.

La frecarea de alunecare, o forţă foarte mică perpendiculară pe direcţiunea de mişcare poate devia corpul alunecător. Astfel se explică alunecarea laterală a unei motociclete sau automobil frânat într'o curbă, sau deraparea automobilului la frânare puternică pe şoseaua umedă.

Frecarea de adeziune. Afară de forţa de presiune normală N, perpendiculară pe suprafaţa de contact a două corpuri, se poate transmite o forţă T_0, frecarea de adeziune, paralelă cu suprafaţa de contact, fără ca să survină o mişcare relativă a celor două corpuri, dacă

$$T_0 \leqq \mu_0 N = \operatorname{tg} \rho_0 N$$

unde $\mu_0 = \operatorname{tg} \rho_0$ e coeficientul de frecare de adeziune şi ρ_0 unghiul de frecare de adeziune. Dacă se roteşte în jurul normalei raza vectoare care formează cu normala suprafeţei de contact unghiul de frecare ρ_0, raza vectoare descrie conul de frecare. Cât forţa transmisă de corpurile în contact se găseşte în interiorul conului de frecare, corpurile rămân în repaus relativ. Coeficienţii de frecare de adeziune μ_0 sunt în general puţin mai mari decât cei de frecare de alunecare μ. (Valorile μ_0 pentru diferite corpuri în tabela 5, p. 397). Rezultatul experimental bătător la ochi, că în general $\mu_0 > \mu$, e în legătură cu impurităţile şi neregularităţile suprafeţelor în contact. [Experienţele lui Ch. Jakob[2])]. Echilibrul celor două corpuri se stabileşte, când e posibil fără întrecerea valorii limită T_0.

[1]) Critica legii de frecare a lui Coulomb de ex. la Wien-Harms, Handbuch der Experimentalphysik, vol. III, p. 175, Leipzig 1929, Akad. Verlges.

[2]) Ch. Jakob, Teză, Königsberg sau Annalen der Physik, vol. 38, p. 126. — Donandt, Über den Stand unserer Kenntnisse in der Frage der Grenzschmierung. Z V D I 80 (1936), p. 821.

Frecarea de adeziune joacă rol important, drept condițiune prealabilă a mișcării, la toate transmisiunile cu fricțiune, vehiculele cu roți și fenomenele de mișcare în natură (de ex. mersul și fuga). Dacă G e greutatea efectivă a unui vehicul care lucrează cu roțile motoare asupra șinelor sau a străzii (de ex. așa numita greutate aderentă a locomotivei) forța de tracțiune maximă a vehiculului e $\mu_0 G$.

Exemplul 1.: F r e c a r e a p e p l a n u l i n c l i n a t. Din fig. 113 rezultă: La urcarea neaccelerată a corpului prin forța P avem:

$$P\cos\beta - G\sin\alpha = \mu\,(G\cos\alpha - P\sin\beta), \quad . \ . \ . \quad (1)$$

de unde urmează

$$P = G\,\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\beta + \mu\sin\beta} = G\,\frac{\sin(\alpha+\varrho)}{\cos(\beta-\varrho)}\,.$$

R e z o l v a r e a g r a f i c ă pentru P rezultă din fig. 113b. Spre a împiedeca alunecarea în jos, e nevoie în loc de P, în aceeași orientare, de o forță P' care se calculează din

$$G\sin\alpha = \mu\,(G\cos\alpha - P'\sin\beta) + P'\cos\beta$$

și e

$$P' = G\,\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\beta - \mu\sin\beta} = G\,\frac{\sin(\alpha-\varrho)}{\cos(\beta+\varrho)}\,.$$

Pentru $\alpha < \varrho$ survine autofixare, adică corpul nu alunecă în jos dela sine. In acest caz P' devine negativ. $\alpha = \varrho$ e limita alunecării de pe plan.

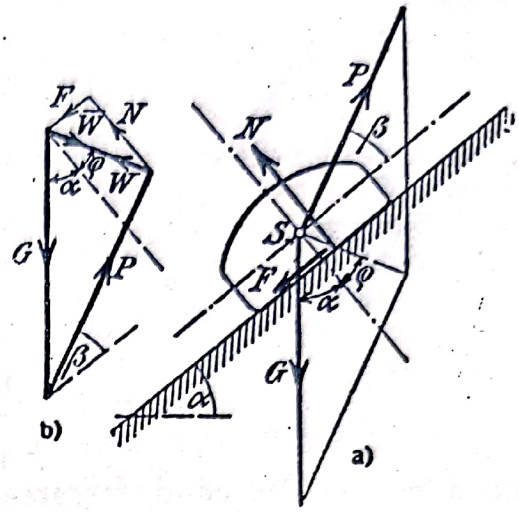


Fig. 113a și b.

Astfel se determină simplu coeficientul μ_0 de frecare de adeziune, cu un plan inclinat de inclinație variabilă. Pentru $\beta = -\alpha$ (adică P orizontal) avem $P = G\,\mathrm{tg}\,(\alpha+\varrho)$; $P' = G\,\mathrm{tg}\,(\alpha-\varrho)$.

Când corpul e urcat accelerat, cu accelerația $\frac{dv}{dt}$ avem în loc de ecuația (1):

$$m\,\frac{dv}{dt} = P(\cos\beta + \mu\sin\beta) - G(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = P\,\frac{\cos(\beta-\varrho)}{\cos\varrho} - G\,\frac{\sin(\alpha+\varrho)}{\cos\varrho}\,.$$

Tabela 5. Coeficienții de frecare μ și μ_0 [1])

a) M e t a l p e m e t a l

Oțel pe oțel		μ = 0,07 la ungerea cu seu
		= 0,15 la ungerea cu uleiu
		= 0,22 . . . 0,25 uscat (nedegresat artificial)
		μ_0 = 0,15
Bronz pe bronz		μ = 0,20 puțin uns
Bronz pe fontă		μ = 0,21 puțin uns
Fontă pe fontă sau bronz . .		μ = 0,15 puțin uns
		= 0,31 cu apă

b) M e t a l p e g h i a ț ă

Oțel pe ghiață		μ = 0,014 μ_0 = 0,027

c) C o r p u r i o r g a n i c e

Stejar pe stejar (uscat) . . .	‖ [2])	μ = 0,48	μ_0 = 0,62
	⧺	= 0,34	= 0,54
	⊥	= 0,19	= 0,43
Curea de piele pe tambur de stejar	‖	μ = 0,27 uscat	
		μ_0 = 0,47 puțin uns	
Curea de piele pe fontă plată		μ = 0,28 . . . 0,6 [3]) [4]).	

Pentru frecarea garniturilor de frânare cp. K u t z b a c h, Z V D I 77 (1933), p. 445 și vol. II sect. Organe de mașini.

[1]) In cea mai mare parte din M o r i n, Nouvelles expériences sur le frottement, faites à Metz 1831/34. — Alte date în vol. II, sect. Organe de mașini.

[2]) Semnul ‖ arată că mișcarea se efectuează în direcțiunea fibrelor celor două corpuri, ⧺ că se efectuează perpendicular pe fibrele corpului alunecător, și ⊥ că se mișcă retezătura unui lemn pe secțiunea în lung a celuilalt, de-a-lungul fibrelor lui.

[3]) In funcțiune de viteză, μ_0 = 0,28, puțin uns, = 0,36 cu apă.

[4]) V. și F r i e d r i c h, Reibung zwischen Riemen und Scheibe, Mitt. Forschungsarbeit, V D I 1915.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 2.: Placă în ghidaj prismatic (fig. 114). Placa (sau bara) rezemată în dreptul lui A şi B în ghidajul prismatic va rămâne în echilibru sub sarcina Q cât timp dreapta-suport a lui Q trece prin spaţiul comun unghiurilor de frecare trecute din A şi B (haşurat în fig. 114), adică cât timp Q e cuprins între cele două poziţii-limită aa şi bb Dacă Q e în afara acestor limite, placa alunecă.

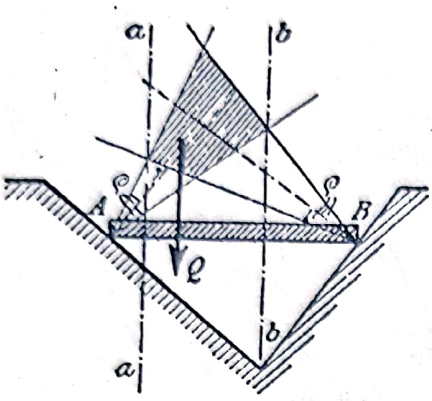


Fig. 114.

Pentru condiţiunile de frecare între roată şi şină la frânare sunt hotărîtoare următoarele puncte de vedere[1]):

Cât timp roţile se rostogolesc la frânare, se poate calcula între roată şi şină cu frecarea roţilor sau frecarea de adeziune. In aceste condiţiuni efectul de frânare e independent de presiunea saboţilor frânei şi de coeficientul de frecare între sabot şi roată. Dacă se strânge frâna şi mai tare, aşa încât roţile alunecă pe şine, efectul de frânare scade aproximativ la jumătate din valoarea maximă a frecării de adeziune. Pe când frecarea de alunecare scade cu viteză crescătoare, frecarea de adeziune maximă e aproape independentă de viteză. In ceea ce priveşte mărimea acestei frecări de adeziune, experienţele prezintă mari dispersiuni. Dacă se iau drept bază cele mai joase valori, se obţine un coeficient de frecare de adeziune maximum de $\mu = 0{,}17$ la şine uscate sau foarte umede. La şine semiumede coeficientul e însă sensibil mai mic. Detalii în vol. III, sect. Căi ferate.

Tabela 6. Coeficienţi de frecare pentru sănii

Tălpi fără bandaj pe cale netedă de lemn sau piatră	neunse	0,38	tălpi fără bandaj pe zăpadă şi ghiaţă	0,035
	unse cu săpun uscat	0,15	tălpi cu bandaj pe zăpadă şi ghiaţă	0,02
	unse cu seu	0,07		

Frecarea vagoanelor de tramvaiu şi cale ferată în vol. III; frecarea navelor şi avioanelor etc. în Hidrodinamică (p. 488 ş. u.) şi vol. IV. sect. Construcţii navale; frecarea autovehiculelor în vol. IV, sect. Automobile.

Pietre de ascuţit. Coeficientul de frecare între gresie cu granule mari şi fontă e $\mu = 0{,}21 \ldots 0{,}24$, oţel $\mu = 0{,}29 \ldots 0{,}46$, după cum piatra e ascuţită proaspăt sau tocită; pentru gresia cu granule fine avem în medie între piatra umedă şi fontă $\mu = 0{,}72$, oţel $\mu = 0{,}94 \ldots 1{,}0$. Discurile cu şmirghel, în vol. II sect. Maşini unelte.

2. Rezistenţa de rostogolire. Rostogolirea unui cilindru, de ex. a unei roţi, pe un plan e posibilă numai din cauza frecării de adeziune dintre roată şi plan. Dacă n'ar exista frecare de adeziune şi deci nici de alunecare, roata ar aluneca (patina) numai, sub acţiunea unei forţe paralele cu planul. Din cauza frecării de adeziune urmează rotirea roţii în jurul axei ei, adică rostogolirea. Dacă frecarea de adeziune e foarte mică, s'ar putea ca valoarea ei maximă $T_0 = \mu_0 N$ să nu ajungă spre a provoca o rostogolire pură; în acest caz avem atât rostogolire, cât şi alunecare (v. exemplul: Sfera pe planul inclinat p. 391).

După Coulomb, frecarea de rostogolire a unui cilindru e $P = N f/r$, unde N e forţa de presiune normală transmisă de roată, f aşa numitul „braţ al frecării de rostogolire" şi r raza. Reynolds[2]) a atras atenţiunea asupra faptului că nu există o deosebire de esenţă între frecarea de rostogolire şi cea de a alunecare. Pentru cercetarea

[1]) Metzkow, Untersuchung der Haftungsverhältnisse zwischen Rad und Schiene beim Bremsvorgang, Organ Eisenbahn 89 (1934), p. 247.

[2]) O. Reynolds, Phil. Transactions, vol. 167 (1875), p. 509.

Scanned with OKEN Scanner

mai detaliată a celor două feluri de frecare ar trebui să se ţină seamă de elasticitatea corpurilor. După W o o d, D e p u i t şi P o i r é [1]), f nu creşte proporţional cu r ca după ecuaţia de mai sus, ci proporţional cu $\sqrt{r}$, aşa încât $f = k\sqrt{r}$, unde după W o o d $k = 0{,}000\,66$ şi după P o i r é $k = 0{,}000\,6$.

Obţinem deci

după W o o d	pentru $r = 0{,}435$ m	$f = 0{,}0435$ cm.
după P o i r é	pentru $r = 0{,}45$ m	$f = 0{,}0405$ cm.
	$r = 0{,}6$ m	$f = 0{,}045$ cm.

După G r a s h o f [2]) avem pentru roţi de vagoane de cale ferată cu raza de 0,5 m, $f = 0{,}05 \ldots 0{,}055$ cm. Această valoare se întrebuinţează de obiceiu şi în alte cazuri, independent de materialul cilindrilor cari se rostogolesc.

Completare privitoare la frecarea de rostogolire. Frecarea la vehiculul în mers se compune din frecarea de mers propriu zisă, frecarea suplementară şi frecarea (rezistenţa) aerului. Frecarea suplementară provine din cauza neregularităţilor, a ciocnirilor, oscilaţiilor vehiculelor sau ale căii, la căile ferate din cauza încovoierii şinei ca şi a ciocnirilor incidentale ale buzei bandajului etc. Frecarea de mers se compune dintr'o parte care provine din cauza frecării din paliere (v. vol. II, Organe de maşini) şi dintr'o a doua parte, f r e c a r e a d e r o s t o g o l i r e propriu zisă.

Pentru determinarea acestei ultime părţi s'au făcut încercări cu instalaţia de rulare a secţiunii de încercarea palierelor din Göttingen, presând una asupra alteia două axe de vagon dispuse una peste alta, dintre cari suprafeţele de rulare ale celei de sus prezentau profilul normal al bandajelor, iar ale celei de jos, cari înlocuesc şina dreaptă, erau strungite după forma capului de şină. După S a u t h o f f [3]) s'a obţinut următoarea dependenţă de viteză a braţului de frecare:

la 40 km/h	$f = 0{,}028$ cm
,, 60 ,,	$= 0{,}033$,,
,, 90 ,,	$= 0{,}048$,,

Valoarea $f = 0{,}05$ cm, adoptată de multe ori pentru frecarea de rostogolire a oţelului pe oţel, nu se referă la frecarea de rostogolire pură pusă în evidenţă în experienţele din Göttingen, ci în ea se cuprinde şi frecarea suplementară. Cu viteză descrescătoare e de aşteptat şi o nouă scădere a lui f, în concordanţă cu experienţele lui J a h n [4]), care a găsit pentru vitese foarte mici valori de $f = 0{,}01$ cm.

O dependenţă de vitesa vehiculului, a braţului de frecare f al frecării de rostogolire pură şi-ar putea găsi explicaţia în faptul că revenirea elastică în partea de ieşire a roţii rulante, care lucrează în sensul unei micşorări a frecării de rostogolire, iese tot mai puţin în evidenţă pe măsură ce creşte vitesa.

Actualmente L. F ö p p l dispune organizarea unor experienţe pentru determinarea frecării de rostogolire pură, în laboratorul de mecanică tehnică al Politehnicei din München. In acestea se rostogolesc unele pe altele nişte rulouri cilindrice sub o forţă specifică de presiune normală de N kg/cm. Rezultatele experienţelor de până acum, la forţă specifică de presiune N variabilă, raze r_1 şi r_2 variabile şi module de elasticitate E_1 şi E_2 de asemenea variabile ale celor două rulouri, se pot prezenta în aproximaţie foarte strânsă prin formula care urmează pentru frecarea de rostogolire

$$P = \varkappa \sqrt{N \frac{1/r_1 + 1/r_2}{1/E_1 + 1/E_2}} \qquad \text{cu } \varkappa \approx 1 \cdot 10^{-5} \text{ cm.}$$

Mărimile cari intervin în această formulă se măsoară în următoarele unităţi:

P [kg/cm]; r [cm]; E [kg/cm²]; $\varkappa$ [cm].

Vitesa de rostogolire a fost mică în experienţele de până acum. La ele nu s'a putut constata o influenţă a vitesei asupra frecării de rostogolire P.

---

[1]) J. E n g e l, Die Fahrwiderstände des Rollmaterials im Baubetrieb, Mitt. d. Forschungsinstituts f. Maschinenwesen beim Baubetrieb, fasc. 3, Berlin 1932, VDI-Verlag.

[2]) G r a s h o f, Theoretische Maschinenlehre, vol. II, p. 297.

[3]) Die Bewegungswiderstände der Eisenbahnwagen unter besonderer Berücksichtigung der neueren Versuche der Deutschen Reichsbahn, Diss., Berlin 1932, VDI-Verlag 1933.

[4]) Z V D I 62 (1918), p. 122.

La rularea unei roţi de rază r şi încărcată cu N, pe un teren care cedează p l a s t i c, braţul f al rezistenţei de rostogolire corespunde cam fig. 115. Din cauza compresiunii terenului, roata e în contact cu terenul pe un segment ab. Rezultanta D a reacţiunilor terenului e inclinată faţă de verticală şi acţionează în centrul roţii la distanţa f de verticală, aşa încât e nevoie de momentul $M = Pr = Nf$ spre a învinge rezistenţa de rostogolire. Dacă roata şi terenul sunt elastice, ambele se comprimă elastic şi terenul se ridică din nou după roată. Consecinţa e că f devine sensibil mai mic şi că rostogolirea e împreunată cu o alunecare simultană a roţii pe teren, care provine din cauza alungirii inegale a roţii şi a terenului după orizontală, sub acţiunea apăsării roţii (faţa roţii devine mai scurtă, terenul mai lung). Astfel se produce o alunecare a roţii rulante [1]).

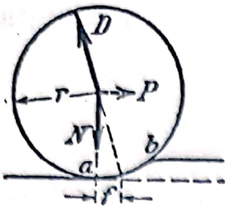


Fig. 115.

La rostogolirea unui cilindru pe un plan orizontal, forţa orizontală P exercitându-se în centrul de greutate al cilindrului (fig. 115), rezistenţa de rostogolire e $M = Pr = Nf$. Dacă forţa se exercită la periferie, cum e cazul de ex. la rostogolirea unei sarcini Q cu ajutorul unor rulouri (fig. 116), frecarea de rostogolire se obţine din:

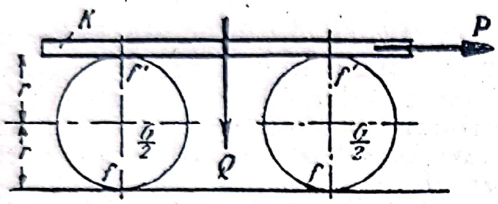


Fig. 116.

$$M = 2\,Pr = Qf' + (Q + G)\,f,$$

dacă G e greutatea rulourilor iar f resp. f' braţele rezistenţei de rostogolire dintre rulouri şi teren resp. rulouri şi placa K. Dacă G e foarte mic faţă de Q şi $f = f'$, avem $M = 2\,Qf$.

b) Frecarea în tehnică

1. Gradul de pierdere şi randamentul. Pentru o anumită mişcare a maşinii (cursă, eventual şi mişcare infinit mică) notăm cu:

A_1 lucrul mecanic de antrenare cedat maşinii,
A_2 lucrul mecanic final efectuat,
A_r lucrul mecanic de frecare, efectuat inutil.

In aceste condiţiuni $V = A_r / A_1$ se numeşte grad de pierdere, $\eta_{12} = A_2 / A_1 = A_2 / (A_2 + A_r)$ se numeşte randament în direcţiunea din spre 1 spre 2. Avem $V + \eta_{12} = 1$.

Dacă $A_r = A_2$, randamentul e 0,5. Dacă se inversează direcţiunea transmisiunii în mecanism, se inversează şi sensul frecării, şi în loc de $A_1 = A_2 + A_r$ apare $A_1' = A_2 - A_r$; avem

$$\eta_{21} = A_1'/A_2 = (A_2 - A_r)/A_2.$$

Când $A_r \geqq A_2$ avem $\eta_{21} \leqq 0$, adică mecanismul e cu b l o c a r e a u t o m a t ă; mersul înapoi are nevoie de o forţă de întoarcere pentru acţionarea lui. In serviciul continuu trec în locul lucrurilor mecanice A puterile N, aşa încât

$$V = N_r / N_1 \quad \text{şi} \quad \eta_{12} = N_2 / N_1.$$

Spre a indica influenţa puterilor asupra mărimii randamentului, e convenabil să se treacă puterea de frecare N_r deasupra puterii cedate N_2 şi să se determine de aici V analitic sau grafic.

---

[1]) J a h n, ZVDI 62 (1918), p. 121. — S a c h s, ZAM 4 (1924), p. 1. — F r o m m, ZAM 7 (1927), p. 27.

Randamentul de alunecare. Dacă la o maşină apare alunecare (transmisiuni cu fricţiune, transmisiuni cu curea, transmisiuni hidraulice cu pierderi prin neetanşeităţi, cuple hidraulice), trebue deosebite pierderile de putere N_{rP} de pierderile prin alunecare N_{rV} şi e convenabil să se separe randamentul de alunecare η_V de randamentul de putere η_P (cp. vol. II, secţ. I Organe de maşini). Avem $\eta_{rez} = \eta_P \eta_V$.

2. **Frecarea în jghiaburile în pană.** Dacă o prismă e presată cu forţa Q într'o crestătură în pană cu unghiul la vârf 2α, frecarea care trebue învinsă la mişcarea de-a-lungul axei crestăturii e $T = 2\mu Q'/2 = Q\mu/\sin\alpha = Q\mu'$ (unde $\mu' = \mu/\sin\alpha$ e coeficientul de frecare în pană) (fig. 117). La spri-

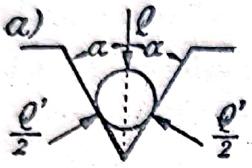


Fig. 117 a.

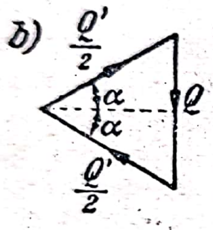


Fig. 117 b.

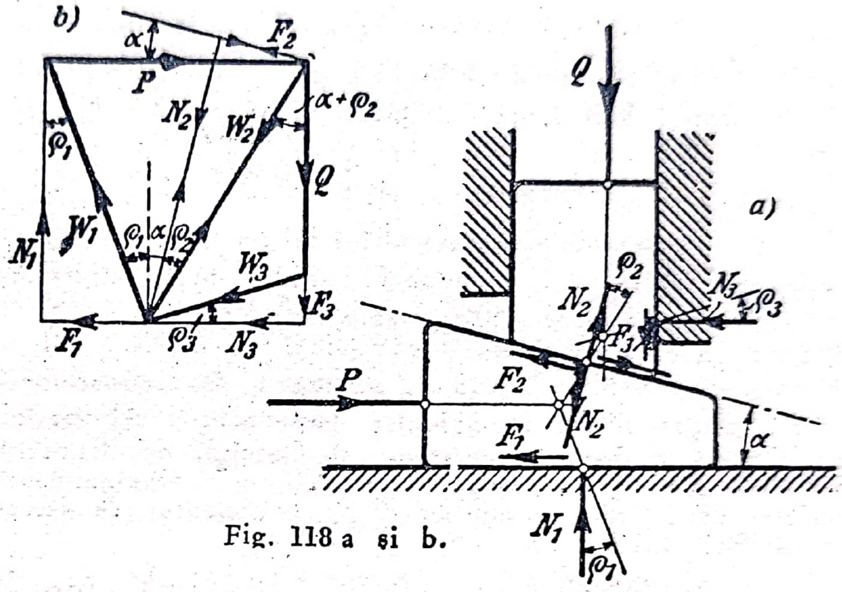


Fig. 118 a şi b.

jinire (de ex. a unui cablu în canelura în pană a unei roţi de cablu), forţa tangenţială maximă de transmis se calculează de asemenea ca şi când în locul coeficientului de frecare μ_0 pe suport neted ar exista un coeficient de frecare μ_0.

3. **Frecarea penei.** Pentru pana din fig. 118 avem pentru P şi P'

$$\left.\begin{matrix} P \\ P' \end{matrix}\right\} = Q \frac{\cos\rho_3 \sin[\alpha \pm (\rho_1 + \rho_2)]}{\cos\rho_1 \cos[\alpha \pm (\rho_2 + \rho_3)]}.$$

Mai sus am notat cu

P forţa motoare aplicată [kg],
Q forţa (rezistenţa) utilă [kg],
P' forţa necesară pentru ţinerea echilibrului la întoarcere [kg].

La pană îşi fac echilibru P, W_1, W_2, la piesa culisantă Q, W_2, W_3 (fig. 118 b).

Relaţiunile dintre forţe se pot citi cel mai simplu din soluţia grafică (fig. 118 b). Blocarea automată se produce pentru $\alpha < \rho_1 + \rho_2$ resp. $\mathrm{tg}\,\alpha < \mu_0 + \mu_2$. Pentru $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho$ avem mai simplu:

$$\left.\begin{matrix} P \\ P' \end{matrix}\right\} = Q\,\mathrm{tg}(\alpha \pm 2\rho) \approx Q(\mathrm{tg}\,\alpha \pm 2\mu), \quad \eta = \mathrm{tg}\,\alpha/\mathrm{tg}(\alpha + 2\rho) \approx \mathrm{tg}\,\alpha/(\mathrm{tg}\,\alpha + 2\mu).$$

4. **Frecarea la transmisiunile cu şurub.** La transmisiunile cu şurub mai trebue considerată: frecarea fusului cu guler şi a pivotului, frecarea în ghidajul piuliţei mobile etc.

Şurubul cu piuliţă.

α) Filet dreptunghiular. Fie

h pasul şurubului [cm],
r raza elicei mijlocii [cm],
γ unghiul de inclinare al elicei mijlocii [°]

Scanned with OKEN Scanner

ρ unghiul de frecare [°],
$\operatorname{tg}\gamma = h/2\pi r = 1:n$ inclinarea elicei mijlocii,
P forța care acționează la raza r [kg],
K forța care acționează la raza R (cheia) [kg],
Q sarcina (verticală) [kg].

Avem $KR = Pr$ și (P, P'), v. m. s.:

$$\left.\begin{matrix} P \\ P' \end{matrix}\right\} = Q \operatorname{tg}(\gamma \pm \rho) \approx Q(\operatorname{tg}\gamma + \mu) = Q \frac{h \pm 2r\pi\mu}{2\pi r \mp \mu h}.$$

Blocarea automată pentru $\gamma < \rho$ resp. $\operatorname{tg}\gamma < \mu$.

Randamentul e $\eta = \operatorname{tg}\gamma/\operatorname{tg}(\gamma+\rho) = \operatorname{tg}\gamma/(\operatorname{tg}\gamma+\mu)$.

Considerând crapodinele și la ρ resp. μ egal:

$$\eta = \operatorname{tg}\gamma/\operatorname{tg}(\gamma + 2\rho) = \operatorname{tg}\gamma/(\operatorname{tg}\gamma + 2\mu), \quad \text{ca pentru pană.}$$

β) Filetul triunghiular și trapezoidal. Notațiunile ca sub α). Fie β semiunghiul muchiilor filetului, de ex. $\beta = 30^0$ la filetul Sellers.

Avem

$$\left.\begin{matrix} P \\ P' \end{matrix}\right\} = Q \operatorname{tg}(\gamma \pm \rho'),$$

unde

$$\mu' = \operatorname{tg}\rho' = \mu\cos\gamma\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\gamma+\operatorname{tg}^2\beta} = \mu\sqrt{1+\cos^2\gamma\operatorname{tg}^2\beta};$$

de cele mai multe ori γ e un unghiu mic și cu aproximațiune strânsă $\operatorname{tg}\rho' = \mu/\cos\beta$.
Blocarea automată pentru $\gamma < \rho'$ resp. $\operatorname{tg}\gamma < \mu'$.

Randamentul $\eta = \operatorname{tg}\gamma/\operatorname{tg}(\gamma+\rho')$.

Avem $\rho' > \rho$ resp. $\mu' > \mu$ adică, la unghiu de inclinațiune egal, randamentul e ceva mai mic pentru filetul triunghiular decât pentru cel dreptunghiular ($\beta = 0$).

γ) Dacă d e diametrul exterior al filetului, d_1 diametrul lui interior, s_0 deschiderea cheii piuliței hexagonale (v. vol. II, sect. Organe de mașini, șuruburi), r_0 raza suprafeței de contact a piuliței și μ_1 coeficientul de frecare dintre piuliță și bază (evt. rondea), avem

$$r = (d + d_1)/4 \qquad r_0 = (d + s_0)/4 \approx 1{,}4\,r \qquad \operatorname{tg}\gamma = h/2r\pi,$$

adică momentul pentru strângerea piuliței

$$M = Pr + Q r_0 \mu_1 = [\operatorname{tg}\gamma + \mu' + 1{,}4\,\mu_1]\,Q r$$

și momentul pentru slăbirea piuliței

$$M'' = P'' r + Q r_0 \mu_1 = [\operatorname{tg}\gamma - \mu' - 1{,}4\,\mu_1]\,Q r.$$

Pentru filetul dreptunghiular trebue introdus ρ în loc de ρ' resp. $\mu' = \mu$.

5. Frecarea în paliere și articulații.

Crapodina.

Fie

P forța de presiune a pivotului în axa lui [kg],
dF elementul de suprafață frontală a pivotului [cm²],
y distanța dintre dF și axa de simetrie [cm],
p presiunea pentru dF [kg/cm²],
μ coeficientul de frecare de alunecare.

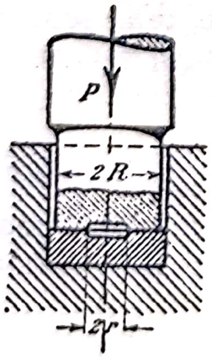


Fig. 119.

In aceste condițiuni momentul frecării de pivotare

$$M_r = \mu p \int y\,dF \text{ [kgcm]}$$

dă la n ture/min lucrul mecanic de frecare pe secundă

$$A_r = M_r \pi n/30 \text{ [kgcm/s]}.$$

Pentru pivotul după fig. 119 (ca și pentru pivotul inelar al palierelor cu guler) avem:

$$M_r = {}^2/_3 \cdot \mu P(R^3 - r^3)/(R^2 - r^2).$$

Cu $r = 0$ urmează pentru pivotul plan plin (fig. 119)

$$M_r = {}^2/_3 \cdot \mu P R$$

Observație. Aceste formule sunt valabile numai dacă μ = const, adică pentru frecarea aproape uscată, ceea ce de cele mai multe ori nu e cazul în construcția de mașini.

Palierul de sprijin. Dacă P e forța de presiune în kg exercitată asupra pivotului, $2r$ diametrul pivotului în cm, μ_1 coeficientul de frecare de

pivotare (v. pasajul următor privitor la frecarea de pivotare), momentul frecării de pivotare pentru pivotul cilindric e (fig. 120) $M_r = \mu_1 P r$ [kgcm].

La n rot/min, lucrul mecanic al frecării pe secundă e

$$N_r = M_r \pi n/30 = \mu_1 P r \pi n/30 \text{ [kgcm/s]}.$$

La fus tronconic (fig. 121) trebue luată pentru r raza mijlocie.

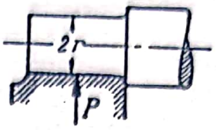


Fig. 120.

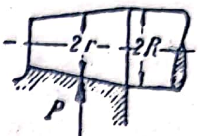


Fig. 121.

Frecarea de pivotare la mecanismele cu articulații. Cercul de frecare. Dacă un pivot de raza r (fig. 122) se rotește într'un cusinet cu frecare uscată sau mixtă, frecarea care lucrează tangențial se calculează din forța de presiune normală N din fiecare loc și e μN, unde $\mu = \text{tg}\,\rho$ e coeficientul de frecare de alunecare. Momentul de frecare, adică momentul frecărilor față de axa pivotului ca axă a momentelor, e

$$M_r = r \mu \Sigma N = r \mu_1 P.$$

Coeficientul μ_1 al frecării de pivotare e deci mai mare decât μ, fiindcă $\Sigma N > P$. Numai el e accesibil măsurătorii, fiindcă repartiția forțelor N e nedeterminată.

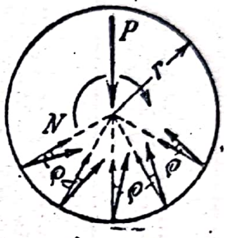


Fig. 122.

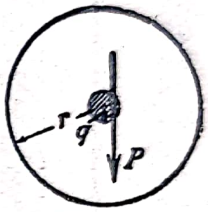


Fig. 123.

Un cerc cu raza $q = \mu_1 r$ după fig. 123 se numește cerc de frecare. Dacă o forță P se exercită excentric, dar în interiorul cercului de frecare, pivotul nu se rotește, fiindcă momentul de frecare care apare la rotațiune $M_r = qP$ e mai mare decât momentul lui P.

6. Scripetele și palanul. La un scripete fără frecare trebue aplicată la capătul ieșind al cablului o forță P, care e egală cu sarcina utilă Q, în ipoteza că mișcarea de ridicare e neaccelerată. Considerând frecarea, care provine din cauza frecării fusului și a rigidității cablului, avem

$$Q = \eta P.$$

Pentru lanțuri și cabluri randamentul e $\eta \approx 0{,}95$.

Palanul se compune din n scripeți, și anume în general din $n/2$ scripeți ficși și $n/2$ mobili. Neglijând frecarea, am avea $P = Q/n$. Considerând frecarea, avem

$$Q = \eta P + \eta^2 P + \eta^3 P + \ldots + \eta^n P = P(\eta + \eta^2 + \eta^3 + \ldots \eta^n) = P\eta(1-\eta^n)/(1-\eta),$$

dacă avem același randament η pentru fiecare scripete în parte.

Randamentul total al palanului e deci

$$\eta_{tot.} = \frac{1}{n}\,\frac{1-\eta^n}{1-\eta}\,\eta,$$ și această expresiune devine cu $\eta = 0{,}95$

pentru					
$n =$	2	4	6	8	10
$\eta_{tot.} =$	0,93	0,88	0,85	0,79	0,76

Dacă s e lungimea cablului desfășurat și deci drumul forței P iar h e înălțimea de ridicare a forței Q, avem $s = n\,h$.

7. Frecarea de înfășurare. Fie S_1 și S_2 forțele de întindere în cele două capete ($S_1 > S_2$), pentru banda (frânghia, cablul, cureaua, banda de frânare; fig. 124) înfășurată în jurul unui cilindru, $P = S_1 - S_2$, frecarea la periferia cilindrului, adică forța periferică transmisibilă la un cilindru rotitor pe care banda de întindere se găsește în repaus relativ, $\alpha = 2\pi\alpha°/360°$ arcul de înfășurare, μ coefi-

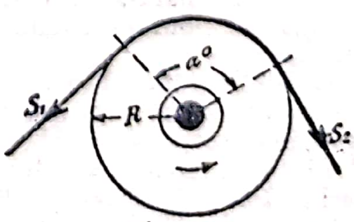


Fig 124.

cientul de frecare între bandă și cilindru, e baza logaritmilor naturali. In aceste condițiuni:

$$S_1 \gtreqless S_2\, e^{\mu\alpha},$$
$$P \gtreqless S_1\,(e^{\mu\alpha} - 1)/e^{\mu\alpha} = S_2\,(e^{\mu\alpha} - 1).$$

Semnul egalității e valabil când banda alunecă pe cilindru (alunecarea prin patinare), semnul inegalității pentru repausul relativ.

După cum există sau nu o mișcare relativă a benzii față de cilindru, trebue introdus pentru μ coeficientul de frecare de alunecare sau de adeziune.

Avem $e^{\pi} = 23{,}1407$ și $\lg e^{\pi} = 1{,}364\,376\,4$.

Tabela 7. Valorile lui $e^{\mu\alpha}$

$\alpha/2\pi$	μ								
	0 1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
0,1	1,06	1,1	1,13	1,17	1,21	1,25	1,29	1,33	1,37
0,2	1,13	1,21	1,29	1,37	1,46	1,55	1,65	1,76	1,87
0,3	1,21	1,32	1,45	1,60	1,76	1,93	2,13	2,34	2,57
0,4	1,29	1,46	1,65	1,87	2,12	2,41	2,73	3,10	3,51
0,425	1,31	1,49	1,70	1,95	2,23	2,55	2,91	3,33	3,80
0,45	1,33	1,53	1,76	2 03	2,34	2,69	3,10	3,57	4,11
0 475	1,35	1,56	1,82	2,11	2,45	2,84	3,30	3,83	4,45
0,5	**1,37**	**1,60**	**1,87**	**2,19**	**2,57**	**3,00**	**3,51**	**4,11**	**4,81**
0,525	1,39	1,64	1,93	2,28	2,69	3,17	3,74	4,41	5,20
0,55	1,41	1,68	2,00	2,37	2,82	3,35	3,98	4,74	5,63
0,6	1,46	1,76	2,13	2,57	3,10	3,74	4,52	5,45	6,59
0,7	1,55	1,93	2,41	3,00	3,74	4,66	5,81	7,24	9,02
0,8	1,65	2,13	2,73	3,51	4,52	5,81	7,47	9,60	12,35
0,9	1,76	2,34	3,10	4,11	5,45	7,24	9,60	12,74	16,90
1,0	1,87	2,57	3,51	4,81	6,59	9,02	12,35	16,90	23,14
1,5	2,57	4,11	6,59	10,55	16,90	27,08	43,38	69,49	111,32
2,0	3,51	6,59	12,35	23,14	43,38	81,31	152,40	285,68	535,49
2,5	4,81	10,55	23,14	50,75	111,32	244,15	535,49	1174,5	2575,9
3.0	6,59	16,90	43,38	111,32	285,68	733,14	1881,5	4828,5	12391
3,5	9,02	27,08	81,31	244,15	733,14	2199,90	6610,7	19851	59608
4,0	12,35	43,38	152,40	535,49	1881,5	6610,7	23227	81610	286744

G. Balistică[1])

Prelucrare de dr. fil. J. Kömmnick, Berlin

Notăm cu:

- x, y coordonatele proiectilului în momentul t față de punctul de plecare (0, 0); axa x orizontală, pozitivă în orientarea tragerii; axa y verticală, pozitivă în sus,
- v vitesa proiectilului [m/s] în punctul (x, y) cu componentele v_x și v_y,
- v_0 vitesa inițială [m/s],
- φ unghiul de tragere [°],
- ω unghiul de cădere (ascuțit) [°],
- ϑ unghiul tangentei traiectoriei în punctul (x, y) față de orizontală [°],
- X bătaia la orizontul gurii [km],
- T durata totală de sbor [s],

[1]) Bibliografie: Pentru studiul detaliat: C. Cranz, Lehrbuch der Ballistik, 3 vol. și vol. de completare, Berlin 1925/27 și 1936, Springer; ibidem bibliografie vastă despre probleme speciale. — H. Lorenz, Ballistik, München și Berlin 1936, Oldenbourg.— Vahlen, Ballistik, Berlin 1922, de Gruyter. — Hänert, Geschütz und Schuß. Berlin 1935, Springer. — Pentru orientare asupra proprietăților armelor de foc uzuale: Deutsch, Waffenlehre, Berlin 1938, Mittler & Sohn. — Justrow, Das Geschütz in der Nachkriegszeit, RDT, an. 1938. — Beiträge zur Ballistik und Techn. Physik (Festschrift f. Geheimrat Cranz), ed. de Schardin, Leipzig 1938, Barth. — Cp. și mai sus pp. 373, 374 și 377.

x_s, y_s coordonatele creştetului traiectoriei,
t_s timpul de ascensiune (până la creştet) [s],
v_s vitesa în creştet [m/s],
g acceleraţia gravitaţiei [m/s²],
R raza pământului [km],
δ greutatea de aer din unitatea de volum, calculată din presiune, temperatură şi umiditate [kg/m³],
δ_0 greutatea normală unitară a aerului = 1,206 kg/m³ (la 760 mm col. Hg şi 18°) = 1,22 kg/m³ (la 760 mm col. Hg şi 15°),
a vitesa sunetului în condiţiunile de experimentare [m/s],
a_0 vitesa sunetului la temperatura normală [m/s],
$2r$ calibrul proiectilului [m],
P greutatea proiectilului [kg],
m masa proiectilului [kg s²/cm],
c coeficientul balistic,
i factorul de formă al proiectilului,
W rezistenţa aerului [kg],
$f(v)$ funcţiunea de rezistenţă.

a) Aruncarea în vid

1. Aruncarea în vid la acceleraţie a gravitaţiei invariabilă, şi neglijând curbura şi rotaţiunea pământului [1]).

Pentru un punct oarecare al traiectoriei (x, y) avem:

$$x = v_0 \cos\varphi\, t = \frac{v_0^2 \cos^2\varphi}{g} (\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\vartheta),$$

$$y = v_0 \sin\varphi\, t - g t^2/2 = (v_0^2 \cos^2\varphi/2g)(\operatorname{tg}^2\varphi - \operatorname{tg}^2\vartheta),$$

$$\operatorname{tg}\vartheta = \operatorname{tg}\varphi - g\,t/v_0 \cos\varphi, \qquad \cos\vartheta = v_0 \cos\varphi/v.$$

Din aceste formule se pot obţine uşor cele corespunzătoare pentru v şi t; tot aşa se pot realiza orice combinaţiuni ale diferitelor elemente determinante. Mai avem pentru creştet:

$$x_s = v_0^2/2g \cdot \sin 2\varphi, \qquad y_s = v_0^2/2g \cdot \sin^2\varphi = g/2 \cdot t_s^2 = g/8 \cdot T^2,$$

$$t_s = v_0 \sin\varphi/g, \qquad v_s = v_0 \cos\varphi.$$

Inălţimea de urcare maximă e $h = v_0^2/2g$ la $\varphi = 90°$.

Bătaia se calculează din

$$X = v_0^2 \sin 2\varphi/g = 2 x_s.$$

Bătaia maximă e:

$$\max X = v_0^2/g = 2h, \quad \text{la } \varphi = 45°.$$

Durata de sbor devine:

$$T = 2 v_0 \sin\varphi/g = X/v_0 \cos\varphi.$$

Ecuaţia înfăşurătoarei tuturor traiectoriilor de vitesă iniţială constantă v_0 (aşa numita parabolă de siguranţă) e:

$$y = v_0^2/2g - x^2 g/2 v_0^2.$$

2. **Considerarea acceleraţiei gravitaţiei variabile cu înălţimea, a curburii şi rotaţiunii pământului** conduce la formule complicate [2]). Calculul arată că toate aceste influenţe pot juca un anumit rol numai la

---

[1]) Cp. şi deducerea formulei aruncării cu neglijarea rezistenţei aerului în pag. 377, exemplul 3, şi Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. I, p. 1 . . . 26, Berlin 1925, Springer.

[2]) Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. I, Berlin 1925, p. 27 . . . 36, 316 . . . 325 şi volumul de completare, Berlin 1936, Springer, p. 105 . . . 111.

Scanned with OKEN Scanner

traiectoriile proiectilelor gurilor de foc de bătaie lungă, dar şi la ele corecturile de făcut rămân de cele mai multe ori în interiorul dispersiunilor naturale ale punctelor de impact sau sunt complet acoperite de alte efecte. Astfel de exemplu abaterea dela traiectoria plană a proiectilelor din cauza momentului impulsului e cu mult mai mare în aer decât din cauza rotaţiunii pământului.

Traiectoria exactă (fără rotaţiunea pământului) e o parte dintr'o conică; la vitesele cari pot fi atinse o parte dintr'o elipsă, al cărei focar îndepărtat se găseşte în centrul pământului. In privinţa măririi bătăii scăderea cu înălţimea a lui g poate fi neglijată. Dacă X_p e bătaia parabolică în vid la aceiaşi v_0 şi φ, şi dacă R reprezintă raza pământului, mărirea ΔX a bătăii se poate calcula din următoarea formulă de aproximaţie:

$$\Delta X = \frac{X_p^{\,2}}{2R\,\mathrm{tg}\,\varphi - X_p}$$

Exemplu: $X_p = 100$ km, $\varphi = 45°$: $\Delta X = 791$ m.

Rotaţiunea pământului cauzează, la latitudinile mijlocii ale emisferei nordice, o abatere spre dreapta; ei i se adaugă o mărire a bătăii şi a timpului de sbor.

Dacă

γ e latitudinea geografică (negativă pe emisfera sudică) [°],
ψ unghiul dintre planul traiectoriei şi orientarea spre Sud, măsurat din spre Sud peste Est şi Nord spre Vest [°],
$n = 2\pi/(24 \cdot 60 \cdot 60)$ vitesa unghiulară a rotaţiunii pământului [s^{-1}],

urmează:

Abaterea spre dreapta:

$$= 4\,n/3\,g^2 \cdot v_0^3 \sin^2\varphi\,(3\cos\varphi\sin\gamma + \sin\varphi\cos\gamma\cos\psi);$$

Mărirea bătăii:

$$= 4\,n/3\,g^2 \cdot v_0^3 \sin\varphi\cos\gamma\,(4\cos^2\varphi - 1)\sin\psi;$$

Mărirea timpului de sbor:

$$= 2\,n/g \cdot v_0\,T\cos\varphi\cos\gamma\sin\psi.$$

Exemplu:

$v_0 = 990$ m/s $\varphi = 45°$ $\gamma = 45°$ $\psi = 90°$ $X_p = 100$ km $T = 143$ s.

Abaterea spre dreapta = 733 m, mărirea bătăii = 488 m, mărirea timpului de sbor = 1,05 s.

Formulele pentru tragerea în vid se pot folosi foarte bine pentru o primă evaluare a bătăilor etc. la vitese mici şi proiectile grele.

Pentru un proiectil cu calibrul de 22 cm şi greutatea de 118 kg, care a fost tras sub un unghiu de tragere de 45° cu diferite vitese iniţiale, s'au constatat următoarele bătăi (în procente din bătăile în vid):

v_0	78	146	193	228 m/s
X	97	92	87	83 %.

La proiectilele de infanterie rezistenţa aerului cauzează micşorări considerabile ale bătăii:

greutatea proiectilului 12,8 g, calibrul 8 mm, $v_0 = 700$ m/s, $\varphi = 4°\,59'$,
$X = 2400$ m = 28 % din bătaia în vid.

b) Rezistenţa aerului

1. **Elemente principiale privitoare la rezistenţa aerului**[1]. Rezistenţa aerului se realizează prin acţiunea comună a unei serii de fenomene, cari micşorează toate energia cinetică a proiectilului:

[1] Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. I., p. 36...54, şi vol. de compl., p. 1...16.

1. Aerul e acumulat în fața proiectilului; la vitesă mai mare decât a sunetului se produce în același timp o undă de creștet.
2. La suprafața proiectilului există frecare, care provoacă formarea de turbioane.
3. Stratul limită dintre proiectil și aerul în repaus se desprinde; după proiectil se formează un remuu de spate; în legătură cu el se produce o undă de coadă.
4. Se mai adaugă la rezistența aerului o parte provenind din rotațiunea proiectilului, din neuniformitatea suprafeței, cari cauzează, la vitesă mai mare decât a sunetului, formarea unor unde.
5. La proiectilele lungi se ivesc complicații deosebite când axa nu se găsește în direcțiunea tangentei la traiectorie, ci oblic față de ea.

Actualmente cercetările teoretice încă nu au ajuns atât de departe încât să se poată prinde întru câtva toate aceste influențe. De aceea balistica e avizată la legi ale rezistenței aerului determinate experimental.

2. Legile rezistenței aerului [1]). Pentru rezistența aerului în sens contrar orientării mișcării centrului de greutate al proiectilului, se scrie în general

$$W = P/g \cdot c\, f(v).$$

Coeficientul balistic depinde în general de v, y, t, forma proiectilului, poziția axei proiectilului față de tangenta traiectoriei, impulsul momentului, greutatea unitară a aerului. De obiceiu se admite însă c constant de-a-lungul întregii traiectorii.

Dacă axa proiectilului lung se găsește mereu pe tangenta traiectoriei, se scrie:

$$W = \pi r^2 \delta/\delta_0 \cdot i\, f(v).$$

Rezistența măsurată a aerului W în kg/cm², în raport cu secțiunea transversală la diferite vitese:

Proiectile cilindrice:

2 r	400 m/s	600 m/s	800 m/s
6,5 cm	1,4	3,8	6,6
10	1,3	3,3	6,3

Proiectile cu raza de curbură a vârfului ogival egală cu 3 calibre:

2 r	550 m/s	750 m/s	850 m/s
6 cm	1	1,58	1,94
10 „	0,98	1,52	1,85
28 „	0,62	1,01	1,25.

Pentru vitese până la vreo 30 m/s se poate calcula cu

$$W = k \pi r^2 v^2 \delta/1{,}22 \text{ [kg]}; \qquad k = 0{,}08 \ldots 0{,}12.$$

Pentru vitesele proiectilelor s'au stabilit pe baza a numeroase măsurători diferite formule pentru rezistența aerului în funcțiune de vitesă. In cele mai multe cazuri aplicabilitatea lor e limitată, așa încât nu pot fi transpuse direct asupra altor condițiuni de încercare. Prezintă importanță deosebită:

1. Legea unitară a lui Siacci. A fost constituită din toate încercările asupra rezistenței aerului cunoscute până în 1896. Se prezintă sub formă de tabele și e valabilă până la $v = 1200$ m/s. Tabela a fost rezumată și într'o formulă;
2. Tabelele lui v. Eberhard pentru proiectile de artilerie.
3. Cercetările lui K. Becker și C. Cranz privitoare la rezistența aerului pentru proiectilele de infanterie.

Pentru detalii cp. Cranz, vol. I, nota [1]), p. 406.

Pentru calcule mai precise ale traiectoriilor trebue să se țină explicit seamă de influența temperaturii asupra rezistenței aerului. In formule, aceasta se exprimă prin faptul că $f(v)$ trebue înlocuit prin $f(v \cdot a_0/a)$; în principiu aceasta înseamnă că, în condițiuni în rest egale, rezistențele aerului la temperaturi joase sunt mai mari decât la temperaturi înalte când vitesele sunt mici, și mai mici decât ele când vitesele sunt mari.

---

[1]) Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. I, p. 54...107, și vol. de completare, p. 34...39, 50...58. — Cp. și curbele lui Becker și Cranz, p. 521 ș. u.

c) Proprietăți generale ale traiectoriei în mediul rezistent [1])

Sub influența rezistenței aerului se produce din parabola aruncării (p. 377) curba balistică (fig. 125). Independent de felul legii efective a rezistenței aerului avem, între altele, pentru această curbă:

1. Componenta orizontală $v \cos \vartheta$ a vitesei scade în continuu de-a-lungul întregii traiectorii.
2. In puncte ale traiectoriei la niveluri egale deasupra orizontului gurii, vitesa proiectilului e mai mare pe ramura ascendentă decât pe cea descendentă.

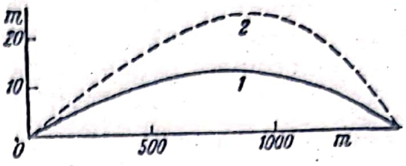


Fig. 125. Curbă balistică

3. Creștetul e mai aproape de punctul de impact decât de cel de tragere.
4. Inălțimea y_s a creștetului e cuprinsă între $^1/_4 \cdot X \operatorname{tg} \varphi$ și $^1/_4 \cdot X \operatorname{tg} \omega$.
5. Unghiul de cădere ω e mai mare decât cel de tragere φ.

In figura 125, se redau drept exemple penntru astfel de curbe balistice traiectoriile a două tipuri diferite de proiectile, și anume curba 1 pentru grenada de 7,7 cm, $v_0 = 570$ m/s, și curba 2 pentru proiectul S al puștii de 7,9 mm, $v_0 = 895$ m/s.

d) Bazele calculului traiectoriei

In ipoteza că rezistența aerului lucrează în direcțiunea tangentei la traiectorie și în sens contrar mișcării și că axa proiectilului se găsește în continuu pe tangentă, ecuațiile inițiale sunt:

$$d v_x = - c f(v) \cos \vartheta \, d t,$$
$$d v_y = - c f(v) \sin \vartheta \, d t - g \, d t.$$

Prin transformare se obține ecuația principală:

$$g \, d (v \cos \vartheta) = v c f(v) \, d \vartheta.$$

O integrare în formă strânsă e posibilă numai în cazul unor ipoteze cu totul speciale privitoare la forma funcțiunii $c f(v)$. In general se pot indica pe cale analitică numai integrale aproximative. In acest caz se întrebuințează două metode diferite:

1. Ecuația principală se lasă neschimbată, și integrările se efectuează în anumite ipoteze a căror admisibilitate trebue examinată în detaliu.

2. Ecuația principală se modifică potrivit și se înlocuește cu o ecuație principală valabilă cu aproximație, așa încât integrările nu prezintă dificultăți deosebite. Pe aceste două posibilități se bazează un mare număr de metode de calcul a traiectoriilor balistice, cari nu pot fi indicate aici în detaliu [2]).

De aceste metode se deosebește principial metoda grafică indicată de Cranz și Rothe, care integrează ecuația fundamentală prin aproximații succesive.

Importanța acestei metode rezidă în faptul că permite să se rezolve problema fundamentală a balisticei exterioare, pentru o lege oarecare a rezistenței aerului, fără nicio neglijare. Exactitatea e limitată practic numai de calitatea desenului. Pentru detalii în această privință și pentru examinarea diferitelor metode de rezolvare în privința exactității lor v. Cranz, vol. 1, l. c.

e) Abaterile proiectilului [3])

In practică se observă totdeauna abateri mai mici sau mai mari ale proiectilului dela traiectoria teoretică de așteptat în condițiunile de încercare. Dispersiunile neregulate provin din fluctuațiile încărcăturii de

[1]) Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. I, p. 128...136.

[2]) Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. I, p. 107...126, 137...273, și vol. de compl., p. 58...94, 111...119.

[3]) Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. I, p. 273...316, 325...381, 385...457, și vol. de compl., p. 103...105.

Scanned with OKEN Scanner

exploziv, a greutăţii proiectilului, a oscilaţiilor ţevii gurii de foc, a influenţelor neregulate la gura ţevii, a şocurilor brusce ale vântului etc. Aceste influenţe nu se pot prinde cantitativ în detaliu; dispersiunile punctelor de impact cauzate de ele satisfac legile calculului probabilităţilor. Afară de acestea apar abateri sistematice unilaterale, cauzate de vânt şi rotaţiunea proiectilului. Putem face abstracţiune de abaterile cari trebue să se producă fiindcă bazele de calcul nu coincid cu condiţiunile de experimentare.

Felul abaterilor traiectoriei pe cari le cauzează vântul e clar. Fiindcă orientarea şi vitesa lui variază mai mult sau mai puţin cu înălţimea şi timpul, calculele se pot baza totdeauna numai pe un anumit vânt mijlociu efectiv. Dificultăţile de considerare a rotaţiunii proiectilului sunt în esenţă de natură fizic-matematică.

Experimental s'au constatat următoarele abateri spre dreapta la o gură de foc de calibrul de 7,5 cm, cu ghinturi spre dreapta, unghiul ghinturilor de 7°, cu un proiectil de lungimea de 29 cm şi 7,24 kg, la $v_0 = 529$ m/s:

φ	X m	Abaterea m
1° 6′	1000	0,4
2° 43′	2000	2,2
4° 46′	3000	6,5
7° 16′	4000	14,9
10° 19′	5000	29,3
14° 3′	6000	54,0
18° 50′	7000	95,0
25° 53′	8000	172,9
32° 41′	8500	264,3

In condiţiuni egale, abaterile laterale la orizontul gurii sunt cu atât mai mari, cu cât e mai mare calibrul, unghiul ghinturilor, vitesa iniţială, unghiul de tragere, cu cât e mai obtuz vârful proiectilului şi mai mică greutatea proiectilului. In general, la ghintuire spre dreapta apare abatere spre dreapta, care scade însă la unghiuri de tragere mai mari, peste 45° (după tipul armei) şi trece la sfârşit în abatere spre stânga.

f) Efectul proiectilelor în obiectiv [1])

Pentru aprecierea efectului proiectilelor suntem avizaţi exclusiv la experienţă. Pentru adâncimea de penetrare în diferite materiale, a proiectilelor cari nu plesnesc, s'au desvoltat o serie de formule în cari intră constante sau funcţiuni de determinat pe cale empirică, dependente de proprietăţile materialului, de tipul şi vitesa proiectilului.

E clar că toate aceste formule nu pot da decât prime puncte de sprijin privitoare la adâncimea de penetrare. Marile rezistenţe inerţiale, cari apar la vitesele de cădere de obiceiu foarte mari, modifică astfel proprietăţile de rezistenţă ale corpurilor, încât nu se poate calcula cu formulele rezistenţei statice a materialelor. Aceasta priveşte şi diferitele formule pentru blindaje, dintre cari trecem aici numai:

Formula lui Krupp. Spre a străbate un blindaj de grosimea d (cm) la cădere perpendiculară, e nevoie de o vitesă a proiectilului

$$v^2 = \frac{400\,g\,\pi}{P}\left(\frac{d}{2}\right)^{4/3}(r)^{5/3}.$$

r [cm], P [kg], $g = 9{,}81$ [m/s²].

Formula lui de Marre. Un blindaj de grosimea d [dm] e străbătut de un proiectil de greutatea P [kg] şi calibrul $2\,r$ [dm], dacă vitesa lui de lovire e

$$v = A\,\frac{(2\,r)^{0,75}}{P^{0,5}}\,d^{0,7}.$$

Pentru oţelul obişnuit $A = 1{,}53$.

Pentru mărimea pâlniilor de explozie se cunosc numai formule de aproximaţie globală, cari trebue întrebuinţate cu mare precauţiune. In privinţa detaliilor, mai ales a efectului exploziv al proiectilelor de infanterie etc. îndrumăm la manualul lui Cranz, l. c.

[1]) Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. I, p. 457...496.

g) Balistică interioară

Problema balisticei interioare consistă în esenţă în a calcula, din proprietăţile date ale armelor întrebuinţate şi felurilor de exploziv, întreaga comportare în decursul tragerii, adică mersul în timp al presiunii gazului, mişcarea proiectilului în ţeavă, vitesa proiectilului la gura ţevii etc. Punerea problemei e în multe privinţe şi mai complicată decât a balisticei exterioare. Aici joacă rol hotărîtor fenomene chimice, cari se desfăşoară la temperaturi şi presiuni înalte, în timpuri foarte scurte. Nu dispunem de cunoştinţe sigure privitoare la fenomenele cari apar în aceste stări extreme. Şi cu privire la fenomenele fizice, ca de exemplu cu privire la cedarea de căldură către ţeavă sau cu privire la rezistenţa de învins de proiectil în ţeavă, se pot face numai afirmaţiuni puţin sigure.

Punctele de plecare ale metodelor de calcul sunt:

1. **Legea de ardere**[1]). De importanţă deosebită a ajuns legea indicată pentru prima oară de Charbonnier, care e valabilă pentru pulberile recente. Dacă y e partea proporţională din încărcătură deja arsă în momentul t, vitesa de ardere depinde numai de y şi de presiunea p a gazului în momentul considerat:

$$\frac{dy}{dt} = B\,\Phi(y)\,p^n$$

Pentru felurile recente de pulberi avem în aproximaţie strânsă $n = 1$; B şi funcţiunea $\Phi(y)$ mai sunt caracteristice pentru pulberea respectivă şi se pot determina empiric prin arderea pulberii în bombă.

2. **Bilanţul de energie**[2]). Dacă a ars la temperatura Θ din încărcătura de pulbere L cu greutatea specifică σ partea proporţională y, şi dacă T e temperatura gazelor pulberii şi c_v căldura specifică medie, stă la dispoziţie energia totală

$$E = L y c_v (\Theta - T)\,[\text{kcal}] = 427\, L y c_v (\Theta - T)\,[\text{kgm}]\,.$$

Această cantitate de energie trebue egalată cu suma părţilor de energie cari îi revin mişcării proiectilului (translaţie cu rotaţiune), reculului ţevii, efectuării de lucru mecanic contra presiunii atmosferice exterioare şi mişcării pulberii. In plus, mai trebue adăugate pierderile de energie cari se produc prin conducţie de căldură neetanşeităţi, şi lucrul mecanic care trebue efectuat contra rezistenţelor din ţeavă (rezistenţa de strângere, de frecare şi a aerului din faţa proiectilului). Dintre aceste mărimi se poate neglija efectuarea de lucru mecanic contra presiunii exterioare a aerului şi rezistenţa aerului. In fine, se poate indica exact numai energia mişcării proiectilului şi a părţilor în recul. Mişcarea gazelor pulberii se prinde mai convenabil admiţând că jumătate din încărcătură se mişcă înainte împreună cu proiectilul şi că cealaltă jumătate se mişcă îndărăt împreună cu arma. Dacă se raportează toate mişcările la ţeava gurii de foc cu masa M, masa efectivă a proiectilului (μ) trebue scrisă

$$\mu = \frac{m\,(1 + {}^1\!/_2 \cdot L/g)\,M}{m\,(1 + {}^1\!/_2 \cdot L/g) + M}\,.$$

Dacă proiectilul a ajuns până în punctul x, s'a efectuat contra frecării (W) lucrul mecanic

$$A = \pi r^2 \int_0^x W\,dx\,.$$

---

[1]) Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. II, p. 5...56, 94...142.
[2]) Cranz, Lehrbuch der Ballistik, vol. II, p. 215...221.

Dacă se mai notează cu Q pierderile prin căldură, bilanţul de energie e

$$427\, L\, y\, c_v\, (\Theta - T) = {}^1/_2 \cdot \mu\, v^2 + A + Q.$$

V i t e s a p r o i e c t i l u l u i e determinată de ecuaţia de mişcare

$$\mu \frac{d v}{d t} = \pi\, r^2 (p - W).$$

3. Ecuaţia gazelor [1]). Dacă din 1 kg pulbere se produc la ardere completă în stare normală v' m³ de gaze, gazele produse din Ly kg pulbere se găsesc în volumul V la temperatura T sub presiunea

$$p = 10\,333\, v'/V \cdot L\, y \cdot T/273 \text{ [kg/m}^2\text{]}$$
$$= 427\, (c_p - c_v)\, L\, y/V \cdot T \text{ [kg/m}^2\text{]}.$$

Ţinând seamă de covolumul α şi de spaţiul ocupat de partea de încărcătură încă nearsă, avem

$$V = V_0 + \pi\, r^2\, x - L\, y\, \alpha - L/\sigma\, (1 - y);$$

V_0 e volumul de ardere iniţial.

Ecuaţia principală. Combinarea ecuaţiei gazelor cu bilanţul de energie dă în sfârşit ecuaţia principală a balisticei interioare

$$f\, L\, y - p\, V = (\varkappa - 1) \left\{ {}^1/_2 \cdot \mu v'^2 + A + Q \right\},$$

unde $f = 10\,333/273 \cdot v'\, \Theta$ („forţa" pulberii) şi $\varkappa = c_p / c_v$ (raportul căldurilor specifice).

Afară de aceasta, $\varkappa$ nu poate fi prins sigur analitic, ci trebue determinat empiric.

Ecuaţia principală formează, împreună cu legea de ardere şi cu ecuaţia de mişcare, sistemul de formule iniţiale, a căror integrare dă soluţia problemei principale a balisticei interioare.

După C r a n z, bilanţul de energie al unei lovituri de armă arată cum urmează: Din energia de 1170 kgm conţinută în încărcătură, îi revin la ieşirea proiectilului din ţeavă energiei lui de translaţie 384 kgm = 32,4%, rotaţiunii 1,7 kgm ≈ 0,1%, reculului 1,3 kg ≈ 0,1%. Căldura cedată ţevii (incl. încălzirea prin frecare etc.) reprezintă 263 kgm = 22,4%. Restul de 520 kgm = 45% se găseşte ca energie cinetică şi căldură în gazele de ardere cari ies din ţeavă.

4. Metode de rezolvare a problemei fundamentale a balisticei interioare [2]). Din cauza multelor nesiguranţe cari afectează diferitele evaluări şi mai ales mărimile Q, μ, f, α şi ϰ, integrarea sistemului de ecuaţii poate conduce numai la o soluţie de aproximaţie. Soluţia însăşi se poate obţine pe două căi diferite: Fie că se face o tratare pur teoretică, încercând să se răspundă chestiunilor puse prin considerarea unor relaţiuni termodinamice şi chimice, fie că se pleacă dela valori determinate experimental, cari sunt caracteristice pentru o anumită armă, ca de ex. mersul presiunii gazelor etc., şi se determină din acestea proprietăţile armei. Pentru ambele căi de rezolvare există un mare număr de metode cari nu pot fi indicate aici în detaliu. Mai ales a doua cale, de a găsi soluţia printr'un procedeu semiempiric, s'a dovedit deosebit de bogată în perspective, şi productivă.

Trebue accentuat că, cu toate nesiguranţele, toate calculele, atât ale balisticei exterioare, cât şi ale celei interioare, nu trebue subestimate în privinţa importanţei lor, la aplicarea lor cu discernământ şi la precauţiunea şi rezerva necesară faţă de rezultate. Astfel de calcule pot da indicaţiuni preţioase pentru executarea încercărilor de tragere şi proiectarea armelor.

---

1) C r a n z, Lehrbuch der Ballistik, vol. II, p. 215...234.
2) C r a n z, Lehrbuch der Ballistik, vol. II, p. 234...340. vol. de compl., p. 133...140.

II. Dinamica mecanismelor

Prelucrare de prof. G. Marx, München

A. Studiul mecanismelor

a) Conceptul de mecanism

Printr'un mecanism se înțelege o reunire de solide („elemente") rigide, dar mobile unele față de altele, în scopul transmisiunii de mișcări și forțe. Mai jos se tratează de preferință mecanisme ale căror mișcări se petrec în plan sau sunt reprezentabile în el; cu privire la mecanismele spațiale v. p. 418. Se examinează numai mișcări desmodrome: fiecărei poziții a unui element îi corespunde în același moment numai o singură poziție a

---

[1]) Bibliografie: Burmester, Lehrbuch der Kinematik, vol. I, Leipzig 1888, Arthur Felix — Reuleaux, Lehrbuch der Kinematik, vol. I 1875, vol. II 1900, Braunschweig, Vieweg & Sohn — W. Hartmann, Die Maschinengetriebe, vol. I, Stuttgart și Berlin 1913, Deutsche Verlagsanstalt. — M. Grübler, Getriebelehre, Berlin 1921, Springer. — Christmann-Baer, Grundzüge der Kinematik, Berlin 1923, Springer. — Wittenbauer, Graphische Dynamik, Berlin 1923, Springer. — Proeger, Die Getriebekinematik als Rüstzeug der Getriebedynamik, Mitt. Forschungsarb. VDI, Berlin 1926, fasc. 285. — R. Beyer, Einführung in die Kinematik, Leipzig 1928, Jänecke. — Același, Geometrische Bewegungslehre; Zwanglaufmechanik; Graphische Behandlung der Technischen Dynamik: Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik, Leipzig 1928/30, Barth.— Același, Dynamik der Mehrkurbelgetriebe, ZAM 8 (1928), p. 122.— Același, Technische Kinematik, Leipzig 1931, Barth (cu indicații amănunțite de bibliografie). — Același Drehzahlvektorenpläne ebener Getriebe, Z f. Instrum.-Kunde 53 (1933), fasc. 4. — Federhofer, Graphische Kinematik und Kinetostatik, Berlin 1932, Springer. — Același, Kinetostatik flächenläufiger Systeme, Wien 1930, Hölder-Pichler-Tempsky. — Același, Zur Theorie des Beschleunigungszustandes der ebenen Systembewegungen, Wien 1934, Hölder-Pichler-Tempsky. — Același, Zur graphischen Dynamik der Mehrkurbelgetriebe, Ing.-Arch. 1 (1930), p. 600. — Același, Zur graphischen Dynamik des Gelenkvierecks, RM-AfG (1937), fasc. 4.— Burmester, Analyse der möglichen Beschleunigungszustände etc., ZAM 5 (1925), p. 507. — Winter, Der Trägheitspol etc., Wien 1930, Hölder-Pichler-Tempsky.— Pöschl, Dynamische Kräftepläne einfacher Getriebe, RM-AfG (1936), fasc. 8 și 9. — Același, Einführung in die ebene Getriebelehre, Berlin 1932, Springer. — Brandenberger, Die graphische Methode der Bewegungslehre, Helv. Phys. Acta, Basel 1930, Birkhäuser. — Ogale, Verlauf der Gelenkdrücke etc., teză., München 1934. — R. Müller, Einführung in die Theoretische Kinematik, Berlin 1932, Springer. — Mack, Geometrie der Getriebe, Berlin și Wien 1931, Springer.— Franke, Eine vergleichende Schalt- und Getriebelehre, München și Berlin 1930, Oldenbourg. —Rauh, Praktische Getriebelehre I, Berlin 1931, II, Berlin 1938, Springer. — Același, Praktische Getriebetechnik, Berlin 1935 și 1938, editura VDI. — Marks, Ableitung der Kurbeltriebe aus dem Kardankreispaar, Diss., Aachen 1937. — Alt, Aufsätze über Getriebesynthese, ZAM 1923...1926, Werkst-T 1929 și 1932, ZVDI 71 (1929), p. 423, 72 (1930) și 73 (1932), Ing.-Arch. 1932. — Kraus, Mitteilungen aus den technischen Instituten etc., Woosung 1935 ș. u. — Grodzinski și Polster, Getriebelehre I și II, Berlin 1933, de Gruyter. — RM-AfG, Berlin, editura VDI. — AWF, Getriebeblätter, Berlin, editura VDI. — Jahr și Knechtel, Grundzüge der Getriebelehre, Leipzig, I 1930, II 1938, Jänecke. — Marx, Beschleunigungspol, ZAM 10 (1930), p. 199. — Tolle, Die resultierenden Massenkräfte eben bewegter Scheiben, Ing.-Arch. 1 (1930), p. 377. — Același, Bestimmung der Auflagerkräfte etc., ZVDI 76 (1932), p. 166. — G. Gerber, Beitrag zur graphischen Kinetostatik etc., Diss., Karlsruhe 1935. — Mecanisme în spațiu: Federhofer, Graphische Kinematik und Kinetostatik des starren räumlichen Systems, Wien 1928, Springer. — Același, Graphische Kinematik des Taumelscheibenantriebs, ZAM 9 (1929), p. 312. — Același, Graphische Kinematik der räumlich schwingenden Kurbelschleife, Wien 1929, Hölder-Pichler-Tempsky. — Acelasi, Zur Konstruktion des Momentenvektors etc., ZAM 11 (1931), p. 251. — R. Beyer, Neue Wege zur zeichnerischen Behandlung der räumlichen Mechanik, ZAM 13 (1933), p. 17. — Același, Geometrische Bewegungslehre, v. m. s. — Rud. Müller, Die Zwangläufigkeit kinematischer Ketten, Diss., Dresden 1919, neimprimată. — Stein, Getriebe mit räumlicher Dreistabbewegung, ZVDI 72 (1928), p. 459. — Fel. Müller, Beschleunigungsverhältnisse beim sphärischen Kurbeltrieb, ZVDI 73 (1929), p. 117. — E. Engel, Aufbau und Zwanglauf räumlicher Getriebe etc., Diss., München 1932. — Marx, Räumliche Kurbelgetriebe, ZAM 14 (1934), p. 60. — L. Geislinger, Der Geschwindigkeits- und Beschleunigungszustand räumlicher Getriebe, Diss., München 1933, neimprimată. — Același, Die Bahnen räumlicher Getriebe, neimprimată.

[2]) Exemple de execuție de mecanisme v. vol. II, sect. 1, Organe de mașini.— Betriebshütte, ed. a 3-a, sect. 2, Mecanisme de mașini.— Knab, Übersicht über Kinematik etc., Nürnberg 1928.— Același, Kinematik, Getriebelehre, Nürnberg 1930, ed. pr.

tuturor celorlalte elemente. In timpul mişcării considerate nu e permis să se desfacă legăturile din mecanism (altfel ar fi posibilă o multiplicitate de poziţii, corespunzătoare numărului de soluţii ale ecuaţiilor traiectoriilor).

Elementele unui mecanism se sprijină unele pe altele în c u p l e c i n e m a t i c e sau s i s t e m e b i n a r e c i n e m a t i c e, cari asigură şi transmiterea forţelor.

Sisteme binare inferioare: C u p l u l r o t o i d: fusul în bucea; c u p l u l p r i s m a t i c: piesa alunecătoare în ghidaj prismatic; c u p l u l ş u r u b: şurubul în piuliţă. Cuplurile şurub nu se tratează mai jos[1]).

Sisteme binare superioare: Cuplul de pârghii oscilante; rola şi cama; spinul şi şina curbată; bila şi palierul cu bile etc.; sistemele binare superioare trebue reduse prin c o m p l e t a r e la sisteme inferioare (p. 416).

Un element al mecanismului e fix sau poate fi considerat fix: b a t i u sau ş a s i u. Celelalte elemente sunt mobile. Mişcarea îi poate fi comunicată din afară unui singur element, sau li se comunică mai multor elemente mişcări independente una de alta. Acestea sunt provocate prin f o r ţ e m o t o a r e cari acţionează din exterior (nu de ex. prin slăbirea unor frâne!). Prin desmodromie mişcarea celorlalte elemente depinde fie de singura, fie de totalitatea mişcărilor iniţiate. Pentru obţinerea unei împărţiri simple admitem deocamdată că iniţierea mişcării are loc în elementele articulate de batiu: le vom numi m a n i v e l e.

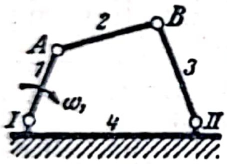


Fig. 1.
Mecanism cu o manivelă.

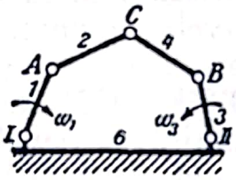


Fig. 2.
Mecanism cu două manivele.

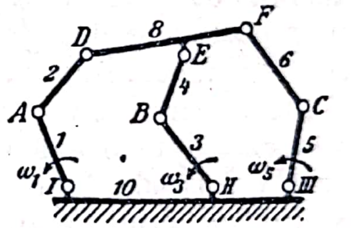


Fig. 3.
Mecanism cu trei manivele.

După numărul de mişcări independente, adică şi de manivele, vom deosebi: m e c a n i s m e c u o m a n i v e l ă, c u d o u ă m a n i v e l e, ..., c u *n* m a n i v e l e (fig. 1, 2, şi 3). După L y n e n, toate mecanismele importante în construcţia de maşini se pot reduce la astfel de mecanisme cu manivele.

Se va vedea mai târziu (p. 426) că limitarea la manivele a atacului nu e în contradicţie cu generalitatea postulată matematic a iniţierii mişcării.

b) Constituţia mecanismelor

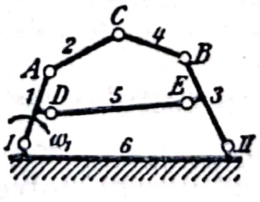


Fig. 4.

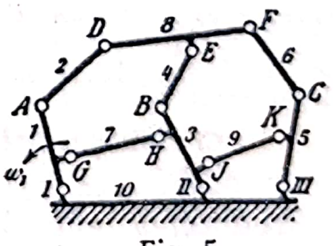


Fig. 5.

Mecanisme de constituţie legată.

Mecanismul de forma cea mai generală se numeşte „mecanism de constituţie largă"; mişcările iniţiate, indicate prin vitesele unghiulare $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots \omega_n$ sunt independente una de alta. Dacă toate vitesele se fac dependente de una singură, de ex. de ω_1, aceasta se realizează prin l e g a r e a manivelelor de manivela 1. Mecanismul apare astfel ca „mecanism de constituţie legată" (fig. 4 şi 5). Dacă se ia constituţia legată drept punct de plecare pentru numărarea elementelor, mecanismul cu două manivele, numit şi mecanism trei-bare (fig. 4) se compune din cele două manivele

[1]) Alte aplicaţii în K u t z b a c h, Masch.-Bau 1929, p. 710 (Mechanische Leistungsverzweigung).

Scanned with OKEN Scanner

1 și 3, cele două biele 2 și 4, legătura 5 și batiul 6; mecanismul cu trei manivele (fig. 5) din cele trei manivele 1, 3 și 5, cele trei biele 2, 4 și 6, balansierul 8, legăturile 7 și 9 și batiul 10. N u m ă r u l d e e l e m e n t e dintr'un mecanism desmodrom cu n manivele, în constituție legată, e deci $4n-2$, adică t o t d e a u n a u n n u m ă r p a r, o condițiune necesară pentru desmodromie. La mecanismul de constituție largă, trebue ca celelalte mișcări independente inițiate să fie contate și ele, ca înlocuire a legăturilor.

Dacă, spre a obține o r e g u l ă m n e m o t e h n i c ă simplă, un sistem din două elemente (fig. 6) se numește sistem de bază binar sau, mai scurt, b a z ă b i n a r ă, un sistem din trei elemente (fig. 7) b a z ă t e r n a r ă, constituția unui mecanism cu manivele se poate descrie cum urmează:

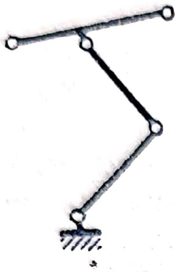


Fig. 6. Fig. 7.
Bază binară și ternară

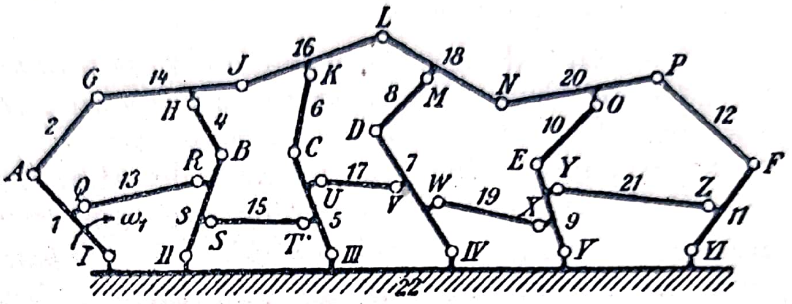


Fig. 8.

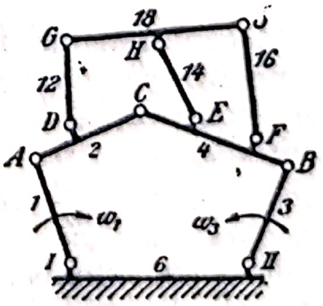
Mecanismul cu două manivele se compune din două baze binare; mecanismul cu trei manivele din două binare și două ternare; mecanismul cu n manivele din două baze binare și $n-2$ baze ternare intercalate între ele; un mecanism cu șase manivele se poate desena deci imediat (fig. 8).

Mecanismul cu o singură manivelă nu intră în această clasificare; inserarea lui urmează din secț. c) 2 (p. 415). După fig. 1, el constă din manivela 1, biela 2, brațul 3 și batiul 4. Sistemul caracteristic al mecanismului cu două manivele e cuplul de b i e l e. Elementul caracteristic al mecanismului cu trei manivele și al celor cu mai multe manivele e b a l a n s i e r u l, în ale cărui articulații atacă biele sau balansiere.

Notațiuni: E convenabil ca, în legătură cu constituția, să se întrebuințeze următoarele notațiuni: Manivelele se notează cu cifre arabe impare; legăturile cu cele impare următoare; bielele obțin cifrele pare cari urmează după ale manivelelor, balansierele cifrele pare cari urmează după ale bielelor, batiul, cel mai mare număr par. Vitesele unghiulare ω și accelerațiile unghiulare ε obțin drept indici cifrele elementului a cărui mișcare o descriu, vitesele, accelerațiile și forțele litera punctului în care se aplică. Punctele de articulare la batiu se notează cu cifre romane, extremitățile manivelelor cu litere majuscule A, B, C, ..., F, extremitățile bielelor cu G, H, I, ..., K, celelalte puncte ale balansierelor cu L, M, N, ..., P, articulațiile legăturilor cu Q, R, S, ...

c) Schimbările numărului de elemente ale mecanismelor

1. **Adăugarea de elemente.** A m p l i f i c a r e a = introducerea unei baze binare între două elemente



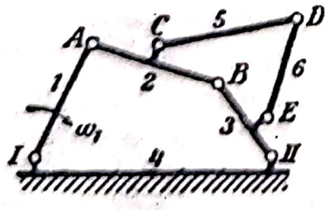


Fig. 9.

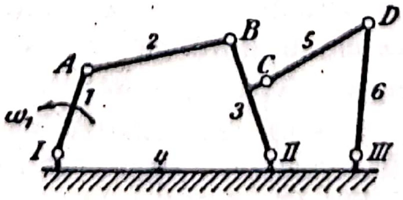


Fig. 10.

Fig. 11.

mobile (fig. 9). L u n g i r e a = introducerea unei baze binare între un element mobil și batiu (fig. 10). Dacă baza binară se consideră drept cuplul de biele al unui mecanism cu două manivele căruia i s'au inde-

părtat manivelele, se pot imagina îndepărtate la fel manivelele unui mecanism cu mai multe manivele, şi restul mecanismului i se poate adăuga unui alt mecanism cu manivele, drept amplificare generală sau lungire generală. Amplificarea unui mecanism cu două manivele prin restul unui mecanism cu trei manivele, în fig. 11.

2. **Indepărtarea de elemente.** S c u r t a r e a = Imobilizarea unei manivele. Indepărtarea legăturii corespunzătoare. Mecanism cu trei manivele scurtat de două ori, în fig. 12 şi 12a. Se constată că m e c a n i s m u l c u d o u ă m a n i v e l e s c u r t a t o d a t ă e egal cu m e c a n i s m u l c u o s i n g u r ă m a n i v e l ă (fig. 13 şi 13a). Astfel mecanismul cu o manivelă e inseriat în ordinea de contare a mecanismelor cu manivele. R e d u c e r e a:

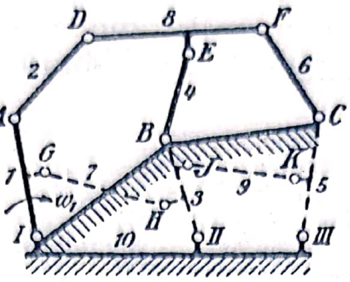


Fig. 12.

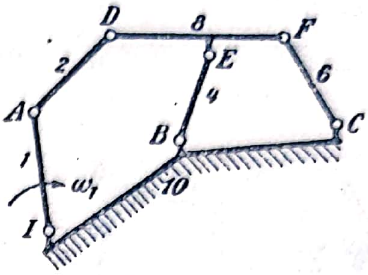


Fig. 12 a.

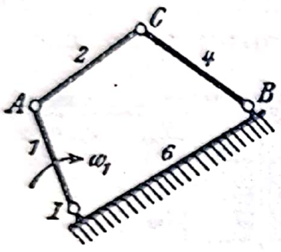


Fig. 13.

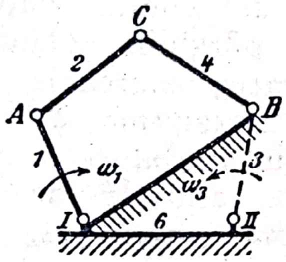


Fig. 13 a.

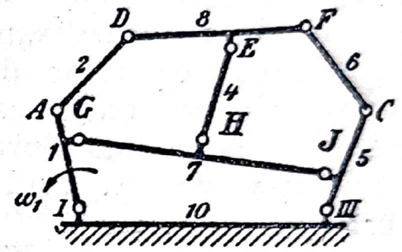


Fig. 14.

Eliminarea unei manivele împreună cu legătura, atacul punctului de bielă devenit liber, dintr'un punct mobil al mecanismului; mecanism cu trei manivele redus odată, în fig. 14.

3. **Dislocarea.** O manivelă e dislocată de un întreg mecanism (fig. 16). Mecanism cu trei manivele, cu dislocarea manivelei 1 şi a vitesei unghiulare ω_1 prin mecanismul cu două manivele 1 1, 1 2, 1 3, 1 4 şi prin vitesele unghiulare ω_{11}, ω_{13}.

Toate aceste modificări pot fi efectuate simultan şi în orice număr; ele modifică totdeauna numărul de elemente cu un număr par. Mecanismele rămân desmodrome.

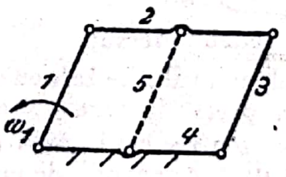


Fig. 15.

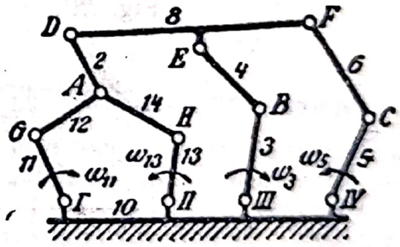


Fig. 16.

4. **Element excedent** (fig. 15). Raza de curbură a traiectoriei unui punct al unui element poate fi intercalată ca element între acest punct al elementului şi centrul de curbură, dacă traiectoria e şi de altfel identică cu cercul de curbură. Acest „element excedent" face numărul de elemente nepereche, dar nu deranjează desmodromia.

d) Modificarea formei de bază a elementelor

Un element cinematic se reprezintă de regulă prin segmentul de dreaptă dintre două fusuri de articulaţie; lui îi aparţin însă toate punctele planului cari sunt în legătură rigidă cu acest segment, şi punctele dela infinit.

Toate modificările se bazează după B u r m e s t e r pe desvoltarea şi degenerarea fusurilor.Exemplu fig. 17 şi 17 a: desvoltarea fusului A=excentric.

Dacă se întrebuinţează numai o parte dintr'un fus şi din buceaua corespunzătoare, aceasta se numeşte degenerare (fig. 18). Desvoltarea

Scanned with OKEN Scanner

fusului la II și degenerarea într'un sector inelar-patină de culisă 3 cu mișcarea în buceaua de palier 4 desvoltată și degenerată = culisa 4.

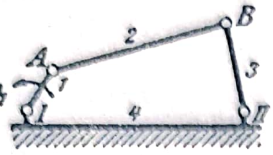


Fig. 17.

Dacă desvoltarea fusului crește la infinit, ghidajul în arc trece în g h i d a j d r e p t (fig. 19): Formarea cuplului prismatic din cuplul rotoid. Din fig. 18 și 19 reiese că raza de curbură a traiectoriei lui B și elementul 3 sunt identice între ele. De aceea se poate introduce în multe cazuri r a z a d e c u r b u r ă ca element de înlocuire. Prin desvoltarea și degenerarea fusului se obțin din cuplul rotoid și cuplele (sistemele binare) de elemente superioare: pârghiile rulante, transmisiuni cu came, transmisiuni cu came de translație, angrenaje etc.[1]). Ele se completează la mecanisme cu manivele de formă normală prin introducerea unei tije de legătură[2]) între centrele de curbură.

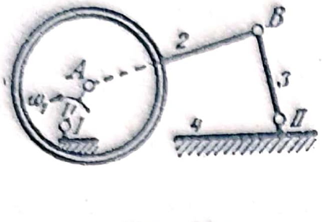


Fig. 17 a.

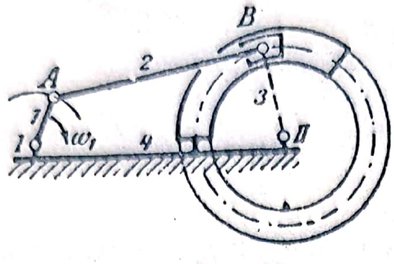


Fig. 18.

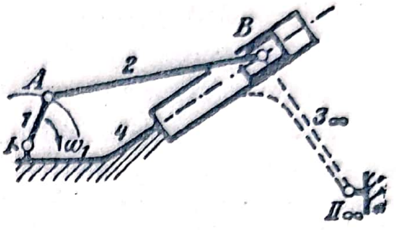


Fig. 19.

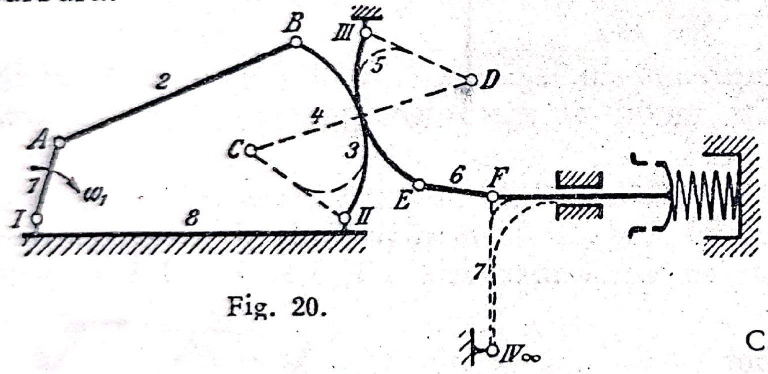


Fig. 20.

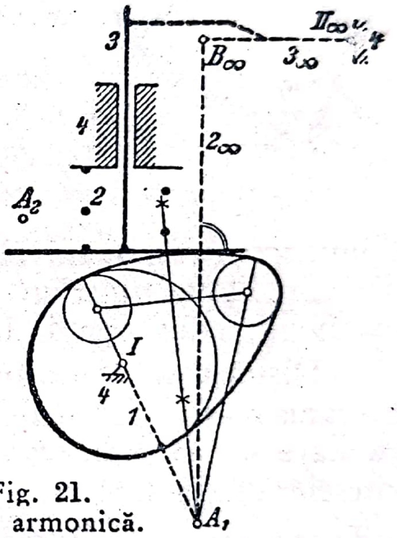


Fig. 21.
Camă armonică.

Figurile 23 a, 23 b și 23 c redau mersul:

Fusurile A și B se desvoltă, elementul 2 se înlocuește cu un arc. Fusurile degenerează în piesa de care e nevoie.

Exemple: 1. C u p l u l d e p â r g h i i r u l a n t e (fig. 20): Segmentul de dreaptă dintre centrele de curbură CD se introduce ca tijă auxiliară, prin ceea ce se formează mecanismul cu o manivelă 1, 2, 3 și batiul 8. Batiul e lungit prin 4, 5 și lungit încă odată prin 6, 7_∞.

Legătura barei $CD = 4$ e realizată prin c a l a r e a d e f o r ț ă pe care o exercită arcul supapei asupra pârghiei rulante 5: În locul calării prin sistem binar (sprijinirea elementelor prin cuple de elemente) poate apărea deci calarea prin forță. Punctul C îi aparține pârghiei rulante B II C = elementului 3, punctul D îi aparține pârghiei rulante E III D = elementului 5.

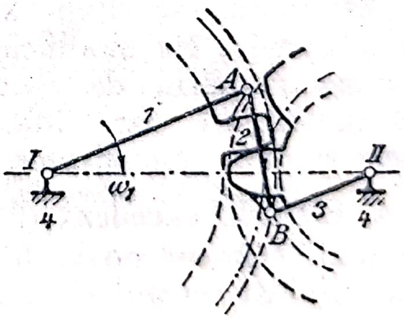


Fig. 22.

Fiindcă curbura celor două pârghii rulante variază în general continuu, variază și segmentul CD, așa încât elementul 4 e în adevăr în fiecare element de timp rigid și de o anumită lungime, dar are în fiecare alt element de timp o altă lungime. Mecanismul are deci în diferitele sale poziții l u n g i m i d i f e r i t e a l e e l e m e n t e l o r.

2. C a m a ș i t i j a d e s u p a p ă (fig. 21): Centrul de curbură infinit îndepărtat B_∞ al feței extremității tijei se mișcă astfel, ca și când ar fi condus de o bară

[1]) V. vol. II, secț. Organe de mașini.
[2]) In direcțiunea ei se transmite și f o r ț a, dacă se neglijează frecarea.

din poziţia instantanee a centrului de curbură A al conturului camei; totodată primeşte o translaţie din punctul infinit îndepărtat II_{∞}. Conexiunea transmisiunii

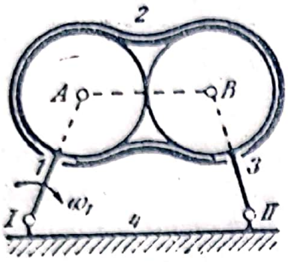


Fig. 23 a.

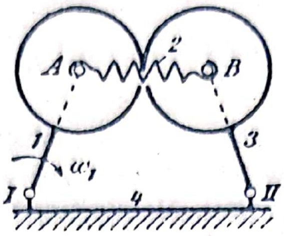


Fig. 23 b.

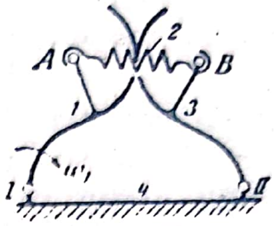


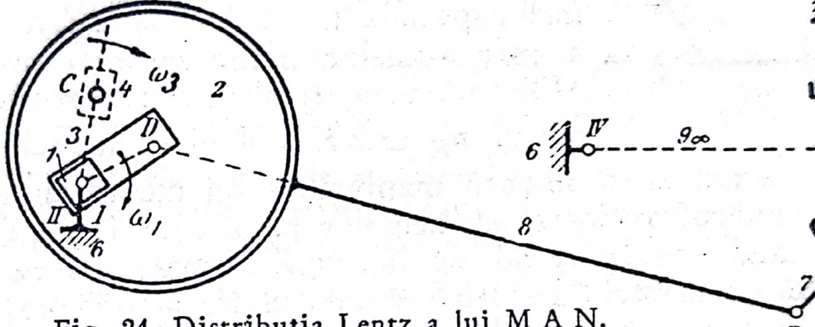
Fig. 23 c.

e stabilită prin calare prin forţă, efectuată de resortul supapei. Elementul 2 e variabil şi aici, potrivit curburii variabile a conturului camei.

3. Şi a n g r e n a j u l roţilor dinţate se poate transforma în acelaşi fel (fig. 22): Forţa de presiune pe dinţi realizează calarea prin forţă; centrele de curbură ale profilului dintelui sunt puncte ale roţilor respective.

Mecanismele cu manivele pot avea mai multe elemente infinit lungi.

Mecanisme cu două manivele, cu elemente i n f i n i t l u n g i 1, 2, 3 şi 4 în fig. 24 şi 24 a.



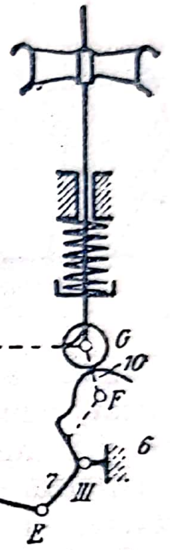


Fig. 24. Distribuţia Lentz a lui M A N.

e) Aprecierea şi proiectarea mecanismelor

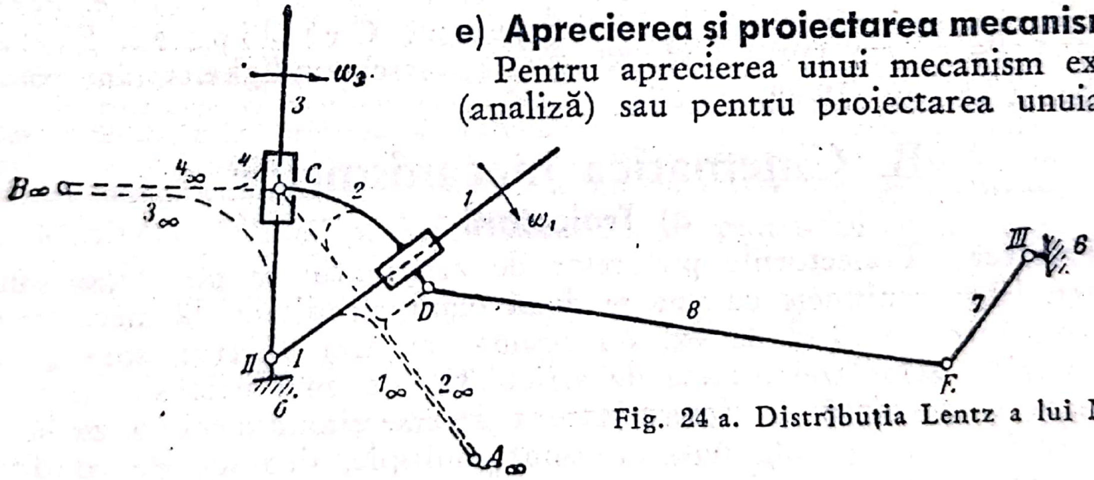


Fig. 24 a. Distribuţia Lentz a lui M A N.

Pentru aprecierea unui mecanism existent (analiză) sau pentru proiectarea unuia nou (sinteză), trebue să se construiască forma normalizată a mecanismului. Cuplele prismatice şi cele superioare trebue transformate în cuple rotoide prin introducerea razelor de curbură. Determinarea mecanismelor cu o singură manivelă nu prezintă dificultăţi. La un mecanism cu două manivele trebue să existe două tije cari se întâlnesc într'o articulaţie. Balansierele cu tije articulate de ele sunt caracteristice mecanismelor cu trei şi mai multe manivele; de aceea e convenabil să se plece dela balansiere şi să se înainteze peste tije spre manivele.

Mecanismele construite după L y n e n ca sub b), c) şi d) sunt desmodrome, ceea ce se poate verifica prin consideraţiuni geometrice simple. Ele satisfac şi condiţiunile de desmodromie ale lui G r ü b l e r (bibliografia p. 412): Dublul numărului de articulaţii minus întreitul numărului de elemente plus patru egal cu zero.

Dacă mecanismele trebue să satisfacă anumite condiţiuni de poziţie, lungimi, timp sau forţe trebue determinate bazele geometrice necesare[1]).

[1]) Lucrările lui A l t după procedeul lui B u r m e s t e r şi G r ü b l e r, rezumate de B e y e r în Getriebeblatt AWF 692, lucrările lui R a u h, rezumate în Praktische Getriebetechnik, fasc. 2, l. c., p. 412.

f) Mecanisme spațiale cu mai multe manivele

K = numărul de manivele, e = numărul de axe cu un grad de libertate, n = numărul de elemente, b = gradul de mișcare (6 pentru mișcarea în spațiu generală, 3 pentru mișcarea plană generală).

Pentru mecanismele de constituție largă (p. 413) avem

$$e = b(K - 1) + K, \qquad n = b(K - 1) + 2.$$

La constituția legată se adaugă pentru fiecare legare F câte $F(b - 1)$ axe și $F(b - 2)$ elemente. Amplificarea sau lungirea majorează numărul axelor cu $e - K$ și pe al elementelor cu $n - K - 1$, unde e, n și K se referă la mecanismul al cărui rest se întrebuințează pentru amplificare, după ce i s'au îndepărtat manivelele (p. 415). Scurtarea micșorează, la constituția largă și legată, pe e și n cu câte 1 pentru fiecare manivelă imobilizată, și afară de aceasta la constituția legată încă pe e cu $b - 1$ și pe n cu $b - 2$ pentru fiecare legătură îndepărtată. Dacă se numește coroană conturul exterior al mecanismelor spațiale (fig. 25) desenate după schema de linii a mecanismelor plane cu mai multe manivele (p. 413), numărul e_K al axelor coroanei e egal[1]) cu numărul $n_K = 2K + 4$ al elementelor coroanei. — Și aici mecanismul cu o singură manivelă e un mecanism cu două manivele scurtat, numărul axelor și elementelor lui e câte 7. — Dacă i se dă unei axe mai mult de un grad de libertate, dispare un număr de elemente corespunzător acestei înmulțiri; o articulație sferică cu trei grade de libertate, în locul unui cuplu rotoid cu un grad de libertate scade cu 2 numărul de elemente: posibilitatea simplificării constructive. Pentru vitese, accelerații, traiectorii, v. bibliografia sub Geislinger, Federhofer, Beyer (p. 412), și H. Winter, Geschwindigkeitspläne räuml. Getriebe, ZAM 10 (1930), p. 274.

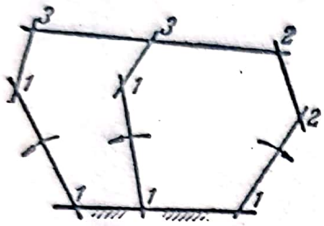


Fig. 25.

B. Cinematica mecanismelor

a) Traiectorii

1. Trasarea. Traiectoriile punctelor de articulație se pot trasa punct cu punct, la mecanismele cu una și două manivele direct, la mecanismele superioare întrebuințând de ex. un compas cu trei vârfuri, spre a găsi repede poziția celor trei puncte de articulație ale unui balansier (fig. 26). Efectuarea se prezintă ca determinare a intersecțiunii a două curbe de tije; fiindcă intersecțiunile obținute sunt multiple, depinde de condițiunile mecanice sau geometrice cari i se impun mecanismului, care din intersecțiuni trebue folosită în realitate. Exemplu (fig. 27): Mecanism cu

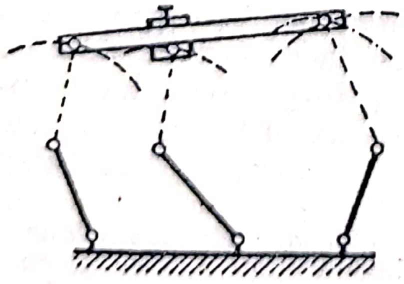


Fig. 26.

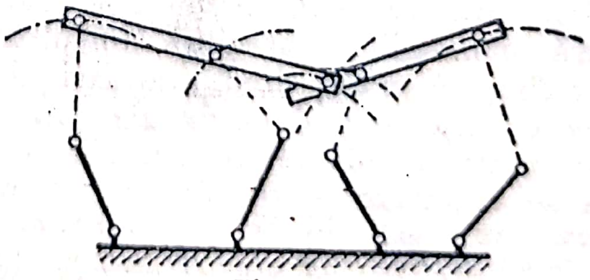


Fig. 27.

patru manivele; mecanisme de ordin mai înalt decât acesta nu intervin până în prezent în construcția aplicată a mașinilor.

[1]) Marx, Räumliche Kurbelgetriebe, ZAM 14 (1934), p. 60 . . . 62.

Scanned with OKEN Scanner

2. **Rezolvarea analitică.** E importantă dacă se cere ca un punct al tijelor să descrie o traiectorie bine determinată, prescrisă. Deja la mecanismul cu o singură manivelă, aceste traiectorii sunt însă curbe de ordin superior (6.) [1]), a căror urmărire nu permite o privire generală. Importanță practică prezintă anumite cazuri particulare: conicele realizate prin articulații Cardan [2]), ghidaje (aproximativ) drepte [2]) la indicatoare, în trecut la mașinile de forță (paralelogramul lui Watt etc.); lemniscata, cardioida, conhoida etc.

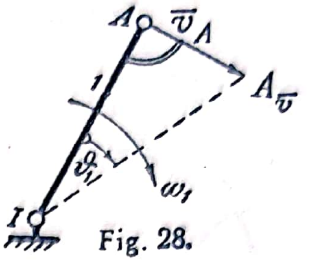


Fig. 28.

Relațiunile metrice necesare pentru generarea lor le-a cercetat B u r m e s t e r (Kinematik, 1888), ca și H a r t m a n n (Die Maschinengetriebe, 1913). Recent s'a ocupat de ele H o e c k e n [3]) [4]), ca și A l t [5]) și R a u h [6]).

b) Vitese

Observație preliminară: Vitesele și accelerațiile se desenează după principiile calculului vectorial. Intervine însă numai adunarea vectorilor: Un vector duce din originea până în extremitatea (săgeții) lui, cel următor începe în vârful săgeții celui precedent etc. Cei doi membri ai unei ecuații cu sume de vectori conduc din aceeași origine în aceeași extremitate.

Există numai două direcțiuni ale vectorilor; perpendicular pe elementul cinematic, de ex. pe AB: vitesa, ca și accelerația tangențială; paralel cu AB: accelerația normală, îndreptată spre centrul de curbură. De aceea reprezentarea vectorială se poate aplica simplu și comod.

(Mai jos intervin și produsele vectoriale ale viteselor unghiulare $\overline{\omega}$ și ale accelerațiilor unghiulare $\overline{\varepsilon}$ cari sunt toate perpendiculare pe planul mecanismului, prin vectori în planul mecanismului, ca lungimea unui element și vitesa unui punct. Valoarea absolută a unui astfel de produs e deci egală cu produsul valorilor absolute ale factorilor lui, iar orientarea lui e perpendiculară pe vectorul-factor din planul mecanismului, în sensul de rotațiune indicat de vitesa unghiulară resp. de accelerația unghiulară din produs. In loc de produsele vectoriale $\overline{IA} \times \overline{\omega}$ (fig. 28), $\overline{v} \times \overline{\omega}$ și $\overline{IA} \times \overline{\varepsilon}$ se poate scrie deci simplu $IA \cdot \omega$, $v \cdot \omega$, $IA \cdot \varepsilon$, fără ca să existe ambiguitate, operațiunea arătând că se face produsul valorilor absolute ale factorilor, care se consideră ca vector orientat perpendicular pe factorul ne-mărime unghiulară, în sensul de rotațiune al mărimii unghiulare. Nici de bare nu e nevoie deasupra vectorilor indicați prin originea și extremitatea lor, convențiunea generală fiind că primul caracter îi reprezintă originea și al doilea extremitatea. I e deci originea și A extremitatea vectorului IA. Mai jos se întrebuințează această notațiune. n. tr.).

1. **Manivela:** După p. 366, vitesa $\overline{v}_A$ a punctului A al elementului IA, rotitor în jurul lui I, e

$$\overline{v}_A = \omega_1 \cdot AI \quad \text{sau} \quad IA \cdot \omega_1 .$$

In desenul din fig. 28 vectorul $\overline{v}_A$ apare ca un segment AA_v perpendicular pe IA în punctul A; săgeata lui e dată de sensul de rotațiune al lui ω_1. Dacă se unește I cu A_v și se notează cu ϑ_1 unghiul din I, avem

$$AA_v = \overline{v}_A = IA \cdot \operatorname{tg} \vartheta_1 .$$

Produsul vectorial $IA \cdot \omega_1$ e r e p r e z e n t a t prin relațiunea trigonometrică $IA \cdot \operatorname{tg} \vartheta_1$, și $\operatorname{tg} \vartheta_1$ e o m ă s u r ă pentru ω_1; s e n s u l lui ϑ_1 e același ca al lui ω_1. Pentru r e p r e z e n t a r e a g r a f i c ă se obține astfel:

$$\overline{v}_A = IA \cdot \omega_1 = IA \cdot \operatorname{tg} \vartheta_1 . \qquad (1)$$

---

[1]) E b n e r, Leitfaden der technisch wichtigen Kurven, Leipzig 1906, Teubner.

[2]) Vol. II, secț. Organe de mașini.

[3]) Werkstatt-Technik 1926.

[4]) Expoziția de mecanisme executate la expoziția anuală de mecanisme a lui VDI; Betriebshütte, secț. 2, Teoria mecanismelor mașinilor de D o e h n e; în filele pentru mecanisme ale lui AWF; în culegeri ca a lui K n a b, Übersicht über Kinematik, Mechanismen und Vorschaltgetriebe, Nürnberg 1928, editură proprie. — Același, Kinematik etc., Nürnberg 1930, editură proprie.

[5]) V. bibliografia din p. 412.

Scanned with OKEN Scanner

2. Baza binară: Ecuaţia vectorială (fig. 29 şi 29 a) $\overline{IB} = \overline{IA} + \overline{AB}$, derivată în raport cu timpul, dă

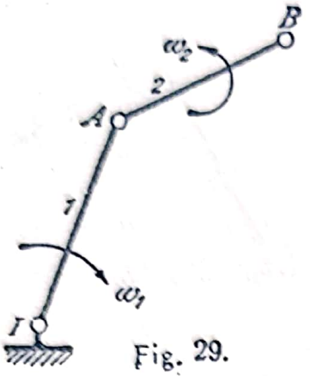


Fig. 29.

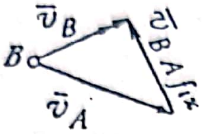


Fig. 29 a.

$$\bar{v}_B = IA \cdot \omega_1 + AB \cdot \omega_2 = IA \cdot \text{tg}\,\vartheta_1 + AB \cdot \text{tg}\,\vartheta_2$$

sau $\qquad \overline{v_B} = \overline{v_A} + \overline{v_{BA\ \text{fix}}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$

ω_1 şi ω_2 sunt vitesele unghiulare absolute ale elementelor 1 şi 2 faţă de elementul imobil; $\bar{v}_A$ e perpendicular pe IA, $\bar{v}_{BA\ \text{fix}}$ perpendicular pe AB (fig. 30). $\bar{v}_{BA\ \text{fix}}$ e vitesa parţială absolută a punctului B în jurul punctului A, imaginat fix, mărimea ei e $AB \cdot \omega_2$. Ea e egală cu $-\bar{v}_{AB\ \text{fix}}$, unde sensul lui ω_2 se conservă (fig. 31 şi 31 a).

3. Fiindcă avem $\overline{IA} = \overline{IB} - \overline{AB}$, ecuaţia (2) devine:

$$\bar{v}_B = IB \cdot \text{tg}\,\vartheta_1 - AB \cdot \text{tg}\,\vartheta_1 + AB \cdot \text{tg}\,\vartheta_2 = IB \cdot \omega_1 + AB \cdot (\omega_2 - \omega_1)\ .$$

sau $\qquad \overline{v_B} = \overline{v_{B\ \text{cu}\ 1}} + \overline{v_{B\ \text{pe}\ 1}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$

$\bar{v}_{B\ \text{cu}\ 1}$ înseamnă vitesa pe care ar avea-o punctul B, dacă ar fi un punct al elementului 1, $\bar{v}_{B\ \text{pe}\ 1}$ vi-

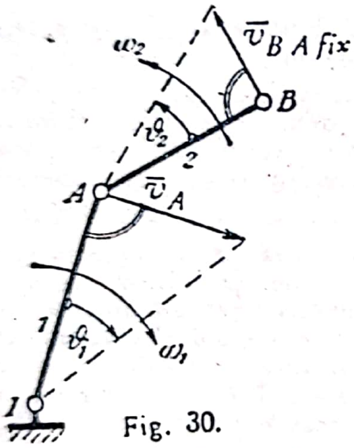


Fig. 30.

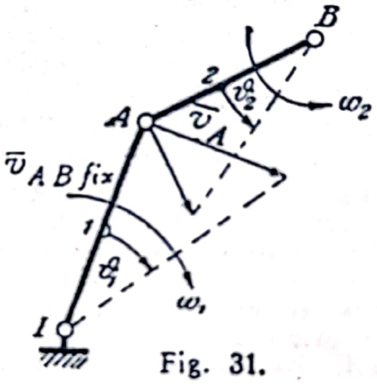


Fig. 31.

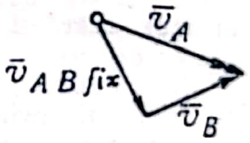


Fig. 31 a.

-tesa lui relativă faţă de elementul 1 (fig. 32 şi 32 a).

Rezultatul $\bar{v}_B$ trebue să fie acelaşi în cazul (2) şi (3), în ipoteza că avem aceleaşi elemente, aceleaşi

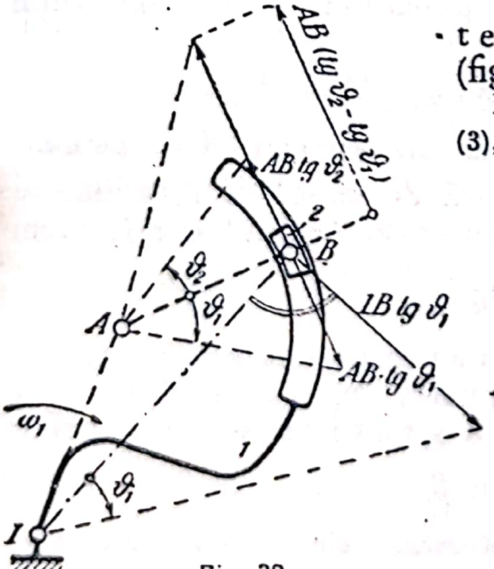


Fig. 32.

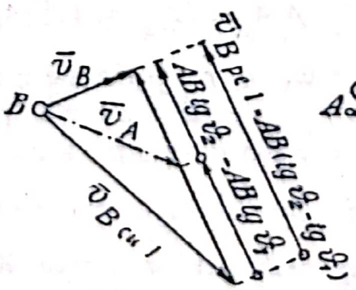


Fig. 32 a.

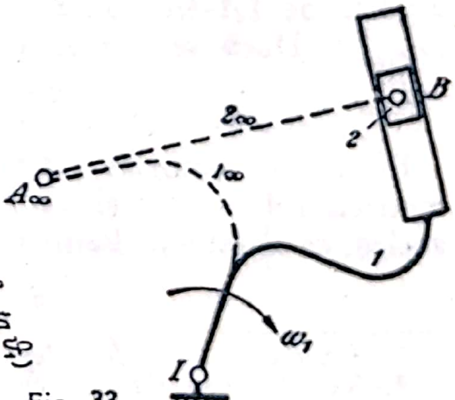


Fig. 33.

poziţii şi acelaşi ω. Formula (3) trebue să fie aplicată dacă AB devine infinit lung; în acel caz $AB \cdot (\omega_2 - \omega_1)$ e de forma $\infty \cdot 0$ fiindcă avem $\omega_2 = \omega_1$; are însă o valoare bine determinată, şi anume $\bar{v}_{B\ \text{pe}\ 1}$, care poate fi găsită însă abia din condiţiunile mecanismului desmodrom căruia îi aparţine baza binară $IA_\infty B$ (fig. 33).

Scanned with OKEN Scanner

c) Accelerații

1. **Manivela:** După p. 368 accelerația $\bar{b}_A$ a punctului A al elementului IA care se poate roti în jurul punctului I (fig. 34) e

$$\mathrm{I}A\cdot\omega_1{}^2+\mathrm{I}A\cdot\varepsilon_1=\bar{b}_A=\bar{n}_A+\bar{t}_A\,. \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

$(\mathrm{I}\,A\cdot\omega_1)\cdot\omega_1$ se poate scrie egal cu $\bar{v}_A\cdot\omega_1$ sau, după b) 1 (p. 419), egal cu $\bar{v}_A\cdot\mathrm{tg}\,\vartheta_1$. De aici urmează c o n s t r u c ț i a a c c e l e r a ț i e i

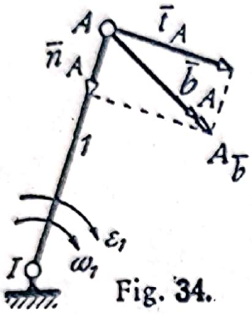


Fig. 34.

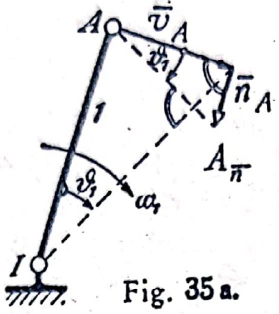


Fig. 35 a.

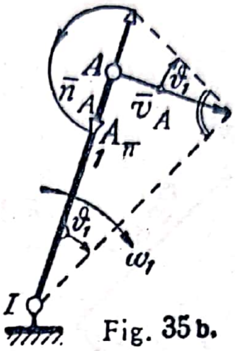


Fig. 35 b.

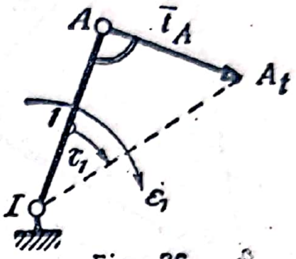


Fig. 36.

n o r m a l e (fig. 35 a sau fig. 35 b): De aceea accelerația n o r m a l ă e î n d r e p t a t ă t o t d e a u n a s p r e p u n c t u l d e r o t a ț i u n e. Accelerația t a n g e n ț i a l ă I$A\cdot\varepsilon_1$ e p e r p e n d i c u l a r ă pe IA, săgeata ei e dată de sensul accelerației unghiulare ε_1 (fig. 36). De aceea iarăși ε_1 e reprezentat prin tg τ_1; vectorul $\bar{t}_A$ apare în reprezentarea grafică drept AA_t perpendicular pe IA, determinat în mărime de I$A\cdot\mathrm{tg}\,\tau_1$; τ_1 și ε_1 au deci același sens de rotațiune.

2. **Baza binară:** Dacă ecuația vectorială $\overline{\mathrm{I}B}=\overline{\mathrm{I}A}+\overline{AB}$ se derivă de două ori în raport cu timpul, se obține accelerația lui B:

$$\bar{b}_B=\mathrm{I}A\cdot\omega_1{}^2+\mathrm{I}A\cdot\varepsilon_1+AB\cdot\omega_2{}^2+AB\cdot\varepsilon_2$$

sau $=\bar{n}_{A\,\mathrm{I\,fix}}+\bar{t}_{A\,\mathrm{I\,fix}}+\bar{n}_{BA\,\mathrm{fix}}+\bar{t}_{BA\,\mathrm{fix}}$

sau $\bar{b}_B=\bar{b}_{A\,\mathrm{I\,fix}}+\bar{b}_{BA\,\mathrm{fix}}$ . . . (5)

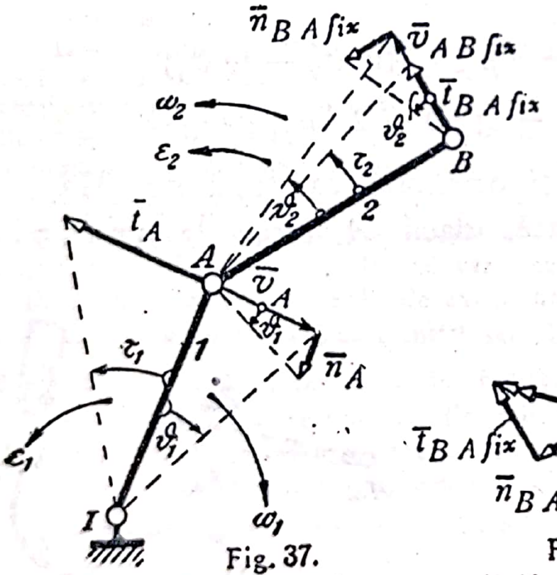


Fig. 37.

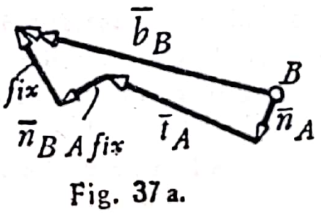


Fig. 37 a.

Pentru r e p r e z e n t a r e a g r a f i c ă (fig. 37 și 37a) se poate scrie: $\bar{b}_B=\bar{v}_A\cdot\mathrm{tg}\,\vartheta_1+\mathrm{I}A\cdot\mathrm{tg}\,\tau_1+\bar{v}_{BA\,\mathrm{fix}}\cdot\mathrm{tg}\,\vartheta_2+AB\cdot\mathrm{tg}\,\tau_2$.

Accelerațiile normale sunt dirijate și aici spre punctele de rotațiune I și A. Săgețile accelerațiilor tangențiale sunt date de sensul de rotațiune al lui $\varepsilon_1\,(\tau_1)$ și $\varepsilon_2\,(\tau_2)$.

3. Dacă se aplică iarăși ecuația vectorială $\overline{\mathrm{I}A}=\overline{\mathrm{I}B}-\overline{AB}$ și se ține seamă la derivarea de două ori că $(\bar{a}\cdot\omega_2)\cdot\omega_2-(\bar{a}\cdot\omega_1)\cdot\omega_1=[\bar{a}\cdot(\omega_2-\omega_1)]\cdot(\omega_2-\omega_1)+[2\bar{a}\cdot(\omega_2-\omega_1)]\cdot\omega_1$, $\bar{a}$ fiind în planul mecanismului, fiindcă ω_1 și ω_2 sunt paraleli, se obține din (5): $\bar{b}_B=(\mathrm{I}B\cdot\omega_1)\cdot\omega_1+\mathrm{I}B\cdot\varepsilon_1+[\overline{AB}\cdot(\omega_2-\omega_1)]\cdot(\omega_2-\omega_1)+AB\cdot(\varepsilon_2-\varepsilon_1)+[2\,AB\cdot(\omega_2-\omega_1)]\cdot\omega_1=\bar{n}_{B\mathrm{I\,fix}}+\bar{t}_{B\mathrm{I\,fix}}+\bar{n}_{B\,\mathrm{pe}\,1}+\bar{t}_{B\,\mathrm{pe}\,1}+2\bar{v}_{B\,\mathrm{pe}\,1}\cdot\omega_1$

sau $$\bar{b}_B=\bar{b}_{B\,\mathrm{cu}\,1}+\bar{b}_{B\,\mathrm{pe}\,1}+2\,\bar{v}_{B\,\mathrm{pe}\,1}\cdot\omega_1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)\,.$$

$b_{B\,cu\,1}$ e acceleraţia pe care ar avea-o punctul B, dacă ar fi un punct al elementului rotitor 1; $b_{B\,pe\,1}$ e a c c e l e r a ţ i a r e l a t i v ă pe care o are punctul B ca punct al elementului 2 faţă de elementul 1; $2\,\bar{v}_{B\,pe\,1}\cdot\omega_1$ e a c c e l e r a ţ i a l u i C o r i o l i s (p. 372 ş. u.).

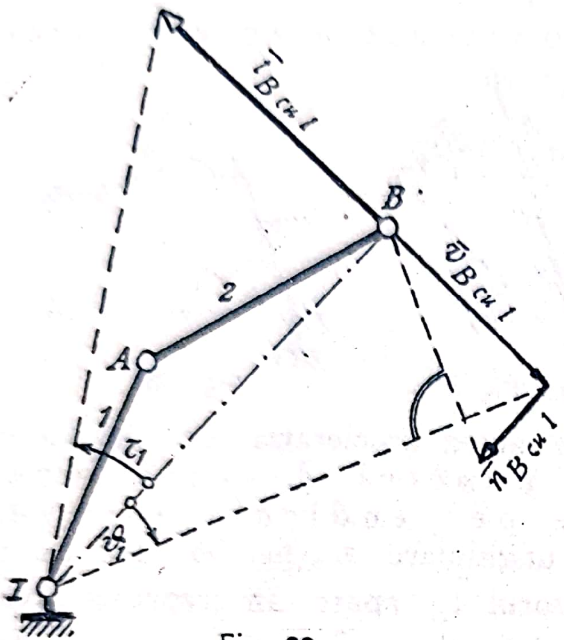


Fig. 38 a.

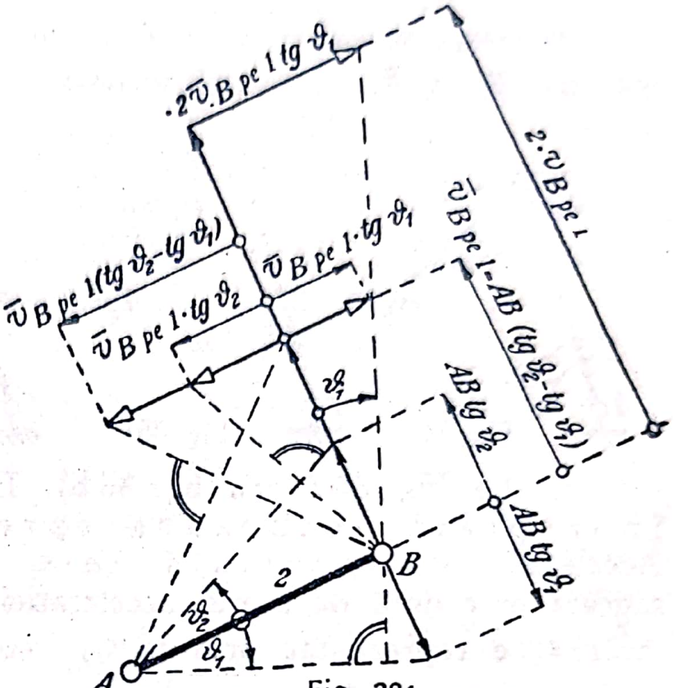


Fig. 38 b.

Pentru r e p r e z e n t a r e a g r a f i c ă ecuaţia (6) se mai poate scrie (fig. 38 a, b, c, d):

$$\bar{b}_B = \bar{v}_{B\,cu\,1}\cdot \operatorname{tg}\vartheta_1 + IB\cdot\operatorname{tg}\tau_1 + \bar{v}_{B\,pe\,1}\cdot(\operatorname{tg}\vartheta_2 - \operatorname{tg}\vartheta_1)$$
$$+ AB\cdot(\operatorname{tg}\tau_2 - \operatorname{tg}\tau_1) + 2\,\bar{v}_{B\,pe\,1}\cdot\operatorname{tg}\vartheta_1 .$$

b_B după fig. 38 d are aceeaşi mărime şi orientare ca după fig. 37a.

Formula (6) t r e b u e să fie aplicată, dacă A trece la i n f i n i t (fig. 39).

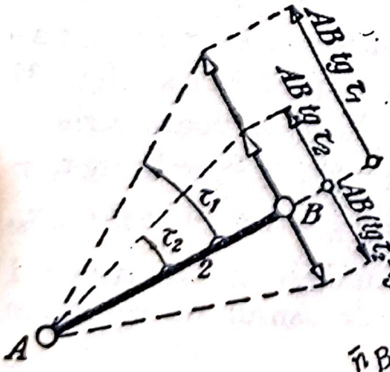


Fig. 38 c.

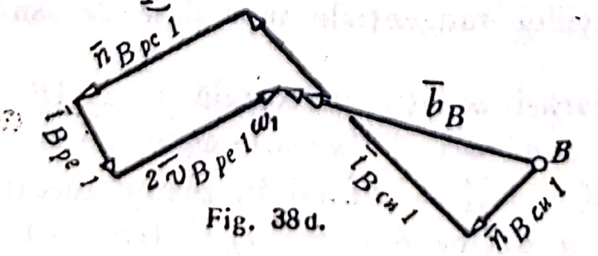


Fig. 38 d.

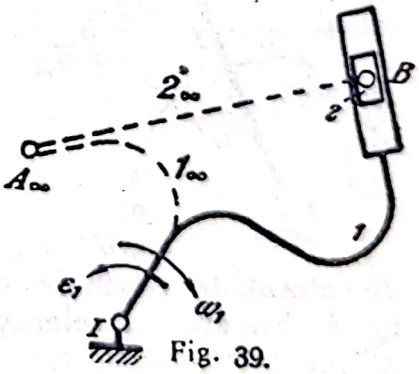


Fig. 39.

Deoarece în acele condiţiuni avem mereu $\omega_2 = \omega_1$, avem şi $d\omega_2/dt = d\omega_1/dt$ sau $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$; avem $[AB\cdot(\omega_2 - \omega_1)]\cdot(\omega_2 - \omega_1) = 0$, fiindcă ia forma $\bar{v}_{B\,pe\,1}\cdot 0$; $AB\,(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$ ia forma nedeterminată $\infty\cdot 0$, adică poate fi indicat în adevărata lui valoare abia după ce sunt cunoscute condiţiunile pe cari întregul mecanism i le impune bazei binare $IA_\infty B$. Aici i se cunoaşte totdeauna direcţiunea lui $b_{B\,pe\,1}$, care coincide cu tangenta la ghidajul rectiliniu, adică şi cu direcţiunea vitesei relative $\bar{v}_{B\,pe\,1}$.

Accelerația lui Coriolis rezultă în mărime și orientare din produsul $2\,\bar{v}_{B\,pe\,1} \cdot tg\,\vartheta_1$.

Regulă mnemotehnică: Mărimea accelerației lui Coriolis se obține ca dublul produsului dintre vitesa relativă a piesei alunecătoare față de ghidaj și dintre vitesa unghiulară a ghidajului. Direcțiunea ei e perpendiculară pe această vitesă de alunecare. Săgeata ei e determinată de următoarea considerație: Dacă se privește de pe piesa alunecătoare în orientarea vitesei de alunecare, vectorul accelerației lui Coriolis e rotit față de ea cu 90° în sensul pe care-l are vitesa unghiulară a ghidajului.

d) Reprezentarea grafică

Scările. Scările lungimilor și vitezelor se pot alege arbitrar. Prin aceasta se determină mai întâi legătura dintre $tg\,\vartheta$ și ω și totodată scara timpurilor, dar și scara accelerațiilor; fiindcă dacă 1 m lungime $= a$ mm, 1 ms^{-1} vitesă $= b$ mm din desen, avem 1 ms^{-2} accelerație $= 1\,m^2s^{-2}/1\,m = b^2/a$ mm în desen. Scara timpurilor urmează din $1\,m/1\,ms^{-1} = 1\,s = a/b$ unități ale desenului.

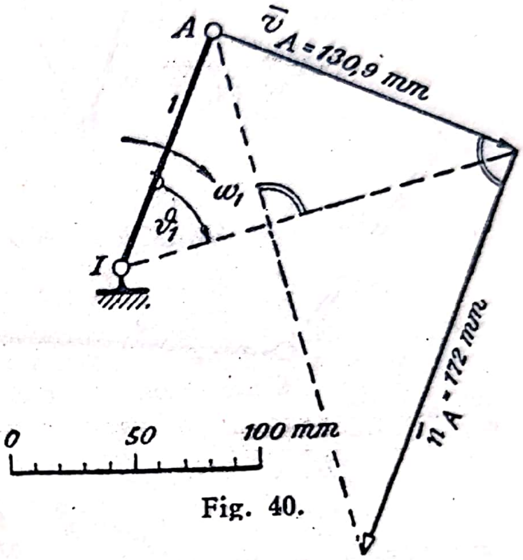


Fig. 40.

Fie 1 m lungime = 200 mm în desen; 1 ms^{-1} vitesă = 5 mm în desen; în aceste condițiuni 1 ms^{-2} accelerație $= 5^2/200 = 1/8$ mm în desen (fig. 40). Fie 500 mm = 100 mm în desen lungimea manivelei IA; presupunem dat pe $n_1 = 500$ min^{-1}; în acest caz avem (după tabla 4 dela p. 364) $\omega_1 = 52,36\ s^{-1} = tg\,\vartheta_1$; $\bar{v}_A$ devine $= IA \cdot \omega_1 = 0,5 \cdot 52,36 = 26,18\ ms^{-1} = 130,9$ mm în desen, $tg\,\vartheta_1$ din desen e deci $= 130,9/100 = 1,309$; ω_1 e reprezentat deci la scara de 52,36 unități din realitate egale cu 1,309 unități din desen = 1/40 (această scară e invers proporțională cu scara timpului, care rezultă prin împărțirea scării lungimilor prin scara vitezelor egal cu 1 s din realitate = 200/5 = 40 unități din desen). Dacă se găsește acum la desenarea diagramei (planului) vitesei că de exemplu $tg\,\vartheta_2 = 0,65$, avem pentru adevăratul $tg\,\vartheta_2 = \omega_2 = 40 \cdot 0,65 = 26\ s^{-1}$.

Accelerația normală $(IA\,\omega_1) \cdot \omega_1$ are valoarea reală $0,5 \cdot 52,36^2 = 1375\ ms^{-2}$; după scara calculată a accelerațiilor, ea trebue să apară în desen în lungimea 1375/8 = 172 mm; construcția efectuată dă în adevăr această valoare. Dacă mai e dată accelerația unghiulară $\varepsilon_1 = tg\,\tau_1 = 2\ s^{-2}$, de ex. printr'o tahogramă (fig. 41) accelerația tangențială e $\bar{t}_A = IA \cdot \varepsilon_1 = 0,5 \cdot 2 = 1\ ms^{-2}$ sau 1/8 mm din desen; $tg\ \tau_1$ din desen e deci $1/8 \cdot 1/100 = 1/800$, față de 2 în realitate; scara lui ε_1 e deci 1/1600; de fapt, ea trebue să fie pătratul scării lui ω_1, care era 1/40. Dacă se găsește acum din diagrama (scara) accelerațiilor $tg\,\tau_2 = 0,1$ avem pentru adevăratul $\varepsilon_2 = 1600 \cdot 0,1 = 160\ s^{-2}$.

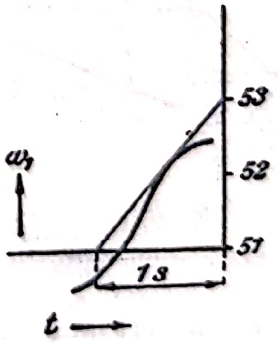


Fig. 41.

Exemple: Vitesele și accelerațiile unui mecanism.

1. Mecanism cu două manivele (fig. 42 și 42 a): Mecanismul se reduce la forma normală înlocuind piesa alunecătoare cu un element infinit lung, perpendicular pe ghidajul drept; avem un mecanism cu două manivele; ω_3 reprezintă legătura 5.

Se dau: relațiunile geometrice ale mecanismului; poziția inițială; ω_1, ε_1, ω_3, ε_3.

Se cer: vitesele articulațiilor B și C, vitesa de alunecare a lui C pe ghidajul drept, accelerațiile punctelor de articulație și vitesele unghiulare și accelerațiile unghiulare ale tuturor punctelor.

După alegerea scărilor se poate desena vectorul $\bar{v}_B = II\,B \cdot \omega_3$. Fusul din C unește elementul 4 cu piesa alunecătoare 2; vitesa $\bar{v}_C$ a lui trebue să poată fi exprimată deci atât ca vitesă a unui punct al elementului 4, cât și ca a unuia din elementul 2, trebue însă să fie de ambele date aceeași, fiindcă C poate avea o singură vitesă.

$$\bar{v}_{C\,\ldots\,4} \text{ e după ecuația (2)} = \bar{v}_B + \bar{v}_{C\,B\,fix} = II\,B \cdot \omega_3 + BC \cdot \omega_4,$$

Scanned with OKEN Scanner

$\bar{v}_{C\ldots 2}$ e după ecuaţia (3) $= \bar{v}_{C \text{ cu } 1} + \bar{v}_{C \text{ pe } 1} = \mathrm{I}\,C \cdot \omega_1 + \bar{v}_{C \text{ pe } 1}$;

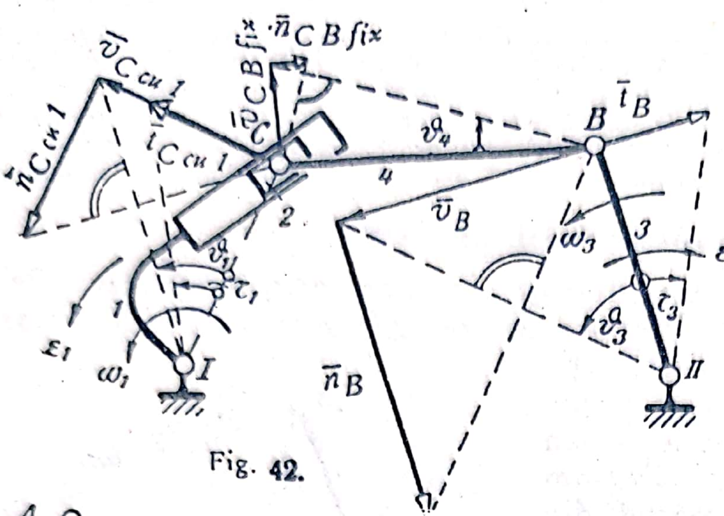


Fig. 42.

în $\bar{v}_B$ e cunoscut atât II B cât şi ω_3, în $\bar{v}_{C \text{ cu } 1}$ atât I C cât şi ω_1, adică vectorii sunt cunoscuţi ca mărime şi orientare şi pot fi desenaţi. In $\bar{v}_{C\,B \text{ fix}}$ e cunoscut numai BC şi deci direcţiunea lui $\bar{v}_{C\,B \text{ fix}}$ perpendiculară pe BC; ω_4 e necunoscut; în $\bar{v}_{C \text{ pe } 1}$ e cunoscută direcţiunea, tangentă la ghidajul drept.

Din identitatea celor două ecuaţii de plecare $\bar{v}_{C\ldots 4} \equiv \bar{v}_{C\ldots 2} = \bar{v}_C$ rezultă
$\bar{v}_B + \bar{v}_{C\,B \text{ fix}} = \bar{v}_{C \text{ cu } 1} + \bar{v}_{C \text{ pe } 1}$.
Dacă diferiţii vectori se notează simbolic prin cifre şi se caracterizează, după gradul în care sunt cunoscuţi, prin semne oarecari, de exemplu prin [ ] în mărime şi direcţiune, ( ) numai în direcţiune, ⌒ nici în mărime şi nici în direcţiune, această notaţiune dă o imagine pentru construibilitatea ecuaţiei:

[3] + (4) = [1] + (2).

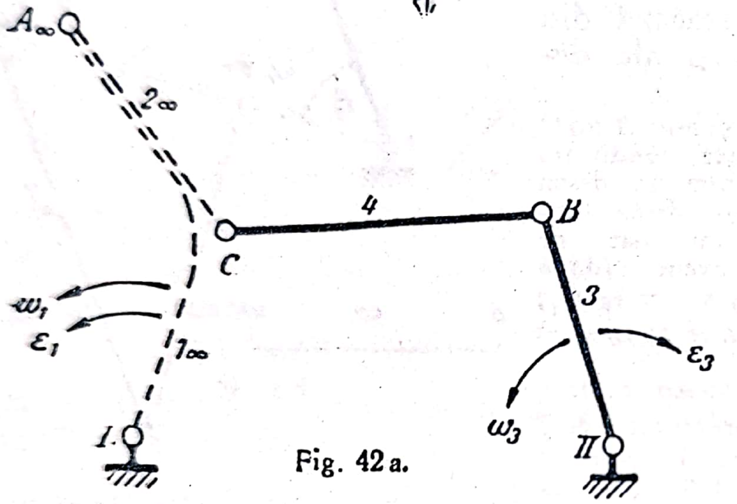


Fig. 42 a.

O ecuaţie vectorială se poate reprezenta grafic dacă apar în ea, afară de mărimi cunoscute, numai două mărimi cunoscute doar ca direcţiune. Dacă ar fi să se determine o mărime necunoscută ca valoare absolută şi orientare, ea ar putea apărea numai ca sumă de mărimi cunoscute atât ca valori absolute, cât şi ca orientări.

Planul (diagrama) vitezelor (fig. 42 b) se găseşte deci cum urmează: Săgeţile sumelor vectoriale din cei doi membri ai ecuaţiei trebue să se succeadă una după alta: ambii membri ai ecuaţiei duc până în acelaşi punct, şi anume în extremitatea vectorului $\bar{v}_C = \widehat{5}$. Astfel sunt determinate toate vitesele, atât vitesa de alunecare $\bar{v}_{C \text{ pe } 1}$ cât şi vitesa $\bar{v}_{C\,B}$ fix. Din aceasta după fig. 42 tg $\vartheta_4 = \omega_4$ de îndată ce trece $\bar{v}_{C\,B}$ fix în C. Cu ajutorul scărilor se obţine adevărata valoare a lui ω_4. Avem $\omega_2 = \omega_1$, fiindcă elementul 2 e infinit ca şi elementul 1, şi e mereu perpendicular pe 1.

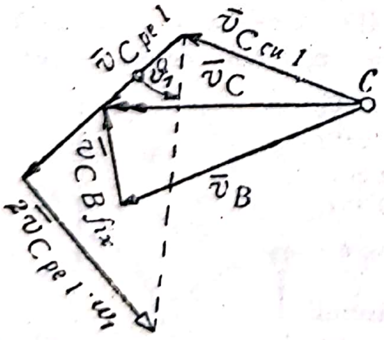


Fig. 42 b.

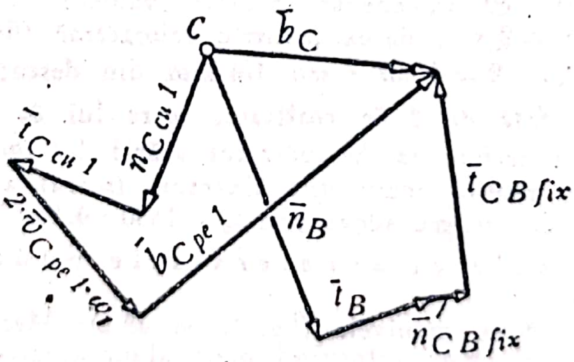


Fig. 42 c.

Planul (diagrama) acceleraţiilor (fig. 42 c) se obţine în acelaşi fel: După ecuaţia (5) avem $\bar{b}_{C\ldots 4} = \bar{b}_B + \bar{b}_{C\,B \text{ fix}}$; după ecuaţia (6), avem $\bar{b}_{C\ldots 2} = \bar{b}_{C \text{ cu } 1} + \bar{b}_{C \text{ pe } 1} + 2\,\bar{v}_{C \text{ pe } 1} \cdot \omega_1$; avem iarăşi $\bar{b}_{C\ldots 4} \equiv \bar{b}_{C\ldots 2} = \bar{b}_C$; introducând valorile geometrice, compararea ecuaţiilor vectoriale dă: $(\mathrm{II}\,B \cdot \omega_3) \cdot \omega_3 + \mathrm{II}\,B \cdot \varepsilon_3 + (BC \cdot \omega_4) \cdot \omega_4 + BC \cdot \varepsilon_4 = (\mathrm{I}\,C \cdot \omega_1) \cdot \omega_1 + \mathrm{I}\,C \cdot \varepsilon_1 + \bar{b}_{C \text{ pe } 1} + 2\,\bar{v}_{C \text{ pe } 1} \cdot \omega_1$; notat simbolic:

[6] + [7] + [8] + (9) = [10] + [11] + (12) + [13];

mărimile [7], [11] sunt cunoscute în prealabil în mărime şi orientare; [6], [8], [10] şi [13] s'au determinat pe baza diagramei deja găsite a viteselor; (9) şi (12) sunt cunoscuţi numai ca direcţiune: (9) e perpendicular pe [8], (12) e tangent la ghidajul drept, cade adică în direcţiune lui $\bar{v}_{C \text{ pe } 1}$. Ecuaţia vectorială e deci construibilă.

Scanned with OKEN Scanner

Planul (diagrama) acceleraţiilor are următoarea formă: Vectorul $b_C = \widehat{14}$ e îndreptat spre intersecţiunea celor două direcţiuni (9) şi (12). Construcţia mărimilor [6], [8], [10] se face ca o construcţie obişnuită a acceleraţiei normale (p. 421), construcţia mărimilor [7] şi [11] din ε_3 şi ε_1 daţi, ţinând seamă de scară. Acceleraţia [13] a lui Coriolis rezultă din $\bar{v}_{C\ \text{pe}\ 1}$ determinat şi din ω_1 dat, şi e $2\ \bar{v}_{C\,\text{pe}\,1} \cdot \omega_1$ mărimea, orientarea şi săgeata fiind cum rezultă din fig. 42 b.

Din (9) se găseşte τ_4 şi deci $\varepsilon_4 = \operatorname{tg} \tau_4$. $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$, fiindcă totdeauna $\omega_2 = \omega_1$ din cauza lungimii infinite a elementelor 1 şi 2. Astfel sunt determinate toate mărimile hotărîtoare pentru mişcare. *Diferitele forme de execuţie a mecanismului cu una şi două manivele se pot trata ca mai sus*, adică şi cele mai multe *distribuţii* cu mişcare variabilă sau invariabilă.

2. Mecanism cu trei manivele. Ca exemplu de mecanism de ordin mai înalt alegem un *mecanism cu trei manivele* (foarte frecvent; la distribuţii de ex. *Stephenson, Gooch, Allan, Fink*).

Se dau: Dispoziţia geometrică a mecanismului; poziţia iniţială, ω_1, ε_1, ω_3, ε_3, ω_5, ε_5, pentru cele trei manivele (fig. 43).

Se cer: Vitesele şi acceleraţiile punctelor de articulaţie *A, B, C, D, E, F;* vitesele unghiulare şi acceleraţiile unghiulare ω_2, ε_2, ω_4, ε_4, ω_6, ε_6, ω_8, ε_8.

Presupunem că se cere vitesa $\bar{v}_D$ a unuia din cele trei puncte ale balansierului 8. Avem după ecuaţia (2)

$$\bar{v}_{D\ldots 2} = \bar{v}_A + \bar{v}_{DA\,\text{fix}} = [1] + (2)$$

$$\bar{v}_{D\ldots 8} = \bar{v}_E + \bar{v}_{DE\,\text{fix}} = \bar{v}_B + \bar{v}_{EB\,\text{fix}} + \bar{v}_{DE\,\text{fix}} = [3] + (4) + (7)$$

$$\bar{v}_{D\ldots 8} = \bar{v}_F + \bar{v}_{DF\,\text{fix}} = \bar{v}_C + \bar{v}_{FC\,\text{fix}} + \bar{v}_{DF\,\text{fix}} = [5] + (6) + (8).$$

Dacă se compară între ele câte două din ecuaţii, ele se dovedesc ca *neconstruibile*. De aceea e nevoie de stabilirea unei *noi condiţiuni*; aceasta se obţine (după *Lynen*) prin faptul că (7) şi (8) sunt vitese ale unor puncte ale balansierului; *deoarece toate direcţiunile trasate pe el au aceeaşi vitesă unghiulară* ω_8, avem $(7) = ED \cdot \omega_8$, $(8) = FD \cdot \omega_8$ sau $(7)/(8) = ED/FD$. De aici rezultă următoarea desenare a *planului (diagramei) vitesélor* (fig. 43 a): Dintr'un punct *D* se trec mai întâi vitesele cunoscute ale manivelelor $\bar{v}_A$, $\bar{v}_B$, $\bar{v}_C$, perpendicular pe 1, 3, 5 = [1], [3], [5]. Lor li se ataşează direcţiunile lui $\bar{v}_{DA\,\text{fix}}$ perpendicular pe 2, $\bar{v}_{EB\,\text{fix}}$ perpendicular pe 4, $\bar{v}_{FC\,\text{fix}}$ perpendicular pe 6 = (2), (4), (6); despre $\bar{v}_{DF\,\text{fix}}$ şi $\bar{v}_{DE\,\text{fix}}$ se ştie că sunt perpendiculari pe *DF* şi *DE* din balansierul 8, dar că după ecuaţiile vectoriale pentru $\bar{v}_D$ se termină şi în acelaşi punct, adică trebue să cadă pe aceeaşi dreaptă dacă *EDF* e o dreaptă, şi anume o dreaptă care trebue să fie împărţită, după cele de mai sus, *asemenea cu seria de puncte EDF a balansierului*. Dacă se ridică o perpendiculară pe 8, care intersectează de exemplu în punctele *E'* şi *F'* perpendicularele pe 4 şi 6, şi se formează *E' D' F'* asemenea cu *E D F* unind *D'* cu intersecţiunea *O'* a perpendicularei pe 4 cu perpendiculara pe 6, *O' D'* îl intersectează pe $\bar{v}_{DA\,\text{fix}}$ în extremitatea lui; prin acest punct trece deci adevărata perpendiculară pe 8, care conţine vitesele (7) şi (8). (Dacă *E D F* formează un triunghiu, şi *E' D' F'* e un triunghiu *asemenea şi situat asemenea cu el*).

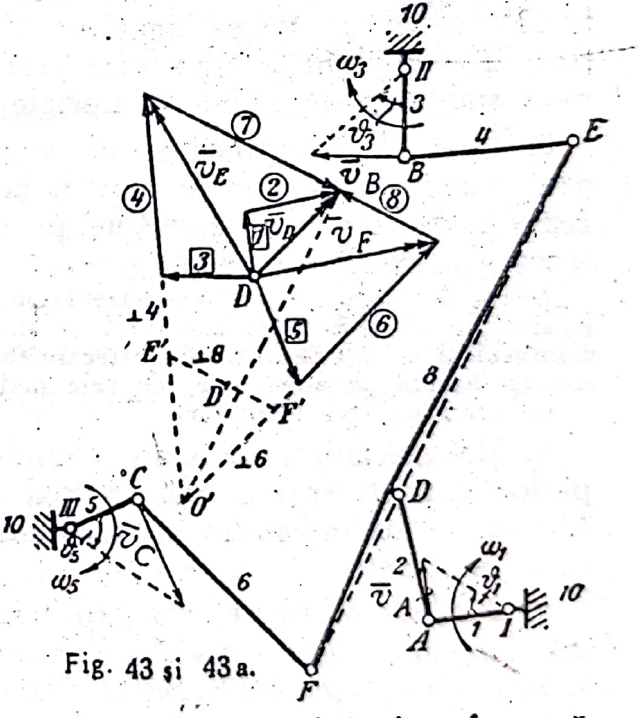


Fig. 43 şi 43 a.

Astfel sunt determinate vitesele $\bar{v}_D$, $\bar{v}_E$, $\bar{v}_F$ ale celor trei puncte de articulaţie ale balansierului; fiindcă

$$\bar{v}_D = [1] + (2), \quad \bar{v}_E = [3] + (4), \quad \bar{v}_F = [5] + (6);$$

din (2), (4), (6) se găsesc şi ϑ_2, ϑ_4, ϑ_6 şi deci ω_2, ω_4, ω_6; din (7) sau (8) se găseşte ϑ_8 şi deci ω_8. (In locul intersecţiunii *O'* a perpendicularei pe 4 cu perpendiculara pe 6 s'ar fi putut lua şi *O''* a perpendicularei pe 2 cu perpendiculara pe 4 sau *O'''* a perpendicularei pe 2 cu perpendiculara pe 6).

Aceeași construcție bazată pe asemănare conduce la rezultat la toate mecanismele de ordin superior cu manivele. Ea trebue aplicată repetat, corespunzător numărului de balansiere, de ex. la mecanismul cu patru manivele (distribuția Heusinger), care conține două balansiere, de două ori. Și accelerațiile se determină prin aceeași construcție bazată pe asemănare. Printr'o singură figură se obțin deci toate vitesele $\overline{v}$ și $\overline{\omega}$ ca și toate accelerațiile $\overline{b}$ și $\overline{\varepsilon}$ ale mecanismelor de ordinul superior.

Leme, artificii, verificări. 1. Din ecuațiile vectoriale pentru diagrama viteselor rezultă că vectorii își pot schimba rolurile, așa încât vectori cari sunt cunoscuți în mărime și direcțiune, pot fi cunoscuți numai în direcțiune, și invers: vectori cari sunt cunoscuți în direcțiune, pot fi cunoscuți în mărime și direcțiune; prin aceasta nu se impietează asupra construibilității ecuațiilor.

De ex. la mecanismul cu două manivele putem ca în loc de

$$\overline{v}_A + \overline{v}_{CA\,\text{fix}} = \overline{v}_B + \overline{v}_{CB\,\text{fix}}$$

	[1] +	(2)	= [3] +	(4)	
să avem	(1) +	[2]	= (3) +	[4]	
sau	[1] +	[2]	= (3) +	(4)	etc.

Aceasta arată că limitarea la inițierea mișcărilor în manivele, făcută în p. 413, în vederea obținerii unei clasificațiuni, nu se mai menține după ce s'a determinat numărul ordinului și desmodromia mecanismului.

2. In multe cazuri e convenabil să i se dea mecanismului o vitesă unghiulară suplementară. Se imobilizează de exemplu un element a cărui vitesă unghiulară e cunoscută, și se mișcă în schimb batiul inițial cu vitesa unghiulară cunoscută și îndreptată în sens contrar, în scopul de a transforma astfel mecanismul într'o formă care permite stabilirea ecuațiilor vectoriale de plecare.

3. Poate fi avantajos și să se aleagă o vitesă unghiulară pentru un mecanism, de ex. $\omega = 1$, și să se stabilească legătura viteselor cu cea aleasă. De aici se obține pe urmă invers, pe baza mărimilor date, scara diagramei viteselor.

Astfel de măsuri pot fi necesare la mecanisme de constituție legată (p. 413), când legarea nu se face între manivelă și manivelă, cum s'a presupus mai sus, ci între manivelă și un element mobil oarecare (bielă, balansier). Și în acest caz survin construcții bazate pe asemănare, de cele mai multe ori de formă mai simplă decât la mecanismul cu trei manivele.

4. Un mecanism se poate considera adesea ca mecanism de ordin superior scurtat, spre a obține mai simplu ecuațiile vectoriale de plecare (de ex. drept mecanism cu trei manivele scurtat în loc de mecanism cu două manivele).

5. Polul viteselor. In fiecare moment există un punct în planul imaginat legat rigid de elementul mobil, punct care e imobil: polul viteselor. Toate punctele acestui plan rigid au vitese proporționale cu distanța dintre ele și pol; toate razele vectoare din spre pol spre aceste puncte au aceeași vitesă unghiulară și de acelaşi sens. Razele polare sunt normale ale traiectoriei; vectorii viteselor sunt tangente ale traiectoriei acestor puncte. Polul poate fi găsit deci drept intersecțiune a două normale ale traiectoriei, dacă se cunosc direcțiunile viteselor a două puncte ale unui element.

Deoarece în fiecare moment următor polul coincide atât în elementul mobil, cât și în batiu, cu un alt punct, aceste poziții succesive ale polilor[1]) formează curbe, în elementul mobil polodia, în batiu herpolodia. Polodia se rostogolește pe herpolodie. Fiindcă polul își

[1]) V. și p. 428.

schimbă poziția, el are o viteză și o accelerație de schimbarea polului, adică nu coincide cu polul accelerațiilor, care-i punctul elementului mobil fără accelerație în momentul considerat.

6. Polul accelerațiilor se poate găsi simplu [1]), după ce sunt determinate accelerațiile a două puncte ale unui element, desenând după ecuația (5) în p. 421 diferența geometrică a acestor accelerații ($=b_{AB\,\mathrm{fix}}$) și determinându-i unghiul ψ pe care-l formează cu dreapta care unește cele două puncte. Același unghiu îl formează razele polare din spre aceste puncte spre polul J al accelerațiilor, cu accelerațiile punctelor (fig. 44).

7. Teorema asemănării (Burmester). Din conceptele de pol al vitezelor și accelerațiilor urmează teorema asemănării: Extremitățile vitezelor și accelerațiilor punctelor unui element formează o figură asemenea și situată asemenea cu figura punctelor.

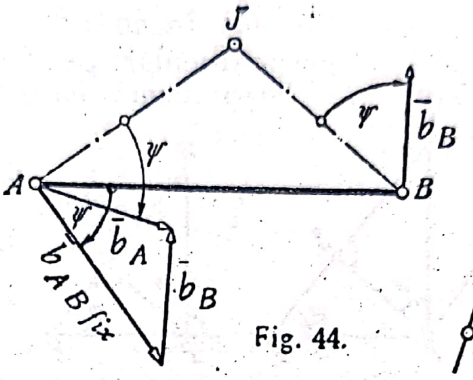


Fig. 44.

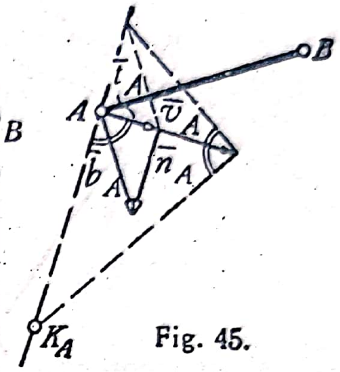


Fig. 45.

8. Centrul de curbură. Dacă s'a găsit vitesa și accelerația unui punct, centrul de curbură al traiectoriei lui se poate desena prin inversarea construcției care servește la determinarea accelerației normale a punctelor unei manivele (p. 421).

Centrul de curbură K_A e un punct al batiului; elementul $K_A A$ poate fi introdus în mecanism ca element excedent și mișcarea lui A în timpul parcurgerii a trei puncte infinit apropiate poate fi concepută ca mișcare circulară în jurul lui K_A. In cazurile practice se poate trasa din centrul de curbură de cele mai multe ori un segment mai lung al traiectoriei (fig. 45).

9. Vitesele a două puncte ale unui element se condiționează reciproc după ecuația (2): Dacă $\bar{v}_A$ se alege arbitrar, după $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA\,\mathrm{fix}}$ dreapta-suport a vectorului $\bar{v}_{BA\,\mathrm{fix}}$, dusă prin extremitatea vectorului $\bar{v}_A$ perpendicular pe AB, e locul geometric al extremităților tuturor $\bar{v}_B$. Geometric: Proiecțiunile vitezelor a două puncte ale unui element pe dreapta care le unește trebue să fie egale (fig. 46).

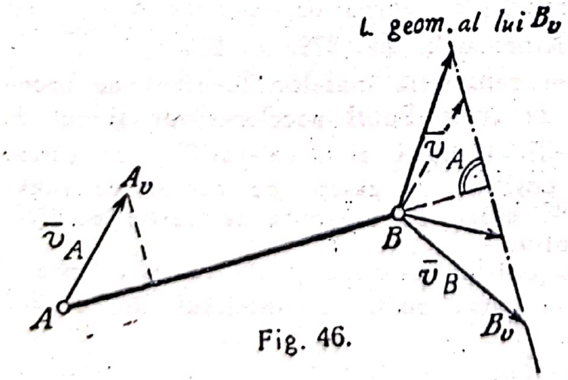


Fig. 46.

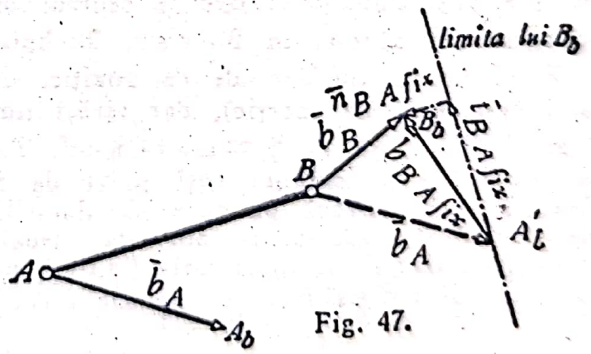


Fig. 47.

10. Nici accelerațiile nu sunt arbitrare. Fiindcă accelerația normală e îndreptată mereu spre punctul de rotațiune (p. 421) accelerația totală nu poate cădea niciodată în partea tangentei la traiectorie care e opusă punctului de rotațiune. Prin aceasta sunt limitate reciproc și accelerațiile a două puncte ale unui element; pentrucă din cauza lui $\bar{b}_B = \bar{b}_A + \bar{b}_{BA\,\mathrm{fix}}$, $\bar{b}_{BA\,\mathrm{fix}}$ nu poate cădea niciodată dincolo de normala AB în A'_b (fig. 47).

[1]) Marx, Beschleunigungspol, ZAM 10 (1930), p. 199.

Scanned with OKEN Scanner

11. Dacă vectorii vitezelor nu se trasează în direcţiunea lor reală, ci perpendicular pe ea, ei cad în direcţiunea elementelor corespunzătoare ale mecanismului. In acest caz diagrama vitezelor nu e numai în general asemenea, ci e formată de paralele cu elementele mecanismului, ceea ce dă în multe cazuri o simplificare a desenului. Rotirea cu 90° a vectorilor trebue să se facă totdeauna în acelaşi sens („vitesă perpendiculară").

12. Polul de inflexiune şi polul de fugă. Dacă se cunoaşte polul P al vitezelor şi polul J al acceleraţiilor, se obţine polul de inflexiune W, trecând unghiul de acceleraţie ψ (fig. 44) începând cu JP şi ridicându-l pe JW perpendicular pe PJ (fig. 48).

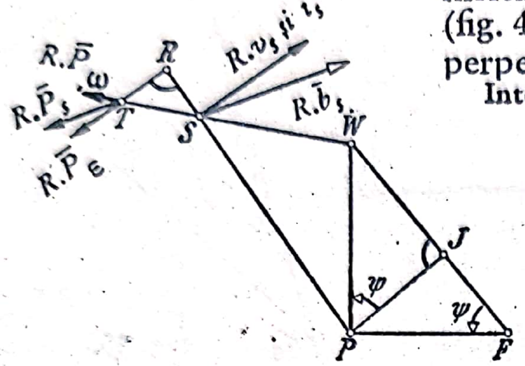


Fig. 48 a.

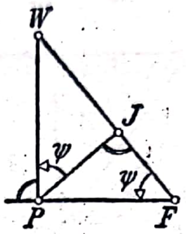


Fig. 48.

Intersecţiunea lui JW cu latura a doua a lui ψ îl dă pe W, intersecţiunea lui JW cu perpendiculara pe a doua latură amintită dă polul de fugă F. Un cerc pe WP, care trece prin J conţine toate punctele elementului cari au numai acceleraţie tangenţială, adică parcurg puncte de inflexiune ale traiectoriei lor: cercul de inflexiune. Toate aceste acceleraţii şi vitese trec prin polul de inflexiune. Un cerc pe FP, care trece prin J, conţine toate punctele cari au numai acceleraţie instantanee normală: cercul de fugă; aceste acceleraţii trec prin P.

13. Polul de inerţie. Toate forţele inerţiale $\bar{P}_\omega$ şi $\bar{P}_\varepsilon$, cari i se asociază lui ω şi ε într'un element de masa m şi momentul de inerţie J_S faţă de axa de greutate, trec (după Pöschl şi Winter) prin polul de inerţie T. El e coliniar cu polul de inflexiune W şi centrul de greutate S. Un al doilea loc geometric se obţine dacă se trece pe PS, dincolo de S, segmentul $SR = J_S/m \cdot 1/PS$ (fig. 48 a) şi se trasează prin R dreapta RT perpendiculară pe PR, adică paralelă cu v_s. RT dă în acelaşi timp poziţia vectorului cantităţii de mişcare.

14. Polul vitezelor şi polul de inflexiune e determinat numai de poziţia elementului condus, independent de ω şi ε.

Construcţia polului de inflexiune prin inversarea construcţiei lui Bobillier privitoare la centrul de curbură, la centru de curbură $K_{W\infty}$ dat şi punct W căutat, în Beyer, Technische Kinematik, fig. 379, p. 213.

Polul de inerţie depinde de poziţie, masă şi repartiţia maselor (centrul de greutate, momentul de inerţie), dar iarăşi nu de ω şi ε. Polul acceleraţiilor şi cel de fugă depind însă de $\psi = \text{arc tg } \varepsilon/\omega^2$. Toţi polii posibili ai acceleraţiilor se găsesc pe cercul de inflexiune; toţi polii de fugă posibili se găsesc pe cercul de fugă. Acestea se deplasează pe perpendiculara la PW, adică pe tangenta la curba polului, pe când W se găseşte pe normala curbei polului.

La mecanismul în constituţie largă poziţia polilor depinde şi de valorile instantanee ale lui ω şi ε al manivelelor. De aceea nu au curbe polare în înţelesul în p. 426!

C. Forţele

Spre a mişca un mecanism, trebue să i se aplice forţe. In elemente, mişcării i se asociază forţe inerţiale. Spre a învinge rezistenţele exterioare (inclusiv frecările) trebue să se mai aplice şi alte forţe, afară de cele necesare pentru mişcare. In fiecare poziţie mecanismul trebue să fie în echilibru, forţele inerţiale şi cele exterioare apărând ca mărimi omogene în ecuaţii (principiul lui d'Alembert); pentru fiecare element trebue ca forţele exterioare aplicate, cărora le aparţin şi presiunile din articulaţii, să fie aduse în echilibru cu forţele inerţiale.

Forțele inerțiale. 1. In cazul cel mai simplu presupunem masa m_1 a elementului 1 concentrată în punctul A, a cărui accelerație b_A e presupusă determinată. In aceste condițiuni forța inerțială asociată mișcării $\overline{P}_A = - m_1 \cdot \overline{b}_A$ e orientată în sens c o n t r a r cu accelerația.

2. Elementele pot fi considerate adesea ca bare prismatice cu repartiție uniformă a masei:

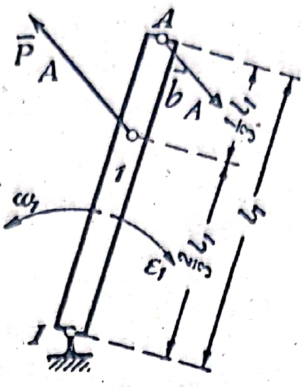


Fig. 49.

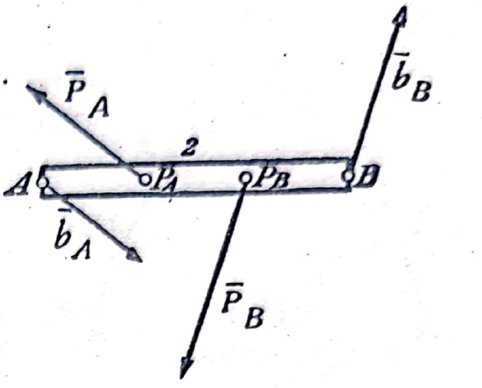


Fig. 49 a.

a) M a n i v e l ă: $\overline{P}_A = - {}^1/_2 \cdot m_1 \overline{b}_A$; punctul de aplicație e la distanța ${}^2/_3$ din IA dela I (fig. 49).

b) B i e l e, b a l a n s i e r e, l e g ă t u r i: Aplicând de două ori cazul a) (principiul s u p e r p o z i ț i u n i i) se obține (fig. 49 a)

$$\overline{P}_A = - {}^1/_2 \cdot m_2 \cdot \overline{b}_A; \quad \text{punctul de aplicație} \quad P_A:\ B P_A = {}^2/_3 \cdot B A$$
$$\overline{P}_B = - {}^1/_2 \cdot m_2 \cdot \overline{b}_B; \quad \text{punctul de aplicație} \quad P_B:\ A P_B = {}^2/_3 \cdot A B$$
$$\overline{P}_2 = \overline{P}_A + \overline{P}_B.$$

3. Corpuri de formă oarecare: Acțiunea forțelor inerțiale poate fi reprezentată printr'o f o r ț ă $\overline{P}_{S_2} = - m_2 \cdot \overline{b}_{S_2}$, aplicată în centrul de greutate S_2 măsurată prin m a s a m_2 a corpului 2 și a c c e l e r a ț i a $\overline{b}_{S_2}$ a c e n t r u l u i l u i d e g r e u t a t e — și printr'un m o m e n t $M_2 = - J_{S_2} \cdot \varepsilon_2$, unde J_{S_2} e momentul de inerție a corpului în raport cu o axă de greutate perpendiculară pe planul mișcării (fig. 50). Pentru ecuațiile forțelor M_2 se poate înlocui printr'un cuplu de forțe[1]) $\overline{Q}_A$ și $-\overline{Q}_B$, așa încât să avem $\overline{Q}_A \cdot AB = - \overline{Q}_B \cdot BA = - J_{S_2} \cdot \varepsilon_2$. Trebue determinați deci S_2 și J_{S_2}; ε_2 și $\overline{b}_{S_2}$ se obțin din diagrama accelerațiilor, $\overline{b}_{S_2}$ mai repede după teorema asemănării.

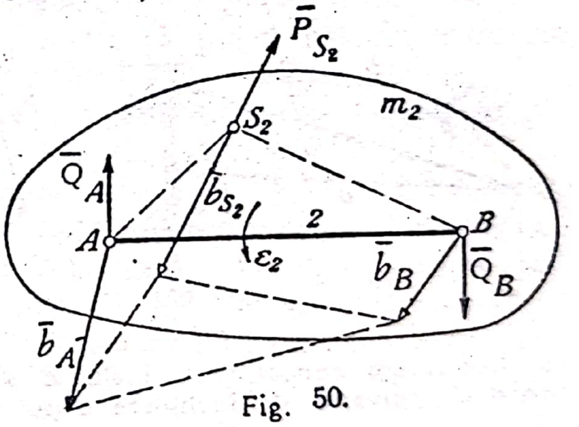


Fig. 50.

Condițiunile de echilibru: Bielele și legăturile pot lua dela celelalte elemente numai forțe dirijate în direcțiunea lor, manivelele și balansierele forțe de orice orientare.

O forță de presiune în articulație, care ține un element în echilibru, lucrează în sens contrar asupra elementului contiguu. Forțele de presiune exercitate de diferitele elemente asupra unei articulații trebue adunate geometric. Spre a le putea compune direct, trebue reflectat, căror corpuri li se aplică diferitele forțe de presiune din articulații. E convenabil să se deseneze fusul cu joc mare în cele două bucele ale articulației.

Exemplu (fig. 51). Articulația B ia o forță de presiune $\pm K_{B_2}$ în direcțiunea balansierului 3, provenind dela suma forțelor inerțiale $\overline{P}_2$ ale bielei 2. Fusul e aplicat ca în fig. 51 a. Prin forța inerțială a lui 3, B primește o altă solicitare (fig. 52),

[1]) P r o e g e r, v. nota 412.

Scanned with OKEN Scanner

care trebue luată de biela 2 în direcțiunea ej. Sub această forță de presiune, fusul trebue să se aplice ca în fig. 52 a. Forța totală de presiune asupra fusului se obține după fig. 53 și e $\bar{K}_B = (-\bar{K}_{B2}) + \bar{K}_{B3}$ sau $-\bar{K}_B = \bar{K}_{B2} + (-\bar{K}_{B3})$.

Compunerea forțelor: Dacă trebue aduse în echilibru trei forțe aplicate unui element, trebue ca direcțiunile lor să fie c o n c u r e n t e; dacă avem patru sau mai multe forțe, ele trebue să formeze un poligon închis al forțelor și suma momentelor lor în raport cu un punct oarecare trebue să fie zero. Se aplică cu succes în toate cazurile p o l i g o n u l f u n i c u l a r. Sunt posibile două cazuri:

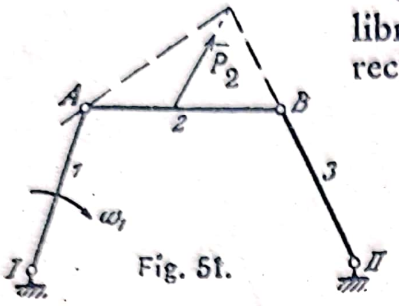


Fig. 51.

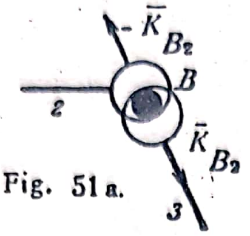


Fig. 51 a.

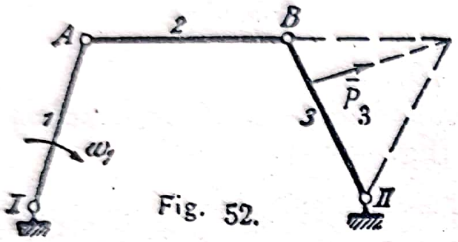


Fig. 52.

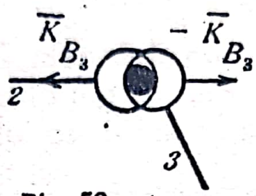


Fig. 52 a.

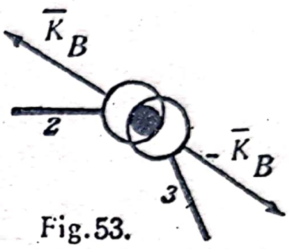


Fig. 53.

1. Un număr de forțe cunoscute ca mărime și orientare; direcțiunea unei biele, care le determină dreapta-suport. Se cere: forța de presiune într'un al doilea punct de articulație (fig. 54 și 54 a).

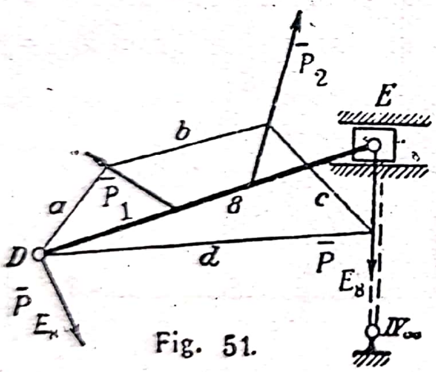


Fig. 51.

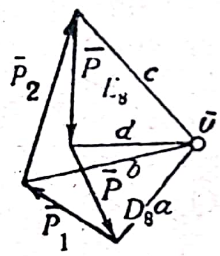


Fig. 54 a.

Construcția poligonului funicular după P r o e g e r, nota[1]) din p. 412: Prin punctul de aplicație D al forței necunoscute se duce o dreaptă oarecare a până la intersecțiunea cu o forță cunoscută $\bar{P}_1$, de acolo o dreaptă oarecare b până la intersecțiunea cu forța cunoscută următoare $\bar{P}_2$: $\bar{P}_1$, a și b determină polul O al poligonului forțolor. In acesta se atașează $\bar{P}_2$ la $\bar{P}_1$, se trasează c și paralela cu ea în poligonul funicular până la intersecțiunea cu direcțiunea cunoscută a bielei $E\,IV\,\infty$, se unește această intersecțiune cu punctul inițial D (dreapta de închidere a poligonului funicular) și se duce în poligonul forțelor paralela cu ea d. Aceasta îl interceptează pe $\bar{P}_{E8}$ (paralel cu $E\,IV\,\infty$); extremitatea ei, unită cu originea lui $\bar{P}_1$ dă în mărime și orientare pe $\bar{P}_{D_8}$. In același timp e satisfăcută condițiunea momentelor, fiindcă poligonul funicular se închide.

2. Un număr de forțe cunoscute în mărime și orientare, și direcțiunile a trei forțe (de ex. direcțiunile celor trei biele articulate cu balansierul mecanismului cu trei manivele).

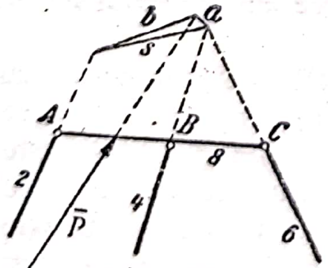


Fig. 55.

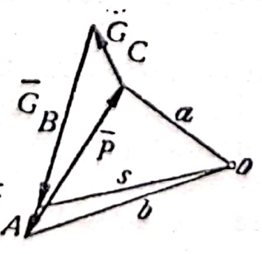


Fig. 55 a.

După T o l l e [1]), această problemă se poate reduce la cazul 1, introducând punctul de intersecțiune al direcțiunilor a două forțe drept punct de aplicație al forței necunoscute și procedând după 1. Se obține astfel în acest punct suma celor două forțe de presiune în articulații, care se descompune după direcțiunile celor două biele, de exemplu (fig. 55). Se alege polul O al poligonului forțelor, se duce a și b (fig. 55 a), pe urmă paralela cu a din intersecțiunea bielelor 4 și 6 până la dreapta-suport a lui $\bar{P}$ de acolo paralela cu

[1]) T o l l e, Z V D I 76 (1932), p. 166.

b până la biela 2 și de acolo linia de închidere *s*. Aceasta dă în poligonul forțelor forța de presiune în articulație $\overline{G}_A$ a lui 2; linia de închidere a poligonului forțelor mai dă împreună cu *a* suma $(\overline{G}_B + \overline{G}_C)$ și prin descompunerea în direcțiunile lui 4 și 6, pe însuși $\overline{G}_B$ și $\overline{G}_C$.

3. Toate celelalte cazuri se pot reduce la 1 și 2.

Exemplu. Forțele aplicate balansierelor unui mecanism cu patru manivele: Balansierului 10 i se aplică un număr de forțe cunoscute ca mărime și direcțiune, reprezentate prin rezultanta lor $\overline{P}$ (fig. 56 și 56 a). Bielele 2 și 4 iau forțe în direcțiunile lor, așa încât sunt cunoscute direcțiunile a două forțe; punctului *N* i se aplică însă al doilea balansier 12, care poate lua forțe în orice direcțiune, așa încât se pare că nu suntem în cazul 2. Însă fiindcă balansierul 12 poate transmite forțele primite dela 10 numai asupra bielelor sale 6 și 8, sunt date pentru 12 direcțiunile a două forțe, a celei de a treia, ca $\overline{G}_{N\,10}$, trebuind să treacă prin intersecțiunea lor și articulația *N*. Aceasta determină direcțiunea forței pentru balansierul 10, și reduce problema la cazul 2. A c e e a ș i considerație e valabilă pentru t o a t e mecanismele de ordin s u p e r i o r.

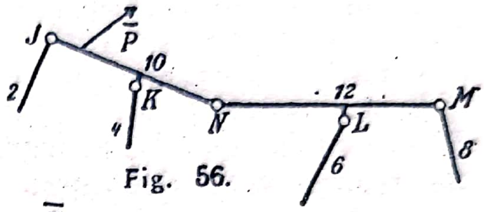


Fig. 56.

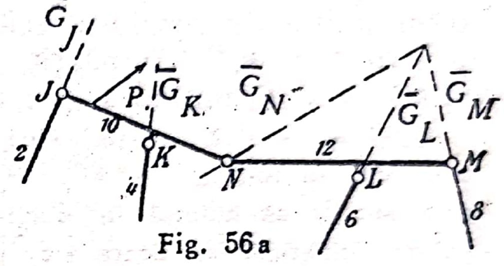


Fig. 56a

Două probleme principale de determinarea forțelor: 1. Unui mecanism i se prescrie o a n u m i t ă m i ș c a r e; afară de aceasta se cunoaște r e z i s t e n ț a de învins. Se cer f o r ț e l e d e a p l i c a t, f o r ț e l e d e p r e s i u n e î n a r t i c u l a ț i i și f o r ț e l e i n e r ț i a l e (și odată cu ele sarcinile palierelor și solicitările la rezistență). Din condițiunile de mișcare prescrise (de ex. ω și ε ai manivelelor) se desenează diagrama vitezelor și a accelerațiilor, se determină vitesele unghiulare și accelerațiile unghiulare și din ele se obțin forțele inerțiale. Se cunoaște forța exterioară (rezistența) aplicată unui element; cu el se începe construcția poligoanelor forțelor; prin adunare geometrică se obține acțiunea totală a tuturor elementelor asupra articulațiilor.

2. Se cunosc forțele a p l i c a t e mecanismului și r e z i s t e n ț e l e, ca și s t a r e a i n i ț i a l ă a mișcării. Să se determine din acestea m e r s u l mișcării mecanismului, ca și f o r ț e l e d e p r e s i u n e î n a r t i c u l a ț i i și f o r ț e l e i n e r ț i a l e ca sub 1. Legătura dintre forțe și mersul mișcării e stabilită de e c u a ț i a e n e r g i e i:

$$\Sigma\left[m\left(v_{s0}^2 - v_s^2\right)/2\right] + \Sigma\left[J_s\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)/2\right] + \Sigma\int \overline{P}\, d\overline{p} + \Sigma\int \overline{Q}\, d\,\overline{q} + \Sigma\int \overline{R}\, d\,\overline{r} = 0.$$

$\overline{P}$, $\overline{Q}$ și $\overline{R}$ sunt forțe aplicate, rezistențe și forțe de frecare; $d\overline{p}$, $d\overline{q}$, $d\overline{r}$ elementele de traiectorie ale punctelor de aplicație ale acestor forțe în orientarea forței lor. $\Sigma\int \overline{R}\, d\overline{r}$ poate fi imaginat conținut în $\Sigma\int \overline{Q}\, d\overline{q}$; $\Sigma\int \overline{P}\, d\overline{p} + \Sigma\int \overline{Q}\, d\overline{q} + \Sigma\int \overline{R}\, d\overline{r}$ sau, ca sumă de momente raportată la raza 1*A* a manivelei, $\Sigma\int M_r\, d\varphi$, reprezintă excesul de lucru mecanic al lucrului util față de al rezistențelor: $A_p - A_w = A$. *m* sunt masele elementelor. v_s vitesele centrelor lor de greutate, J_s momentul lor de inerție în raport cu axa lor de greutate; v_{s_0} și ω_0 indică mărimile date pentru starea inițială.

a) Dacă forțele sunt cunoscute în funcțiune de spațiu $\overline{P} = f(\overline{p})$ etc., și dacă toți v_s și ω se pot exprima în funcțiune de un s i n g u r ω, ceea ce e cazul la mecanismul în constituție l e g a t ă, ecuația energiei cinetice se poate rezolva fără folosirea timpului. Din ω_0 e cunoscut v_{s_0} și energia inițială $E_0 = \Sigma\left(\frac{1}{2} \cdot m v_{s_0}^2\right) + \Sigma\left(\frac{1}{2} \cdot J_{s_0}\, \omega_0^2\right)$; ecuația energiei

Scanned with OKEN Scanner

cinetice devine: $E - E_0 = A$. Dacă se reprezintă v_s și ω în raport cu ω_1 al manivelei, avem:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \omega_1^2 \left\{ \Sigma\left(m\, v_s^2/\omega_1^2\right) + \Sigma\left(J_s\, \omega^2/\omega_1^2\right) \right\} = \frac{1}{2} \cdot J_r\, \omega_1^2$$

și

$$E_0 = \frac{1}{2} \cdot \omega_{1_0}^2 \left\{ \Sigma\left(m\, v_{s0}^2/\omega_{1_0}^2\right) + \Sigma\left(J_s\, \omega_0^2/\omega_{1_0}^2\right) \right\} = \frac{1}{2} \cdot J_{r0}\, \omega_{1_0}^2 .$$

J_r și J_{r_0} se numesc după Proeger momentele de inerție reduse la manivela 1. Din starea inițială rezultă J_{r_0}; J_r se găsește, căutând pentru un ω_1 oarecare, de ex. $\omega_1 = 1$, după ecuațiile fundamentale (1), (2) și (3), vitesele centrelor de greutate ale elementelor și vitesele lor unghiulare. Deoarece ambele apar numai prin pătratul raportului lor față de ω_1 ales arbitrar, alegerea lui ω_1 e fără importanță; mersul lui J_r pentru diferitele poziții ale mecanismului, adică în funcțiune de unghiul φ al manivelei, se obține în adevărata lui mărime.

Restul soluției se bazează pe diagrama masă-energie cinetică a lui Wittenbauer[1]). Diagrama excesului de lucru mecanic în funcțiune de drumul φ se determină din diagrama forță-spațiu[1]). Scara segmentului unitate e produsul scării forței pentru $\bar{P} = k_1$ prin scara spațiului pentru $\varphi = k_2$[2]), împărțit prin scara lucrului mecanic pentru $A = k_3$, adică $k_1\, k_2/k_3$ mm $= 1$ (fig. 57).

Dacă se rezolvă ecuația energiei cinetice în raport cu $\frac{1}{2} \cdot \omega_1^2$ care a rămas necunoscut, se obține $\frac{1}{2} \cdot \omega_1^2 = (A + E_0)/J_r = \text{tg}\, \alpha$; dacă se trece $A + E_0$ ca ordonată și J_r ca abscisă în diagrama masă-energie cinetică, se poate citi pentru fiecare punct tg α și din el se poate determina $\frac{1}{2} \cdot \omega_1^2$ și ω_1 (fig. 58).

Se obține astfel $\omega = f(\varphi)$ sau $v = f(\bar{p})$; dacă vrem să-l avem pe $\bar{p}$ în funcțiune de

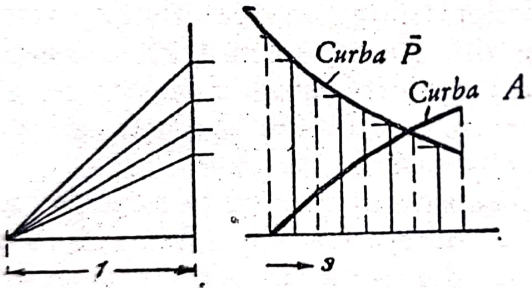


Fig. 57.

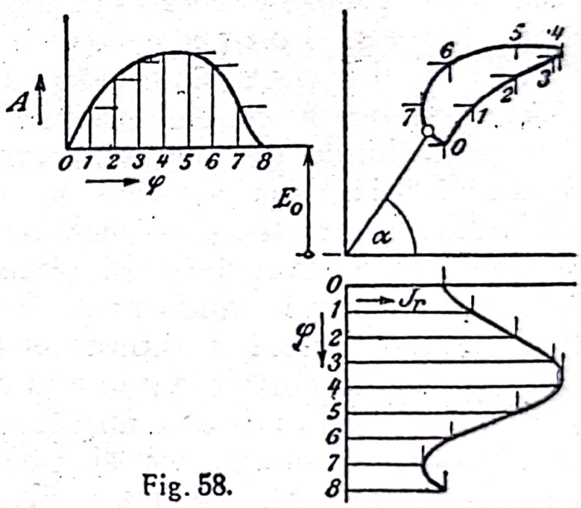


Fig. 58.

timp; trebue să folosim, ca și la determinarea de mai sus a lui A din relațiunea $dA/d\bar{p} = \bar{P}$ relațiunea $dt/d\bar{p} = (1/v)$, unde e iarăși nevoie să se determine segmentul unitate (Wittenbauer). Din $\omega = f(t)$ se poate găsi ε prin derivare grafică și cu el și ω forțele inerțiale din diferitele elemente.

După determinarea lui ω se pot determina și simultan forțele inerțiale și ε, făcând, după principiul lui d'Alembert, echilibru între componentele P_ω și P_ε cari provin dela ω și ε cu forțele de atac și rezistență, și determinând pe ε care-i corespunde[3]).

Mai întâi se stabilește pentru mecanismul în repaus echilibru între rezistență, forțele de presiune în articulații și partea din forța de atac K, de care e nevoie pentru aceasta: K_W. Pe urmă se determină pentru valoarea găsită a lui ω diagrama accelerațiilor mecanismului și forțele inerțiale P_ω provocate de aceste accelerații. Acestea se aduc iarăși în echilibru, într'o a doua diagramă a forțelor, cu forțele de presiune în articulații și partea necesară K_ω din K. Se procedează analog cu o accelerație unghiulară aleasă $\varepsilon = 1$, se determină forțele inerțiale $K_{\varepsilon\,(\varepsilon=1)}$ și se de-

[1]) Vol. II, secț. 1, Org. de mașini. — [2]) Kölsch, Gleichgang u. Massenkr. bei Fahr- u. Flugzeugmot., Berlin 1911, Springer. — [3]) Federhofer, Z. graph. d. Mehrk.-Getr., Ing.-Arch. 2 (1931), p. 600. — H. Winter, Der Trägh.-Pol., Wien 1930, Hölder-Pichler-Tempsky. — Tolle, Die result. Massenkräfte etc. Ing.-Arch. 1 (1930) p. 377. — Ogale, Verlauf der Gelenkdrücke etc., teză, München 1934.

senează un al treilea poligon al forțelor, care dă partea $K_{\varepsilon\,(\varepsilon=1)}$ pentru $\varepsilon = 1$. Trebue multiplicat cu o cifră de scară λ spre a rezulta suma $K = K_W + K_\omega + K_\varepsilon$. De λ ori 1 dă accelerația unghiulară căutată; afară de aceasta se obțin toate forțele de presiune din articulații.

b) Dacă momentul aplicat e cunoscut în funcțiune de timp și mecanismul e iarăși de constituție legată, trebue să se folosească în locul ecuației energiei cinetice derivata ei în raport cu drumul, adică unghiul φ al manivelei:

$$J_r\,\varepsilon_1 + {}^1\!/_2 \cdot \frac{\partial J_r}{\partial \varphi}\,\omega_1^2 = M_{r_1}.$$

Dacă se scrie $\omega_1 = 0$, $\varepsilon_1 = 1$, momentul corespunzător $= M'_{r_1}$, se obține pentru orice poziție a manivelei $J_r = M'_{r_1}$; tot astfel dacă se scrie $\omega_1 = 1$, $\varepsilon_1 = 0$, $\partial J_r/\partial\varphi = M''_{r_1}$.

Cu $\omega_1 = 0$, $\varepsilon_1 = 1$ și cu $\omega_1 = 1$, $\varepsilon_1 = 0$ trebue desenate succesiv accelerațiile elementelor pentru diferitele poziții ale manivelei, trebue aplicate forțele inerțiale și căutate cu ajutorul lor, după relatările de mai sus privitoare la determinarea grafică a forțelor de presiune în articulații, momentele M'_{r_1} și M''_{r_1} cari se exercită asupra manivelei 1.

Prin rezolvare în raport cu ε_1, ecuația de mișcare devine

$$\varepsilon_1 = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \left(M_{r_1} - {}^1\!/_2 \cdot \frac{\partial J_r}{\partial \varphi}\right)\Big/ J_r.$$

După Gümbel [1]), această ecuație poate fi rezolvată prin comparare cu aceea a curbei funiculare $d^2y/dx^2 = q/H$. Ca suprafață de încărcare se va lua suprafața dintre accelerația unghiulară $\left(M_{r_1} - {}^1\!/_2 \cdot \frac{\partial J_r}{\partial \varphi}\right)\Big/ J_r\, s^{-2}$ și ordonata timpului t s; în aceste condițiuni, scara tracțiunii orizontale fără dimensiune H e următoarea: Fie k_1 mm unitatea lui $\varepsilon_1\, s^{-2}$; k_2 mm unitatea lui t s; în aceste condițiuni unitatea lui $\int \varepsilon\, dt\, s^{-1}$, adică a suprafeței de încărcare f e $k_1\, k_2$ mm². Dacă se trece f în mm ca ordonată deasupra lui H ca abscisă (unitatea lui $f = k_3$ mm), avem $f/H = \operatorname{tg}\alpha = d\varphi/dt$ sau $f k_3\ \text{mm}/H\ \text{mm} = d\varphi/dt \cdot k_4\ \text{mm}/k_2$ mm, dacă unitatea lui φ e k_4 mm; de aici urmează

$$H\ \text{mm} = \frac{f\ s^{-1}\, k_3\, dt\ s\ k_2}{d\varphi\ k_4}\ \text{mm}.$$

Pentru poziția inițială se cunosc M_{r_1}, ω_{1_0}, $(J_r)_0$ și $(\partial J_r/\partial\varphi)_0$, așa încât din ecuația de mișcare se poate calcula accelerația inițială. Aceasta dă direcțiunea inițială a curbei vitesei.

c) Dacă mecanismul e dat în constituție largă, trebue să se treacă prin rezolvarea ecuațiilor de mișcare, indiferent dacă momentele aplicate sunt date în funcțiune de timp sau de spațiu. Ecuațiile de mișcare se prezintă sub forma de ecuații cu derivate parțiale; numărul lor e egal cu numărul de mișcări inițiate independente. Pentru determinarea grafică, ele se interpretează (după Proeger) în sensul că se cercetează de fiecare dată numai acțiunea unei singure mișcări, egalându-le cu zero pe toate celelalte. Acțiunea totală se obține prin suprapunere, trebuind să se mai aplice accelerații suplementare în vederea satisfacerii ecuației de sume care trebue să fie identică cu formula (5) sau (6) (p. 421). Astfel mecanismul se reduce pentru fiecare mișcare în parte la

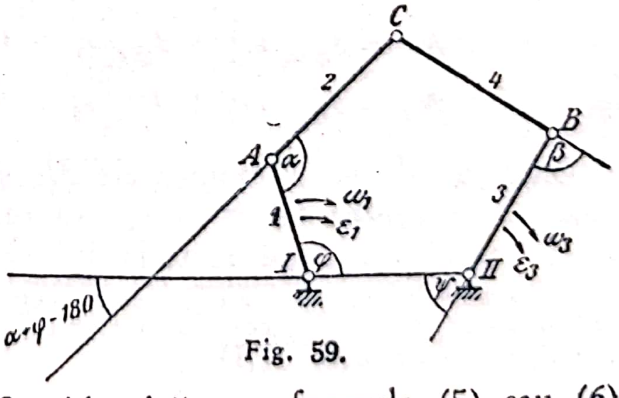


Fig. 59.

[1]) Z V D I 63 (1919), p. 771.

constituţia legată, la care momentele de inerţie reduse se pot obţine pe cale grafică, v. cazurile a) şi b). Ele depind numai de poziţia relativă a diferitelor elemente, aceasta depinzând însă numai de mişcarea iniţiată în fiecare caz, reprezentată prin derivate parţiale ale unghiurilor elementelor în raport cu unghiul manivelei. (Formă generalizată a raportului de transformare al mecanismului propus de Doerfel)[1]). Momentele de inerţie raportate la manivele $J_r = J_{\varphi\omega_1}, J_{\varphi\varepsilon_1}, \ldots$ dau momentele cari se exercită asupra manivelelor.

Pentru un mecanism cu două manivele procedeul ar fi următorul (fig. 59):

1. $\omega_1 = 1$:

$$\mathrm{I}A \cdot \omega_1 + AC \cdot \omega_{\varphi 2} = BC \cdot \omega_{\varphi 4}$$
$$[1] \quad + \quad (2) \quad = \quad (3)$$

($\omega_{\varphi 2}$ şi $\omega_{\varphi 4}$ sunt vitesele unghiulare din acest caz ale elementelor 2 şi 4, dependente numai de φ).

$$\text{a)} \quad \mathrm{I}A \cdot \omega_1^2 + AC \cdot \omega_{\varphi 2}^2 + AC \cdot \varepsilon_{\varphi\,\omega_2} = BC \cdot \omega_{\varphi 4}^2 + BC \cdot \varepsilon_{\varphi\,\omega_4}$$
$$[4] \quad + \quad [5] \quad + \quad (6) \quad = \quad [7] \quad + \quad (8)$$

2. $\varepsilon_1 = 1$:

$$\text{b)} \quad \mathrm{I}A \cdot \varepsilon_1 + AC \cdot \varepsilon_{\varphi\,\varepsilon_2} = BC \cdot \varepsilon_{\varphi\,\varepsilon_4}$$
$$[9] \quad + \quad (10) \quad = \quad (11)$$

3. $\omega_3 = 1$:

$$AC \cdot \omega_{\psi 2} = BC \cdot \omega_{\psi 4} + \mathrm{II}B \cdot \omega_3$$
$$(12) \quad = \quad (13) \quad + \quad [14]$$

$$\text{c)} \quad AC \cdot \omega_{\psi 2}^2 + AC \cdot \varepsilon_{\psi\,\omega_2} = BC \cdot \omega_{\psi 4}^2 + BC \cdot \varepsilon_{\psi\,\omega_4} + \mathrm{II}B \cdot \omega_3^2$$
$$[15] \quad + \quad (16) \quad = \quad [17] \quad + \quad (18) \quad + \quad [19]$$

4. $\varepsilon_3 = 1$:

$$\text{d)} \quad AC \cdot \varepsilon_{\psi\,\varepsilon_2} = BC \cdot \varepsilon_{\psi\,\varepsilon_4} + \mathrm{II}B \cdot \varepsilon_3.$$
$$(20) \quad = \quad (21) \quad + \quad [22]$$

Mai e de adăugat ecuaţia

$$\text{e)} \quad 2\,AC \cdot \omega_{\varphi 2}\,\omega_{\psi 2} + AC \cdot \varepsilon_2' = 2\,BC \cdot \omega_{\varphi 4}\,\omega_{\psi 4} + BC \cdot \varepsilon_4',$$
$$[23] \quad + \quad (24) \quad = \quad [25] \quad + \quad (26)$$

spre a face suma a) până la e) identică cu ecuaţia normală:

$$\mathrm{I}A \cdot \omega_1^2 + \mathrm{I}A \cdot \varepsilon_1 + AC \cdot \omega_2^2 + AC \cdot \varepsilon_2 = \mathrm{II}B \cdot \omega_3^2 + \mathrm{II}B \cdot \varepsilon_3 + BC \cdot \omega_4^2 + BC \cdot \varepsilon_4.$$

Toate ecuaţiile sunt construibile. Pentru fiecare din cele cinci cazuri a) până la e) se obţin forţele inerţiale, momentele de inerţie raportate şi deci momentele M_1 şi M_3 cari se exercită asupra manivelelor.

Pentru acestea, ecuaţiile sunt:

$$M_1 = J_{\varphi\,\omega_1}\,\omega_1^2 + J_{\varphi\,\varepsilon_1}\,\varepsilon_1 + J_{\psi\,\omega_1}\,\omega_3^2 + J_{\psi\,\varepsilon_1}\,\varepsilon_3 + J_1'\,\omega_1\,\omega_3$$

şi

$$M_3 = J_{\psi\,\omega_3}\,\omega_3^2 + J_{\psi\,\varepsilon_3}\,\varepsilon_3 + J_{\varphi\,\omega_3}\,\omega_1^2 + J_{\varphi\,\varepsilon_3}\,\varepsilon_1 + J_3'\,\omega_1\,\omega_3.$$

Dacă ω_1 şi ω_3 şi momentele M_1 şi M_3 sunt cunoscute, ecuaţiile se pot rezolva în raport cu ε_1 şi ε_3. (O rezolvare analitică s'ar putea face ca în cazul b), după metoda lui Gümbel).

V. şi soluţia lui Beyer[2]) pentru mecanismul cu trei manivele, folosind ecuaţiile lui Lagrange şi aceea a lui Federhofer[2]) prin întrebuinţarea repetată a metodei descrise în p. 432.

[1]) Z V D I 67 (1923), p. 492. — [2]) Nota din p. 412.

III. Similitudinea mecanică și teoria modelelor [1])

Prelucrare de profesor dr. ing. M. Weber, Berlin

Problema. Din rezultatele măsurătorilor încercărilor făcute asupra modelului mic, să se determine numeric valorile corespunzătoare pentru execuția principală mare, asemenea cu modelul — de ex. traiectoriile, timpurile, vitesele, accelerațiile, forțele, tensiunile, lucrurile mecanice, puterile, in problemele de căldură temperaturile etc.

Procedeul modelelor e întrebuințabil numai dacă cele două fenomene comparate sunt asemenea în înțelesul indicat mai jos, adică dacă satisfac anumite condițiuni de similitudine. Acestea trebue stabilite astfel, încât ecuațiile diferențiale sau integralele lor sau oricari alte ecuații de plecare privitoare la fenomenul pentru execuția principală să poată fi aduse în concordanță perfectă cu ecuațiile corespunzătoare pentru model. — Procedeul modelelor se întrebuințează cu succes pretutindeni unde nu reușește integrarea ecuațiilor diferențiale sau în general rezolvarea ecuațiilor de plecare din cauza prea marilor dificultăți matematice, unde practica pretinde însă totuși soluția numerică. Ea se bazează pe încercarea pe model, și anume natura dă în rezultatul măsurătorii privitoare la încercarea modelului valoarea numerică a soluțiunii care nu poate fi găsită pe cale analitică, și care se transformă pe urmă, după o anumită lege de transpunere, pentru execuția mare. Procedeul modelelor se întrebuințează adesea în construcția navală, construcția avioanelor, la turbinele hidraulice, în construcțiile hidraulice, pentru determinarea pierderilor în conducte, ca și în probleme termice și în multe alte cazuri, în cari analiza nu poate da o soluție a ecuațiilor de plecare. El e limitat la fenomenele pentru cari legile experimentale statistice ale fizicei sunt date sub forma de produse de puteri cu coeficienți fizici invariabili. Detalii în bibliografie.

Dacă toate mărimile cari iau parte la fenomenul mecanic sau, mai general, fizic se transpun asemenea, avem similitudine mecanică sau fizică perfectă; în aceste condițiuni rezultatele găsite în încercarea modelului sunt valabile numai pentru domeniul restrâns al fenomenelor de comparație în adevăr perfect asemenea. Adesea e însă convenabil să nu se realizeze această similitudine perfectă, ci să se satisfacă postulatul similitudinii numai pentru anumite mărimi izolate, iar celelalte mărimi să nu fie supuse acestei condițiuni riguroase. In aceste ultime cazuri se va vorbi despre similitudine în înțeles larg sau incompletă (prima sursă din bibliografia indicată). Mai jos se va presupune totdeauna similitudine fizică perfectă.

Se distinge similitudine statică, dinamică, termică și termodinamică; procedeul modelelor se poate întrebuința însă și pentru similitudinea electrică și magnetică, alte feluri. Avem o problemă de similitudine statică sau elastică, dacă trebue ca, din forțele sau deformațiile măsurate ale unui model static încărcat, de ex. ale unei bare de secțiune variabilă solicitată la flambaj sau ale unei grinzi cu zăbrele solicitată la flambaj, să se tragă concluziuni privitoare la valorile numerice corespunzătoare ale execuției principale geometric asemenea. Similitudinea dinamică trebue considerată când se calculează din rezultatele încercărilor unui model care lucrează dinamic, de ex. scurgerea în jurul unei cârme scufundate numai parțial și producătoare de valuri, mărimile corespunzătoare ale execuției principale geometric asemenea. Mai sus trebue ținut seamă că modelului nu-i aparține numai cârma fixă, ci în primul rând lichidul din jur. Avem similitudine termică dacă, de ex. din câmpul de temperatură variabil în timp al unui corp-model solid, se trag concluziuni numerice privitoare la câmpul de temperatură al execuției principale geometric asemenea. In scurgerea gazelor, de ex. în problemele de schimb de căldură, intră în considerație similitudinea termodinamică.

[1]) Bibliografie: M. Weber, Die Grundlagen der Ähnlichkeitsmechanik und ihre Verwertung bei Modellversuchen, Jahrb. Schiffbautechn. Ges. 1919, p. 355. — Acelaşi Periodisches System der Modellgesetze, Sammelheft 1 d. Ausschusses f. techn. Mechanik des Berl. Bezirksvereins deutsch. Ing. 1919. — Acelaşi, Das allgemeine Ähnlichkeitsprinzip der Physik und sein Zusammenhang mit der Dimensionslehre u. d. Modellwissenschaft, Jahrb. Schiffbautechn. Ges. 1930, p. 274. — Acelaşi, Die spezifischen Drehzahlen und die anderen Kenngrößen der Wasserturbinen, Kreiselpumpen, Windräder und Propeller als dimensionsfreie Kenngrößen der Ähnlichkeitsphysik, Schiffbau 31 (1930), p. 73. — W. Herrmann, Die Anwendung des Ähnlichkeitsprinzips der Mechanik auf zeitlich beliebig veränderliche Vorgänge mit besonderer Berücksichtigung schiffbaulicher und aerodynamischer Probleme, Jahrb. Schiffbautechn. Ges. 1930, p. 355.

a) Similitudine statică

Metoda cu un exemplu. Un corp de revoluţie executat ca bară-model subţire, cu linie meridiană bombată, se supune unor încercări cu încărcare la flambaj centric, şi fie $P_1 = 12{,}50$ kg forţa de flambaj determinată. Fie E_1 modulul de elasticitate al materialului modelului. Se cere forţa de flambaj P_2 pentru execuţia principală geometric asemenea, cu dimensiunile liniare de $\lambda = 10$ ori mai mari, al cărei modul de elasticitate E_2 e diferit de E_1; de ex. $E_2 = 2\,E_1$. Se presupune că tipul de reazem pentru cele două bare e asemenea din punct de vedere geometric şi elastic, şi că forţele critice de flambaj nu solicită barele comparate dincolo de limita de proporţionalitate.

Ca punct de plecare serveşte ecuaţia lui Bernoulli pentru curbura celor două linii elastice asemenea:

pentru execuţia principală (E.) $\quad 1/\varrho_2 = M_2/E_2 J_2 = P_2 y_2/E_2 J_2,$

pentru model (M.) $\quad 1/\varrho_1 = M_1/E_1 J_1 = P_1 y_1/E_1 J_1,$

de unde rezultă
$$\frac{1/\varrho_2}{1/\varrho_1} = \frac{P_2 y_2/E_2 J_2}{P_1 y_1/E_1 J_1} = \frac{P_2 y_2\, E_1 J_1}{P_1 y_1\, E_2 J_2} \quad \text{sau} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{P_2}{P_1}\,\lambda\,\frac{E_1}{E_2}\,\frac{1}{\lambda^4}$$

($\varrho_{1,2}$ = razele de curbură, $M_{1,2}$ = momentele încovoietoare, $J_{1,2}$ = momentele de inerţie). De aceea forţa de flambaj P_2 pentru execuţia principală se calculează cu ajutorul legii de transpunere
$$P_2 = P_1\,\lambda^2\, E_2/E_1 \text{ şi e } P_2 = 12{,}50 \cdot 10^2 \cdot 2 = 2500 \text{ kg}.$$

b) Similitudine dinamică

1. **Concepte fundamentale.** Mişcările execuţiei principale (E.) şi ale modelului (M.) evoluează perfect asemenea din punct de vedere dinamic, dacă cele două fenomene sunt asemenea în toate părţile atât din punct de vedere geometric şi al timpului, cât şi în privinţa forţelor. Corespunzător celor trei unităţi fundamentale ale sistemului tehnic de măsură — m, s, kg —, pe cari ne bazăm aici pretutindeni, există trei scări fundamentale $\lambda, \tau, \varkappa$: scara lungimilor λ, egală cu raportul lungimilor celor două dispozitive geometric asemenea în toate părţile (de ex. corp solid şi lichidul din jur), adică $\lambda = L : l$, scara timpurilor τ, egală cu raportul timpurilor corespunzătoare din E. şi din M., adică $\tau = T : t$, şi scara forţelor $\varkappa$ egală cu raportul forţelor corespunzătoare, adică $\varkappa = K : k$. $\lambda, \tau, \varkappa$ sunt numere invariabile la o încercare de model. Scara de transpunere pentru vitese corespunzătoare e $V : v = \lambda/\tau$, pentru acceleraţii corespunzătoare $B : b = \lambda/\tau^2$. Ecuaţiile diferenţiale ale mişcării sau oricari alte ecuaţii de plecare pentru E. se pot aduce, la fenomene dinamice asemenea, în perfectă concordanţă cu cele pentru M. — La execuţia practică a încercărilor pe model, trebue observată similitudinea geometrică a limitelor locale ale celor două fenomene de comparaţie, ca şi corespondenţa condiţiunilor iniţiale ale lor cu similitudinea dinamică.

2. **Regula scărilor.** In general scara de transpunere pentru două mărimi corespunzătoare trebue formată în acelaşi fel din scările fundamentale $\lambda, \tau, \varkappa$ ca şi unitatea de măsură corespunzătoare din unităţile fundamentale m, s, kg.

Exemplu: Scara de transpunere pentru două puteri corespunzătoare e $E : e = \varkappa\lambda/\tau$, fiindcă puterile se măsoară în kgm/s. După ce s'au determinat $\lambda, \tau, \varkappa$, se poate indica, din rezultatul măsurătorii efectuate asupra modelului, orice mărime a lui E, care lucrează dinamic asemenea, ca valoare numerică şi unitate. In privinţa altor detalii priv. la similitudinea mecanică şi încercarea pe modele îndrumăm la lucrările respective.

3. **Determinarea legilor modelelor.** Dintre $\lambda, \tau, \varkappa$ se poate alege λ de cele mai multe ori în mod arbitrar; de regulă însă τ şi $\varkappa$ nu, fiindcă

există dependenţe între λ, τ şi $\varkappa$. Acestea se pot determina din condiţiunea că trebue să fie valabilă aceeaşi scară $\varkappa$ a forţelor, pentru toate felurile de forţe cari iau parte substanţială la evoluţia celor două fenomene dinamic asemenea. După felul forţelor, rezultă între λ, τ, $\varkappa$ alte dependenţe, şi deci la organizarea încercării modelelor trebue considerate alte legi ale modelelor. Compararea numai a forţelor inerţiale pentru E. şi M. conduce la legea generală de similitudine a lui Newton. Afară de aceasta trebue considerată totodată, când acţionează forţele de gravitaţie terestră, legea lui Froude a modelelor; când acţionează forţele elastice de tipul forţelor lui Hooke, legea lui Cauchy a modelelor, şi când acţionează forţe de frecare interioară a lichidelor vâscoase, legea lui Reynolds a modelelor. Din fiecare fel de forţe determinat printr'un nou coeficient fizic rezultă o nouă lege a modelelor. De aceea forţele normale asupra solidelor sau lichidelor incompresibile nu condiţionează o lege a modelelor. — Dacă iau parte simultan mai multe feluri de forţe la fenomenul de acceleraţie, se produc adesea, cum se arată mai jos, dificultăţi de neînvins, aşa încât atunci nu se poate construi un model perfect care să lucreze dinamic. Coeficienţii fizici se presupun invariabili în domeniul de cercetare.

4. **Legea generală de similitudine a lui Newton.** Compararea forţelor inerţiale ale E. şi M. se poate efectua cum urmează. Fie

$$\text{pentru E.}\quad M\frac{d^2X}{dT^2}=K,\qquad \text{pentru M.}\quad m\frac{d^2x}{dt^2}=k,$$

ecuaţiile diferenţiale cari descriu fenomenul pentru E. şi M., dacă se consideră o particulă de masă şi o orientare X aleasă arbitrar, unde simboalele majuscule, şi mai jos cele din paranteze, privesc fenomenul principal, iar cele minuscule şi neînchise în paranteze fenomenul-model. Pentru scara forţelor $\varkappa$, rezultă deci din compararea forţelor inerţiale: $\varkappa = MB_x/m\,b_x$.

Dacă se notează cu $M/m=\mu$ raportul particulelor de masă corespunzătoare şi se scrie $B_x/b_x=\lambda/\tau^2$ după regula scării pentru raportul acceleraţiilor corespunzătoare, se obţine ecuaţia $\varkappa=\mu\,\lambda/\tau^2$. Dacă e satisfăcută această ecuaţie între cele trei scări fundamentale λ, τ, $\varkappa$, din cauză că

$$M\frac{d^2X}{dT^2}=m\mu\frac{d^2x}{dt^2}\,\frac{\lambda}{\tau^2}=K=k\varkappa$$

ecuaţia pentru fenomenul principal trece în ecuaţia pentru fenomenul-model

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=k.$$

Scriind pentru μ:

$$\mu=M:m=\frac{(\gamma)}{(g)}\,\mathrm{Vol}:\frac{\gamma}{g}\,\mathrm{vol}=(\varrho)\,\mathrm{Vol}:\varrho\,\mathrm{vol}=\frac{(\varrho)}{\varrho}\,\lambda^3,$$

unde (ρ) şi ρ sunt densităţile, (γ) şi γ greutăţile specifice ale celor două materiale accelerate ale lui E. şi M., iar (g) şi g sunt acceleraţiile gravitaţiei pentru E. şi M., urmează

$$\varkappa=\mu\cdot\lambda/\tau^2=(\varrho)/\varrho\cdot\lambda^4/\tau^2\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad(1)$$

relaţiune fundamentală care exprimă că: Pentru ca două fenomene de mişcare să evolueze dinamic perfect asemenea, trebue să fie satisfăcută condiţiunea necesară din ecuaţia (1). Deoarece aici în fiecare caz particular λ, τ, $\varkappa$ sunt valori numerice constante, $(\rho)/\rho$ e şi el o valoare numerică constantă, pentru o anumită comparare a modelelor, legată de λ, τ, $\varkappa$.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă două forțe corespunzătoare oarecari din E. și M. se notează cu K și k, ecuația de condițiune (1) se poate scrie sub forma

$$\varkappa = K/k = (\varrho)/\varrho \cdot \lambda^2 \cdot \lambda^2/\tau^2 = (\varrho)\, FV^2/\varrho f v^2$$

sau, dacă α e un număr fără dimensiune, sub forma cuplului de ecuații

$$K = \alpha\,(\varrho)\, FV^2 \qquad \text{și} \qquad k = \alpha\, \varrho f v^2, \quad \ldots \ldots \quad (1\,\text{a})$$

unde F și f, V și v sunt arii și vitese corespunzătoare oarecari din E. și M. Cuplul de ecuații (1a) reprezintă legea generală de similitudine a lui Newton, care se enunță deci: In ipoteza unei similitudini dinamice perfecte, forțele de inerție corespunzătoare și, din cauza constanței lui $\varkappa$, și celelalte forțe corespunzătoare din E. și M. sunt între ele în raportul densităților celor două materiale, ca și în raportul pătratelor viteselor corespunzătoare. La similitudine dinamică e valabilă deci totdeauna, pentru toate forțele corespunzătoare legea pur pătratică în raport cu vitesele din cuplul de ecuații (1a). — Cu ajutorul relațiunilor $F:f = L_1 L_2 : l_1 l_2$ și $V^2 : v^2 = V_1 V_2 : v_1 v_2 = (V_2 - V_1)\, V_2 : (v_2 - v_1)\, v_2 = L^2 T^{-2} : l^2 t^{-2}$, legii generale de similitudine i se mai pot da următoarele forme convenabile:

$$K = \alpha'\,(\varrho)\, L_1 L_2 V^2 \qquad k = \alpha'\, \varrho\, l_1 l_2 v^2$$
$$K = \alpha''\,(\varrho)\, F V_1 V_2 \qquad k = \alpha''\, \varrho f v_1 v_2$$
$$K = \alpha'''\,(\varrho)\, F (V_2 - V_1)\, V_2 \qquad k = \alpha'''\, \varrho f (v_2 - v_1)\, v_2$$
$$K = \alpha''''\,(\varrho)\, L^4 T^{-2} \qquad k = \alpha''''\, \varrho\, l^4 t^{-2}.$$

Și ecuația (1) a scărilor e echivalentă în conținutul ei cu legea generală de similitudine a lui Newton.

Dacă în metoda modelelor f o r ț e l e i n e r ț i a l e joacă un rol hotărîtor — ca de exemplu în hidrodinamica fluidelor incompresibile și fără frecare (perfecte), în scurgerea în jurul suprafețelor de susținere a avioanelor și în jurul elicelor, ale căror suprafețe exercită mari forțe de accelerație asupra fluidului înconjurător — legea generală de similitudine e de influență hotărîtoare. In aceste cazuri nu trebue să mai ținem seamă, de cele mai multe ori în aproximație strânsă, de alte legi ale modelelor — τ dependent de λ — și la încercările pe modele suntem liberi în alegerea lui λ și τ, adică și în alegerea lui $V/v = \lambda/\tau$. In aceste condițiuni trebue observată numai similitudinea geometrică a corpurilor acceleratoare și accelerate, și se poate folosi fără alte restricțiuni legea generală de similitudine a lui Newton din cuplul de ecuații (1 a).

Dacă e vorba de exemplu de forța ascensională K a unei suprafețe de susținere, măsurată perpendicular pe vitesa V de scurgere, se măsoară forța ascensională corespunzătoare k pe un model geometric asemenea, pentru fiecare unghiu de atac, și se calculează pe urmă α din $\alpha = k/\varrho f v^2$, unde ϱ și v sunt cunoscuți ca densitate și vitesă a lichidului în mișcare în model, iar pentru f se alege produsul dintre adâncimea profilului și lățimea aripii. In aceste condițiuni forța ascensională pentru execuția principală se calculează din $K = \alpha\,(\varrho) FV^2$, unde α e aceeași constantă ca mai sus la încercarea modelului și densitatea de lichid (ϱ) ca și F și V se referă la mărimile corespunzătoare din E. Dacă forțele de vâscozitate au însă o influență substanțială, trebue observată l e g e a l u i R e y n o l d s a m o d e l e l o r, după 7.

5. Legea lui Froude a modelelor. Dacă se exercită asupra E. și M. forțele de gravitație ale pământului ca forțe acceleratoare, e valabilă din nou legea generală de similitudine a lui Newton din ecuația (1) $\varkappa = (\varrho)/\varrho \cdot \lambda^4/\tau^2$ pe baza comparării forțelor inerțiale — și totodată, ținând seamă de forțele de gravitație, relațiunea

$$\varkappa = M\,(g)/m\, g = (\gamma)\,\text{Vol}/\gamma\,\text{vol} = (\gamma)/\gamma \cdot \lambda^3,$$

așa încât avem și

$$\frac{(\gamma)}{\gamma}\lambda^3 = \frac{(\varrho)}{\varrho}\frac{\lambda^4}{\tau^2} \qquad \text{sau} \qquad \frac{(\gamma)/(\varrho)}{\gamma/\varrho} = \frac{\lambda}{\tau^2} \qquad \text{sau} \qquad \frac{(g)}{g} = \frac{\lambda}{\tau^2}$$

De mai sus rezultă $\tau = \sqrt{\lambda\, g/(g)}$ . . . . (2)

şi pentru timpurile corespunzătoare T şi t:

$$T : t = \sqrt{L/(g)} : \sqrt{l/g}. \quad \text{(2 a)}$$

Ecuaţia (2) arată că scara timpurilor nu poate fi aleasă arbitrar, ci e determinată după ce s'a ales λ. Cu ajutorul ecuaţiei (2) rezultă din $V/v = \lambda/\tau$ pentru vitesele corespunzătoare raportul $V : v = \sqrt{\lambda\,(g)/g}$ sau

$$V : v = \sqrt{L\,(g)} : \sqrt{l\,g}, \quad \text{(2 b)}$$

o ecuaţie care se foloseşte ca lege a lui Froude a vitezelor corespunzătoare în construcţii navale pentru cazul $(g) = g$, sub forma: Pentru ca sistemele de unde ale E. şi M. cari se produc sub influenţa gravitaţiei la suprafaţa apei să evolueze dinamic asemenea, trebue ca vitesa de remorcaj a M. şi vitesa de circulaţie a E., adică a vasului mare geometric asemenea, să se raporteze una la alta ca radicalii lungimilor corespunzătoare.

Deoarece teoria actuală a modelelor preferă reprezentarea independentă de scări a rezultatelor încercărilor pe modele, transformăm cum urmează legea modelelor a lui Froude: Din ecuaţia (2 b) urmează:

$$V/\sqrt{L\,(g)} = v/\sqrt{l\,g} = F, \quad \text{(2 c)}$$

unde F e un număr fără dimensiune, constanta lui Froude. Această lege a modelelor din ecuaţia (2 c) exprimă că: Dacă fenomenele de mişcare în E. şi în M. evoluează dinamic asemenea sub acţiunea forţelor de gravitaţie ale pământului, chiar dacă se aleg pentru E. şi pentru M. sisteme de măsură diferite, cele două constante F ale lui Froude au pentru E. şi M. aceeaşi valoare. Enunţurile ecuaţiilor (2), (2 a), (2 b) şi (2 c) sunt echivalente şi reprezintă legea lui Froude a modelelor, care trebue respectată când acţionează forţe de gravitaţie terestră.

Pentru lămurirea reprezentării independente de scări folosim exemplul unei suprafeţe de cârmă de formă oarecare, aşezată sub un unghiu oarecare, care nu intră complet în apă şi provoacă sub acţiunea gravitaţiei unde de suprafaţă. La un mic model geometric, asemenea cu execuţia principală, se măsoară separat forţa k la anumite adâncimi de imersiune şi anumite unghiuri de atac, pentru fiecare vitesă de scurgere v, se calculează pe urmă pentru fiecare valoare a lui v constanta α din $\alpha = k/\rho f v^2$ şi se trece α ca ordonată deasupra constantei lui Froude $F = v/\sqrt{l\,g}$ drept abscisă. Curba determinată prin puncte: α deasupra lui $v/\sqrt{l\,g}$ sau $\alpha = f\,(F)$ se numeşte caracteristica forţei k. Ea e valabilă pentru toate cazurile cari lucrează geometric asemenea, oricare ar fi mărimea, vitesa şi lichidul. Pentru E. forţa corespunzătoare se calculează din $K = \alpha(\rho) F V^2$, unde α e valoarea ordonatei caracteristicei determinate prin încercările modelului, care corespunde punctului de abscisă $v/\sqrt{l\,g} = V/\sqrt{L(g)} = F$ al cazului respectiv.

Această metodă conduce la acelaşi rezultat ca şi când s'ar respecta la fiecare din încercări legea vitezelor corespunzătoare şi s'ar determina fiecare valoare a lui K din k măsurat, ocolindu-l pe α, din relaţia:

$$\varkappa = K/k = (\rho)/\rho \cdot \lambda^4/\tau^2 = (\rho)\, F\, V^2/\rho f v^2$$

sau

$$\varkappa = K/k = \lambda^3\,(\gamma)/\gamma,$$

unde (γ) şi γ sunt greutăţile specifice ale materialelor accelerate [1]).

6. **Legea lui Cauchy a modelelor.** Dacă acţionează forţe inerţiale şi forţe elastice de tipul Hooke asupra unui corp în formă de bară, ca de ex. oscilaţiile longitudinale în bare sau fire, ţinând seamă de forţele de inerţie, e valabilă iarăşi legea generală de similitudine a lui Newton

$$\varkappa = (\rho)/\rho \cdot \lambda^4/\tau^2$$

[1]) Cu privire la dificultăţile speciale dela încercările modelelor de vase şi eliminarea lor se va compara Johow-Foerster, Hilfsbuch für den Schiffbau, ed. a 5-a, Berlin 1928, Springer, sau lucrările despre similitudinea mecanică trecute în nota dela p. 435 ca şi legea modelelor a lui Reynolds de sub 7.

și, dacă E și e sunt modulele de elasticitate pentru E. și pentru M., deoarece $K = (\sigma) F = (\varepsilon) EF$ și $k = \sigma f = \varepsilon\, e f$, urmează și condițiunea (ca sub a) similitudine statică):
$$\varkappa = \frac{K}{k} = \frac{(\varepsilon) E F}{\varepsilon e f} = \frac{E}{e}\lambda^2,$$
fiindcă alungirile $(\varepsilon) = \Delta L/L$ și $(\varepsilon) = \Delta l/l$ dau valori egale pentru E. și M. din cauza postulării de similitudine geometrică. Urmează deci
$$(\varrho)/\varrho \cdot \lambda^4/\tau^2 = \lambda^2 E/e,$$
de unde rezultă τ în funcțiune de λ:
$$\tau = \lambda \sqrt{\frac{e/\varrho}{E/(\varrho)}} \, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3)$$
Pentru timpurile corespunzătoare avem deci $T : t = L/\sqrt{E/(\varrho)} : l/\sqrt{e/\varrho}$, ... (3a)

așa încât, la material egal pentru E. și M., timpurile de oscilație se raportă unele la altele ca dimensiunile liniare. Pentru vitesele corespunzătoare rezultă din $V/v = \lambda/\tau$:
$$V : v = \sqrt{E/(\varrho)} : \sqrt{e/\varrho}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3b)$$
așa încât, la material egal, urmează legea modelelor a lui Cauchy pentru vitese corespunzătoare sub forma $V = v$. Pentru reprezentarea fără dimensiune rezultă
$$V/\sqrt{E/(\varrho)} = v/\sqrt{e/\varrho} = C, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3c)$$
unde C e un număr fără dimensiune, constanta lui Cauchy. Această lege de modele din ecuația (3 c) enunță că: Dacă două astfel de fenomene evoluează în E. și în M. perfect asemenea din punct de vedere dinamic, chiar și la alegere diferită a sistemelor de măsură, cele două constante C ale lui Cauchy au aceeași valoare pentru E. și M. Enunțurile ecuațiilor (3), (3 a), (3 b) și (3 c) sunt echivalente și reprezintă legea modelelor a lui Cauchy, de respectat când acționează forțele elastice amintite. Dacă E. și M. sunt din acelaşi material, urmează pentru forțe: $\varkappa = K : k = \lambda^2 = F : f$, de unde rezultă egalitatea tensiunilor. La materiale diferite, cifra de contracțiune transversale a lui Poisson, $1/m$, trebue să fie cât mai egală în E. și M.

Pentru fenomenele de încovoiere în corpuri în formă de bară sunt valabile aceleași legi ale modelelor. Dacă se cercetează însă în corpurile în formă de bară fenomene de tăiere de tipul Hooke în locul fenomenelor de întindere, e convenabil să se înlocuiască în E. și în M. modulul de elasticitate E și e prin modulul de tăiere G și g. Legea modelelor a lui Cauchy pentru oscilațiile proprii din arborii de mașini în E. și în M. se poate scrie deci, la alegere de materiale diferite: $T : t = L/\sqrt{G/(\rho)} : l/\sqrt{g/\rho}$ sau, la egalitate de materiale: $T : t = L : l$ adică duratele de oscilație se raportă între ele ca dimensiunile liniare ale E. și M. sau frecvențele invers ca dimensiunile liniare. Pentru aplicabilitatea metodei modelelor la fenomene elastice spațiale în plăci, discuri, vase, clopote și în solide limitate cp. prima sursă din bibliografia indicată sub III.

7. **Legea lui Reynolds a modelelor.** Dacă la un fenomen de scurgere acționează forțele inerțiale și forțele de frecare interioară a fluidelor vâscoase, la cari problema compresibilității nu se pune, avem, dacă ținem seamă de forțele de inerție: $\varkappa = (\rho)/\rho \cdot \lambda^4/\tau^2$

și comparând forțele K și k de frecare interioară, dacă (η) și η reprezintă vâscozitățile fluidelor din E. și M. în sistemul tehnic — adică în $kg\, s\, m^{-2}$, fiindcă
$$\frac{dV}{dN} : \frac{dv}{dn} = \frac{\lambda}{\tau}\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\tau}$$
$$\varkappa = \frac{K}{k} = \left[(\eta)\frac{dV}{dN}F\right] : \left[\eta\frac{dv}{dn}f\right] = \frac{(\eta)}{\eta}\frac{1}{\tau}\lambda^2.$$

Scanned with OKEN Scanner

De aici rezultă $\frac{(\varrho)}{\varrho}\frac{\lambda^4}{\tau^2}=\frac{(\eta)}{\eta}\frac{\lambda^2}{\tau}$, $\tau=\lambda^2\frac{\eta/\varrho}{(\eta)/(\varrho)}$ . . . . (4)

şi pentru timpuri corespunzătoare din E. şi M.

$$T:t=\frac{L^2}{(\eta)/(\varrho)}:\frac{l^2}{\eta/\varrho}=\frac{L^2}{(\nu)}:\frac{l^2}{\nu}, \quad . . . . . . (4a)$$

numind câtul dintre vâscozitatea tehnică şi densitate vâscozitate cinematică (ν) şi ν pentru E. şi M. — de măsurat în $m^2 s^{-1}$. Pentru vitesele corespunzătoare rezultă cu $V/v=\lambda/\tau$:

$$V:v=\frac{1}{\lambda}\frac{(\eta)/(\varrho)}{\eta/\varrho}=\frac{(\nu)}{L}:\frac{\nu}{l}, \quad . . . . (4b)$$

o ecuaţie care trece în $V:v=1/L:1/l$ sau în $VL=vl$ la egalitate a celor două fluide şi se enunţă, ca legea lui Reynolds a modelelor în înţeles restrâns, pentru vitese corespunzătoare: La alegerea unor fluide egal de vâscoase pentru E. şi M., vitesele corespunzătoare se raportă unele la altele invers ca dimensiunile liniare corespunzătoare. — Pentru reprezentarea independentă de dimensiuni rezultă din ecuaţia (4b):

$$VL/(\nu)=v\,l/\nu=R, \quad . . . . (4c)$$

unde R — notat şi Re — e un număr fără dimensiune, constanta lui Reynolds. Această lege a modelelor din ecuaţia (4c) enunţă că: Dacă două fenomene de scurgere în fluide vâscoase din E. şi M. evoluează perfect asemenea din punct de vedere dinamic, chiar şi la alegerea unor sisteme de măsură diferite, cele două constante R ale lui Reynolds au aceeaşi valoare pentru E. şi M. Enunţurile ecuaţiilor (4), (4a), (4b) şi (4c) sunt echivalente şi reprezintă legea modelelor a lui Reynolds, de respectat când acţionează forţe interioare de frecare.

La egalitatea materialelor în E. şi M. urmează pentru forţe

$$\varkappa=K/k=(\eta)\,\lambda\,\lambda/\eta\,\tau=(\eta)\,VL/\eta\,v\,l=(\eta)\,(\nu)/\eta\,\nu=1,$$

adică la alegerea unor fluide egale se produc forţe corespunzătoare egale în fenomenele de scurgere dinamic asemenea.

Intrebuinţarea de fluide egale pentru E. şi M. conduce la condiţiunea de regulă imposibil de satisfăcut $V:v=1/L:1/l$, după care ar trebui ca, pentru modelul de λ ori mai mic în dimensiunile liniare, să se dimensioneze vitesa de λ ori mai mare decât pentru E. Vom încerca să ne ajutăm fie alegând fluide diferite pentru E. şi M., fie acelaşi fluid în stări diferite. Astfel se înving de ex. dificultăţile când încercările modelului — în loc a se face în aer ca pentru E. — se execută în apă, a cărei vâscozitate cinematică e, după condiţiunile de temperatură, de 10...20 ori mai mică decât a aerului. Dacă încercarea modelului e să se execute şi în aer ca la E., se poate mări densitatea ϱ prin comprimare puternică a aerului în tunelul aerodinamic şi micşora astfel ν şi scădea împreună cu ν vitesa v din model până ce se obţine condiţiunea de constantă Reynolds R egală pentru E. şi M.

Lămurim reprezentarea independentă de dimensiuni în problema scurgerii fluidelor vâscoase printr'o conductă cilindrică dreaptă. Pierderile de sarcină prin rezistenţă pentru E. şi M. sunt, la scurgere dinamic perfect asemenea: $W=\alpha\,L/D\cdot V^2/2(g)$ şi $w=\alpha\,l/d\cdot v^2/2g$, unde α e un număr fără dimensiune, coeficientul de rezistenţă, de determinat din ecuaţia $\alpha=w/(l/d\cdot v^2/2g)$,

prin încercări pe model — dimensiunile modelului să nu fie prea mici — pentru o conductă de rugozitate dată a pereţilor interiori, la vitese de scurgere mereu altele, prin măsurarea lui w. Coeficientul α se trece în ordonate deasupra constantei lui Reynolds $R=vd/\nu$ ca abscisă. Curba $\alpha=f(R)$ se numeşte caracteristica coeficienţilor de rezistenţă.

Fenomenul de scurgere dinamic asemenea din E. are acelaşi R şi deci acelaşi α, aşa încât se obţine pierderea de sarcină prin rezistenţă W pentru E.

Să se compare în această legătură relatările referitoare la coeficienţii de rezistenţă dela p. 472, privitor la scurgerea prin conductele pline şi lucrările mai noi din ZAM privitoare la ei, ca şi influenţa rugozităţii suprafeţei (sub 9).

8. **Legea lui Mach a modelelor şi alte legi ale modelelor.** Afară de legile modelelor stabilite mai sus, există şi altele, întru cât fenomenele de comparaţie în chestiune sunt influenţate şi de alte cauze fizice şi deci de alte constante fizice, diferite de cele tratate mai sus. In balistică şi navigaţie aeriană, ca şi în general la scurgerile fluidelor elastice de exemplu, trebue ţinut seamă de legea modelelor a lui Mach, dacă vitesele sunt apropiate de vitesele sunetului în fluidele respective, fiindcă în acest caz fenomenele se schimbă esenţial. In acest caz similitudinea e de aşteptat numai dacă, afară de egalitatea celorlalte constante, e aceeaşi pentru E. şi M. şi *constanta lui Mach*

$$(c)/(a) = c/a = M.$$

Mai sus (c) şi c sunt două vitese corespunzătoare oarecari în E. şi M., iar (a) şi a vitesele sunetului în cele două lichide din E. şi în M.

Pentru *fenomenele de capilaritate* din fenomenele de comparaţie e valabilă o lege a modelelor specială pentru capilaritate [1]).

9. **Influenţa rugozităţii suprafeţei.** Similitudinea dinamică perfectă presupune pentru pereţii udaţi formă geometrică asemenea nu numai în mare, ci şi în mic, adică rugozitate. Trebue să se observe deci o *rugozitate relativă* egală, şi nu una absolută egală.

In crearea de condiţiuni de scurgere asemenea pentru E. şi pentru M. în apropierea imediată a pereţilor, cu scopul de a putea transpune rezultatele dela model cu preciziune practic suficientă asupra execuţiei principale, se constată actualmente la executarea încercărilor pe modele dificultăţi mai ales în construcţiile navale şi aviatice, ca şi la transmisiunea căldurii, dificultăţi la a căror învingere se lucrează actualmente. Referatul cuprins în fascicula 2 din Aprilie 1933 din Schiffbautechnische Forschungshefte, privitor la a 17-a seară de discuţii a asociaţiei Schiffbautechnische Gesellschaft dă o privire rezumativă asupra problemei similitudinii în determinarea rezistenţei vehiculelor de navigaţie pe apă şi aeriană: „Das Ähnlichkeitsproblem in der Widerstandsbestimmung von Wasser- und Luftfahrzeugen". Până acum încă nu s'a reuşit să se imite simplu în model şi perfect asemenea celor din execuţia principală, fenomenele principale de frecare, dominate de fenomene moleculare.

10. **Legile modelelor la coacţionarea mai multor feluri de forţe.** Dacă la fenomenele de acceleraţie din E. şi din M. iau parte câte două feluri diferite de forţe, de ex. forţe de gravitaţie şi elastice, ca la trecerea unui tren peste un pod care se transpune în oscilaţii, mai trebue considerate, afară de legea generală de similitudine a lui Newton, totodată şi două legi de modele, pentru fiecare fel de forţe câte una. Pentru cele trei scări fundamentale λ, τ, $\varkappa$ există în acest caz trei ecuaţii de condiţiune. λ nu mai poate fi ales deci arbitrar, ci e de calculat din ele odată cu τ şi $\varkappa$. In realitate, legile modelelor prescrise sunt adesea greu de îndeplinit. Pentru alte detalii şi pentru similitudinea dinamică „incompletă" sau „aproximativă" trimitem la prima sursă din bibliografie (nota din p. 435), v. indicaţiile din p. 384.

11. **Deducerea expeditivă a legilor modelelor din compararea constantelor de material** o permite metoda care urmează, lămurită printr'un exemplu. La mişcarea accelerată a unui fluid incompresibil apar în ecuaţiile diferenţiale şi în celelalte ecuaţii de plecare, dacă fenomenul e influenţat numai de frecarea interioară, dar nu de greutate, drept coeficienţi fizici sau constante de material, densitatea ρ şi vâscozitatea η şi

[1]) Detalii şi alte legi ale modelelor în M. Weber, Jahrb. Schiffbautech. Ges. 1930, p. 318.

anume sub forma câturilor $(\eta)/(\rho)$ pentru E. și η/ρ pentru M. de unitatea de măsură kg s m^{-2}: kg s^2 m^{-4} = m^2 s^{-1}. Avem deci după ecuația (4):

$$\frac{(\nu)}{\nu} = \frac{(\eta)/(\varrho)}{\eta/\varrho} = \lambda^2 \tau^{-1} = \lambda \frac{\lambda}{\tau} = \frac{L\,V}{l\,v}$$ de unde rezultă imediat $$V L/(\nu) = v\, l/\nu = R$$

adică legea lui Reynolds a modelelor din ecuația (4 c).

Se poate deduce analog, din raportul constantelor de material γ și ρ sau e și ρ cari influențează fenomenul, imediat legea modelelor a lui Froude sau a lui Cauchy a modelelor.

Generalizând această metodă, se poate stabili regula: Dacă la un fenomen fizic participă hotărîtor patru constante de material ρ, α, β, γ, trebue considerate cele trei legi ale modelelor cari rezultă prin întrebuințarea regulii dimensiunii din α/ρ, β/ρ și γ/ρ.

Aici nu trebue stabilite deci nici ecuațiile diferențiale sau de plecare nici legea experimentală fizică în chestiune; ajunge cunoașterea constantelor fizice invariabile sau a constantelor de material cari influențează fenomenul.

Și metoda reprezentării independente de dimensiuni a legăturilor fizice dă constantele numerice și legile modelelor de considerat în fiecare caz. Detalii cu privire la aceasta în nota din p. 435, sursa 3 și 4 (din 1930), p. 313 și p. 78.

c) Similitudine termică

Legea lui Fourier a modelelor. Presupunem că într'un corp solid, omogen și izotrop ca execuție principală intră și iese căldură din cauza diferențelor de temperatură la suprafață, așa încât temperatura variază cu timpul în fiecare punct al corpului. Presupunem că nu există deci stare staționară; temperatura dintr'un punct oarecare al corpului e funcțiune de cele trei coordonate ale punctului și de timp. Ecuația matematică de plecare e cunoscută, fenomenul din spațiu și timp fiind descris de ecuația cu derivate parțiale a lui Fourier privitoare la conducția căldurii. Integrarea e presupusă însă prea complicată, așa încât pentru rezolvare se face apel la procedeul modelelor. Presupunem corpul-model, geometric asemenea, constând dintr'un alt material omogen și izotrop, expus unor diferențe de temperatură asemenea (asemenea în înțelesul explicațiunii de mai jos) și că s'a determinat prin măsurători câmpul de temperatură pentru un anumit moment sau cantitatea de căldură scursă. In ce condițiuni se pot transpune rezultatele măsurătorilor efectuate pe model, asupra execuției principale termic perfect asemenea; cum se enunță legea modelelor de respectat în acest caz?

Scările principale: Scara lungimilor $\lambda = L:l$, scara timpurilor $\tau = T:t$ și scara temperaturilor $\delta = \theta:\vartheta$, unde θ și ϑ sunt temperaturi absolute corespunzătoare pentru E. și M. In multe cazuri e indiferent față de ce punct zero se contează temperatura; în acest caz lucrurile depind numai de diferențele de temperatură, așa încât e de notat $\delta = \Delta\theta : \Delta\vartheta$. In locul similitudinii în privința forțelor intervine aici similitudinea în privința temperaturilor. Ecuația diferențială a lui Fourier pentru conducția căldurii în corpuri solide e:

pentru E. $$\frac{\partial \theta}{\partial T} = (a)\left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2}\right] = (a)\,\nabla^2 \theta,$$

pentru M. $$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a\left[\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}\right] = a\,\nabla^2 \vartheta,$$

unde $(a) = (\lambda_w)/(c)(\gamma)$ e difuzibilitatea termică a E. și $a = \lambda_w/c\gamma$ a M. (λ_w) și λ_w sunt conductibilitățile termice ale celor două corpuri din E. și M., (c) și c căldurile lor specifice, (γ) și γ greutățile lor spe-

Scanned with OKEN Scanner

cifice. Legea modelelor de considerat pentru conducţia căldurii în corpuri solide se găseşte căutând condiţiunea pe care trebue să o satisfacă cele trei scări principale λ, τ, δ, pentru ca ecuaţia diferenţială pentru E. să treacă în cea pentru M.

In acest scop se scriu pe rând diferiţii termeni ai ecuaţiei diferenţiale pentru E. cum urmează:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t}\,\frac{\delta}{\tau}=(a)\left[\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}\,\frac{\delta}{\lambda^2}+\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2}\,\frac{\delta}{\lambda^2}+\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}\,\frac{\delta}{\lambda^2}\right].$$

Această ecuaţie trece în ecuaţia diferenţială de mai sus pentru M., dacă există între λ, τ şi δ relaţiunea

$$\delta/\tau=(a)/a\cdot\delta/\lambda^2,$$

$$\tau=\lambda^2\, a/(a), \qquad (5)$$

unde trebue ţinut seamă că scara temperaturii δ s'a eliminat. Pentru timpurile corespunzătoare din E. şi M. avem deci:

$$T:t=O/(a):o/a, \qquad (5\,a)$$

unde O şi o sunt două suprafeţe oarecari corespunzătoare, de ex. suprafeţele lui E. şi M.

Pentru reprezentarea independentă de dimensiuni rezultă din ecuaţia (5):

$$L^2/T(a)=l^2/t\,a=Fo \qquad (5\,b)$$

unde Fo e un număr fără dimensiune, constanta lui Fourier. In încercările modelelor se lucrează adesea cu valoarea reciprocă $T(a)/L^2=t\,a/l^2$. Legea lui Fourier a modelelor din ecuaţia (5 b) exprimă că: dacă două fenomene de conducţia căldurii evoluează termic perfect asemenea în corpurile solide din E. şi M., cele două constante Fourier Fo au aceeaşi valoare pentru E. şi M. Enunţurile ecuaţiilor (5), (5 a) şi (5 b) sunt echivalente. La organizarea încercărilor pe modele şi transpunerea asupra execuţiei principale trebue avut grijă mai ales în ce priveşte similitudinea repartiţiei temperaturii pe suprafeţele lui E. şi M. — Dacă conducţia termică a unei execuţii principale de exemplu de $\lambda=10$ ori mai mare în dimensiunile liniare e de două ori mai mare decât a corpului modelului, un anumit fenomen de conducţia căldurii durează în E. după ecuaţia (5 a) — la similitudine a repartiţiei temperaturii — de 50 ori mai mult decât cel corespunzător în M.

d) Similitudine termodinamică

Legea lui Péclet a modelelor. La fenomene termice în gaze şi lichide trebue respectate legile de mai jos ale modelelor, unde apar cele patru scări fundamentale $\lambda, \tau, \varkappa$ şi δ pentru lungimi, timpuri, forţe şi temperaturi (în grade Kelvin grd). Dacă de ex. greutatea şi vâscozitatea influenţează scurgerea unui gaz perfect, sunt în chestiune în primul rând legile modelelor lui Froude şi Reynolds. Fiindcă schimbul de căldură în interiorul gazului e condiţionat de conductibilitatea lui termică λ_w în kg s^{-1} grd^{-1} şi de căldura lui specifică raportată la unitatea de volum şi la presiune constantă $c_p\gamma$ în kg m^{-2} grd^{-1} — adică aici ambele constante în unităţi pur mecanice — trebue respectată o a doua lege a modelelor, care urmează după b) 11 din raportul celor două constante de material invariabile, a cărei unitate e $m^2\,s^{-1}$, şi anume

$$\frac{(a)}{a}=\frac{(\lambda_w)/(c_p)(\gamma)}{\lambda_w/c_p\,\gamma}=\lambda^2\tau^{-1}=\lambda\frac{\lambda}{\tau}=\frac{L\,V}{l\,v}.$$

De mai sus urmează constanta fără dimensiune

$$V\,L/(a)=v\,l/a=P \qquad (6)$$

sau

$$L^2/T(a)=l^2/t\,a=P_t, \qquad (6\,a)$$

unde $(a)=(\lambda_w):(c_p)(\gamma)$ şi $a=\lambda_w:c_p\gamma$ sunt constantele de conducţie sau conductibilităţile termice cinematice ale celor două gaze în E. şi M., şi numărul fără dimensiune P — notat recent şi cu Pe — se va numi constanta lui Péclet raportată la vitesă şi P_t constanta lui Péclet raportată la timp. Legea lui Péclet a modelelor din ecuaţia (6) enunţă că: Dacă două fenomene de scurgere evoluează în gazele ideale din E. şi M. perfect asemenea din punct de vedere termodinamic sub

Scanned with OKEN Scanner

influența conductibilității termice și a căldurii specifice, cele două constante ale lui Péclet au aceeași valoare pentru E. și M. Afară de aceasta e valabilă legea lui Froude și a lui Reynolds a modelelor[1]) Pentru fenomenele de scurgere în lichidele incompresibile sunt valabile deasemenea legile modelelor ale lui Froude, Reynolds și Péclet; în ultima trebue înlocuit însă $c_p \gamma$ cu $c \gamma'$, unde c e căldura specifică a lichidului.

Intru cât la gaze densitatea ρ e variabilă în măsură considerabilă, se mai adaugă legea de stare; în rest îndrumăm la nota dela p. 435, sursa 3 din bibliografie (p. 307).

Fenomenele de scurgere în jurul execuției principale și a modelului geometric asemenea trebue să fie deci simultan asemenea din punct de vedere dinamic și termic, având-se grijă deosebită ca și condițiunile la limită să satisfacă din toate punctele de vedere similitudinea perfectă. Pentru două forțe oarecari corespunzătoare K și k din E. și M. se poate scrie în aceste condițiuni pe baza cifrelor 4 și 5 de sub b):

$$K = \alpha (\rho) F V^2 \quad \text{și} \quad k = \alpha \rho f v^2,$$

unde $\alpha = f(F, R, P)$ are aceeași valoare numerică pentru E. și M., fiindcă F, R și P dau aceeași valoare numerică în cele două fenomene de comparație asemenea. Dacă α depinde de F, R, P, e și funcțiune de constantele reciproce, așa încât se poate scrie $\alpha = f_1 (F^{-1}, R^{-1}, P^{-1},)$ sau în generalizarea acestei idei și $\alpha = f_2 (F^a, R^b, P^c,)$. In acest caz există însă și următoarea dependență: $\alpha = f_3 (F, R, RP^{-1})$.

IV. Mecanica corpurilor plastice

Prelucrare de profesor dr.-ing. E. Siebel, Stuttgart

A. Bazele[1])

a) Plasticitatea

Conceptul. Starea corpurilor solide în care, sub o încărcare, își pot modifica permanent în mare măsură forma, fără o slăbire sensibilă a coeziunii lor, se numește stare plastică. Deformațiunile plastice depind la metale în principal de deformarea diferitelor granule de cristal din cari sunt constituite aceste materiale, prin translație sau formare de cristale gemene; la masele moi, ca de ex. la lutul umed, depind însă în principal de deplasarea relativă a granulelor. Ambele fenomene se pot petrece simultan. La temperatură ridicată apar, pe lângă deplasările șirurilor de atomi în granule de cristal (translații), schimbările de loc ale diferiților atomi ca urmare a agitațiunii termice.

Dacă ruperea e precedată numai de mici deformări elastice, sau dacă componentele permanente ale deformării nu sunt cu mult mai mari decât componentele ei elastice, se obișnuește ca materialul să se numească fragil sau casant. Fragilitatea și plasticitatea nu sunt însă proprietăți cari să i se poată atribui unui anumit material în toate condițiunile.

---

[1]) Alte indicații la Gröber-Erk, Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. Berlin 1933, Springer. — Thoma, Hochleistungskessel, Berlin 1921, Springer. — M. ten Bosch, Die Wärmeübertragung, Berlin 1936, Springer.

[2]) Bibliografie: Schmid și Boas, Kristallplastizität, Berlin 1935, Springer. — P. Ludwik, Elemente der technologischen Mechanik, Berlin 1909, Springer. — Sachs, Grundbegriffe der mechanischen Technologie der Metalle, Leipzig 1925, Akad. Verlagsges. — Acelaşi, Spanlose Formung der Metalle, Berlin 1931, Springer. — Nádai, Der bildsame Zustand der Werkstoffe, Berlin 1927, Springer. — Siebel, Die Formgebung im bildsamen Zustand, Düsseldorf 1932, Stahleisen.

Scanned with OKEN Scanner

Acelaşi material se poate comporta fragil într'o stare de tensiune şi poate fi capabil de deformare plastică într'o altă stare de tensiune. Repeziciunea de încărcare şi temperatura au influență asupra plasticității. Ridicarea temperaturii uşurează formarea de suprafețe de alunecare în granulele de cristal, pe când o mare repeziciune de încărcare promovează tendința spre rupere fragilă.

b) Starea de tensiune la deformarea plastică

Notăm cu:

k_f rezistența la deformație [kg/mm² resp. kg/cm²],

φ deformația,

σ tensiunile principale [kg/mm² resp. kg/cm²],

ω repeziciunea de deformare [1/s],

σ_F tensiunea la limita de curgere [kg/mm² resp. kg/cm²],

ε alungirea specifică.

Condițiuni de plasticitate. Cercetări la monocristale au arătat că alunecarea sau formarea de cristale duble începe de îndată ce tensiunile tangențiale din plane date de constituția cristalelor, în direcțiuni condiționate de asemenea de constituția cristalină, ating o valoare limită. Potrivit cu aceasta apar în materialele metalice constituite policristalin deformări permanente, de îndată ce tensiunile tangențiale cari apar resp. diferențele dintre tensiunile principale ating o anumită mărime (t e n s i u n e a d e c u r g e r e, rezistența la deformație k_f). Dacă starea de tensiune se caracterizează prin cele trei tensiuni principale $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, unde presupunem $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, intră în considerație drept condițiuni de plasticitate

$$\sigma_1 - \sigma_3 = k_f \text{ (ipoteza tensiunii tangențiale)}, \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\,k_f^2 \\ \text{(ipoteza energiei de deformație)}\end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Condițiunea de plasticitate (2) e în cea mai bună concordanță cu rezultatele experiențelor respective; eroarea care apare la întrebuințarea condițiunii de plasticitate (1), adică la neglijarea influenței tensiunii principale mijlocii σ_2, e însă numai mică.

La unele metale, în particular la oțelul foarte moale sau la materialele întărite la rece, deformațiile permanente încep foarte brusc la atingerea unei anumite valori σ_F a diferenței dintre tensiunile principale, eventual însoțite de o scădere a sarcinii, şi se ajunge la formarea unei limite de curgere. Deformarea se produce în straturi de alunecare cari au direcțiunea tensiunilor tangențiale maxime. In mod normal trecerea în starea plastică se petrece însă încetul cu încetul, prin apariția şi a deformațiilor plastice pe lângă cele elastice, odată cu creşterea tensiunilor. Dacă e vorba de deformații mai mari, cum sunt cele în chestiune la încercarea de rezistență şi la metodele de încercare tehnologică, ca şi la fasonarea plastică, comportarea materialului e determinată de curbe de curgere, cari caracterizează mersul rezistenței la deformație k_f cu însăşi deformația φ.

c) Starea de tensiune la rupere. Deformabilitatea

De îndată ce tensiunile de întindere sau cele tangențiale cari apar se urcă până la anumite valori limită, apare o rupere prin separare resp. o rupere prin alunecare. Comportarea tenace sau fragilă a unui material e determinată de faptul dacă rezistența la separare sau alunecare se găseşte deasupra rezistenței de curgere, adică deasupra valorii tensiunii σ_1 necesară pentru deformare, sau invers. La deformarea plastică deformabilitatea e epuizată de îndată ce rezistența de curgere, care creşte odată cu deformația, atinge valoarea rezistenței la separare a materialului care e micşorată de destrămarea asociată deformării. Fiindcă după

ecuațiile (1) și (2) rezistența de curgere $\sigma_1 = \sigma_2 + \sigma_F$ e mărită de tensiuni de întindere σ_3 în direcțiunea transversală, deformabilitatea depinde, cum a arătat pentru prima oară P. Ludwik[1]), în mare măsură de felul solicitării. In general deformabilitatea unui material crește cu presiunea mijlocie sub care se petrece deformația:

$$p_m = -\sigma_m = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

d) Curgerea plastică a materialului

La deformarea plastică, volumul V al unui corp poate fi considerat invariabil. Pentru un paralelepiped ca în fig. 1 avem deci

$$V = l\,b\,h = \text{const.} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Dacă se numește lungire mărimea $\int_{l_0}^{l_1} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_1}{l_0} = \varphi_1$, lătire mărimea $\int_{b_0}^{b_1} \frac{db}{b} = \ln \frac{b_1}{b_0} = \varphi_2$ și turtire mărimea $\int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \ln \frac{h_1}{h_0} = \varphi_3$, urmează din (4) pentru deformațiile φ_1 φ_2 și φ_3 relațiunea

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0. \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (5\,a)$$

Dacă deformațiile sunt mici, această relațiune e valabilă și dacă deformațiile se raportează la dimensiunile inițiale în locul celor instantanee:

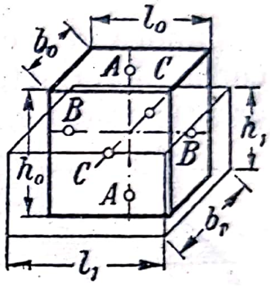


Fig. 1.

$$\Delta\, l/l_0 + \Delta\, b/b_0 + \Delta\, h/h_0 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0. \quad (5\,b)$$

Direcțiunile deformațiilor principale coincid cu ale tensiunilor principale.

Derivata deformării în raport cu timpul $d\varphi/dt = w$ se numește repeziciunea de deformare. Cum s'a arătat prin încercări, în starea plastică legătura dintre tensiunile σ_1, σ_2 și σ_3 și dintre repeziciunile de deformare w_1, w_2 și w_3 e dată de relațiunea

$$w_1 : w_2 : w_3 = (\sigma_1 - \sigma_m) : (\sigma_2 - \sigma_m) : (\sigma_3 - \sigma_m). \quad . \; . \; . \quad (6)$$

Repeziciunea de deformare în cele trei direcțiuni principale e proporțională cu mărimea deviatorului de tensiune corespunzător.

B. Stări de echilibru la începutul deformării plastice[2])

a) Condițiunile de solicitare la limită de curgere pronunțată[3])

La materialele cu limită de curgere σ_F netă, la cari diagrama tensiune-alungire (lungire specifică) arată ca în fig. 2, se poate urmări în multe cazuri prin calcul începutul deformării permanente (a), propagarea stării plastice (b) și atingerea stării complet plastice (c)[4]).

[1]) P. Ludwik, Die Bedeutung des Gleit- und Reißwiderstandes für die Werkstoffprüfung, ZVDI 71 (1927), p. 1532.

[2]) Nádai, Der bildsame Zustand der Werkstoffe, Berlin 1927, Springer.

[3]) Cook, The yield point and initial stages of plastic strain in mild steel subjected to uniform and non-uniform stress-distributions, Philos. Trans. Roy. Soc., London, Series A, Vol. 230, p. 103. — Nakanishi, On the yield point of mild steel, Tokio 1929, Proc. Vol. III. — Siebel și Vieregge, Über die Abhängigkeit des Fließbeginns von Spannungsverteilung und Werkstoff, Mitt. KW-Inst. Eisenforsch. 16 (1934), p. 225.

[4]) Cp. nota [3]) din p. 447.

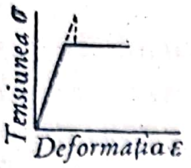


Fig. 2.

La apariția supraînălțării de tensiune (formarea unei limite de curgere superioare σ'_F) desenată în linie întreruptă, e nevoie de exercitarea unor forțe corespunzător mai mari spre a iniția fenomenul de curgere. Prin aceasta nu se influențează însă atingerea stării complet plastice.

Pentru aprecierea condițiunilor de rezistență e important că deformațiile permanente mai importante pot apărea numai după atingerea stării complet plastice.

1. Incovoierea barelor prismatice.

Notăm cu:

M_{bI} momentul încovoietor la începutul deformării permanente [kgcm].
M_b momentul încovoietor în cursul propagării stării plastice [kgcm].
M_{bII} momentul încovoietor la atingerea stării complet plastice [kgcm].
W modulul de rezistență [cm³],
S momentul static al unei jumătăți de secțiune [cm³]
σ_F tensiunea la limita de curgere [kg/cm²]

Fiindcă se poate admite că secțiunile inițial plane rămân plane și în cursul deformației, se pot deduce relațiunile de mai jos pentru secțiunile dreptunghiulare, din repartiția de tensiune redată în fig. 3:

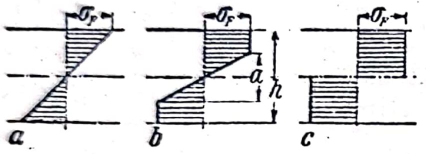


Fig. 3.
Incovoierea barelor prismatice.

$$\left.\begin{aligned} M_{bI} &= {}^1/_6 \cdot b\,h^2\,\sigma_F, \\ M_b &= {}^1/_6 \cdot b\,h^2\,\sigma_F + {}^1/_4 \cdot (h^2 - a^2)\,b\,\sigma_F \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

$$\left.\begin{aligned} M_{bII} &= {}^1/_4 \cdot b\,h^2\,\sigma_F, \\ M_{bII} &= 1{,}5\,M_{bI}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

La secțiuni simetrice de cele două părți ale fibrei neutre, avem în general

$$M_{bI} = W\,\sigma_F \qquad M_{bII} = 2\,S\,\sigma_F. \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

2. Torsiunea barelor prismatice.

Notăm cu:

τ_F limita de curgere la alunecare a materialului [kg/cm²],
M_{dI} momentul de torsiune la începutul deformării permanente [kgcm],
M_d momentul de torsiune în cursul propagării stării plastice [kgcm],
M_{dII} momentul de torsiune la atingerea stării complet plastice [kgcm],

Pentru secțiunile circulare sau în coroană circulară rezultă din repartiția de tensiune reprezentată în fig. 4 și 5 relațiunile:

Secțiune circulară

$$M_{dI} = \frac{\pi}{2} R^3 \tau_F,$$

$$M_d = \frac{\pi}{2} a^3 \tau_F + \frac{2\pi}{3}(R^3 - a^3)\,\tau_F,$$

$$M_{dII} = \frac{2\pi}{3} R^3 \tau_F,$$

Secțiune în coroană circulară

$$\left.\begin{aligned} M_{dI} &= \frac{\pi}{2}\,\frac{R^4 - r^4}{R}\,\tau_F, \\ M_d &= \frac{a^4 - r^4}{a}\,\tau_F + \frac{2\pi}{3}(R^3 - a^3)\,\tau_F, \\ M_{dII} &= \frac{2\pi}{3}(R^3 - r^3)\,\tau_F. \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Scanned with OKEN Scanner

La secţiune circulară avem

$$M_{d_{II}} = 1{,}33\, M_{d_I} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Cu ajutorul analogiei cu „colina de nisip" se poate determina repartiţia de tensiune la începutul deformării plastice şi pentru barele prismatice de secţiune oarecare [1].

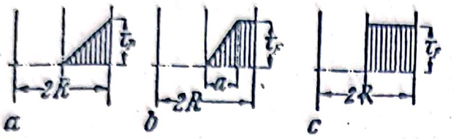


Fig. 4.
Secţiune circulară.

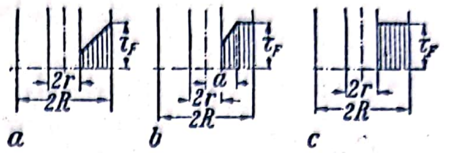


Fig. 5.
Secţiune în coroană circulară

Fig. 4 şi 5. Torsiunea barelor prismatice.

3. Cilindri goi cu pereţi groşi, sub presiune interioară sau exterioară.

Notăm cu:

- p_{i_I} resp. p_{a_I} presiunea interioară resp. exterioară la începutul deformării plastice [kg/cm²],
- p_i resp. p_a presiunea interioară resp. exterioară în cursul propagării deformării plastice [kg/cm²],
- $p_{i_{II}}$ resp. $p_{a_{II}}$ presiunea interioară resp. exterioară la atingerea stării complet plastice [kg/cm²],
- σ_r tensiunea radială la distanţa x de axa tubului [kg/cm²],
- σ_t tensiunea în direcţiune tangenţială la distanţa x de axă [kg/cm²].

Dacă în condiţiunea de echilibru pentru cilindrii cu pereţi groşi se introduce condiţiunea de plasticitate $\sigma_t - \sigma_r = \sigma_F$, se obţine

$$\left.\begin{aligned} d\sigma_r &= (\sigma_t - \sigma_r)\frac{dx}{x} = \sigma_F \frac{dx}{x} \\ \sigma_r &= \sigma_F \ln x + C. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

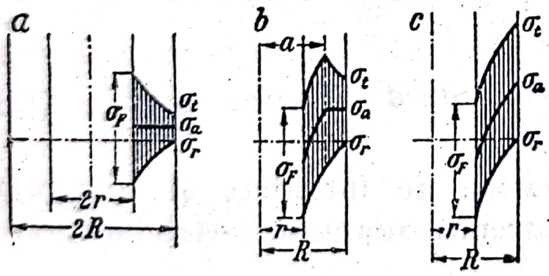


Fig. 6.

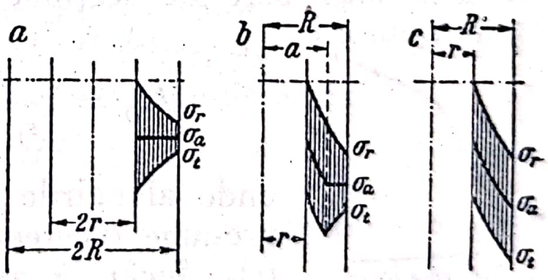


Fig. 7.

Fig. 6 şi 7. Repartiţia de tensiune în cilindri goi cu pereţi groşi.

Pentru presiunile corespunzătoare rezultă imediat o repartiţie de tensiune după fig. 6 şi 7. Ţinând seamă de condiţiunile la limită, se pot deduce pe urmă următoarele relaţiuni:

$$\left.\begin{aligned} p_{i_I} = p_{a_I} &= -\sigma_F \frac{R^2 - r^2}{2R^2} \\ p_i = p_a &= -\sigma_F \frac{R^2 - a^2}{2R^2} - \sigma_F \ln\frac{a}{r} \\ p_{i_{II}} = p_{a_{II}} &= -\sigma_F \ln\frac{R}{r}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (13)$$

[1]) N á d a i, ZAM 3 (1923), p. 442.

4. Stări de tensiune plastice plane. Tensiunile depind numai de două coordonate (x, y sau r, φ). Pentru un material care curge sub o tensiune tangențială invariabilă τ_F, tensiunile se pot calcula din următoarele trei ecuații:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \qquad \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau}{\partial x} = 0 \\ {}^1/_4 \cdot (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau^2 = \tau_F{}^2 = \text{const.} \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \quad (14)$$

Dacă dimensiunile corpului în direcțiunea axei Z sunt foarte mari, suprafețele de alunecare, în cari se petrece deformarea, coincid cu suprafețele de tensiuni tangențiale maxime. In planul xy, intersecțiunile suprafețelor de alunecare formează două familii de curbe ortogonale. Pentru acestea sunt valabile teoremele stabilite de H. Hencky[1]):

1. Dacă se intersectează două curbe ale primei familii cu niște curbe oarecari ale celei de a doua familii, perechile de tangente din punctele de intersecțiune ale fiecărei curbe din a doua familie formează un unghiu constant.
2. Dacă se progresează pe o suprafață de alunecare, tensiunea mijlocie de compresiune scade cu o valoare egală cu produsul dintre limita de curgere și unghiul în radiani cu care s'a rotit tangenta la liniile de curgere, de-a-lungul cărora s'a progresat.

Fiindcă straturile de alunecare devin vizibile la suprafața poleită a epruvetelor de oțel moale, și se pot pune în evidență și în interior printr'un atac după Fry, cu ajutorul teoremelor lui Hencky, se pot trage din mersul lor concluziuni privitoare la repartiția tensiunilor.

b) Condițiunile de echilibru la mers oarecare al curbei de curgere

1. Incovoierea. Dacă curba de curgere a unui material e dată conf. fig. 8, problema încovoierii se poate urmări prin calcul, dacă se admite că secțiunile barei rămân plane și la solicitare supraelastică[2]). La încovoierea simplă a unei bare de secțiune dreptunghiulară, momentul încovoietor instantaneu e

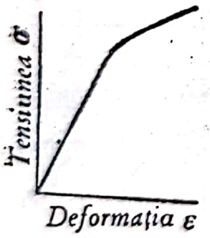


Fig. 8

$$M_b = \frac{h^2 b}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sigma \, \varepsilon \, d\, \varepsilon, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

unde alungirile din partea de întindere și compresiune presiune (ε_1 resp. ε_2) trebue adaptate astfel unele la altele, încât să avem

$$\int_{-\varepsilon_1}^{0} \sigma \, d\, \varepsilon = \int_{0}^{\varepsilon_2} \sigma \, d\, \varepsilon.$$

Dintr'o încercare la încovoiere, în care se măsoară M ca și ε_1 și ε_2, se poate determina, invers, mersul curbei de deformație în regiunea de întindere și compresiune. Pentru materialele cu aceeași curbă de curgere pentru întindere și compresiune e valabilă relațiunea

$$\sigma = \frac{6}{b\, h^2}\left[M - \frac{1}{3}\left(M - \varepsilon \frac{d\, M}{d\, \varepsilon}\right)\right] = \sigma' - \frac{1}{3}\left(\sigma' - \varepsilon \frac{d\, \sigma'}{d\, \varepsilon}\right), \quad (16)$$

unde s'a notat $6\, M/b\, h^2 = M/W = \sigma'$.

---

[1]) Hencky, Zur Theorie plastischer Deformationen, ZAM 4 (1924), p. 323.

[2]) Admisibilitatea acestei ipoteze e confirmată prin încercări. Cp. C. Bach și R. Baumann, Elastizität und Festigkeit, ed. a 9-a Berlin 1924, Springer; ca și E. Meyer, Die Berechnung der Durchbiegung von Stäben, deren Material dem Hookeschen Gesetz nicht folgt, ZVDI 52 (1908), p. 167.

Scanned with OKEN Scanner

2. Torsiunea. Analog se poate determina momentul de torsiune la torsiunea unei bare cilindrice, de îndată ce e cunoscut mersul tensiunilor tangențiale τ în funcțiune de alunecările specifice γ. Dacă se notează cu $\gamma_a = a\,\vartheta$ alunecările specifice la suprafața barei, rezultă

$$M = \frac{2\,\pi}{\vartheta^3}\int_0^{\gamma_a} \tau\,\gamma^2\,d\,\gamma. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (17)$$

Dacă e determinat prin încercări momentul de torsiune M în funcțiune de torsiunea ϑ, se poate deduce curba de curgere la alunecare $\tau = f(\vartheta) = F(\gamma)$ cu ajutorul relațiunii:

$$\tau = \frac{2}{\pi\,a^3}\left[M - \frac{1}{4}\left(M - \vartheta\,\frac{d\,M}{d\,\vartheta}\right)\right] = \tau' - \frac{1}{4}\left(\tau' - \vartheta\,\frac{d\,\tau'}{d\,\vartheta}\right)$$

$$= \tau' - \frac{1}{4}\left(\tau' - \gamma\,\frac{d\,\tau'}{d\,\gamma}\right). \quad . \quad . \qquad (18)$$

unde s'a notat $2\,M/\pi\,a^3 = M/W_0 = \tau'$. Valoarea $\tau' - \gamma \cdot d\,\tau'/d\,\gamma$ se poate determina aici simplu după figura 9, trasând tangenta la curba M - ϑ resp. τ - γ [1]).

3. Flambajul [2]). Dacă gradul de sveltețǎ al unei bare solicitate la compresiune în direcțiunea longitudinală e mic, tensiunea de flambaj poate întrece limita de elasticitate a materialului. La încovoiere se stabilește în acest caz în secțiunea barei o repartiție de tensiune după fig. 10, în care fibrele exterioare sunt descărcate de-o parte cu $\sigma_1 = \varepsilon_1\,E_1$, încărcate însă de cealaltă cu $\sigma_2 = \varepsilon_2\,E_2$. Mai sus s'a notat cu E_1 modulul de elasticitate al materialului valabil la deformare pur elastică, pe când E_2 îi corespunde valorii $d\,\sigma/d\,\varepsilon$ a curbei tensiune-deformație specifică la tensiunea de flambaj σ_k. Forța de flambaj P_k a barei rezultă deci pentru secțiune rectangulară din

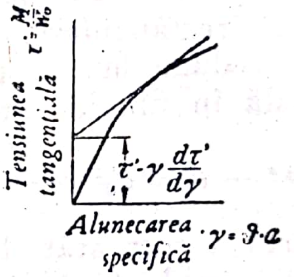


Fig. 9.

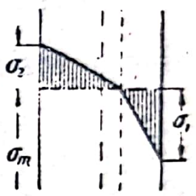


Fig. 10.

$$P_k = \pi^2\,E_0\,J/l^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (19)$$

Mai sus am notat:

$J = b\,h^3/12$ momentul de inerție minimum al secțiunii barei în raport cu o axă de greutate [cm⁴],

l lungimea de flambaj al barei rezemate astfel ca să se poată roti la cele două capete [cm],

$$E_0 = 4\,E_1\,E_2/(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2.$$

Aceeași relațiune se poate folosi la secțiune oarecare a barei pentru calculul forței de flambaj. In acest caz trebue determinată mai întâi poziția axei neutre din condițiunea:

$$E_1\,S_1 = E_2\,S_2.$$

S_1 și S_2 reprezintă momentele statice ale porțiunilor de secțiune din cele două părți ale axei neutre. Dacă se notează cu J_1 și J_2 momentele de inerție corespunzătoare, avem de înlocuit în ecuația (19)

$$J = J_1 + J_2 \text{ și } E_0 = (E_1\,J_1 + E_2\,J_2)/(J_1 + J_2).$$

In figura 11 e reprezentat mersul tensiunii de flambaj $\sigma_k = P_k/F$ în funcțiune de gradul de sveltețǎ al

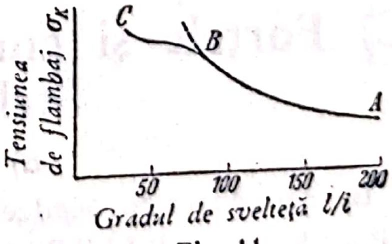


Fig. 11.

[1]) Siebel și Pomp, Die Bestimmung der Elastizitätsgrenze und der Fließgrenze durch den Verwindungsversuch, Mitt. KW-Inst. Eisenforsch. 12 (1930), p. 85. —
[2]) v. Kármán, Untersuchungen über Knickfestigkeit, Mitt. Forschungsarb. V D I, fasc. 81, Berlin 1910.

barei. Ramura de curbă AB îi corespunde unui flambaj elastic după ecuația de flambaj a lui Euler, ramura de curbă BC flambajului după întrecerea limitei de elasticitate.

c) Tensiuni reziduale după deformările plastice

Concepte. Dacă la o încărcare a suferit deformări permanente numai o parte sau mai multe părți separate ale corpului solicitat, corpul nu poate rămânea fără tensiuni după descărcare. Tensiunile cari rămân în corp după îndepărtarea încărcării exterioare se numesc t e n s i u n i r e z i d u a l e. Aceste tensiuni reziduale se determină imaginându-se descărcarea realizată printr'o forță $-P$, egală și de sens contrar cu cea inițială P, care produce o stare de tensiune ideală cu deformări pur elastice, și suprapunând această stare de tensiune peste starea inițială.

Dacă σ_x^*, σ_y^*, ... sunt tensiunile din corp după încărcarea împreunată cu deformații permanente, și $-\sigma_x$, $-\sigma_y$, ... tensiunile de descărcare, sistemul de tensiuni reziduale se obține în primă aproximație în diferențele

$$\sigma_x^* - \sigma_x, \qquad \sigma_y^* - \sigma_y \ldots$$

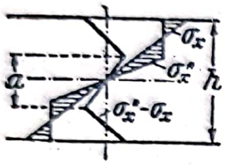


Fig. 12.

Ipoteza e că în cursul descărcării nu se mai atinge în niciun loc limita de curgere.

1. Incovoierea. In limită de curgere netă și secțiuni rectangulare, la cari domeniul deformat plastic ajunge după fig. 12 până la distanța $a/2$ dela fibra neutră, tensiunea reziduală în fibrele exterioare se calculează din

$$\sigma^* - \sigma = \sigma_F - \frac{{}^1/_6 \cdot b\, a^2\, \sigma_F + {}^1/_4 \cdot (h^2 - a^2)\, b\, \sigma_F}{{}^1/_6 \cdot b\, h^2} \quad . \; . \; . \quad (20)$$

Dacă încărcarea a fost atât de mare, încât s'a atins starea complet plastică, tensiunea reziduală în fibrele exterioare atinge valoarea ei maximă cu

$$\sigma^* - \sigma = -0{,}5\, \sigma_F \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20a)$$

2. Torsiunea. La bare de secțiune circulară tensiunile reziduale pentru deformarea plastică până la distanța a dela axa barei sunt

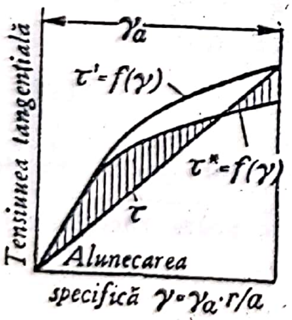


Fig. 13.

$$\tau^* - \tau = \tau_F - \frac{a^3\, \tau_F \cdot \pi/2 + (R^3 - a^3)\, \tau_F \cdot 2\,\pi/3}{R^3\, \pi/2} \qquad (21)$$

și după atingerea stării complet plastice sunt

$$\tau^* - \tau = -0{,}33\, \tau_F. \quad . \; . \; . \; . \quad (21a)$$

Dacă e cunoscut mersul curbei momentelor

$$M = f(\vartheta) \quad \text{resp.} \quad \tau' = M/W = F(\gamma),$$

și se determină tensiunile tangențiale după b) 2, se poate determina simplu tensiunea reziduală din fiecare loc al secțiunii, chiar și în lipsa unei limite de curgere pronunțate, după fig. 13.

C) Forțele și curgerea materialului la procedeele tehnice de fasonare[1])

a) Rezistența la deformație

In cercetarea procedeelor tehnice de fasonare s'a dovedit convenabilă i p o t e z a t e n s i u n i i t a n g e n ț i a l e [ecuația (1), p. 446]. Cu aju-

[1]) **Bibliografie:** L u d w i k, Elemente der technologischen Mechanik, Berlin 1909, Springer. — S a c h s, Spanlose Formung der Metalle, Berlin, 1931, Springer. — S i e b e l, Die Formgebung im bildsamen Zustand, Düsseldorf, 1932, Stahleisen.

Scanned with OKEN Scanner

torul ei se pot da relațiuni întinse despre forțe și condițiunile de tensiune la fasonare, dacă e cunoscută mărimea rezistenței la deformație.

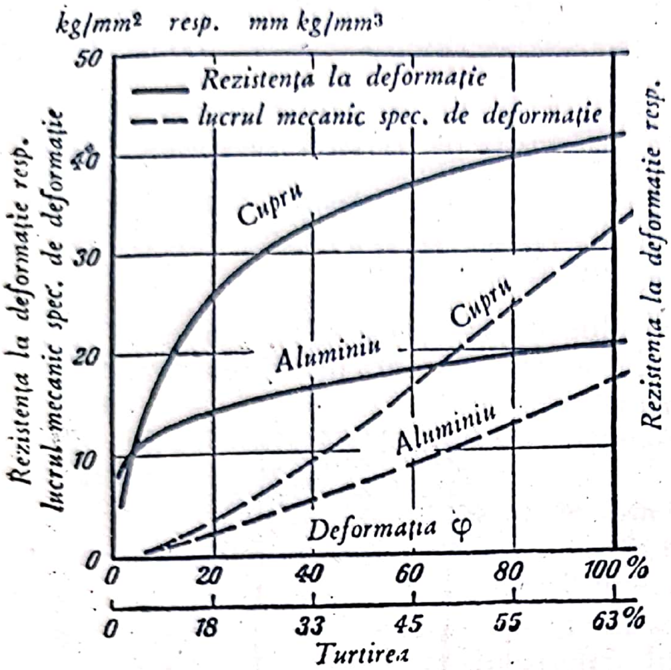


Fig. 14.

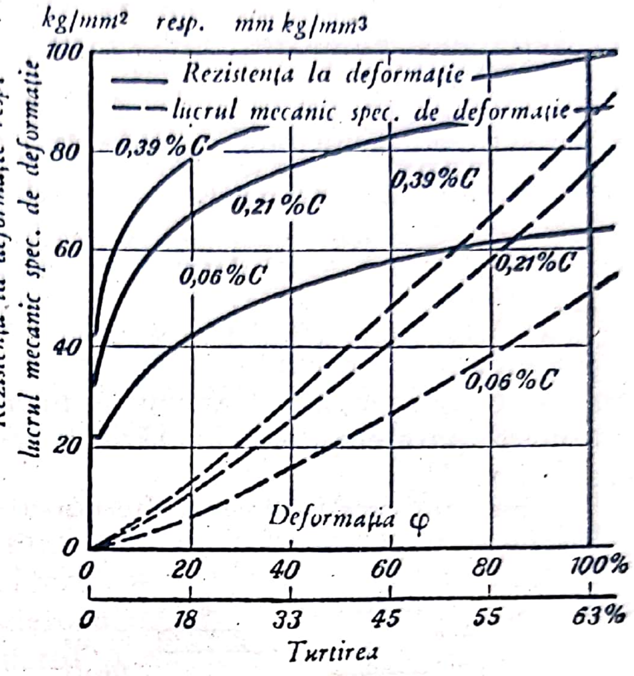


Fig. 15.

1. Fasonarea la rece. Dacă fasonarea unui material metalic are loc dedesubtul temperaturii de recristalizare, ea se numește fasonare la rece. Rezistența la deformație k_f depinde, la fasonare la rece, în primul rând de deformarea maximă în valoare absolută φ_b, pe când influența repeziciunii de deformare w e relativ mică. Relațiunile dintre deformare și rezistența la deformație se pot reprezenta prin curbe de curgere, cum sunt cele redate în fig. 14 pentru metale, iar în fig. 15 pentru diferite feluri de oțel de fuziune. La deformări mari, creșterea rezistenței la deformație (întărirea) e aproximativ proporțională cu deformarea. La vitese de deformare cari survin în procedeele tehnice curente de fasonare, se observă o creștere până la 30% a rezistenței la deformație față de valorile statice.

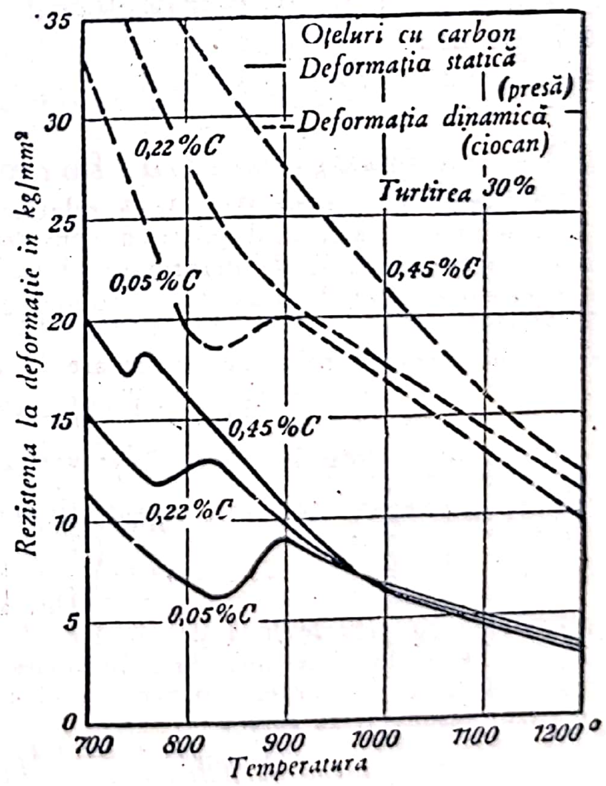


Fig. 16.

2. Fasonarea la cald. La fasonarea deasupra temperaturii de recristalizare (fasonarea la cald), întărirea atinsă se anulează mai mult sau mai puțin chiar în cursul fenomenului de fasonare (recristalizare). Se pare că la fasonarea la cald a metalelor sunt valabile în privința frecării interioare legi analoage cu ale lichidelor vâscoase. Există deci o dependență a re-

Scanned with OKEN Scanner

zistenței la deformație de vitesa de fasonare, pe când dependența de gradul de deformare, care există la fasonarea la rece, dispare cele mai multe ori practic. La fasonarea la cald se pune în evidență în măsură deosebit de mare influența temperaturii de fasonare asupra rezistenței de deformație.

In fig. 16 e reprezentată pentru oțel de fuziune cu diferite conținuturi de carbon, dependența de temperatură a rezistenței la deformație la turtirea sub presă (mică vitesă de deformare) și sub ciocan (mare vitesă de deformare).[1] Valorile dinamice ating dublul până la întreitul valorii statice a rezistenței la deformație.

b) Lucrul mecanic de deformare

Tratarea analitică a procedeelor de fasonare e mai simplă prin descompunerea corpului de fasonat după fig. 17 într'un număr de elemente I, cari se pot transpune, printr'o fasonare paralelepipedică, fără pierderi în forma II.

La fasonarea fără pierderi, deformarea maximă φ_h îi corespunde lucrului mecanic de de-

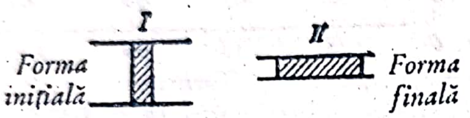


Fig. 17.

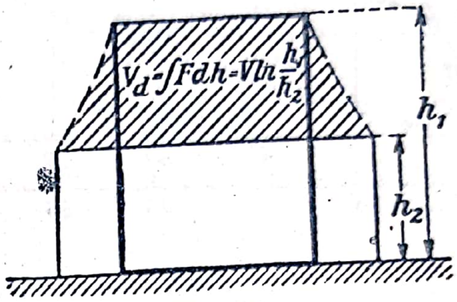


Fig. 18.

formare pe unitatea de volum pentru rezistența la deformare 1, caracterizată de porțiunea hașurată din fig. 18, așa numitul volum dislocat.

Volumul dislocat pentru lucrul mecanic total de deformare se poate calcula din

$$\left.\begin{aligned} V_d &= \int \varphi_h dV \quad \text{la deformare neuniformă} \\ V_d &= \varphi_h V \quad \text{la deformare uniformă} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (22)$$

Rezistența la deformație. După relatările de sub a) 2, rezistența la deformație dela fasonarea la cald poate fi considerată constantă în cursul procesului de fasonare. Lucrul mecanic de deformare pe unitatea de volum e în acest caz

$$a = \varphi_h k_f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23\ a)$$

și lucrul mecanic total de deformare la deformarea fără pierderi e

$$A_{teor} = V_d k_f = V \varphi_h k_f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23\ b)$$

La fasonarea la rece k_f variază cu φ_h. Lucrul mecanic de deformare specific se obține în acest caz la variațiunea $\varphi_1 - \varphi_2$ a stării de deformare din

$$a = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} k_f \, d\varphi_h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24\ a)$$

adică egal cu aria închisă de abscisă, de curba de curgere și de ordonatele φ_1 și φ_2. In fig. 14 și 15 sunt introduse lucrurile mecanice de deformare specifice corespunzătoare curbelor de curgere, pentru deformarea φ. Lucrul mecanic total de deformare în cazul fasonării la rece e

$$A_{teor} = V a = V k_{f_m} \varphi_h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24\ b)$$

Rezistența mijlocie la deformație k_{f_m} poate fi scrisă aici, cu aproximație, egală cu media aritmetică a rezistenței la deformație înainte și după deformare.

---

[1]) După Hennecke, Warmstauchversuche mit perlitischen, martensitischen und austenitischen Stählen, St. u. E. 48 (1928), p. 315.

Scanned with OKEN Scanner

c) Pierderi de fasonare

Afară de pierderile mecanice cari survin în antrenarea maşinilor întrebuinţate la fasonare, trebue considerate ca surse de pierderi la fasonare pierderile prin frecare exterioară, cauzate de deplasările relative ale piesei de prelucrat faţă de feţele de presare, şi pierderi interioare prin deformarea secţiunilor transversale şi prin deformări interioare suplementare. Pierderile prin frecare se pot determina în multe cazuri analitic în aproximaţie strânsă, determinând frecările şi lucrurile mecanice de frecare cari apar pe suprafeţele de presare la deformarea paralelepipedică a unui element al corpului, operaţiune la care frecările pe unitatea de suprafaţă se pot scrie egale cu $\mu\, k_f$ ($\mu = \operatorname{tg} \rho =$ coeficientul de frecare). Din frecări şi din forţele transversale produse prin inclinarea feţelor de presare se poate determina prin împărţire cu secţiunea câmpul de tensiune (r e z i s t e n ţ a d e c u r g e r e) care acţionează în direcţiunea respectivă.

De pierderile de fasonare se poate ţine seamă în tratarea analitică a procedeelor de fasonare prin introducerea randamentului de deformare, care caracterizează raportul dintre lucrul mecanic de deformare teoretic şi cel real. Dacă randamentul de deformare al unui procedeu de fasonare e determinat prin încercări, lucrul mecanic mijlociu de fasonare se poate calcula cu ajutorul relaţiunii

$$A = A_{teor}/\eta_{def.} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

d) Fasonarea prin presiune directă

La fasonarea prin presiune directă se micşorează înălţimea corpului de fasonat prin suprafeţe de presare în mişcare de apropiere una de alta, materialul dislocat curgând în direcţiunea suprafeţei libere. Aici forţele cari apar pe feţele de presare se obţin drept produs al secţiunii F_d a corpului în zona de deformare prin rezistenţa de curgere $k_w = k_f/\eta_{det}$ şi e

$$P = F_d k_w = F_d k_f/\eta_{def.} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (26)$$

Materialul dislocat se scurge de-a-lungul feţelor de presare după orientarea rezistenţei de curgere minime. In rest sunt valabile pentru curgerea materialului legile indicate sub A d).

Exemple. 1. Refularea paralelepipedelor şi a cilindrilor [1]), fig. 19.

R e z i s t e n ţ a d e c u r g e r e: $p_{fl} = \int_0^x 2\mu k_f \cdot dx/h = 2\mu k_f \cdot x/h$

P r e s i u n e a d e t u r t i r e (cilindru) $P = F k_f (1 + {}^1/_3 \cdot \mu \cdot d/h)$.

R a n d a m e n t u l (cilindru) $\eta_{def.} = \dfrac{1}{1 + {}^1/_3 \cdot \mu \cdot d/h}$.

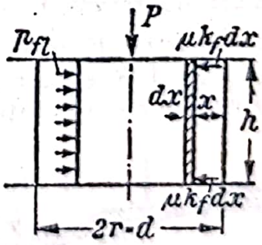


Fig. 19. Refularea.

C u r g e r e a m a t e r i a l u l u i: La corpurile paralelepipedice rezistenţa de curgere e minimă perpendicular pe feţele lungi, aşa încât materialul se mişcă în primul rând în lăţime şi numai în mică măsură în lungime. La secţiuni cilindrice, materialul refulat curge uniform în direcţiune radială, din cauza rezistenţei de curgere egală în toate direcţiunile.

2. Laminarea secţiunilor de paralelepiped,[2]) fig. 20.

L u c r u l m e c a n i c d e l a m i n a r e: $A = V k_{f_m} \ln \dfrac{h_0}{h_1} \cdot 1/\eta_{def.}$

[1]) S i e b e l şi P o m p, Zur Weiterentwicklung des Druckversuchs, Mitt. KW-Inst. Eisenforsch. 10 (1928), p. 55.

[2]) S i e b e l şi P o m p, Walzdruck und Walzarbeit beim Kaltwalzen von Metallen, Mitt. KW-Inst. Eisenforsch. 11 (1929), p. 73.

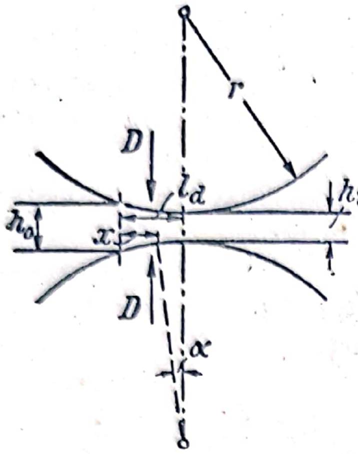


Fig. 20. Laminarea.

Rezistenţa de curgere: $p_{fl} = 2 \frac{k_{f_m}}{h} \int_0^x (\mathrm{tg}\,\alpha \mp \mathrm{tg}\,\varrho)\, dx.$

Presiunea de laminare: $D = l_d\, b\, k_{f_m} \cdot 1/\eta_{\text{def.}}$

$= \sqrt{r\,(h_0 - h_1)}\, b\, k_{f_m} \cdot 1/\eta_{\text{def.}}$

Randamentul: $\eta_{\text{def.}} = 40 \cdots 70\%$.

Curgerea materialului: Fiindcă în direcţiune longitudinală rezistenţa de curgere e relativ mică din cauza lărgimii mici a fantei pentru material, are loc în esenţă o lungire a materialului la lăţire mică. In urma formării unei margini de curgere aproape de ieşirea din laminor, înaintarea materialului de laminat e de asemenea mică.

e) Fasonarea prin presiune indirectă

Dacă un corp plastic e trecut, cu ajutorul unei forţe de întindere sau compresiune, printr'o spintecătură care se îngustează în direcţiunea de mişcare, această forţă provoacă o presiune de reacţiune a pereţilor spintecăturii, care produce deformarea, împreună cu câmpul de tensiuni format de forţa primară. Forţele necesare pentru deplasare se pot calcula egalând lucrul mecanic de deformare exterior cu cel interior, şi e

$$P = A/l = F\, k_{f_m}\, \varphi_b \cdot 1/\eta_{\text{def.}} \quad \ldots\ldots \quad (27)$$

Curgerea materialului e determinată fie de uneltele de fasonare, fie de legile indicate sub A d).

Exemple. 1. Trefilarea barelor şi a firelor,[1] fig. 21.

Lucrul mecanic de trefilare: $A = V k_{f_m} \ln \frac{F_0}{F_1} \cdot 1/\eta_{\text{def.}} = V k_{f_m}\, 2 \ln \frac{d_0}{d_1} \cdot 1/\eta_{\text{def.}}$

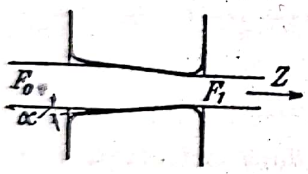


Fig. 21. Trefilarea.

Pierderi prin frecare: $A_R = \left(V k_{f_m} \ln \frac{F_0}{F_1}\right) \frac{\mu}{\alpha}$.

Forţa de trefilare: $Z = F_1 k_{f_m} \ln \frac{F_0}{F_1} \cdot 1/\eta_{\text{def.}}$

Randamentul: $\eta_{\text{def.}} = 40 \cdots 70\%$

Curgerea materialului: E determinată de forma ajutajului filierei (fasonare constrânsă).

2. Tragerea ţevilor (tragerea ţevilor sub presiune),[2] fig. 22.

Lucrul mecanic de tragere, pierderile prin frecare şi forţa de tragere se obţin la fel ca pentru trefilarea barelor şi a firelor.

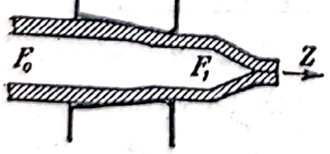


Fig. 22. Tragerea ţevilor

Randamentul:

$\eta_{\text{def.}} = 40 \ldots 70\%$ la tragerea la rece ($\mu = 0{,}05 \ldots 0{,}01$),

$\eta_{\text{def.}} = 20 \ldots 50\%$ la tragerea la cald ($\mu = 0{,}2 \ldots 0{,}4$).

Curgerea materialului: Fiindcă în direcţiune axială lucrează tensiuni de întindere şi în direcţiune tangenţială tensiuni de compresiune, tensiunile radiale diferind numai puţin de zero la ţevile cu pereţi subţiri, variaţiunile grosimii peretelui la fasonarea prin tragere nu sunt decât mici.

---

[1]) Pomp, Siebel şi Houdremont, Über den Kraft- und Arbeitsbedarf beim Kaltziehen von Drähten, Mitt. KW-Inst. Eisenforsch. 11 (1929), p. 53.
[2]) Siebel şi Weber, Spannungen und Werkstofffluß beim Rohrziehen, Mitt. KW-Inst. Eisenforsch. 16 (1934), p. 217.

Scanned with OKEN Scanner

3. **Presarea vaselor,**[1]) fig. 23.

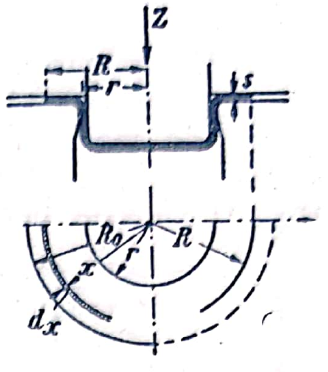


Fig. 23. Presarea vaselor.

L u c r u l m e c a n i c d e p r e s a r e: $A = 1/\eta_{def.} \cdot 2\pi s \int_{R_0}^{r} x\,dx\,a \Big|_0^{\ln(x/r)}$

F o r ț a d e p r e s a r e: $Z = 1/\eta_{def.} \cdot 2 r \pi s k'_{fm} \ln(R/r)$

(k'_{fm} = rezistența medie la deformare la marginea exterioară și interioară).

R a n d a m e n t u l: $\eta_{def.} = 50 \ldots 65\%$.

C u r g e r e a m a t e r i a l u l u i: Fiindcă se produc tensiuni de întindere în direcțiune radială și tensiuni de compresiune în direcțiune tangențială, grosimea tablei se schimbă numai puțin la fasonare.

4. **Presarea în lung,**[2]) fig. 24.

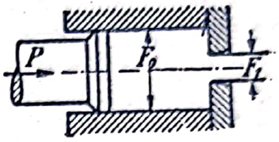


Fig. 24. Presarea în lung.

L u c r u l m e c a n i c d e p r e s a r e: $A = V k_f \ln(F_0/F_1) \cdot 1/\eta_{def.}$

F o r ț a d e p r e s a r e: $P = F_0 k_f \ln(F_0/F_1) \cdot 1/\eta_{def.}$

R a n d a m e n t u l: $\eta_{def.} = 30 \ldots 60\%$.

C u r g e r e a m a t e r i a l u l u i: Condițiunile exterioare de presare sunt determinate univoc de matrița de presare (fasonare constrânsă). Alunecările specifice suplementare sunt deosebit de mari la acest procedeu de fasonare.

5. **Găurirea,**[2]) fig. 25.

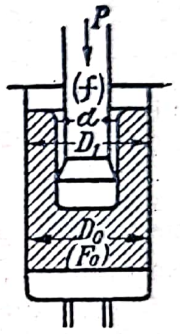


Fig. 25. Găurirea.

L u c r u l m e c a n i c d e p r e s a r e: $A = V k_f \varphi_h \cdot 1/\eta_{def.}$

D e f o r m a r e a p r i n c i p a l ă m i j l o c i e:

$$\varphi_{h_m} = \varphi_{r_m} \approx \ln[D_0/(D_1 - d)] - 0{,}16.$$

F o r ț a d e p r e s a r e: $P = F_0 k_f \varphi_{h_m} \cdot 1/\eta_{def.} = (2{,}1 \ldots 2{,}2) f k_f \cdot 1/\eta_{def.}$

Randamentul și curgerea materialului ca la presarea în lung.

V. Mecanica fluidelor neelastice[1]).

Prelucrare de ing.-dipl. prof. dr. A. B e t z, Göttingen

Înțelesul celor mai importante simboale folosite obișnuit în formule [unități]

A forță ascensională, perpendiculară pe mișcare [kg],
F arie [m²],
Re numărul lui Reynolds,
V volum [m³],
W rezistență, forță în direcțiunea mișcării [kg],
d diametru [m],
g accelerația gravitației = 9,81 m/s²,
p presiune [kg/m² = mm coloană de apă sau at = kg/cm² = 10^4 kg/m² sau mm coloană de mercur = 13,6 kg/m²],[4])
t timp (când nu se dau alte indicațiuni) [s],
u, v, w componente ale vitesei după direcțiunea *x*-, *y*-, *z*- (când nu se dau alte indicațiuni) [m/s],
x, y, z coordonate rectangulare ale unui punct [m],
γ greutate specifică (greutatea unității de volum) a lichidului respectiv a gazului [kg/m³],
η randament
η vâscozitate [kg s/m²],
ν = η/ρ vâscozitate cinematică [m²/s],
ρ = γ/g masă specifică, densitate (masa unității de volum) a lichidului respectiv a gazului [kg s²/m⁴].

---

[1]) S i e b e l și P o m p, Über den Kraftverlauf beim Tiefziehen und bei der Tiefungsprüfung Mitt. KW-Inst. Eisenforsch. 11 (1929), p. 139. — [2]) S i e b e l și F a n g m e i e r, Untersuchungen über den Kraftbedarf beim Pressen und Lochen, Mitt KW-Inst. Eisenforsch. 13 (1931), p. 29. — [3]) **Bibliografie:** G e i g e r - S c h e e l, Handb. d. Physik, vol. VII (Mechanik d. flüssigen u. gasförmigen Körper), Berlin 1927, Springer. — W i e n și H a r m s, Handb. d. Experimentalphysik, vol. VI (Hydro- und Aerodynamik), Leipzig 1930 și 1931, Akad. Verlagsges. — K a u f m a n n, Angewandte Hydromechanik, Berlin 1931 și 1934, Springer. — P r a n d t l, Abriß d. Strömungslehre, Braunschweig 1931, Vieweg. — [4]) Tabele în Anexă; cp. și sect. 4. Căldura, cap. Termodinamică.

Scanned with OKEN Scanner

A. Proprietăţi fizice

1. Vâscozitate[1]. Fluidele (lichidele şi gazele) au proprietatea comună că sunt suficiente forţe oricât de mici spre a le produce deformaţii oricât de mari. Forţa necesară e însă foarte mică numai când deformaţia se face extrem de încet. Spre a trece un paralelepiped $ABCD$ (fig. 1) cu aria bazei F şi înălţimea h în altul $ABC'D'$ de aceeaşi baza şi înălţime, aşa încât suprafaţa CD să alunece cu vitesa v faţă de suprafaţa AB, e necesară câte o forţă

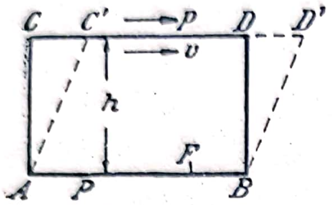


Fig. 1.

$$P = \eta\, Fv/h = \eta\, F dv/dh$$

în suprafeţele AB şi CD. η e un factor dependent de natura fluidului şi se numeşte v â s c o z i t a t e sau v â s c o z i t a t e d i n a m i c ă. Raportul dintre vâscozitate şi densitatea ρ se numeşte v â s c o z i t a t e c i n e m a t i c ă ν. In sistemul fizic de măsură, unitatea de vâscozitate se numeşte Poise, iar unitatea de vâscozitate cinematică Stok. Dacă η şi ν sunt valorile numerice în sistemul de măsură tehnic, iar η^* şi ν^* în cel fizic, avem $\eta^* = 98{,}1\ \eta$ şi $\nu^* = 10^4\ \nu$ (vezi şi p. 953).

Uneori se foloseşte aşa numita v â s c o z i t a t e r e l a t i v ă (v â s c o z i t a t e c i n e m a t i c ă r e l a t i v ă), adică raportul dintre vâscozitate (sau vâscozitatea cinematică) şi aceea a unui lichid luat ca etalon (apă).

In locul vâscozităţii η se utilizează adesea o unitate de vâscozitate, de ex. gradul Engler °E, stabilită arbitrar prin procedeele respective de măsură (de ex. viscozimetrul Engler). După Vogel

$$10^6\,\nu = {}^\circ E \cdot 7{,}60^{\,(1-1/{}^\circ E^3)}.$$

(Aparatul Engler nu e potrivit pentru lichide cu $^\circ E < 1{,}1$)[2].

Când lichidul are turbioane puternice (mişcarea turbulentă, p. 472), vâscozitatea creşte aparent.

Tabela 1. Greutatea spec. γ, densitatea ρ, vâscozitatea η şi vâscozitatea cinematică ν a apei la diferite temperaturi

•	0°	10°	20°	40°	60°	80°	100°
γ [kg/m³]	1000	1000	998	902	983	972	958
ρ [kg s²/m⁴]	101,9	101,9	101,7	101,1	100,2	99,1	97,85
$10^6\eta$ [kg s/m²]	182	133	102	66,5	47,9	36,3	28,8
$10^6\nu$ [m²/s]	1,79	1,31	1,01	0,658	0,478	0,366	0,295

Vâscozitatea cinematică ν [m²/sec] pentru alte lichide la 20°: mercur $0{,}115 \cdot 10^{-6}$, eter $0{,}316 \cdot 10^{-6}$, alcool $1{,}52 \cdot 10^{-6}$, benzen $0{,}74 \cdot 10^{-6}$, glicerină $971 \cdot 10^{-6}$ (Pentru uleiuri tehnice v. secţ. 6, Materiale, cap. XIII, lubrifianţi).

Pentru vâscozitatea η [kg s/m²] a gazelor, în intervalul $-20° < t < 500°$:

$$\eta = \eta_0 \left(\frac{t + 273}{t_0 + 273}\right)^n$$

Avem pentru	Aer	Bioxid de carbon	Oxigen	Azot	Hidrogen	Abur	Amoniac
$10^6\eta_0$	1,753	1,425	1,965	1,683	0,852	0,922	0,93
n	0,76	0,866	0,702	0,694	0,67	1,09	1,05

[1]) DIN 1342.
[2]) U b b e l o h d e, Tabellen zum Englerschen Viskosimeter, ed. a 2-a, Leipzig 1918, Hirzel. — E r k, Zähigkeitsmessungen an Flüssigkeiten und Untersuchung von Viskosimetern, Mitt. Forschungsarb. V D I, c. 288. Tabelă de convertire pentru grade Engler şi alte unităţi DIN DVM 3655 sau Hütte tehnologic (Stoffhütte), ed. a 2-a (1937), p. 969.

Scanned with OKEN Scanner

η e independentă de presiunea barometrică, γ și ρ variază proporțional, iar ν invers proporțional cu presiunea barometrică.

Tabela 2. Greutatea spec. γ, densitatea ρ, vâscozitatea η, și vâscozitatea cinematică ν a aerului la presiunea barometrică de 760 mm col. Hg și diferite temperaturi

	— 20 °	0 °	20 °	40 °	60 °	80 °	100 °	200 °	500 °
γ [kg/m³]	1,40	1,29	1,20	1,12	1,06	1,00	0,95	0,746	0,393
ρ [kg s²/m⁴]	0,142	0,132	0,123	0,115	0,108	0,102	0,096	0,076	0,040
$10^6\eta$ [kg s/m²]	1,65	1,75	1,85	1,95	2,04	2,13	2,22	2,66	3,868
$10^6\nu$ [m²/s]	11,6	13,3	15,1	16,9	18,9	20,9	23,1	35,0	96,7

Tabela 3. Greutatea spec. γ, densitatea ρ, vâscozitatea η, și vâscozitatea cinematică ν a aburului la presiunea atmosferică și diferite temperaturi

	100 °	150 °	200 °	250 °	300 °	350 °	400 °	450 °	500 °
γ [kg/m³]	0,598	0,524	0,467	0,421	0,384	0,353	0,326	0,304	0,284
ρ [kg s²/m⁴]	0,061	0,053	0,048	0,043	0,039	0,036	0,033	0,031	0,029
$10^6\eta$ [kg s/m²]	1,296	1,486	1,679	1,875	2,071	2,267	2,468	2,668	2,87
$10^6\nu$ [m²/s]	21,27	27,88	35,30	43,65	52,80	63,0	74,20	86,1	99,1

2. **Elasticitate sau compresibilitate.** Lichidele și gazele se deosebesc între ele prin faptul că primele își schimbă relativ puțin volumul sub acțiunea unei presiuni exterioare (p. 514), în timp ce pentru gaze e valabilă legea lui Mariotte ($p/\gamma =$ const., p. 514). La mișcarea lichidelor putem neglija aproape întotdeauna compresibilitatea (hidrodinamică). Dar și la gaze variațiunile de volum sunt adesea atât de mici, încât le putem neglija. In aceste cazuri legile mișcării sunt aceleași ca la lichide. Compresibilitatea joacă rol abia când intervin vitese cari se pot compara cu vitesa sunetului în gazul respectiv. Fenomenele în cari variațiunile de volum ale lichidelor și gazelor rămân neglijabil de mici se pot grupa în *mecanica fluidelor neelastice.*

Privitor la *fenomenele* în cari apar *deformațiuni importante* v.cap. VI. *Mecanica fluidelor elastice* (pp. 513 ș. u.) și în parte secț. Căldura (pp. 528 ș. u.).

3. **Tensiune superficială și capilaritate.** La limita a două lichide sau între lichide și corpuri solide acționează forțe moleculare, cari tind să micșoreze suprafața (tensiune superficială). O consecință a acestei acțiuni e de ex. forma sferică a picăturilor în cădere liberă. La limita dintre un lichid și un corp solid, sub acțiunea tensiunii superficiale, suprafața lichidului e atrasă mai mult sau mai puțin în înălțime sau respinsă în jos, după cum sunt proprietățile materialelor în contact.

In tuburi capilare de diametrul d în mm, apa se urcă la înălțimea $h \approx 30/d$ în mm; între plăci la distanța a în mm avem $h \approx 15/a$. Pentru alcool valorile corespunzătoare sunt $h \approx 10/d$ resp. $h \approx 5/a$, pentru toluen $h \approx 13/d$ resp. $h \approx 6{,}5/d$.

B. Statica corpurilor lichide și gazoase

(*Hidrostatica și aerostatica*)

a) Legi fundamentale

1. **Legea lui Pascal:** Dacă un lichid e supus unei presiuni exterioare care acționează numai într'o singură direcțiune, această presiune se transmite neschimbată asupra tuturor particulelor și în toate direcțiunile.

Scanned with OKEN Scanner

2. **Ecuațiile fundamentale ale lui Euler.** Dacă, afară de notațiunile din pag. 457, notăm cu X, Y, Z, componentele după axele de coordonate ale forței care acționează într'un punct P asupra unității de masă, cu p forța pe unitatea de suprafață în P, avem în starea de echilibru

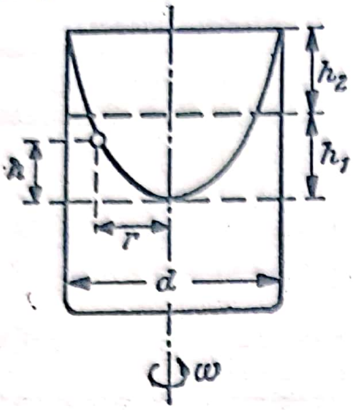


Fig. 2.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z.$$

$$dp = \rho (X dx + Y dy + Z dz).$$

Pentru suprafața liberă, cât și pentru toate suprafețele de egală presiune (suprafețe de nivel), rezultanta celor trei forțe X, Y, Z e dirijată în fiecare punct normal pe suprafețele de egală presiune. La lichidele cari sunt supuse numai acțiunii gravitației, suprafețele de egală presiune sunt sferice (aproximativ plane) și concentrice (respectiv paralele) cu suprafața liberă.

Suprafața liberă a unui lichid care se rotește cu vitesa unghiulară ω în jurul unei axe verticale e un paraboloid de revoluție [$h = (r\omega)^2/2g$, fig. 2]. Intr'un vas cilindric circular de diametrul d, fața liberă coboară în centru cu h_1, iar la margine se urcă cu h_2. Avem: $h_1 = h_2 = (\omega\, d/2)^2/4g$.

b) Presiune hidrostatică. Forță ascensională

1. Suprafață plană.

Notăm cu

F aria suprafeței supusă acțiunii hidrostatice [m²],
h distanța verticală dintre centrul ei de greutate și fața liberă a lichidului [m],
α unghiul de inclinare al suprafeței față de orizontală,
x, y coordonatele centrului presiunilor (punctul de aplicație al rezultantei presiunii hidrostatice), considerând axa x la intersecțiunea planului F cu fața liberă și axa y în același plan, luată perpendicular pe axa x [m],
e distanța dintre latura superioară a lui F și axa x [m],
S momentul static [m³], J momentul de inerție [m⁴] } al suprafeței F, în raport cu axa x,
J_{xy} momentul centrifugal al lui F în raport cu axele x și y [m⁴].

Sub acțiunea gravitației, lichidul desvoltă o forță hidrostatică $= F h \gamma$ [kg] dirijată perpendicular pe suprafață. Coordonatele punctului de aplicație al rezultantei sunt

$$y = J/S = J \sin\alpha / Fh, \quad x = J_{xy}/S = J_{xy} \sin\alpha / Fh.$$

Dacă F are o axă de simetrie normală pe axa x, care se alege ca axă y, $x = 0$.

Distanța y pentru diferite suprafețe:

Dreptunghiu, baza paralelă cu fața liberă a lichidului, înălțimea $= a$:

$$y = \frac{a}{2}\,\frac{3e + 2a}{2e + a} + e; \qquad \text{pentru } e = 0 \text{ rezultă } y = {}^2/_3 \cdot a.$$

Trapez, cu baza inferioară b_i și cea superioară b_s paralele cu fața liberă — și înălțimea a:

$$y = \frac{a}{2} \cdot \frac{2e(b_s + 2b_i) + a(b_s + 3b_i)}{3e(b_s + b_i) + a(b_s + 2b_i)} + e.$$

Triunghiu, cu baza paralelă cu fața liberă și înălțimea $= a$, așezat cu vârful în jos:

$$y = \frac{a}{2}\,\frac{2e + a}{3e + a} + e; \qquad \text{pentru } e = 0, \text{ avem } y = {}^1/_2 \cdot a;$$

când vârful se găsește pe fața liberă, $y = {}^3/_4 \cdot a$.

Scanned with OKEN Scanner

Cerc, cu diametrul $2a$ sau
Elipsă cu axa principală verticală $2a$:

$$y = a + e + \frac{1}{4} a^2/(a+e).$$

Dacă cercul sau elipsa sunt tangente la faţa liberă, avem: $y = \frac{5}{4} a$.

2. **Suprafaţă curbă.** Se va considera descompusă în suprafeţe parţiale plane, ale căror forţe hidrostatice normale se determină cum s'a arătat mai sus. Prin compunerea pe trei direcţiuni a proiecţiunilor forţelor parţiale se obţine câte o rezultantă după fiecare din aceste direcţiuni; reducerea acestor rezultante la o rezultantă totală e posibilă numai când liniile lor de acţiune sunt concurente.

Componenta verticală a împingerii hidrostatice e egală cu greutatea coloanei verticale de lichid dintre suprafaţă şi faţa liberă. Pentru corpuri muiate sau scufundate, forţa ascensională rezultantă e egală cu greutatea lichidului deslocuit.

c) Stabilitatea statică a corpurilor plutitoare şi scufundate

Dacă se notează cu s centrul de greutate al corpului de greutate S [kg], cu d centrul de greutate al cantităţii deslocuite de lichid, de greutate D [kg], corespunzătoare volumului porţiunii din corp care se găseşte sub faţa liberă, şi dacă acţionează ca forţe numai greutatea corpului şi forţa ascensională a lichidului, corpul pluteşte (dacă nu lucrează forţe exterioare), când $D = S$, iar d e situat pe verticala centrului s (axă de plutire). In cazul $D < S$, corpul se scufundă. Dacă $D > S$, corpul iese din apă până când $D = S$. Linia după care faţa liberă a lichidului intersectează corpul se numeşte linia de plutire, iar suprafaţa mărginită de această linie, suprafaţă de plutire. Când se roteşte un corp plutitor în jurul unei axe paralele cu una din axele principale de inerţie ale suprafeţei de plutire, forţa ascensională D intersectează axa de plutire într'un punct care se numeşte metacentru. Fiecăreia din cele două axe principale de inerţie îi corespunde în general câte un metacentru (metacentrul lungimilor şi al lăţimilor).

Fie.

J_1, J_2 momentele de inerţie pentru ambele axe principale de inerţie ale suprafeţei de plutire [m^4],
m_1, m_2 distanţele dintre metacentrele corespunzătoare şi centrul de greutate s al corpului [m],
e distanţa între punctele d şi s înainte de rotaţiune; e se va lua pozitiv, când d este deasupra lui s; altminteri negativ [m],
V volumul lichidului deslocuit [m^3].

Momentul necesar pentru inclinarea cu un unghiu α_1, în jurul axei J_1 e

$$M_1 = D\, m_1 \sin \alpha_1 \text{ [kgm]}$$

şi pentru inclinarea cu un unghiu α_2 în jurul axei J_2

$$M_2 = D\, m_2 \sin \alpha_2 \text{ [kgm]}.$$

O inclinare în jurul unei alte axe oarecari se descompune în două inclinări în jurul axelor J_1 şi J_2, ale căror momente se pot calcula.

Pentru unghiuri mici α, avem

$$m_1 = (J_1/V) + e \quad \text{şi} \quad m_2 = (J_2/V) + e.$$

Corpurile scufundate (submarine, aeronave) nu au linie de plutire, deci $J_1 = J_2 = 0$; prin urmare, avem echilibru stabil numai dacă centrul de greutate al corpului se găseşte pe verticală sub centrul de greutate al masei de fluid (apă, aer) deslocuită.

Noţiunea de metacentru se poate menţine aici, deoarece metacentrul coincide cu centrul de greutate al lichidului deslocuit, $m_1 = m_2 = e$. Spre a inclina corpul în jurul unei axe oarecari, e necesar momentul $M = De \sin \alpha$.

Dacă se găsesc în interiorul corpului suprafețe de lichid libere (rezervoare umplute parțial, aer în sacii de aer umpluți parțial la aeronave), cari permit o deplasare a fluidului la o înclinare a corpului, în calculul distanței *m* (metacentru) se vor introduce momentele de inerție ale acestor suprafețe cu semnul negativ (periclitarea stabilității prin aceste suprafețe libere).

C. Hidrodinamica.

a) Noțiuni și legi generale

1. Linii de curent, funcțiune de curent, punct de impact. Liniile, ale căror tangente coincid în fiecare punct cu direcțiunea de curgere, se numesc linii de curent. In mișcarea staționară (aliniatul următor) liniile de curent se confundă cu drumurile diferitelor particule, cu traiectoriile de curgere. In mișcarea nestaționară nu avem însă acest caz. In curgerea bidimensională (v. m. j.) îi putem asocia fiecărei linii de curent câte un număr ψ, numit funcțiune de curent, care dă cantitatea de lichid ce curge pe secundă prin fiecare secțiune dintre ea și o linie de curent aleasă ca linie zero. Avem:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ și } v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

u componenta vitesei în direcțiunea X, v în direcțiunea Y.

La fenomenele de curgere de simetrie axială (de ex. curgerea în jurul unei sfere) funcțiunea de curent dă cantitatea de lichid care curge pe secundă printr'o secțiune a corpului de revoluție generat de rotațiunea liniei de curent corespunzătoare în jurul axei de simetrie.

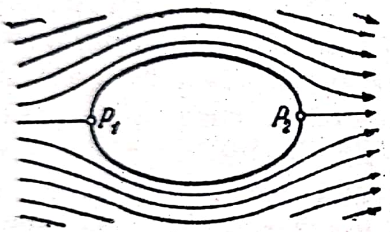


Fig. 3.

Dacă lichidul curge în jurul unui corp, există o linie de curent care se desparte la contactul cu corpul. Punctul de ramificație (fig. 3, punctul P_1) se numește punct de impact (din față). In spatele corpului, ramurile liniei de curent se împreună din nou în punctul de impact din spate (P_2). In punctele de impact vitesa față de corp e zero.

2. Curent staționar și nestaționar. Când într'un curent în fiecare punct al spațiului vitesa nu se schimbă cu timpul în mărime și direcțiune, când prin urmare imaginea mișcării rămâne pentru un observator aceeași, curentul se zice staționar.

Exemple: Un lichid curge sub presiune constantă printr'un ajutaj conic: fenomen staționar. Un corp se mișcă cu vitesă constantă într'un lichid în repaus: un fenomen nestaționar, deoarece corpul și întreaga imagine a curgerii, produsă prin mișcarea sa se mișcă împreună cu corpul în fața unui observator fix. Fenomenul ar deveni staționar dacă am alege un sistem de coordonate în care observatorul s'ar mișca împreună cu corpul. Există și fenomene cari nu se pot transforma în staționare, de ex. mișcarea în lichid a două corpuri cu vitese diferite. In marea majoritate a cazurilor practice e vorba de fenomene staționare sau de cele ce se pot transforma în staționare.

3. Mișcare în una, două sau trei dimensiuni. In multe cazuri, starea de mișcare se schimbă mai ales în lungul unei linii, în timp ce variațiunile după o direcțiune perpendiculară pe această linie sunt puțin importante (de ex. curgerea printr'un tub): fenomene liniare sau într'o singură dimensiune; domeniul de probleme al hidraulicei. In alte cazuri există aceeași mișcare în plane paralele (de ex. curgerea în jurul unor corpuri cilindrice, cari au o lungime infinită în direcțiunea axială sau sunt limitate de pereți plani, între cari curge fluidul). Această mișcare plană sau în două dimensiuni se tratează mult mai ușor decât mișcarea în trei dimensiuni sau spațială.

Scanned with OKEN Scanner

4. Rotațiune, turbion, potențial. Vitesa unghiulară medie a unei mici sfere de fluid în jurul centrului său se numește t u r b i o n u l q al fluidului în jurul acestui punct. Componentele lui, turbioanele în jurul axelor X, Y și Z, sunt (fig. 4)

$$q_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad q_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad q_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right).$$

Dublul turbionului se numește r o t a ț i u n e, r o t a ț i o n a l (rot $\overline{v}$) sau q u i r l al vitesei.

Să ne imaginăm în interiorul lichidului o parte dintr'o suprafață F, limitată de o linie s (fig. 5). Fie v vitesa într'un punct al liniei s. Notăm cu v' componenta lui v în direcțiunea tangentei la s în punctul considerat. Dacă formăm produsul elementului de linie ds al conturului prin v' și integrăm de-a-lungul acestei linii închise ($\oint$), obținem o mărime

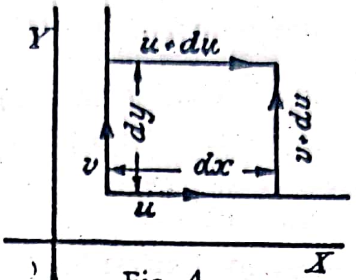


Fig. 4.

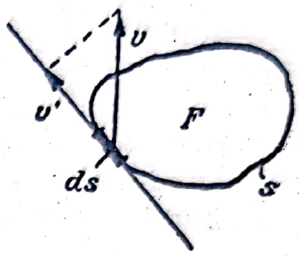


Fig. 5.

$$\Gamma = \oint v' \, ds,$$

care se numește c i r c u l a ț i e. Intre circulație (Γ) și rotațiune (rot $\overline{v}$) există relația:

$$\Gamma = \int \operatorname{rot} \overline{v} \cdot d\overline{F},$$

în care $d\overline{F}$ e un element de suprafață iar rot $\overline{v}$ rotațiunea în jurul unei axe perpendiculare pe $d\overline{F}$, — integrala extinzându-se pe întreaga suprafață $\overline{F}$ limitată de curba considerată.

Când rotațiunea e aceeași pe întreaga suprafață, avem:

$$\Gamma = \overline{F} \operatorname{rot} \overline{v}.$$

rot $\overline{v}$ (resp. turbionul) e un vector. Circulația e produsul scalar a doi vectori ($\overline{v}$ și $d\overline{s}$ resp. rot $\overline{v}$ și $d\overline{F}$), deci un scalar.

Dacă o parte dintr'un lichid se rotește ca un solid rigid cu vitesa unghiulară ω, putem scrie pentru un cerc cu raza r în jurul axei de rotațiune:

$$\Gamma = 2 r \pi r \omega; \qquad |\operatorname{rot} \overline{v}| = \Gamma / F = 2 r \pi r \omega / r^2 \pi = 2 \omega.$$

Rotațiunea e de două ori mai mare decât vitesa unghiulară.

Liniile ale căror tangente cad în fiecare punct în direcțiunea axei rezultante de rotațiune a unui fluid în mișcare, se numesc l i n i i t u r b i o n. Totalitatea liniilor turbion cari străbat o suprafață de conexiune simplă formează un f i r t u r b i o n. Circulația (v. m. s.) în jurul unui fir turbion se numește i n t e n s i t a t e a t u r b i o n u l u i (intensitatea firului turbion considerat). Regiunile de lichid în rotațiune (fire lichide) se zice că formează — spre deosebire de zonele de jur cari nu se rotesc — un s â m b u r e t u r b i o n a r. Mișcarea irotațională din jurul sâmburilor se numește c â m p t u r b i o n a r. Prin numirea de t u r b i o n se înțelege uneori sâmburele, respectiv firul sau linia turbion, alteori sâmburele și câmpul. Uneori termenul t u r b i o n e echivalent cu cel de rotațiune. Un câmp turbionar al cărui sâmbure se reduce la o linie se numește t u r b i o n p o t e n ț i a l (p. 467). Un sâmbure turbionar care se reduce la o suprafață se numește s u p r a f a ț ă d e s e p a r a ț i e sau de d i s c o n t i n u i t a t e; la tre-

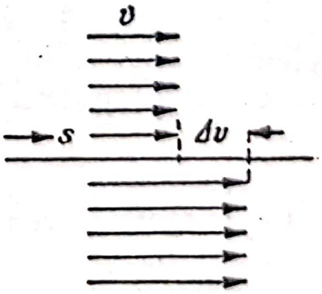


Fig. 6.

Scanned with OKEN Scanner

cerea dela o faţă la alta a acestei suprafeţe vitesa variază cu o cantitate finită Δv. Aceasta e egală cu circulaţia pe unitatea de lungime:

$$\Delta v = \frac{d\Gamma}{ds} \text{ (fig. 6)}$$

Intr'un domeniu în care mişcarea e irotaţională (rot $\overline{v} = 0$), îi putem asocia fiecărui punct o mărime Φ, aşa încât

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \qquad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \qquad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}.$$

Funcţiunea Φ se numeşte potenţialul vitesei, iar mişcările irotaţionale se numesc şi mişcări potenţiale.

Un lichid în care rotaţiunea fiecărei particule nu se poate schimba niciodată se numeşte lichid ideal (cp. teoremele e) 3 şi e) 4 de mai jos). In cazul particular când rotaţiunea e pretutindeni zero, lichidul ideal poate efectua numai mişcări potenţiale.

5. Formule şi teoreme. a) Ecuaţiile generale ale mişcării stabilite de Navier-Stokes (notaţiunile p. 457):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = X - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x} + \{\nu \Delta u\},$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = Y - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial y} + \{\nu \Delta v\},$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = Z - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial z} + \{\nu \Delta w\};$$

$\frac{\partial u}{\partial t}$ e creşterea într'o secundă a componentei vitesei după X într'un anumit punct al spaţiului. $\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$ e creşterea într'o secundă a componentei vitesei după X pentru o anumită particulă lichidă, care îşi schimbă în general locul în spaţiu în elementul de timp dt, considerat. X e o forţă exterioară pe unitatea de masă, $\frac{\partial p}{\partial x}$ e forţa desvoltată prin variaţiunea presiunii, iar

$\varrho \nu \Delta u = \varrho \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$ forţa de frecare cu particulele învecinate în direcţiunea X. Intr'un lichid ideal (fără frecări) ultimii termeni se anulează — ei sunt trecuţi din această cauză în acolade.

Restul termenilor formează ecuaţiile lui Euler, valabile pentru lichidele ideale.

Observaţie. In lichidele vâscoase presiunea variază cu orientarea. In ecuaţiile Navier-Stokes se consideră presiunea medie.

b) Ecuaţia de continuitate. Din condiţia ca lichidul intrat într'un element de volum de mărime invariabilă să fie egal cu lichidul ieşit, rezultă, în ipoteza unei densităţi invariabile, ecuaţia de continuitate

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{sau} \quad \text{div}\,\overline{v} = 0.$$

In curgere potenţială (v. m. s.) se mai poate scrie:

$$\Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{sau}$$

în coordonate cilindrice $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\varphi = \text{arc tg}\,(y/x)$, z

$$\Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0.$$

Pentru tratarea unor probleme se admit prin ipoteză puncte izolate, în cari div $\vec{v}$ nu e zero; aceste puncte se numesc s u r s e sau a b s o r p ț i i, după cum div $\vec{v}$ e pozitiv sau negativ (v. surse sau absorpții, p. 467).

c) **Ecuația presiunilor** (B e r n o u l l i) se obține pentru mișcarea neturbionară prin integrarea ecuației lui Euler

$$v^2\rho/2 + p + h\gamma + \rho\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \text{const} = p_0.$$

In regim staționar $\frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0$, așa încât termenul $\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t}$ cade. $h\gamma$ reprezintă creșterea presiunii cu adâncimea din cauza greutății stratului de lichid de deasupra. Această parte a presiunii exercită forța hidrostatică ascensională asupra particulelor de lichid (p. 460). Deoarece însă această forță e egală și opusă cu greutatea particulei considerate, în interiorul lichidului forța ascensională e anulată prin acțiunea gravitației.

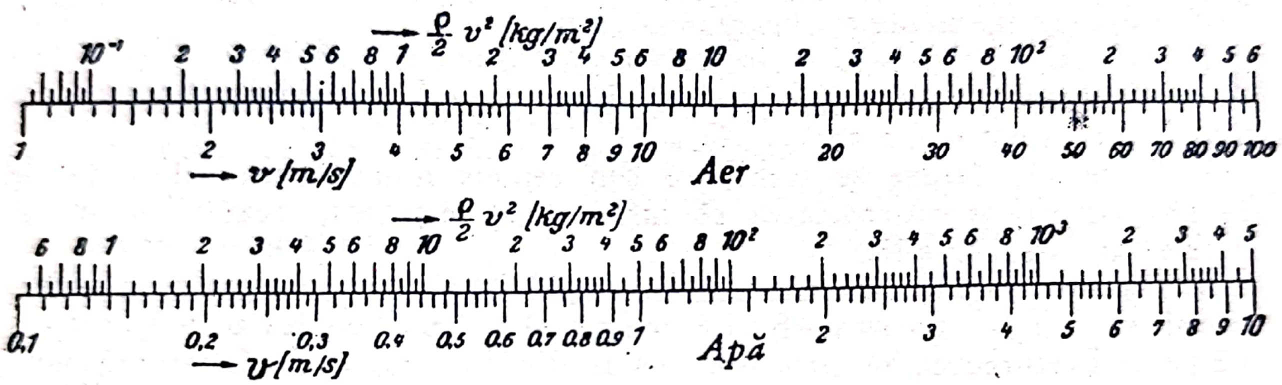


Fig. 7. Presiunea dinamică pentru aer și apă.

Pentru studiul fenomenelor de mișcare a unui lichid, neinfluențate de o suprafață liberă (p. 467), mărimile $p + h\gamma = p'$ se strâng deci în termenul p', care s'ar putea numi presiune redusă. Dacă instrumentele de măsurat presiunea se găsesc la aceeași înălțime la care e convenabil să se plaseze și planul zero ($h = 0$), și presupunând că același lichid umple conductele de legătură dintre punctele de măsură și instrumente, ele indică această presiune redusă $p + h\gamma$. $v^2\rho/2$ e e n e r g i a c i n e t i c ă pe unitatea de volum a lichidului, numită și p r e s i u n e d i n a m i c ă (fig. 7). In locul presiunii dinamice (kg/m² sau mm col. de apă) se poate da și înălțimea unei coloane din lichidul considerat, care produce aceeași presiune. Această înălțime e $v^2/2g$ și se numește s a r c i n ă v i t e s ă (tabla p. 359). Ecuația lui Bernoulli e valabilă în întreaga regiune cu lichid, în care mișcarea nu e turbionară. In cazul mișcării turbionare, relațiunea e valabilă în lungul fiecărui fir de curgere, dacă nu se consideră frecările. La trecerea dela un fir de curgere la altul se schimbă însă constanta.

Pentru mișcările staționare se obține prin introducerea presiunii reduse, forma simplă a ecuației lui Bernoulli

$$v^2\rho/2 + p' = \text{const.}$$

Dacă presiunea p a lichidului scade din cauza vitesei mari până în apropiere de vidul absolut, se degajă din lichid vapori și gaze, cari modifică regimul de mișcare (c a v i t a ț i e). Acest fenomen apare mai ales la elicele de înaltă turație ale vapoarelor și la turbine, înrăutățind randamentul acestor mașini. Afară de aceasta,

Scanned with OKEN Scanner

cavitația provoacă și o coroziune a materialului[1]). Cauza principală a coroziunilor e că la creșterea din nou a presiunii, bulele de vapori și gaze sunt suprimate dintr'odată, ceea ce poate produce lovituri punctiforme de foarte înaltă presiune, cari întrec rezistența materialului (v. Mecanica fluidelor elastice, p. 513). O cavitație redusă nu înrăutățește randamentul, îl poate mări chiar puțin[2]), poate produce însă coroziuni. In anumite condițiuni apa poate suporta presiuni negative (tensiuni de întindere) considerabile, fără a se produce cavitația[2]); după observațiunile lui Ackeret se pare că acesta este cazul mai ales atunci când, la vitese foarte mari, nu e timp suficient pentru degajarea bulelor și când regimul de mișcare nu e turbulent; încă nu e sigur dacă fenomene de acest fel joacă un rol și în tehnică. Rezultate experimentale[3]) privind palete cu cavitație, în p. 512.

d) **Teorema impulsului** (generală, valabilă în particular și pentru fenomenele cu pierderi de energie). Impulsul = masa × vitesa. Impulsul care intră cu lichidul într'o regiune limitată prin suprafața ei (impulsul care iese se consideră negativ), e în echilibru cu forțele exterioare cari acționează asupra ei. Presiunile cari acționează pe suprafață aparțin forțelor exterioare. Impulsul e, ca și forța, un vector: echilibrul trebue să existe deci între componentele corespunzătoare.

e) **Teoreme privitoare la mișcarea potențială și turbioane.** Teoremele 4, 5 și 6 sunt teoremele lui Helmholtz referitoare la regimul turbionar.

1. Dacă un curent se stabilește din repaos numai prin diferențe de presiuni, fără ca vâscozitatea să influențeze mișcarea, rezultă o mișcare potențială.

2. Dacă o mișcare are caracter potențial, mișcarea potențială din interiorul ei nu e perturbată nici de influența vâscozității. Perturbarea se propagă numai din locurile unde încetează mișcarea potențială (vine în contact cu regiuni în rotațiune sau cu limite rigide).

3. Intr'un lichid ideal (în special deci în mișcarea potențială) nu are loc pierdere de energie. Rezistența la mișcarea uniformă a unui corp e nulă. (Rezistența care apare în lichidele reale se datorește formării unor particule lichide în rotațiune).

4. Intr'un lichid ideal, circulația în jurul unui fir turbion e invariabilă în timp, în deosebi o particulă nu poate ajunge în rotațiune, dacă inițial nu se găsea în rotațiune.

Pentru lichide reale, această teoremă e valabilă numai cu aproximație și în ipoteza fie că vâscozitatea e destul de mică, sau mișcarea coincide pe o rază mare cu o mișcare potențială (v. teorema 2), fie că rotațiunea îndeplinește anumite condițiuni, de ex. e constantă într'o regiune extinsă. Această teoremă nu exclude formarea unor suprafețe de sepație într'un lichid ideal.

5. Un fir turbion e format întotdeauna din aceleași particule lichide, chiar când se deplasează sau își schimbă forma.

6. Circulația în jurul unui fir turbion e constantă în lungul întregii lungimi a firului. Din această cauză firul nu se poate termina decât la limita lichidului, respectiv la infinit, sau trebue să se închidă în el însuși.

Ultima teoremă privește numai relațiuni geometrice, respectiv cinematice; nu depinde deci de nicio proprietate a lichidului.

---

[1]) Schröter, Versuche zur Frage der Werkstoffanfressung durch Kavitation, Mitt. KW-Inst. Wasserbau u. Wasserkraft, fasc. 3, München și Berlin 1935, Oldenbourg. — De Haller, Untersuchungen über die durch Kavitation hervorgerufenen Korrosionen, Schweiz. Bauztg. 101 (1933).

[2]) Thoma, Die Kavitation bei Wasserturbinen, Wasserkraft-Jahrbuch, München 1924, Pflaum.

[3]) Lerbs, Untersuchung der Kavitation an Schraubenpropellern, 131. Mitt. d. Hamburgischen Schiffbau-Versuchsanstalt, Hamburg 1936. — Walchner, Profilmessungen bei Kavitation in Kempf-Förster, Hydromechanische Probleme des Schiffsantriebes, Hamburg 1932, Ges. der Freunde und Förderer der Hamburgischen Schiffbau-Versuchsanstalt.

Scanned with OKEN Scanner

7. Vitesa în câmpul unui turbion potențial de intensitatea Γ se poate exprima printr'o integrală extinsă pe întreaga lungime a firului turbion. Influența unei porțiuni din firul turbion de lungime ds asupra vitesei v într'un punct P (fig. 8) e dată prin următoarea relațiune:

$$dv = \Gamma \frac{ds}{4\pi r^2} \sin\varphi = \Gamma \frac{ds}{4\pi a^2} \sin^3\varphi .$$

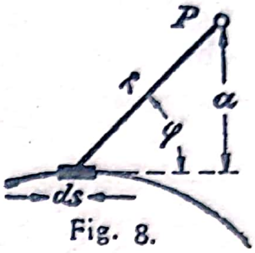


Fig. 8.

unde dv se ia perpendicular pe planul determinat de P și ds (legea lui Biot-Savart). (Observație: Câmpul vitesei unui turbion potențial e numeric egal cu câmpul magnetic din jurul unei conducte electrice de aceeași formă ca firul turbion).

b) Fenomene fără pierderi (Mișcarea potențială)

I. Fenomene fără influența gravitației

Intru cât în lichidul omogen forța ascensională a unui volum anumit e egală cu greutatea acestui volum, cele două forțe se compensează. Totul se petrece deci, ca și cum nu ar exista gravitatea. Aceste concluziuni nu mai sunt valabile la limita a două lichide de densitate diferită, în deosebi pe fața liberă a lichidelor. Aici se pot produce de ex. valuri sub influența gravitației.

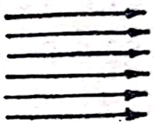


Fig. 9.

Fig. 10

1. Câmpuri elementare.

Mișcarea paralelă (fig. 9). Toate liniile de curent sunt paralele și vitesa e pretutindeni aceeași.

Sursa (fig. 10). Lichidul curge radial dintr'un punct, sursa, în toate direcțiunile, spre infinit. Cantitatea isvorîtă într'o secundă se numește debitul E [m³/s] al sursei. Vitesa la distanța r [m] de sursă e

$$v = E/(4r^2\pi)\ [\mathrm{m/s}],$$

potențialul
$$\Phi = -E/(4r\pi)\ [\mathrm{m^2/s}]$$

In mișcarea în două dimensiuni sursa e repartizată de-a-lungul unei linii drepte. Debitul E [m²/s] e aici cantitatea care izvorăște pe unitatea de lungime a acestei linii. Vitesa la distanța r [m] e

$$v = E/(2r\pi)\ [\mathrm{m/s}],$$

potențialul
$$\Phi = (E/2\pi)\ln r\ [\mathrm{m^2/s}].$$

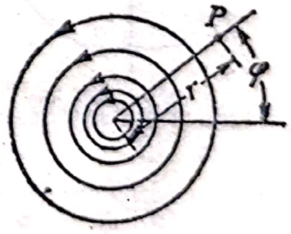


Fig. 11.

Dacă debitul e negativ, adică vitesa dirijată radial spre interior, avem o absorpție.

Turbion potențial drept (fig. 11). Lichidul se mișcă în cercuri concentrice în jurul unei axe drepte, mișcarea fiind irotațională în afara acestei axe. Dacă circulația în jurul axei e Γ, rezultă pentru vitesa într'un punct P la distanța r [m] de axă:

$$v = \Gamma/(2r\pi)\ [\mathrm{m/s}],$$

potențialul fiind
$$\Phi = (\Gamma/2\pi)(\varphi + 2n\pi)\ [\mathrm{m^2/s}],$$

unde φ e unghiul dintre raza origine și raza punctului iar n un număr întreg arbitrar (potențial multiform). Sursa în plan și turbionul potențial se transformă unul în altul, dacă se schimbă între ele liniile de scurgere și cele echipotențiale.

Scanned with OKEN Scanner

2. Metoda suprapunerii pentru obținerea unor mișcări complexe. Când se suprapun două mișcări potențiale, compunând vitesele ca forțe în fiecare punct (adunare vectorială), se obține o nouă mișcare potențială. Prin suprapunerea convenabilă a unor câmpuri elementare, se pot obține mișcări foarte variate.

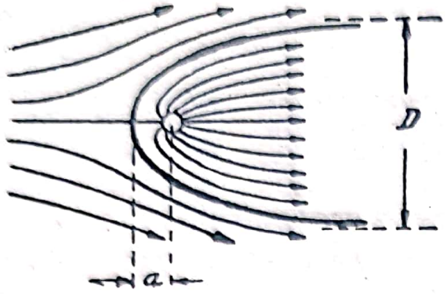


Fig. 12.

Sursă și curent uniform (fig. 12). Lichidul ce iese din sursă rămâne în interiorul unei suprafețe determinate. Spațiul din interiorul acestei suprafețe poate fi înlocuit cu un corp rigid, fără ca mișcarea din exterior să se schimbe. Reciproc: perturbarea produsă într'o mișcare paralelă de acest corp sau de câmpul unei surse e aceeași. Dacă notăm cu v [m/s] vitesa în mișcarea paralelă neperturbată, cu E [m³/s resp. m²/s] debitul sursei, cu a [m] distanța dintre sursă și punctul cel mai înaintat al corpului și cu D [m] grosimea corpului la o mare depărtare de vârf, putem scrie

la curgere spațială $a = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{E/v\pi} = D/4$; $D = 2\sqrt{E/v\pi}$;
la curgere plană $a = E/(2v\pi) = D/2\pi$; $D = E/v$.

Din aceste relațiuni se determină, pentru un corp dat, poziția și debitul sursei ce-l înlocuește.

Când corpul are o formă puțin deosebită, poate fi înlocuit în aproximație cu o sursă. Important pentru calculul perturbării produse de un astfel de corp în jurul lui: Perturbarea consistă în suprapunerea câmpului de vitese al sursei. Analog se pot determina și perturbările produse de corpurile reprezentate mai jos.

Sursă și absorpție de debit egal (fig. 13). Dacă se micșorează distanța a și se mărește debitul E astfel încât $aE = M =$ const, se obține la limită un **dipol** sau dublet (fig. 14). La dipolul plan liniile de scurgere sunt cercuri. M [m⁴/s resp. m³/s] se numește momentul dipolului. Vitesa din câmpul unui dipol e:

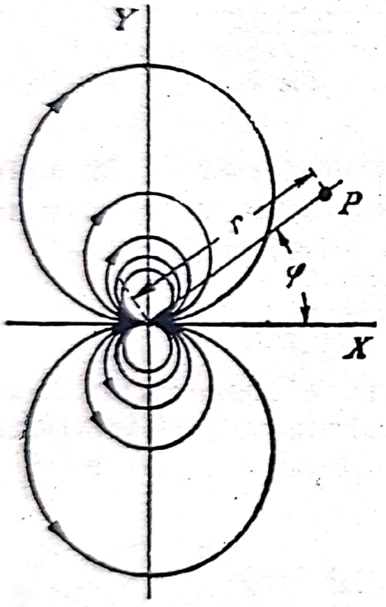


Fig. 14.

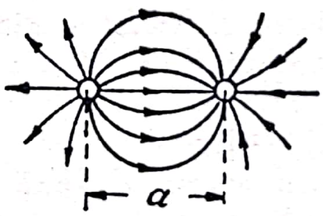


Fig. 13.

	la curgere spațială	la curgere plană
Comp. X	$u = -(M/4\pi r^3)(3\cos^2\varphi - 1)$	$u = -(M/2\pi r^2)(2\cos^2\varphi - 1)$,
Comp. Y	$v = -(M/4\pi r^3)\, 3\sin\varphi\cos\varphi$	$v = -(M/2\pi r^2)\, 2\sin\varphi\cos\varphi$,
Rezult.	$\sqrt{u^2+v^2} = (M/4\pi r^3)\sqrt{3\cos^2\varphi + 1}$	$\sqrt{u^2+v^2} = M/2\pi r^2$,
Potențialul	$\Phi = (M/4\pi r^2)\cos\varphi$	$\Phi = (M/2\pi r)\cos\varphi$.

Sursă, absorpție și curent uniform (fig. 15). Suprafața limită (resp. curba limită) ce se formează se aseamănă cu un elipsoid de revoluție (resp. elipsă). Reprezentarea mișcării în jurul acestor corpuri se face prin sursă și absorpție.

Caz particular: **dipol și curent uniform.** Figura limită: sferă resp. cerc. Dacă notăm cu v [m/s] vitesa din curentul uniform, cu d [m]

Scanned with OKEN Scanner

diametrul figurii limită și cu w [m/s] vitesa pe suprafața ei, avem:

la curgere spațială (sferă)

$$d = 2\sqrt[3]{M/2\pi v}, \qquad w = 1{,}5\, v \sin\varphi,$$

la curgere plană (cerc)

$$d = 2\sqrt{M/2\pi v}, \qquad w = 2\, v \sin\varphi.$$

Prin surse și absorpții repartizate continuu, suprapuse unui curent uniform, se pot realiza forme favorabile pentru nave aeriene [1]) (fig. 16, suprafața hașurată reprezintă repartiția surselor deasupra și a absorpțiilor dedesubtul axei).

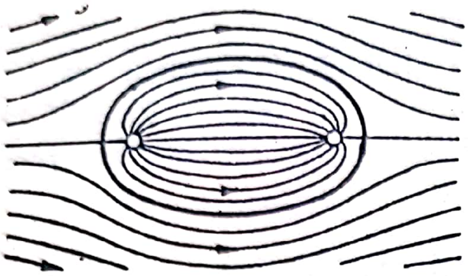


Fig. 15.

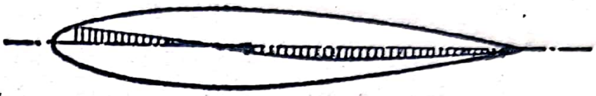


Fig. 16. Navă aeriană.

Cilindru circular în curent uniform (v. m. s.) **cu un turbion potențial concentric** (fig. 17). Cilindrul e supus unei forțe ascensionale perpendiculară pe v, de valoarea $\rho\,\Gamma\, v$ pe unitatea de lungime.

Imagini. Dacă-i suprapunem unui câmp imaginea lui în raport cu un plan, acesta formează un plan de simetrie și poate fi înlocuit printr'un perete rigid. Reciproc, putem reprezenta efectul unui perete plan prin suprapunerea mișcării — imagine față de perete.

Exemplu: Sursă în apropierea unui perete (fig. 18).

In mișcarea plană putem lua imaginile și față de un cerc (fig. 19). Dacă punctul P e la distanța a de centrul O al cercului de rază r, punctul reflectat P' se găsește pe segmentul OP la distanța $a' = r^2/a$ de centru. Punctul dela infinit are imaginea în centrul cercului; trebue observat că aici apar elementele singulare dela infinit (surse, turbioane, dipoli).

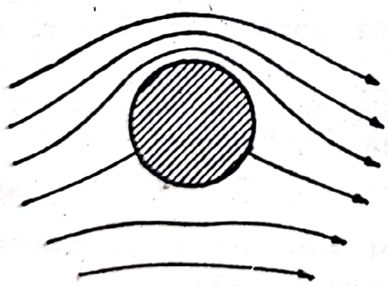


Fig. 17.

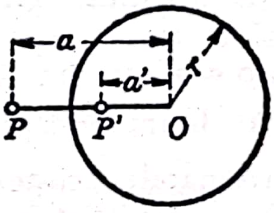


Fig. 19.

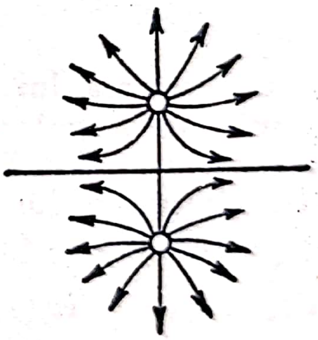


Fig. 18.

Pentru sferă (mișcare în spațiu) nu avem o lege simplă a imaginilor.

---

1) Fuhrmann, Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Ballonmodellen, Teză, Göttingen 1912, și Jahrb. d. Motorluftschiff.-Studiengesellschaft 1911/12, p. 65 ș. u. — Privitor la calculul corpului unor nave aeriene expuse unui curent transversal v. Kármán, Berechnung der Druckverteilung an Luftschiffkörpern. Abh. aus dem Aerodynamischen Institut an der T H Aachen, fasc. 6. — Lotz, Zur Berechnung der Potentialströmung um quergestellte Luftschiffkörper, Ing.-Arch. vol. 2 (1932), p. 507.

Exemplu: Un vitesometru se găseşte cu 20 cm înaintea barei avionului $dt = 5 \cdot 15$ cm ca în fig. 70, p. 494. Care e eroarea acestuia din cauza prezenţei barei?

Bara avionului se va înlocui în aproximaţie prin sistemul sursă-absorpţie (fig. 15): $E \approx dv = 0{,}05\, v\, \mathrm{m^2/s}$, distanţa $a \approx t - d/\pi = 0{,}134$ m. In privinţa efectului la distanţă, sursa şi absorpţia se poate înlocui aproximativ prin dipolul $M = Ea = 0{,}0067\, v$ [$\mathrm{m^3/s}$] la distanţa de cca $t/2 - d/10 \approx 0{,}07$ m de muchia anterioară a barei. Distanţa dintre instrument şi dipol $r = 0{,}20 + 0{,}07 = 0{,}27$ m. Perturbarea produsă de dipol $\varkappa = (M/2\pi r^2)(2-1) = 0{,}0067\, v/(2\pi 0{,}27^2) \approx 0{,}015\, v$. Instrumentul arată prin urmare cam cu $1^1/_2$% mai puţin. Eroarea scade cu pătratul distanţei.

3. Metoda reprezentării conforme (p. 182). Aplicabilă numai fenomenelor în plan; în schimb e foarte rodnică.

Reprezentarea $\zeta = z^n$ (fig. 20). Mişcarea în planul Z paralelă cu un perete plan, în planul ζ înscrisă într'un unghiu intrând (planul ζ_2, $n < 1$) respectiv circumscrisă unui vârf ieşind (planul ζ_1, $n > 1$). Unghiul la vârf $\beta = n \cdot 180°$.

$\zeta = 1/z$. Cercurile (inclusiv dreptele) se transformă în cercuri sau drepte. Mişcarea uniformă trece în cea din jurul unui dipol.

$\zeta = z + 1/z$. Cercul prin punctele $z = -1$ şi $z = +1$ se transformă într'un arc de cerc

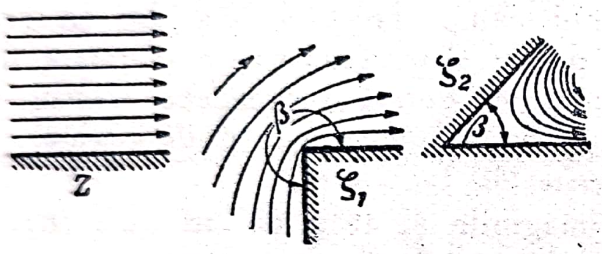


Fig. 20.

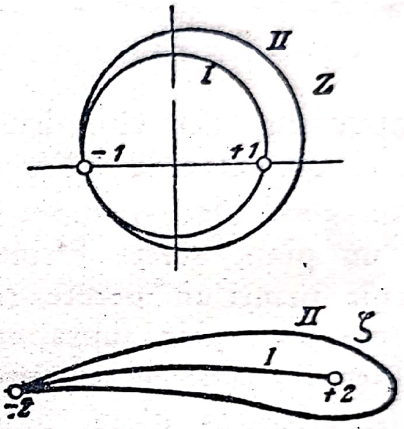


Fig. 21.

(transformarea lui K u t t a, fig. 21, curba I); caz particular: Cercul cu centrul în $z = 0$ devine o dreaptă. Cercul prin punctul $z = -1$ cu punctul $z = +1$ în interior trece într'un profil de aripă purtătoare (transformarea lui J o u k o w s k y, fig. 21, curba II)[1]).

$\zeta = u(z) - i\,v(z)$. Dacă luăm imaginea planului ζ faţă de axa x [$\bar{\zeta} = u(z) + iv(z)$], coordonatele acestei imagini sunt egale cu componentele vitesei în punctele corespunzătoare ale planului z (h o d o g r a f). Această reprezentare se aplică mai ales mişcărilor cu suprafeţe fluide libere. In afara limitelor vinelor, lichidul e în repaos. Presiunea nu variază. De aceea presiunea şi deci vitesa trebue să fie invariabilă şi la limita vinei. O linie de scurgere cu vitesă constantă se transformă în hodograf într'un arc de cerc.

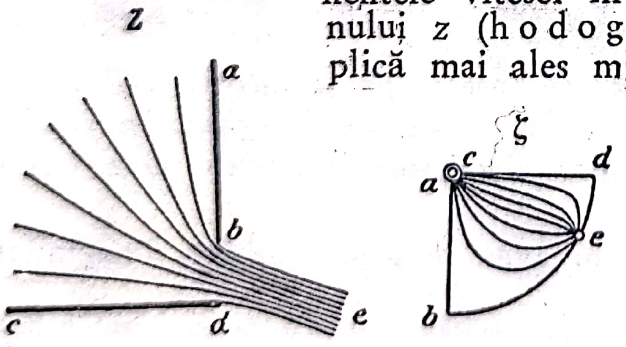


Fig. 22.

Exemplu: Scurgerea dintr'un vas (fig. 22). Punctele corespunzătoare sunt notate cu aceleaşi litere. Mişcarea care rezultă în hodograf poate fi redusă prin transformare conformă la câmpuri elementare. In realitate suprafeţele de separaţie de acest fel nu sunt stabile; totuşi termenul e redat cu destulă preciziune în apropierea desprinderilor.

---

1) T r e f f t z, Graphische Konstruktion Joukowskischer Tragflächen, ZFM 4 (1913), p. 130.

II. Mişcare sub influenţa gravitaţiei[1])

1. Valuri de apă.

Afară de notaţiunile din p. 457 notăm cu
l lungimea valului [m],
C constanta capilară [kg/m] (pentru apă $C = 7{,}3 \cdot 10^{-3}$ kg/m),
t adâncimea apei [m],
c vitesa de propagare a undei [m/s],
$c' = c - l\dfrac{dc}{dl}$ vitesa de grup.

Avem pentru $l \gg t$ $\quad c = \sqrt{g\,t},$

şi pentru $l \ll t$ $\quad c = \sqrt{g\,l/2\pi + 2\pi\, C/\varrho\, l},$

$$\min c = \sqrt[4]{4\,g\,C/\varrho} \quad \text{la } l = l_1 = 2\pi\sqrt{C/g\varrho},$$

Valuri de gravitaţie $(l \gg l_1): c = \sqrt{g\,l/2\pi}, \qquad c' = c/2,$

Valuri capilare $(l \gg l_1): c = \sqrt{2\pi\, C/\varrho\, l}, \qquad c' = 3\,c/2,$

pt. $l \gg l_1$, însă comparabil cu t, $\quad c = \sqrt{(g\,l/2\pi)\,\mathrm{Tg}\,(2\pi\, t/l)}.$

2. **Trecerea peste o ridicătură a bazei unui canal.** Să presupunem că apa curge dintr'un rezervor mare peste creasta unui deversor (fig. 23). Dacă înălţarea bazei e plată, aşa încât liniile de scurgere să fie curbate slab, putem neglija acceleraţiile verticale (forţe centrifuge). Vitesa într'un punct oarecare depinde atunci numai de denivelarea feţei libere de deasupra: $v = \sqrt{2\,g\,h}$. Notând cu b lăţimea crestei, debitul prin fiecare secţiune e

$$Q = b\,(a - h)\sqrt{2\,g\,h}.$$

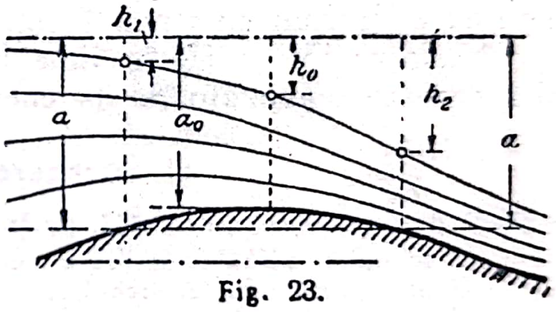


Fig. 23.

Scurgerea peste un coronament plat de baraj.

Oricărei adâncimi a terenului a îi corespund două denivelări ale suprafeţei h_1 şi h_2, din cari una se găseşte înainte şi cealaltă după punctul cel mai ridicat al coronamentului barajului. Doar pentru punctul cel mai înalt al terenului pentru $a = a_0$, rezultă numai o singură denivelare $h_0 = a_0/3$. De aici rezultă debitul de scurgere

$$Q_0 = b\sqrt{g\,(^2/_3 \cdot a_0)^3} = 0{,}385\, b\, a_0 \sqrt{2\,g\,a_0}.$$

Acesta e debitul maximum care poate să se scurgă peste un baraj la o sarcină dată. Printr'o lucrare înainte sau după baraj se poate micşora

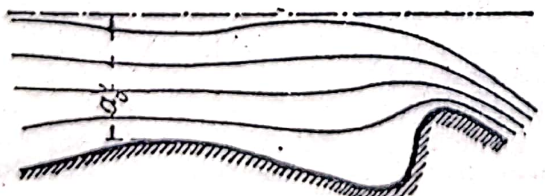


Fig. 24.

Piedică în dosul unei denivelări.

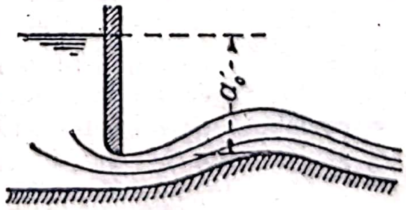


Fig. 25.

Opritor înaintea unei denivelări.

debitul respectiv obţine acelaşi debit la o sarcină mai mare ($a'_0 > a_0$) Se obţin în acest caz exemple ca în fig. 24 şi 25. Curba de sarcină se

[1]) După Prandtl, Abriß der Strömungslehre, Braunschweig 1935, Vieweg p. 74.

Scanned with OKEN Scanner

obține din ecuația de mai sus a lui Q, în timp ce pentru un Q dat la fiecare valoare a lui a (denivelarea terenului) se calculează valoarea corespunzătoare a lui h (căderea de sarcină). Fig. 26 ilustrează trecerea tipică a curbei de sarcină pentru un același debit Q, însă pentru o valoare mărită a_0' a sarcinii (înălțimea sarcinii statice deasupra punctului cel mai înalt al barajului). Linia grasă I...IV corespunde scurgerii tratate mai sus, peste coronamentul barajului. Pentru sarcini mai mari, curbele de sarcină sunt situate fie deasupra liniei limită I...II (cazul fig. 24) fie dedesubtul liniei III...IV (cazul fig. 25).

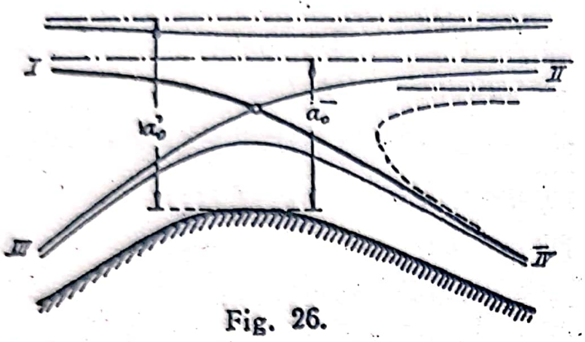


Fig. 26.
Curbele de sarcină în diferite ipoteze

Dacă construcția nu e în deajuns de înaltă în spatele barajului, în locul scurgerii ilustrate în fig. 24 vom avea-o pe cea din fig. 27. Apa curge la început ca și în cazul fig. 23 peste obstacol. După obstacol curentul trece cu o pierdere de energie (șoc) printr'un s a l t d e a p ă (t o r e n t) într'un curs mai încet, a cărui curbă de sarcină e desenată în fig. 26, între IV și II, în linie întreruptă. (Mărimea saltului de apă și pierderea corespunzătoare de energie v. p. 481).

Fig. 27.
Salt de apă

c) Scurgerea prin conducte

Afară de simboalele din p. 457, notăm cu:

F secțiunea plină cu lichid a conductei sau canalului [m²],
U perimetrul udat de lichid al conductei [m],
d diametrul unei conducte circulare [m],
r raza unei conducte circulare [m],
$r' = F/U$ așa numita rază hidraulică (la conductele circulare $r' = r/2 = d/4$),
Q debitul pe secundă [m³/s],
v vitesa într'un loc oarecare al secțiunii [m/s],
$v_0 = Q/F$ vitesa mijlocie [m/s],
$Re = v_0 d/\nu$ numărul lui Reynolds (pentru conducte circulare) raportat la diametrul d,
$Re' = v_0 r'/\nu = Re/4$ numărul lui Reynolds raportat la raza hidraulică,
$Re'' = Re/2$ numărul lui Reynolds (pentru conducte circulare) raportat la rază.
$\lambda = \dfrac{\Delta p}{v_0^2 \rho/2} \dfrac{d}{l}$ coeficientul de rezistență al unei conducte, când Δp [kg/m²] e căderea de presiune pe distanța l [m],
λ_0 coeficientul de rezistență pentru conducte netede,
$i = \Delta p/\gamma l$ panta,
$\zeta = \dfrac{\Delta p}{v_0^2 \rho/2}$ coeficientul de rezistență al unui singur obstacol, când Δp e diferența de presiune înainte și după obstacol.
k coeficient de rugozitate ($\lambda = 10^{-2} (k/d)^{0{,}314}$),
λ', λ_0', k' resp. λ'', λ_0'', k'' valorile corespunzătoare lui λ, λ_0, k dacă în formule se introduce în loc de diametrul d, raza hidraulică r' respectiv raza conductei.

Intr'o conductă sau canal, lichidul poate curge l a m i n a r (n e t e d) sau t u r b u l e n t (c u t u r b i o a n e). In primul caz liniile de scurgere sunt paralele cu pereții. In ultimul există mișcări puternice transversale (turbioane). Care din aceste două cazuri de scurgere se stabilește, depinde de vitesa mijlocie v_0, de dimensiunile conductei (la conducte circulare

Scanned with OKEN Scanner

de ex. de diametrul *d*) şi de vâscozitatea cinematică ν. Hotărîtoare e o combinaţie fără dimensiuni a acestor trei mărimi, numărul lui R e y n o l d s $Re = v_0 \, d/\nu$ (v. p. 440 ş. u.). Intr'o conductă circulară netedă dreaptă, la numere ale lui Reynolds $Re < 2320$ scurgerea e întotdeauna laminară, sau trece din nou în scurgere laminară, dacă incidental a fost deranjată. La numere ale lui Reynolds $Re > 2320$ scurgerea poate fi laminară, dacă se evită cu îngrijire deranjamentele. Dacă e însă turbulentă, ea rămâne turbulentă [1]). Cu cât numărul lui Reynolds e mai mare, cu atât ajung deranjamente mai mici spre a transforma o curgere în turbulentă, aşa încât practic pentru numere ale lui Reynolds $Re > 3000$ avem aproape întotdeauna turbulenţă. Numărul lui Reynolds dela limita

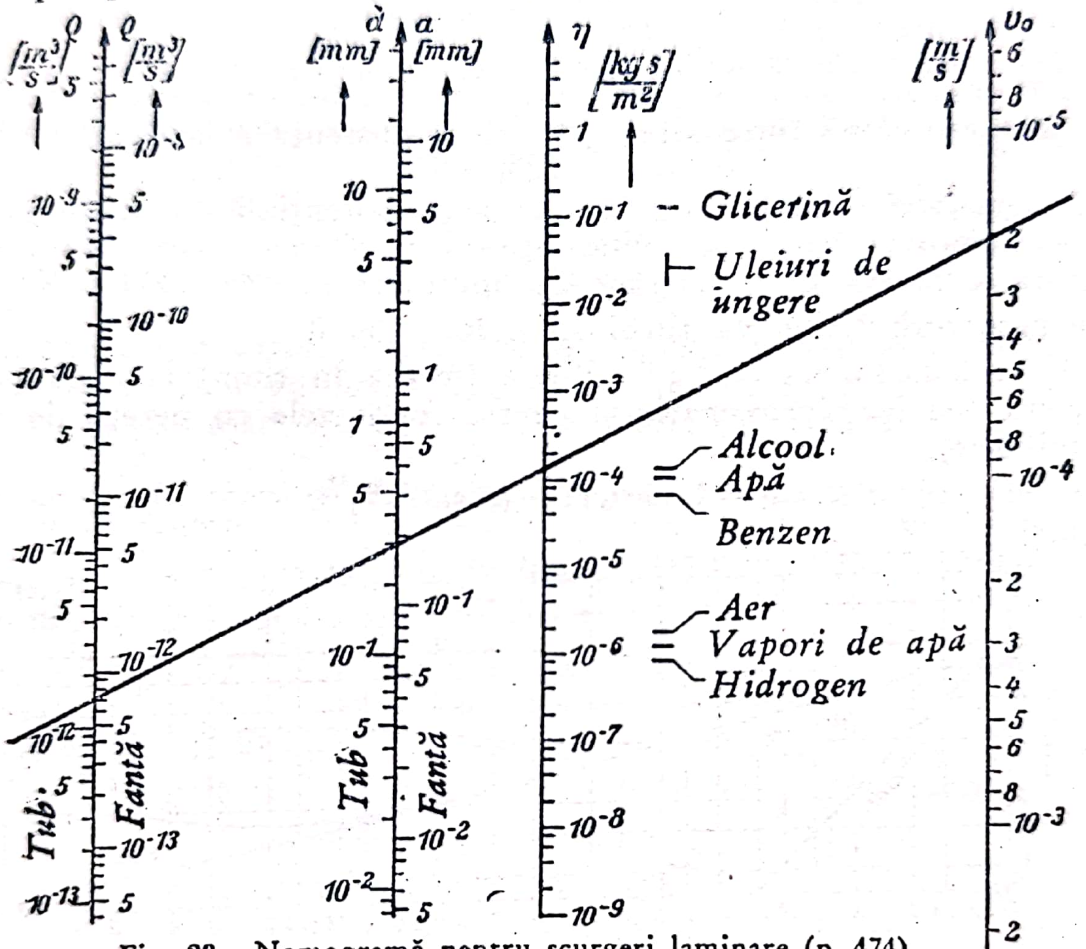


Fig. 28. Nomogramă pentru scurgeri laminare (p. 474).

a) Scurgeri prin conducte. Relaţiunea dintre diametrul conductei *d* (mm), debitul Q [m³/s], vitesa mijlocie v_0 [m/s] şi vâscozitatea η [kg s/m²].

b) Scurgerea prin fante. Relaţiunea dintre deschiderea fantei *a* [mm], debitul Q' [m³/s], raportat la o lăţime egală cu deschiderea *a*, vitesa mijlocie v_0 şi vâscozitatea η [kg s/m²].

Valorile debitelor Q resp. Q' şi ale vitezelor v_0 sunt valabile pentru o sarcină de 1 kg/m² pe m de conductă, resp. de lungime de fantă. Pentru alte presiuni se vor înmulţi aceste valori cu sarcinile respective.

Exemplu: Apa ($\eta = 1{,}33 \cdot 10^{-4}$ kg s/m²) curge printr'o ţeavă de 0,3 mm diametru, resp. printr'o fantă de 0,18 mm deschidere şi 250 mm (= 0,25 m) lungime, sub o suprapresiune $\Delta p = 900$ kg/m² (= 0,9 m sarcină). Căderea de sarcină pe metru = 900/0,25 = 3600 kg/m³. Din diagramă (linia trasată) rezultă: vitesa de scurgere $v_0 = 3600 \cdot 2{,}1 \cdot 10^{-5} = 0{,}076$ m/s, debitul în cazul ţevii $Q = 3600 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-12} = 5{,}4 \cdot 10^{-9}$ m³/s = 5,4 mm³/s, în cazul fantei pentru o lăţime de 0,18 mm $Q' = 3600 \cdot 7 \cdot 10^{-13} = 2{,}5 \cdot 10^{-9}$ m³/s = 2,5 mm³/s.

[1]) S c h i l l e r, Experimentelle Untersuchungen zum Turbulenzproblem. ZAM 1 (1921), p. 436 ş. u.

Scanned with OKEN Scanner

inferioară a scurgerii turbulente se numeşte numărul critic al lui Reynolds $Re_{cr} = 2320$. Vitesa care-i corespunde acestui număr al lui Reynolds pentru o conductă cu un diametru şi o vâscozitate cinematică dată, se numeşte vitesă critică v_{cr}. (Abaca fig. Nr. 31, p. 477. Raza hidraulică şi formuiele corespunzătoare în p. 475).

I. Conducte de secţiune uniformă[1])

Scurgerea laminară (netedă sau Poiseuille) (Fig. 28, pag. 473). $Re < 2320$ Repartiţia vitesei în secţiunea conductei după o parabolă. Vitesa la distanţa x dela axa conductei e

$$v = 2\, v_0\, [1 - (2\, x/d)^2].$$

Coeficientul de rezistenţă $\lambda = 64/Re$.

Căderea de presiune $\Delta p = 32\, \eta\, v_0\, l/d^2$.

Această relaţiune simplă se foloseşte mai des la determinarea vâscozităţii η, măsurând căderea de presiune la scurgere printr'un tub capilar.

La scurgere plană între pereţi paraleli la distanţa a unul de altul avem

$$\Delta\, p = 12\, \eta\, v_0\, l/a^2.$$

La intrarea în conductă avem scurgere potenţială, dacă rotunjirea e într'o anumită măsură potrivită. Spre a se forma o scurgere laminară completă, e nevoie de o lungime de apropiere de $l \approx 0{,}029\, Re\, d$[1]).

Scurgere turbulentă (cu turbioane). $Re > 3000$.

a) Conducte netede[2]). Vitesa (media în timp) la distanţa x de axa conductei (cu aproximaţie şi pentru conductele cu pereţii de rugozitate mijlocie):

$$v = 1{,}19\, v_0\, [1 - (2\, x/d)^{1{,}25}]^{1/7}.$$

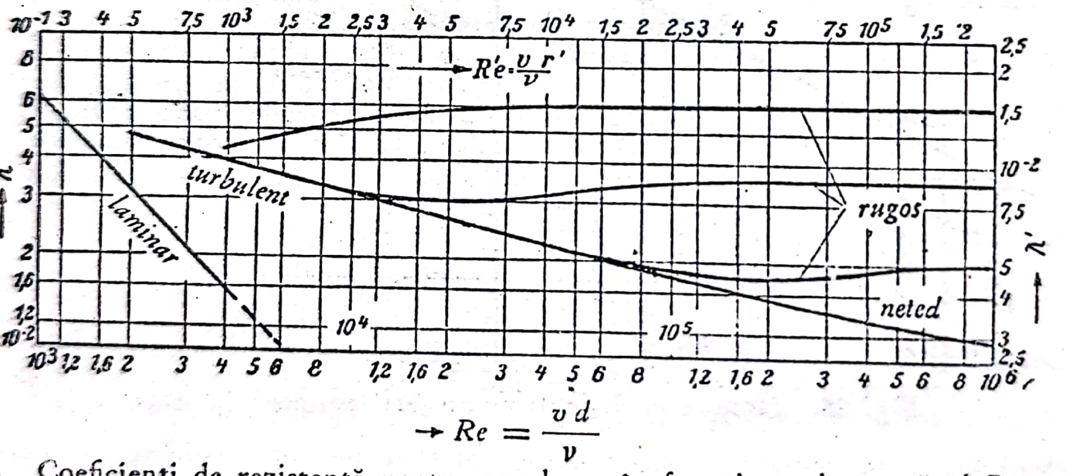


Fig. 29. Coeficienţi de rezistenţă pentru conducte în funcţiune de numărul Reynolds.

Coeficienţii de rezistenţă (fig. 29)

$$\lambda_0 = 1/[2 \log \left(Re \sqrt{\lambda_0}\right) - 0{,}8]^2 \text{ Prandtl-Nikuradse}^{3)}\ Re \text{ oricât de mare})$$

$$\lambda_0 = 0{,}3164\, \sqrt[4]{1/Re} \text{ (Blasius. } Re < 3 \cdot 10^5)$$

b) Conducte rugoase[2]). Se disting trei intervale de numere Reynolds (fig. 29). Pentru numere Reynolds mici, rezistenţa este aceeaşi ca la conductele cu pereţii netezi. Pentru numere Reynolds mari, λ

[1]) Schiller, Strömung in Rohren, Handbuch der Experimentalphysik, vol. IV, partea a 4-a, Berlin 1932, Springer.

[2]) Conductele sunt netede din punct de vedere hidraulic, atunci când rugozităţile pereţilor din conductă $\leqslant 30\, d\, Re^{-7/8}$.

[3]) Prandtl, Zur turbulenten Strömung in Rohren und längs Platten. Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen, IV, 18...29 (1932). — Nikuradse, Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. Mitt. Forschungsarb. VDI 356 (1932).

Scanned with OKEN Scanner

e independent de Re și depinde numai de gradul de rugozitate relativă k/d. Pentru rugozitatea nisipului de granulația k_s (diferită de k din tabela 4, p. 476) avem [1])

$$\lambda = (1{,}74 + 2 \log d/2k_s)^{-2}.$$

In intervalul mai important din punct de vedere tehnic avem după Hopf și Fromm $\lambda = 10^{-2}(k/d)^{0{,}314}$

Valorile lui k în tabela 4, p. 476; scara dublă în fig. 30, nomograma în fig. 31, cu exemple.

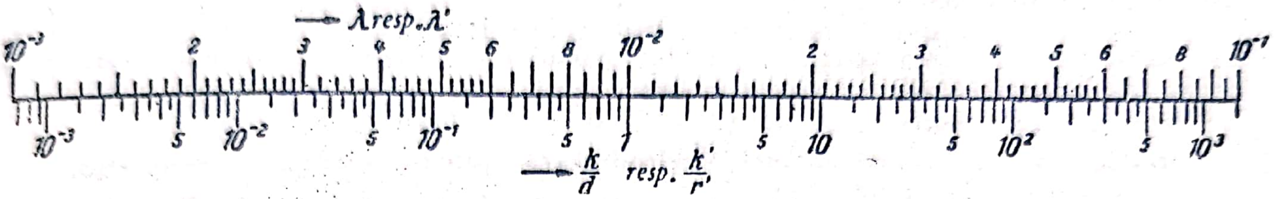


Fig. 30. Coeficientul de rezistență λ respectiv λ' în funcțiune de rugozitatea relativă k/d resp. k'/r'

Trecerea între cele două intervale depinde de felul rugozității [2]). Pentru scopuri practice ne mulțumim de cele mai multe ori cu cele două intervale cu regim mai simplu și alegem întotdeauna valoarea mai mare care rezultă pentru λ sau λ_0 (nomograma, fig. 31).

La conductele a căror secțiune nu e circulară și la conductele a căror secțiune nu e plină cu lichid (canale) se folosește pentru aflarea rezistenței, în locul diametrului d, raza hidraulică [3])

$$r' = F/U.$$

Observațiune: La conducte circulare raza hidraulică e jumătate din raza geometrică, la canale deschise, în cari adâncimea apei e mică față de lățime, raza hidraulică e aproximativ jumătate din adâncimea medie a apei. La scurgere plană între pereți paraleli, la distanța a, raza hidraulică e $a/2$.

Ecuațiile de mai sus iau următoarele forme:

$Re' = v\,r'/\nu = Re/4$	numărul critic al lui Reynolds, $Re'_{cr} = 580$,
$\lambda' = \lambda/4 = 4/Re'$ [4])	pentru scurgere laminară,
$\lambda_0' = \lambda_0/4 = 0{,}05594 \sqrt[4]{1/Re'}$	pentru scurgere turbulentă, la pereți netezi,
$\lambda' = 10^{-2}(k'/r')^{0{,}314}$	pentru scurgere turbulentă, la pereți rugoși,
$k' = k/330.$	

Dacă la conducte raportăm toate mărimile la raza r în loc de diametrul $d = 2r$ și le notăm cu ″, ecuațiile respective vor fi:

$Re'' = Re/2$, $\lambda'' = \lambda/2 = 16/Re''$, $\lambda_0'' = \lambda_0/2 = 0{,}133\sqrt[4]{1/Re''}$, $\lambda'' = 10^{-2}(k''/r'')^{0{,}314}$, $k'' = k/18{,}2$.

Spre a calcula mai ușor pe λ pentru conducte rugoase, s'a trasat în diagramă (fig. 30) λ (resp. λ') în funcțiune de rugozitatea relativă.

Exemple: Țeavă nouă de fontă ($k = 2{,}5$ m) cu $d = 100$ mm ($= 0{,}1$ m) : $k/d = 2{,}5/0{,}1 = 25$, $\lambda = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$; sau canale din ciment rugos ($k' = 2 \cdot 10^{-2}$m), raza hidraulică $r' = 1$ m; $k'/r' = 2 \cdot 10^{-2}/1 = 2 \cdot 10^{-2}$, $\lambda' = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$.

---

[1]) Nikuradse, Strömungsgesetze in rauhen Rohren, Mitt. Forschungsarb. VDI 361 (1933).

[2]) Colebrook and White, Experiments with fluid friction in roughened pipes, Proc. Royal Soc. A Vol. 161 Nr. 906 (1937), S. 367.

[3]) Pentru secțiuni neobișnuite procedeul nu e exact; după experientele de până acum pare însă utilizabil în largă măsură pentru regimul turbulent, cel puțin în cazul conductelor pline. In regimul laminar abaterile sunt puțin mai mari [v. nota [4])]. Schiller, Über den Strömungswiderstand von Rohren verschiedenen Querschnitts und Rauhigkeitsgrades, ZAM 3 (1923), p. 2 ș. u. La canalele deschise, suprafața liberă nu pare a fi tocmai fără influență.

[4]) Numărul 4 e valabil pentru conducte circulare; pentru alte secțiuni, în locul lui 4 se trece 3,56 pentru pătrat, 4,44 pt. dreptunghiul cu raportul laturilor 1 : 4.

Tabela 4. Coeficienţii de rugozitate k (resp. k')

Materialul	k [m]	k' [m]	$(k/5)^{0,314}$
1. Conductă nouă de metal, relativ netedă, tablă asfaltată	1,5	$4 \cdot 10^{-3}$	0,7
2. Conductă nouă de fontă, tablă, ciment bine sclivisit	2,5	$7 \cdot 10^{-3}$	0,8
3. Ţeavă mai veche de fier, ruginită	5	$1,5 \cdot 10^{-2}$	1,0
4. Ciment rugos, fontă cu rugozităţi mari, scânduri nedate de rindea	7	$2 \cdot 10^{-2}$	1,1
5. Zidărie de cărămidă şi pereuri de piatră	10	$3 \cdot 10^{-2}$	1,2
6. Pietriş fin (de 1 ... 2 cm)	70	$2 \cdot 10^{-1}$	2,3
7. Pietriş grosier (de 3 ... 5 cm)	300	$8 \cdot 10^{-1}$	3,7
(8. Teren cu plantaţii *)	5000	15	8,8)

*) Pentru acesta nu ar trebui să se mai aplice formula lui Hopf şi Fromm. La râuri (probabil din cauza cotiturilor cursului) rezistenţa e cu mult mai mare decât cea corespunzătoare rugozităţii lor.

Nomogramă pentru calculul conductelor (fig. 31).

Formule mai vechi, cari se mai întrebuinţează, pentru rezistenţa conductelor.

$\lambda = 0,03$ [Dupuit şi Chézy], $\lambda = 0,02 + 0,0005/d$ [Darcy].

Alte formule după Biel, Techn. Mechanik, Berlin 1925, editura VDI; Lang, ed. 19...24 din „Hütte"; v. Mises, El. der techn. Hydrodynamik, Leipzig 1914, Teubner.

Alte date pentru calculul conductelor de apă în vol. III, sect. Hidrotehnică.

Puncte de vedere practice pentru evaluarea coeficienţilor de rezistenţă.

Variaţia lui λ în urma trecerii lui d în d_1. Varieri în diametru survin în exploatare în urma depozitărilor. Dacă depozitările sunt uniform repartizate, d_1 e egal cu noul diametru al conductei; dacă prezintă însă neregularităţi pronunţate, cari ajung uneori la înălţimea de $0,5\,d$ şi sunt repartizate neregulat, d_1 nu corespunde diametrului ideal al secţiunii rămase liberă, fiindcă neregularităţile măresc perimetrul udat şi rugozitatea. Mici variaţii în diametru survin la toate ţevile trase sau conductele presate pe priboiu (sticlă, plumb, aramă, alamă, cositor, ţevi de fier sudate în capete sau suprapuse); acestea ajung singure spre a nu mai avea acelaşi λ, după cum ţeava este parcursă într'un sens sau altul [1].

La o micşorare a diametrului dela d la d_1 căderea de presiune la acelaşi debit variază în raportul $(d/d_1)^5$, considerând un λ invariabil (conducte rugoase).

Tabla 5. Valorile $(d/d_1)^5$

$d_1/d =$ 0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,93	0,95	0,98
$(d/d_1)^5 =$ 32,0	19,9	12,9	8,62	5,95	4,21	3,06	2,27	1,69	1,44	1,29	1,18

Explicaţia fig. 31.

Relaţiunea dintre diametrul conductei d [m], vitesa v [m/s], debitul Q [m³/s], numărul lui Reynolds Re, căderea de presiune p [kg/m²] pe 1 m lungime de conductă (resp. pentru panta apei i în mm pe 1 m lungime de conductă) pentru conducte netede şi pentru conducte cu rugozitatea pereţilor de $k = 5$ m (ţeavă de fier mai veche, ruginită) pentru apă şi aer.

Pentru conducte cu altă rugozitate (tabela 4), valorile din scara „Δp rugos" trebue multiplicate cu valorile $(k/5)^{0,314}$ din coloana ultimă a tab. 4. Dacă scara „Δp neted" dă valori mai mari decât pentru conductele rugoase, se va lucra cu acestea.

Exemplu (dreapta trasată): 1. Conductă de fier ruginită ($k = 5$ m) cu 0,15 m diametru, parcursă de apă cu vitesa $v_0 = 0,6$ m/s. Debitul pe secundă $Q = 0,0105$ m³/s, numărul lui Reynolds $Re = 9,0 \cdot 10^4$ (supracritic), căderea de presiune pe 1 m lungime de conductă a) după scara „rugos" $\Delta p = 3,65$ kg/m² [b) după scara „neted", $\Delta p = 2,23$ kg/m² nu e valabilă!]. 2. Aceeaşi conductă cu aer de vitesa $v_0 = 8,8$ m/s. $Q = 0,155$ m³/s, $Re = 9,0 \cdot 10^4$ „rugos" $\Delta p = 0,97$ kg/m² [neted" 0,59 nu e valabil!]. 3. Conductă nouă de fontă ($k = 2,5$ m) cu 0,15 m diametru cu apă, $v_0 = 0,6$ m/s. Q şi Re ca mai sus, „rugos" $\Delta p = 3,65 \cdot 0,8 = 2,92$ kg/m² [„neted" $\Delta p = 2,23$ kg/m² nu e valabil].

[1]) Blasius, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 131.

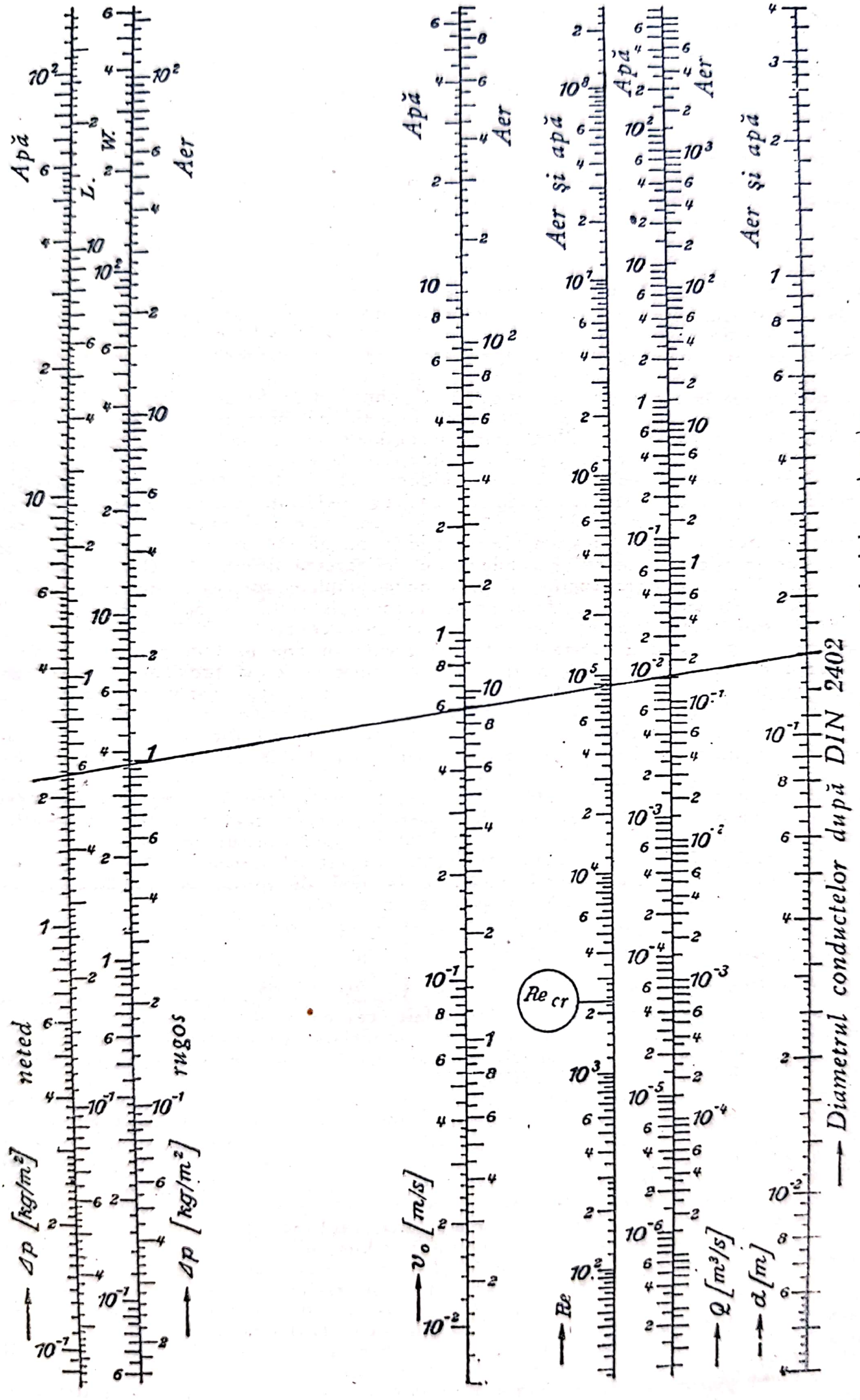


Fig. 31. Nomogramă pentru calculul conductelor

Scanned with OKEN Scanner

Pentru adoptarea lui d_1 și λ se va avea în vedere: La conducte noi: Conductele de fontă se execută în diferite lungimi, țevile strâmte obțin lungimi de fabricație mai mici; fiecare legătură e însoțită de o mică deplasare a secțiunii sau în cazul legăturilor cu mufe de o mică variație de secțiune. Cum ambele provoacă o rezistență, λ se mărește pentru țevi de lungimi de fabricație mai mici. Țevile laminate din fier forjat se execută în lungimi dela 7...10 m. Țevile trase, ținând seamă de valorile foarte sensibile ale lui λ, trebue privite ca având un diameatru nu tocmai uniform; cele sudate în capete prezintă în interior o cusătură de sudură bombată; țevile zincate au adesea în interior rugozități pronunțate. Țevile de lemn, executate din doage puternice, dau un perete continuu, foarte neted. [Z V D I 53 (1909), p. 933].

La extracțiunea păcurii vâscoase, care nu se amestecă cu apa ce curge mai ușor, se introduc ambele împreună în conductă și acolo se mențin în rotațiune, așa încât apa mai grea rămâne la periferie; prin aceasta λ scade simțitor [Z V D I 52 (1908), p. 1368]. Separația ulterioară a substanțelor se face în rezervoare prin depunere.

La conductele în serviciu: După câteva zile de serviciu se depune pe pereți un strat mucilaginos din apă, care micșorează diametrul util cu 2...3 mm. Ruginirea (coroziunea) pereților interiori de fier nu se manifestă în lipsa aerului sau la aer rămas în absorpție, ci numai dacă fierul e disolvat din cauza calității acide sau sărate a apei. In toate locurile cu presiune redusă a lichidului (conductă de aspirație, în sifon, lărgiri, dispozitive de laminare) gazele antrenate de apă vor fi însă eliberate (aerul, bioxidul de carbon, acidul clorhidric, acidul sulfuros, amoniacul etc. v. secț. 4. Căldura, tabela disolvarea în apă a gazelor) și atacă pereții neprotejați ai conductei. La ape nefiltrate survin adesea formațiuni de cruste de până la 60 mm, cari provin din depuneri. Cantitățile depunerilor corespund debitului scurs; conductele în pungă rămân curate; mărirea vitesei de scurgere și asfaltarea pereților conductei nu micșorează depunerile. Golirile dese ale conductei măresc formarea ruginii și la o nouă umplere colorează apa în brun.

Depunerile din ape nefiltrate, feruginoase, constau la conducte din fontă la început din bulbi semicirculari apăruți neregulat, cari cresc concentric și se împreună ca o îmbrăcăminte noduroasă a peretelui spre a prezenta în fine pe alocurea o formațiune de încrețituri. Masa constă din piatră de fier oxidat — după proveniența apei amestecată cu minerale și scoici. Singurul mijloc contra acestor depuneri constă în a deferugina, a degaza și a filtra apa înainte de a o introduce în conductă (cp. cap. Apa din Tehnologia materialelor și cap. Alimentări cu apă din vol. III). Apa subterană cu conținut de bioxid de carbon liber atacă țevile de fontă și de ciment, rămânând un reziduu de grafit spongios resp. bioxid de siliciu. Uneori apa subterană nefiltrată prezintă formațiuni puternice de alge, și apa nefiltrată de râuri îngrămădiri de animale acuatice (și anume puiet de țipari), cari deranjează mai ales apometrele. La conducte din fier forjat cresc și ramuri subțiri spre centrul conductei. Plumbul, chiar după mai mulți ani de serviciu, prinde numai un strat interior subțire și uniform.

Cantități de depuneri găsite în țevi de fontă, la întrebuințare de ape de râu nefiltrate, în % față de secțiunea necesară:

d în m . . .	0,076	0,076	0,102	0,152	0,152	0,204	0,381
Ani de serviciu	20	32	22	10	20	24	40
Depozitare în %	35	75	54	20	33	36	28

Apa caldă nu permite vopsirea cu asfalt, cea cu acizi reclamă plumb, cositor, aluminiu, argilă, piatră, lemn sau materiale artificiale; conținutul în acid carbonic nu permite fierul și zincul, apa sărată reclamă zinc, plumb, lemn, nichel, bronz special, oțel inoxidabil, materiale artificiale.

Spre a menține randamentul unei conducte, trebue prevăzute, din 50...60 m distanță, dispozitive de curățire sau puțuri de curățire. Prima curățire se face după terminarea așezării conductelor, curățiri repetate sunt necesare după câte 2...3 ani. Asupra ruginirii pereților exteriori ai conductelor de fier așezate în terenuri argiloase cu conținut de gips, cp. Meelinger, Journal f. Gasbel. u. Wasservers. 1918, p. 73; asupra materialelor de construcție cele mai potrivite pentru diferite feluri de ape v. Spiegelberg, Gesund. Ing. 1918, Nr. 11.

Spre a stabili ușor schimbările survenite în interiorul conductelor, se aplică două piezometre la o depărtare mică l unul de altul. (Cele două piezometre se unesc printr'o țeavă deasupra nivelului de sarcină și se reglează cu un robinet rarefierea resp. comprimarea aerului, astfel încât cele două înălțimi piezometrice să ajungă la o înălțime comodă pentru citiri). Diferențele de înălțimi prea mici se măresc cu ajutorul tuburilor diferențiale de măsură, v. Brabbée, Gesund. Ing., Beiheft 1, 1913, p. 5. Diferența dintre cele două niveluri e înălțimea de rezistență pentru drumul l la vitesa v, pentru un debit Q. După creșterea acestuia pentru un Q invariabil se poate aprecia economia unei curățiri sau a unei schimbări a conductei.

Vitese obișnuite la alimentarea cu apă a orașelor $v_0 = 0,6...0,7$ m/s.

II. Conducte cu fața liberă (râuri și canale)

In locul coeficientului de rezistență λ' se utilizează adesea în construcții hidraulice numărul lui Chézy

$$\sqrt{2\,g/\lambda'} = v_0/\sqrt{r'\,i}.$$

De altfel se calculează ca și la țevi (Nomograma fig. 31. p. 477) sau cu scări grafice, fig. 30, p. 475, trecând în locul diametrului d de patru ori raza hidraulică, deci $d = 4\,r'$. Se consideră că suprafața liberă a apei nu are influență asupra rezistenței, ceea ce nu e tocmai cazul. O mare nesiguranță prezintă și aprecierea rugozității. De aceea se utilizează în construcțiile hidraulice de multe ori formula empirică de mai jos.

După Forchheimer [1] $\qquad v_0 = a\,r'^{\alpha}\,i^{0,5}$.

	a	α		a	α		a	α
Ciment	91	0,60	Pietriș mic	62	0,73	Cărămidă	70	0,61
	p. la 106	0,68		p. la 74	0,74	Teren curățit	58	0,92
Scânduri	72	0,60	Pietriș grosier	58	0,82	Teren natural	48	1,12
	p. la 111	0,68						

După Beyerhaus [2] $\quad v_0 = a\,r'^{\,0,7}\,i^{\,0,46} \qquad a = 28$ pentru râuri.

După Weisbach pentru râuri și canale cu albia rugoasă avem:

$$\lambda' = 0,0074 + 0,000433/v_0.$$

în medie se ia pentru o albie rugoasă $\lambda' = 0,0075$ sau $\sqrt{2\,g/\lambda'} = 51$.

După Bazin, formulă mai nouă (1897):

$$\sqrt{2\,g/\lambda'} = 87/\left(1 + c/\sqrt{r'}\right), \qquad \lambda' = 0,00259\left(1 + c/\sqrt{r'}\right)^2,$$

lemn rindelat sau ciment . . .	$c = 0,06$	pământ, secțiune regulată și curată	$c = 1,30$
pereu și lemn nerindelat . . .	$c = 0,16$	prundiș (după Kutter) . .	$c = 1,75$
zidărie din moloane	$c = 0,47$		

După Ganguillet și Kutter [3]: Formula originală:

$$\sqrt{2\,g/\lambda'} = \frac{23 + 1/n + 0,00155/i}{1 + (23 + 0,00155/i)\,n/\sqrt{r'}}$$

unde n variază dela 0,010 pentru pereți îngrijit executați din lemn rindelat până la 0,030 pentru prundiș.

$$v = 100\,\sqrt{r'}\cdot\sqrt{r'\,i}\,/\left(b + \sqrt{r'}\right) \text{ pt. } i > 0,0005,$$

unde b crește în douăsprezece trepte, după gradul de rugozitate al suprafeței udate, dela 0,12...2,44 (tabele în vol. III, secț. Construcții hidraulice).

Vitese și pante curente pentru canale.

Ca apa să nu atace fundul canalului, nu trebue depășite vitesele de mai jos:

Tabela 6. Vitesa apei în canale [m/s]

Starea albiei	v_0	Starea albiei	v_0
Pământ nămolos și argilă brună de olărie	0,12	Albie cu pietriș	1,00
Nisip fin	0,16	Albie cu grohotiș	1,25
Lut, lut argilos (sedimentat) . .	0,25	Amestec de bucăți de ardezie . .	1,80
Nisip gras de râu	0,50	Roci stratificate	2,30
		Roci de stâncă tare nestratificate	3,50

[1]) Forchheimer, Der Durchfluß des Wassers durch Röhren und Gräben, insbesondere durch Werkgräben großer Abmessungen, Berlin 1923, Springer. — Acelaşi, Wasserströmungen, Handbuch der Physik, vol. 7, Springer. Cu $\alpha = 0,657$ formula lui Forchheimer se identifică cu formula lui Hopf și Fromm dela p. 475. Intre a și k' există atunci relația $a^2/2\,g = 100/k'^{\,0,314}$

[2]) Beyerhaus, Geschwindigkeitsformeln für Wasserläufe und maßgebendes Gefälle; Mängel der Ganguillet-Kutterschen Formel etc., Bauing. 2 (1921), p. 485 și 523.

[3]) Valabilitatea acestor formule e pusă din nou la îndoială în ultimul timp: Beyerhaus, Die Trugschlüsse aus den Mississippi-Messungen von Humphreys u. Abbot und der fehlerhafte Bau der Ganguillet-Kutterschen Formel, Ztrbl. Bauv. 41 (1921), p. 168; v. și nota [2]).

Pentru ca într'un canal să nu se depună aluviuni și sedimente, trebue ca vitesa medie să fie de cel puțin:

când apa poartă nămol ușor, $v_0 = 0{,}25$ m/s,
când se prevede depunere de nisip, $v_0 = 0{,}50$ m/s.

Pentru canale de fabrică se alege $v_0 = 0{,}4...0{,}8$ m/s; canalele de aducere vor primi o pantă de $= 0{,}0005...0{,}0004$, iar cele de evacuare de 0,002...0,001.

Când canalele de navigație trebue să poată fi golite pentru curățire, să servească de canale de desecare sau să asigure apa pentru irigație sau alimentarea regiunilor mai joase, vor primi o pantă de 0,000 005...0,000 040. Altfel (până la 75 km lungime) canalele au panta zero. Cele mai mari pante posibile pentru canale navigabile sunt de 1 : 600...1 : 500; se tinde să se evite pante mai mari decât 1 : 5000.

III. Rezistența câtorva elemente de conducte

Afară de simboalele din p. 457, notăm cu:

p_1, v_1, F_1 presiunea [kg/m²], vitesa [m/s] și secțiunea [m²] înaintea elementului de conductă,
p_2, v_2, F_2 valorile corespunzătoare după element,
p_0, v_0, F_0 valorile corespunzătoare în partea cea mai strâmtă,
p', v', F' $(=\alpha F_0)$ valorile corespunzătoare în fasciculul lichid strangulat,
$\zeta_0 = [p_1 - p_2 + (v_1^2 - v_2^2)\ \rho/2] : (v_0^2\ \rho/2)$ coeficientul de rezistență raportat la secțiunea cea mai strâmtă,
$\zeta_1 = \zeta_0\ (F_1/F_0)^2$ coeficientul de rezistență raportat la secțiunea F_1,
$\zeta_2 = \zeta_0\ (F_2/F_0)^2$ coeficientul de rezistență raportat la secțiunea F_2,
$\zeta' = \zeta_0\ \alpha^2$ coeficientul de rezistență raportat la secțiunea strangulată,
α coeficientul de contracțiune.

1. Formule fundamentale și reguli generale. La **micșorări de secțiune cu o bună rotunjire** (mărire de vitesă, micșorare a presiunii în direcțiunea scurgerii) fără ca să urmeze măriri de secțiune, nu apar rezistențe afară de frecarea de pereți, de cele mai multe ori minimală. $\zeta_0 = 0{,}06...0{,}005$. Cu cât suprafața e mai netedă și numărul lui Reynolds mai mare, cu atât e mai mică pierderea. Ca limită inferioară a unei rotunjiri bune poate fi privit ajutajul standard (Sect. 7, Măsuri, C. fig. 4).

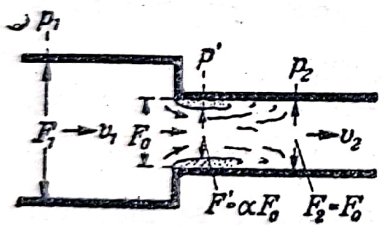


Fig. 32.

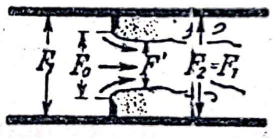


Fig. 33.

La o rotunjire rea, mai ales la o micșorare în muchii a secțiunii (fig. 32 și 33), lichidul se desprinde la o muchie și lucrează ca o vână liberă de apă, continuând să se contracte. Urmează o răspândire cu pierdere de energie după legi cunoscute (v. m. j.); coeficientul de contracțiune α e raportul dintre secțiunea minimă a vinei și a deschiderii piesei. El depinde foarte mult de proprietățile muchiei.

Intre coeficientul de scurgere μ (p. 496) și coeficientul de contracțiune α avem relațiunea $\mu = \alpha\,\varphi$ [1]), unde în general $\varphi \approx 0{,}97...0{,}998 \approx 1$.

Chiar la ajutaje cu rotunjiri bune urmate de o lărgire bruscă apar aproape întotdeauna mici contracțiuni, dacă ajutajul nu se racordează la capăt la un cilindru destul de lung.

Dacă la o strâmtare dreptunghiulară (fig. 32 și 33) secțiunea de scurgere $F_0 \leqq 0{,}1\ F_1$, adică dacă contracțiunea se poate forma în mod complet:

$\alpha = 0{,}62...0{,}64$ la muchie pronunțată,
0,7...0,8 la o muchie slabă,
0,9 la muchie puțin rotunjită,
0,99 la muchie netedă și bine rotunjită (fig. 37, p. 482).

---

[1]) Intr'o parte a bibliografiei mai noi se întrebuințează și invers literele μ și α, adică în înțelesul $\mu =$ coeficientul de contracțiune și $\alpha =$ coeficientul de scurgere.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă orificiul de scurgere $F_0 > 0{,}1\ F_1$, α se mărește în urma importantei vitese de apropiere spre strangulare (contracțiune incompletă); pentru muchii ascuțite avem după W e i s b a c h

pentru $F_2 : F_1$	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
α	0,60	0,61	0,62	0,65	0,70	0,77	1,00

Pierderea de energie la răspândirea unei vine de apă într'o conductă cilindrică (fig. 32 și 33) se poate calcula cu ajutorul legii impulsului. Avem

$$p_2 - p' = \rho\, v_2 (v' - v_2),$$

la treceri fără pierderi am avea $p_2{}^* - p' = (v'^2 - v_2{}^2)\, \rho/2$;

de aici pierderea de energie (formula B o r d a - C a r n o t) $p_2{}^* - p_2 = (v' - v_2{}^2)\, \rho/2$

și randamentul $\eta = \dfrac{p_2 - p}{p_2{}^* - p'} = \dfrac{2 v_2}{v_2 + v'} = \dfrac{2}{1 + F_2/F'}$,

coeficientul de rezistență $\zeta' = (1 - F'/F_2)^2$, $\zeta_2 = (F_2/F' - 1)^2$.

Spre a transforma complet energia e nevoie de o lungime egală cu de opt ori diametrul restului conductei [1]).

Tabla 7. Pierderi la răspândirea vinei de apă

F'/F_2	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0
η	0	0,182	0,333	0,461	0,572	0,667	0,75	0,824	0,88	0,947	1
ζ'	1	0,81	0,64	0,49	0,36	0,25	0,16	0,09	0,04	0,01	0
ζ_2	∞	81	16	5,44	2,25	1,00	0,444	0,184	0,0625	0,0123	0

La aceasta se mai adaugă pierderea neînsemnată la strangularea prealabilă [$\zeta_2 = (0{,}06...0{,}005)\,(F_2/F_0)^2$] și pierderea pe lungimea dreaptă a conductei între F' și F_2.

O formă deosebită a răspândirii brusce este t o r e n t u l d e a p ă (s a l t u l d e a p ă, p. 472).

Se dă v_1 și t_1 (fig 34), se cere v_2 și t_2. Ținând seamă de teorema energiei și a impulsului, avem

$$(t_2/t_1)(1 + t_2/t_1) = 2 v_1{}^2/g\, t_1 = 2 (v_1/c_1)^2,$$

Fig. 34. Torent de apă

unde $c_1 = \sqrt{g t_1}$ e vitesa de propagare a undei dela fund la adâncimea t_1 (p. 471). Din această ecuație se calculează t_2 și, combinând cu ecuația de continuitate $v_1 t_1 = v_2 t_2$, și v_2.

Scurgerea din fața torentului depinde numai de forma canalului din amonte, cea de după torent numai de forma canalului din aval. Torentul apare aproximativ în locul unde e satisfăcută ecuația precedentă. Dacă nicăieri nu e cazul, de ex. dacă al doilea obstacol e prea scund, apa țâșnește peste al doilea obstacol fără formare de torent, cu o energie aproape neslăbită (fig. 25, p. 471, după o comunicare a lui T h o m a). Dacă al doilea obstacol e prea înalt, scurgerea se face conform fig. 24, p. 471.

La lărgiri continue de secțiune (fig. 35) (scăderea vitesei, creșterea presiunii în direcțiunea scurgerii, difuzoare, conducte de aspirație) se produce un remuu al părților în mișcare mai lentă dela pereți (stratul de frecare), prin care se deranjează transformarea energiei cinetice în presiune. La o mărire prea bruscă a secțiunii se provoacă desprinderea de pereți a lichidului (scurgere cu desprinderea turbioanelor, p. 491), lichidul curge

Fig. 35.

ca o „vână liberă“ printr'o „apă moartă“ plină de curenți și în trecerea mai departe se amestecă cu ea. Un astfel de ajutaj, cu secțiunea mărită prea repede, se comportă ca o secțiune mărită brusc; uneori pierderea de

[1]) S c h ü t t, Versuche zur Bestimmung der Energieverluste bei plötzlicher Rohrerweiterung, în T h o m a, Mitt. d. Hydraul. Inst. d. TH München, fasc. 1, München și Berlin 1921, Oldenbourg.

Scanned with OKEN Scanner

energie este chiar puțin mai mare. Ca unghiu favorabil de mărire a secțiunii avem $\delta = 8°$, unde

$$p_2 - p_1 = (0{,}80 \ldots 0{,}85)\ (v_1{}^2 - v_2{}^2)\,\rho/2,$$
$$\zeta_0 = \zeta_1 = (0{,}15 \ldots 0{,}20)\ [1 - (F_1/F_2)^2].$$

După încercările lui A n d r e s [1]) procesul de transformare a înălțimii de vitesă $v_1{}^2/2g$ în înălțime de presiune, într'o secțiune F_2 e favorizată prin secțiune circulară, printr'o simplă mărire conică, prin imprimarea unei mișcări elicoidale sau turbionare în secțiunea mărită, printr'o trecere dulce și rotunjită în secțiunea mărită ca și printr'o netezime deosebită a pereților udați. (La pereți de fier, ultima condițiune nu se poate îndeplini pentru un timp mai îndelungat). Prin absorbirea particulelor lente ale stratului limit, se poate evita; chiar la măriri pronunțate de secțiune, desprinderea curentului de pereți, și obține astfel difuzoare scurte cu randament bun [2]).

Într'o conductă curbă, particulele de lichid cu vitesă mai mare au o mai pronunțată tendință de a curge drept decât particulele mai lente. Straturile retardate în apropierea pereților vor fi împinse deci spre partea din spre centrul de curbură, în timp ce spre latura exterioară a cotului, părțile mai repezi ale curentului vor fi împinse spre pereți, fiind retardate astfel mai repede decât la curgerea dreaptă. Prin împingerea la o parte a părților mai lente se produc de ambele părți ale planului de simetrie curenți elicoidali, așa numiții „curenți secundari" [3]).

Rezistențele diferitelor piese de conductă depind într'o anumită măsură și de forma conductei din amonte și aval de ele. Prima condiționează repartiția vitesei cu care intră curentul în obstacol. De ultima depinde mersul restabilirii curentului normal, mai ales mersul procesului de mărire a secțiunii la vinele libere cari eventual s'ar forma.

2. Valori experimentale. Piese de intrare (fig. 36...39). După W e i s b a c h:

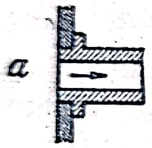


Fig. 36
Muchia de intrare
a ascuțită
$\zeta = 0{,}50$
Muchia frântă
$\zeta = 0{,}25$

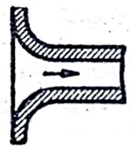


Fig. 37
După netezimea peretelui
$\zeta = 0{,}06$
. . . 0,005

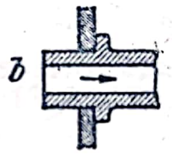


Fig. 38
Unghiul la muchia de intrare obtuz (90°)
$\zeta = 0{,}56$
muchia de intrare în tăiș de cuțit
$\zeta = 3{,}0$

Fig. 39
Muchia de intrare ascuțită
$\zeta = 0{,}5 + 0{,}3 \cos\delta + 0{,}2 \cos^2\delta$

Rezistența coturilor frânte și a coturilor curbe (diferența față de rezistența unei conducte drepte de aceeași lungime și rugozitate). La încercările din München cu forme cu rugozități, coeficientul de rugozitate (p. 476, tabela 4) a fost $k \approx 0{,}73$ m, diametrul $d \approx 0{,}043$ m, așa dar $k/d = 17$.

C o t f r â n t, cu muchie ascuțită, secțiune circulară. Unghiul de abatere δ (fig. 40). După K i r c h b a c h și S c h u b a r t [4]) ($v > 2$ m/s, $d = 43$ mm).

$\delta =$	22,5°	30°	45°	60°	90°
neted $\zeta =$	0,07	0,11	0,24	0,47	1,13
rugos $\zeta =$	0,11	0,17	0,32	0,68	1,27

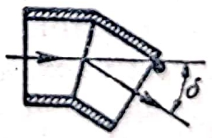


Fig. 40

---

[1]) Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 76, 1909, și ZVDI 54 (1910), p. 1585. Privitor la experiențe cu țevi de secțiune dreptunghiulară cu lărgire treptată cp. H o c h s c h i l d, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 114, 1910.— Privitor la scurgea prin canale mult lărgite: K r ö n e r, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 222, 1920. — Transformarea de energie în lărgirile de secțiune pentru diferite condițiuni de apropiere: P e t e r s, Ing.-Arch. 2 (1931) p. 92.

[2]) A c k e r e t. Grenzschichtabsaugung, ZVDI 70 (1926), p. 1153.

[3]) I s a a c h s e n, Innere Vorgänge in strömenden Flüssigkeiten und Gasen, ZVDI 55 (1911), p. 215.

[4]) T h o m a, Mitt. d. Hydraul. Inst. d. TH München, fasc. 2 și 3.

(Fig. 41) $l/d=$	0,71	0,943	1,174	1,42	1,86	2,56	6,28	∞
neted $\zeta=$	0,51	0,35	0,33	0,28	0,29	0,36	0,40	0,47
rugos $\zeta=$	0,51	0,41	0,38	0,38	0,39	0,43	0,45	0,64

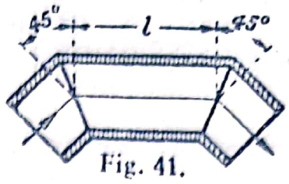


Fig. 41.

(Fig. 42) $l/d=$	1,23	1,67	2,37	3,77
neted $\zeta=$	0,16	0,16	0,14	0,16
rugos $\zeta=$	0,30	0,38	0,26	0,24

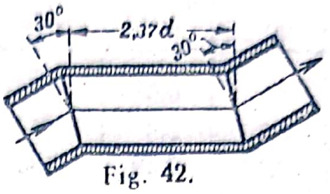


Fig. 42.

Cot în arc, Fig. 44, secțiunea circulară, abaterea δ^0. Valorile lui ζ pt. $v_0\,d/\nu = 225\,000$ după Hofmann și Wasielewski[1])

	(Fig. 44) $r/d=$	1	2	4	6	10
neted	$\delta = 15°$	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
	$22^1/_2$°	0,045	0,045	0,045	0,045	0,045
	45°	0,14	0,09	0,08	0,075	0,07
	60°	0,19	0,12	0,10	0,09	0,07
	90°	0,21	0,14	0,11	0,09	0,11
rugos	90°	0,51	0,30	0.23	0,18	0,20

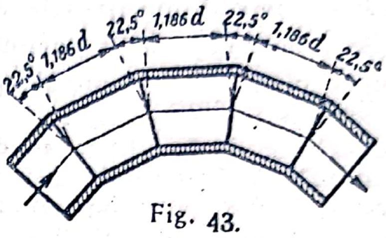


Fig. 43.
neted $\zeta = 0{,}103$,
rugos $\zeta = 0{,}32$.

Formule de aproximație după Weisbach

Cot frânt: $\zeta = \sin^2(\delta/2) + 2\sin^4(\delta/2)$, pt. $90° < \delta < 180°$ sau și $\zeta = 1 - 2\cos\delta$.

Cot în arc: $\zeta = 0{,}13 + 0{,}16\,(d/r)^{3,5}$.

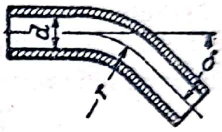


Fig. 44.

Pentru piese cu forme comerciale folosite la încălziri centrale cu apă, Brabbée găsește:

Coturi frânte, 90°: puțin rotunjit în afară, gâtul cu muchii ascuțite; d în mm fiind diametrul interior al țevii de înșurubat; în cotul frânt are deci loc în opoziție cu cel imaginat mai sus, o mărire a secțiunii.

$d=$ 14	20	25	34	39	49
$\zeta=$ 1,7	1,7	1,3	1,1	1,0	0,83

Cot în arc, 90° (la ambele capete mufe de înșurubare, deci fără mărire de secțiune pe parcursul cotului):

$\zeta=$ 1,2	1,1	0,86	0,53	0,42	0,51

Prin dispozitive de conducere judicios dimensionate se poate obține pentru abateri în unghiu drept: $\zeta = 0{,}15$[3]). Această valoare e valabilă numai pentru curenți oarecum uniformi; la scurgeri neregulate, ca de ex. de multe ori în spatele turbinelor sau al ventilatorilor cu elice, ζ devine sensibil mai mare.

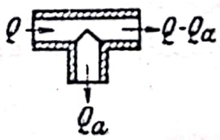


Fig. 45.

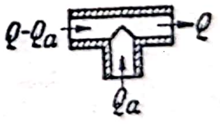


Fig. 46.

Piese în T (fig. 45 și 46). Cele trei joncțiuni au aceeași deschidere, secțiunea circulară, joncțiunea cu muchii ascuțite. ζ_d coeficientul de rezistență al părții continue drepte, ζ_a coeficientul de rezistență al părții abătute, ambele raportate la vitesa curentului total (vitesa cea mai mare).[4]) Rotunjind muchiile, pierderile vor fi puțin mai mici.

Tabela 8.

Despărțire (fig. 45) $Q_a/Q=$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$\zeta_a=$	0,95	0,88	0,89	0,95	1,10	1,28
$\zeta_d=$	0,04	−0,08	−0,05	0,07	0,21	0,35

Reunire (fig. 46) $Q_a/Q=$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$\zeta_a=$	−1,2	−0,4	0,08	0,47	0,72	0,91
$\zeta_d=$	0,04	0,17	0,30	0,41	0,51	0,60

[1]) Thoma, Mitt. d. Hydral. Inst. d. TH München, fasc. 2, 3 și 4. — [2]) Gesund. Ing. Beiheft 1, 1913. — [3]) Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen, fasc. I, p. 17, München 1921, Oldenburg. — [4]) G. Vogel, Untersuchungen über den Verlust in rechtwinkligen Rohrverzweigungen, în Thoma, Mitt. d. Hydraul. Inst. d. TH München, fasc. 1 (1926) și 2 (1928), München și Berlin, Oldenbourg.

Tabela 9. Diametrele optime de derivație opt d_a pentru piese în ⊤ cu derivație cilindrică la un unghiu dat de derivație δ și Q_a/Q dat. (Rotunjirea muchiilor cu $r=0{,}1\ d_a$)[1])

	$Q_a/Q=0{,}3$			$Q_a/Q=0{,}5$			$Q_a/Q=0{,}7$		
$\delta =$	90°	60°	45°	90°	60°	45°	90°	60°	45°
opt $d_a/d =$	1	0,61	0,58	1	0,79	0,75	1	1	1
$v_a/v =$	0,3	0,8	0,9	0,5	0,8	0,9	0,7	0,7	0,7
$\zeta_a =$	0,72	0,59	0,35	0,75	0,54	0,32	0,88	0,52	0,30

Ținând seamă de cheltuelile de fabricație și uneori și de pierderile ζ_d, se alege d_a adesea mai mic decât optimul hidraulic.

Pentru piese în ⊤ comerciale, pentru încălziri centrale cu apă: Brabbée, Gesund. Ing., Beiheft I, 1913.

Dispozitive de închidere și de reglaj (raportate la secțiunea conductei resp. a canalului). După încercările lui G u i l l a u m e[2]) rezultă pentru o supapă normală de trecere a unei instalațiuni de turbine cu abur:

Diametrul conductei în mm	350	300	200	100
ζ_1	7,3	7,2	6,2	5,5

Asupra rezistențelor diferitelor supape pentru încălziri centrale cu apă v. Gesund. Ing., Beiheft 11, 1918.[3]) Date mai amănunțite asupra rezistenței supapelor și a vanelor: C l o s t e r h a l f e n, Der Widerstand von Absperrmitteln, Arch. Wärmew. 16 (1935), p. 247.

Tabela 10. Rezistența dispozitivelor de reglaj

Vană subțire în conductă dreptunghiulară (înălțimea a : lățimea b = 1 : 2, deplasarea vanei h)	$h/a=0$	0,2	0,4	0,6	0,8
	$\zeta_1=0$	0,38	2,1	8.1	44,5
Vană subțire în conductă rotundă . .	$h/d=0$	$^1/_4$	$^1/_2$	$^3/_4$	$^7/_8$
	$\zeta_1=0$	0,26	2,1	17,0	98
Robinet cu secțiune de trecere dreaptă rectangulară (unghiu de rotație δ, obturație la $\delta=66^3/_4$°)	$\delta=10°$	20°	30°	40°	55°
	$\zeta_1=0{,}31$	1,84	6.15	20.7	309
Clapă de laminare, rectangulară (unghiu de rotație δ)	$\delta=10°$	20°	40°	60°	70°
	$\zeta_1=0{,}45$	1,34	9.3	77,4	368
Clapă de laminare, rotundă	$\zeta_1=0{,}52$	1,54	10,8	118	751

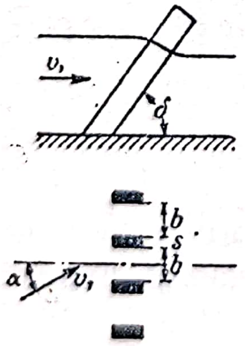


Fig. 47. Poziția grătarului față de curent

Rezistența grătarelor (după K i r s c h m e r și S p a n g l e r[4]). Notarea dimensiunilor după fig. 47 și 48)

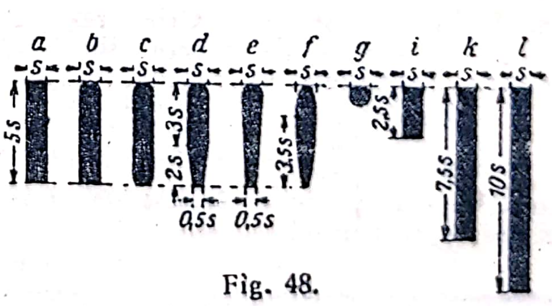


Fig. 48. Formele barelor de grătare

La i n t r a r e n o r m a l ă ($\alpha = 0°$) avem

$$\zeta_1 = \beta\,(s/b)^{4/3} \sin\delta.$$

[1]) T h o m a, Der hydraulische Verlust in Formstücken, comunicare pt. Congresul mondial al inginerilor, Tokio 1929.

[2]) Feuerungstechn. (1913/14), p. 254.

[3]) A m b r o s i u s, Untersuchungen an Regelvorrichtungen für Dampf- und Wasserheizkörper.

[4]) Mitt. d. Hydraul. Inst. d. TH München, fasc. 1 (1926) și 2 (1928), München și Berlin, Oldenbourg.

Scanned with OKEN Scanner

Forma barei (Fig. 48).	a	b	c	d	e	f	g
$\beta =$	2,42	1,83	1,67	1,04	0,92	0,76	1,79

Val. lui ζ_1 pt. $b/s = 1{,}7$ și $\vartheta = 90°$ la intrare oblică

Forma barei	a	b	c	d	e	f	i	k	l
$\alpha = 30°$	1,46	0,76	0,71	0,43	0,68	0,22	1,81	1,53	1,62
$\alpha = 45°$	2,05	1,29	1,29	0,94	1,29	0,67	2,72	2,32	2,12
$\alpha = 60°$	4,26	2,45	2,81	2,19	3,05	1,84	4,26	3,43	3,88

Rezistența picioarelor de pod [1]. Pentru majoritatea covârșitoare a picioarelor de pod bine construite avem

$$\zeta_1 = F_1/F_0 - 1.$$

Date mai precise la Rehbeck [1]).

IV. Calculul conductelor

Notăm cu:

F_a secțiunea de evacuare a conductei [m²],

F_x, F_z, F_1, F_2 etc. secțiuni ale conductei în punctele x, z, 1, 2 etc. [m²],

F_0 secțiunea „ajutajului echivalent" [2]) (coeficientul de scurgere $\mu = 1$), prin care la aceeași diferență de presiune $p_e - p_a$ ar curge același debit Q [m²],

Q debitul de lichid ce trebue trecut prin conductă [m³/s],

v_1, v_2, v_x etc. v_a vitesele medii în secțiunile F_1, F_2, F_x etc. F_a [m/s],

v_0 componenta vitesei de apropiere la gura conductei (valorile negative se neglijează [m/s],

p_e presiunea înaintea deschiderii de intrare, mărită cu $v_0^2 \rho/2$ [kg/m²],

p_x, p_z, p_1, p_2, etc. p_a presiuni în secțiunile F_x, F_z, F_1, F_2, etc., F_a [kg/m²],

H_e, H_x, etc. sarcinile (înălțimile de presiune) corespunzătoare. Ele rezultă prin împărțirea cu γ a presiunilor. $H_e = p_e/\gamma$ etc. [m],

h_1, h_2 etc. h_a înălțimea secțiunilor F_1, F_2 etc. F_a sub secțiunea de intrare [m],

ζ_e, ζ_1, ζ_2, etc. coeficienții de rezistență la intrare și ai diferitelor obstacole în locurile 1, 2 etc., raportate la secțiunile F_e, F_1, F_2 etc.

λ_x coeficientul de rezistență al conductei pe o porțiune dreaptă în locul x,

l_x, d_x (r_x') lungimea și diametrul (raza hidraulică a) acestei părți a conductei.

Pierderea totală de presiune e

$$p_e - (p_a - h_a\gamma) = \frac{\varrho}{2}\frac{Q^2}{F_0^2} = \frac{\varrho}{2} Q^2 \left[\Sigma_e^a \frac{\lambda_x}{F_x^2}\frac{l_x}{d_x} + \Sigma_e^a \frac{\zeta_n}{F_n^2} + \frac{1}{F_a^2} \right]$$

Aici termenul întâiu din croșetă arată pierderile de presiune din porțiunile drepte de conducte, termenul al doilea cele dela intrare și diferitele obstacole, iar al treilea pierderile de presiune la evacuare.

Secțiunea ajutajului echivalent e

$$F_0 = 1 : \sqrt{\Sigma_e^a \frac{\lambda_x}{F_x^2}\frac{l_x}{d_x} + \Sigma_e^a \frac{\zeta_n}{F_n^2} + \frac{1}{F_a^2}}.$$

Din penultima ecuație rezultă

$$Q = F_0 \sqrt{(p_e - p_a + h_a\gamma)\, 2/\varrho}.$$

---

[1]) Rehbock, Zur Frage des Brückenstaues, Ztrbl. Bauv. 39 (1919), p. 117.

[2]) In locul ajutajului echivalent se utilizează în exploatările miniere conceptul de „deschidere echivalentă" A cu un coeficient de scurgere $\mu = 0{,}65$; $F_0 = 0{,}65\, A$.

Presiunea într'un loc oarecare z al conductei e

$$p_z = p_e - h_z \gamma - \frac{\varrho}{2} Q^2 \left(\Sigma_e^z \frac{\lambda_x}{F_x^2} \frac{l_x}{d_x} + \Sigma_e^z \frac{\zeta_n}{F_n^2} + \frac{1}{F_z^2} \right).$$

(Q se va calcula în prealabil din ecuațiile precedente. Sumele Σ se aplică dela intrare până în locul z).

Dacă vrem să calculăm, în loc de presiunile p, cu sarcinile H, trecem în formulă în locul lui p_e, p_1 etc. γH_e, γH_1 etc. Dacă în locul diametrului d vrem să calculăm cu razele hidraulice r', înlocuim pe d cu r' și pe λ cu λ'. La canale deschise avem în ultima ecuație $p_z - p_e$ egal cu zero. Se găsește din această ecuație h_z, cota nivelului lichidului în punctul z.

Observațiuni practice. Subpresiunea se formează într'o conductă, de îndată ce într'o secțiune F_z valoarea p_z a presiunii din formula de mai sus scade sub presiunea aerului, deci mai degrabă în conducte verticale sau scurte cu rezistențe mici, sau la strangulări (de ex. la dispozitive de reglare sau de obturare închise parțial); la vitese mari de scurgere se produce în astfel de locuri strangulate cavitațiune (pag. 465), care provoacă între altele și coroziunea materialului.

Dacă intră aer în conductă (fie prin orificiul de intrare, fie prin cel de evacuare sau prin părțile neetanșe la subpresiune), sau dacă se liberează gaze disolvate în lichid (în urma micșorării presiunii sau a creșterii încălzirii), dacă presiunea scade sub cea a vaporilor lichidului (cavitație), gazele se adună în punctul cel mai înalt al conductei și întrerup treptat curentul. Dacă în punctele cele mai înalte avem încă suprapresiune, putem evacua gazele cu ajutorul unor conducte de evacuare. La subpresiune trebue să le pompăm; prin dispozitive corespunzătoare și dimensionare corectă, se poate obține o evacuare automată a gazelor [1].

Dacă orificiul de evacuare se găsește deasupra nivelului lichidului, poate pătrunde prin acest orificiu de evacuare aer în conductă, dacă presiunea nu scade spre deschidere. Aceasta se poate obține dacă ultima parte a conductei crește spre orificiul de evacuare, sau dacă prin rezistențe mari sau micșorări de secțiune se micșorează presiunea spre deschidere.

Conductele sub presiune cu pantă variabilă sau cu diametru variabil pot conduce apa în porțiuni cu pantă mare cu secțiunea neumplută, din care cauză se pot produce lovituri de berbec periculoase [2]. Contraindicații: aplicare de conducte largi, rezervoare sau supape de absorpție (suport de aer) în punctele de variere a pantei.

d) Scurgerea apei prin pământ [3])

I. La secțiune constantă. Filtre

Notăm cu:

v vitesa de filtrare [m/s] = debitul m³/s, care curge prin 1 m² al filtrului,
l grosimea stratului de filtrare în direcțiunea curentului [m],
m partea de volum din pământ ocupată de goluri,
d mărimea mijlocie a granulelor [m],
H înălțimea presiunii necesară curgerii [m],
k valoarea permeabilității [m/s].

$$v = k\,H/l.$$

---

1) A. Vogt, Heber und Heberleitungen, Jahrb. f. Gasbel. 1920, p. 22.
2) Ztg. Eisenbahnverw. 42 (1902), Nr. 31.
3) Forchheimer, Hydraulik, Leipzig 1914, Teubner; v. și ZVDI 45 (1901), p 1736, și Enzyklopädie der mathem. Wissenschaften, Sect. Hidraulică.

Permeabilitatea k depinde:

1. de mărimea medie a granulelor de nisip. La nisipul fin k e proporţional cu diametrul granulelor.

La nisipuri grosiere, pietriş şi balast, această lege simplă nu mai e valabilă; afară de aceasta, v nu mai e proporţional cu H. După Hugentobler [1]) avem $(1000\ v)^{\alpha} = k_1 H/l$ (v. tabela 11 a).

2. de stratificaţia mai mult sau mai puţin densă a nisipului.

3. în măsură foarte mare de puritatea nisipului. Chiar şi amestecuri mici de argilă sau alte substanţe cari se umflă pot scădea simţitor valoarea lui k.

Tabela 11 a. Valorile permeabilităţii după Hugentobler

Materialul	1000 d	m	$10^6 k_1$	α	valabil pt. 1000 v
Pietriş de alei	5—15	38,5	316 363	1,08 1,25	0,37—1,7 1,7—13
Pietriş curat	8—50	41,9	1680 2520	1,10 1,70	0,4—2,0 2,0—13,4
Pietriş şi nisip	0,5—40	27,5	32 25	1,12 1,23	0,1—0,5 0,5—3,5

Observaţie: Permeabilitatea fiind în funcţiune de foarte multe influenţe necunoscute, se recomandă stabilirea permeabilităţii pe cale de încercări pentru fiecare caz în parte.

Asupra etanşării automate prin sedimentare de argilă şi nisip v. Hugentobler [1]).

Etanşarea (scăderea simţitoare a permeabilităţii) solurilor mai ales prin straturi intermediare ce se pot umfla (argilă, oxid de fier, humus, rădăcini de plante etc.); eficacitatea straturilor intermediare chiar la câţiva mm grosime; totuşi de obiceiu cu privire la spălarea, la tasarea inegală a terenurilor sau a drumurilor prin pământ a vietăţilor, se admite o majorare în grosime. Argila uscată se umflă în apă cu de cca 2,5 ori volumul său. De aceea nu e recomandabil de a umple zidurile de căptuşeală cu argilă (e mai recomandabilă utilizarea pietrişului); pentru a impermeabiliza straturile permeabile de pământ, se presează argilă cu puţină apă şi pentru a o feri de spălare ulterioară se balastează cu nisip. Permeabilitatea argilei colmatate este de cca 1000 mai mare decât a celei presate umed.

Tabela 11 b. Permeabilitatea după Terzaghi [2])

Materialul	1000 d	m	$10^6 k$
Nisip de plajă	0,116	0,50 0,43 0,39	216 118 89
Nisip de râu	0,22 0,28 0,64	0,43 0,41 0,44	41 61 266
Nisip de râu puţin argilos	0,013	0,35	2,2

II. Depresiunea apei subterane [4])

Cum în realitate ipotezele teoretice nu sunt îndeplinite niciodată complet (în particular, de ex. totdeauna permeabilitatea terenului variază puţin din loc în loc), formula din p. 488 se poate utiliza numai cu aproximaţie în vecinătatea puţurilor de apă.

Apa subterană deasupra unui strat orizontal impermeabil. Puţuri de apă cu pereţi permeabili ajungând cu fundul până la stratul impermeabil (fig. 49) (puţ perfect).

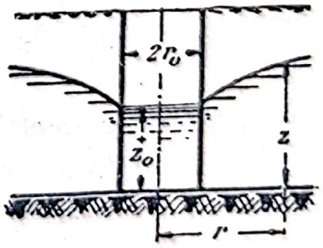


Fig. 49.

[1]) Hugentobler, Bericht über die Versuche zur Ermittlung des Durchflußgesetzes etc., Schweiz. Wasserwirtschaft 1925, p. 123.

[2]) Terzaghi, Erdbaumechanik, Leipzig şi Wien 1925, Deuticke.

[3]) Moormann, Journ. f. Gasbel. u. Wasservers, 37 (1894), p. 409. — Lucrări de etanşare la canale, cp. Brunner, teză, Dresden 1917, şi Schäfer, Ztrbl. Bauv. 37 (1917), p. 401.

[4]) După Forchheimer, Hydraulik. Alte exemple în cap. Alimentări cu apă şi secţ. Fundaţii, vol. III. — Cp. Kyrieleis, Über Grundwasserabsenkungen bei Fundierungsarbeiten, Berlin 1923, Springer.

Notăm cu:

Q debitul de apă, ce se pompează pe secundă din puț [m³/s],
z_0 nivelul apei în puț [m],
z nivelul apei la o distanță r [m] dela mijlocul puțului [m],
$2\ r_0$ diametrul puțului [m],
k permeabilitatea terenului, (debitul în m³/s pe 1 m² secțiune la o diferență de presiune de 1 m col. de apă pe 1 m lungime).

și avem
$$z^2 - z_0^2 = (Q/\pi k) \ln (r/r_0).$$

In practică se calculează adesea după această formulă și când baza puțului nu ajunge la stratul impermeabil (p u ț i m p e r f e c t). Uneori se folosesc formule egalizatoare, de ex. ale lui F o r c h h e i m e r, sau R o t h e r, K y r i e l e i s, cp. pentru aceasta vol. III., secț. Fundații și Alimentări cu apă.

e) Rezistența corpurilor

1. F r e c a r e a l a s u p r a f a ț ă. C o r p u r i c u r e z i s t e n ț ă m i c ă. V â n t u l n a t u r a l

In apropierea pereților solizi se găsește un strat de trecere în care vitesa de scurgere e micșorată prin frecarea de pereți. Acest strat de frecare poate curge l a m i n a r sau t u r b u l e n t (p. 474). In imediata apropiere a peretelui vitesa e zero. Dacă presiunea e constantă în direcțiunea curentului, vitesa crește liniar cu depărtarea z de perete în cazul unui curent laminar, iar la curent turbulent, proporțional cu $\sqrt[7]{y}$ (fig. 50). Aceasta e valabil numai pentru partea stratului de frecare din apropierea peretelui; la o depărtare mai mare vitesa devine încetul cu încetul invariabilă.

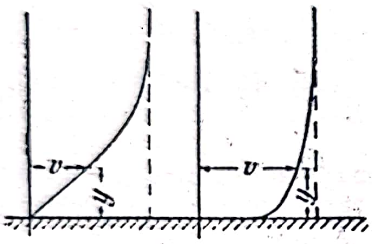


Fig. 50. Creșterea vitesei într'un strat de frecare laminar și unul turbulent.

1. Pereți plani paraleli cu direcțiunea curentului; presiunea invariabilă pe întreaga suprafață.

Notăm cu:

O suprafața peretelui plan [m²],
W_f forța exercitată de frecare pe suprafața aceasta [kg],
v vitesa curentului în afara stratului de frecare față de perete [m/s],
c_f coeficientul de frecare,
t lungimea suprafeței în direcțiunea curentului [m],
$Re = vt/\nu$ numărul lui Reynolds indicând pe c_f.[1])

și avem
$$W_f = v^2\, O\, c_f\, \rho/2$$

Când stratul de frecare e laminar[2]) avem
$$c_f = 1{,}327 \sqrt{1/Re}.$$

Când stratul de frecare e turbulent și suprafața netedă, avem
$$c_f = 0{,}072\, (1/Re)^{0{,}2}.$$

La ascuțire sveltă a muchiei din față a plăcii, în partea anterioară, stratul de frecare e laminar în fața ei și turbulent în spate, și avem după P r a n d t l[3])
$$c_f = \alpha (1/Re)^{0{,}2} - \beta/Re.$$

După încercările lui G e b e r s $\alpha = 0{,}074$, $\beta = 1700$. Formula e valabilă numai cât dă valori mai mari decât cea pentru stratul de frecare laminar; altfel se aplică aceasta din urmă.

---

1) In aviație se calculează în locul numărului lui Reynolds Re cu valoarea $E = vt$ (v în m/s, t în mm). Pentru aer în condițiuni normale avem $Re \approx 70\ E$

2) v. K á r m á n, Über laminare und turbulente Reibung, ZAM 1 (1921), p. 233 ș. u.

3) Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, I., p. 136, și fasc. III, p. 4.

Scanned with OKEN Scanner

La un strat de frecare turbulent și suprafață cu rugozități, c_f e mai mare decât la o suprafață netedă. Wieselsberger[1]) a găsit pentru plăci cu 0,5...2 m lungime:

Pentru pânză de avioane brută

$$c_f = 0{,}009 \ldots 0{,}012 \quad \text{pentru } Re = 6 \cdot 10^5,$$
$$c_f = 0{,}007 \ldots 0{,}008 \quad \text{pentru } Re = 6 \cdot 10^6,$$

Pentru fibre de stofă (gazate).

$$c_f = 0{,}005 \ldots 0{,}008 \quad \text{independent de } Re.$$

(Valorile mari sunt valabile pentru plăcile mai scurte, deoarece la ele rugozitatea relativă e mai mare). Stofa celonată de 6 ori a dat aproape rezultatul teoretic

$$c_f = 0{,}072\ (1/Re)^{0,2}.$$

2. Discuri în rotație (contact pe ambele fețe)

Notăm cu:

d diametrul discului [m],
n turația pe minut [1/min],
$u = nd\pi/60$ vitesa periferică [m/s],
M momentul necesar pentru învingerea rezistenței [kgm],
s distanța discului de peretele carcasei [m].

Pentru discuri în lichide întinse și liniștite avem după calculul teoretic[2]) și în concordanță cu experiența[3])

la strat de frecare laminar $(u\,d/\nu < 5 \cdot 10^5)$ $\quad M = 0{,}65\, d^3 u^2 (\varrho/2) \sqrt{\nu/u\,d}$,

la strat de frecare turbulent $(u\,d/\nu > 5 \cdot 10^5)$ $\quad M = 0{,}021\, d^3 u^2 (\varrho/2) \sqrt[5]{\nu/u\,d}$.

Pentru discuri în carcase strâmte[4])

$$u\,d/\nu < 3 \cdot 10^4 \qquad M = (\pi/8)\, \varrho\, \nu\, u\, d^3/s,$$
$$3 \cdot 10^4 < u\,d/\nu < 6 \cdot 10^5 \qquad M = 0{,}472\, d^3 u^2 (\varrho/2) \sqrt{\nu/u\,d},$$
$$u\,d/\nu > 6 \cdot 10^5 \qquad M = 0{,}00892\, d^3 u^2 (\varrho/2) \sqrt[5]{\nu/u\,d}.$$

3. Suprafețe ușor curbate, corpuri de mică rezistență. Rezistența e mai mare, dar de cele mai multe ori de același ordin de mărime ca la plăcile plane de aceeași arie. Cum stratul de frecare e în general subțire, repartiția presiunii se poate deduce din câmpul potențial al viteselor. Exemple sunt corpul dirijabilelor, barele de avion svelte și aripile (coeficienții de rezistență în capitolul următor și la aripi portante).

4. Vântul natural e o mișcare turbulentă a aerului de-a-lungul suprafeței pământului, stratul de frecare putând fi de mai mulți km. Turbulența se manifestă prin creșteri periodice și șocuri neregulate.

Vitesa vântului crește dela suprafața pământului în sus repede și neregulat; măsurătorile sunt deci influențate de locul de așezare a instrumentului și au de cele mai multe ori numai o valoare relativă. De aceea se utilizează adesea aprecierile după anumite semne exterioare[5]). Vânturile

---

[1]) Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, fasc. I., p. 120, ș. u. — Metode de calcul mai exacte: Prandtl și Schlichting, Das Widerstandsgesetz rauher Platten, WRH 15 (1934), p. 1. — Schlichting, Ein neues Varfahren zur Messung des Strömungswiderstandes an rauhen Wänden, Jahrb. der Schiffbautechn. Ges. 37 (1936) p. 418.

[2]) v. nota [2]), p. 488.

[3]) Incercările lui Schmidt, ZVDI 65 (1921), p. 441.

[4]) Schulz-Grunow, Der Reibungswiderstand rotierender Scheiben in Gehäusen, ZAM 15 (1935), p. 191.

Despre rezistența roților rotitoare de diferite forme: Föttinger: Über einige Forschungsarbeiten aus dem Gebiete der Strömungslehre und ihre Anwendungen, Jahrb. d. Schiffbautechn. Ges. 39 (1938), p. 240.

[5]) Scara Beaufort a vânturilor în vol. IV, secț. Construcții navale; cp. și vol. II, secț. Turbine eoliene.

Scanned with OKEN Scanner

cu mai mult de 20 m/s sunt rare. In interiorul continentului se întâlnesc în cazuri izolate, aproape de teren, vitese până la 40 m/s; pe litoral s'a observat şi vânt cu până la peste 50 m/s. La vijelii, tornados, provocând trombe marine etc. survin vitese extraordinare.

Zile furtunoase, în cari vântul a depăşit odată sau de mai multe ori gradul 8 al scării Beaufort (≈ 15 m/s) s'au numărat de ex. la Berlin 4, la Frankfurt pe Main 8, la Aachen 19, la Hamburg 37, la Borkum 58 zile într'un an.

Direcţiunea vânturilor pe emisfera nordică a globului pământesc e dirijată astfel, încât înconjoară spre stânga regiunile de joasă presiune barometrică („cicloni"), şi spre dreapta cele de înaltă presiune („anticicloni"). Pe emisfera sudică, invers. (Cauza: rotaţiunea pământului). In mijlocul unei regiuni de joasă presiune aerul se ridică încet; în regiunea de înaltă presiune coboară. Ciclonii de întindere limitată se produc mai cu seamă la latitudinile mijlocii şi în anotimpul călduros; de asemenea şi vârtejuri cu axă orizontală (furtuni însoţite adeseori de curenţi verticali de tărie considerabilă, până la mai mulţi m/s).

Tabela 12. Frecvenţa tăriei vânturilor după altitudine şi anotimpuri [1])

Valori medii după observaţiunile pe cinci ani ale Institutului Aeronautic Prusian dela Observatorul din Lindenberg (la Beeskow). (Cifrele arată probabilităţile în %.)

Anotimpul	Altitudinea m	Vitesa vântului în m/s					Vitesa mediei m/s
		0...2	2...5	5...10	10...15	peste 15	
Iarna (Decemvrie — Februarie)	Pe sol [2])	18,8	42,0	35,2	3,7	0,3	4,9
	500	6,1	12,5	33,6	24,1	23,7	11,4
	1000	7,3	11,4	29,0	28,0	24,3	11,3
	1500	8,7	7,6	27,6	30,6	25,5	11,6
	2000	4,6	4,7	25,3	40,5	24,9	12,7
Primăvara (Martie — Mai)	Pe sol	20,1	42,2	32,7	4,5	0,5	4,9
	500	13,9	21,5	38,8	17,3	8,5	7,8
	1000	13,4	20,5	34,0	20,5	11,6	8,5
	1500	15,3	18,9	27,5	26,4	11,9	8,4
	2000	14,6	14,6	27,9	28,6	14,3	9,5
Vara (Iunie — August)	Pe sol	23,2	46,2	30,1	0,5	—	4,4
	500	15,9	25,1	38,8	14,4	6,0	7,0
	1000	13,6	23,8	35,5	18,2	8,9	7,7
	1500	13,7	23,7	26,8	26,3	9,5	8,4
	2000	14,6	14,5	25,1	30,9	14,9	10,2
Toamna (Septemvrie — Noemvrie)	Pe sol	24,2	45,3	28,1	1,8	0,6	4,5
	500	9,7	19,3	36,5	19,7	14,8	9,5
	1000	11,7	17,3	34,5	22,5	14,0	9,4
	1500	11,5	16,4	31,2	26,5	14,4	9,4
	2000	12,0	12,8	27,7	29,5	18,0	10,5
Anul întreg	Pe sol	21,4	44,2	31,6	2,6	0,2	4,7
	500	11,7	19,4	37,0	18,7	13,2	8,9
	1000	11,0	18,3	33,6	22,5	14,6	9,2
	1500	12,6	16,8	28,4	27,4	14,8	9,4
	2000	11,8	12,1	26,5	32,0	17,6	10,5
	2500	11,2	9,4	20,4	34,3	24,6	12,1
	3000	10,4	8,3	18,0	30,9	32,4	13,0
	3500	9,6	7,2	14,1	26,8	42,3	15,1

Privitor la frecvenţa vântului la suprafaţa solului în diferite regiuni ale Germaniei cp. vol. II, secţ. 2, cap. Turbine eoliene, tabela 1.

Creşterea pronunţată din treapta de jos a altitudinilor (până la 500 m) are loc în esenţă aproape (până la vreo 100 m) de sol.

Presiunea vântului asupra clădirilor. La aprecierea

1) Extras din Aßmann, Die Winde in Deutschland, Braunschweig 1910.
2) 40...120 m altitudine.

Scanned with OKEN Scanner

presiunilor maxime se va ține seamă de poziția suprafețelor celor mai expuse.

Calcule sigure sunt posibile numai pe baza încercărilor pe modele.[1]) Presiunea pe pereți, acoperișuri etc. izolați depinde de forma întregului și eventual de a clădirilor din apropiere. Aceasta poate diferi foarte mult chiar la forme și direcțiuni egale ale vântului, după legătura interiorului cu aerul înconjurător. Asupra acoperișurilor se pot exercita puternice efecte de aspirație în sus. Ca apreciere grosieră se poate lua pentru pereți plani

$p = 0{,}1\, v^2$ (p presiunea vântului în kg/m², v vitesa vântului în m/s)[2]).

D a t e p r a c t i c e sunt cuprinse în prescripțiunile oficiale, redate în extrase în anexa vol. III, v. și DIN 1055, f. 4.

II. C u r e n ț i c u d e s p r i n d e r e d e t u r b i o a n e[3])

Dacă în lungul unui perete presiunea crește repede în direcțiunea mișcării, s t r a t u l d e f r e c a r e cu energia sa cinetică micșorată nu poate pătrunde în zona presiunilor ridicate. El se oprește complet și se îngrămădește prin urmare în locurile respective. La sfârșit intră în câmpul potențial (desprindere), străbătându-l cu particule de lichid în rotațiune (turbioane). Prin aceasta se modifică întreaga mișcare potențială. Acestei schimbări a curentului i se asociază și o schimbare a repartiției presiunilor de-a-lungul peretelui. Forțele de presiune au o rezultantă care acționează ca rezistență (rezistență a formei). Desprinderea turbioanelor se produce în general periodic. Acest fapt e izbitor mai ales în unele cazuri, în cari turbioanele se formează într'o anumită ordine precisă (turbioane K á r m á n)[4]). Șueratul unui baston mișcat repede, de ex. poate fi redus la acest fenomen. Numai în cazuri rare se pot face fără experimente preziceri cantitative precise privitoare la fenomenul de desprindere.

La cilindri circulari (sârme sau tuburi), atacați transversal de curent, totalitatea turbioanelor Kármán ce se desprind pe ambele părți e $0{,}4\, v/d$.

Ca într'un loc să se producă o d e s p r i n d e r e d e p i n d e de:

a) r e p a r t i ț i a p r e s i u n i l o r, resp. de forma suprafeței în acel loc. O urcare puternică a presiunii, cum o avem în esență după o curbă convexă pronunțată, mai ales în dosul muchiilor ascuțite, favorizează desprinderea;

b) la curenți nestaționari, mai ales d e a c c e l e r a ț i a c u r e n t u l u i. Curenții accelerați tind mai puțin spre desprindere, cei retardați mai mult;

c) g r o s i m e a s t r a t u l u i d e f r e c a r e; un strat gros de frecare (provocat de ex. de o suprafață lungă de dinaintea locului considerat) se desprinde mai ușor decât unul subțire;

d) f e l u l s t r a t u l u i d e f r e c a r e (laminar sau turbulent). Dacă la un corp cu vitesa în creștere stratul de frecare trece brusc din starea laminară în cea turbulentă, acest fapt poate fi însoțit de o astfel de deplasare a punctului de desprindere, încât rezistența să devină simțitor mai mică (v. rezistența sferei și cilindrului, fig. 71, p. 495). Astfel de fenomene sunt de așteptat numai când locul de desprindere nu e determinat de curburi puternice resp. de muchii, ci se găsește într'o regiune de o curbură oarecum uniformă.

[1]) F l a c h s b a r t, Winddruck auf offene und geschlossene Gebäude, Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen, fasc. IV (1932), p. 128; apoi Jahrbuch d. Deutschen Ges. f. Bauingenieurw., vol. 3 (1928), p. 87; vol. 4 (1929), p, 160, — idem, Die Belastung von Bauwerken durch Windkräfte in K a u f m a n n, Angewandte Hydromechanik, vol. II., p. 269, Berlin 1934, Springer. — idem, Modellversuche über die Belastung von Gitterfachwerken durch Windekräfte, Der Stahlbau 7 (1934), 8 (1935). — [2]) B u c h e g g e r, Windgeschwindigkeit und Winddruck, Bauing. 1922, p. 491. — [3]) P r a n d t l, Über die Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung). Discuțiile celui de al 3-lea Congres Matematic Internațional din Heidelberg, 1905 (Retipărire în P r a n d t l - B e t z, Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik, 1927). — [4]) K á r m á n și R u b a c h, Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes, Phys. Z 13 (1912), p. 49.

Dacă r e raza de curbură, schimbarea din mișcarea laminară în cea turbulentă se găsește aproximativ la $vr/\nu = 6 \cdot 10^4 \ldots 15 \cdot 10^4$ (cifrele mici pentru mișcarea turbionară, cele mari pentru cea laminară; cp. datele experimentale pentru sferă și cilindru pp. 493 și 494).

e) calitatea suprafeței. Această influență e prea puțin lămurită. Suprafețe rugoase pot micșora în anumite împrejurări, rezistența, dacă pot transforma o mișcare altfel laminară în una turbulentă și dacă aceasta provoacă fenomenul de sub d). In general însă se produce o creștere a rezistențelor, ca la scurgerile prin conducte rugoase.

III. Date practice asupra rezistenței corpurilor

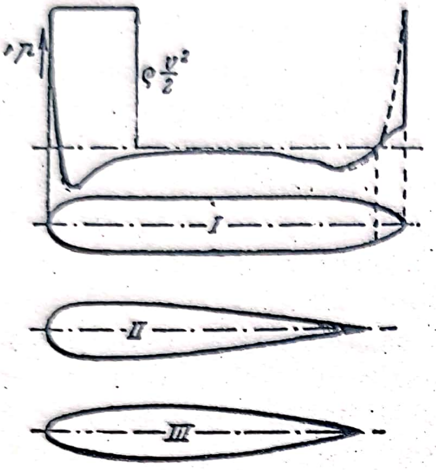


Fig. 51.

Notăm cu:

- W rezistența totală a corpului $(W_d + W_r)$ [kg],
- W_d rezistența la presiune (rezistența de formă, rezultată din presiunile normale) [kg],
- W_r frecarea (rezistența de frecare) [kg],
- R forța rezultantă totală [kg],
- l lungimea corpului [m],
- d diametrul sau grosimea maximă a corpului [m],
- ⊗ secțiunea maximă $\perp v$ [m²],
- O aria suprafeței [m²],
- V volumul [m³],
- v vitesa [m/s],
- $q = v^2 \rho/2$ presiunea dinamică [kg/m²],
- $c = W/q$ ⊗ coeficientul de rezistență raportat la ⊗

Corpurile aeronavelor (corpuri de revoluție). La mișcare în direcțiunea axială, rezistența lucrează în axa de simetrie. Cum rezistența de formă e foarte mică, frecarea peliculară are o mare influență.

Determinarea separată a rezistenței de formă, după Prandtl, măsurând presiunea prin practicarea unor orificii fine perpendiculare pe suprafață. Suma componentelor în direcțiunea curentului îl dă pe W_d. Rezistența totală W se determină prin cântărire. [1]) Ca diferență se obține W_r. Fig. 51 arată repartiția presiunii pe un model (I). Suprapresiunea e trasată deasupra; subpresiunea dedesubt. Linia întreruptă e calculată pentru scurgerea neturbionară (p. 469, fig. 16). Până la punctul de desprindere calculul coincide cu rezultatele experimentale.

Tabela 13. Coeficienți de rezistență pentru modele de aeronave
(conf. fig. 51, pt. $v = 10$ m/s și 15°)

Modelul	I	II	III	Modelul	I	II	III
l [m]	1,30	1,125	1,145	$W_r/q\,O$	0,002 44	0,001 68	0,0013
d [m]	0,20	0,194	0,188	W_r/q ⊗	0,057 8	0,027 2	0,0224
⊗ [m²]	0,0314	0,0296	0,0278	W_d/q ⊗	0,061 6	0,039 8	0,0342
O [m²]	0,745	0,479	0,479	W/q ⊗	0,119 4	0,067 0	0,0566
V [m³]	0,0339	0,0182	0,0182	$W/q\,V^{2/3}$	0,035 8	0,028 6	0,0228

La modelul cel mai favorabil (III), rezistența e cca 1/20 din rezistența unei plăci circulare de același diametru.

Coeficienții de mai sus descresc cu v crescător, deoarece frecarea de suprafață crește mai încet decât puterea a doua a lui v.

Tabela 14. Coeficienți de rezistență pentru dirijabile Zeppelin, din încercări de sbor:

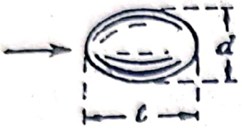
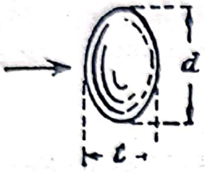
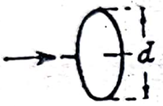
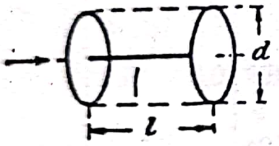
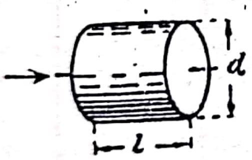
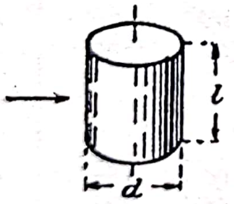
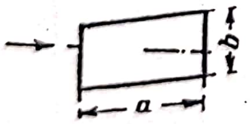
Aeronava	l [m]	d [m]	W/q ⊗	$W/q\,V^{2/3}$	Aeronava	l [m]	d [m]	W/q ⊗	$W/q\,V^{2/3}$
L. Z. 10	140	14	0,34	0,069	L. 46	197	23,8	0,076	0,020
L. 43	197	23,8	0,11	0,030	L. 59	227	23,8	0,088	0,021

[1]) Fuhrman, nota [1]), p. 469. — [2]) Munk, The drag of Zeppelin airships, Report 117, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington 1923.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 15. Coeficienți de rezistență pentru diferite alte corpuri [1])

a) Scurgere spațială

			[2])	$c = W/q$ ⊗
	Fig. 52.	Sferă (Fig. 71) . . . pt. $v\,d/\nu < 1$ avem $c = (24\,\nu/v\,d) \cdot (1 + 3\,v\,d/16\,\nu)$	$v\,d/\nu = 4 \cdot 10^5$ $v\,d/\nu = 10^6$ $2 \cdot 10^4 < v\,d/\nu < 1{,}5 \cdot 10^5$	0,09[3]) 0,13[4]) 0,47
	Fig. 53.	Elipsoid alungit 5:9 (Fig. 71) .	$v\,d/\nu > 10^5$	0,05 ... 0,1
	Fig. 54.	Elipsoid turtit 4:3 (Fig. 71) . . .	$v\,d/\nu > 5{,}5 \cdot 10^5$ $v\,d/\nu < 4{,}5 \cdot 10^5$	0,2 0,6
	Fig. 55.	Disc (Fig. 71)		1,11
	Fig. 56.	Două discuri la distanța l atacate frontal	$l/d = 1$ 1,5 2 3	0,93 0,78 1,04 1,52
	Fig. 57.	Cilindru circular atacat perpendicular pe bază	$l/d = 1$ 2 4 7	0,91 0,85 0,87 0,99
	Fig. 58.	Cilindru circular atacat perpendicular pe generatoare . . ($v\,d/\nu = 8{,}8 \cdot 10^4$)	$l/d = 1$ 2 5 10 40 ∞	0,63 0,68 0,74 0,82 0,98 1,20
	Fig. 59.	Dreptunghiu cu laturile a și b	$a/b = 1$ 2 4 10 18 ∞	1,10 1,15 1,19 1,29 1,40 2,01

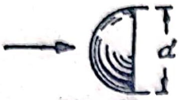
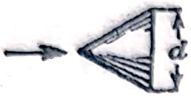
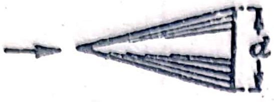
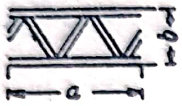
[1]) Datele sunt luate în mare parte din Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, fasc. II., München 1923, Oldenburg, în parte din lucrarea „Eiffel, Resistance de l'air et l'aviation", Paris 1910, Dunod et Pinat.

[2]) Valoarea uzitată în tehnica aviației a lui $E = v\,d$ [v în m/s, d în mm] e aproximativ $^1/_{70}$ din numărul Reynolds indicat aici. — La scurgeri turbulente numerele critice Reynolds sunt mai mici [Wieselberger, Der Lutfwiderstand von Kugeln, ZFM 5 (1914), p. 140].

[3]) Flachsbart, Neue Untersuchungen über den Luftwiderstand von Kugeln, Phys. Z 28 (1927), p. 461.

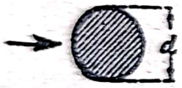
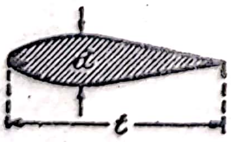
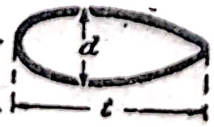
[4]) Jacob, Sphere drag tests in the variable density wind tunnel, Nat. Advisory Comm. for Aeronautics, Washington 1929, Techn. Note 312.

Scanned with OKEN Scanner

			$c = W/q\otimes$
 Fig. 60. Fig. 61.	Emisferă (fără bază) . . .	convex concav	0,34 1,33
 Fig. 62.  Fig. 63.	Con (cu bază)	Unghiul la vârf 60° 30°	0,51 0,34
 Fig. 64.	Grindă cu zăbrele [1]) ($\otimes$ = Aria totală a fețelor zăbrelelor)	$0{,}2 < \otimes/ab < 0{,}5$	1,5 ... 1,7

[1]) Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, fasc. III., 1937. Acolo sunt comunicate și măsurători asupra influenței reciproce a două grinzi cu zăbrele așezate una după alta.

b) Curenți plani. Pe o parte a corpului de lungimea l acționează rezistența W ($\otimes = l\,d$, $O \approx 2\,l\,t$).

			$c = \frac{W}{q\,l\,d}$	$c_f = \frac{W}{q\,O}$
 Fig. 65.	Cilindru circular (Fig. 71)	$v\,d/\nu > 5 \cdot 10^5$	0,3 . 0,4	
	pt. $\frac{v\,d}{\nu} < 0{,}2$ avem $c = \frac{8\pi\nu}{v\,d\,(2{,}002 - \ln v\,d/\nu)}$	$\frac{v\,d}{\nu} < 2 \cdot 10^5$	1,2	
	Cabluri de oțel . .		cca 1,1	
Fig. 66.	Suprafață din pânză de avion lăcuită cu celon: Placă cu muchiile rotunjite circular $d/t = 0{,}0333$	$v\,t/\nu = 5 \cdot 10^5$ $v\,t/\nu = 2 \cdot 10^6$	0,78 0,66	0,013 0,011
Fig. 67.	Placă în formă de pană $d_1/t = 0{,}0417$ $d_2/t = 0{,}025$	$v\,t/\nu = 5 \cdot 10^5$ $v\,t/\nu = 2 \cdot 10^6$	0,53 0,46	0,011 0,0095
 Fig. 68.	Profile de diferite grosimi $v\,t/\nu \approx 10^6$	$d/t = 0{,}055$ $d/t = 0{,}125$ $d/t = 0{,}197$	0,193 0,096 0,080	0,0053 0,0060 0,0078
Fig. 69.	Sârme profilate . $v\,d/\nu \approx 3 \cdot 10^3 \ldots 10^4$		0,3 . . 0,4	
 Fig. 70.	Țeavă (de oțel) cu secțiune ovoidală $v\,d/\nu >$ cca $5 \cdot 10^4$	$d/t = 1/2$ $d/t = 1/3$	0,2 0,1	

M i ş c a r e a o b l i c ă. Unghiul de deviaţie dintre axa de simetrie şi direcţiunea mişcării e α°. Rezultanta forţelor R deviază repede cu un unghiu cu mult mai mare în partea opusă. După încercările dela Göttingen (asupra unor modele ca mai sus) componenta verticală ajunge dela la $\alpha = 6^\circ$ la mărimea componentei orizontale W, fără ca W însuşi să crească simţitor. Prin atac oblic se obţine astfel o eficace c o m a n d ă „d i n a m i c ă" d e î n ă l ţ i m e.

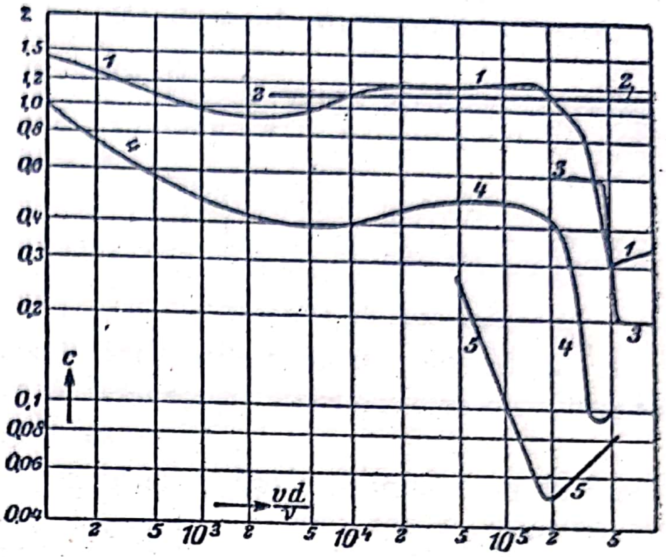


Fig. 71. Coeficienţi de rezistenţă în funcţiune de numărul lui Reynolds pentru cilindru circular (1), disc circular (2), elipsoid turtit (3), sferă (4), elipsoid alungit (5).

S t a b i l i t a t e a m i ş c ă r i i. R intersectează axa de simetrie departe de centrul de greutate al volumului, ba chiar de vârful corpului. Corpul caută să ia deci o poziţie transversală chiar la unghiuri mici de deviaţie. Prin aripi rigide la pupă, se provoacă la aeronave forţe adiţionale stabilizatoare, cari împing punctul de aplicaţie al rezultantei până în spatele centrului de greutate, aşa încât, la devieri de unghiuri mici, nava va tinde să ia dela sine poziţia dreaptă.

IV. R e z i s t e n ţ a v a l u r i l o r[1])

Notăm cu:

L lungimea navei [m],
$L' = \varphi L$ lungimea de formare a valurilor [m] ($\varphi < 1$, cca $^3/_4$),
l lungimea valului [m],
t adâncimea apei [m],
c viteza de propagare a unui val [m/s],
v vitesa navei [m/s],
W_w rezistenţa valurilor [kg].

La mişcarea unui corp (plutitor) pe o suprafaţă de lichid liberă se formează pe ea valuri. Acestea provoacă o pierdere de energie suplementară, care se adaugă la pierderile prin frecare şi formare de turbioane, şi cauzează astfel o rezistenţă deosebită.

Dacă notăm $W_w = (\rho/2)\, v^2 L^2 \zeta$, atunci ζ depinde numai de numărul lui Froude v^2/gL (v. Similitudinea mecanică, p. 439). La ape adânci ($t > L/2$), unde $c = \sqrt{gl/2\pi}$, avem aproximativ

$$\zeta = a\,(v^2/gL) + b \cos\,(gL'/v^2) = a\,(l/2\pi L) + b \cos\,(2\pi\, L'/l).$$

Pentru $2\pi L'/l = g L'/v^2 = (2n + 1)/2$ termenul cos e -1, deci minimum (condiţiuni favorabile), pentru $2\pi L'/l = g L'/v^2 = n$ termenul cos e $+1$, deci, maximum (condiţiuni defavorabile) (n = număr întreg, a şi b constante dependente de forma navei).

La ape puţin adânci $t \ll L$, unde $c = \sqrt{gt}$, deci independent de lungimea valului, pentru $v \approx \sqrt{gt}$ avem o rezistenţă maximă şi bine de-

[1] H o g n e r, Über die Theorie der von einem Schiff erzeugten Wellen und des Wellenwiderstandes, Proc. I. intern. Congr. for applied Mechanics, Delft 1924. — W e i n b l u m, Die Theorie des Wellenwiderstandes und ihre praktischen Anwendungen, Z V D I 76 (1932), p. 127. — H a v e l o c k, The resistance of a ship among waves Proc. Roy. Soc. London A Vol. 161 (1937), p. 119. — Privire sumară: H o r n, Theorie des Schiffes în A u e r b a c h - H o r t, Handb. d. phys. u. techn. Mechanik, Vol. V, fasc. 2, p. 552, Leipzig 1928, Barth.

Scanned with OKEN Scanner

terminată; pentru $v > \sqrt{gt}$ rezistența e adesea mai mică decât cea corespunzătoare aceleiași vitese în ape adânci.

Date experimentale în vol. IV, cap. Construcții navale.

f) Vine de lichid

I. Formarea vinelor. Scurgerea prin orificii

Notăm cu
F secțiunea de scurgere [m^2],
v vitesa de scurgere [m/s],
Q debitul de scurgere [m^3/s],
μ coeficientul de scurgere [1]),
p suprapresiunea în interiorul vasului [kg/m^2],
h adâncimea unui punct al secțiunii de scurgere sub nivelul lichidului [m],
ρ, γ, g v. p. 457.

1. **Legile de scurgere din vase.** Dacă un lichid iese printr'un orificiu al unui vas, se formează în general o vână de lichid; vitesa de scurgere e

$$v = \sqrt{2\, p/\rho}.$$

Debitul pe secundă, dacă p și deci v sunt constante pe toată secțiunea de scurgere, e dat de: $Q = \mu F v = \mu F \sqrt{2\, p/\rho}$

Dacă toate liniile de scurgere ar ieși paralel și nu ar exista pierderi de energie, am avea $\mu = 1$. În realitate acesta e într'o anumită măsură cazul numai pentru orificii cu o bună rotunjire. La un orificiu simplu în perete subțire vâna se contractă în dosul deschiderii, așa încât secțiunea utilă e sensibil mai mică decât F (coeficientul de contracție α, p. 480). Afară de aceasta, v e puțin mai mic decât valoarea din formulă, în urma pierderilor de energie, dar această influență e neînsemnată. Se ține seamă de ambele influențe în coeficientul de scurgere μ (valorile lui μ p. 498 ș. u.).

Pentru lichide cari se scurg numai datorită influenței gravitației, se disting următoarele cazuri:

Gura de evacuare sub nivelul apei din aval (fig. 72).

$$v = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \qquad Q = \mu F \sqrt{2g(h_1 - h_2)}.$$

Scurgerea în aer, deschidere orizontală în fundul vasului (fig. 73). h e înălțimea nivelului lichidului deasupra gurii

$$v = \sqrt{2gh} \qquad Q = \mu F \sqrt{2gh}.$$

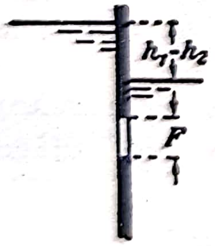


Fig. 72.

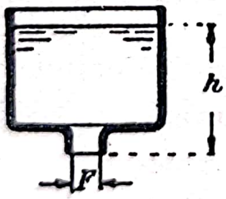


Fig. 73.

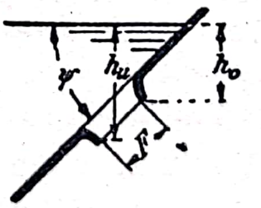


Fig. 74.

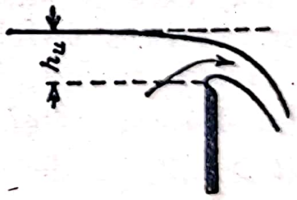


Fig. 75.

Planul orificiului de scurgere sub unghiul ψ față de suprafața liberă a lichidului (fig. 74).

h_o distanța muchiei superioare a lui F } de nivelul lichidului [m],
h_u distanța muchiei inferioare a lui F }
y lățimea suprafeței F la distanța h [m] de nivel [m].

$v = \sqrt{2gh}$ e variabilă pe suprafața

$$Q = \frac{\mu\sqrt{2g}}{\sin\psi}\int_{h_o}^{h_u} y\sqrt{h}\, dh \qquad F = \int_{h_o}^{h_u} \frac{y\, dh}{\sin\psi}.$$

[1]) Nota din p. 480.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă y e invariabil $= b$ (deschidere dreptunghiulară), avem: $Q = \frac{2}{3}\frac{\mu b}{\sin\psi}\sqrt{2g}\left(\sqrt{h_u^3} - \sqrt{h_o^3}\right)$ $\qquad F = \frac{b(h_u - h_o)}{\sin\psi}$.

Deschidere circulară. Raza r, centrul la adâncimea h_s [m]:

$$Q = \mu r^2 \pi \sqrt{2 g h_s}\left[1 - \frac{1}{32}\left(\frac{r \sin\psi}{h_s}\right)^2 - \frac{5}{1024}\left(\frac{r\sin\psi}{h_s}\right)^4 - \ldots\right].$$

Caz particular $h_o = 0$, $\psi = 90°$ deversor (fig. 75). (Valorile lui μ, p. 499.)

1. Lăţimea deversorului invariabilă $= b$:

$$Q = {}^2/_3 \cdot \mu b h_u \sqrt{2 g h_u}.$$

2. Trapez cu laturile paralele orizontale de lungimea b_o pentru cea superioară şi b_u pentru cea inferioară:

$$Q = {}^2/_{15} \cdot \mu h_u \sqrt{2 g h_u}(2 b_o + 3 b_u).$$

Orificiul de evacuare parţial înecat. Pentru porţiunile deasupra şi dedesubtul nivelului apei din aval se calculează separat debitul, după formulele de mai sus. Cifrele de scurgere pot fi diferite pentru cele două porţiuni.

Scurgerea din vase închise. Dacă avem deasupra nivelului lichidului din vasul închis o suprapresiune p [kg/m²] faţă de spaţiul exterior (camere de echilibru), aceasta corespunde cu o înălţime în plus a nivelului de

$$h' = p/\gamma.$$

Dacă $p_1 = p/10\,000$ e suprapresiunea în kg/cm², şi
$\gamma_1 = \gamma/1000$ greutatea specifică în kg/dm³, atunci
h' [m] $= 10\, p_1/\gamma_1$

Vom avea deci de ex. în cazul din fig. 73

$$v = \sqrt{2g(h + h')} \qquad Q = \mu F \sqrt{2g(h + h')}.$$

Pentru $h \ll h'$ vom avea

$$Q = \mu F \sqrt{2 g p/\gamma} = \mu F \sqrt{20 g p_1/\gamma_1}.$$

2. **Coeficienţi de scurgere** (raportaţi la secţiunea cea mai strâmtă). Nu e indiferent (mai ales din cauza influenţelor capilarităţii) dacă apa se evacuează în aer sau sub apă. In cazul din urmă μ e de obiceiu puţin mai mare decât în primul, dar diferenţa nu e în general cu mult mai mare decât 1%.

Deschideri fără conducerea vinei, adică în pereţi plani foarte subţiri, sau la pereţii groşi prin orificii cu deschiderea ascuţită din exterior spre interior. Scurgerea de evacuare a apei în aer (date după Weisbach).

α) Secţiunea de apropiere înaintea orificiului $\geqq 10\,F$, aşa încât vitesa de apropiere se poate neglija.

La orificii circulare (contracţiune completă):
la adâncimi şi deschideri mai mari: $\mu = 0{,}61$;
pentru adâncimi şi deschideri mai mici:

diametrul orificiului	0,44	1	2	3	4 cm
adâncimea apei 0,25 m	$\mu =$ 0,68	0,64	0,63	0,62	0,614
„ „ 0,60 m	$\mu =$ 0,66	0,63	0,62	0,61	0,607.

μ depinde pe de-o parte de numărul lui Reynolds, deci de $d\sqrt{h}/\nu$, de altă parte de raportul geometric d/h.

La orificii dreptunghiulare valorile lui μ sunt aproximativ aceleaşi ca pentru secţiunile circulare.

Scanned with OKEN Scanner

β) Secțiunea de apropiere F_z dinaintea lui F fiind $F_z \lesseqgtr 10\,F$, scurgerea de apropiere e însemnată, contracțiunea e incompletă. Se înmulțesc valorile de mai sus ale lui μ cu următoarele cifre (după Weisbach):

dacă										
	$F:F_z = 0{,}1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
F circular	1,014	1,034	1,06	1,09	1,13	1,19	1,26	1,35	1,47	1,63
F în dreptunghiu	1,019	1,042	1,07	1,11	1,15	1,21	1,28	1,36	1,47	1,61.

Dispozitive de orificii circulare în dispoziția din fig. 33, p. 480, se întrebuințează ca diafragme la măsurarea debitelor de scurgere, secț. 7, Măsuri, Măsurarea debitelor.

Orificii cu conducerea vinei, adică în pereți groși sau orificii cu tubulură scurtă (ajutaje, țevi). (Date după Weisbach).

α) Orificiu în perete gros. Dacă muchia de aducere e ascuțită sau în unghiu $< 150°$, la o dimensiune mică a muchiei de despărțire contracțiunea rămâne ca la orificiile în pereți subțiri, și la mărirea ulterioară a secțiunii vinei, ea se aplică pe pereții orificiului, în cazul unor fețe paralele ale lui sau ale ajutajului, numai dacă distanța dintre planul de intrare și evacuare e mai mare decât deschiderea orificiului; la lungimi mai mici valorile lui μ sunt cele din p. 497, la orificii în pereți subțiri; în rest cele pentru fig. 77.

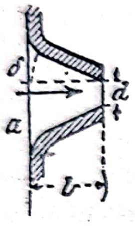


Fig. 76.

β) Ajutaje rotunde aplicate perpendicular pe peretele interior.

Fig. 76.	$\delta = 0°$	$5^3/_4°$	$11^1/_4°$	$22^1/_2°$	45°	$67^1/_2°$	90°	
muchia *a* rotunjită	$\mu = 0{,}97$	0,95	0,92	0,88	0,75	0,68	0,63	($l = 3d$)
muchia *a* ascuțită	$\mu = 0{,}83$	0,94	0,92	0,85	0,75	0,68	0,63	($l = 2{,}6d$).

La muchie ascuțită μ maximum $= 0{,}946$ pentru $\delta = 6\,^3/_4°$.

Fig. 77, $l = 3 \ldots 5\,d$:

Muchia *a* ascuțită: μ cca 0,82,
Muchia *a* slab rotunjită: μ cca 0,90,
Muchia *a* rotunjită: μ cca 0,97.

Fig. 78; grosimea suprafeței inelare din calea curentului cel puțin 5 mm:

$\delta = 0°$	$22^1/_2°$	45°	$67^1/_2°$	90°	
$\mu = 0{,}54$	0,55	0,58	0,60	0,63	($l = d$).

Dacă orificiul e cu $\delta = 0°$ și-i prezintă curentului o muchie în lamă, μ ia valoarea minimă 0,50, datorită contracțiunii.

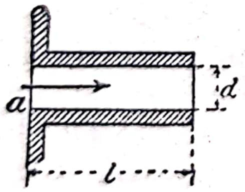


Fig. 77.

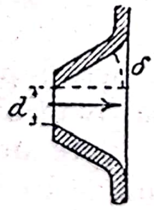


Fig. 78.

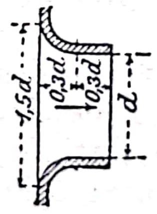


Fig. 79.

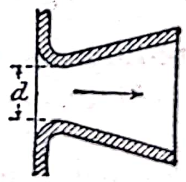


Fig. 80.

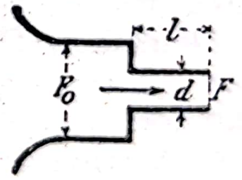


Fig. 81.

Fig. 79; pentru $l = 0{,}6\,d$ avem valorile crescătoare cu netezimea pereților și vitesa de scurgere

$$\mu = 0{,}96 \ldots 0{,}99.$$

Ajutaje normale pentru măsurători v. secț. 7, Măsuri, cap. Măsurări de debite.

Fig. 80; după unghiul, lungimea tăieturii și vitesa de scurgere, $\mu = 0{,}96 \ldots 2{,}3$ (raportat la secțiunea cea mai strâmtă); scurgerea la evacuare în formă de evantaliu, vână goală în interior.

Scanned with OKEN Scanner

γ) Scurgerea de evacuare din conducte tubulare (apă în apă sau aer în aer, influenţa vitesei de apropiere cuprinsă în valorile date).

Notăm cu:
d_1 diametrul conductei,
d diametrul minimum al ajutajului.

Fig. 81. $l = 3d$, F şi F_0 reprezintă secţiuni. Muchia de scurgere în unghiu ascuţit:

pentru $F/F_0 =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\mu =$	0,83	0,84	0,85	0,87	0,88	0,90	0,92	0,94	0,965	1,00.

δ) Guri de scurgere dispuse oblic, cu muchia de intrare ascuţită şi $l = 3d$; dacă γ e unghiul dintre perete şi axa vinei, avem pentru:

$\gamma = 90°$	80°	70°	60°	50°	40°	30°
$\mu = 0{,}82$	0,80	0,78	0,76	0,75	0,73	0,72.

ε) Orificii cu prelungiri parţiale, în pereţi subţiri, ca suprafeţele directoare sau canalele dispuse în interior sau exterior paralel cu direcţiunea curentului, putând fi realizate chiar de fundul sau pereţii laterali ai vasului, prin faptul că vâna îndreptată spre orificiu trebue să curgă de-a-lungul lor.

Dacă $1/n$ e partea încercuită a circumferenţei udate a orificiului, valoarea lui μ dată în p. 497/98, sub α) şi β) se măreşte (după Bidone şi Weisbach), pentru muchii ascuţite din toate părţile (prin suprimarea strangulării în părţile încercuite: strangulare parţială), cu valoarea

0,128 : n la orificii mici circulare,
0,134 : n la orificii mici dreptunghiulare,
0,157 : n la orificii mai mari dreptunghiulare,

3. Coeficienţi de deversare.

Notăm cu:
B lăţimea canalului de alimentare [m],
b lăţimea deversorului [m],
H adâncimea canalului înainte de deversor [m],
h adâncimea muchiei deversorului sub nivelul lichidului [m], măsurată la o depărtare de cel puţin $3h$ de muchia de deversare.

Valorile date mai jos pentru μ în cazul apei cuprind şi influenţa vitesei de apropiere, aşa încât chiar ţinând seamă de ea avem

$$Q = {}^2/_3 \cdot \mu b h \sqrt{2gh} \quad \text{(p. 497).}$$

$b = B =$ invariabil, fără contracţiune laterală a vinei. Pentru baraje verticale, coronament subţire şi muchie ascuţită, cu acces larg al aerului la suprafaţa inferioară a vinei, Rehbock[1]) introduce în locul lui h înălţimea echivalentă de deversare $h_e = h + 0{,}0011\ m$. Obţine astfel

$$\mu = 0{,}6035 + 0{,}0813\, h_e/(H - h),$$
$$Q = b\,[1{,}782 + 0{,}24\, h_e/(H - h)]\, h_e^{3/2}.$$

Prescripţiile elveţiene[2])

$$\mu = 0{,}615\,[1 + 1/(1000\,h + 1{,}6)]\,[1 + 0{,}5\,(h/H)^2],$$

valabil pentru $H - h \geqq 0{,}3$ m, $h \leqq H - h$; $0{,}025$ m $\leqq h \leqq 0{,}8$ m.

Astfel de deversoare se întrebuinţează adesea la determinarea debitelor de scurgere[3]).

La deversor vertical cu coronamentul cu muchie lată, ascuţită în amonte, de grosimea δ în m, valorile pentru baraje subţiri cu coronamentul ascuţit, se înmulţesc (după Bazin)

pentru $h : \delta =$	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50,
cu	0,75	0,78	0,82	0,86	0,90	0,93.

[1]) Rehbock, Wassermessung mit scharfkantigen Überfallwehren; ZVDI 73(1929), p. 817.
[2]) Normen für Wassermessung, stabilite de As. Ing. şi Arh. Elv. 1924.
[3]) Privitor la sursele de erori: Kirschmer, Untersuchung über Überfallkoeffizienten für einige Wehre mit gerundeter Krone, şi Hailer, Fehler bei der Überfallmessung; ambele în Thoma, Mitt. d. Hydraul. Inst. d. T. H. München, fasc. 2, München 1928, Oldenbourg.

Pentru $h < 1{,}5\,\delta$, coronamentul barajului va fi întotdeauna udat; la $h \approx 1{,}5 \ldots 2{,}0\,\delta$ udarea nu se obține sigur, iar pentru $h > 2\,\delta$ vâna trece liber peste coronamentul barajului, așa încât μ are valoarea din cazul barajelor cu muchii ascuțite. Dacă muchia din amonte a barajului se mai rotunjește mult, μ se mărește cu 0,1 . . . 0,15.

Fără accesul aerului sub vâna de deversare, μ crește (după Bazin)

pentru $h < 0{,}23$ m până la de 1,08 ori
" $h \approx 0{,}23$ " " " " 1,29 "
" $h > 0{,}23$ " " " " 1,15 . . . 1,19 ori
} din valorea lui μ pentru cazul accesului de aer.

$b < B$ (contracțiune laterală a vinei), barajul vertical și perpendicular pe curent, muchiile ascuțite.

După Frese, pentru $0{,}1\,\text{m} < h < 0{,}6\,\text{m}$:

$$\mu = m\left\{1 + \left[0{,}25\left(\frac{b}{B}\right)^2 + 0{,}025 + \frac{0{,}0375}{(h/H)^2 + 0{,}02}\right]\left(\frac{h}{H}\right)^2\right\}, \text{ unde}$$

$$m = 0{,}5755 + 0{,}017/(h + 0{,}18) - 0{,}075/(b + 1{,}2).$$

După normele elvețiene[1]: $$\mu = m\left\{0{,}578 + 0{,}037\left(\frac{b}{B}\right)^2 + \frac{3{,}615 - 3(b/B)^2}{1000\,h + 1{,}6}\right\}$$

$$\text{unde } m = [1 + 0{,}5\,(b/B)^4\,(h/H)^2].$$

Pentru cazurile speciale indicate mai sus μ se va înmulți cu coeficienții dați acolo.

II. Plafonul (înălțimea) și bătaia saltului vinelor de apă libere

Notăm cu:
H presiunea înaintea gurii [m],
S înălțimea [m],
W bătaia vinei [m].

Incercările lui Weisbach (Lehrb. d. theoret. Mechanik, § 461) au dat randamentul maximum pentru o gură în formă de ajutaj cu unghiul ascuțit de 6°; ea a dat la acalmie

	pentru $H =$	3	5	10	15	20 m
și $d = 10$ mm	$S =$	2,85	4,68	8,81	12,06	14,32 m
$d = 14$ mm	$S =$	2,91	4,80	9,28	13,26	16,67 m.

Incercările lui Freeman[2]) cu guri ale furtunilor de incendiu cu $d = 19 \ldots 35$ mm diametru au dat următoarele rezultate, comunicate în extras, pentru S și W (ultimele pentru o inclinare de 32° a gurii).

Tabela 16. Plafonul și bătaia gurilor furtunurilor de incendiu

Plafonul și bătaia în m		Sarcina (în dreptul ajutajului) H în m: 5	10	15	20	30	40	50	60	70	d în mm
S	a vinei coerente pe vânt direct	3,7 4,0	7,3 7,9	11,0 11,6	14,4 15,2	16,2 18,3	21,6 24,6	23,6 27,7	24,4 29,6	25,4 31,0	19 35
	a picăturilor extreme la acalmie	4,3 4,6	8,8 9,5	13,1 14,0	17,7 18,3	25,3 27,8	31,0 36,0	36,0 43,0	39,0 48,0	41,0 50,0	19 35
W	a vinei coerente pe vânt direct	4,3 5,5	7,0 9,5	9,5 13,1	11,0 15,8	14,0 20,4	15,8 23,0	17,7 25,0	19,5 27,0	20,8 28,7	19 35
	a picăturilor extreme la acalmie	7,8 8,8	15,5 17,4	23,2 26,6	28,6 34,2	35,8 47,0	41,0 55,0	45,0 62,0	48,5 67,0	51,0 72,0	19 35

[1]) Normen für Wassermessung, stabilite de As. Ing. și Arh. Elv., 1924.
[2]) Freeman, American Society of Civil Engineers. New York, Nov. 1890; și Journ. f. Gasbel. u. Wasservers. 33 (1890), Nr. 32...34.

Un ajutaj bun trebue să aibă în partea cea mai strâmtă pereţi foarte netezi şi o muchie de ieşire deosebit de netedă, fără cea mai mică bavură sau lărgire continuă (rotunjire); altfel vâna se va risipi. O lungime a ajutajului de 0,5 . . . 1,0 d, ca în fig. 79, p. 498, e suficientă. Printr'o uşoară strâmtare a gurii cu numai 5° până la maximum 13° vâna va fi strânsă mai bine decât printr'o formă exact cilindrică sau decât printr'o evacuare dintr'un orificiu cu muchii ascuţite şi contracţiune a vinei. O strâmtare treptată a conductei vinei e dăunătoare fiindcă măreşte frecarea cu conducta. Calitatea unui ajutaj se apreciază după lungimea pe care vână e strânsă, cu aspect sticlos şi fără desprindere laterală de stropi.

P e n t r u s t i n g e r e a i n c e n d i i l o r e preferabilă o singură vână mai puternică faţă de două mai mici, fiindcă prima posedă o bătaie mai mare şi provoacă o stingere mai rapidă a focului prin „biciuire". Deschiderea ajutajului nu ar trebui să fie niciodată mai mare decât 0,25 din diametrul interior al furtunului, spre a micşora pierderile în înălţime şi bătaie datorite frecărilor în conducta de aducere [1]).

P e n t r u p l o a i e a r t i f i c i a l ă se folosesc conducte de ploaie sau guri de stropit. Pentru ca toate găurile conductei de ploaie să dea acelaşi debit, suma totală a secţiunilor găurilor nu trebue să întreacă cca un sfert din secţiunea conductei. La guri de stropit se tinde să se ude cât mai uniform întreaga suprafaţă limitată de stropii extremi [2]).

III. A c ţ i u n e a ş i r e a c ţ i u n e a

Notăm cu:

Q debitul care curge pe secundă dintr'un vas, respectiv loveşte un corp [m^3/s],
ρ densitatea lichidului [$kg\ s^2/m^4$],
F secţiunea vinei (la contracţiunea vinei, secţiunea în partea contractată) [m^2],
v vitesa în vână, faţă de vasul din care se scurge resp. corpul pe care-l loveşte vâna [m/s],
F' aria suprafeţei libere a lichidului din vas [m^2],
vitesa cu care scade nivelul în vas [m/s],
α, β, β_1 unghiurile vinelor de lichid cu feţele corpului, după fig. 83...86.

Dacă un lichid se scurge dintr'un vas (fig. 82) vasul primeşte repulsiunea

$$P = \rho\, Q\, v = \rho\, v^2 F,$$

de sens contrar cu v. Dacă nivelul lichidului din vas scade cu vitesa $v' = Q/F'$, se adaugă o forţă dirijată vertical în jos

$$P' = \rho\, Q\, v' = \rho\, Q^2/F'.$$

(Dacă $F' \gg F$, această ultimă forţă se poate neglija).

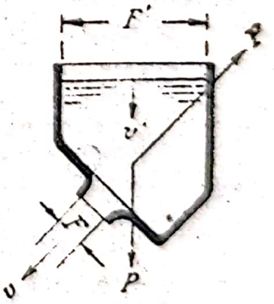


Fig. 82.

Dacă o vână de lichid loveşte un corp, ea exercită asupra lui forţa

$$P = \rho\, Q\, v$$

în direcţiunea vinei. La aceasta se adaugă o repulsiune (v. m. s.), provocată de particulele de lichid, cari părăsesc din nou corpul.

Dacă v nu e constant pe secţiunea F, $Q v$ se înlocueşte cu $\int v^2 dF$.

---

[1]) Pt. frecarea în conducta de apropiere v. p. 472 ş. u. Pt. rezistenţa în furtunuri v. S a n d e r, teză, Stuttgart 1914.

[2]) Pt. instalaţii de ploaie artificială şi guri de stropit, v. H a r t m a n n, Z V D I 59 (1915), p. 494, şi K r ü g e r, Z V D I 63 (1919), p. 49, şi 64 (1920), p. 322. Cp. şi vol. IV.

Scanned with OKEN Scanner

Cazuri speciale: Placă plană lovită de vână sub unghiul α. (Diametrul plăcii > 6 diametrul vinei, fig. 83).

$$P = \rho\, Q\, v \sin\alpha.$$

P e perpendicular pe planul plăcii; s'a neglijat frecarea de suprafaţă.

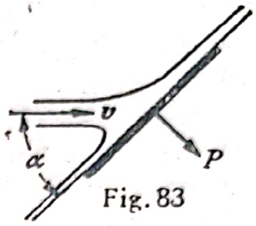


Fig. 83

Plăci mici plane (fig. 84), **corpuri de revoluţie convexe sau concave** (fig. 85 şi 86).

$$P = \rho\, Q\, v\,(1 - \cos\beta) \quad \text{resp.} \quad P = \rho\, Q\, v\,(1 + \cos\beta_1).$$

Plăci cu bordură (fig. 87) $\beta_1 = 0°$. $P = 2\rho\, Q\, v$.

Prin frecare, presiunea vinei se măreşte în cazurile cu $\beta < 90°$ şi se micşorează în cazurile cu $\beta_1 < 90°$. Pentru evaluarea frecării v. datele p. 488 ş. u.

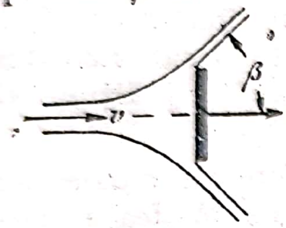


Fig. 84.

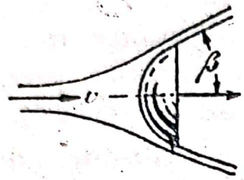


Fig. 85.

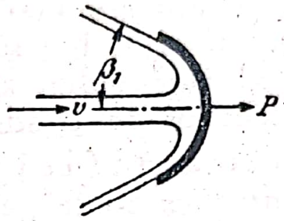


Fig. 86

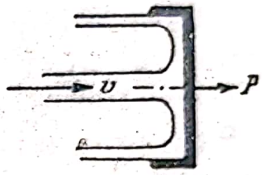


Fig. 87.

g) Aripi portante şi roţi cu aripi [1])

La mişcarea unui corp cu vitesa v_0 într'un lichid ia naştere întotdeauna o componentă a forţei dirijată în sens contrar mişcării, numită rezistenţa W. Spre a o învinge, trebue efectuat lucru mecanic (lucrul mecanic pe sec. $= W v_0$). Afară de aceasta, poate lua naştere o componentă $\perp v_0$, care nu necesită separat lucru mecanic. Ea se numeşte forţă portantă A. De multe ori se preferă din motive de economie forme de corpuri la cari forţa portantă e mare faţă de rezistenţă, spre a obţine forţe mari (A) la consum mic de energie ($W v_0$). Astfel de corpuri se numesc a r i p i p o r t a n t e, a r i p i sau p a l e t e. Raportul $\varepsilon = W/A$, care exprimă calitatea aripii, se numeşte c o e f i c i e n t d e a l u n e c a r e.

Notăm cu:

- ρ densitatea fluidului [kg s²/m⁴],
- F aria aripii (proiecţiunea ei maximă) [m²],
- b deschiderea aripii (întinderea maximă $\perp v_0$) [m],
- t profunzimea aripii [m] (Fig. 88),
- v_0 vitesa aripii faţă de fluid [m/s],
- α unghiul de atac (unghiul dintre direcţiunea curentului şi coarda profilului) (fig. 88),
- $q = v_0^2 \rho/2$ presiunea dinamică [kg/m²],
- A forţa portantă $\perp v_0$ [kg],
- $c_a = A/q F$ coeficientul de portanţă,
- W rezistenţa $\parallel v_0$ [kg],
- $c_w = W/q F$ coeficientul de rezistenţă,
- M momentul forţelor faţă de punctul O din fig. 88 [kgm],
- $c_m = M/q F t$ coeficientul momentelor,
- $\varepsilon = W/A$ coeficientul de alunecare,
- Γ circulaţia în jurul aripii (p. 463) [m²/s].

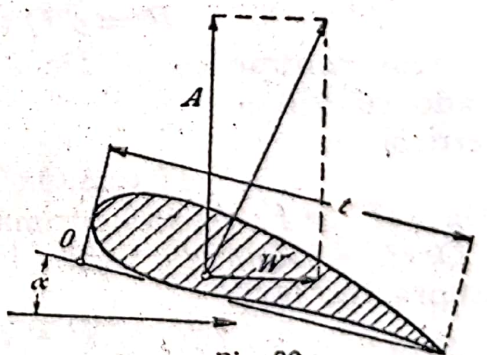


Fig. 88.

[1]) B e t z, Tragflügel und hydraulische Maschinen, Handbuch der Physik, vol. 7, Berlin 1927, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

I. Scurgerea plană

1. Legi fundamentale. Forța portantă ce se exercită asupra unei porțiuni de lățimea b dintr'o aripă anvergură presupusă infinit mare e

$$A = \rho\, v_0 \Gamma b \quad \text{(teorema lui Kutta-Joukowski)}$$

$$c_a = 2\, \Gamma / v_0 t.$$

Pentru o serie infinită de aripi (multiplan, serie de aripi, notațiile din fig. 89), cari deviază curentul fluidului cu un unghiu finit dat, componenta înainte și după multiplan a vitesei v perpendiculară pe planul acestuia rămâne neschimbată din motive de continuitate. Numai componenta paralelă cu multiplanul se modifică $u_2 \neq u_1$: Circulația în jurul unei aripi e (a fiind interplanul absolut).

$$\Gamma = a\,(u_2 - u_1).$$

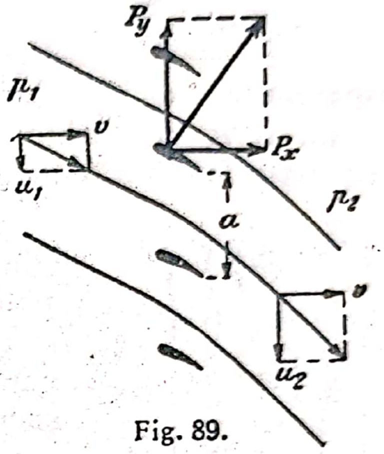


Fig. 89.

Căderea de presiune în rețea e

$$p_1 - p_2 = (u_2{}^2 - u_1{}^2)\, \rho/2 + p',$$

unde p' exprimă pierderea de energie. Dacă $u_2 < u_1$ și p' nu e prea mare, se poate obține în multiplan o creștere de presiune:

$$p_2 - p_1 = (u_1{}^2 - u_2{}^2)\, \rho/2 - p'.$$

Forța exercitată pe unitatea de lungime a unei palete în direcțiunea multiplanului (fig. 89) e

$$P_y = \rho\, \Gamma\, v = \rho\, a\, v\, (u_2 - u_1),$$

iar perpendicular pe direcțiunea multiplanului

$$P_x = (p_1 - p_2)\, a = \rho\, \Gamma\, (u_1 + u_2)/2 + p' a.$$

Dacă notăm componenta mijlocie a vitesei paralelă cu direcțiunea multiplanului cu $u_m = (u_1 + u_2)/2$, randamentul multiplanului la cădere de presiune (transformarea presiunii în vitesă) e

$$\eta_1 = \frac{\rho\, (u_2{}^2 - u_1{}^2)}{2\, (p_1 - p_2)} = 1 - \frac{p'}{p_1 - p_2} = \frac{1 - \varepsilon\, u_m/v}{1 + \varepsilon\, v/u_m},$$

la creșterea presiunii (transformarea vitesei în presiune)

$$\eta_2 = \frac{2\, (p_2 - p_1)}{\rho\, (u_1{}^2 - u_2{}^2)} = 1 - \frac{2\, p'}{\rho\, (u_1{}^2 - u_2{}^2)} = \frac{1 - \varepsilon\, v/u_m}{1 + \varepsilon\, u_m/v}.$$

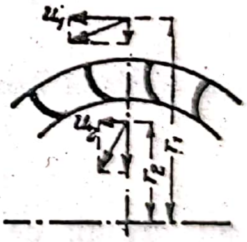


Fig. 90.

Dacă paletele sunt lovite radial (pompe centrifugale, turbine cu admisie radială, fig. 90, și Q [m³/s] e debitul care trece pe secundă prin multiplan, cuplul exercitat de totalitatea n a paletelor e

$$M = \rho\, n\, \Gamma\, Q/2\pi = \rho\, Q\, (u_1 r_1 - u_2 r_2) \quad \text{(ecuația euleriană a turbinelor).}$$

Ecuația e valabilă nu numai pentru fenomenele plane, ci în general.

2. Câmpul vitesclor. Principial, scurgerea potențială din jurul unui profil se poate determina întotdeauna, și deosebit de simplu pentru profile Joukowski[1]) (metoda reprezentărilor conforme, p. 470). Pentru de-

---

[1]) Trefftz, Graphische Konstruktion Joukowskischer. Tragflächen, ZFM 4 (1913), p. 130. — Forme mai generale: Betz-Keune, Verallgemeinerte Kármán-Trefftz-Profile, Luftfahrtforschung 13 (1936), p. 336. — Despre tratarea profilelor oarecari: Theodorsen și Garrick, General potential theory of arbitrary wing sections, Rep. 452 d. Nat. Advisory Comm. for Aeronautics, Washington 1933. — Despre reprezentarea seriilor de aripi: König, Potentialströmung durch Gitter, ZAM 2 (1922), p. 422 ș. u., apoi Sörensen, Schulz, Busemann, ZAM 7 (1927) și 8 (1928).

Scanned with OKEN Scanner

terminarea perturbaţiunilor provocate de o aripă la oarecare distanţă de ea, ajunge de cele mai multe ori să se înlocuiască aripa cu un turbion potenţial (p. 467) de aceeaşi circulaţie. Acest turbion echivalent trebue situat în punctul de aplicaţie al forţei portante pe aripă. Aproximaţia e utilizabilă pentru distanţe mai mari decât cca jumătate din profunzimea aripii. Astfel aripa cauzează la o distanţă r (fig. 91) o vitesă de perturbaţie

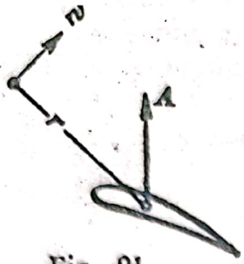


Fig. 91.

$$w = \Gamma/2\,r\,\pi,$$

dirijată perpendicular pe r (în faţa aripii în sus, în spatele ei în jos, dedesubtul ei îndărăt, deasupra ei înainte).

La serie de turbioane (în locul seriei de aripi, fig. 92) vitesa de perturbaţie într'un punct la distanţa perpendiculară x de turbion e

$$w = \Gamma/[2\,a\,\mathrm{Tg}\,(x\,\pi/a)]\ ^{1}).$$

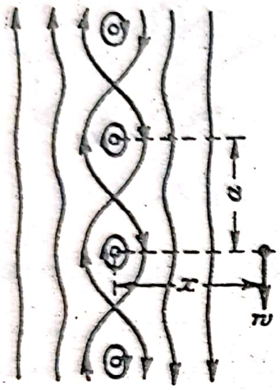


Fig 92.

Din cauza creşterii lui w la valori mici ale lui x, paletele a căror profunzime nu e mare faţă de distanţa a trebue curbate mai mult, decât corespunde teoriei curente a turbinelor, pentru a obţine o intrare fără şocuri (exagerarea unghiului paletei).

3. Influenţa formei asupra proprietăţilor aripii [2]). Valoarea circulaţiei rezultă teoretic din condiţiunea ca fluidul să nu înconjoare muchia din spate a aripii. In realitate, din cauza formării zonei de apă moartă în spatele aripii, circulaţia e întotdeauna mai mică decât rezultă din teoria potenţialului. Diferenţa e cu atât mai mare, cu cât coeficientul de alunecare e mai defavorabil.

Valori teoretice pentru bombări şi unghiuri de atac (rezultatele experimentale v. p. 510).

Placă plană Unghiul de atac α (Fig. 93)

$$c_a = 2\,\pi \sin\alpha \qquad c_m = (\pi/2)\sin\alpha.$$

Placă bombată circular (Fig. 94)

$$c_a = 2\,\pi \sin(\alpha + \vartheta/4) = 2\,\pi\,(\sin\alpha + 2\,f/t),$$

$$c_m = (\pi/2)\sin(\alpha + \vartheta/2) = (\pi/2)\,(\sin\alpha + 4\,f/t).$$

Profil de forma

$$y = \frac{t}{2}\left[\beta - \gamma\,\frac{2\,x}{t}\right]\left[1 - \left(\frac{2\,x}{t}\right)^{2}\right] \quad \text{(Fig. 95)}$$

$$c_a = 2\,\pi \sin(\alpha + \beta - \gamma/2)$$

$$c_m = (\pi/2)\sin(\alpha + 2\,\beta - {}^{5}/_{4}\cdot\gamma).$$

unde (Fig. 95)

$$\beta = (\psi + \varphi)/4 = 2\,f/t$$

$$\gamma = (\psi - \varphi)/4.$$

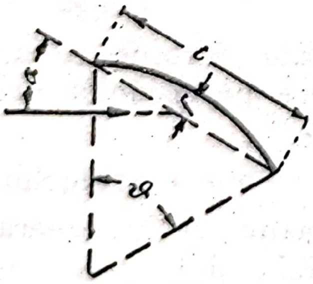


Fig. 94.

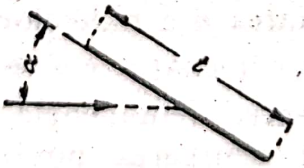


Fig. 93.

---

[1]) Formule mai detaliate în Handbuch der Physik, vol. 7, p. 238. — Reprezentare grafică: Ing.-Arch. 2 (1932), p. 359.

[2]) Birnbaum, Die tragende Wirbelfläche als Hilfsmittel zur Behandlung der ebenen Problems der Tragflügeltheorie, ZAM 3 (1923), p. 290. Glauert-Holl, Grundlagen der Tragflügel- und Luftschraubentheorie, Berlin 1929, Springer. — Despre profile Joukowski şi forme înrudite, v. nota[1]), p. 503.

Scanned with OKEN Scanner

Forma generală $y = y(x)$. Notând $x = t/2 \cdot \cos\varphi$ și desvoltând: $\partial y/\partial x = \Sigma a_n \cos n\varphi$. se obține

$$c_a = 2\pi(\sin\alpha + a_1/2)$$

$$c_m = \frac{\pi}{2}(\sin\alpha + a_1 - a_2/2),$$

unde

$$a_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi (\partial y/\partial x)\cos\varphi\, d\varphi$$

$$a_2 = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi (\partial y/\partial x)\cos 2\varphi\, d\varphi$$

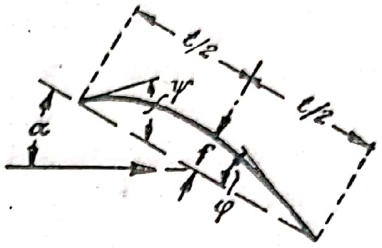


Fig. 95.

In aproximație, aceste formule li se pot aplica și profilelor de oarecare grosime, înlocuind profilul cu linia lui mediană.

II. Scurgerea spațială

Asupra turbinelor, pompelor centrifugale și ventilatoarelor v. capitolele respective în vol. II.

1. Aripă izolată. La capetele aripii se pot egaliza diferențele de presiune dintre fața aspirată și cea atacată. Rezultă o micșorare a forței portante, la unghiu de atac dat. Pentru a obține aceeași forță portantă ca în problema plană, unghiul trebue mărit cu $\Delta\alpha$. Această egalizare a presiunilor e însoțită de o pierdere de energie care se manifestă prin-tr'o rezistență mai mare. Aceste influențe scad cu atât mai mult, cu cât e mai mare anvergura, la forță portantă și vitesă dată. Rezistența cauzată de capetele aripilor se numește rezistență de margine sau rezistență indusă. (W_i, coeficientul de rezistență corespunzător e c_{w_i}). Rezistența aceasta e minimă la forță portantă și deschidere dată, dacă forța portantă e repartizată pe deschidere după o jumătate de elipsă. In acest caz avem

$$W_i = A^2/\pi q b^2, \qquad c_{w_i} = (c_a{}^2/\pi)(F/b^2),$$

$$\Delta\alpha = 57{,}3^\circ A/\pi q b^2 = 57{,}3^\circ (c_a/\pi)(F/b^2).$$

F/b^2 se numește alungire. La contur dreptunghiular al aripii avem $F = bt$ și $F/b^2 = t/b$.

Dacă se cunosc pentru o aripă cu anvergura b_1 și suprafața F_1 datele corespunzătoare pentru forța portantă, rezistență și unghiul de atac, se pot calcula din ele datele corespunzătoare pentru o altă aripă de același profil, însă cu anvergura b_2 si suprafața F_2. Avem

$$c_{a_2} = c_{a_1} = c_a, \qquad c_{w_2} = c_{w_1} + (c_a{}^2/\pi)(F_2/b_2{}^2 - F_1/b_1{}^2),$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 57{,}3^\circ (c_a/\pi)(F_2/b_2{}^2 - F_1/b_1{}^2).$$

(Indicele 1 indică valorile pentru aripa întâi, indicele 2 pentru aripa a doua).

Pentru tipuri de aripă uzuale, de formă aproximativ dreptunghiulară, repartiția forței diferă de cea eliptică, dar formulele de mai sus corespund încă foarte bine. Abateri mai mari sunt de așteptat mai ales când aripa are întreruperi (tăieturi) în partea mijlocie; astfel c_{w_i} poate fi mărit considerabil.[1]

2. Biplanul [2]. Valorile privitoare la una din aripi au indicele 1, cele privitoare la cealaltă indicele 2. Este indiferent care din cele două aripi e superioară sau inferioară. h e distanța dintre cele două aripi, perpendiculară pe v_0.

[1] Muttray, Neuere Messungen an Flügeln mit Ausschnitten, ZFM 20 (1929), p. 161.
[2] După Prandtl, Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen, fasc. II, p. 9 ș. u., și fasc. III, p. 9 ș. u.

Scanned with OKEN Scanner

Rezistenței induse a aripilor, după capitolul precedent, i se adaugă o altă rezistență indusă, care derivă din influența mutuală a celor două aripi. Ea este pentru ambele aripi egală ca mărime, dacă aripile stau vertical una deasupra celeilalte (biplan cu aripi nedecalate).

$$W_{12} = W_{21} = (\sigma/\pi\, q)\,(A_1\, A_2/b_1\, b_2).$$

Rezistența indusă totală e deci

$$W_i = (1/\pi\, q)\,(A_1{}^2/b_1{}^2 + 2\,\sigma\, A_1\, A_2/b_1\, b_2 + A_2{}^2/b_2{}^2) = \varkappa\,(A_1 + A_2)^2/\pi\, q\, b_1{}^2.$$

La biplan cu aripile decalate, rezistența indusă totală este aceeași ca la cel nedecalat cu aceeași distanță perpendiculară h, însă rezistențele sunt repartizate altfel pe cele două aripi. Aripa din față are rezistență indusă mai mică, aripa din spate mai mare. σ depinde de poziția celor două aripi iar $\varkappa$ și de repartiția forței portante pe cele două aripi (A_1/A_2). La repartiția optimă $\varkappa = \min \varkappa$ (tabela 17).

Tabela 17. Valorile min $\varkappa$

h/b_1	0,05	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5
$b_2/b_1 = 1$	0,890	0,827	0,779	0,742	0,684	0,645	0,615
0,8	0,974	0,932	0,892	0,855	0,800	0,758	0,728
0,6	0,990	0,974	0,954	0,932	0,892	0,861	0,839

F o r m u l e d e a p r o x i m a ț i e pentru $b_1 = b_2 = b$, valabile pentru $h/b = 15 \ldots h/b = {}^1/_2$,

$$\sigma = \frac{1 - 0{,}66\, h/b}{1{,}055 + 3{,}7\, h/b}, \qquad \min \varkappa = \frac{1 + 1{,}48\, h/b}{1{,}027 + 3{,}6\, h/b}.$$

3. Elice.

Afară de notațiile din p. 457, notăm cu:

- d diametrul elicei [m],
- v vitesa de propulsiune a elicei față de fluidul în repaus [m/s],
- n turația elicei [1/min],
- $\omega = n\,\pi/30$ vitesa unghiulară [1/s],
- $u = n\,\pi d/60$ vitesa periferică a elicei [m/s].
- $\lambda = v/u$ pasul de deplasare,
- z numărul palelor elicei,
- S forța de tracțiune (propulsiunea) elicei [kg],
- $c_s = S/[\rho/2 \cdot v^2\, d^2\pi/4]$ gradul de încărcare,
- $k_s = S/[\rho/2 \cdot u^2\, d^2\pi/4] = c_s\, \lambda^2$ coeficientul de tracțiune,
- M_d cuplul elicei [kgm],
- $k_d = M_d/[\rho/2 \cdot u^2\, d^2\, \pi/4 \cdot d/2]$ coeficientul cuplului,
- $\eta = S\, v/M_d\, \omega = \lambda k_s / k_d$ randamentul elicei.

Teoria simplă a vinelor (întemeiată de R a n k i n e în 1865 și de F r o u d e în 1882). Afară de pierderile pe pala elicei (p. 508, v. și formula pentru η_2 la serii de palete p. 503) din cauza dimensiunilor reduse ale aripii, există o pierdere inevitabilă fiindcă, pentru a produce o deplasare, trebue accelerată după teorema impulsului o masă de fluid a cărei energie cinetică este pierdută. Dacă tracțiunea se poate repartiza după voie pe o suprafață circulară elicoidală (infinit de multe palete) și se poate neglija rotațiunea din vâna elicoidală dinapoia elicei, această pierdere e minimă, dacă tracțiunea se poate repartiza egal pe toată suprafața elicoidală. Pierderea din vână depinde de g r a d u l d e î n c ă r c a r e $c_s = S/(\rho/2 \cdot v^2\, d^2\, \pi/4)$. In urma acestei pierderi inevitabile

din vână, condiţionată de dimensiuni, randamentul teoretic maximum devine (fig. 96):

$$\eta_m = 2/\left(1 + \sqrt{1 + c_s}\right).$$

Vitesa din vâna elicoidală, faţă de elice, este cu w mai mare, şi anume

$$v + w = v\sqrt{1 + c_s}.$$

In planul elicei vitesa e

$$v + w/2 = v/\eta_m.$$

Diametrul vinei elicoidale d' e mai mic decât al elicei d (contractiunea vinei). Raportul e pentru $c_s < 1$

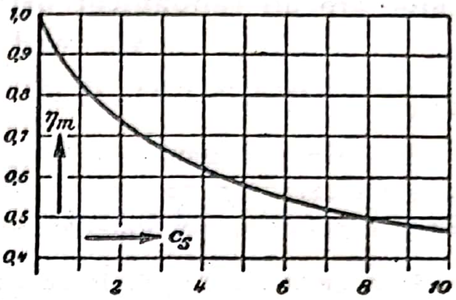


Fig. 96.

$$d'/d \approx 1 - c_s/8.$$

Randamentul real η al unei elice e întotdeauna mai mic decât cel teoretic maximum

$$\eta = \eta_m \zeta.$$

ζ se numeşte gradul de calitate al elicei. Prin el se exprimă diferitele pierderi. La elice bune, ζ e cuprins cam între 0,85 şi 0,93.

Pentru $v \approx 0$, elice la punct fix, ventilatoare, puterea de antrenare necesară [kgm/s] care rezultă din teoria simplă a vinelor e:

$$N = \omega M_d = S\sqrt{2S/\rho\pi d^2}/\zeta.$$

Vitesa vinei e

$$w = \sqrt{8S/\rho\pi d^2}.$$

Vitesa de scurgere prin planul elicei e

$$w/2 = \sqrt{2S/\rho\pi d^2}.$$

In multe probleme nu se dă tracţiunea, ci puterea motorului N [kg m/s] resp. randamentul ce rezultă din ea $c_l = N/(\rho/2 \cdot v^3 d^2 \pi/4) = c_s/\eta$. Pentru calculul elicelor la randament dat, există diagrame din cari se pot deduce uşor relaţiunile dorite [1]).

Influenţa numărului finit de pale şi a vitesei unghiulare induse [2]). Datele ce urmează privesc numai elicele cu mic grad de încărcare sau pas limitat. Pentru alte elice sunt valabile numai cu aproximaţie).

Curentul în spatele unei elice cu o pierdere minimă de energie e ca şi când drumul parcurs de fiecare paletă a elicei (suprafaţă elicoidală) ar fi solidificat şi s'ar mişca îndărăt cu o vitesă dată w.

Aceasta vitesă de deplasare are valoarea

$$w = {}^1/_2 \cdot v\, c_s/[1 - \lambda^2 \ln(1 + 1/\lambda^2)].$$

Dacă w nu e mic faţă de v, λ se va înlocui mai exact cu $\lambda_1 \approx \lambda + w/2u$.

---

[1]) Hoff, Die Strahltheorie in ihrer praktischen Anwendung, ZFM 15 (1924), S. 51.

[2]) După Betz, Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust, cu un adaus de Prandtl, în Prandtl-Betz, Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik, Berlin 1927, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

Pe baza acestei teoreme, o elice cu infinit de multe pale, ținând seamă de pierderile datorite vitesei unghiulare induse în vână, are un randament maximum teoretic:

$$\eta_{th} = (2 - \Xi)\left(1 + \sqrt{1 + c_s} - \Xi\right),$$

unde $\Xi = 2\lambda_1^2 \ln(1 + 1/\lambda_1^2)$ (λ_1 v. ecuația precedentă).

Prin aplicarea unor dispozitive directoare potrivite înaintea sau în spatele elicei, aceste pierderi, cari se produc din cauza rotațiunii se pot evita în cea mai mare parte. Diferența dintre η_{th} și η_m se poate economisi deci prin aplicarea unor astfel de dispozitive.

O elice cu un grad de încărcare c_s, însă cu un număr finit de pale z, corespunde unui pas de deplasare λ din punct de vedere al randamentului teoretic maximum η_m resp. η_{th}, aproximativ unei elice cu infinit de multe pale, însă cu un coeficient de încărcare ceva mai mare.

$$c_s' = c_s(1 + 4\lambda/z).$$

In formulele pentru w, η_m resp. η_{th}, trebue trecut deci c_s' în loc de c_s.

La repartizarea optimă a tracțiunii pe pală, tracțiunea pe unitatea de lungime la distanța r de axă e dată de:

$$\frac{dS}{dr} \approx \frac{4r}{z}\rho v w \frac{(r\omega)^2}{v^2 + (r\omega)^2} \arccos e^{-z(1-2r/d)/2\lambda}$$

Dacă notăm cu w' vitesa indusă pe pală în direcțiune axială, cu u' în direcțiune tangențială, un punct de pe pală la distanța r de axă va avea la o vitesă unghiulară ω o vitesă totală față de fluid $v + w'$ în direcțiune axială și $r\omega - u'$ în direcțiune tangențială, în locul vitesei absolute v (în direcțiunea de avansare axială) și $r\omega$ (în direcțiune tangențială). Vitesele induse w' și u' rezultă pentru o elice cu pierdere minimă de energie din ecuațiile

$$w' = \frac{w}{2}\,\frac{(r\omega)^2}{v^2 + (r\omega)^2} \qquad u' = \frac{w}{2}\,\frac{v r\omega}{v^2 + (r\omega)^2}.$$

Pala. Dacă v' și u' sunt vitesele induse, pala se mișcă față de fluid cu vitesa $v_0 = \sqrt{(v + w')^2 + (r\omega - u')^2} \approx \sqrt{v^2 + (r\omega)^2}$. Direcțiunea acestei vitese formează cu planul elicei unghiul β (fig. 97);

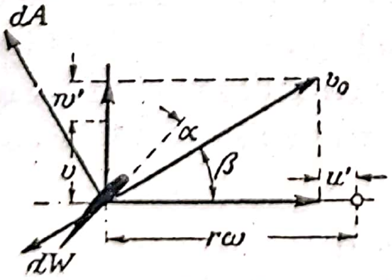


Fig. 97.

$\operatorname{tg}\beta = (v + w')/(r\omega - u')$. Pe o porțiune de lungimea dr din pală se exercită o forță portantă $dA = (\rho/2)\, v_0^2\, t\, c_a$ și o rezistență $dW = \varepsilon\, dA$, care e $\perp$ resp. $\parallel$ v_0. Prin descompunere în direcțiune axială și tangențială vom obține

$$dS = c_a\, t\, (\rho/2)\, v_0 \left[(r\omega - u') - \varepsilon(v + w')\right] dr,$$

$$dM_d = c_a\, t\, (\rho/2)\, v_0 \left[(v + w') + \varepsilon(r\omega - u')\right] r\, dr.$$

Randamentul porțiunii considerate rezultă de mai sus și e

$$\eta = \frac{v\, dS}{\omega\, dM_d} = \frac{v}{v + w'}\,\frac{r\omega - u'}{r\omega}\,\frac{1 - \varepsilon \operatorname{tg}\beta}{1 + \varepsilon \operatorname{ctg}\beta} = \eta_{th}\,\eta_2.$$

Scanned with OKEN Scanner

unde $\frac{v}{v+w'} = \eta_m$ resp. $\frac{v}{v+w'} \frac{r\omega - u'}{r\omega} = \eta_{th}$

e randamentul teoretic maximum (pp. 507 și 508), iar

$$(1 - \varepsilon \operatorname{tg}\beta)/(1 + \varepsilon \operatorname{ctg}\beta) = \eta_2$$

e randamentul palei (p. 503).

Din ecuațiile de mai sus ale lui dS resp. dM_d se poate calcula $c_a t$ pentru o repartizare dorită a lui $\frac{dS}{dr}$ (repartizarea optimă p. 508) sau pe $\frac{dM_d}{dr}$. c_a depinde de unghiul de atac α. Acesta se alege potrivit scopului, astfel încât ε (raportat la rezistența profilului în scurgere plană) să fie cât mai mic. Prin aceasta e determinat t și deci mărimea (t) și poziția $(\beta + \alpha)$ a profilului. Pentru alegerea unui profil sunt hotărîtoare, pe lângă considerațiunile hidrodinamice, și considerațiuni de rezistența materialelor. La elice în apă, ținând cont de cavitațiune, se aleg mai ales valori mici pentru c_a și se utilizează de aceea profile cari au coeficientul de alunecare cel mai favorabil pentru valori mici ale lui c_a (profile ușor bombate).

Pentru evaluări putem lua pentru dS în locul ecuației de mai sus:

$$dS \approx c_a t\,(\rho/2)\,(r\omega)^2\,dr.$$

Considerațiuni practice pentru calculul elicelor. In cazuri normale se alege elicea pe bază de încercări (p. 513). Pentru calculul aproximativ al diametrului și randamentului e suficientă teoria simplă a vinelor. η_m crește, la tracțiune și vitesă dată, cu creșterea diametrului. La turație dată, ζ descrește cu cât crește diametrul.

Evaluarea se face pe bază de încercări sau din ecuația lui η_2. Ultima nu ne dă însă pierderile prin vitesă unghiulară indusă și deci ζ e mai mic decât η_2.

Elicele în apă perturbată (curent în spatele vasului) trebue adaptate condițiunilor de scurgere schimbate, fiindcă altfel pot surveni pierderi însemnate [1]).

4. Morile de vânt [2]). In aceleași ipoteze ca la teoria simplă a vinelor se pot deduce următoarele teoreme: Lucrul mecanic maximum ce se poate obține, dela o roată ideală, de diametrul d, într'un curent de aer, de vitesa v, e

$$\max L = {}^{16}/_{27} \cdot \rho/2 \cdot v^3 d^2 \pi/4.$$

Lucrul mecanic efectiv realizabil e mai mic, $L = \max L\,\zeta$. Vitesa vântului trebue frânată cu această ocazie la $v/3$. Vitesa de scurgere a aerului prin roată e deci ${}^2/_3 \cdot v$. Impingerea axială corespunzătoare acestor condițiuni e

$$S = {}^8/_9 \cdot \rho/2 \cdot v^2 d^2 \pi/4.$$

Paleta trebue astfel dimensionată, încât să se realizeze aproximativ această împingere. (Calculul lățimii paletei și al poziției ca pentru elice). Roțile eoliene rapide au palete puține și înguste, cele de turație joasă

---

1) Kempf și Popp, Praktische Propellerkonstruktion in zweiter Näherung, WRH 8 (1927), p. 442.

2) Betz, Windenergie und ihre Ausnützung durch Windmühlen, Göttingen 1926, Vandenhoeck și Ruprecht. — Rezultate ale încercărilor pe model: Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, fasc. III., p. 139, München 1927, Oldenbourg. — Incercări pe mori de vânt executate: La Cour-Kaufmann, Die Windkraft und ihre Anwendungen, Leipzig 1905, și A raport on the use of windmills for the generation of electricity, Oxford 1926, Clarendon Press.

multe sau late. Limita pentru roţile eoliene rapide e $v/u \approx 0{,}2$. Roţile normale cu patru palete (aripi) au aproximativ $v/u \approx 0{,}4$, cele lente cca $v/u \approx 1$.

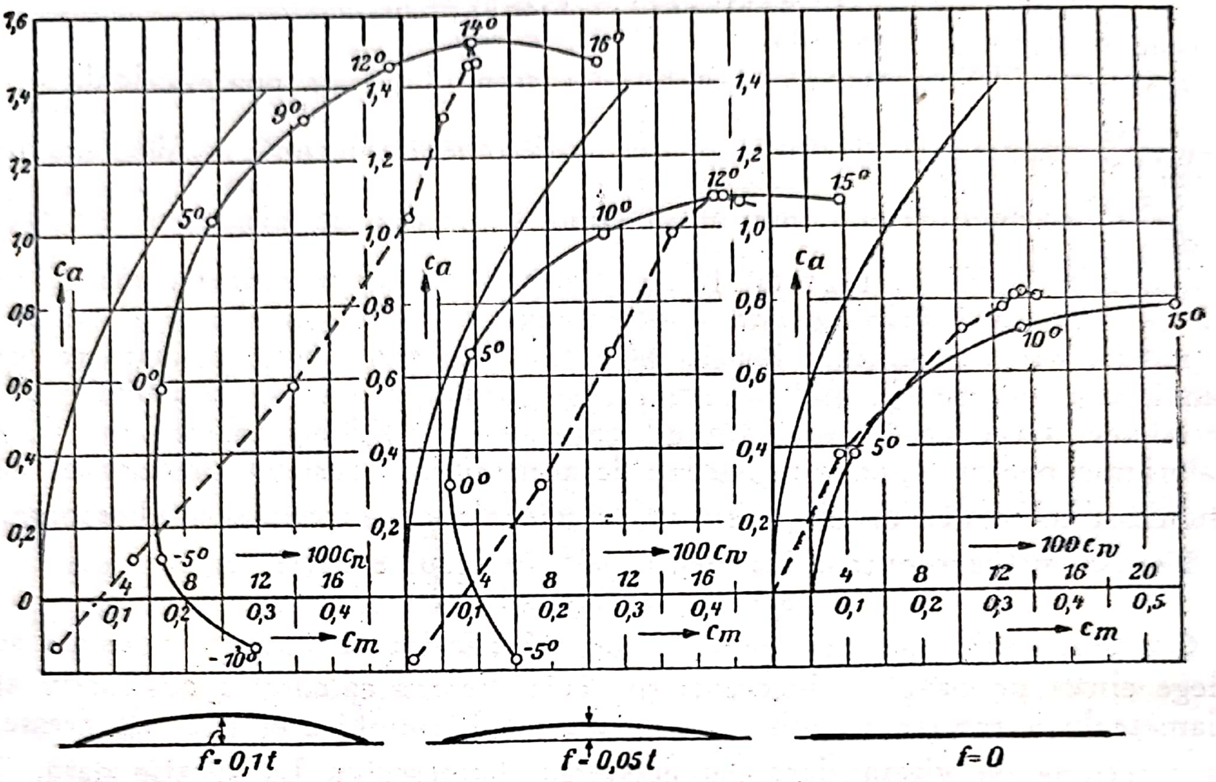


Fig. 98. Plăci de diferite bombări.

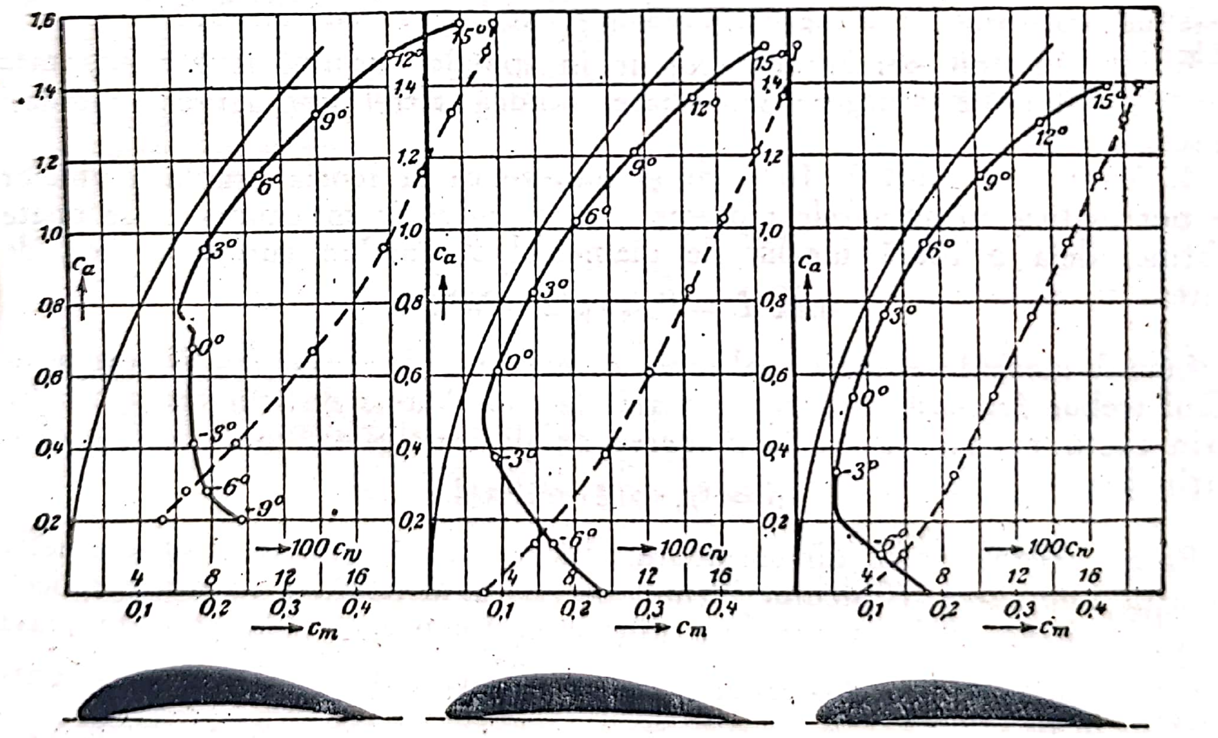


Fig. 99. Profile de egale grosimi, dar bombări diferite. (Profile Göttingen Nr. 448, 447, 446).

5. Date experimentale. Aripă portantă. Figurile 98 . . . 101, reprezintă în curbe (p o l a r e) pentru diferite aripi legătura dintre c_a (ordonata) şi c_w (abscisa la scara lui c_a mărită de 5 ori). Sunt trecute şi unghiurile

Scanned with OKEN Scanner

cari corespund unor puncte ale curbei. Afară de aceasta, graficele reprezintă coeficientul momentului c_m (abscisa) în funcţiune de c_a (ordonata). (Punctul momentului în fig. 88). Toate aripile au o alungire (p. 505)

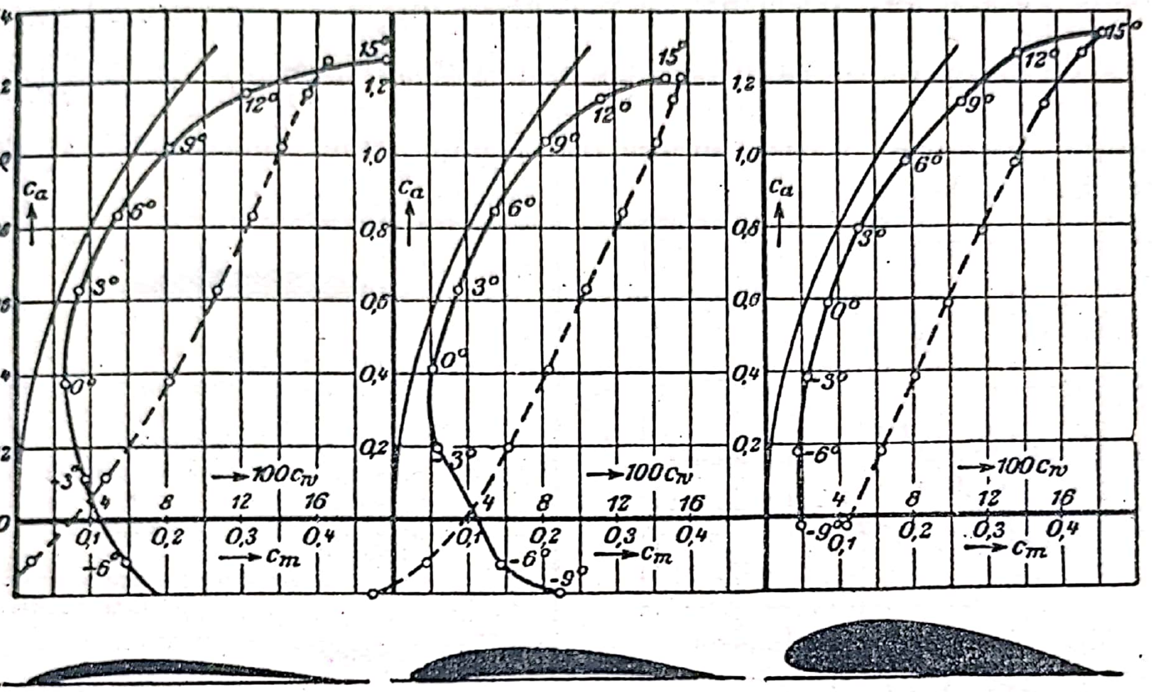


Fig. 100.
Profile de aceeaşi bombare mijlocie însă de diferite grosimi. (Prof. Gött. Nr. 451, 450, 449).

1 : 5. (Recalcularea pentru alte alungiri, p. 505). Rezistenţa indusă (p. 505) care-i corespunde acestei alungiri e trasată de asemenea (curba

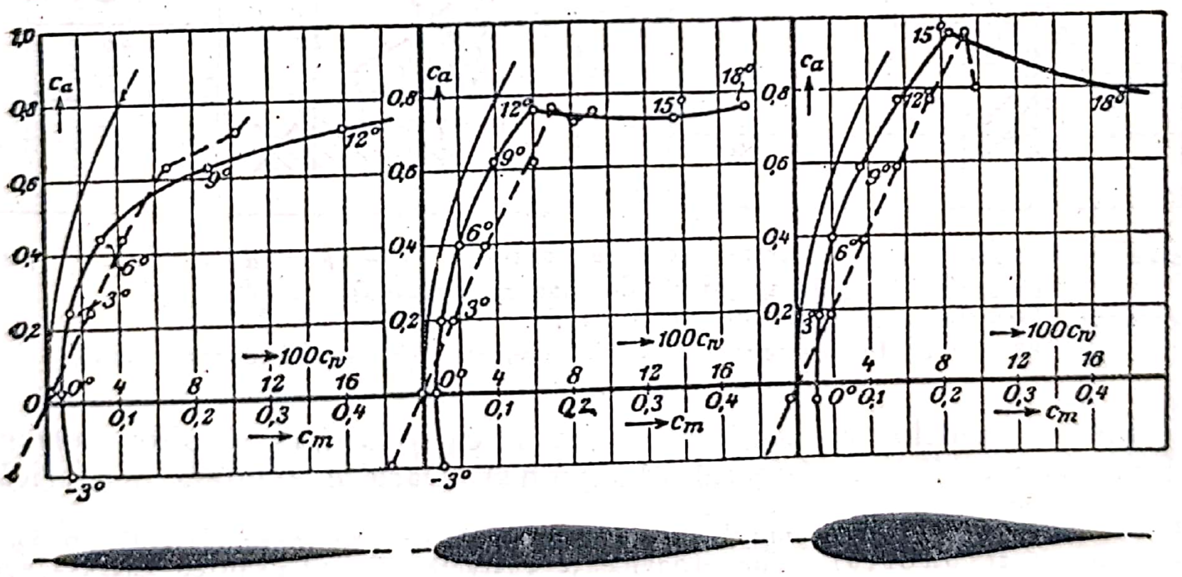


Fig. 101. Profile simetrice de diferite grosimi (Profile Göttingen Nr. 445, 409, 410).

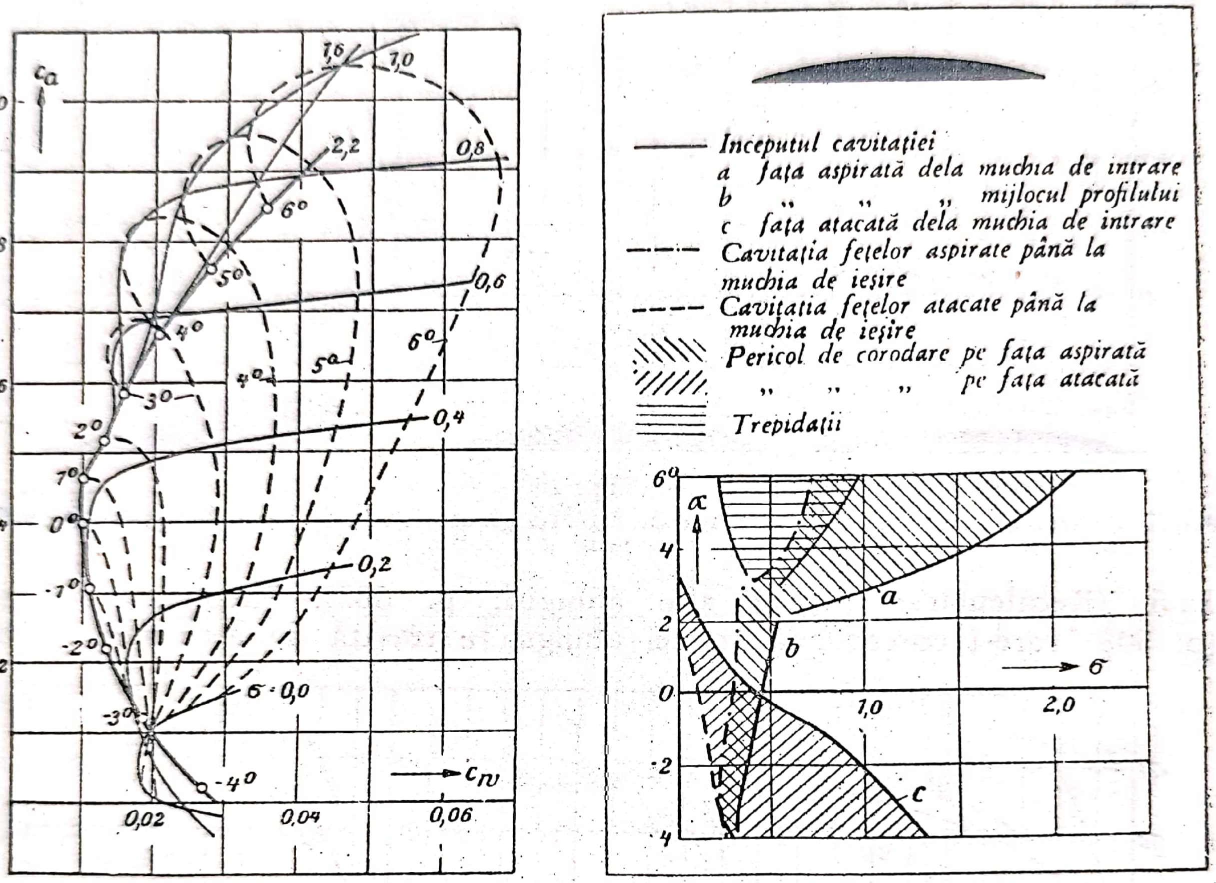
parabolică). Rezistenţa propriu zisă a profilului e distanţa dintre curbă şi polară [1]).

[1]) Fig. 98 . . . 101 din „Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen", fasc. I şi IV.

Scanned with OKEN Scanner

Fig. 102 arată comportarea la cavitaţie a unei palete (p. 465).

Forţa portantă maximă se poate mări prin mărirea bombării cu ajutorul unor clape, conexate adesea cu deschideri în formă de ajutaje, aşezate paralel cu anvergura (fante şi voleţi după Lachmann şi Handley Page[1]), aripi duble Junkers[2]), aripi Fowler[3]) şi voleţi de curbură[4])). Prin aplicare simultană de fante şi voleţi se poate obţine max $c_a = 2{,}5 \ldots \approx 3{,}5$ (la construcţii speciale). Prin aspiraţia stratului limită pe partea superioară a unui profil foarte gros se poate mări max c_a la ≈ 5[5]).



In stânga: Polare pentru diferite cifre de cavitaţie $\sigma = (p - p_d)/q$ (în linii pline) şi linii de egale unghiuri de atac (întrerupte).
In dreapta: Descrierea fenomenului de cavitaţie.

Fig. 102. Profil în segment de arc la cavitaţie (p. 465, scurgere plană).

Asupra corpurilor rotitoare se exercită, ca şi asupra aripilor portante, o forţă portantă $\perp v_0$ (efectul Magnus). Dacă u e vitesa periferică a

---

[1]) Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, fasc. II., p. 55. — Wenzinger şi Shortal, The aerodynamic characteristics of a slotted Clark-Y wing, NACA (National Advisory Commitee for Aeronautics) Rep. 400, Washington 1931. — Weick şi Shortal, The effect of multiple fixed slots and a trailing-edge flap NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) Rep. 427, 1932. — Pleines, Der Schlitzflügel, Luftwissen 1 (1934), Nr. 6 şi 7; idem, Landeklappen, Luftwissen 2 (1935), Nr. 3 şi 5.

[2]) Billeb, Der Junkers-Doppelflügel, Luftwissen 2 (1935), Nr. 1, p. 2 ş. u.

[3]) Weick şi Platt, Wind tunnel tests of the Fowler variable area wing. NACA, Techn. Note 419, 1932. — Idem, Wind tunnel tests on a model wing with Fowler flap and specially developed leading-edge slot, NACA, Techn. Note 459, 1933.

[4]) Grushwitz-Schrenk, Über eine einfache Möglichkeit zur Auftriebserhöhung von Tragflügeln, ZFM 23 (1932), fasc. 20, p. 597 … 601.

[5]) Schrenk, Versuche mit einem Absaugeflügel, ZFM 22 (1931), fasc. 9, p. 259 … 264.

Scanned with OKEN Scanner

unui cilindru rotitor, maximul forței portante se va stabili pentru $u/v_0 \approx 3{,}5$. S'au măsurat c_a până la ≈ 10. Aceste valori neobișnuit de mari se obțin numai dacă se aplică la capetele cilindrului niște discuri cu bordurile ieșinde, cari se rotesc și ele (după Prandtl)[1]).

Elicea[2]). Curbele din fig. 103 reprezintă valorile lui k_s, k_d și η în funcțiune de λ (sensul acestor simboale în p. 506) pentru trei elice de

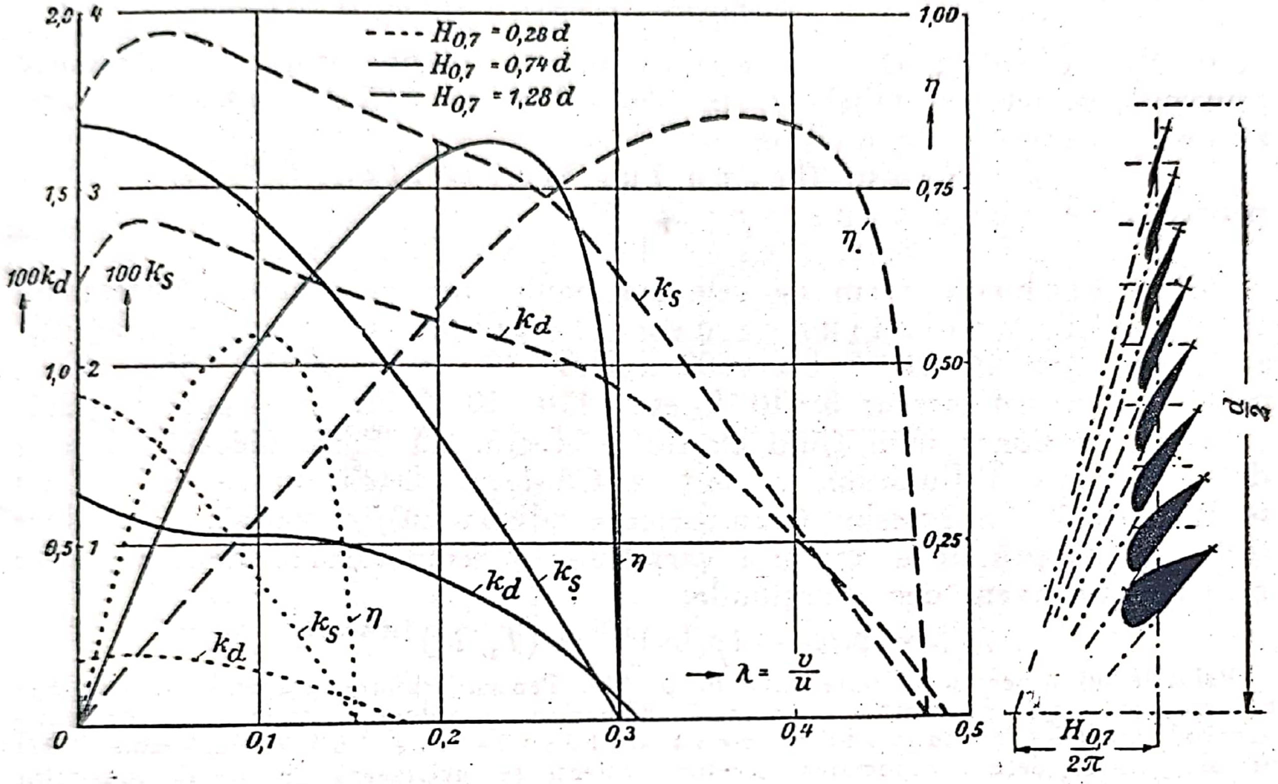


Fig. 103. Elice cu pas diferit

pas diferit $H_{0,7}/d$. Pasul $H = 2\,r\,\pi\,\mathrm{tg}\,(\alpha + \beta)$ (fig. 97). $H_{0,7}$ - pasul pentru $r = 0{,}7\,d/2$.

VI. Mecanica fluidelor elastice

Prelucrare de prof. ing. dipl. Dr. A. Betz

Cele mai importante notațiuni folosite curent sunt:

F suprafață, secțiune de scurgere [m²],
R constanta gazelor [m/grd] (cp. p. 545),
T temperatura absolută [°],
a vitesa sunetului [m/s],
p presiunea [kg/m²],
v vitesa de scurgere [m/s],
g accelerația gravitației $= 9{,}81$ [m/s²],
γ greutatea specifică [kg/m³],
$\varkappa = c_p/c_v$ raportul dintre căldurile specifice la presiune și volum constant,
$\rho = \gamma/g$ densitatea [kg s²/m⁴].

[1]) Prandtl, Magnuseffekt und Windkraftschiff, Naturwissenschaften 1925, p. 93. — Betz, Der Magnuseffekt, die Grundlage des Flettnerrotors, Z V D I 69 (1925), p. 9. — Ackeret, Das Rotorschiff und seine physikalischen Grundlagen, Göttingen 1925, Vandenhoek și Ruprecht.

[2]) După Helmbold, Systematische Versuche an Verstelluftschrauben, Luftf-Forschung 12 (1935), p. 4. — Asupra elicelor hidraulice se găsesc rezultate experimentale vaste în Schaffran, Systematische Propellerversuche, Schiffbau, vol. 7 (1916). — Elice rotative și elice Voith-Schneider, v. vol. IV sect. Comunicații.

Scanned with OKEN Scanner

A. Statica (Aerostatica)

a) Legi fundamentale

Privitor la noțiunile de temperatură absolută, gaz perfect, gaze mono-, bi- și poliatomice, constanta gazelor v. secț. 4, Căldura, p. 529 ș. u.

Pentru gazele perfecte, există între presiunea p, greutatea specifică γ[1]) și temperatura absolută T relațiunea

$$p/(\gamma T) = R,$$

unde R e o constantă caracteristică pentru gazul respectiv „constanta gazului", p. 545, și tabela 1, p. 546. Pentru temperatură constantă deducem de mai sus

$$p/\gamma = \text{const.} \quad (\text{legea lui Mariotte}),$$

pentru presiune constantă:

$$\gamma T = \text{const.} \quad (\text{legea lui Gay-Lussac}).$$

Pentru lichide avem de cele mai multe ori variațiuni neînsemnate ale densității. Variațiunea densității la presiunea de 1 kg/cm² e pentru apă $44 \cdot 10^{-6}$ [la 6600 kg/cm² $30 \cdot 10^{-6}$, ZVDI 55 (1911), p. 1309], pentru mercur $3 \cdot 10^{-6}$, eter $110 \cdot 10^{-6}$ din densitatea inițială.

La compresiunea unui fluid elastic se efectuează lucru mecanic, însoțit de o încălzire a fluidului, v. secț. 4 Căldura. Dacă nu se dă sau nu se ia căldură din exterior (transformare adiabatică), o variațiune a densității e însoțită de o anumită variațiune a temperaturii. Pentru gaze perfecte avem deci relațiunile:

$$\gamma_1/\gamma_2 = \rho_1/\rho_2 = (p_1/p_2)^{1/\varkappa} = (T_1/T_2)^{1/(\varkappa-1)}.$$

Valorile lui $\varkappa$ pentru diferite gaze în p. 546. Pentru tratarea gazelor neperfecte sau a transformărilor nu tocmai adiabatice, se folosesc adesea în aproximație aceleași ecuații, dar cu valori ceva diferite ale lui $\varkappa$. La vapori cari se abat mult dela comportarea gazelor perfecte se utilizează în locul ecuațiilor mai mult diagrame entropice (pt. abur, pp. 558/59).

Tabla 1. Funcțiuni frecvente de $\varkappa$

$\varkappa$	$\frac{1}{\varkappa}$	$\frac{1}{\varkappa-1}$	$\frac{\varkappa-1}{\varkappa}$	$\sqrt{\frac{\varkappa+1}{2}}$	$\sqrt{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}$	$\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\varkappa/(\varkappa-1)}$	
1,67	0,600	1,5	0,4	1,155	2.000	0,487	Gaze monoatomice
1,5	0,667	2	0,333	1,118	2.236	0,512	
1.4	0.714	2,5	0,286	1,095	2,449	0,528	Gaze biatomice (aer)
1,3	0,769	3.33	0,231	1,072	2,768	0,546	Abur supraîncălzit
1,2	0.833	5	0,167	1,049	3,317	0,564	

b) Statica atmosferei

Indicele 0 arată valorile la nivelul mării.
h = înălțimea deasupra mării (altitudinea) [km].

1. **Incăpere deschisă, formula altitudinii.** La nivelul mării presiunea aerului (starea barometrică) e în medie de 760 mm col. Hg (torr) = 10 332 kg/m². Ea variază în urma influențelor meteorologice între circa 720 și 800 mm col. Hg, deci cu circa ± 5 %.

Formula altitudinii. Neglijând diferențele datorite umidității aerului, cari de cele mai multe ori practic nu se pot determina pentru diferitele înălțimi, avem pentru latitudini geografice medii:

$$h_2 - h_1 = (18{,}4 + 0{,}067\, t_m) \lg (p_1/p_2),$$

---

[1]) In căldură se întrebuințează în locul greutății specifice adesea volumul unității de greutate $v = 1/\gamma$. Deoarece însă litera v e întrebuințată în dinamica gazelor pentru vitese, nu s'a întrebuințat aici această mărime.

dacă $h_2 - h_1$ reprezintă diferența de altitudine dintre două localități, în km, p_2 și p_1 presiunile atmosferice corespunzătoare, t_m temperatura medie a coloanei de aer dintre ele. O încălzire a aerului cu 1° mărește în consecință diferența de presiune observată cu circa 4‰.

Unei destinderi adiabatice a aerului în înălțime îi corespunde o scădere de temperatură de cca 1° pentru câte 100 m diferență de altitudine. Scăderi de temperatură mai mici indică o stratificație atmosferică stabilă, creșteri mai mari, una instabilă.

Atmosfera-standard (DIN 5450). Pentru scopuri de navigație aeriană s'a stabilit ca normală pe baza de experiențe o scădere medie a temperaturii pentru o anumită înălțime și s'a stabilit o „atmosferă-standard". La „atmosfera-standard" s'au luat ca valori pe sol $p_0 = 10\,332$ kg/m² (760 torr), $t_0 = 15°$ ($T_0 = 288°$), $\gamma_0 = 1{,}2255$ kg/m³, $\rho_0 = 0{,}125$ kg s²/m⁴. Scăderea de temperatură până la 11 000 m înălțime s'a considerat de câte 6,5° pentru fiecare 1 000 m; dela 11 000 în sus $t =$ const. $= -56{,}5°$.

Tabela 2

Temperatura medie t, presiunea atmosferică relativă p/p_0 și densitatea relativă a aerului ρ/ρ_0 $(=\gamma/\gamma_0)$ la diferite altitudini (conform atmosferei-standard germane, după DIN 5450).

h km	t grd	p/p_0	$\rho/\rho_0 = \gamma/\gamma_0$	h km	t grd	p/p_0	$\rho/\rho_0 = \gamma/\gamma_0$
0	15,0	1,000	1,000	6	– 24,0	0,466	0,538
0,5	11,75	0,942	0,953	7	– 30,5	0,405	0,481
1,0	8,5	0,887	0,907	8	– 37,0	0,351	0,429
2,0	2,0	0,784	0,822	9	– 43,5	0,303	0,381
3,0	– 4,5	0,692	0,742	10	– 50,0	0,261	0,337
4,0	– 11.0	0,608	0,669	15	– 56,5	0,119	0,158
5,0	– 17,5	0,533	0,601	20	– 56,5	0,054	0,072

Valori la suprafața solului:

$p_0 = 10332\,\text{kg/m}^2, t_0 = 15°\,(T_0 = 288°), \gamma_0 = 1{,}226\,\text{kg/m}^3. \rho_0 = 0{,}125\,\text{kg s}^2/\text{m}^4.$

Formula de aproximație pentru densitatea aerului pentru înălțimi (h) până la circa 10 km: $\rho = \rho_0 \cdot 0{,}9^h$.

Conținutul de oxigen al aerului atmosferic până la înălțimea de 11...20 km (limitele stratosferei) e de 21% din volum. Mai sus conținutul de oxigen scade pentru fiecare km înălțime cu câte 0,3% din volum.

2. Forța ascensională, forța portantă și echilibrul baloanelor cu gaz.

Notăm cu: γ greutatea specifică a aerului în jurul balonului [kg/m³],
γ_0 greutatea specifică a aerului pe sol [kg/m³],
γ' greutatea specifică a gazului din balon [kg/m³],
V volumul balonului [m³],
G greutatea balonului împreună cu sarcina utilă [kg].

Forța ascensională a balonului e $A = V\gamma$ [kg].

Forța portantă P [kg] e egală cu forța ascensională minus greutatea gazului din balon

$$P = V\gamma - V\gamma' = V(\gamma - \gamma') = V\gamma(1 - \gamma'/\gamma) = V\gamma_0(1 - \gamma'/\gamma)\,\gamma/\gamma_0.$$

Tabela 3. Greutăți specifice

pentru $p_0 = 760$ mm col. Hg și $T_0 = 273°$ ($t_0 = 0°$) în aer uscat ($\gamma_0 - 1{,}293$ kg/m³)

pentru	γ' kg/m³	γ'/γ	$\gamma_0(1 - \gamma'/\gamma)$ kg/m³
Gaz de iluminat . .	0,67 . . . 0,45	0,52 . . . 0,35	0,62 . . . 0,84
Hidrogen, pur . . .	0,0896	0,0692	1 203
idem industrial . .	0,15	0.12	1,1

Aerul cald ca gaz portant dă o forță portantă, care corespunde la 370° gazului de iluminat și la cca 1000° hidrogenului

Cu înălțimea, γ și γ' variază aproximativ în același raport ($\gamma'/\gamma = \text{const}$), dacă se neglijează influența temperaturilor diferite ale aerului și gazului.

Echilibrul există dacă $P = G$. In cazul $P > G$, balonul se urcă. Dacă e bine umplut (învelișul întins), V e constant, gazul care se dilată iese din dispozitivul de umplere. γ/γ_0 descrește cu înălțimea și cu aceasta și P, până ce se ajunge la echilibru. Dacă balonul e umplut numai parțial, învelișul se destinde în același raport în care scad greutățile specifice, forța ascensională și cea portantă rămân în consecință constante până ce învelișul e bine întins. Dacă $P < G$, balonul coboară, învelișul se destinde, forța ascensională rămâne constantă. Nu se obține deci un echilibru la mișcarea în jos.

O urcare cu 1° a temperaturii aerului micșorează înălțimea de echilibru cu cca 30 m. O urcare cu 1° a temperaturii gazului de umplere mărește înălțimea de echilibru cu cca 20 m la gazul de iluminat, 2,0 m la hidrogenul pur și 3,3 m la hidrogenul normal. O micșorare cu 1% a greutății mărește înălțimea de echilibru cu 80 m.

B. Dinamica gazelor [1]

Afară de notațiunile din p. 513 notăm cu:

$p_0, T_0, \gamma_0, \rho_0, a_0$ = presiunea, temperatura, greutatea specifică, densitatea și vitesa sunetului în gazul în repaus (presiunea cazanului, temperatura cazanului etc.),

$p', T', \gamma', \rho', a'$ = valorile corespunzătoare dacă gazul are vitesa sunetului (starea critică).

Observație. Formulele sunt valabile de regulă numai pentru gaze perfecte, (aer). Intru cât au valabilitate generală, sunt tipărite în caractere grase.

a) Scurgerea prin conducte drepte de secțiune variabilă și teoreme generale

1. Fenomene fără pierderi. Ecuația de continuitate (p. 464) ia pentru densitate variabilă forma

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{\partial (\varrho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\varrho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\varrho w)}{\partial z} = 0 \quad \text{sau} \quad \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div}(\varrho \bar{v}) = 0.$$

Vitesa sunetului într'un gaz e

$$a = \sqrt{dp/d\varrho} = \sqrt{\varkappa g R T} = \sqrt{\varkappa p/\varrho}.$$

Tabela viteselor sunetului în diferite materiale în p. 253.

Ecuația lui Bernoulli (p. 465) ia din cauza variațiunii de densitate, forma

$$v^2/2 + \int_{p_0}^{p} \frac{dp}{\varrho} + g h = \text{const}.$$

termenul $g h$ exprimă influența înălțimii h sub nivelul normal, datorită greutății gazului (cp. în p. 465 cele privitoare la termenul γh). De altfel afară de cazul fenomenelor meteorologice, e neglijabil. Cum trecerea presiunii în vitesă se petrece de cele mai multe ori foarte repede, acest

[1]) Bibliografie: Prandtl, Abriss der Strömungslehre, p. 180 ș. u., Braunschweig 1931, Vieweg & Sohn. — Schüle, Technische Thermodynamik, Berlin 1923, Springer. — Stodola, Dampf- und Gasturbinen, Berlin 1924, Springer. — Ackeret, Gasdynamik, Handbuch der Physik, vol. 7, p. 288 ș. u., Berlin 1927, Springer. — Busemann, Gasdynamik, Handbuch der Experimentalphysik, vol. IV, Leipzig 1930, Akad. Verl.

fenomen este aproape întotdeauna adiabatic. Pentru gaze perfecte[1]) avem atunci relaţiunea:

$$v^2 = [2\varkappa/(\varkappa - 1)]\,(p_0/\rho_0)\;\left[1 - (p/p_0)^{(\varkappa - 1)/\varkappa}\right].$$

Prin introducerea vitesei a_0 a sunetului în gazul în repaus (a' în starea critică, resp. a la vitesa v) vom avea:

$$(p/p_0)^{(\varkappa-1)/\varkappa} = (\gamma/\gamma_0)^{\varkappa-1} = (\rho/\rho_0)^{\varkappa-1} = T/T_0 = 1 - [(\varkappa-1)/2]\,(v/a_0)^2$$
$$= 1 - [(\varkappa-1)/(\varkappa+1)]\,(v/a')^2 = 1/\left(1 + [(\varkappa-1)/2]\,(v/a)^2\right).$$

$$T/T' = 1 - \frac{\varkappa - 1}{2}\,\frac{v^2 - a'^2}{a'^2}.$$

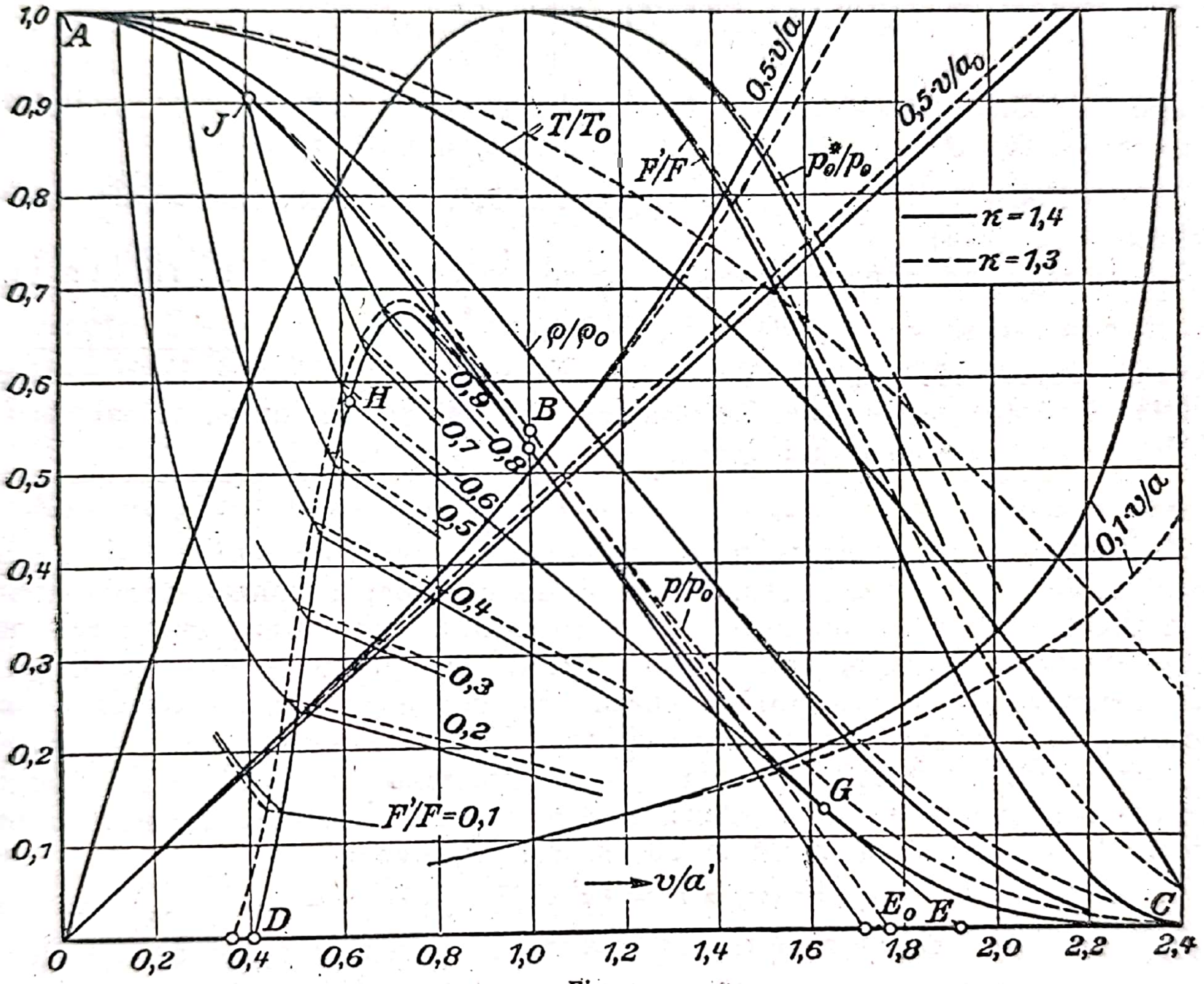


Fig. 1.

Mărimi de stare şi rapoartele secţiunilor într'un ajutaj de Laval pentru aer ($\varkappa = 1{,}4$) şi abur supraîncălzit ($\varkappa \doteq 1{,}3$)

Pentru $v/a_0 < 0{,}5$ avem aproximativ

$$\gamma/\gamma_0 = \rho/\rho_0 \approx 1 - (v/a_0)^2/2.$$

Intr'un tub de secţiune variabilă F, debitul pe secundă e

$$\rho F v = \text{const.}$$

[1]) Aproximativ pentru gazele neperfecte şi transformările nu tocmai adiabatice, prin alegerea unei valori corespunzătoare pt. $\varkappa$ în p. 514. La expansiunea rapidă a vaporilor saturaţi, de cele mai multe ori nu avem imediat condensare normală ci mai întâi o subrăcire, mai ales cât $v < a'$ (Stodola). Vaporii se apropie deci în comportarea lor adesea până în domeniul vaporilor saturaţi, de gazele perfecte.

Scanned with OKEN Scanner

Din cauza relaţiunilor dintre ρ şi v cari rezultă din ecuaţiile precedente, există relaţiuni corespunzătoare între ρ şi F şi între v şi F. Cu creşterea vitesei v, secţiunea corespunzătoare scade până la un minimum pentru $v = a'$. La o nouă creştere a vitesei, descreşterea densităţii ρ e mai importantă decât plusul de vitesă, aşa încât secţiunea trebue mărită din nou (ajutajul de Laval). Relaţiunea dintre diferitele mărimi în fig. 1. Vitesa critică a', care se stabileşte în secţiunea cea mai strâmtă, e vitesa sunetului în gazul respectiv pentru temperatura acelui loc. Cum temperatura scade cu creşterea vitesei resp. cu micşorarea presiunii, această vitesă critică a' e mai mică decât vitesa a_0 a sunetului în gazul în repaus, şi anume e

$$a' = \sqrt{\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}\,\frac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}\,g R T_0}.$$

Raportul dintre presiunea p' în locul cel mai strâmt şi a gazului în repaus p_0 (raportul critic al presiunilor) e $p'/p_0 = \left(2/(\varkappa+1)\right)^{\varkappa/(\varkappa-1)} = 0{,}528$ (pt. $\varkappa = 1{,}4$, pt. alte valori ale lui $\varkappa$, tabela 1, p. 514).

La expansiune până la presiunea zero, se obţine ca vitesă limită

$$\max v = \sqrt{2\varkappa/(\varkappa-1)\cdot p_0/\rho_0}.$$

Avem rapoartele $a_0 : a' : \max v = \sqrt{(\varkappa+1)/2} : 1 : \sqrt{(\varkappa+1)/(\varkappa-1)} = 1{,}095 : 1 : 2{,}45$ (pentru $\varkappa = 1{,}4$; pentru alte valori ale lui $\varkappa$, v. tabela 1).

Vitesa sunetului într'un gaz de vitesa v e

$$a = \sqrt{a_0^2 - v^2(\varkappa-1)/2}, \qquad a' = \sqrt{2/(\varkappa+1)}\ \sqrt{a^2 + v^2(\varkappa-1)/2}.$$

2. **Şocul de compresiune perpendicular.** La debit de scurgere dat, sunt posibile pentru fiecare secţiune, afară de cea mai strâmtă, două vitese, una dedesubtul, alta deasupra vitesei sunetului. Un curent cu vitesă mai mare decât a sunetului poate trece discontinuu, printr'un aşa numit şoc de compresiune, într'un curent cu vitesă mai mică decât a sunetului, fără a leza legea continuităţii. Totodată se măreşte densitatea şi temperatura. Acestui fenomen i se asociază o pierdere de energie (pierderi prin şoc, p. 481). Dacă notăm valorile dinaintea şocului cu indicele 1 şi pe cele de după el cu indicele 2, avem

$$v_1 v_2 = a'^2, \quad \rho_2/\rho_1 = (v_1/a')^2 = (a'/v_2)^2, \quad p_2 - p_1 = (\rho_2 - \rho_1)\,a'^2.$$

In timp ce, pentru a obţine vitesa v_1 la presiune p_1, e nevoie de o presiune a cazanului $p_0 = p_1\,[1-(v_1/a_0)^2(\varkappa-1)/2]^{-\varkappa/(\varkappa-1)}$, pentru a produce direct vitesa v_2 e nevoie de o presiune mai mică în cazan $p_0{}^*$ (densitatea corespunzătoare fie $\rho_0{}^*$). Puterea gazului e deci micşorată la şocul de compresiune în acelaşi fel ca şi când gazul ar fi adus dela presiunea p_0 prin laminare la presiunea $p_0{}^*$ (Căldura, p. 586). Această pierdere de presiune (fig. 1) rezultă din ecuaţia

$$\frac{p_0^*}{p_0} = \left(\frac{v_1}{a'}\right)^2 \left(\frac{1-(v_1/a')^2(\varkappa-1)/(\varkappa+1)}{1-(a'/v_1)^2(\varkappa-1)/(\varkappa+1)}\right)^{1/(\varkappa-1)} = \frac{\rho_0^*}{\rho_0}.$$

In urma şocului de compresiune, are loc, pe un kg de gaz, o creştere a entropiei cu $s_2 - s_1 = -AR\ln(p_0{}^*/p_0)$.

Observaţie: Dacă la vitesă mai mică decât a sunetului $v < a'$ se aşează o ţeavă (tub Pitot, v. secţ. Măsuri) cu deschiderea în contra curentului de gaz, se produce prin remuul gazului în interiorul tubului din nou presiunea p_0 din cazan, se poate măsura deci

direct presiunea. La vitese mai mari decât a sunetului se produce înaintea tubului Pitot mai întâi un șoc de compresiune, deci nu vom obține presiunea p_0 ci presiunea mai joasă p_0^*.

Porțiunea de curbă $B-C$ din fig. 1 dă relațiunea de legătură dintre vitesa de ieșire și contrapresiunea unui ajutaj Laval pentru cazul că raportul dintre secțiunea cea mai strâmtă și secțiunea de evacuare are tocmai valoarea teoretică (curba F'/F). Avem atunci o evacuare fără perturbațiune (făcând abstracție de mici perturbațiuni, cauzate de faptul că gura ajutajului nu e de cele mai multe ori cilindrică, ci conică, așa încât liniile exterioare de curent sufere la intrare o ușoară frângere). Dacă avem pentru un ajutaj Laval dat o contrapresiune mai mică sau puțin mai mare, decât corespunde raportului F'/F dintre suprafețe, se produc în vâna ce iese oscilațiuni (studiul cantitativ la curgere plană, în p. 525). Vitesa medie de ieșire (care ar lua naștere după a m o r t i s a r e a oscilațiilor, dacă nu ar apărea în același timp la marginea vinei pierderi prin amestec în aceste cazuri) [1]) e reprezentată în fig. 1, pentru diferite secțiuni de evacuare (F'/F) prin liniile drepte (de ex. $E-G-H$), cari ating curba $B-C$ în punctele corespunzătoare secțiunii respective (de ex. G). Pentru o mai bună privire generală, cele mai multe din aceste drepte sunt trasate numai în partea superioară; linii complet trasate sunt numai pentru $F'/F=1$ (ajutaj fără lărgire) și pentru $F'/F=0{,}6$ (dreapta $E-G-H$). Dacă contrapresiunea e mai sus decât capătul superior (H) al dreptei corespunzătoare secțiunii respective de evacuare, are loc un șoc de compresiune în interiorul ajutajului. Relațiunea dintre presiune și vitesă pentru ajutaj dat (raportul secțiunilor F'/F) e reprezentată de curbele în continuare (de ex. $H-I$).

Creșterea subită a presiunii la un șoc de compresiune provoacă adesea o desprindere a stratului de frecare (p. 491). Din această cauză se produce o schimbare de direcțiune a curentului și deci șocul de compresiune e inclinat față de curent (șoc de compresiune oblic, p. 524). Se produc în acest caz în interiorul ajutajului oscilațiuni asemănătoare cazului din fig. 14, p. 525. Dacă aceste oscilațiuni s'au liniștit atât până la gură, încât la evacuare gazul să umple oarecum uniform gura, la o presiune la evacuare dată, vitesa nu va fi influențată de formația diferită a șocului de compresiune, ci va fi în interiorul ajutajului, la șoc de compresiune oblic, aceeași ca la cel perpendicular. Curbele $H-I$ rămân valabile cu toate că fenomenul s'a schimbat. După șocul de compresiune, nici celelalte pierderi din părțile lărgite ale ajutajului nu modifică rezultatul, mai ales de ex. la transformarea vitesei în presiune (ele sunt echilibrate printr'o slăbire corespunzătoare a șocului de compresiune). Se manifestă numai pierderile din partea strâmtă a ajutajului. Dacă vâna nu umple uniform secțiunea ajutajului, acesta se comportă ca un ajutaj cu secțiune de evacuare mai mică.

Exemplu: Aer cu $p_0=5$ at și $t=15°$ ($T=288°$, $a_0=340$ m/s, $a'=310$ m/s) trece printr'un ajutaj Laval, secțiunea finală de evacuare fiind $F=1^2/_3\,F'$, deci $F'/F=0{,}6$. La o presiune finală de $p=0{,}13\,p_0=0{,}65$ at (punctul G) scurgerea de evacuare e fără perturbațiuni. Vitesa de evacuare e $v=1{,}625\,a'=504$ m/s. Dacă contrapresiunea $p=0{,}25$ at, deci $p/p_0=0{,}05$, rezultă pe linia $G-E$ ca vitesă medie de evacuare $v=180\,a'=588$ m/s. Dacă starea ideală de funcționare nu se poate menține cu siguranță pe curba BGC, de ex. la contrapresiuni puțin variabile, se tinde spre o stare de funcționare cu o contrapresiune ceva mai joasă, deci pe dreapta $G-E$ [2]); dar suprapresiunile mici, dreapta $G-H$, nu dăunează mult, doar că ajutajul obține din această cauză o lungime inutil de mare și cauzează prin frecare pierderi corespunzător de mari. Dacă contrapresiunea e $p=2{,}0$ at, deci $p/p_0=0{,}4$, rezultă pe linia $G-H$, ca vitesă medie de evacuare, $v=1{,}01\,a'=313$ m/s. Dacă contrapresiunea e $p=4$ at, deci $p/p_0=0{,}8$, are loc un șoc de compresiune înainte de evacuare. Vitesa finală se găsește pe curba $H-I$ la $v=0{,}46\,a'=143$ m/s. La o contrapresiune de 4,75 at ($p/p_0=0{,}95$) nu se mai atinge în niciun loc din ajutaj vitesa sunetului. Vitesa finală se obține din curba $A-I$ și e $v=0{,}29\,a'=90$ m/s.

---

[1]) Zerkowitz, Dingler 1914, p. 639.
[2]) Zerkowitz, Über die Strömung mit Überschallgeschwindigkeit, Innsbrucker Vorträge, Berlin 1924, Springer.

In toate cazurile, în cari se atinge sau se depăşeşte în interiorul ajutajului vitesa sunetului, greutatea gazului ce trece pe secundă e

$$G = \gamma' a' F' = \gamma_0 F' (\gamma'/\gamma_0) \sqrt{2\varkappa/(\varkappa+1) \cdot gRT_0}$$

($\gamma'/\gamma_0 = \rho'/\rho_0$ din fig. 1, p. 517).

La ajutaje obişnuite fără lărgire după secţiunea cea mai strâmtă, secţiunea de ieşire fiind totodată şi secţiunea minimă, avem $F'/F = 1$. La o contrapresiune $p < p'$ (p'/p_0 = raportul critic al presiunilor), avem în gura de intrare vitesa sunetului. Relaţiunea dintre presiune şi vitesa medie după evacuare e dată de dreapta $B - E_0$ (fig. 1) (oscilaţiuni în vâna de evacuare). La contrapresiune $p > p'$, relaţiunea dintre presiune şi vitesă e dată de curba $A - B$.

Din cauza pierderilor de energie din ajutaj, valorile teoretice de mai sus pentru vitesa de evacuare se vor înmulţi cu un factor de corecţie φ iar valorile pentru greutatea trecută cu un factor μ cari diferă ambii în general foarte puţin de unitate. Asupra mărimii acestor valori şi asupra formulelor practice de scurgere v. sect. Căldura, p. 581 ş. u.

b) Fenomene în plan la vitese mai mici decât a sunetului. Legea lui Prandtl [1])

Cât timp vitesa dintr'un fenomen de scurgere staţionară rămâne inferioară vitesei sunetului, mersul curentului e calitativ acelaşi ca pentru fluidele neelastice (la vitese mai mari decât a sunetului, întregul caracter al scurgerii e dimpotrivă fundamental schimbat). Există numai deosebirea că, odată cu creşterea vitesei, densitatea descreşte şi, din această cauză, fluidul elastic are nevoie în locurile cu vitese mari de o secţiune relativ mai mare (depărtare mai mare între liniile de curent!), decât dacă ar fi neelastic. Cum la suprafeţe convexe vitesa se măreşte şi la cele concave se micşorează, elasticitatea fluidului acţionează în sensul unei majorări a curburii liniilor de curent. Pentru corpuri svelte, la cari inclinarea elementelor de suprafaţă faţă de scurgerea nederanjată e mică, la fenomenele de scurgere plană, această influenţă se poate exprima cantitativ simplu prin legea lui Prandtl (valabilă pentru $v/a < 0{,}8$):

„Dacă un corp plan e lovit de un fluid elastic cu vitesa $v \ll a'$, presiunile cari acţionează asupra corpului vor fi aceleaşi ca şi la un corp corespunzător în fluid neelastic la vitesă şi densitate egală, dacă ordonatele $y \perp v$ ale corpului în fluidul elastic se raportează la ordonatele y' ale corpului în fluidul neelastic după relaţiunea

$$y/y' = \sqrt{1 - (v/a)^2}.$$

Din cauza repartiţiei egale a presiunilor şi condiţiile pentru desprinderea turbioanelor (p. 491) sunt aproximativ aceleaşi în cele două cazuri".

Exemplu: O placă plană inclinată cu unghiul α faţă de curent, are într'un fluid elastic aproximativ aceiaşi coeficienţi de portanţă (p. 510) ca şi într'unul neelastic cu un unghiu $\alpha' = \alpha/\sqrt{1-(v/a)^2}$ faţă de curent. Pentru ca profilele aripilor să aibă în fluide elastice aproape aceleaşi proprietăţi ca în cele neelastice, trebue micşorată grosimea profilului, săgeata bombării şi unghiul de atac în raportul $\sqrt{1-(v/a)^2}$.

---

[1]) Ackeret, Über Luftkräfte bei sehr grossen Geschwindigkeiten, besonders bei ebenen Strömungen, Helvetica physica Acta, p. 301.

Scanned with OKEN Scanner

Rezultatele încercărilor [1]): fig. 2.

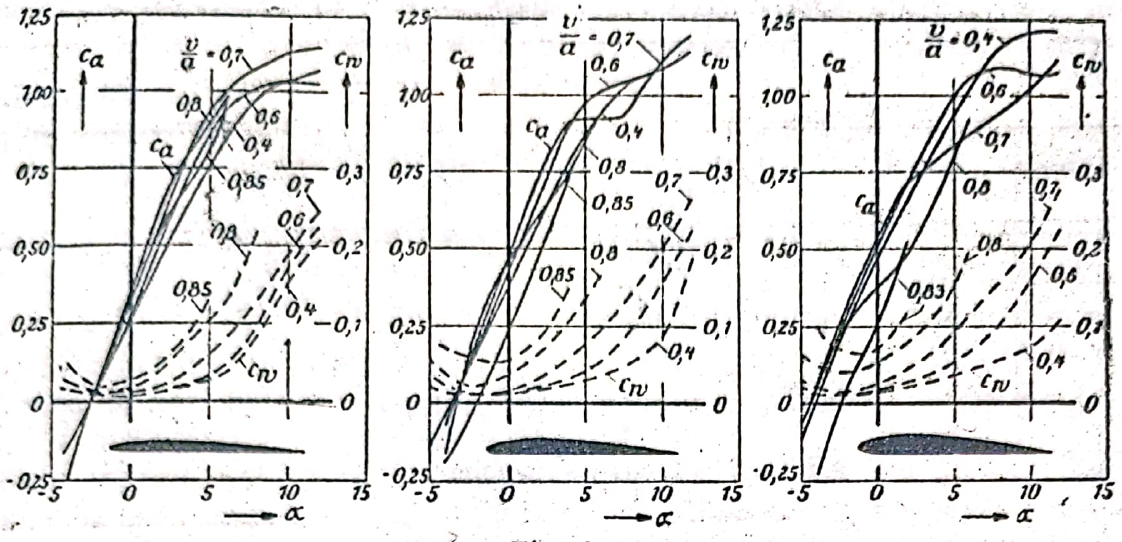


Fig. 2.

Coeficienți de forță ascensională și rezistență la aripi de diferite grosimi și anvergură infinită, în funcțiune de unghiul de atac (p. 502) în apropiere de vitesa sunetului. Cifrele de pe curbe dau raportul v/a dintre vitesa de apropiere și a sunetului.

c) Scurgere cu vitesă mai mare decât a sunetului

1. Particularități ale scurgerii cu vitesă mai mare decât a sunetului. Perturbațiunile (cu variațiuni mici de densitate) se propagă într'un fluid numai cu vitesa sunetului. Dacă se scurge fluidul cu vitesă mai mare decât a sunetului ($v > a'$) spre un obstacol punctiform P (fig. 3), acțiunea acestui obstacol se va resimți numai într'un con (scurgere în spațiu) resp. într'un diedru (scurgere plană) cu jumătatea α a unghiului de deschidere, unde

$$\sin \alpha = a/v$$

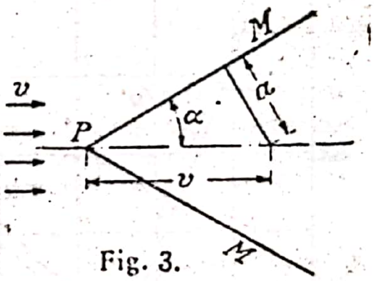


Fig. 3.

In afara acestei zone, scurgerea rămâne complet nederanjată. Liniile M (fig. 3) cari limitează domeniul unei zone de perturbațiuni se numesc **liniile lui Mach** și unghiul α, pe care-l formează aceste linii cu cele de scurgere, se numește **unghiul lui Mach**.

Această intervenție discontinuă a acțiunii unei perturbațiuni în lungul liniilor lui Mach e o proprietate deosebită a vitezelor mai mari decât a sunetului. Ea prezintă, în studiul fenomenelor de scurgere, avantajul că zonele separate de liniile lui Mach se pot trata independent de zona din jur, iar scurgerea în ansamblu se poate construi prin alăturarea potrivită a unor astfel de zone parțiale (fig. 12, p. 524).

2. Date experimentale privitoare la rezistențele proiectilelor [2]). La vitese mai mari decât a sunetului se adaugă, la pierderile de energie prin frecarea la suprafață și formarea de turbioane, încă una prin formarea de unde sonore (șoc de compresiune). Ultimul depinde foarte mult de forma vârfului proiectilului (vârful ascuțit e avantajos, prin opoziție cu capetele rotunde ale aeronavelor). Coeficientul de rezistență are în general

---

[1]) Stack, The N. A. C. A. high-speed wind tunnel and tests of six propeller sections, Nat. Advis. Comm. Aeron. Rep. 463 (1933).

[2]) K. Becker și Cranz, Artiller. Monatshefte 1912, Nr. 69 și 71. — Cranz, Lehrbuch der Ballistik, Vol. I., Berlin 1925, Springer.

valoarea maximă aproape de vitesa sunetului. La forme foarte defavorabile ale vârfului se pare însă că acest coeficient creşte şi el încet cu creşterea vitesei (fig. 4, înţelesul lui c în p. 492).

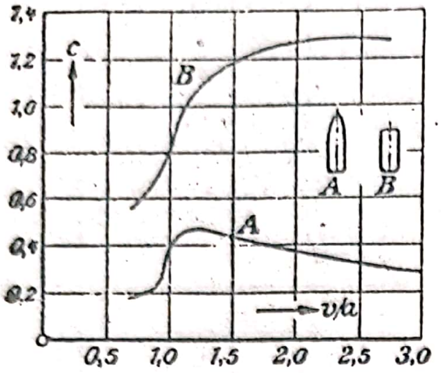


Fig. 4.
Coeficienţii de rezistenţă ai unui proiectil ascuţit şi ai unuia trunchiat.

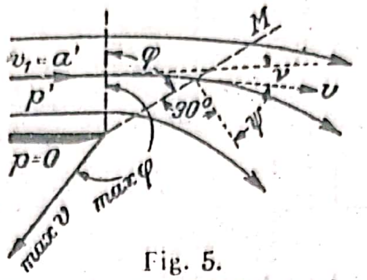


Fig. 5.
Expansiunea în jurul unei muchii a unui gaz animat cu vitesa sunetului.

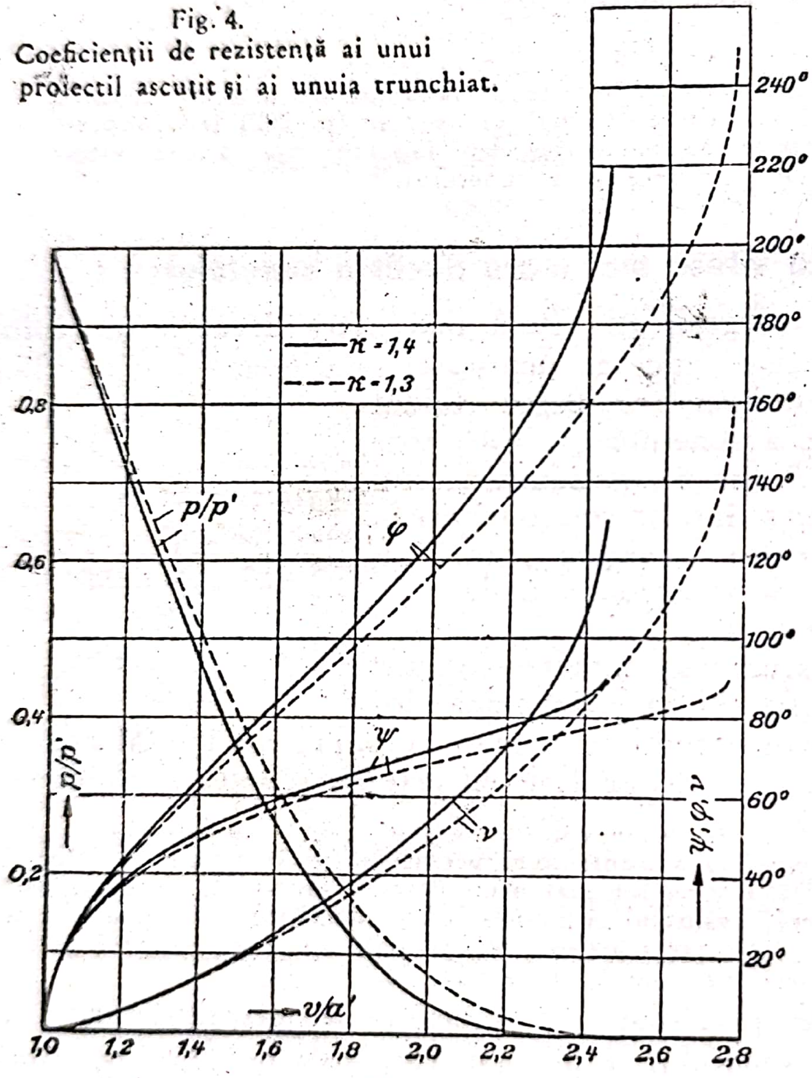


Fig. 6.
Relaţiunea dintre mărimile de stare şi unghiul de abatere la expansiunea în jurul unei muchii pentru aer ($\varkappa = 1{,}4$) şi abur supraîncălzit ($\varkappa = 1{,}3$)

3. Fenomene simple de scurgere în plan. Scurgerea în jurul unei muchii ieşinde. Soluţia fundamentală după Prandtl-Meyer[1]): Un gaz se scurge cu vitesa sunetului a' de-a-lungul unui perete, care se termină brusc. Pe latura liberă a peretelui e vid (fig. 5). După eliminarea peretelui sprijinitor, curentul e deviat sub influenţa căderii de presiune şi în afară de aceasta, datorită expansiunii simultane la presiunea zero, accelerat până la vitesa limită $\max v = a'\sqrt{(\varkappa+1)/(\varkappa-1)}$ Din motive de similitudine, pe ori ce rază care trece prin muchia peretelui la orice depărtare de muchie, domneşte întotdeauna aceeaşi stare a scurgerii. Razele trasate prin muchia peretelui formează liniile de perturbaţie ale lui Mach. Pentru unghiul ψ pe care-l formează direcţiunea curentului cu perpendiculara pe o vână ($\psi = 90° - \alpha$), avem deci

$$\cos\psi = a/v,$$

[1]) Th. Meyer, Über zweidimensionale Bewegungsvorgänge in einem Gas, das mit Überschallgeschwindigkeit strömt, Mitt. Forschungsarb. V D I, fasc. 62.

Scanned with OKEN Scanner

dacă v' e vitesa din vâna respectivă. Dacă vâna formează unghiul φ cu perpendiculara pe direcţiunea iniţială a curentului (direcţiunea peretelui), unghiul de deviere al vinei faţă de direcţiunea iniţială e

$$\nu = \varphi - \psi.$$

Intre φ şi ψ există relaţia

$$\operatorname{tg}\psi = \sqrt{(\varkappa+1)/(\varkappa-1)}\ \operatorname{tg}\left[\varphi\sqrt{(\varkappa-1)/(\varkappa+1)}\right].$$

Cum raportul dintre presiunea p asupra unei vine şi presiunea p_0 a gazului în repaus respectiv şi presiunea p' a gazului în scurgere cu vitesa sunetului, e determinată de vitesa din acel loc (fig. 1, porţiunea de curbă B—C), se pot determina întotdeauna toate mărimile p/p', v/a', φ, ψ, ν în funcţiune de una din ele (fig. 6).

Cum, la vitese mai mari decât a sunetului, fenomenele dintr'un loc sunt independente de ceea ce urmează după ele, se pot separa din curent (fig. 5) (soluţie fundamentală) sectoare oarecări limitate de două raze cari trec prin muchie şi intercala între curenţi potriviţi de intrare şi ieşire.

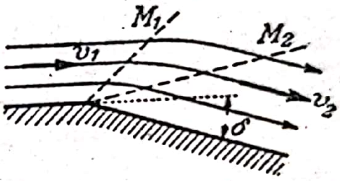


Fig. 7.
Scurgerea în jurul unei muchii ieşinde

Astfel se poate compune problema din fig. 7: Scurgerea în jurul unei muchii ieşinde cu deviere oarecare la o vitesă de apropiere dată v_1: Vitesei date v_1 îi corespunde după fig. 6 un anumit punct v_1/a' al axei absciselor. Valoarea corespunzătoare din curba ν dă unghiul de deviere ν_1, care, plecând dela vitesa sunetului ar fi necesar conform fig. 5 pentru a atinge vitesa v_1. Afară de aceasta, celelalte curbe dau unghiul ψ_1 (complementul unghiului lui Mach), sub care se găsesc punctele iniţiale ale perturbaţiunii faţă de curentul ce vine, şi în fine unghiul φ_1 care determină raza corespunzătoare în fig. 5. Pe urmă are loc o nouă deviere, cu unghiul δ, adică dela ν_1 la $\nu_2 = \nu_1 + \delta$. După această deviere se vor lua din diagramă celelalte valori v_2/a', ψ_2 şi φ_2 pentru valoarea cunoscută a lui ν_2. Ele dau vitesa curentului v_2 după deviere, unghiul lui Mach $90° - \psi_2$ sub care se găsesc punctele finale ale zonei de trecere (de aici încolo avem iar vitesă constantă v_2) şi unghiul φ_2 care caracterizează vâna corespunzătoare din fig. 5. Scurgerea în zona de trecere dintre cele două linii ale lui Mach, M_1 şi M_2, e identică cu cea din sectorul cuprins între φ_1 şi φ_2 în fig. 5 (exemplul p. 524).

S c u r g e r e a î n j u r u l u n e i s u p r a f e ţ e c o n v e x e (fig. 8). O suprafaţă convexă poate fi privită ca o suprafaţă compusă din muchii ieşinde foarte slabe şi i se poate aplica procedeul descris mai sus. Starea într'un punct P depinde numai de unghiul de deviere $\nu = \nu_1 + \delta$, unde ν_1 rezultă iarăşi ca şi în cazul unei muchii simple din vitesa de apropiere v_1, δ fiind unghiul dintre tangenta în punctul considerat P al suprafeţei şi curentul de apropiere. Toate celelalte mărimi din punctul P şi de pe linia lui Mach ce trece prin acest punct se vor lua din diagramă pentru unghiul de deviere ν. In locul vitesei de apropiere v_1 poate fi dată oricare altă valoare reprezentată în diagramă pentru vreun punct oarecare; se poate deduce întotdeauna, cum s'a arătat, întreaga mişcare.

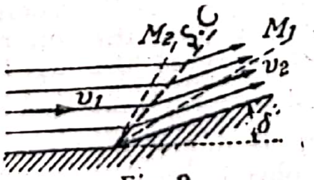


Fig. 9.
Ş.C. = Şoc de compresiune

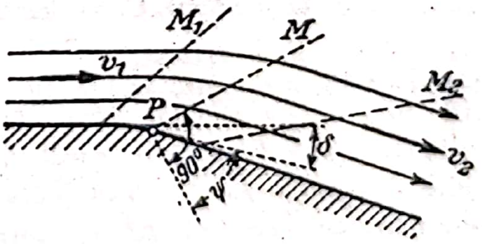


Fig. 8.

S c u r g e r e a î n j u r u l u n e i m u c h i i i n t r â n d e (fig. 9). Aici $v_2 < v_1$. Linia lui Mach M_2 corespunzătoare vitesei v_2 va fi situată

înaintea liniei M_1 corespunzătoare vitesei v_1. Deci nu se poate forma o zonă de trecere ca la o muchie ieşindă. In locul acesteia se formează un **ş o c d e c o m p r e s i u n e o b l i c** pe unul din cele două plane de discontinuitate dintre cele două linii ale lui Mach. Pentru aceasta sunt valabile relaţiunile dela şocul de compresiune perpendicular dacă se consideră numai componenta vitesei perpendiculară pe suprafaţa şocului de compresiune. Componentele vitesei paralele cu suprafaţa şocului de compresiune rămân neschimbate. Relaţiunile sunt redate în fig. 10 [1]).

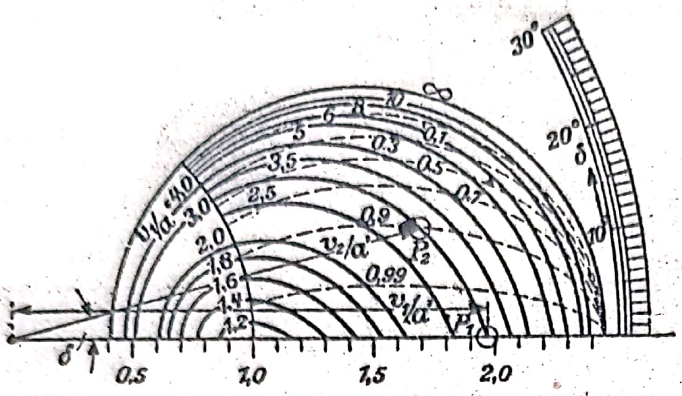


Fig. 10.

Relaţiunea dintre vitesa iniţială şi finală (v_1 şi v_2), unghiul de deviere δ şi pierderea prin laminare $p_0{}^*/p_0$ (întreruptă) la un şoc de compresiune oblic pentru aer ($\varkappa = 1{,}4$). Exemplul din figură: $v_1/a' = 1{,}97$, $v_1/a = 3$, $\delta = 15°$, $v_2/a' = 1{,}7$, $p_0{}^*/p_0 = 0{,}9$. Suprafaţa şocului de compresiune $\perp P_1 P_2$.

S c u r g e r e a î n j u r u l u n e i s u p r a f e ţ e c o n c a v e (fig. 11). Unde se intersectează liniile lui Mach ale suprafeţei curbe are loc un şoc de compresiune; dela acesta se nasc noi perturbaţiuni, cari se propagă sub unghiul lui Mach cu direcţiunea curentului. Dacă acest şoc de compresiune e la o depărtare destul de mare de suprafaţă şi aceasta nu e prea lungă, perturbaţiunile ce se propagă din locul şocului de compresiune nu mai întâlnesc suprafaţa. Pentru acest caz, presiunile şi vitesele pe suprafaţă se calculează ca la suprafeţele convexe (fig. 523).

Exemplu: placa plană [2]) (fig. 12) sub unghiul de atac $\alpha = 5^0$ faţă de direcţiunea curentului. In aer la $p = 1$ at $= 10^4$ kg/m² şi 15° ($T = 288°$, $a = 340$ m/s, $\rho = 0{,}128$ kg s²/m⁴). Vitesa de apropiere $v = 480$ m/s, de unde $v/a = 1{,}4$, $v/a' = 1{,}3$ (din fig. 1, resp. din formula din p. 518), $a' = 368$ m/s; mai rezultă pentru $v/a' = 1{,}3$ din fig. 6 $p/p' = 0{,}585$, $p' = 1{,}70\,p = 1{,}70 \cdot 10^4$ kg/m².

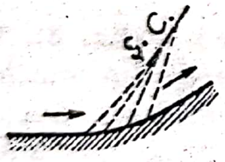


Fig. 11.

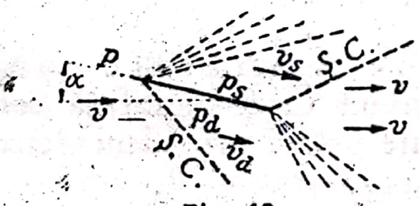


Fig. 12.

Fig. 11 şi 12. **Ş. C. = Şoc de compresiune**

F a ţ a a s p i r a t ă : $\nu_0 = 9°$ (din fig. 6, p. 522), $\nu = \nu_0 + \alpha = 9° + 5° = 14°$ cu aceasta din fig. 6: $v_s/a' = 1{,}4$, $v_s = 368 \cdot 1{,}4 = 516$ m/s, $p_s/p' = 0{,}47$, $p_s = 1{,}70 \cdot 0{,}47\,p = 0{,}80 \cdot 10^4$ kg/m².

F a ţ a p r e s a t ă : şoc de compresiune oblic cu devierea interior. Pentru $\delta = 5°$, rezultă $\delta = \alpha = 5°$, $v/a = 1{,}4$, în fig. 10, e curba a doua din din fig. 10 $v_d/a' = 1{,}15$. $p_0{}^*/p_0$ (curba întreruptă din fig. 10) e $> 0{,}99$, se poate deci scrie ≈ 1 (pierderea prin şocul de compresiune e neglijabilă). Pentru $v_d/a' = 1{,}15$ rezultă din fig. 6 $p_d/p' = 0{,}78$ (dacă $p_0{}^*/p_0$ ar fi sensibil diferit de 1, rezultatul ar trebui înmulţit cu raportul $p_0{}^*/p_0$, spre a obţine pe p_d/p') $\cdot\, p_d = 0{,}78\ p' = 0{,}78 \cdot 1{,}70\ p = 1{,}33 \cdot 10^4$ kg/m². Dacă F e aria suprafeţei plăcii, diferenţa presiunilor $p_d - p_s$ ne dă o forţă $P = F\,(p_d - p_s)$ perpendiculară pe suprafaţă; de aici $P \cos \alpha$ e forţa ascensională, $P \sin \alpha$ rezistenţa. Prin împărţire cu $\rho/2 \cdot v^2 F$, se obţin coeficienţii de ascensiune şi de rezistenţă:

---

[1]) B u s e m a n n, Gasdynamik, Handbuch der Experimentalphysik, vol. 4, Leipzig 1930, Akad. Verlagsges.

[2]) Plăci bombate: A c k e r e t, Luftkräfte auf Flügel, die mit grösserer als Schallgeschwindigkeit bewegt werden, ZFM 16 (1925), fasc. 16, p. 72.

Scanned with OKEN Scanner

$c_a = (p_d - p_s)\cos 5^\circ/(v^2 \rho/2) = (1{,}33 - 0{,}80)\cdot 10^1 \cdot 0{,}996/(480^2 \cdot 0{,}064) = 0{,}36,$

$c_w = c_a \operatorname{tg} 5^\circ = 0{,}36 \cdot 0{,}0875 = 0{,}0315.$

Coeficientul de alunecare $\varepsilon = c_w / c_a = \operatorname{tg} 5^\circ = 0{,}0875.$

In valoarea lui c_w şi analog în ε se cuprinde numai pierderea datorită fenomenelor de vitese mai mari decât a sunetului. Li se mai adaugă pierderile prin frecare la suprafaţă.

Observaţie: Pentru unghiuri mici de atac α şi profile foarte subţiri sunt în general valabile la vitese mai mari decât a sunetului (independent de $\varkappa$), relaţiunile:

$$c_a = 4\alpha/\sqrt{(v/a)^2 - 1}, \qquad c_w = 4\alpha^2/\sqrt{(v/a)^2 - 1}, \qquad \varepsilon = \alpha$$ [1]).

Fenomene de reflexiune. Dacă la ieşirea dintr'un ajutaj Laval presiunea exterioară e inferioară celei corespunzătoare secţiunii ajutajului (fig. 13), se produce la muchia gurii de evacuare a ajutajului o expansiune cu deviere, corespunzătoare fig. 5. Liniile lui Mach cari apar cu această ocazie (unde sonore) se intersectează cu liniile corespunzătoare cari pleacă de pe muchia opusă. Pe marginea opusă a vinei, liniile vor fi reflectate cu schimbarea semnului (scăderea de presiune trece în creştere de presiune). Rezultă o scurgere, redată în fig. 13 (în regiunile notate cu p_1, p_a, p_2 presiunea şi vitesa sunt constante. Trecerea dela o stare la alta are loc în regiunile dintre ele). Incepând dela B, fenomenul se reproduce, însă, datorită fenomenelor de amestec, scade la margine în intensitate.

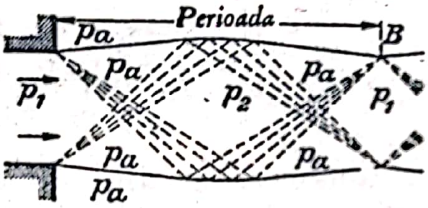


Fig. 13.

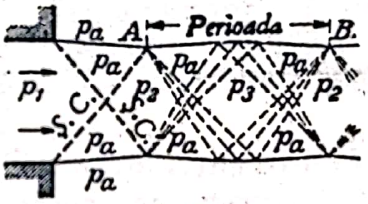


Fig. 14.

Scurgerea dintr'un ajutaj Laval, când contrapresiunea e mai mică (fig. 13), resp. mai mare (fig. 14) decât cea corespunzătoare secţiunii de evacuare.
(Ş. C. = Şoc de compresiune)

Dacă presiunea la gură e mai mare decât cea corespunzătoare secţiunii ajutajului (însă nu e atât de mare ca să se stabilească în interiorul ajutajului un şoc de compresiune, p. 519), se formează, plecând dela muchie, un şoc de compresiune oblic (Ş. C., fig. 14). Mersul scurgerii continuă ca în fig. 13, numai că în locul celor două zone de expansiune continuă avem şocuri de compresiune discontinue. Liniile de expansiune ale acestor şocuri de compresiune ce rezultă din reflexiune sunt răspândite însă aproape în formă de evantaliu, compresiunile şi expansiunile următoare se efectuează de aceea continuu. Ele se reproduc începând cu secţiunea B. (Despre vitesa medie de evacuare la ieşire, p. 519 şi fig. 1).

La ajutaje cu gura tăiată oblic, aceste fenomene de reflexiune devin nesimetrice şi provoacă o abatere a vinei; în acelaşi timp şi o expansiune mai puternică [2]).

---

[1]) Busemann, Gasdynamik, v. nota, p. 524. — Rezultate mai generale: Busemann-Walchner, Profileigenschaften bei Überschallgescwindigkeiten, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 4 (1933), p. 87. — Busemann, Aerodynamischer Auftrieb bei Überschallgeschwindigkeit, Luftfahrt-Forsch. 12 (1935), p. 210.

[2]) Stodola, Dampf- und Gasturbinen, ed. a 6-a, p. 112, Berlin 1924, Springer. — Calculul teoretic în Prandtl-Busemann, Nährungsverfahren zur zeichnerischen Ermittlung von ebenen Strömungen mit Überschallgeschwindigkeit, Stodola-Festschrift, Zürich 1929, Orell Füssli.

Scanned with OKEN Scanner

C. Lovitura de berbec [1])

Afară de notaţiunile din p. 513 notăm cu:
- a vitesa de propagare a undei de presiune [m/s],
- v vitesa de scurgere [m/s],
- ε modulul de elasticitate al fluidului [kg/m²],
- E modulul de elasticitate al materialului conductei [kg/m²],
- d diametrul conductei [m],
- δ grosimea peretelui conductei [m],
- L lungimea conductei dela locul de laminare până la gura de alimentare, (resp. de evacuare) [m],
- t timpul [s],
- p presiunea [kg/m²]

Dacă într'o conductă plină cu lichid vitesa de scurgere se micşorează cu ajutorul unui dispozitiv de laminare, se obţine înaintea dispozitivului de laminare o creştere de presiune, iar după el o descreştere. Unda de presiune ce pleacă, la fiecare schimbare, dela locul de laminare, se propagă în conductă cu vitesa a, pentru care avem relaţiunea

$$1/a^2 = \rho(1/\varepsilon + d/E\delta).$$

Pentru conducte de fier umplute cu apă, avem în medie

$$a \approx 1000 \text{ m/s}.$$

1. **Timpul laminării** [s] $t < 2\,L/a$. In acest interval de timp creşterea de presiune înaintea dispozitivului de laminare (resp. descreşterea în urma lui), la o micşorare a vitesei de scurgere dela v_1 la v_2 e:

$$p_2 - p_1 = \rho\, a\, (v_1 - v_2)$$

Datorită diferenţei mărite de presiune dinaintea şi din urma dispozitivului de laminare, se scurge prin acesta mai mult lichid decât în regim permanent. La evacuarea unei conducte există o laminare, al cărei coeficient de rezistenţă (raportat la diametrul conductei, p. 480) e ζ_1. Intre suprapresiunea p_1 dinaintea locului de laminare şi vitesa de scurgere v_1 din conductă avem în regim permanent relaţiunea $p_1 = \rho/2 \cdot v_1^2 \zeta_1$. Dacă se schimbă coeficientul de rezistenţă, aşa încât într'un anumit moment are valoarea ζ, rezultă o suprapresiune p înainte de laminare (în opoziţie cu presiunea rămasă constantă în urma laminării), din relaţiunea următoare:

$$p^2 - 2p\,(p_1 + \rho\, a\, v_1 - \rho\, a^2/\zeta) + (p_1 + \rho\, a\, v_1)^2 = 0.$$

In toate punctele conductei, a căror depărtare de gura de alimentare e $L' > a\,t/2$, survin aceleaşi creşteri resp. descreşteri de presiune $p - p_1$.

2. **Timpul laminării** $t > 2\,L/a$. La gura de alimentare a conductei se produce o reflexiune a undei de presiune cu schimbare de semn. Această undă de subpresiune reflectată ajunge la dispozitivul de închidere cu o decalare în timp $t_0 = 2\,L/a$. Presiunea obţinută din formulele date sub 1 trebue micşorată deci cu suprapresiunea care se stabilise înainte cu timpul t_0 (resp. mărită cu subpresiunea). Aceste reflexiuni se pot petrece chiar de mai multe ori, dacă închiderea durează în deajuns de mult. Reflexiuni parţiale au loc, în afară de aceasta, în toate punctele în cari se schimbă diametrul conductei sau grosimea peretelui conductei (de ex. la toate bridele sau altfel de legături). Prin aceasta se egalizează mersul în timp al presiunii. Dacă timpul de închidere e $t \gg 2\,L/a$, fenomenele de elasticitate se pot neglija. Creşterea presiunii

[1]) Alliévi-Dubs-Bataillard, Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen, Berlin, 1909, Springer.

la dispozitivul de închidere e dată în acest caz de ecuaţia lui Bernoulli (p. 465) pentru o conductă de diametru constant şi de lungime L

$$p - p_0 = (\rho/2)(v_0^2 - v^2) + \rho L\, dv/dt.$$

Periculoase sunt: 1. Urcarea presiunii în conducta de alimentare în timpul închiderii dispozitivului de laminare; 2. Scăderea presiunii în conducta de alimentare la deschiderea dispozitivului de laminare, mai ales în punctele cari, deşi se găsesc la o depărtare destul de mare de gura de alimentare, $L' > a\, t/2$, se găsesc la înălţime relativ mică deasupra locului de laminare aşa încât p_1 e mic în sine; (aici pericolul consistă în faptul că conductele pot fi strivite); 3. Subpresiunea în urma dispozitivului de laminare (aspiratorul turbinelor) la închiderea acestuia: Coloana de apă se rupe dacă p scade aproape de vidul absolut. La saltul îndărăt al lichidului apar lovituri puternice (v. 3. izbitura). Măsuri contra primului pericol: Camere de aer practicate puţin înaintea dispozitivului de laminare, printr'o conductă de ramificaţie legată la conducta principală; contra celui de al doilea: Castelul de apă să fie plasat cât se poate de aproape de punctele cu pantă înclinată ale conductei; dacă aceasta nu e posibil, pereţii conductei trebue întăriţi în locurile periclitate; contra celui de al treilea: Supapă de aer, care la vid permite intrarea aerului în conductă; prin aceasta se micşorează şocul de întoarcere al coloanei de apă.

3. Izbitura apei. O lovitură de berbec se produce şi când o vână de lichid sau o picătură de lichid cade brusc pe un corp solid. Dacă viteza sunetului în lichid e a_1 (să se observe creşterea ei cu presiunea), în corpul solid a_2 şi componenta normală a vitesei relative dintre lichid şi suprafaţa corpului v, presiunea care se produce e

$$p \approx \rho\, a_1 a_2 v/(a_1 + a_2).$$

La lovirea picăturilor de apă condensate de paletele turbinelor, această presiune poate întrece rezistenţa paletelor. Paletele sunt corodate (după o comunicare verbală a lui A c k e r e t)[1].

[1]) Incercări privitoare la fenomen în H o n e g g e r, Metallerosion durch Wasser und Dampf, Verhandl. d. 2. internat. Kongr. f. techn. Mech. in Zürich 1926.

SECȚIUNEA 4

Căldura

Prelucrare de prof. dr. ing. Ernst Schmidt, Braunschweig (Cap. I... V), prof. dr. ing. H. Gröber, Berlin (Cap. VI) și prof. dr ing. Kurt Neuman, Hannover (Cap. VII).

Pag.

I. Proprietăți termice generale

Scara temperaturilor 529
Conversiunea gradelor Celsius în grade Fahrenheit (tablă) . . . 530
Proprietățile termice ale corpurilor 531
Dilatația liniară a corpurilor solide (tabelă) 532
Retrecisarea câtorva metale (tabelă) 533
Proprietățile calorice ale solidelor (punctul de topire, căldura de topire, punctul de fierbere, căldura de vaporizare, căldura specifică) (tabele) 533
Temperaturile de topire ale băilor de săruri (tabele) 535
Greutatea specifică și volumul specific al apei (tabele) . . . . 535 ș. u.
Proprietățile termice ale lichidelor și gazelor (punctul de topire, căldura de topire, punctul de fierbere, căldura de vaporizare, mărimile critice, căldura specifică) (tabele) . . . . 536 ș. u.
Disolvarea amoniacului în apă (tabelă) 540
Călduri specifice ale soluțiilor refrigerente 540

II. Principiile generale ale termodinamicei

Unități termo-mecanice (presiune, cantitate de căldură, energie, putere) 541
Principiile fundamentale ale termodinamicei 542
Diagramele termotehnice 545

III. Gazele perfecte

Ecuația de stare (ecuația lui Boyle-Mariotte, Gay-Lussac, Joule, Avogadro) 545
Molul 545
Stare-normă și metru cub-normă . 546
Greutatea specifică, căldura specifică și constanta gazelor la gaze (tabele) . . . . 546, 548 și 618
Energia internă, entalpia și entropia 549
Transformări adiabatice și politrope ale gazelor (tabelă) . . . 552
Cicluri speciale (Carnot, etc.) . . 553

IV. Vapori

Abur saturat (tabelă) 557
Diagrama *i-s* a lui Mollier . . . 571
Apă și abur la saturație (tabelă) . 560
Apă și abur supraîncălzit (tabelă) 566
Teoria mașinii cu abur (randamente) 569
Amestec de aer și abur (aer umed) 570
Diagrama *i-x* a lui Mollier (tabelă) 558
Aer umed saturat (tabelă 572
Acumularea aburului 574
Diagrama acumulatorului Ruth . . 575
Mașini cu vapori reci (mașini frigorifice) 576
Refrigerenți (tabele) . . . . . 578 ș. u.

V. Scurgerea gazelor și a vaporilor

Ecuațiile de scurgere 582
Gaze perfecte și vapori 583
Scurgerea vaporilor și gazelor prin conducte (coeficienți de rezistență) 586
Laminarea 586

VI. Transmisiunea căldurii

Conducția 588
Conductibilități termice (tabele) . 589
Scurgerea forțată: gaze 591
Difuzibilitatea termică pentru aer (tabelă) 592
Scurgerea forțată: lichide 593
Scurgerea liberă a gazelor și lichidelor 594
Coeficient de transmisiunea căldurii aburului saturat în condensare (tabelă) 596
Trecerea căldurii 596
Calculul suprafețelor încălzitoare . 598
Radiația căldurii (emisiune, reflexiune și absorpție) 599
Legea lui Lambert 599
Legile lui Kirchhoff și Stefan-Boltzmann 600
Coeficienții de absorpție ai suprafețelor din tehnică (tabelă) . . 600
Radiația gazelor 601
Termoizolanți 601

VII. Arderea

Arderea completă 603
Conținutul de CO_2 și O_2 al gazelor de evacuare (tabelă) 610
Arderea incompletă 611
Putere calorifică, căldură de ardere 613
Arderea carbonului, sulfului, hidrogenului și oxidului de carbon . 614
Combustibili lichizi și carburanți (tabele) 616
Arderea gazelor (tabele) 616
Temperaturi de ardere 617
Căldură specifică medie a gazelor (tabelă) 618
Arderea motoare 623
Temperaturile de autoaprindere ale combustibililor lichizi (tabelă) . 624
Limitele de aprindere a amestecurilor de gaze și vapori cu aer (tabelă) 625
Date ale combustibililor lichizi ușori și grei (tabele) . . 625 ș. u.
Gazeificarea 628
Date ale gazului de fum, gazului aerian, gazului mixt și gazului de apă (tabelă) 630
Echilibre de gaze 633

Scanned with OKEN Scanner

I. Proprietăţi termice generale[1]

A. Scara temperaturilor

Se notează prin convenţie

cu 0° temperatura de îngheţ a apei

(temperatura de echilibru între ghiaţă şi apă saturată cu aer la o presiune de o atmosferă)

cu 100° temperatura de vaporizare a apei

(temperatura de echilibru între apă şi vaporii ei la presiunea de o atmosferă).

Acest interval de temperatură se împarte în 100 de părţi pe baza proprietăţilor gazului perfect, adică ale unui gaz real în cazul limită al unei densităţi foarte mici (scara cu 100 intervale sau scara Celsius). Un gaz perfect se dilată, la încălzire, dela temperatura de vaporizare sub presiune constantă cu a 100/273,16-a parte din volumul lui la 0°, respectiv la volum constant presiunea îi creşte cu aceeaşi fracţiune din valoarea ei la punctul de topire al gheţei. Se stabileşte acum corespondenţa dintre temperatură şi volum la presiune constantă, respectiv temperatură şi presiune sub volum constant, şi se obţine scara temperaturilor gazului perfect. Temperatura gazului variază cu 1° când volumul lui, respectiv presiunea lui, variază cu a 1/273,16-a parte din valoarea ei dela punctul de topire a gheţei. La —273,16° volumul, respectiv presiunea ar trebui să se reducă la 0. Acest punct se numeşte punct zero absolut. După cele mai noi măsurători, el se găseşte la —273,16°. In cele mai multe cazuri e suficient să se calculeze cu valoarea rotunjită de —273°. Valoarea $\alpha = 1/273{,}16°$ e coeficientul de dilatare al gazului perfect.

Notăm cu:

t temperatura măsurată dela punctul de topire al gheţei în ° sau ° C (după Celsius).

T temperatura măsurată dela punctul zero abs. în ° sau ° K (după Kelvin) (temp. abs.).

In aceste condiţiuni avem $T = t + 273{,}16°$.

Scara temperaturilor gazului perfect se mai numeşte şi scara termodinamică a temperaturilor, întru cât ea se poate deduce din al doilea principiu fundamental (p. 543) luând în considerare lucrul mecanic câştigat în contul căldurii, chiar fără referire la un anumit corp cu proprietăţi speciale. Spre a putea realiza scara temperaturilor mai comod decât e posibil cu ajutorul gazului perfect, s'a introdus aşa numita scară legală a temperaturilor[2] [3], care corespundea la constituirea ei scării termodinamice în măsura care permitea starea de desvoltare a tehnicei măsurătorilor în acel timp. Scara legală a temperaturilor e definită prin următoarele puncte de temperaturi (tabela 1), unde ecuaţiile exprimă dependenţa de presiune a punctului de echilibru la variaţii mici ale presiunii faţă de atmosfera normală. Aici p e presiunea în mm col. Hg iar t_p temperatura de echilibru la această presiune.

Drept presiune de o atmosferă (1 atm) se consideră presiunea exercitată de o coloană de mercur înaltă de 760 mm la o greutate specifică a mercurului de 13,5951 g/cm³ într'un loc cu acceleraţia normală a gravitaţiei de 9,806 65 m/sec² (v. p. 313).

Tabela 1. Temperaturi de echilibru la presiunea de 760 mm col. Hg

Punctul de vaporizare al oxigenului	— 182,97°	între oxigenul în stare lichidă şi de vapori $t_p = t_{760} + 0{,}0126\,(p-760) - 0{,}000\,0065\,(p-760)^2$
Punctul de îngheţ al apei	0,000°	între ghiaţă şi apa saturată cu aer
Punctul de vaporizare al apei	100,000°	între apă şi aburul ei $t_p = t_{760} + 0{,}0367\,(p-760) - 0{,}000\,023\,(p-760)^2$
Punctul de vaporizare al sulfului	444,60°	între sulful lichid şi vaporii lui $t_p = t_{760} + 0{,}0909\,(p-760) - 0{,}000\,048\,(p-760)^2$
Punctul de topire al argintului	960,5°	între argintul solid şi lichid
Punctul de topire al aurului	1063°	între aurul solid şi lichid

Scara legală a temperaturilor dă între — 40° şi — 80° pentru temperatura absolută valori mai mici cu 0,04...0,05° decât scara termodinamică. S'a convenit însă, să nu se modifice convenţia legală odată făcută, şi să se ţină seamă separat de micile abateri dela scara termodinamică.

[1]) Bibliografie: Schüle, Leitfaden der technischen Wärmemechanik, Berlin 1928, Springer. — Acelaşi, Technische Thermodynamik, ed. a 5-a, vol. I, Berlin 1930, Springer. — Nußelt, Technische Thermodynamik, Berlin 1934, de Gruyter. — Bosnjakovic, Technische Thermodynamik, Dresden 1935, Steinkopff. — E. Schmidt, Einführung in die technische Thermodynamik, Berlin 1936, Springer. — [2]) Legea despre scara temperaturilor şi unitatea de căldură din 7 August 1924, Reichgesetzblatt partea I. Nr. 25, 1924. — [3]) Cp. şi Z V D I 68 (1924), p. 1176, DIN 1309, ca şi Z f Phys. 49 (1928), p. 742.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 2
Compararea gradelor termometrice

C	F	C	F	C	F	C	F	C	F	C	F
− 20	− 4,0	+ 30	+ 86,0	+ 80	+ 176,0	+ 130	+ 266,0	+ 180	+ 356,0	+ 500	+ 932
− 19	− 2,2	31	87,8	81	177,8	131	267,8	181	357,8	550	1022
− 18	− 0,4	32	89,6	82	179,6	132	269,6	182	359,6	600	1112
− 17	+ 1,4	33	91,4	83	181,4	133	271,4	183	361,4	650	1202
− 16	3,2	34	93,2	84	183,2	134	273,2	184	363,2	700	1292
− 15	5,0	35	95,0	85	185,0	135	275,0	185	365,0	750	1382
− 14	6,8	36	96,8	86	186,8	136	276,8	186	366,8	800	1472
− 13	8,6	37	98,6	87	188,6	137	278,6	187	368,6	850	1562
− 12	10,4	38	100,4	88	190,4	138	280,4	188	370,4	900	1652
− 11	12,2	39	102,2	89	192,2	139	282,2	189	372,2	950	1742
− 10	14,0	40	104,0	90	194,0	140	284,0	190	374,0	1000	1832
− 9	15,8	41	105,8	91	195,8	141	285,8	191	375,8	1050	1922
− 8	17,6	42	107,6	92	197,6	142	287,6	192	377,6	1100	2012
− 7	19,4	43	109,4	93	199,4	143	289,4	193	379,4	1150	2102
− 6	21,2	44	111,2	94	201,2	144	291,2	194	381,2	1200	2192
− 5	23,0	45	113,0	95	203,0	145	293,0	195	383,0	1250	2282
− 4	24,8	46	114,8	96	204,8	146	294,8	196	384,8	1300	2372
− 3	26,6	47	116,6	97	206,6	147	296,6	197	386,6	1350	2462
− 2	28,4	48	118,4	98	208,4	148	298,4	198	388,4	1400	2552
− 1	30,2	49	120,2	99	210,2	149	300,2	199	390,2	1450	2642
0	32,0	50	122,0	100	212,0	150	302,0	200	392	1500	2732
+ 1	33,8	51	123,8	101	213,8	151	303,8	210	410	1550	2822
2	35,6	52	125,6	102	215,6	152	305,6	220	428	1600	2912
3	37,4	53	127,4	103	217,4	153	307,4	230	446	1650	3002
4	39,2	54	129,2	104	219,2	154	309,2	240	464	1700	3092
5	41,0	55	131,0	105	221,0	155	311,0	250	482	1750	3182
6	42,8	56	132,8	106	222,8	156	312,8	260	500	1800	3272
7	44,6	57	134,6	107	224,6	157	314,6	270	518	1850	3362
8	46,4	58	136,4	108	226,4	158	316,4	280	536	1900	3452
9	48,2	59	138,2	109	228,2	159	318,2	290	554	1950	3542
10	50,0	60	140,0	110	230,0	160	320,0	300	572	2000	3632
11	51,8	61	141,8	111	231,8	161	321,8	310	590	2050	3722
12	53,6	62	143,6	112	233,6	162	323,6	320	608	2100	3812
13	55,4	63	145,4	113	235,4	163	325,4	330	626	2150	3902
14	57,2	64	147,2	114	237,2	164	327,2	340	644	2200	3992
15	59,0	65	149,0	115	239,0	165	329,0	350	662	2250	4082
16	60,8	66	150,8	116	240,8	166	330,8	360	680	2300	4172
17	62,6	67	152,6	117	242,6	167	332,6	370	698	2350	4262
18	64,4	68	154,4	118	244,4	168	334,4	380	716	2400	4352
19	66,2	69	156,2	119	246,2	169	336,2	390	734	2450	4442
20	68,0	70	158,0	120	248,0	170	338,0	400	752	2500	4532
21	69,8	71	159,8	121	249,8	171	339,8	410	770	2550	4622
22	71,6	72	161,6	122	251,6	172	341,6	420	788	2600	4712
23	73,4	73	163,4	123	253,4	173	343,4	430	806	2650	4802
24	75,2	74	165,2	124	255,2	174	345,2	440	824	2700	4892
25	77,0	75	167,0	125	257,0	175	347,0	450	842	2750	4982
26	78,8	76	168,8	126	258,8	176	348,8	460	860	2800	5072
27	80,6	77	170,6	127	260,6	177	350,6	470	878	2850	5162
28	82,4	78	172,4	128	262,4	178	352,4	480	896	2900	5252
29	84,2	79	174,2	129	264,2	179	354,2	490	914	2950	5342

Afară de scara cu 100 de diviziuni, s'a întrebuințat în trecut scara cu 80 de diviziuni după Réaumur (° R) cu punctul de îngheț al apei la 0° și cu punctul de vaporizare al apei la 80° R, unde 1° R = $^5/_4$° C. In Anglia și în U. S. A. se folosește și astăzi scara după Fahrenheit (° F) cu punctul de îngheț al apei la + 32° F și cu punctul de vaporizare al apei la 212° F. 1° F = $^5/_9$ ° C.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru conversiune se consideră (v. și tabela 2):
$1°C = {}^4/_5° R = {}^9/_5° F$; $1° R = {}^5/_4° C = {}^9/_4° F$; $1° F = {}^4/_9° R = {}^5/_9° C$.
Temp. Celsius = $^5/_9$ × (Temp. Fahrenheit — 32°) = $^5/_4$ × Temp. Réaumur.
Temp. Réaumur = $^4/_5$ × Temp. Celsius = $^4/_9$ × (Temp. Fahrenheit — 32°).
Temp. Fahrenheit = $^9/_5$ × Temp. Celsius + 32° = $^9/_4$ × Temp. Réaumur + 32°.
Pentru temperaturile absolute după Celsius T și după Fahrenheit T_F avem:

$$T = t + 273°, \qquad T_F = t_F + 459{,}4°,$$
$$T = {}^5/_9 \cdot t_F + 255{,}2°, \qquad T_F = {}^9/_5 \cdot t + 491{,}4°,$$
$$T = {}^5/_9 \cdot T_F, \qquad T_F = {}^9/_5 \cdot T.$$

B. Proprietățile termice ale corpurilor [1] [2]

Se notează cu:

l lungimea [m],
V volumul [m³],
t temperatura [° sau grd],
p presiunea [kg/cm²],
γ greutatea specifică [kg/dm³],
v volumul specific [dm³/kg],
β coeficientul de dilatație liniară [1/grd],
α coeficientul de dilatație cubică [1/grd],
s căldura de topire [kcal/kg],
r căldura de vaporizare [kcal/kg],
căldura specifică [kcal/kg grd].

Coeficientul de dilatație liniară $\beta = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt}$ la corpuri solide e variația relativă a lungimii pentru fiecare grad de creștere de temperatură.

Coeficientul de dilatație cubică $\alpha = \frac{1}{V} \frac{dV}{dt}$ al unui corp solid, lichid sau gazos, e variația relativă a volumului pentru fiecare grad de creștere de temperatură. La corpuri solide omogene $\alpha = 3\beta$. La gaze coeficientul de dilatație cubică are, la presiune constantă și raportat la volumul V_0 la 0°, aceeași valoare $\alpha = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{273{,}16}$ pentru toate gazele și temperaturile (abateri la vapori).

Căldura de topire s e cantitatea de căldură în kcal necesară pentru topirea 1 kg dintr'un corp solid, la temperatură și presiune constantă. În timpul solidificării se degajă aceeași cantitate de căldură.

Căldura de vaporizare r e cantitatea de căldură în kcal necesară pentru vaporizarea 1 kg de corp lichid la temperatură și presiune constantă. La condensare se degajă aceeași cantitate de căldură. Căldura de topire și de solidificare se raportează de multe ori la 1 mol (p. 545) în loc de 1 kg.

Căldura specifică c e cantitatea de căldură necesară pentru ridicarea cu 1° a temperaturii unității de masă a unui corp. Ea se măsoară în sistemul tehnic de măsură în kcal/kg grd, în cel fizic în cal/g grd (Fizica tehnică, p. 221 ș. u.); în ambele sisteme, valoarea numerică e aceeași. In general căldura specifică crește cu temperatura. Spre a ridica temperatura cantității G, în kg, dela t_1 la t_2, e nevoie de cantitatea de căldură

$$Q = G\,c\,(t_2 - t_1), \text{ în cazul } c \text{ constant, sau}$$

$$Q = G \int_{t_1}^{t_2} c\,dt, \text{ când } c \text{ variază cu temperatura.}$$

$$c_m = [c]_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} c\,dt,$$ se numește căldura specifică medie între t_1 și t_2; spre deosebire de aceasta, c se numește căldura specifică reală.

Mărimile critice, temperatura t_k, presiunea p_k greutatea specifică γ_k resp. volumul specific v_k caracterizează starea la curba de saturație, unde densitatea vaporilor e egală cu a lichidului și deci dispare limita dintre lichid și vapori. Deasupra temperaturii critice toate mărimile de stare variază continuu, fără ca să intervină schimbări finite ale volumului la temperatură și presiune constantă, cum este cazul în domeniul vaporizării și condensației.

---

[1] Conducția și radiația căldurii p. 588.
[2] Datele s'au luat în majoritate din lucrarea „Wärmetechnische Richtwerte" (editată de Henning din însărcinarea PTR, Berlin 1938, ed. VDI).

Tabela 3. Dilatația liniară a corpurilor solide

între 0 și t° în mm, raportată la 1 m lungime la 0°

Materialul	0°...−190°	0°...100°	0°...200°	0°...300°	0°...400°	0°...500°	0°...600°	0°...700°	0°...800°	0°...900°	0°...1000°
Alamă [0,62 Cu; 0,38 Zn]	−3,11	1,84	3,85	6,03	8,39						
Aliaj-fier-nichel [0,64 Fe; 0,36 Ni [1])]		0,15	0,75	1,60	3,10	4,70	6,50	8,5	10,5	12,55	
Aliaj-fier-nichel [0,77 Fe; 0,23 Ni]				2,80	4,00	5,25	6,50	7,80	9,25	10,50	11,85
Aliaj-Pt-Ir [0,80 Pt; 0,20 Ir]	−1,43	0,83	1,70	2.59	3,51	4,45	5,43	6,43	7,47	8,53	9,62
Aliaj-Pt-Ir [0,90 Pt; 0,10 Ir [2])]	−1,47	0,90	1,82	2,77	3,75	4,75	5,78	6,83	7,91	9,01	10,15
Aluminiu	−3,43	2,38	4,90	7,65	10.60	13,70	17,00				
Argint	−3,22	1,95	4,00	6,08	8,23	10,43	12,70	15,15	17,65		
Aur	−2,48	1,42	2,92	4,44	6,01	7,62	9,35	11,15	13,00	14,90	
Bronz [0,85 Cu; 0,09 Mn; 0,06 Sn]	−2,84	1,75	3,58	5,50	7,51	9,61					
Constantan [0,60 Cu; 0,40 Ni]	−2,26	1,52	3,12	4,81	6,57	8,41					
Coridon concr. [3])			1,30	2,00	2,75	3,60	4,45	5,30	6,25	7,15	8.15
Cupru	−2,65	1,65	3,38	5,15	7,07	9,04	11,09				
Duralumin [0,95 Al; 0,04 Cu + Mg, Mn, Si, Fe]		2,35	4,90	7,80	10,70	13,65					
Fontă	−1,59	1,04	2,21	3,49	4,90	6,44	8,09	9,87	11,76		
Magneziu	−4,01	2,60	5,41	8,36	11,53	14,88					
Manganin [0,86 Cu; 0,12 Mn; 0,02 Ni]		1,75	3,65	5,60	7,55	9,70	11,90	14,5	16,80		
Molibden	−0,79	0,52	1,07	1,64	2,24						
Nichel	−1,89	1,30	2,75	4,30	5,95	7,60	9,27	11,05	12,89	14,80	16,80
Oțel sudabil	−1,68	1,22	2,53	3,93	5,43	7,02	8,71	10,49			
Oțel de fuziune, dur	−1,64	1,17	2,45	3,85	5,31	6,91	8,60	10,40			
„ „ „ moale	−1,67	1,20	2,51	3,92	5,44	7,06	8,79	10,63			
Oxid de magneziu concreționat [3])			2,45	3,60	4,90	6.30	7,75	9,30	10,80	12,35	13,90
Paladiu	−1,93	1,19	2,42	3,70	5,02	6,38	7,79	9,24	10,74	12,27	13,86
Platină	−1,51	0,90	1,83	2,78	3,76	4,77	5,80	6,86	7,94	9,05	10,19
Plumb	−5,08	2,90	5,93	9,33							
Porțelan de Berlin	−0,32	0,30	0,66	1,03	1,41	1,82	2,24	2,63	3,10	3,69	4,3 1
Staniu	−4,24	2,67									
Sticlă de Iena 16 III	−1,13	0,81	1,67	2,60	3,59	4,63					
„ „ „ 59 III	−0,82	0,59	1,20	1,83	2,47	3,12					
„ „ „ 1565 III		0,345	0,72	1,12	1,56	2,02					
„ „ „ 2954 III	−0,85	0,63	1,28	1,97	2,69	3,43					
Sticlă de cuarț	+0,03	0,05	0,12	0,19	0,25	0,31	0,36	0,40	0,45	0,50	0,54
Zinc	−1,85	1,65									
Wolfram	−0,73	0,45	0,90	1,40	1,90	2,25	2,70	3,15	3,60	4,05	4,60

[1]) Oțel Invar. — [2]) Aliaj pentru prototipul metrului și kilogramului. — [3]) Încălzit până la temperatura eutecticului (n. tr.).

Tabela 3. Continuare

Continuare pentru unele materiale la temperaturi mai înalte	0°...1100°	0°...1200°	0°...1300°	0°...1400°	0°...1500°
Aliaj-Pt-Ir [0,80 Pt]	10,73	11,88	13,05	14,26	15,49
Aliaj-Pt-Ir [0,90 Pt]	11,35	12,50	13,71	14,95	16,20
Corindon concreționat	9,15	10.15	11,15	12.15	13,15
Oxid de magneziu concreționat	15,50	17,15	18,85	20,07	22,60
Wolfram	5,10	5,65	6,22	6,82	7,45

Tabela 4. Retrecisarea unor metale în %

Retrecisarea e diferența dintre dimensiunile formei de turnare reci și ale piesei turnate în ea după solidificare și răcire, exprimată în % din dimensiunile piesei turnate; ea depinde de contracția de solidificare și de dilatația termică a metalului.

Aluminiu	1,7 ... 1,8
Aliaje de aluminiu	
Bronzuri de aluminiu	1,63
Aliaj american	1,20 ... 1,40
Aliaj german	1,36 ... 1,50
KS-Seewasser	1,0 ... 1,5
Silumin	1,15
Silumin turnat centrifugal	0,5
Alamă	1,5 ... 1,8
Bismut (cu 0,12% plumb)	0,29 ... 0,40
Bronz roșu	1,5
Bronz cu bază de plumb	1,09 ... 1,51
Bronz cu 10% staniu	0,77
Bronz cu 20% staniu	1,54
Compoziție cu bază de plumb	0,55
Cupru	1,42
Electron	1,2 ... 1,6
Fontă cenușie	1 ... 1,10
Fontă dură	1,50
Oțel de fuziune	1,60
Oțel turnat în formă	0,80 ... 2,00
Plumb	1,09
Sterometal	1,50
Staniu turnat în nisip	0,225
Staniu turnat în cochile	0,695
Stibiu	0,29 ... 0,66
Zinc	1,60

Tabela 5. Dilatația cubică a unor lichide

între 0° și t° la 760 mm Hg în % din volumul la 0°

t =	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Acetonă	1,35	2,75	4,30	5,85	7,50					
Benzen	1,2	2,4	3,7	5,0	6,35	7,75	9,20	10,70		
Glicerină	0,5	1,0	1,5	2,05	2,60					
Mercur	0,1819	0,3640	0,5462	0,7285	0,9111	1,0937	1,2766	1,4596	1,6427	1,8260
Toluen	—	2,15	3,22	4,40	5,56	6,80	8,05	9,37	10,7	12,05

t =	150°	200°	250°	300°	350°	400°	450°	500°
Mercur	2,748	3,681	4,628	5,590				
„ la 20 at		3,681	4,628	5,591	6,576	7,585	8,624	9,696

Tabela 6. Proprietățile termice ale unor corpuri solide

Punctul de topire (pt top.), căldura de topire (căld. top.), punctul de fierbere (pt frb.), căldura de vaporizare (căld. vap.), toate la presiunea 760 mm Hg; căldura spec. medie c_m între 0 și 100°, * la 20°

Materialul	pt top. °	Căld. top. kcal/kg	pt frb. °	Căld. vapor. kcal/kg	c_m kcal/kg°	Materialul	pt top. °	Căld. top. kcal/kg	pt frb. °	Căld. vapor. kcal/kg	c_m kcal/kg°
Elementele											
Aluminiu	658	85	2270	2800	0,217	Fontă albă	1130	33			
Argint	960,5	25	1950	520	0,056	Fontă cenușie	1200	23			
Arsen	830		625	400	0,080	Fosfor, alb	44,1	5.2	280	400	
Aur	1063	16	2700	420	0,031	Galiu	29,78	19,1	2300		0,090*
Bariu	704		1700	320		Iod	113,5		185	80	0,054
Beriliu	1278	341	3000	5930	0,442	Iridiu	2454		>4800	930	0,032
Bismut	271,0	13	1500	200	0,030	Litiu	180	33	1400	5100	0,85
Bor	2500				0,26	Magneziu	650	50	1110	1350	0,247
Cadmiu	320.9	13	767	240	0,056	Mangan	1250	60	2100	1000	0,119
Calciu	851	78,5	1400	1000	0.157	Molibden	2600		3560	1700	0,061
Carbon	3540		4000	12000	0,190	Nichel	1455	70	3000	1480	0,108
Ceriu	815		1400			Osmiu	2500				0,031
Cesiu	28	3,8	670	120		Oțel de fuziune,					
Cobalt	1490	67	3200	1550	0,096	moale (0,1% C)	1520				
Crom	1800	70	2400	1470	0 108	Otel de fuziune,					
Cupru	1083	50	2330	1110	0,093	dur (0.85% C)	1460				
Fier pur	1530	65	2500	1520	0,111	Paladiu	1555	36		950	0,059

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 6
Proprietăţile termice ale unor corpuri solide (continuare)

Materialul	pt top. °	Căld. top. kcal/kg	pt frb. °	Căld. vapor. kcal/kg	c_m kcal/kg °	Materialul	pt top. °	Căld. top. kcal/kg	pt frb. °	Căld. vapor. kcal/kg	c_m kcal/kg °
a) Elementele											
Platină	1773	27	3800	600	0,032	Stibiu	630,5	40	1640	300	0,050
Plumb	327,3	5,7	1730	220	0,031	Sulf (mono-					
Potasiu	63	13	760	490	0,177*	clinic)	119,0	11			
Reniu	3150				0,033	Sulf (rombic)	112,8	9,4	444,60	70	0,172*
Rodiu	1966				0,060	Tantal	3000				0,033
Rubidiu	38,5	6,1	713	200		Titan	1800				
Seleniu	220	16,4	688	260		Vanadiu	1720				
Siliciu	1410		2350	3360	0,177	Wolfram	3380	60	5000	1150	0,032
Sodiu	97,7	27	880	1000	0,288*	Zinc	419,4	26,8	907	430	0,093
Staniu	231,9	14,0	2300	620	0,055	Zirconiu	1900				
b) Compuşi anorganici											
Azotat de K	337				0,234	Oxid de Ba	1923		1880	590	
Azotat de Na	310	45			0 275	Oxid de Ca	2572		2850		0,187
Bromură de Ag	430	12	1330	230	0,068*	Oxid de Cr	2275				
Carbură de Ca	2300					Oxid de Fe	1370				
Carbură de Ta	3800					Oxid de Fe					
Clorură de Ag	455	22	1554	300	0,086*	(hematită)	1560				0,159*
Clorură de Ba	955	27,8	1560	290	0,088*	Oxid de Fe					
Clorură de Ca	772		>1600		0,15 *	(magnetită)	1550				0,153*
Clorură de K.	770		1413	600	0,165	Oxid de Mg	2800				0,234
Clorură de Na	802	124	1440	680	0,207	Oxid de Pb					
Cuarţ	1470				0,187	(litargă)	880	10	1480	230	0,052
Cuart cris-						Oxid de K				390	
tobalită	1710		2590		0,178*	Oxid de Zn	2000				
Hidrat de K	360		1320	550		Sulfat de Ba	1580				
Hidrat de Na	328	40	1390	790		Sulfat de K	1067				0,18
Oxid de Al	2050		2980	1130	0,19	Sulfat de Na	884	62			0.22 *
b) Compuşi organici											
Acid benzoic	122,4	33	250	168	0,283*	Fenol	41	29	182	122	0,39 *
Acid picric	122	20,4			0,25 *	Naftalină	80,1	36	217,9	75	0,31 *
Acid ftalic	194	75			0,23 *	Parafină	54	35	300		0,5 *
Acid stearic	70	48	380	56	0,40 *	Resorcină	109	45	277		
Antracen	216	40	340		0,275*	Trinitroto-					
Camfor	179	10	209		0,41 *	luen	81	21			0,3 *
Difenil	68,5	29	255	74	0,300*	Zahăr de					
Difenil amină	54	24	302	..	0,32 *	trestie	160	13,4			0,30 *

* Căldura specifică la 20°.

Tabela 7. Punctele de topire în grade ale diferitelor materiale şi aliaje [1])

Metal Wood (50,0 Bi; 12,5 Cd; 25,0 Pb; 12,5 Sn)	60
Metal Rose (50,0 Bi; 25,0 Pb; 25,0 Sn)	94
Brazură moale cu bismut (53 Bi; 32 Pb; 15 Sn)	96
Brazură-bismut-cadmiu 50 Bi; 10 Cd; 27 Pb; 13 Sn)	70
Brazură moale Sn-Pb DIN 1707 (25...90 Sn; 75...10 Pb)	181...271 [2])
Brazură tare DIN 1711	820...915
Brazură de alamă specială	810...890
Brazură de argint DIN 1710	720...855
Brazură de argentan	870...1000
Brazură de cupru	1160...1230
Brazură moale de aluminiu	250...500
Brazură tare de aluminiu	> 540
Porţelan de Berlin	1550
Emailuri colorate fuzibile	960
Şellac	150
Cauciuc	125
Ceară de albine	60...65
Ozocherită	7...195
Smoală	50...140
Stearină	50
Spermanţet	44
Seu	40...50

[1]) Cp. p. 533, precum şi tabelele capitolului de „Metale" secţiunea 6. Technologia materialelor şi Stofhütte, ed. a 2-a 1937, p. 134 ş. u., 390, 406, 770, 886; 937 ş. u.

[2]) Toate brazurile cu cositor încep să se înmoaie la 180°. Temperatura de fuziune completă e cuprinsă după compoziţia aliajului între 190° şi 275°.

Tabela 8. Căldura specifică a diverselor materiale în kcal/kg la 20°

Ardezie	0,18	Gelatină	0,51	Materii sintetice	0,3...06	Sticlă flint	0,115
Asbest	0,19	Ghiaţă	0,50	Mică	0,20	Sticlă de Iena 16 III	0,186
Asfalt	0,22	Gips	0,26	Piatră ponce	0,24	Sticlă de Iena 59 III	0,189
Bachelită	0,38	Grafit	0,20	Porţelan	0,19	Sticlă Crown	0,159
Bazalt	0,19	Granit	0,18	,, la 100°	0,21	Sticlă de oglinzi	0,183
Beton	0,21	Gresie	0,17	,, la 500°	0,26	Sticlă Pyrex	0,185
Bumbac	0,31	Gresie calcaroasă	0,20	,, la 1000°	0,31	Sticlă de tuburi de Turingia	0,184
Cărămidă	0,20	Huilă	0,30	Plută	0,4...0,5	Sticlă de tuburi de Turingia la 100°	0,214
Ceară	0,7	Kieselgur	0,20	Răşină de molift	0,44	Şamotă	0,20
Ceară roşie	0,25	Lemn		Sgură (cuptor înalt)	0,20	Şamotă la 500°	0,27
Cenuşă	0,19	Molift	0,65	Sgură p. la 500°	0,25		
Ciment (Portl.)	0,18	Stejar	0,57	,, p. la 1000°	0,28		
Cocs	0,20	Lut	0,21	Sticlă cuarţ	0,174		
Colofoniu	0,29	Mangal	0,18				
Dolomită	0,21	Marmoră	0,19				
Ebonită	0,34						

Tabela 9. Căldura specifică a unor aliaje la 20°

a) Aliaje de fier		b) Aliaje de cupru		c) Alte aliaje	
Oţel (1,3 C; 0,1 Si; 0,1 Mn)	0,114	Alamă (40 Zn)	0,091	Brazură moale (64 Pb; 36 Sn)	0,040
Oţel-mangan (19 Mn; 1 C)	0,120	Argentan (15 Ni; 22 Zn)	0,094	Duralumin (93,2 Al; 3,9 Cu; 1,3 Mn; 0,7 Mg; 0,5 Si)	0,218
Oţel-nichel (31 Ni; 1 Mn; 1 C)	0,121	Bronz de aluminiu (12 Al)	0,100	Aur-Cupru (aur 585)	0,052
Oţel-V2A (20 Cr; 7 Ni)	0,114	Bronz de clopote (20 Sn)	0,084	Metal Monel (68 Ni; 29 Cu; 2 Fe; 1 Mn)	0,101
Fier de transformator (4 Si; 1 Mn)	0,109	Bronz fosforos (12 Sn; 1 P)	0,086		
Fontă (4 C; 1 P; 1 Si; 1 Mn)	0,129	Bronz roşu (9 Zn; 6 Sn; 1 P)	0,090		
		Constantan (60 Cu; 40 Ni)	0,098		
		Manganin (12 Mn; 4 Ni)	0,097		

Tabela 10. Temperaturi de topire ale sărurilor pentru băi de săruri în grade

Fluorură de calciu	1370	Fluorură de litiu	842	Clorură de argint	450
Fluorură de bariu	1300	Sare de bucătărie	802	Clorură cuproasă	430
Fluorură de magneziu	1260	Clorură de potasiu	770	Azotat de potasiu	337
Fluorură de sodiu	995	Clorură de calciu	772	Clorură de zinc	315
Clorură de bariu	955	Carbonat de litiu	733	Azotat de sodiu	310
Fluorură de stronţiu	900	Clorură de magneziu	718	Clorură de fier	302
Carbonat de potasiu	891	Clorură de cupru	630	Clorură de aluminiu	190
Carbonat de sodiu	850	Clorură de litiu	606		
Fluorură de potasiu	846	Clorură de plumb	500		

Tabela 11 v. p. 536.

Tabela 12. Greutatea şi volumul specific al apei la saturaţie după We. Koch, Tabelele de abur -VDI, 1937

°C	Greut. specifică kg/dm³	Volumul specific dm³/kg	°C	Greut. specifică kg/dm³	Volumul specific dm³/kg	°C	Greut. specifică kg/dm³	Volumul specific dm³/kg	°C	Greut. specifică kg/dm³	Volumul specific dm³/kg
0	0,9998	1,0002	30	0,9956	1,0044	75	0,9748	1,0258	200	0.8647	1,1565
2	0.9999	1,0001	32	0,9949	1,0051	80	0,9718	1,0290	210	0,8528	1,1726
4	1,0000	1.0000	34	0,9942	1,0058	85	0,9687	1,0323	220	0,8403	1,1900
6	0,9999	1,0001	36	0,9935	1,0065	90	0,9653	1,0359	230	0,8273	1,2088
8	0,9998	1,0002	38	0,9929	1,0072	95	0,9619	1,0396	240	0,8136	1,2291
10	0,9996	1,0004	40	0,9922	1,0079	100	0,9583	1,0435	250	0,7992	1,2512
12	0,9994	1,0006	42	0,9914	1,0087	110	0,9510	1,0515	260	0,7840	1,2755
14	0,9992	1,0008	44	0,9906	1,0095	120	0,9431	1,0603	270	0,7679	1,3023
16	0,9988	1,0012	46	0,9898	1,0103	130	0,9348	1,0697	280	0,7507	1,3321
18	0,9985	1,0015	48	0,9889	1,0112	140	0,9261	1,0798	290	0,7323	1,3655
20	0,9982	1,0018	50	0,9880	1,0121	150	0,9169	1,0906	300	0,7125	1.4036
22	0,9977	1,0023	55	0,9857	1.0145	160	0,9074	1,1021	320	0,667	1,499
24	0,9972	1,0028	60	0,9832	1,0171	170	0,8973	1,1144	340	0,609	1,641
26	0,9967	1,0033	65	0,9805	1,0199	180	0,8869	1,1275	360	0,524	1,907
28	0,9961	1,0039	70	0,9777	1,0228	190	0,8760	1,1415	370	0,448	2,23

Tabela 11. Proprietățile termice ale lichidelor

(Coeficientul de dilatație cubică α și căldura spec. c la 20°, punctul de topire, căldura de topire, punctul de fierbere, căldura de vaporizare, toate la 760 mm Hg, mărimi critice)

	$10^5\,\alpha$	Punctul de topire	Căldura de topire	Punctul de fierbere	Căld. de vaporizare	Mărimi critice			c
						t_k	p_k	$\gamma_k = \frac{1}{v_k}$	
	1/grd	°	kcal/kg	°	kcal/kg	°	kg/cm²	kg/dm³	kcal/kg °
a) Elemente									
Brom	113	− 7,3	16,2	58,8	43	310	105,3	1,18	0,11
Mercur	18,1	− 38,83	2,8	356,95	72	1460	1076	5	0,033
b) Compuși anorganici									
Apă	18	0,00	79,4	100,00	539,1	374,2	225,6	0,329	0,999
Acid azotic	124	− 41	9,5	86	115				0,41
Acid sulfuric	57	+ 10,5	26,0						0,331
Sulfură de carbon	119	−112	17,7	46,3	89	277	77,5	0,441	0,243
Tetraclorură de carbon	122	− 22,8	3,75	76,7	46	283	46,5	0,558	0,202
c) Compuși organici									
Acetaldehidă		−125,5	17,6	17,4	137	188			
Acetat de etil	138	− 83,6	28,4	77,1	88	250	39,3	0,308	0,48
Acetonă	143	− 94,3	23	56,1	125	236	62,0	0,252	0,516
Acid acetic	107	+ 16,7	46,4	118	97	321,6	59,0	0,351	0,485
Acid formic	102	+ 8,4	66	100,7	118				0,52
Acid oleic		+ 9		370	57				0,49
Alcool etilic	110	−114,5	25	78,3	201	243	65,1	0,28	0,59
Alcool metilic	119	− 98	24	64,51	263	240	102,3	0,358	0,59
Anilină	85	− 6,2	27,1	184	107	425,7	54,1		0,493
Benzen	106	+ 5,5	30,4	80,1	94,5	288,6	49,6	0,305	0,415
Bromură de etil	142	−119	12 8	38,4	60	233	63,5	0,507	0,21
,, de metil		− 93		4,0	62	194			
Cloroform	128	− 63,5	19	61,20	59	260	56,7	0,496	0,23
Clorură de etil		−138,7		12,2	92,5	185	54,8	0,33	
Clorură de metilen		− 96,5		40	79	245	104,8		0,29
Cis-dicloretilen		− 50		48,4	73	243			
Trans- ,,		− 80		60	74				
Diclortetrafluoretan				3,5	30,5				
Dietilamină		− 39		56	91	223	39,2	0,243	
Dimetilamină		− 93,0		7,0	140	164	55,8		
Eter etilic	162	−116,3	24	34,48	86	194	37,5	0,265	0,556
Etilamină		− 81		16,5	145	183,4	57,8	0,248	
Glicerină	50	+ 18,0	47,9	290					0,58
n-heptan	124	− 90,6	33,8	98,4	76	266,8	27,8	0,234	0,530
n-hexan	135	− 95,3	35	68,73	79	234,8	30,8	0,234	0,45
Nitrobenzen	83	+ 5,7	23,5	211	95				0,36
Nitroglicerină		+ 13,2	23						
n-octan	114	− 57	43	125,7	71	296,2	25,5	0,233	0,52
i-pentan	154	−160,0	24,4	28,0	81	188	34,1	0,234	
n-pentan	160	−129,7	27,7	36,1	85	197	34,1	0,232	0,52
Tetralină		− 35		207					0,40
Toluen	108	− 95	17,2	110,7	85	320,6	43,0		0,40
Tricloretilen	119	− 86,4		86,8	57				0,227
Uleiu de terebentină	97	− 10		160	70	376			0,43
m-xilen	99	− 47,9	25,8	139,2	82	346			}
o-xilen	97	− 25,3	29,3	144	83	359			}0,41
p-xilen	102	+ 13,3	38,1	138,4	81	345			}

d) Căldura specifică c a diferitelor substanțe

Uleiu de mașini 0,40; untdelemn de măsline 0,39; uleiu de parafină 0,51; petrol 0,50; uleiu de ricină 0,46; gudron 0,5; lapte 0,94.

Tabela 13. Volumul specific al apei in dm³/kg
[După Bridgman, Z anorg. Chem. 77 (1912), p. 384 (extras)]

Presiunea kg/cm²	Temperatura (°) 0	10	20	30	40	50	60	70	30
1	1,0001	1,0002	1,0017	1,0042	1,0077	1,0119	1,0169	1,0225	1,0288
1 000	0,9579	0,9603	0,9631	0,9664	0,9701	0,9744	0,9792	0,9843	0,9897
2 000	0,9261	0,9294	0,9328	0,9365	0,9404	0,9446	0,9490	0,9538	0,9586
4 000	0,8808	0,8844	0,8881	0,8919	0,8957	0,8997	0,9038	0,9081	0,9124
6 000	0,8481	0,8510	0,8546	0,8585	0,8624	0,8663	0,8703	0,8743	0,8782
8 000			0,8276	0,8320	0,8361	0,8400	0,8439	0,8478	0,8514
10 000				0,8108	0,8150	0,8189	0,8227	0,8265	0,8301
12 000					0,7967	0,8006	0,8044	0,8081	0,8116

Tabela 14. Temperatura de fierbere *t* a apei la înălţimi barometrice diferite *b*, în mm col. Hg: (După Moser)

b	*t*	*b*	*t*	*b*	*t*	*b*	*t*
680	96,91	715	98,30	745	99,44	775	100,55
685	97,11	720	98,49	750	99,63	780	100,73
690	97,31	725	98,68	755	99,82	785	100,91
695	97,51	730	98,87	760	100,00	790	101,09
700	97,71	735	99,07	765	100,18	795	101,26
705	97,91	740	99,25	770	100,37	800	101,44
710	98,10						

Tabela 15. Căldura specifică a apei în kcal/kg grd

a) la presiunea de 1 kg/cm²

°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,0045	1,0041	1,0036	1,0033	1,0029	1,0025	1,0022	1,0018	1,0015	1,0012
10	1,0009	1,0006	1,0003	1,0001	0,9998	0 9996	0,9993	0,9991	0,9989	0,9987
20	0,9986	0,9984	0,9982	0,9981	0,9980	0,9979	0,9978	0,9977	0,9976	0,9975
30	0,9975	0,9975	0,9974	0,9974	0,9974	0,9974	0,9975	0,9975	0,9976	0,9976
40	0,9977	0,9978	0,9079	0,9980	0,9981	0,9983	0,9984	0,9986	0,9988	0,9990
50	0,9992	—	—	—	—	—	—	—	—	

b) la presiuni mai ridicate

°C	Presiunea în kg/cm² 50	100	200	300	°C	Presiunea în kg/cm² 50	100	200	300
0	1,004	1,002	0,998	0,994	200	1,071	1,064	1,050	1,037
20	0,996	0,994	0,989	0,984	220	1,097	1,088	1,072	1,056
40	0,994	0,992	0,986	0,981	240	1,132	1,121	1,100	1,081
60	0 995	0,992	0,986	0,980	260	1,181	1,166	1,139	1,114
80	0,999	0,995	0,989	0,982	280	—	1,231	1,194	1,161
100	1,004	1,000	0,993	0,986	300	—	1,352	1,266	1,223
120	1,011	1,007	0,999	0,991	310	—	—	1,318	1,257
140	1,019	1,015	1,006	0,997	320	—	—	1,391	1,298
160	1,033	1,028	1,018	1,008	330	—	—	1,501	1,352
180	1,050	1,044	1,032	1,021	340	—	—	1,675	1,425
					350	—	—	1,963	1,536

Tabela 17. Proprietăţile

Greutatea metrului-cub normă (la 0° şi 760 mm col Hg); greutatea spec. a topire, căldura de topire la 760 mm col Hg; mărimi critice;

Gazul	Greutatea moleculară	Greutatea metrului-cub-normă kg/m³N	Punctul de fierbere °	La punctul normal de fierbere: Greut. spec. a lichidului kg/dm³	Căld. de vaporizare kcal/kg	Punctul de topire °
Acetilenă	26,04	1,1709	— 83,6	0,613	198	— 81
Acid bromhidric	80,924	3,644	— 67		52	— 87
„ clorhidric	36,465	1,6391	— 85		106	— 112
„ iodhidric	127,93	5,789	— 36		37	— 51
Aer [1])	28,96	1,2928	— 194,0	0,875	47	
Amoniac	17,031	0,7714	— 33,4	0,680	327	— 77,7
Argon	39,944	1,7839	— 185,9	1,404	37,6	— 189,3
Azot	28,016	1,2505	— 195,81	0,810	47,6	— 210,02
Bioxid de carbon	44,01	1,9768	— 78,48		137	— 56
„ „ sulf	64,06	2,9263	— 10,0	1,460	96	— 75,3
i-butan	58 12	2,668	— 10,2	0.595	94,4	— 145
n-butan	58,12	2,703	+ 0,5	0,600	96,4	— 135
Cian	52,04	2,32	— 21			— 34,4
Clor	70,914	3,22	— 35,0	1,558	62	— 103
Clorură de metil	50,49	2,307	— 24,0	0,997	100	— 91,5
„ de nitrosil	65,465	2,9919	— 5,5			— 61,5
Cripton	83,7	3,74	— 153,2		28	— 157,2
Difluordiclormetan	120,92	5,083	— 30 0	1,486	40	— 155
Etan	30,07	1,356	— 88,6	0,546	129	— 183,6
Eter metilic	46,07	2,1097	— 24	0.72	112	— 138,5
Etilenă	28,05	1,2605	— 103 5	0,568	125	— 169,4
Fluor	38.000	1,695	— 188		38	— 220
Fluorură de metil	34,03	1,545	— 78			
Heliu	4,002	0,1785	— 268,9	0,125	5	
Hidrogen	2,0156	0,08987	— 252,78	0,0708	110	— 259,20
„ arseniat	77,93	3,48	— 55			— 113,5
„ fosforat	34,04	1,530	— 87,5			— 133,5
„ sulfurat	34,08	1 5392	— 60,4	0,92	131	— 85,6
Metan	16.04	0,7168	— 161.7	0,415	131	— 182,5
Metilamină	31,06	1 39	— 6,5		206	92.5
Neon	20,183	0 8999	— 246,1	1.207	25	— 248,60
Oxid de carbon	28,01	1,2500	— 191.5	0,801	51,6	— 205
Oxigen	32.0000	1,42895	— 182,97	1,131	51	— 218 83
Oxid de azot	30.008	1.3402	— 152		110	— 163,5
Oxisulfură de carbon	60,07	2.72	— 48	1,2		— 138,2
Ozon	48 0000	2 22	— 112			— 252
Propan	44.09	2,019	— 42.6	0,585	107	— 189,9
Propilen	42,08	1,915	— 47.0	0,609	109	— 185,2
Protoxid de azot	44 016	1,9780	— 88,7		90	— 90.8
Xenon	131 3	5,89	— 108.0		23	— 111,9

[1]) Compoziţia aerului atmosferic uscat (Ne, Ar, He, Kr, X = gaze nobile), cp. „Stoffhütte", ediţia a 2-a, p. 866/67.

	N_2	O_2	Ar	CO_2	H_2	Ne	He	Kr	X
% de vol.	78,03	20,99	0,933	0,030	0,01	0,0018	0,0005	0,0001	$0{,}0_59$
% de greut.	75,47	23,20	1,28	0,046	0,001	0,0012	0,00007	0,0003	$0{,}0_44$

termice ale gazelor

lichidului și căldura de vaporizare la punctul de fierbere normal; punctul de căldura spec. la 0°; solubilitatea în apă la 760 mm col Hg.

Formula chimică	Căldura de topire	Mărimi critice de stare			Căldura spec. c_p la 0°	c_p / c_v	1 dm³ H_2O disolvă cm³ gaz în stare-normă (0°, 760 mm col Hg)	
		t_k	p_k	$\gamma_k = 1/v_k$				
	kcal/kg	°	kg/cm²	kg/dm³	kcal/kg °	la 0°	la 0°	la 20°
C_2H_2		35,7	64,7	0,231	0,392	1,23	1 730	1 030
HBr	7,4	90	87	0,807	0,082	1,36	610 000	550 000
HCl	13,4	51,4	86	0,61	0,194	1,42	510 000	440 000
HJ	5,5	150,8			0,055	1,40	440 000	400 000
aer		−140,7	38,4	0,31	0,239	1,40	28,9	18,7
NH_3	81	132,4	115,2	0,235	0,492	1,32	1 180 000	700 000
Ar	7,0	−122,4	49,6	0.531	0,125	1,67	56	33,6
N_2	6,15	−147,1	34,6	0,311	0,249	1,40	23,2	16,0
CO_2	44	31,0	75	0,46	0,197	1,31	1 710	880
SO_2	27,9	157,3	80,4	0,524	0,151	1,40	79 800	39 400
C_4H_{10}		133,7	37,7			1,11		
C_4H_{10}	18,0	153,2	37,2					
C_2N_2		128.3	62			1,26		
Cl_2	45	144	78,5	0,573	0,120	1,34	4 600	2 300
CH_3Cl		143,1	68,1	0,37	0,176	1,20		
NOCl		165	95.5					
Kr	4,7	−63,8	56,0	0,909		1,68	110	62
CF_2Cl_2		111,5	40,9	0,555		1,14		
C_2H_6	22,2	35	50,6	0,21	0,398	1,22	99	47
C_2H_6O		127	55			1,11		
C_2H_4	25,0	9,5	52,4	0,216	0,350	1,24	226	122
F_2	9	−101						
CH_3F		44,9	64,1					
He		−267.9	2,33	0,069	1,250	1,66	9.6	8,8
H_2	14	−239,9	13.2	0,0310	3,400	1.41	21,5	18,2
H_3As								
PH_3	7,85	52	66,7					
H_2S	16,6	100,4	92		0,264	1,30	4 700	2 600
CH_4	14	−82,5	47,2	0.162	0,520	1,30	55 6	33,1
CH_5N		157	76					1 050
Ne	4,0	−228,7	27,8	0,484	0,246	1,67	12,3	10,4
CO	7,2	−140,2	35,6	0,301	0,251	1,40	35.4	23,2
O_2	3,3	−118,8	51,4	0,430	0,218	1,40	49,2	31,5
NO	18,4	−94	66	0,52	0,241	1,40	73,8	47.1
COS		105	67,3				1 350	570
O_3		−5	95,4	0,54		1,29	490	450
C_3H_8		96.8	43,3	0,226		1.14		
C_3H_6	16,7	92.0	46.8				500	210
N_2O	35,5	36,5	74,0	0,46	0,205	1,31	1 250	630
X	4.2	16,6	60,1	1.15		1,66	242	123

Tabela 16. Punctul de congelare al soluțiilor apoase în grade

% greut.	5	10	20	30	40	50	60
Alcool	−1,95	−4,20	−10,7	−20,0	−30,8		
Glicerină	−0,45	−1,0	−2,5	−6,2	−17,2	−32,0	−35

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 18. Disolvarea amoniacului în

kg soluție poate conține maximum următoarele cantități de

p [kg/cm²]	− 30°	− 20°	− 10°	0°	10°	20°	30°	40°	50°
0,2	0,431	0,364	0,306	0,253	0,202	0,155	0,110	0,068	0,031
0,5	0,567	0,475	0,406	0,347	0,294	0,244	0,197	0,152	0,110
1,0	0,856	0,615	0,512	0,438	0,378	0,325	0,275	0,228	0,183
1,5		0,813	0,599	0,503	0,433	0,384	0,332	0,286	0,241
2,0			0,701	0,566	0,483	0,418	0,363	0,314	0,269
2,5			0,868	0,627	0,526	0,454	0,396	0,345	0,299
3,0				0,702	0,568	0,487	0,424	0,371	0,324
4,0				0,930	0,656	0,547	0,473	0,414	0,364
5,0					0,790	0,611	0,520	0,453	0,398
6,0					0,971	0,681	0,564	0,490	0,430
7,0						0,792	0,614	0,525	0,460
8,0						0,935	0,670	0,560	0,487
9,0							0,728	0,593	0,512
10,0							0,824	0,630	0,540
12,0								0,727	0,593
14,0								0,876	0,656
16,0									0,733
18,0									0,845
20,0									0,971

Tabela 19. Călduri specifice ale soluțiilor de săruri (soli refrigerenți)

Sarea	Greut. spec. la 15° g/cm³	Greut. % a sării in soluție	Sarea în 100 părți greut. de apă.	Temp. de congelare grd	Căldura specifică în kcal/kg grd la °.						
					− 40	− 30	− 20	− 10	0	+ 10	+ 20
Clorură de sodiu	1,00	0,1	0,1	0,0					1,001	0,999	0,997
	1,05	7,0	7,5	− 4,6					0,914	0,917	0,920
	1,10	13,6	15,7	− 10,4				0,855	0,857	0,860	0,863
	1,15	20,0	25,0	− 17,8				0,811	0,814	0,816	0,818
	1,17	22,4	29,0	− 21,2			0,793	0,796	0,798	0,800	0,803
	1,20	26,1	35 3	− 2,7					0,778	0,779	0,781
	1,203	26,3	35,7	0,0					0,776	0,778	0,780
Clorură de magneziu	1,00	0,2	0,2	0,0					1,003	0,999	0,998
	1,05	6,1	6,5	− 4,0					0,912	0,914	0,917
	1,10	11,6	13,1	− 10,3				0,826	0,830	0,835	0,840
	1,15	17,0	20,5	− 22,9			0,751	0,757	0,763	0,769	0,775
	1,184	20,6	25,9	− 33,6		0,707	0,713	0,719	0,725	0,731	0,738
	1,20	22,2	28,5	− 29,8			0,696	0,702	0,708	0,714	0,721
	1,25	27,2	37,4	− 19,0				0,654	0,660	0,666	0,672
	1,30	32,1	47,2	− 17,3				0,608	0,614	0,620	0,626
	1,326	34,6	52,9	0,0					0,590	0,597	0,604
Clorură de calciu	1,00	0,1	0,1	0,0					1,003	0,999	0,998
	1,05	5,9	6,3	− 3,0					0,915	0,917	0,918
	1,10	11,5	13,0	− 7,1					0,836	0,840	0,844
	1,15	16,8	20,2	− 12,7				0,764	0,770	0,776	0,781
	1,2C	21,9	28,0	− 21,2			0,705	0,711	0,717	0,723	0,729
	1,25	26,6	36,2	− 34,6		0,660	0,666	0,672	0,678	0,684	0,690
	1,286	29,9	42,7	− 55,0	0,630	0,636	0,642	0,648	0,654	0,660	0,666
	1.30	31,2	45,4	− 41,6	0,621	0,627	0,627	0,639	0,645	0,651	0,657
	1,35	35,6	55,3	− 10,2				0,609	0,616	0,622	0,629
	1,37	37,3	59,5	0,0					0,604	0,611	0,618
Reinhartină	1,00	p. vol. de soluție salină pt. 1 p. vol. apă	0,002	0,0					1,003	1,001	0,999
	1,05		0 203	− 3,9					0,922	0,924	0,926
	1,10		0,497	− 10,1					0,845	0,849	0,854
	1,15		1,058	− 20,1				0,773	0,779	0,784	0,790
	1,20		2.125	− 34,8		0,702	0,708	0,715	0,721	0,727	0,733
	1,243		6,69	− 51,4	0,656	0,662	0,668	0,674	0,679	0,685	0,692
	1,25		9,00	− 37,9		0,651	0,657	0,663	0,669	0,675	0,682
	1,28		∞	− 16,4				0,636	0,642	0,648	0,654

apă după încercările lui Wilson [1])

amoniac în kg la temperaturile și presiunile p în kg/cm² indicate

60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°
0,071	0,033								
0,140	0,099	0,062	0,029						
0,198	0,165	0,116	0,078	0,033					
0,225	0,182	0,141	0,102	0,067	0,030				
0,255	0,213	0,170	0,130	0,091	0,056	0,021			
0,280	0,237	0,195	0,154	0,115	0,077	0,041	0,009		
0,318	0,275	0,234	0,194	0,154	0,115	0,078	0,041	0,010	
0,350	0,306	0,265	0,226	0,186	0,147	0,109	0,071	0,037	0,005
0,379	0,334	0,292	0,252	0,214	0,175	0,137	0,100	0,063	0,028
0,405	0,358	0,315	0,275	0,236	0,198	0,161	0,124	0,089	0,053
0,429	0,380	0,336	0,296	0,257	0,220	0,182	0,145	0,108	0,072
0,451	0,400	0,354	0,312	0,273	0,235	0,198	0,162	0,125	0,090
0,473	0,419	0,372	0,330	0,290	0,252	0,216	0,180	0,144	0,107
0,515	0,455	0,404	0,360	0,319	0,281	0,245	0,209	0,173	0,137
0,556	0,488	0,433	0,386	0,343	0,304	0,268	0,232	0,197	0,162
0,602	0,522	0,462	0,412	0,368	0,328	0,291	0,255	0,221	0,186
0,648	0,555	0,489	0,435	0,390	0,349	0,311	0,275	0,240	0,206
0,706	0,589	0,514	0,457	0,408	0,366	0,327	0,291	0,257	0,223

[1]) University of Illinois, Bulletin Nr. 146; v. diagramele și tabelele lui Merkel și Bosnjakovic pentru calculul mașinilor frigorifice cu absorpție, Berlin 1929, Springer.

II. Principiile generale ale termodinamicei

Se notează cu:

Q cantitatea de căldură [kcal],
P presiunea absolută [kg/m²],
p presiunea abs. [kg/cm²] sau [at],
G greutatea unei cantități de substanță [kg], (la $g_n = 9{,}806\,65$ m/s² v. p. 313),
γ greutatea specifică [kg/m³],
t temperatura [°],
$T = t + 273{,}16°$ sau $\approx t + 273°$ temperatură absolută,
$A = 1/426{,}8$ [kcal/kgm] sau
$I = 426{,}8$ [kgm/kcal] echivalentul mecanic al căldurii (de obiceiu ≈ 427),
L lucrul mecanic [kgm],
AL lucrul în unități calorice [kcal],
V volumul [m³],
v volumul specific [m³/kg],
V' volumul unui kilomol [m³/kmol],
U, u, U' energia interioară [kcal], [kcal/kg] și [kcal/kmol],
S, s, S' entropia [kcal/grd], [kcal/kg grd] și [kcal/kmol grd],
J, i, J' entalpia (conținutul de căldură) [kcal], [kcal/kg], [kcal/kmol],
c_p, c_v căldura spec. la presiune resp. volum constant [kcal/kg grd],
C'_p, C'_v căldurile-mol la presiune resp. volum constant [kcal/kmol grd],
$\varkappa = c_p/c_v = C'_p/C'_v$ (v. tabela 1 p. 514).

Mărimile de stare s'au notat deci cu majuscule când se referă la cantități oarecari, cu minuscule pentru 1 kg și cu majuscule cu semnul de prim în cazul unui kmol.

Se va folosi sistemul tehnic de măsură cu unitățile:

lungimea în m sau cm
timpul în s sau h
forța sau greutatea în kg.

a) Unități termo-mecanice

1. Presiunea.

In sistemul tehnic de măsură, presiunea se măsoară în kg/m² sau kg/cm².

Presiunea de 1 kg/cm² o numim atmosferă tehnică, prescurtat 1 at. Presiunea de 1 kg/m² corespunde greutății unei coloane de apă la + 4° și de 1 mm înălțime (mai exact 1,000 028 mm, pentrucă 1 kg de apă are volumul de 1,000 028 dm³).

In sistemul fizic de măsură unitatea de presiune este 1 dyn/cm^2. Se iau 10^6 dyn/cm^2 = 1 bar = 1 b. A mia parte dintr'un bar se numește milibar, prescurtat mb (v. p. 222). Afară de aceasta, se mai folosește atmosfera normală sau fizică drept măsură empirică, prescurtat 1 Atm; într'un loc cu accelerația normală a gravitației de 9,806 65 m/s^2 ea e egală cu presiunea unei coloane de mercur de 760 mm înălțime la 0° și la densitatea de 13,5951 kg/dm^3 a mercurului.

In țările anglo-saxone unitatea de presiune este poundul (greutate comercială = 0,4536 kg) pe 1 inch pătrat, prescurtat lb/in^2 (conversiunea în anexă).

In locul kg/m^2 se poate scrie și kgm/m^3, adică dimensiunile unei energii pe o unitate de volum. Prin urmare, măsurând energia în kcal, se poate folosi 1 $kcal/m^3$ drept unitate de presiune. In calculele termodinamice presiunea rezultă de multe ori în această unitate.

2. Cantitate de căldură, energie, putere.

In Germania, unitatea legală[1]) a cantității de căldură e kilocaloria, prescurtat kcal. Ea e cantitatea de căldură care ridică temperatura unui kg de apă dela 14,5 la 15.5° la presiunea atmosferică normală (caloria la 15°). 1 kcal = 1000 cal (gramcalorii).

La conversiunea ei în unitatea de măsură electrică, în kilowattore internaționale (kWh), rezultă 1 kWh = 860,41 kcal (rotunjit la 860 kcal)

Deoarece în străinătate se folosește, afară de caloria la 15°, și caloria la 0°, precum și așa numita calorie medie (între 0 și 100°), pentru tabelele internaționale de abur s'a introdus caloria tabelei internaționale (kcal TI) care derivă din kilowattora internațională prin folosirea relației exacte de

1 kWh = 860 kcal TI

Wattul internațional diferă puțin de Wattul absolut (= 10^7 erg).

1 Watt internațional = 1,0003 Wați absoluți

(Urmează ca în anul 1940 unitățile electrice internaționale să fie înlocuite cu cele absolute. Atunci Wattul internațional va fi kWh = 860,01 kcal v. p. 223).

La conversiunea energiei calorice în cea mecanică se ia 1 kcal = 426,8 kgm (rotunjit 427 kgm). In ceea ce privește unitatea engleză British Thermal Unit (BTU) v. anexa.

Unei cantități de căldură îi corespunde pe unitatea de timp o putere efectuată: putere calorică sau curent de căldură. Curentul de căldură pe unitatea de suprafață se numește densitate a curentului de căldură (solicitarea suprafeței încălzitoare).

b) Principiile fundamentale ale termodinamicei

1. **Primul principiu** se enunță: Căldura e o formă de energie, care poate fi produsă din energia mecanică sau se poate transforma într'o astfel de energie. Deci, după principiul conservării energiei, căldura nu se poate produce și nici dispărea fără ca să dispară sau să se producă o cantitate echivalentă dintr'o altă energie. La astfel de transformări 1 kcal = 427 kgm. Dacă notăm cu Q_{12} căldura introdusă într'un corp la variația stării lui dela 1 la 2, iar cu AL_{12} lucrul efectuat de el la această variație, energia totală E a corpului variază cu

$$A(E_2 - E_1) = Q_{12} - AL_{12}.$$

Mai jos ne vom limita la lichide, gaze și vapori, la cari lucrul mecanic exterior L servește numai la învingerea presiunii exterioare de pe suprafața lor, presiune egală cu cea interioară, la variații destul de lente ale unui șir de stări de echilibru. In aceste condițiuni

$$dL = P\,dV \text{ și } L_{12} = \int_1^2 P\,dV.$$

Energia totală a corpurilor constă din energia interioară U, care depinde numai de starea interioară, energia cinetică exterioară, care se manifestă ca mișcare mecanică și energia potențială exterioară, de ex. în câmpul de gravitație.

După teoria cinetică a gazelor energia interioară se concepe drept suma energiilor moleculelor, cari pot fi descompuse într'o parte cinetică, adică în energie cinetică a moleculelor și într'o parte potențială, care depinde de poziția relativă a moleculelor în câmpul forțelor de atracțiune și de respingere dintre ele.

---

[1]) Legea privitoare la scara temperaturilor și unitatea de căldură, din 7 August 1924, Reichsgesetzbl. P. I, Nr. 52, 1924.

[2] ZVDI 79 (1935), p. 1359 ș. u.

Când energia cinetică exterioară și energia potențială exterioară sunt constante sau neglijabile avem:

$$d\,Q = d\,U + A\,P\,d\,V \text{ şi } Q_{12} = U_2 - U_1 + A\int_1^2 P\,d\,V.$$

Creșterea energiei interioare e deci diferența dintre căldura introdusă în corp și dintre lucrul mecanic cedat de el în exterior.

Ar fi preferabil ca energia interioară, ca și temperatura, să fie contată începând cu punctul zero absolut. Cum însă la temperaturi prea joase proprietățile celor mai multe corpuri nu sunt încă destul de exact cunoscute și cum în aplicațiuni avem a face numai cu diferențe de energie, se contează de cele mai multe ori dela punctul de îngheț al apei.

2. **Principiul al doilea** se enunță astfel: Anumite procese termice se petrec într'un anumit sens fără intervenția noastră, dar nu se inversează niciodată dela sine. Acest principiu îl mai putem exprima și prin unul din următoarele enunțuri egal îndreptățite:

a) Căldura nu poate trece niciodată dela sine dela un corp cu temperatura mai joasă la unul cu temperatura mai înaltă (principiul lui Clausius).

b) Nu se poate realiza o mașină, care să ia căldură dela o sursă de căldură și să o transforme în lucru mecanic, fără ca să se producă și alte transformări.

c) Un fenomen în care se produce căldură prin frecare din lucru mecanic, nu se mai poate reversa complet în niciun fel.

Din enunțul b) rezultă că nu ne e de folos căldura mediului ambiant, de ex. a apei mărilor, deoarece din cantitatea de căldură Q, care ne stă la dispoziție la o anumită temperatură T, am putea câștiga un lucru mecanic AL numai dacă mediului ambiant i-am putea reda la temperatură mai joasă T_0 o parte Q_0 din căldura totală întrebuințată.

Independent de natura substanței active, care se găsește la sfârșitul procesului în starea ei inițială (ciclul Carnot), e valabilă în general ecuația:

$$Q/T = Q_0/T_0 \text{ şi } A\,L = Q - Q_0.$$

Această transformare e reversibilă. Lucrul mecanic AL se poate transforma în căldura $Q - Q_0$, așa cum din ea se poate recâștiga lucrul mecanic AL.

In toate transformările reversibile ale unui sistem de corpuri izolat, adică într'un sistem care nu schimbă cu mediul ambiant substanță sau energie, suma de mai jos, extinsă asupra tuturor cantităților de căldură (căldura introdusă contată pozitiv, cea luată negativ), schimbate între diferite corpuri, rămâne egală cu zero:

$$\Sigma \frac{d\,Q}{T} = \Sigma\, d\,S.$$

Mai sus S e o mărime de stare, numită entropie, definită prin ecuația

$$d\,S = d\,Q/T$$

în cazul transformărilor reversibile. Deci entropia S, ca și P, V, T și U, depinde numai de starea corpului și se poate calcula din ea cu ajutorul ecuației

$$T\,d\,S = d\,U + A\,P\,d\,V.$$

Această ecuație e o reunire a enunțurilor principiilor întâiu și al doilea. S, ca și U, e determinat de obiceiu ca diferență față de o stare inițială aleasă arbitrar.

Procesele reversibile sunt deci cele în cari suma entropiilor tuturor corpurilor cari intervin rămâne neschimbată. In toate procesele ireversibile suma entropiilor crește. Entropia unui sistem izolat nu poate scădea niciodată.

Cele mai importante fenomene ireversibile sunt: conducția căldurii la diferențe de temperatură, frecarea, detenta gazelor fără efectuare de lucru mecanic (laminarea).

3. **Principiul al treilea** (N e r n s t, P l a n c k) enunţă că: In punctul zero absolut entropia fiecărui corp cristalizat şi omogen e egală cu zero. Acest principiu permite calcularea valorilor absolute ale entropiei, când proprietăţile termice sunt cunoscute până la punctul zero absolut. Domeniul lui de aplicaţie se găseşte mai ales în termodinamica reacţiunilor chimice.

c) Lucru mecanic util

Spre a câştiga dintr'un sistem de corpuri dat maximul de lucru mecanic, trebue să-l trecem reversibil, adică la entropie constantă, din starea lui iniţială 1 într'o stare finală 2, în care are aceeaşi presiune P_0 şi aceeaşi temperatură T_0 ca mediul ambiant, care e pentru noi un rezervor de căldură infinit mare, de stare dată. Dacă se face abstracţie de energia mecanică exterioară (energia cinetică şi a gravitaţiei), lucrul mecanic util sau lucrul maximum e

$$A\,L_m = U_1 - U_2 - T_0\,(S_1 - S_2) + A\,P_0\,(V_1 - V_2).$$

Această ecuaţie e valabilă şi pentru procesele chimice, dacă acestea sunt conduse reversibil. Arderea termică e un fenomen în esenţă ireversibil. Pierderea de lucru mecanic care se produce prin partea ireversibilă a unui proces e $T_0\,\Delta\,S$, unde $\Delta\,S$ e creşterea entropiei procesului parţial.

d) Formule deduse din cele două principii

Dacă mărimile de stare se raportă la unitatea de greutate, ecuaţia principală devine

$$dQ = T\,ds = du + A\,P\,dv,$$

Afară de energia interioară e importantă pentru multe aplicări tehnice mărimea de stare

$$i = u + A\,P\,v.$$

numită e n t a l p i e (în trecut: conţinut de căldură). Produsul Pv se numeşte lucru mecanic de d i s l o c a r e. Cu ajutorul entalpiei, ecuaţia principală se prezintă sub forma

$$dQ = T\,ds = di - A\,v\,dP.$$

Din cele două forme ale ecuaţiei principale urmează:

$$c_v = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_v = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v; \quad c_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_P = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P; \quad c_p - c_v = A\,T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v = T; \quad \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = -AP \quad \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v = c_v; \quad \left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_P = T; \quad \left(\frac{\partial i}{\partial P}\right)_s = A\,v; \quad \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_P = c_p.$$

Prin derivare parţială a ecuaţiei principale în raport cu una din mărimile de stare se pot forma numeroase alte ecuaţii între derivatele mărimilor de stare.

In termodinamica reacţiunilor chimice se foloseşte, afară de mărimile de stare amintite, e n e r g i a l i b e r ă $f = u - Ts$ (produsul Ts se mai numeşte şi e n e r g i a l e g a t ă), entalpia liberă $g = i - Ts$, cum şi ex-presiunea $\varphi = s - i/T$.

In general, toate funcţiunile de mărimile de stare simple P, v şi T pot fi introduse iarăşi ca mărimi de stare. Căldura introdusă într'o transformare sau lucrul mecanic efectuat în cursul ei nu sunt însă mărimi de stare; variaţia lor nu depinde de starea iniţială şi finală, ci de întregul mers al procesului.

Intre cele trei mărimi simple de stare ale unui corp există o relaţie experimentală $f(P, v, T) = 0$, numită e c u a ţ i a d e s t a r e t e r m i c ă. Reprezentările lui u, i sau s în funcţiune de două alte mărimi de stare se numesc e c u a ţ i i d e s t a r e c a l o r i c ă.

e) Reprezentări grafice

Deoarece din două mărimi de stare ale unui corp, considerate ca variabile independente, e determinată o a treia printr'o ecuație de stare, le putem reprezenta pe acestea grafic, ca familii de curbe într'un plan sau ca suprafață în spațiu deasupra acestui plan. O transformare de stare oarecare poate fi reprezentată în ea ca o curbă. Se folosesc mai ales următoarele reprezentări (prima mărime e ordonata, iar a doua abscisa unui sistem de coordonate rectangulare):

Diagrama PV, **diagrama lucrului mecanic.** Suprafața de sub curba unei transformări (între ordonatele stării inițiale și finale) reprezintă lucrul mecanic efectuat (diagrama indicată la mașini cu abur cu piston). Se trec în ea adesea ca familii de curbe izotermele $T =$ const. și izentropele $S =$ const. (adiabate).

Diagrama TS, **diagrama entropică.** Suprafața de sub curba unei transformări reversibile reprezintă căldura introdusă în cursul ei, izotermele și izentropele apar aci ca drepte paralele cu axele, izobarele $P =$ const și izocorele $V =$ const sunt familii de curbe. Diagrama entropică reprezintă deosebit de intuitiv fenomenele dintr'o mașină termică.

Diagrama IS, diagrama Mollier. Față de diagrama lucrului mecanic și cea entropică, prezintă avantajul că lucrurile mecanice și entropiile se pot citi ca lungimi verticale, fără a reclama planimetrări. Cuprinde familii de curbe pentru $P =$ const, $V =$ const, $T =$ const.

Diagrama PI sau **diagrama** lg PI. Se folosește adesea la mașini frigorifice, cuprinzând familii de curbe pentru $V =$ const, $T =$ const și $S =$ const.

Diagrama TI aduce bune servicii în problemele de ardere.

Adesea diagramele se desenează pentru 1 kg sau 1 kmol și reprezintă atunci, împreună cu familiile de curbe trecute în ele, reprezentări complete ale proprietăților termodinamice ale unei substanțe.

III. Gaze perfecte

a) Mărimi de stare și transformări

Notațiile ca în p. 541; în rest se notează cu:

R constanta gazelor [kgm/kg grd] sau [m/grd],	ε gradul de compresiune
R' constanta generală a gazelor [kgm/kmol grd] sau [kcal/kmol grd],	φ gradul de injecție,
M greutatea moleculară [fără dimensiune],	ψ gradul de urcare a presiunii.

1. Ecuația de stare. Gaze perfecte sau ideale se numesc cele cari satisfac ecuația de stare a gazului perfect (legile lui Boyle-Mariotte și Gay-Lussac):

$$Pv = RT \text{ (pentru 1 kg gaz) sau } PV = GRT \text{ (pentru } G \text{ kg gaz).}$$

După principiul al doilea, energia interioară și entalpia gazelor perfecte depind, la transformări oarecari, numai de temperatură și nu de volum (legea lui Joule). Aci R are o valoare constantă pentru fiecare gaz și se numește constanta gazului; dimensiunea ei e kgm/kg grd sau m/grd. Deoarece gazele perfecte conțin, independent de natura lor, la aceeași temperatură și la aceeași presiune, în volume egale totdeauna acelaşi număr de molecule (legea lui Avogadro), e adesea convenabil să se calculeze în loc de 1 kg cu M kg; $M =$ greutatea moleculară.

(Greutatea moleculară nu e greutate reală, ci numai un raport, și deci un număr fără dimensiune).

Mol. Această unitate de cantitate se numește mol sau mai precis kilomol și e

$$1 \text{ kmol} = M \text{ kg;}$$

deci 1 kmol $H_2 = 2{,}016$ kg H_2; 1 kmol $O_2 = 32{,}000$ kg O_2; 1 kmol apă $= 18{,}016$ kg apă. Kilomolul conține $6{,}03 \cdot 10^{26}$ molecule (numărul lui Loschmidt).

Dacă ecuația de stare se raportează la 1 kmol în loc de 1 kg, se obține în membrul stâng volumul independent de natura gazului, raportat la 1 kmol și avem

$$PV' = R'T, \text{ unde } R' = \frac{M \text{ kg}}{1 \text{ kmol}} R$$

e constanta generală sau universală a gazelor, independentă de natura gazului; valoarea ei e

$$R' = 847{,}9\ \text{kgm/kmol grd} = 1{,}9867\ \text{kcal/kmol grd}$$

(de obiceiu rotunjită la 848 şi 1,987).

In sistemul de măsură fizic şi în unitatea de măsură electrică internaţională (wattsecunda) avem $R' = 0{,}831\,49 \cdot 10^8$ erg/kmol grd $= 8{,}3124$ Ws/kmol grd.

2. **Stare-normă şi metru-cub-normă** Numim stare normă (stare standard) starea unui gaz uscat la 0° şi 760 mm col. Hg. In această stare 1 kmol al unui gaz perfect ocupă volumul normă (volumul standard) de 22,416 m³. 1 m³ gaz în această stare se numeşte metru cub normă (metru cub standard), abreviat m³N. In consecinţă

$$1\ \text{m}^3\text{N} = 1/22{,}416\ \text{kmol}.$$

Metrul cub normă nu e deci un volum, ci o anumită cantitate de gaz. Greutatea metrului cub normă dintr'un gaz perfect e $M/22{,}416$ [kg/m³N] şi conţine $2{,}69 \cdot 10^{25}$ molecule.

La gazele reale un metru cub normă nu e exact egal cu $\frac{1}{22{,}416}$ kmol, deoarece volumul lor normă diferă puţin de 22,416 m³ (v. cap. următor). Tabela 1 cuprinde

Tabela 1. Greutatea şi căldura specifică a gazelor

Valorile calculate ale greutăţii specifice s'au determinat din greutatea moleculară şi din volumul normă al gazului perfect (22,416 m³/kmol); diferenţele faţă de valorile măsurate se datoresc comportării gazelor reale.

Gazul (Simbolul)	Numărul atomic	Greutatea moleculară M		Const. gazelor R	Greut. spec. la 0° şi 760 mm Hg kg/m³		Greutatea relativă raportată la aer	Căld. specifică la 0° şi presiune mică				$\varkappa = \frac{c_p}{c_v}$
								pt. 1 kg		pt. 1 kmol		
		apr.	exact	kgm/grd kg	calculată	măsurată	măsurată	c_p	c_v	C_p	C_v	
Heliu (He)		4	4,002	211,9	0,1786	0,178 5	0,138 1	1,250	0,755	5,00	3,01	1,66
Argon (Ar)	1	40	39,944	21,23	1,7821	1,783 9	1,379 9	0,125	0,076	5,00	3,01	1,65
Hidrogen (H_2)	2	2	2,0156	420,75	0,0894	0,089 87	0,069 52	3,400	2,415	6,86	4,87	1,41
Azot (N_2)	2	28	28,016	30,26	1,2499	1,250 5	0,967 3	0,2482	0,1774	6,96	4,97	1,40
Oxigen (O_2)	2	32	32,000	26,49	1,4276	1,428 95	1,105 3	0,219	0,1568	6,99	5,00	1,40
Aer (CO_2-liber)		29	28,964	29,27	1,2922	1,292 8	1,000 0	0,240	0,171	6,94	4,95	1,40
Azotul din aer		28	28,15	30,12	1,2558	1,256 7	0,972 1	—	—	—	—	—
Oxid de C (CO)	2	28	28,00	30,28	1,2495	1,250 0	0,966 9	0,2486	0,1775	6.96	4,97	1,40
Oxid de azot (NO)	2	30	30,008	28,25	1,3388	1,340 2	1,036 7	0,2384	0,1722	7,16	5,17	1,39
Acid clorhidric (H Cl)	2	36,5	36,465	23,25	1,6265	1,639 1	1,267 9	0,194	0,139	6,96	4,97	1,40
Bioxid de carbon (CO_2)	3	44	44.00	19,25	1,9634	1,976 8	1,529 1	0,1957	0,1505	8.61	6 62	1,30
Prot. de azot (N_2O)	3	44	44,016	19,26	1,9637	1,978 0	1,530 0	0,2131	0,1680	9,36	7,37	1,27
Bioxid de sulf (SO_2)	3	64	64,06	13,24	2,8581	2,926 3	2,263 5	0,1453	0,1143	9,31	7,32	1,27
Amoniac (NH_3)	4	17	17,031	49,76	0,7597	0,771 4	0,596 7	0,491	0,374	8,36	6,37	1,31
Acetilenă (C_2H_2)	4	26	26,016	32,59	1,1607	1,170 9	0,905 7	0,3613	0,2904	10,13	8.14	1,26
Metan (CH_4)	5	16	16,031	52,89	0,7152	0,716 8	0,554 5	0,516	0,391	8,28	6.28	1,32
Clorură de metil (CH_3Cl)	5	50,5	50,48	16,79	2,2522	2,307	1,784	0,176	0,137	8,87	6,88	1,29
Etilen (C_2H_4)	6	28	28,031	30,25	1,2506	1,260 5	0,975 0	0,385	0,308	10,02	8.03	1,25
Etan (C_2H_6)	8	30	30,047	28,22	1,3406	1,356 0	1,049	0,413	0,345	12,41	10,34	1,20
Clorură de etil (C_2H_5Cl)	8	64,5	64,50	13,14	2,8776	2,880 4	2,228	0,32	0,276	20,3	17,8	1,16

greutățile specifice ale gazelor reale la 0° și la 760 mm col. Hg (greutățile metrului cub normă) și cele calculate din $\frac{M}{22,416} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3\text{N}}$, deci valori pentru gazele perfecte. In tehnică, în cele mai multe cazuri, această diferență e de neglijat, cum facem mai jos.

3. Abaterile gazelor reale. Ecuația de stare a gazelor perfecte e o lege limită, de care gazele reale se apropie cu atât mai mult, cu cât volumul lor e mai mare și presiunea mai mică. Chiar și la 0° și 760 mm col. Hg există mici diferențe, tratate și mai sus. La presiuni mari aceste diferențe cresc mult. Tabelele 2, 3 și 4 cuprind, pentru diferite presiuni și temperaturi, pentru hidrogen, aer și gazul aerian, valorile mărimii fără dimensiune Pv/RT, care trebue să fie egală cu 1 pentru gazul perfect.

Tabela 2. Valorile Pv/RT pentru hidrogen [1])

p kg/cm²	Temperatura t –150°	–100°	–50°	0°	50°	100°	200°
0	1	1	1	1	1	1	1
10	1,0032	1,0064	1,0064	1,0061	1,0055	1,0049	1,0039
20	1,0073	1,0130	1,0130	1,0122	1,0111	1,0098	1,0078
30	1,0122	1,0199	1,0197	1,0183	1,0166	1,0148	1,0118
40	1,0180	1,0271	1,0265	1,0245	1,0222	1,0197	1,0157
50	1,0245	1,0345	1,0334	1,0307	1,0277	1,0246	1,0196
60	1,0319	1,0422	1,0404	1,0370	1,0332	1,0295	1,0235
70	1,0402	1,0501	1,0476	1,0433	1,0388	1,0345	1,0274
80	1,0492	1,0584	1,0548	1,0496	1,0443	1,0394	1,0313
90	1,0591	1,0668	1,0622	1,0560	1,0498	1,0443	1,0353
100	1,0699	1,0756	1,0697	1,0625	1,0554	1,0492	1,0392

[1]) După încercările lui von H o l b o r n și O t t o, la PTR, Z. f. Phys. 33 I (1925).

Intr'un tub de hidrogen presiunea la 0° și 100 kg/cm² e deci cu cca. 6% mai mare decât ar trebui să fie după legea gazelor perfecte. Calculând deci masa conținutului după $G = PV/RT$, din presiune, temperatură și volum, ar rezulta o valoare cu vreo 6% mai mare, decât în realitate; în cazul a 1000 kg/cm², eroarea ar fi chiar de 79%.

Tabela 3
Valorile Pv/RT pentru aer [1])

p kg/cm²	Temperatura t 0°	50°	100°	150°	200°
0	1	1	1	1	1
10	0,9945	0,9990	1,0012	1,0025	1,0031
20	0,9895	0,9984	1,0027	1,0051	1,0064
30	0,9851	0,9981	1,0045	1,0078	1,0097
40	0,9812	0,9982	1,0065	1,0108	1,0132
50	0,9779	0,9986	1,0087	1,0139	1,0168
60	0,9751	0,9993	1,0112	1,0172	1,0205
70	0,9730	1,0004	1,0139	1,0206	1,0243
80	0,9714	1,0018	1,0169	1,0242	1,0282
90	0,9704	1,0036	1,0201	1,0279	1,0322
100	0,9699	1,0057	1,0235	1,0319	1,0364

[1]) După încercările lui H o l b o r n și O t t o la PTR, Z. f. Phys. 33 I (1925).

Tabela 4.
Valorile Pv/RT pentru gazul orașului Berlin [1])

(49% H_2, 19% CH_4, 2% C_nH_{2n}, 13% CO, 3% CO_2, 14% N_2)

p kg/cm²	Temperatura t – 50°	0°	+ 50°
0	1,000	1,000	1,000
10	0,994	0,999	1,002
20	0,988	0,998	1,003
30	0,983	0,998	1,005
40	0,987	0,998	1,007
50	0,974	0,998	1,009
60	0,970	1,000	1,012
70	0,967	1,001	1,015
80	0,964	1,003	1,018
90	0,964	1,005	1,021
100	0,964	1,007	1,024
125	0,967	1,015	1,034
150	0,975	1,024	1,044
175	0,988	1,036	1,056
200	1,003	1,049	1,070

[1]) După O t t o, PTR, Phys. Z. 39 (1938), p. 137.

4. Căldura specifică. La gaze deosebim căldura specifică la volum constant c_v în kcal/kg grd, C'_v în kcal/kmol grd, de cea la presiune constantă c_p resp. C'_p. Căldura raportată la mol se mai numește căldură

Scanned with OKEN Scanner

mol. La gazele perfecte ambele călduri specifice depind numai de temperatură, nu și de presiune, și avem

$$c_v = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_v = \frac{du}{dT} \qquad c_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p = \frac{di}{dT} = c_v + AR,$$

deci $c_p - c_v = AR$ și $C'_p - C'_v = AR' = 1{,}987$ kcal/kmol grd,

unde $Mc_v = C'_v$ și $Mc_p = C'_p$.

Cele două călduri specifice diferă cu o cantitate constantă, care pentru căldurile mol e egală cu cca. 2 kcal/kmol grd la toate gazele. Pentru gaze cu același număr de atomi, și căldurile mol sunt aproape aceleași. Raportul căldurilor specifice îl notăm cu $c_p/c_v = C'_p/C'_v = \varkappa$. La gaze monoatomice avem cu aproximație

$$C'_v = 3; \quad C'_p = 5; \quad c_v = 3/M; \quad c_p = 5/M; \quad c_p/c_v = \varkappa = 5/3 = 1{,}67$$

la gaze biatomice avem cu aproximație

$$C_v = 5; \quad C_p = 7; \quad c_v = 5/M; \quad c_p = 7/M; \quad c_p/c_v = \varkappa = 7/5 = 1{,}40.$$

Căldurile specifice pe metrul cub normă sunt aproximativ egale cu a 1/22,4-a parte din căldura-mol. Căldurile specifice ale gazelor bi- sau poliatomice cresc cu temperatura

Tabela 5. Căldurile specifice reale C'_{po} ale gazelor industriale în kcal/kmol grd la diferite temperaturi t (°C) și la presiune constantă $p = 0$ kg/cm²

neglijând disociația (după J u s t i)

(Pentru conversiunea la 1 kg, se împart datele cu greutatea moleculară M indicată în ultimul șir)

t	H_2	N_2	O_2	CO	H_2O	CO_2	SO_2	Aer
0	6,86	6,96	6,99	6,96	7,98	8,61	9,31	6,94
100	6,96	6,98	7,13	7,00	8,10	9,69	10,17	6,99
200	6,99	7,05	7,37	7,09	8,32	10,47	10,94	7,10
300	7,01	7,16	7,61	7,23	8,56	11,23	11,53	7,24
400	7,03	7,31	7,84	7,40	8,84	11,79	12,03	7,40
500	7,06	7,47	8,02	7,57	9,12	12,25	12,38	7,57
600	7,12	7,63	8,18	7,75	9,41	12,63	12,65	7,72
700	7,20	7,78	8,31	7,90	9,72	12,94	12,86	7,87
800	7,28	7,91	8,41	8,03	10,02	13,20	13,02	7,99
900	7,38	8,03	8,50	8,15	10,30	13,41	13,15	8,10
1000	7,49	8,14	8,60	8,24	10,58	13,60	13,25	8,21
1100	7,59	8,24	8,66	8,33	10,84	13,74	13,34	8,29
1200	7,69	8,32	8,73	8,41	11,08	13,87	13,41	8,37
1300	7,80	8,38	8,79	8,47	11,31	13,98	13,46	8,43
1400	7,89	8,44	8,85	8,53	11,52	14,07	13,51	8,49
1500	7,98	8,49	8,90	8,57	11,71	14,15	13,56	8,54
1600	8,08	8,54	8,96	8,62	11,88	14,22	13,59	8,59
1700	8,16	8,59	9,01	8,66	12,04	14,28	13,62	8,64
1800	8,24	8,63	9,08	8,69	12,19	14,33	13,65	8,68
1900	8,32	8,66	9,14	8,72	12,33	14,38	13,67	8,72
2000	8,38	8,70	9,19	8,75	12,45	14,42	13,69	8,77
2100	8,45	8,73	9,24	8,78	12,57	14,46	13,70	8,80
2200	8,51	8,76	9,29	8,81	12,68	14,49	13,72	8,83
2300	8,57	8,78	9,34	8,83	12,78	14,52	13,73	8,86
2400	8,62	8,80	9,39	8,85	12,87	14,54	13,74	8,89
2500	8,68	8,83	9,43	8,87	12,95	14,57	13,76	8,92
2600	8,73	8,84	9,47	8,89	13,02	14,59	13,77	8,94
2700	8,78	8,86	9,51	8,90	13,08	14,61	13,77	8,96
2800	8,83	8,88	9,55	8,91	13,14	14,63	13,78	8,98
2900	8,88	8,89	9,59	8,92	13,18	14,64	13,79	9,00
3000	8,93	8,90	9,62	8,93	13,23	14,66	13,79	9,02
$M =$	2,02	28,02	32,00	28,00	18,02	44,00	64,06	28,964

Scanned with OKEN Scanner

(tabela 5). Afară de așa numita căldură specifică reală, se folosește adesea **căldura specifică medie** a unui interval de temperatură, de obiceiu între 0° și t:

$$|C'_v|_{0^\circ}^{t} = \frac{1}{t}\int_{0^\circ}^{t} C'_v\,dt \quad \text{și} \quad |C'_p|_{0^\circ}^{t} = \frac{1}{t}\int_{0^\circ}^{t} C'_p\,dt.$$

Valorile medii ale căldurilor specifice se obțin din tabela 7, prin împărțirea diferențelor de entalpie prin temperatura corespunzătoare t. Tabele speciale în p. 618.

In regiunile în cari ecuația de stare a gazelor perfecte nu mai e valabilă (presiuni mari, temperaturi joase), căldurile specifice depind și ele de presiune (tabela 6).

Tabela 6

Căldurile specifice reale ale aerului la 0° și presiuni diferite, după Roebuck [1])

$p=$	0	1	20	60	100	140	180	220	kg/cm²
$c_p=$	0,2400	0,2405	0,2492	0,2656	0,2838	0,2985	0,3093	0,3183	kcal/kg grd

5. Energia interioară, entalpia și entropia gazelor perfecte. Avem pentru energia interioară și entalpie:

$$u = \int c_v\,dt = [c_v]_{0^\circ}^{t}\,t + \text{const}; \quad i = \int c_p\,dt = [c_p]_{0^\circ}^{t}\,t + \text{const}.$$

La c_v și c_p invariabil, entropia devine

$$s = c_v\,[\ln P + \varkappa \ln v] + \text{const}.$$

$$s = c_v\,[\ln T + (\varkappa - 1)\ln v] + \text{const}.$$

$$s = c_p\,\ln T - AR\ln P + \text{const};$$

iar la c_v și c_p variabil:

$$s = \int c_v \frac{dT}{T} + AR\ln v + \text{const sau } s = \int c_p \frac{dT}{T} - AR\ln P + \text{const.}$$

Tabela 7. Diferența de entalpie $i_t - i_{0^\circ}$ a gazelor industriale în kcal/kmol la presiune constantă $p = 0$ kg/cm², neglijând disociația [1])

t	H_2	N_2	O_2	CO	H_2O	CO_2	SO_2	Aer
0	0	0	0	0	0	0	0	
100	692	697	705	697	803	917	974	696
200	1 390	1 400	1 429	1 400	1 624	1 930	2 030	1 401
300	2 094	2 113	2 177	2 118	2 466	3 018	3 156	2 116
400	2 792	2 837	2 952	2 847	3 336	4 160	4 336	2 848
500	3 496	3 576	3 746	3 596	4 235	5 375	5 555	3 592
600	4 207	4 326	4 555	4 363	5 160	6 618	6 810	4 361
700	4 925	5 094	5 380	5 142	6 118	7 897	8 085	5 132
800	5 645	5 880	6 218	5 939	7 112	9 196	9 376	5 932
900	6 376	6 680	7 065	6 748	8 136	10 530	10 690	6 738
1000	7 116	7 492	7 920	7 570	9 160	11 870	12 010	7 553
1100	7 876	8 312	8 780	8 401	10 250	13 250	13 340	8 380
1200	8 633	9 140	9 648	9 242	11 340	14 630	14 680	9 214
1300	9 407	9 976	10 520	10 090	12 454	16 020	16 030	10 050
1400	10 190	10 820	11 400	10 930	13 610	17 420	17 370	10 900
1500	10 980	11 660	12 290	11 780	14 760	18 840	18 720	
1750	12 990	13 800	14 540	13 930	17 760	22 390	22 650	
2000	15 060	15 960	16 820	16 110	20 820	23 990	25 540	
2250	17 190	18 150	19 130	18 310	23 985	29 600	28 960	
2500	19 340	20 350	21 475	20 530	27 175	33 240	33 200	
2750	21 540	22 560	23 850	22 750	30 440	36 880	35 830	
3000	23 770	24 780	26 250	24 960	33 690	40 550	39 300	

[1]) J u s t i, Spez. Wärme, Enthalpie, Entropie, Dissoziation technischer Gase, Berlin 1938. Springer.

Aceste ecuaţii îl determină pe u, i şi s numai cu diferenţă de o constantă arbitrară, adică punctul dela care se contează e nedeterminat. De obiceiu se calculează începând cu starea normă 0° şi 760 mm col. Hg. Intre diferenţele de entalpii şi energii interioare la temperatura t şi 0° există relaţiunea

$$i_t - i_{0^\circ} = u_t - u_{0^\circ} + A\,R\,t.$$

Valori numerice în tabela 7.

6. **Amestecuri de gaze.** Dacă mai multe gaze se găsesc în acelaşi spaţiu, fiecare din ele se repartisează asupra întregului volum, ca şi când celelalte ar lipsi, iar presiunea va fi egală cu suma presiunilor fiecărui gaz în parte (legea lui D a l t o n).

Dacă amestecul constă din g_1, g_2, g_3 ... părţi de greutate, din r_1, r_2, r_3 ... părţi de volum, sau din n_1, n_2, n_3 ... fracţiuni de mol, ceea ce după legea lui D a l t o n e acelaşi lucru, avem

$$\Sigma g_i = 1 \text{ şi } \Sigma r_i = \Sigma n = 1.$$

Pentru presiunile parţiale P_1, P_2, P_3 ... avem

$$P_1 : P_2 : P_3 : \ldots = r_1 : r_2 : r_3 : \ldots = n_1 : n_2 : n_3 : \ldots,$$

iar pentru amestec ecuaţia de stare e

$$Pv = (g_1 R_1 + g_2 R_2 + g_3 R_3 + \ldots)\, T = R_m T,$$

unde

$$R_m = \Sigma g_i R_i$$

e constanta de gaz a amestecului. Ea se obţine deci aplicând regula obişnuită a amestecurilor. Aceeaşi regulă e valabilă şi pentru căldurile specifice

$$c_v = \Sigma g_i c_{vi} \qquad c_p = \Sigma g_i c_{pi}$$
$$C'_v = \Sigma n_i C'_{vi} \qquad C'_p = \Sigma n_i C'_{pi}$$

şi totodată şi pentru energiile interioare şi entalpii.

Entropia amestecului de gaze rezultă din entropiile diferitelor gaze introducând pentru fiecare gaz volumul şi presiunea lui parţială.

La amestecul a două gaze 1 şi 2, cari aveau înainte volumele V_1 şi V_2, aceeaşi presiune P şi aceeaşi temperatură T, într'un amestec de volumul $V = V_1 + V_2$ şi presiunea rezultantă P, entropia creşte cu

$$\Delta S = \frac{A\,P\,V}{T}\left[\frac{V_1}{V}\ln\frac{V}{V_1} + \frac{V_2}{V}\ln\frac{V}{V_2}\right].$$

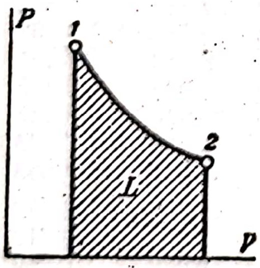


Fig. 1.

Aici se pierde lucrul mecanic

$$L = PV\left[\frac{V_1}{V}\ln\frac{V}{V_1} + \frac{V_2}{V}\ln\frac{V}{V_2}\right]$$

care în cazul efectuării reversibile a amestecului ar putea fi câştigat. Pentru separarea amestecului trebue consumat lucrul mecanic de amestecare — L.

7. **Transformări caracteristice.** Formulele cari urmează sunt valabile pentru cantităţi G de gaze perfecte cu căldura specifică constantă. Când căldurile specifice sunt variabile, se poate calcula în aproximaţie cu valoarea lor medie pentru intervalele de temperatură respective. Stările iniţiale şi finale sunt notate cu indicii 1 şi 2 (fig. 1).

a) **Volum constant** (i z o c o r ă)

$$P_1/P_2 = T_1/T_2 \qquad Q_{12} = U_2 - U_1 = G\,c_v\,(t_2 - t_1) = \frac{A}{\varkappa - 1}\,V(P_2 - P_1).$$

b) **Presiune constantă** (i z o b a r ă)

$$V_1/V_2 = T_1/T_2 \qquad L_{12} = P(V_2 - V_1) = G\,R\,(t_2 - t_1) \qquad Q_{12} = G\,c_p\,(t_2 - t_1) = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\,A\,L.$$

γ) **Temperatură constantă (izotermă)**

$$U = \text{const} \qquad PV = \text{const} \qquad J = \text{const}$$

$$P_1/P_2 = V_2/V_1 \qquad L_{12} = G\,R\,T \ln\frac{P_1}{P_2} = P_1 V_1 \ln\frac{P_1}{P_2} \qquad Q_{12} = A\,L_{12}.$$

δ) **Entropie constantă (adiabată, izentropă)** $Q = 0$

$$P V^{\varkappa} = \text{const} \qquad T V^{\varkappa - 1} = \text{const} \qquad \frac{T}{p^{(\varkappa-1)/\varkappa}} = \text{const}$$

$$P_1/P_2 = (V_2/V_1)^{\varkappa} \qquad T_1/T_2 = (V_2/V_1)^{\varkappa - 1} = (P_1/P_2)^{(\varkappa-1)/\varkappa}$$

$$A\,L_{12} = U_1 - U_2 = G\,c_v\,(t_1 - t_2) \qquad L_{12} = \frac{P_1 V_1}{\varkappa - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1 V_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right].$$

Tabela 8, p. 552, serveşte ca auxiliar în calcule. La gazele biatomice

$$\varkappa = 1{,}4 \qquad 1/\varkappa = 0{,}714 \qquad \varkappa - 1 = 0{,}4.$$

ε) **Politrope** $Q_{12} \neq 0.$

$PV^n = \text{const}$ (cuprinde drept caz special izocora $n = \infty$, izobara $n = 0$, izoterma $n = 1$, adiabata $n = \varkappa$). Sunt satisfăcute ecuaţiile adiabatei dacă se înlocueşte $\varkappa$ cu n. Politropa poate reprezenta transformări din maşini (destinderi şi compresiuni), cari sunt cuprinse de obiceiu între izoterme şi adiabate $(1 < n < \varkappa)$. De-a-lungul politropei căldura specifică c_n e constantă şi valoarea ei e

$$c_n = c_v\,(n - \varkappa)/(n - 1), \qquad \text{negativ pt. } 1 < n < \varkappa.$$

$$A\,L_{12} = G\,(c_n - c_v)\,(t_2 - t_1) \qquad Q_{12} = G\,c_n\,(t_2 - t_1)$$

$$L_{12} = \frac{G\,R}{n - 1}\,(t_1 - t_2) \qquad Q_{12} = \frac{\varkappa - n}{\varkappa - 1}\,A\,L_{12}$$

$$L_{12} = \frac{P_1 V_1}{n - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1 V_1}{n - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right] = \frac{P_1 V_1}{n - 1}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(n-1)/n}\right] = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{n - 1}.$$

C o n s t r u c ţ i a p o l i t r o p e i [1]) (fig. 2). Se trasează OA inclinat sub un unghiu oarecare α faţă de axa x; din ecuaţia $(1 + \text{tg}\,\beta) = (1 + \text{tg}\,\alpha)^n$ se stabileşte valoarea unghiului $y\,O\,B = \beta$; pe urmă se duc din punctele D şi C, cari corespund stării iniţiale date p_0, v_0, alternativ perpendiculare şi drepte sub 45° faţă de axele de coordonate, cum se vede în fig. 2; în aceste condiţiuni punctele 1, 2, 3 sunt puncte ale curbei. E comod să se adopte $\text{tg}\,\alpha = 0{,}25$, şi avem pentru

$n =$	1,1	1,2	1,3	1,4
$\text{tg}\,\beta =$	0,278	0,307	0,337	0,367.

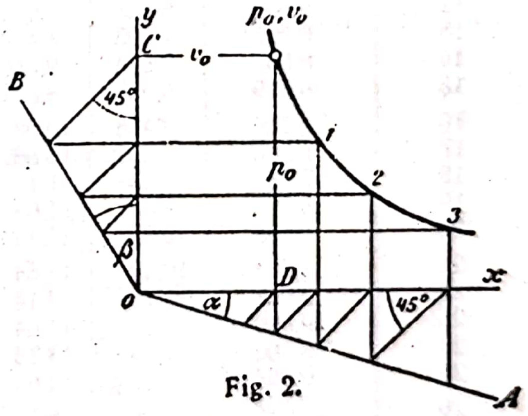


Fig. 2.

8. Analiza curbelor de expansiune. (Determinarea exponentului n). Dacă V_1 şi V_2 sunt volumele a două stări, iar p_1 şi p_2 presiunile, avem

$$n = (\lg p_1 - \lg p_2)/(\lg V_2 - \lg V_1).$$

Calculul lui n din mai mult de două puncte va arăta dacă n e constant, în ce limite poate fi considerat constant şi întru cât transformarea poate fi considerată politropă. $n = 1$ dă hiperbola echilaterală. Exponentul n se poate determina mai bine trecând pentru diferite puncte ale curbei de expansiune pe $\lg V$ şi $\lg p$ în cordonate rectangulare. Pentru $n = \text{const}$ trebue să rezulte astfel o dreaptă; tangenta unghiului ei e n.

Din formula $Q_{12} = A L_{12}\,(\varkappa - n)/(\varkappa - 1)$ se poate obţine şi cantitatea de căldură transformată, din lucrul mecanic L_{12}, determinat prin planimetrarea suprafeţei de sub curba de transformare (fig. 1).

[1]) După B r a u e r, ZVDI 29 (1885), p. 433.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 8. Transformările adiabatice și politrope ale gazelor

Pentru $p_1/p_2 < 1$ se vor forma valorile reciproce ale cifrelor din tabelă

$\frac{p_1}{p_2}$	Pentru $n =$ 1,4 (Adiabată)	1,3	1,2	1,1	Pentru $n =$ 1,4 (Adiabată)	1,3	1.2	1,1
	avem $(p_1/p_2)^{1/n} = V_2/V_1 =$				avem $(p_1/p_2)^{(n-1)/n} = T_1/T_2 =$			
1,1	1,070	1,076	1,083	1,090	1,028	1,022	1,016	1,009
1,2	1,139	1,151	1,164	1,180	1,053	1,043	1,031	1,017
1,3	1,206	1,224	1,244	1,269	1,078	1,062	1,045	1,024
1,4	1,271	1,295	1,323	1,358	1,101	1,081	1,058	1,031
1,5	1,336	1,366	1,401	1,445	1,123	1,098	1,070	1,038
1,6	1,399	1,436	1,479	1,533	1,144	1,115	1,081	1,044
1,7	1,461	1,504	1,557	1,620	1,164	1,130	1,092	1,050
1,8	1,522	1,571	1,633	1,706	1,183	1,145	1,103	1,055
1,9	1,581	1,638	1,706	1,791	1,201	1,160	1,113	1,060
2,0	1,641	1,705	1,782	1,879	1,219	1,174	1,123	1,065
2,5	1,924	2,023	2,145	2,300	1,299	1,235	1,165	1,087
3,0	2,193	2,330	2,498	2,715	1,369	1,289	1,201	1,105
3,5	2,449	2,624	2,842	3,126	1,431	1,336	1,232	1,121
4,0	2,692	2,907	3,177	3,505	1,487	1,378	1,260	1,134
4,5	2,926	3,178	3,500	3,925	1,537	1,415	1,285	1,147
5,0	3,156	3,449	3,824	4,320	1,583	1,449	1,307	1,157
5,5	3,378	3,712	4,142	4,710	1,627	1,482	1,328	1,167
6,0	3,598	3,970	4,447	5,100	1,668	1,512	1,348	1,177
6,5	3,809	4,218	4,760	5,483	1,707	1,540	1,366	1,186
7,0	4,012	4,467	5,058	5,861	1,742	1,566	1,383	1,194
7,5	4,217	4,710	5,360	6,250	1,778	1,591	1,399	1,201
8,0	4,415	4,950	5,650	6,620	1,811	1,616	1,414	1,208
8,5	4,612	5,187	5,950	6,997	1,843	1,639	1,429	1,215
9,0	4,800	5,420	6,240	7,370	1,873	1,660	1,442	1,221
9,5	4,993	5,651	6,528	7,742	1,903	1,681	1,455	1,227
10,0	5,188	5,885	6,820	8,120	1,931	1,701	1,468	1,233
11	5,544	6,325	7,376	8,845	1,984	1,739	1,491	1,244
12	5,900	6,763	7,931	9,574	2,034	1,774	1,513	1,253
13	6,247	7,193	8,478	10,30	2,081	1,807	1,533	1,263
14	6,587	7,614	9,018	11,01	2,126	1,839	1,549	1,271
15	6,919	8,030	9,551	11,73	2,168	1,868	1,570	1,279
16	7,246	8,438	10,08	12,44	2,208	1,896	1,587	1,287
17	7,566	8,841	10,60	13,14	2,247	1,923	1,604	1,294
18	7,882	9,238	11,12	13,84	2,284	1,948	1,619	1,301
19	8,192	9,631	11,63	14,54	2,319	1,973	1,633	1,307
20	8,498	10,02	12,14	15,23	2,354	1,996	1,648	1,313
21	8,803	10,40	12,64	15,93	2,387	2,019	1,661	1,319
22	9,097	10,78	13,14	16,61	2,418	2,041	1,674	1,324
23	9,390	11,15	13,64	17,30	2,449	2,062	1,688	1,330
24	9,680	11,53	14,13	17,97	2,479	2,082	1,698	1,335
25	9,967	11,89	14,62	18,65	2,508	2,102	1,710	1,340
26	10,25	12,26	15,10	19,34	2,537	2,121	1,721	1,345
27	10,53	12,62	15,58	20,01	2,564	2,140	1,732	1,349
28	10,81	12,98	16,07	20,68	2,591	2,158	1,743	1,354
29	11,08	13,33	16,54	21,36	2,617	2,175	1,753	1,358
30	11,35	13,68	17,02	22,02	2,643	2,192	1,763	1,362
31	11,62	14,03	17,49	22,69	2,667	2,209	1,773	1,366
32	11,89	14,38	17,96	23,35	2,692	2,225	1,782	1,370
33	12,15	14,69	18,43	24,01	2,715	2,241	1,792	1,374
34	12,42	15,06	18,89	24,68	2,739	2,256	1,800	1,378
35	12,67	15,41	19,35	25,34	2,761	2,272	1,809	1,382
36	12,93	15,74	19,81	25,99	2,784	2,287	1,817	1,385
37	13,19	16,07	20,26	26,65	2,806	2,301	1,826	1,389
38	13,44	16,41	20,72	27,30	2,827	2,315	1,834	1,392
39	13,69	16,74	21,18	27,95	2,848	2,329	1,842	1,395
40	13,94	17,07	21,63	28,60	2,869	2,343	1,850	1,398

Scanned with OKEN Scanner

b) Cicluri speciale

1. **Ciclul Carnot** (fig. 3 şi 3 a). El constă din două adiabate 12 (compresiune) şi 34 (expansiune) şi două izoterme 23 (primire de căldură la T_2) şi 41 (cedare de căldură la T_1); se poate reprezenta deosebit de simplu în diagrama-TS (fig. 3 a):

Dreptunghiul haşurat 1 2 3 4 dă lucrul mecanic câştigat, 2 3 b a cantitatea de căldură primită Q_{23} 1 4 b a cantitatea de căldură cedată Q_{14}. Cantitatea de căldură $Q_{23} - Q_{14}$ se transformă în lucrul mecanic AL.

R a n d a m e n t u l nu depinde de natura substanţei active:

$\eta = AL/Q_{23}$
$= (T_2 - T_1)/T_2 = 1 - T_1/T_2.$

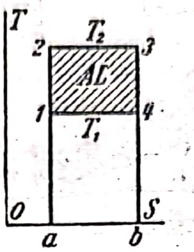


Fig. 3a.

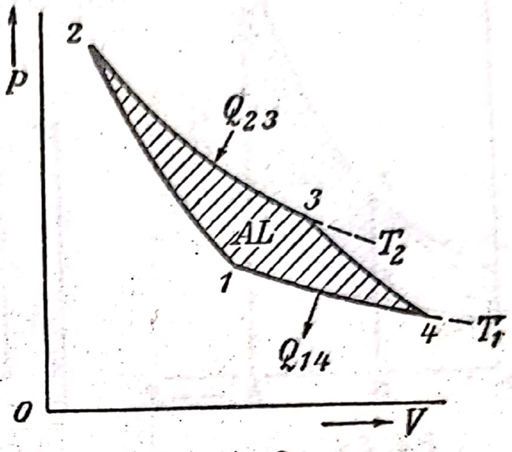


Fig. 3.

Această ecuaţie dă în acelaşi timp s c a r a t e m p e r a t u r i l o r a b s o l u t e, independent de proprietăţi speciale, de ex. ale lichidelor termometrice, exclusiv din măsuri de cantităţi de căldură şi de energii. Expansiunea gazului perfect dă aceeaşi scară a temperaturilor.

Pentru ciclul Carnot al gazelor perfecte avem:

$$(P_2/P_1)^{(\varkappa-1)/\varkappa} = (P_3/P_4)^{(\varkappa-1)/\varkappa} = (V_1/V_2)^{\varkappa-1} = (V_4/V_3)^{\varkappa-1} = T_2/T_1$$

şi

$$L = GR\,(T_2 - T_1)\ln(P_2/P_3) = P_1V_1\,(T_2/T_1 - 1)\ln(P_2/P_3).$$

Parcurs invers, adică în sensul 1 4 3 2, ciclul Carnot ia dela un corp cantitatea de căldură Q_{14} la temperatura T_1, transformă în căldură lucrul mecanic $A\,L$ şi cedează căldura $Q_{23} = Q_{14} + A\,L$ la temperatura mai ridicată T_2. Când T_2 e aproape de temperatura mediului ambiant, iar T_1 e o temperatură mai joasă, avem o m a ş i n ă f r i g o r i f i c ă. In acest caz

$$\varepsilon = Q_{14}/AL = T_1/(T_2 - T_1)$$

se numeşte r a n d a m e n t f r i g o r i f i c. Când temperatura T_1 e aproape de temperatura ambiantă, iar T_2 deasupra, avem o pompă de căldură sau încălzire reversibilă.

Ciclul Carnot serveşte la maşinile termice şi frigorifice drept p r o c e s i d e a l d e c o m p a r a ţ i e, fiindcă, după principiul al doilea, nu poate exista un proces mai avantajos între temperaturile T_2 şi T_1.

2. **Ciclul maşinilor cu aer cald şi rece** (fig. 4) constă din două adiabate 12 şi 34 şi din două izobare 23 şi 41 la cari schimbul de căldură se efectuează la presiuni constante P_2 şi P_1. Pentru gazele perfecte cu căldura specifică constantă avem

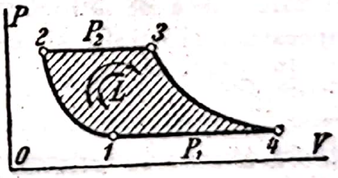


Fig. 4.

$$V_2/V_1 = V_3/V_4; \qquad T_2/T_1 = T_3/T_4; \qquad T_2/T_1 = (V_1/V_2)^{\varkappa-1} = (P_2/P_1)^{(\varkappa-1)/\varkappa}$$

$$AL = J_3 - J_2 - (J_4 - J_1) = Gc_p\,(T_3 - T_2 - T_4 + T_1)$$

$$\eta = AL/Q_{23} = 1 - T_4/T_3 = 1 - (P_1/P_2)^{(\varkappa-1)/\varkappa}$$

Şi acest ciclu serveşte ca p r o c e s t e o r e t i c d e c o m p a r a ţ i e pentru t u r b i n a c u g a z. Aici 12 corespunde compresiunii aerului de ardere, 23 arderii la presiune constantă, 34 expansiunii în turbină şi 41 evacuării gazelor calde de ardere în mediul ambiant şi aspiraţiei aerului proaspăt. Parcurs invers, ciclul poate servi la producerea frigului (maşină cu aer rece, deschisă).

Scanned with OKEN Scanner

3. Ciclul maşinii cu explozie (motor Otto) (fig. 5 şi 5 a) constă din două adiabate sau politrope 12 (compresiune) şi 34 (expansiune) şi din două izocore 23 (ardere la volum constant) şi 41 (evacuare, reprezentată ca cedare de căldură la volum constant). In diagrama TS a fig. 5a, 2 3 b a e căldura primită prin ardere, 4 1 a b cea cedată la evacuare. Pentru gazele perfecte, cu căldură specifică constantă, alegând acelaşi exponent n pentru ambele politrope şi introducând g r a d u l d e c o m p r e s i u n e $\varepsilon = V_1/V_2$ avem

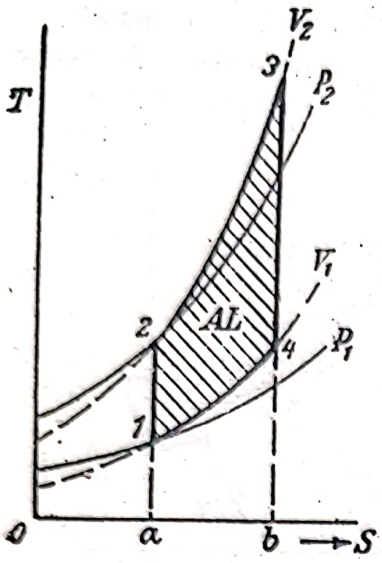


Fig. 5a.

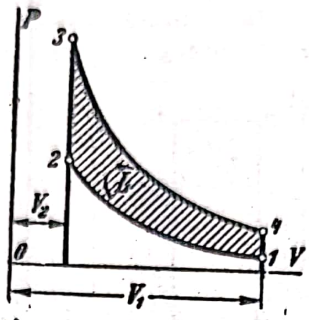


Fig. 5.

$$T_2/T_1 = T_3/T_4 = (P_2/P_1)^{(n-1)/n} = (P_3/P_4)^{(n-1)/n} = \varepsilon^{n-1};$$

$$L = [P_1 V_1/(n-1)] \, [(P_3/P_2) - 1] \, (\varepsilon^{n-1} - 1) = P_m (V_1 - V_2),$$

unde P_m e p r e s i u n e a m e d i e a diagramei, definită prin ecuaţia de mai sus. Când 12 şi 34 sunt adiabate, se înlocueşte în formule n cu $\varkappa$ şi avem

$$AL = G c_v (T_3 - T_2 - T_4 + T_1) = G c_v T_1 (P_3/P_2 - 1)(\varepsilon^{\varkappa-1} - 1),$$

$$\eta = AL/Q_{23} = 1 - T_4/T_3 = 1 - 1/\varepsilon^{\varkappa-1}.$$

La expansiuni şi compresiuni adiabate avem în general, deci şi la călduri specifice variabile,

$$AL = U_3 - U_2 - (U_4 - U_1).$$

In această formulă se poate ţine seamă şi de compoziţia diferită a gazelor, introducând în punctele 1 şi 2 energia interioară a amestecului de gaz nears, în punctele 3 şi 4 pe a gazelor produse prin ardere. Acest calcul mai exact e cam incomod şi se efectuează mai uşor cu ajutorul tabelelor sau diagramelor energiei interioare şi entropiei [1]); el dă randamente considerabil mai mici decât calculul simplificat cu călduri specifice constante.

Formula $\eta = 1 - 1/\varepsilon^{\varkappa-1}$ se poate folosi în aproximaţie şi pentru călduri specifice variabile, dacă se înlocueşte în ea media lui $\varkappa$, care rezultă din $\varepsilon^{\varkappa-1} = T_3/T_4$ din temperatura iniţială şi cea finală a adiabatelor de expansiune ale gazului de ardere real. In practică se poate scrie destul de exact [2]).

$$\varkappa - 1 = 0{,}382 : \left(1 + \frac{p_c}{1900 \text{ kcal/kg}}\right)$$

unde p_c e puterea calorifică pe kg a amestecului.

4. Ciclul maşinii cu ardere internă la presiune constantă (motorul Diesel) (fig. 6 şi 7). Aici se injectează astfel combustibil în gazul mult comprimat, încât arderea se face la presiune aproape constantă, de-a-lungul liniei 23. (Fig. 6, p r o c e s l a p r e s i u n e c o n s t a n t ă). Dacă g r a d u l d e i n j e c ţ i e e $\varphi = V_3/V_2$, avem

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varkappa \cdot \varepsilon^{\varkappa-1}} \, \frac{\varphi^{\varkappa} - 1}{\varphi - 1}.$$

---

[1]) Cp. de ex. E. S c h m i d t, Die graphische Berechnung der Vergleichsprozesse von Verbrennungsmotoren unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der spez. Wärmen. Jahrb. 1938 d. Deutsch. Luftfahrtforschung, vol. de compl. p. 320. — P f l a u m, IS-Diagramme für Verbrennungsgase, Berlin 1932, ed. VDT. —

[2]) L u t z, Luftfahrtforschung, vol. 16 (1939), p. 59.

Scanned with OKEN Scanner

Când arderea începe cu o creştere bruscă a presiunii 22' dela P_2 la ψP_2 şi continuă la presiune constantă (fig. 7, p r o c e s m i x t), avem

$$\eta = 1 - \frac{\psi \varphi^{\varkappa} - 1}{\varepsilon^{\varkappa - 1} [\psi - 1 + \varkappa \psi (\varphi - 1)]}.$$

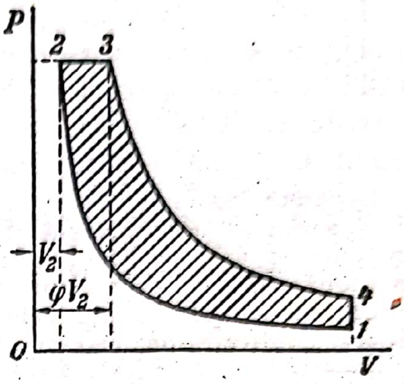


Fig. 6.

La călduri specifice variabile obţinem

$$A L = U_3 - U_4 - (U_2 - U_1) + A P_2 V_2 \psi (\varphi - 1),$$

unde folosim în calcul tabele sau diagrame[1].

5. **Compresorul.** Pentru un compresor fără pierderi şi fără spaţiu vătămător, lucrul mecanic de compresiune a cantităţii de aer G, cu volumul de aspiraţie V_1, dela presiunea P_1 şi temperatura T_1 la presiunea P_2 (fig. 8), e în cazul

α) c o m p r e s i u n i i i z o t e r m e, cu $T_1 = T_2$

$$L = \int_1^2 V\,dP = 1/A \cdot (J_2 - J_1) = P_1 V_1 \ln (P_2/P_1) = G R T_1 \ln (P_2/P_1)$$

unde cantitatea de căldură $Q_{12} = AL$ se cedează apei de răcire,

β) c o m p r e s i u n i i p o l i t r o p e şi a d i a b a t e

$$L = P_1 V_1 \frac{n}{n-1} \left[\frac{T_2}{T_1} - 1 \right] = P_1 V_1 \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

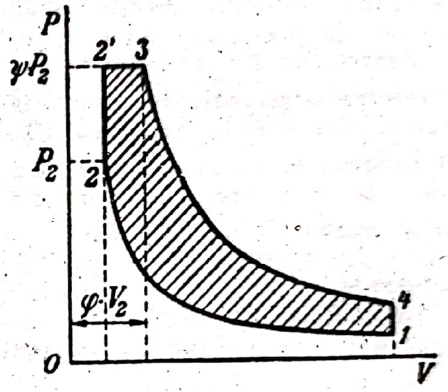


Fig. 7.

şi căldura de cedat e

$$Q_{12} = \frac{\varkappa - n}{\varkappa - 1} \frac{1}{n} A L,$$

La compresiune adiabatică $n = \varkappa$, şi $Q_{12} = 0$.

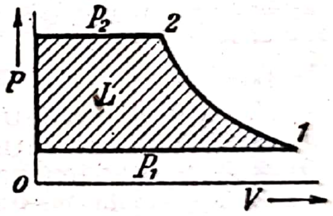


Fig. 8.

Compresiunea izotermă cere minimul de lucru mecanic şi serveşte deci la aprecierea calităţii compresoarelor.

Lucrul mecanic de compresiune se mai poate scrie $L = V_1 P_m$, unde P_m e presiunea medie a diagramei.

Tabela 9 cuprinde lucrul mecanic de compresiune L în kgm pentru V_1 m³ volum de aspiraţie la diferite grade de compresiune.

Tabela 9. Lucrul mecanic al compresorului în kgm pentru 1 m³ volum de gaz aspirat ($n = 1$ corespunde compresiunii izoterme, $n = 1{,}4$ gazelor biatomice comprimate adiabatic)

$P_2/P_1 =$	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10
$n = 1$	4050	6930	9 160	10 990	13 860	16 100	17 900	20 800	23 000
$n = 1{,}1$	4180	7150	9 570	11 550	14 700	17 300	19 500	22 900	25 600
$n = 1{,}2$	4200	7380	9 900	12 050	15 600	18 400	20 900	24 800	28 100
$n = 1{,}3$	4250	7540	10 180	12 520	16 400	19 500	22 200	26 700	30 400
$n = 1{,}4$	4300	7680	10 460	12 900	17 030	20 400	23 400	28 400	32 600

La compresoare în mai multe trepte, cu răcire intermediară a gazului la temperatura iniţială, lucrul se împarte egal pe toate treptele când acestea au acelaşi grad de compresiune.

[1]) V. nota[1]), p. 554.

Scanned with OKEN Scanner

IV. Vapori

Numim vapori gazele în apropierea punctului lor de lichefiere. Vaporii se numesc saturați, când o scădere de temperatură oricât de mică ajunge spre a-i lichefia, și supraîncălziți când pentru lichefiere e nevoie de o scădere de temperatură finită. In stare saturată, vaporii unui corp sunt în echilibru cu lichidul lui.

Deoarece toate gazele se lichefiază, nu există o deosebire principială între gaze și vapori. La temperaturi destul de înalte și presiuni destul de mici, comportarea ambelor se apropie de a gazului perfect. La lichefiere se separă vaporii și lichidul în două faze, cari sunt separate una de alta prin suprafețe-limită, la trecerea cărora se schimbă brusc cele mai multe proprietăți ale lor (densitatea, energia interioară, indicele de refracțiune etc.). La solidificare se produce o a treia fază, cea solidă. Există o singură stare, punctul triplu, în care vaporii, lichidul și solidul sunt în echilibru între ele. Dacă lichefierea se face la presiune constantă (presiunea de saturație), temperatura rămâne constantă (temperatură de saturație), pe când volumul specific scade considerabil. Temperatura de saturație e funcțiune numai de presiune, după o curbă care se numește a presiunii vaporilor.

Pentru fiecare gaz există o anumită temperatură t_k resp. T_k, deasupra căreia, la creșterea presiunii, faza lichidă nu se mai separă de gaz, ci proprietățile se schimbă numai continuu. Presiunea P_k, la care, la temperatura T_k, se mai produce tocmai lichefiere, se numește presiune critică; volumul specific corespunzător acestei stări se numește volum critic v_k. Tabela 17, p. 538, dă datele critice ale unor gaze. Volumul critic e pentru toate corpurile de cca trei ori volumul lichidului în apropierea punctului de solidificare. Presiunea critică a celor mai multe substanțe organice, e cuprinsă între 30 și 80 at.

In punctul critic, izotermele din diagrama Pv și izobarele din diagrama Ts au puncte de inflexiune cu tangentă orizontală; în ele:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2}\right)_T = 0 \qquad \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_P = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial s^2}\right)_P = 0 \qquad \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_P = c_p = \infty$$

a) Vapori saturați

Notăm cu (v. și p. 541):

v', u', i', s' mărimile de stare raportate la 1 kg de lichid în stare saturată,
v'', u'', i'', s'' mărimile de stare raportate la 1 kg de vapori în stare saturată,
$r = i'' - i'$ căldura de vaporizare, adică căldura necesară vaporizării unui lichid la presiune și temperatură constantă [kcal/kg],
$\psi = AP(v''-v')$ căldura externă de vaporizare, adică lucrul mecanic efectuat prin mărirea volumului la vaporizare [kcal/kg],
$\rho = r - \psi$ căldura internă de vaporizare, adică creșterea energiei interioare la vaporizare în kcal/kg,
x titlul vaporilor, $1 - x = y$ partea de lichid dintr'un amestec de vapori și lichid.

1. Tabele de vapori. Proprietățile vaporilor și ale lichidelor în stare saturată se reprezintă în tabele de vapori.

Avem

$$i' = u' + APv'; \qquad i'' = i' + r; \qquad u'' = u' + \rho; \qquad s'' = s' + r/T.$$

Spre a evita constante arbitrare, entalpia i' și entropia s' a apei în stare saturată și la 0° C se consideră egale cu zero.

Pentru vaporii umezi cu titlul x avem

$$v = v' + x(v'' - v'); \qquad u = u' + x\rho; \qquad i = i' + xr; \qquad s = s' + x \cdot r/T.$$

Tabelele ce urmează sunt un extras din tabelele de abur VDI[1]).

2. Transformările vaporilor umezi. In diagramele P-v, T-s și i-s domeniul vaporilor umezi e separat de al lichidului nesaturat și al vaporilor supraîncălziți prin curbele limită $x = 0$ (lichid saturat) și $x = 1$ (vapori

[1]) Berlin 1937, Oldenbourg și Springer.

(Continuarea textului în p. 565)

Tabela 1. Presiunea de saturație a aburului în kg/cm²

grd	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,006 228	0,006 694	0,007 193	0,007 723	0,008 289	0,008 890	0,009 530	0,010 210	0,010 932	0,011 699
10	0,012 513	0,013 376	0,014 281	0,015 261	0,016 289	0,017 376	0,018 527	0,019 745	0,021 03	0,022 39
20	0,023 83	0,025 34	0,026 94	0,028 63	0,030 41	0,032 29	0,034 26	0,036 34	0,038 53	0,040 83
30	0,043 25	0,045 80	0,048 47	0,051 28	0,054 23	0,057 33	0,060 57	0,063 98	0,067 55	0,071 29
40	0,075 20	0,079 30	0,083 60	0,088 09	0,092 79	0,097 71	0,102 84	0,108 21	0,113 82	0,119 67
50	0,125 78	0,132 16	0,138 81	0,145 75	0,152 98	0,160 51	0,168 35	0,176 53	0,185 04	0,193 90
60	0,203 1	0,212 7	0,222 7	0,233 0	0,243 8	0,255 0	0,266 6	0,278 7	0,291 2	0,304 2
70	0,317 7	0,331 7	0,346 3	0,361 3	0,376 9	0,393 1	0,409 8	0,427 2	0,445 1	0,463 7
80	0,482 9	0,502 8	0,523 4	0,544 7	0,566 7	0,589 4	0,612 9	0,637 2	0,662 3	0,688 2
90	0,714 9	0,742 5	0,771 0	0,800 4	0,830 7	0,861 9	0,894 2	0,927 4	0,961 6	0,996 9
100	1,033 2	1,070 7	1,109 2	1,148 9	1,189 8	1,231 8	1,275 1	1,319 6	1,365 4	1,412 5
110	1,460 9	1,510 6	1,561 8	1,614 4	1,668 4	1,723 9	1,780 9	1,839 4	1,899 5	1,961 2
120	2,024 5	2,089 5	2,156 1	2,224 5	2,294 7	2,366 6	2,440 4	2,516 0	2,593 5	2,673 0
130	2,754 4	2,837 8	2,923 3	3,011	3,101	3,192	3,286	3,382	3,481	3,582
140	3,685	3,790	3,898	4,009	4,122	4,237	4,355	4,476	4,599	4,725
150	4,854	4,985	5,120	5,257	5,397	5,540	5,686	5,836	5,989	6,144
160	6,302	6,464	6,630	6,798	6,970	7,146	7,325	7,507	7,693	7,883
170	8,076	8,274	8,475	8,679	8,888	9,101	9,317	9,538	9,763	9,992
180	10,225	10,462	10,703	10,950	11,201	11,456	11,715	11,979	12,248	12,522
190	12,800	13,083	13,371	13,664	13,962	14,265	14,573	14,886	15,204	15,528
200	15,857	16,192	16,532	16,877	17,228	17,585	17,948	18,316	18,690	19,070
210	19,456	19,848	20,246	20,651	21,061	21,477	21,901	22,331	22 767	23,209
220	23,659	24,115	24,577	25,047	25,523	26,007	26,497	26,995	27,499	28,011
230	28,531	29,057	29,591	30,133	30,682	31,239	31,803	32,375	32,955	33,544
240	34,140	34,745	35,357	35,978	36,607	37,244	37,890	38,545	39,208	39,880
250	40,56	41,25	41,95	42,66	43,37	44,10	44,83	45,58	46,33	47,09
260	47,87	48,65	49,44	50,24	51,05	51,88	52,71	53,55	54,40	55,26
270	56,14	57,02	57,91	58,82	59,73	60,66	61,60	62,55	63,51	64,48
280	65,46	66,45	67,46	68,47	69,50	70,54	71,59	72,65	73,73	74,82
290	75,92	77,03	78,15	79,29	80,44	81,60	82,78	83,97	85,17	86,38
300	87,61	88,85	90,11	91,38	92,66	93,95	95,26	96,59	97,93	99,28
310	100,64	102,02	103,42	104,83	106,25	107,69	109,15	110,62	112,11	113,61
320	115,13	116,66	118,21	119,77	121,35	122,95	124,56	126,19	127,84	129,50
330	131,18	132,88	134,59	136,33	138,08	139,85	141,63	143,44	145,26	147,10
340	148,96	150,84	152,73	154,65	156,59	158,54	160,52	162,52	164,53	166,57
350	168,63	170,71	172,81	174,93	177,07	179,24	181,43	183,64	185,88	188,13
360	190,42	192,72	195,06	197,41	199,80	202,21	204,64	207,11	209,60	212,12
370	214,68	217,3	219,9	222,5	225,2	—	—	—	—	—

Scanned with OKEN Scanner

Diagrama *i-s* pentru abur după Mollier

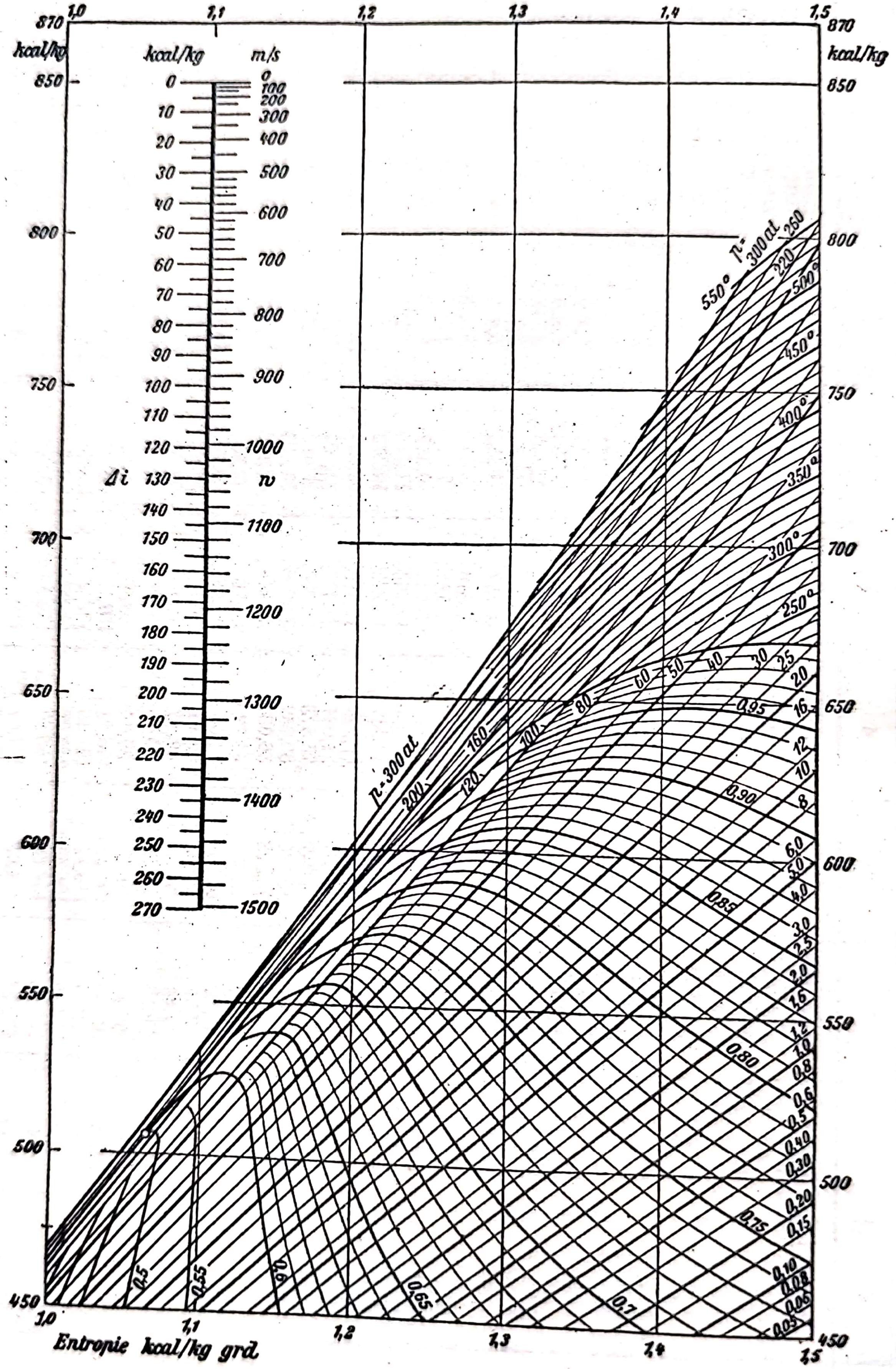
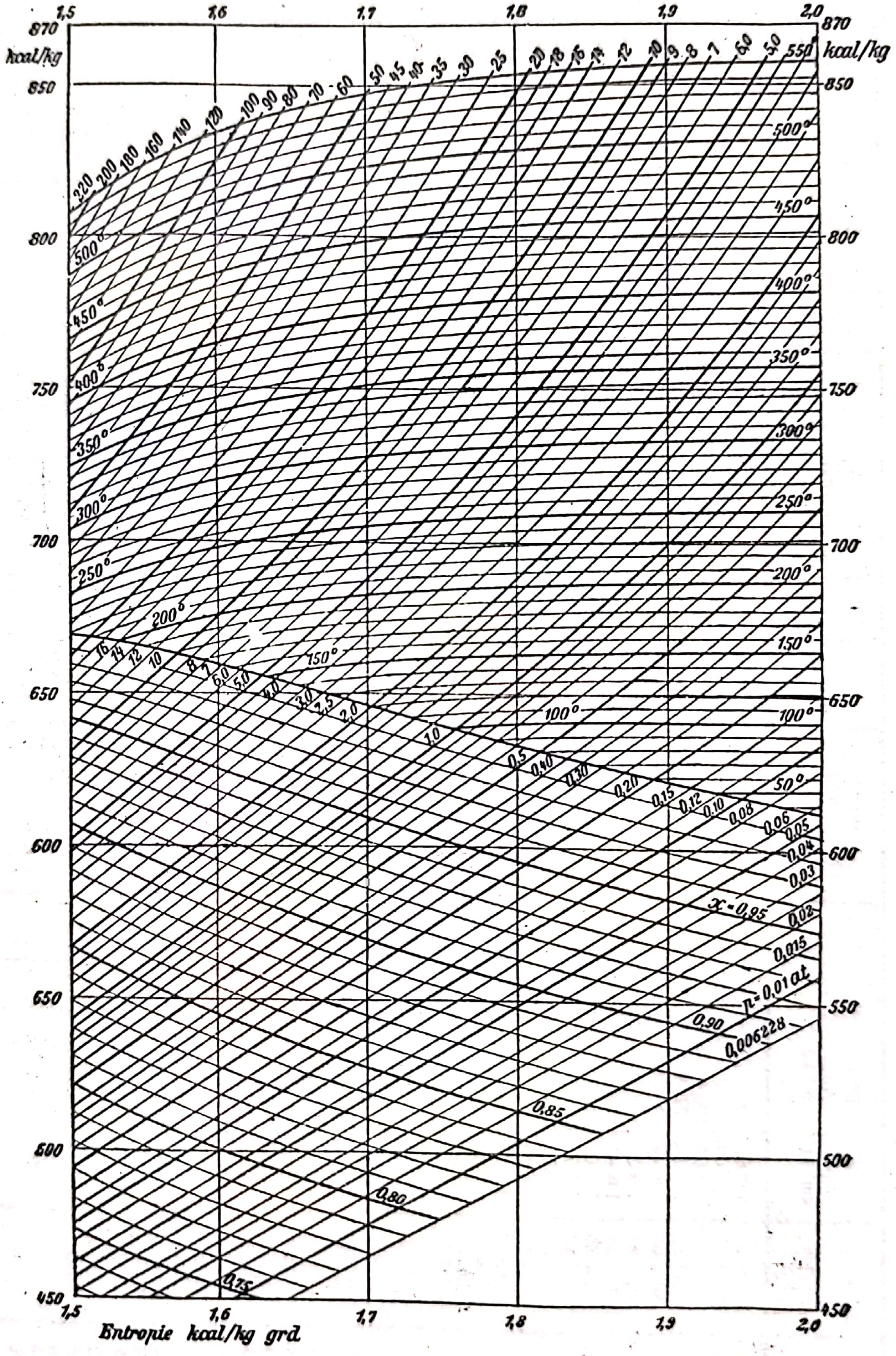


Fig. 1.

Diagrama *i-s* pentru abur după Mollier



Scanned with OKEN Scanner

Tabela 2.[1]) Mărimile de stare ale apei și aburului la saturație

Temperatura ° t	Presiunea kg/cm² p	Volumul specific Apă dm³/kg v'	Volumul specific Abur m³/kg v''	Greut. spec. Abur kg/m³ γ''	Entropia IT kcal/kg grd Apă s'	Entropia IT kcal/kg grd Abur s''	$s''-s'$ = r/T	Entalpia (cont. de căld.) kcal TI/kg Apă i'	Entalpia (cont. de căld.) kcal TI/kg Abur i''	Căldura de vaporizare kcal TI/kg r	Energia internă kcal TI/kg Apă u'	Energia internă kcal TI/kg Abur u''	$u''-u'$ = ϱ	$AP\cdot(v''-v')$ = ψ
0	0,006 228	1,0002	206,3	0,004 846	0	2,1863	2,1863	0	597,2	597,2	0	567,1	567,1	30,1
5	0,008 890	1,0000	147,2	0,006 795	0,0182	2,1551	2,1369	5,03	599,4	594,4	5,03	568,8	563,8	30,6
10	0,012 513	1,0004	106,4	0,009 396	0,0361	2,1253	2,0892	10,04	601,6	591,6	10,04	570,4	560,4	31,2
15	0,017 376	1,0010	77,99	0,012 82	0,0536	2,0970	2,0434	15,04	603,8	588,8	15,04	572,1	557,1	31,7
20	0,023 83	1,0018	57,84	0,017 29	0,0708	2,0697	1,9989	20,03	606,0	586,0	20,03	573,7	553,7	32,3
25	0,032 29	1,0030	43,41	0,023 04	0,0876	2,0436	1,9560	25,02	608,2	583,2	25,02	575,4	550,4	32,8
30	0,043 25	1,0044	32,93	0,030 36	0,1042	2.0187	1,9145	30,00	610,4	580,4	30,00	577,0	547,0	33,4
35	0,057 33	1,0061	25,25	0,039 60	0,1205	1,9947	1,8742	34,99	612,5	577,5	34,99	578,6	543,6	33,9
40	0,075 20	1,0079	19,55	0,051 14	0,1366	1,9718	1,8352	39,98	614,7	574,7	39,98	580,3	540,3	34,4
45	0,097 71	1,0099	15,28	0,065 44	0,1524	1,9498	1,7974	44,96	616,8	571,8	44,96	581,8	536,8	35,0
50	0,125 78	1,0121	12,05	0,082 98	0,1679	1,9287	1,7606	49,95	619,0	569,0	49,95	583,5	533,5	35,5
55	0,160 51	1,0145	9,584	0,104 3	0,1833	1,9085	1,7252	54,94	621,0	566,1	54,94	585,0	530,1	36,0
60	0,203 1	1,0171	7,682	0,130 2	0,1984	1,8891	1,6907	59,94	623,2	563,3	59,94	586,7	526,8	36,5
65	0,255 5	1,0199	6,206	0,161 1	0,2133	1,8702	1,6569	64,93	625,2	560,3	64,93	588,1	523,2	37,1
70	0,317 7	1,0228	5,049	0,198 1	0,2280	1,8522	1,6242	69,93	627,3	557,4	69,92	589,7	519,8	37,6
75	0,393 1	1,0258	4,136	0,241 8	0,2425	1,8349	1,5924	74,94	629,3	554,4	74,93	591,2	516,3	38,1
80	0,482 9	1,0290	3,410	0,293 3	0,2567	1,8178	1,5611	79,95	631,3	551,3	79,94	592,6	512,7	38,6
85	0,589 4	1,0323	2,830	0,353 4	0,2708	1,8015	1,5307	84,96	633,2	548,2	84,95	594,1	509,1	39,1
90	0,714 9	1,0359	2,361	0,423 5	0,2848	1,7858	1,5010	89,98	635,1	545,1	89,96	595,6	505,6	39,5
95	0,861 9	1,0396	1,981	0,504 5	0,2985	1,7708	1,4723	95,01	637,0	542,0	94,99	597,0	502,0	40,0
100	1,033 23	1,0435	1,673	0,597 7	0,3121	1,7561	1,4440	100,04	638,9	538,9	100,02	598,4	498,4	40,5
105	1,231 8	1,0474	1,419	0,704 5	0,3255	1,7419	1,4164	105,08	640,7	535,6	105,05	599,8	494,7	40,9
110	1,460 9	1,0515	1,210	0,826 5	0,3387	1,7282	1,3905	110,12	642,5	532,4	110,08	601,1	491,0	41,4
115	1,723 9	1,0558	1,036	0,965 0	0,3519	1,7150	1,3631	115,18	644,3	529,1	115,14	602,4	487,3	41,8
120	2,024 5	1,0603	0,891 4	1,122	0,3647	1,7018	1,3371	120,3	646,0	525,7	120,2	603,7	483,5	42,2
125	2,366 6	1,0650	0,770 1	1,299	0,3775	1,6895	1,3120	125,3	647,7	522,4	125,2	605,0	479,8	42,6
130	2,754 4	1,0697	0,668 0	1,496	0,3901	1,6772	1,2871	130,4	649,3	518,9	130,3	606,2	475,9	43,0
135	3,192	1,0746	0,581 7	1,719	0,4026	1,6652	1,2626	135,5	650,8	515,3	135,4	607,3	471,9	43,4
140	3,685	1,0798	0,508 4	1,967	0,4150	1,6539	1,2389	140,6	652,5	511,9	140,5	608,6	468,1	43,8
145	4,237	1,0850	0,445 9	2,243	0,4272	1,6428	1,2156	145,8	654,0	508,2	145,7	609,8	464,1	44,1
150	4,854	1,0906	0,392 4	2,548	0,4395	1,6320	1,1920	150,9	655,5	504,6	150,8	610,9	460,1	44,5
155	5,540	1,0963	0,346 4	2,887	0,4516	1,6214	1,1698	156,1	656,9	500,8	156,0	612,0	456,0	44,8
160	6,302	1,1021	0,306 8	3.260	0,4637	1,6112	1,1475	161,3	658,3	497,0	161,1	613,0	451,9	45,1
165	7,146	1,1082	0,272 4	3,671	0,4756	1,6012	1,1256	166,5	659,6	493,1	166,3	614,0	447,7	45,4
170	8,076	1,1144	0,242 6	4,122	0,4874	1,5914	1,1040	171,7	660,9	489,2	171,5	615,0	443,5	45,7
175	9,101	1,1210	0,216 6	4,617	0,4991	1,5818	1,0827	176,9	662,1	485,2	176,7	615,9	439,2	46,0
180	10.225	1,1275	0,193 9	5,157	0,5107	1,5721	1,0614	182,2	663,2	481,0	181,9	616,7	434,8	46,2

Scanned with OKEN Scanner

185	11,456	1,1345	0,173 9	5,749	0,5222	1,5629	1,0407	187,5	664,3	476,8	187,2	617,6	430,4	46,4
190	12,800	1,1415	0,156 4	6,392	0,5336	1,5538	1,0202	192,8	665,3	472,5	192,3	618,3	426,0	46,5
195	14,265	1,1490	0,141 0	7,094	0,5449	1,5448	1,0099	198,1	666,2	468,1	197,7	619,1	421,4	46,7
200	15,857	1,1565	0,127 3	7,857	0,5562	1,5358	0,9796	203,5	667,0	463,5	203,1	619,8	416,7	46,8
205	17,585	1,1645	0,115 1	8,687	0,5675	1,5270	0,9595	208,9	667,7	458,8	208,4	620,3	411,9	46,9
210	19,456	1,1726	0,104 3	9,585	0,5788	1,5184	0,9396	214,3	668,3	454,0	213,8	620,7	407,0	47,0
215	21,477	1,1812	0,094 72	10,56	0,5899	1,5099	0,9200	219,8	668,8	449,0	219,2	621,2	402,0	47,0
220	23,659	1,1900	0,086 14	11,61	0,6010	1,5012	0,9002	225,3	669,3	443,9	224,7	621,5	396,8	47,1
225	26,007	1,1991	0,078 45	12,75	0,6120	1,4926	0,8806	230,8	669,5	438,7	230,1	621,7	391,6	47,1
230	28,531	1,2088	0,071 53	13,98	0,6229	1,4840	0,8611	236,4	669,7	433,3	235,6	621,9	386,3	47,0
235	31,289	1,2186	0,065 30	15,31	0,6339	1,4755	0,8416	242,1	669,7	427,6	241,2	621,9	380,7	46,9
240	34,140	1,2291	0,059 70	16,75	0,6448	1,4669	0,8221	247,7	669,6	421,9	246,7	621,9	375,2	46,7
245	37,244	1,2400	0,054 65	18,30	0,6558	1,4584	0,8026	253,5	669,4	415,9	252,4	621,7	369,3	46,6
250	40,56	1,2512	0,050 06	19,98	0,6667	1,4499	0,7832	259,2	669,0	409,8	258,0	621,6	363,6	46,2
255	44,10	1,2629	0,045 91	21,78	0,6776	1,4413	0,7637	265,0	668,4	403,4	263,7	621,0	357,3	46,1
260	47,87	1,2755	0,042 13	23,74	0,6886	1,4327	0,7441	271,0	667,8	396,8	269,6	620,6	351,0	45,8
265	51,88	1,2888	0,038 70	25,84	0,6994	1,4240	0,7246	277,0	666,9	389,9	275,4	619,8	344,4	45,5
270	56,14	1,3023	0,035 57	28,11	0,7103	1,4153	0,7050	283,0	665,9	382,9	281,3	619,1	337,8	45,1
275	60,66	1,3169	0,032 72	30,57	0,7212	1,4066	0,6854	289,2	664,8	375,6	287,3	618,3	331,0	44,6
280	65,46	1,3321	0,030 10	33,22	0,7321	1,3978	0,6657	295,3	663,5	368,2	293,3	617,4	324,1	44,1
285	70,54	1,3484	0,027 71	36,09	0,7431	1,3888	0,6457	301,6	661,9	360,3	299,4	616,2	316,8	43,5
290	75,92	1,3655	0,025 52	39,18	0,7542	1,3797	0,6255	308,0	660,2	352,2	305,6	614,9	309,3	42,9
295	81,60	1,3837	0,023 50	42,56	0,7653	1.3706	0,6053	314,4	658,3	343,9	311,8	613,4	301,6	42,3
300	87,61	1,4036	0,021 63	46,24	0,7767	1,3613	0,5846	321,0	656,1	335,1	318,1	611,7	293,6	41,5
305	93,95	1,425	0,019 91	50,22	0,7880	1,3516	0,6536	327,7	653,6	325,9	324,6	609,8	285,2	40,7
310	100,64	1,448	0,018 30	54,64	0,7994	1,3415	0,5421	334,6	650,8	316,2	331,2	607,7	276,5	39,7
315	107,69	1,472	0,016 82	59,46	0,8110	1,3312	0,5202	341,7	647,8	306,1	338,0	605,4	267,4	38,7
320	115,13	1,499	0,015 44	64,79	0,8229	1,3206	0,4987	349,0	644,2	295,2	345,0	602,6	257,6	37,6
325	122,95	1,529	0,014 15	70,68	0,8351	1,3097	0,4746	356,5	640,4	283,9	352,1	599,7	247,6	36,3
330	131,18	1,562	0,012 95	77,20	0,8476	1.2982	0,4506	364,2	636,0	271,8	359,4	596,2	236,8	35,0
335	139,85	1,598	0,011 83	84,55	0,8604	1,2860	0,4256	372,3	631,1	258,8	367,1	592,4	225,3	33,5
340	148,96	1,641	0,010 76	92,90	0,8734	1,2728	0,3994	380,7	625,6	244,9	375,0	588,1	213,1	31,8
345	158,54	1,692	0,009 759	102,4	0,8871	1,2586	0,3715	389,6	619,3	229,7	383,3	583,0	199,7	30,0
350	168,63	1,747	0,008 803	113,6	0,9015	1,2433	0,3418	398,9	611,9	213,0	392,0	577,1	185,1	27,9
355	179,24	1,814	0,007 875	127,0	0,9173	1,2263	0,3090	409,5	603,2	193,7	401,9	570,2	168,3	25,4
360	190,42	1,907	0,006 963	143,6	0,9353	1,2072	0,2719	420,9	592,8	171,9	412,4	561,8	149,4	22,5
365	202,21	2,03	0,006 06	165,0	0,9553	1,1833	0,2280	434,2	579,6	145,4	424,6	550,9	126,3	19,1
370	214,68	2,23	0,005 00	200	0,9842	1,1506	0,1664	452,3	559,3	107,0	441,1	534,2	93,1	13,9
371	217,3	2,30	0,004 76	210	0,992	1,142	0,150	457	554	97	445	529	84	13
372	219,9	2,38	0,004 50	222	1,002	1,132	0,130	463	547	84	451	524	73	11
373	222,5	2,50	0,004 18	239	1,011	1,116	0,105	471	539	68	458	517	59	9
374	225,2	2,79	0,003 65	274	1,04	1,09	0,05	488	523	35	473	503	30	5
374,2	225,6	3,04	0,003 04	329	1,06		0	505		0	488		0	0

[1]) După tabelele de abur VDI, prelucrate de We. Koch, Berlin 1937.

Tabela 3. Mărimile de stare ale apei și aburului la saturație

Presiunea kg/cm²	Temperatura °C	Temperatura °K	Volumul specific Abur m³/kg	Greutatea specifică Abur kg/m³	Entropia kcal T I/kg° Apă	Entropia kcal T I/kg° Abur	$s''-s'$ =	Entalpia (cont. de căldură) kcal T I/kg Apă	Entalpia (cont. de căldură) kcal T I/kg Abur	Căldura de vaporizare kcal T I/kg	Energia internă kcal T I/kg Apă	Energia internă kcal T I/kg Abur	$u''-u'$ =	$AP \cdot (v''-v')$ =
p	t	T	v''	γ''	s'	s''	r/T	i'	i''	r	u'	u''	ρ	ψ
0,01	6,70	279,86	131,7	0,007 595	0,0243	2,1447	2,1204	6,73	600,1	593,4	6,73	569,3	562,6	30,8
0,015	12,74	285,90	89,64	0,011 16	0,0457	2,1096	2,0639	12,78	602,8	590,0	12,78	571,3	558,5	31,5
0,02	17,20	290,36	68,27	0,014 65	0,0612	2,0847	2,0235	17,24	604,8	587,4	17,24	572,6	555,4	32,0
0,025	20,78	293,94	55,28	0,018 09	0,0735	2,0655	1,9920	20,80	606,4	585,6	20,80	574,0	553,2	32,4
0,03	23,77	296,93	46,53	0,021 49	0,0836	2,0499	1,9663	23,79	607,7	583,9	23,79	575,0	551,2	32,7
0,04	28,64	301,80	35,46	0,028 20	0,0998	2,0253	1,9255	28,65	609,8	581,1	28,65	576,6	547,9	33,2
0,05	32,55	305,71	28,73	0,034 81	0,1126	2,0064	1,8938	32,55	611,5	578,9	32,55	577,9	545,3	33,6
0,06	35,82	308,98	24,19	0,041 34	0,1232	1,9908	1,8676	35,81	612,9	577,1	35,81	578,9	543,1	34,0
0,08	41,16	314,32	18,45	0,054 21	0,1402	1,9664	1,8262	41,14	615,2	574,1	41,14	580,6	539,5	34,6
0,10	45,45	318,61	14,95	0,066 88	0,1538	1,9478	1,7940	45,41	617,0	571,6	45,41	582,0	536,6	35,0
0,12	49,06	322,22	12,60	0,079 38	0,1650	1,9326	1,7676	49,01	618,5	569,5	49,01	583,1	534,1	35,4
0,15	53,60	326,76	10,21	0,097 91	0,1790	1,9140	1,7350	53,54	620,5	567,0	53,54	584,6	531,1	35,9
0,20	59,67	332,83	7,795	0,128 3	0,1974	1,8903	1,6929	59,61	623,1	563,5	59,61	586,6	527,0	36,5
0,25	64,56	337,72	6,322	0,158 2	0,2120	1,8718	1,6598	64,49	625,1	560,6	64,48	587,5	523,0	37,0
0,30	68,68	341,84	5,328	0,187 7	0,2241	1,8567	1,6326	68,61	626,8	558,2	68,60	589,4	520,8	37,4
0,35	72,24	345,40	4,614	0,216 9	0,2345	1,8436	1,6090	72,17	628,2	556,0	72,16	590,3	518,2	37,8
0,40	75,42	348,58	4,069	0,245 8	0,2437	1,8334	1,5897	75,36	629,5	554,1	75,35	591,4	516,0	38,1
0.50	80,86	354,02	3,301	0,302 9	0,2592	1,8150	1,5558	80,81	631,6	550,8	80,80	593,0	512,2	38,6
0,60	85,45	358,61	2,783	0,359 4	0,2721	1,8001	1,5280	85,41	633,4	548,0	85,40	594,3	508,9	39,1
0,70	89,45	362,61	2,409	0,415 2	0,2832	1,7874	1,5042	89,43	634,9	545,5	89,41	595,4	506,0	39,5
0,80	92,99	366,15	2,125	0,470 5	0,2930	1,7767	1,4837	92,99	636,2	543,2	92,97	596,4	503,4	39,8
0,90	96,18	369,34	1,904	0,525 3	0,3018	1,7673	1,4655	96,19	637,4	541,2	96,17	597,3	501,1	40,1
1,0	99,09	372,15	1,725	0,579 7	0,3096	1,7587	1,4491	99,12	638,5	539,4	99,10	598,1	499,0	40,4
1,1	101,76	374,92	1,578	0,633 7	0,3168	1,7510	1,4342	101,81	639,4	537,6	101,78	598,8	497,0	40,6
1,2	104,25	377,41	1,455	0,687 5	0,3235	1,7440	1,4205	104,32	640,3	536,0	104,29	599,4	495,1	40,9
1,3	106,56	379,72	1,350	0,741 0	0,3297	1,7375	1,4078	106,66	641,2	534,5	106,63	600,0	493,4	41,1
1,4	108,74	381,90	1,259	0,794 2	0,3354	1,7315	1,3961	108,85	642,0	533,1	108,82	600,7	491,9	41,2
1,5	110,79	384,95	1,180	0,847 2	0,3408	1,7260	1,3852	110,92	642,8	531,9	110,88	601,4	490,5	41,4
1,6	112,73	385,89	1,111	0,899 9	0,3459	1,7209	1,3750	112,89	643,5	530,6	112,85	601,9	489,0	41,6
1,8	116,33	389,49	0,995 2	1,005	0,3554	1,7115	1,3561	116,54	644,7	528,2	116,50	602,8	486,3	41,9
2,0	119,62	392,78	0,901 6	1,109	0,3638	1,7029	1,3391	119,87	645,8	525,9	119,82	603,5	483,7	42,2
2,2	122,65	395,81	0,824 6	1,213	0,3715	1,6952	1,3237	122,9	646,8	523,9	122,8	604,3	481,5	42,4

Scanned with OKEN Scanner

2,4	125,46	398,62	0,760 1	1,316	0,3786	1,6884	1,3098	125,8	647,8	522,0	125,7	605,0	479,3	42,7
2,6	128,08	401,24	0,705 2	1,418	0,3853	1,6819	1,2966	128,5	648,7	520,2	128,4	605,7	477,3	42,9
2,8	130,55	403,71	0,657 8	1,520	0,3914	1,6759	1,2845	131,0	649,5	518,5	130,9	606,3	475,4	43,1
3,0	132,88	406,04	0,616 6	1,622	0,3973	1,6703	1,2730	133,4	650,3	516,9	133,3	607,0	473,7	43,2
3,2	135,08	408,24	0,580 4	1,723	0,4028	1,6650	1,2622	135,6	650,9	515,3	135,5	607,4	471,9	43,4
3,4	137,18	410,34	0,548 3	1,824	0,4081	1,6601	1,2520	137,8	651,6	513,8	137,7	607,9	470,2	43,6
3,6	139,18	412,34	0,519 6	1,925	0,4130	1,6557	1,2427	139,8	652,2	512,4	139,7	608,4	468,7	43,7
3,8	141,09	414,25	0,493 9	2,025	0,4176	1,6514	1,2338	141,8	652,8	511,0	141,7	608,8	467,1	43,9
4,0	142,92	416,08	0,470 6	2,125	0,4221	1,6474	1,2253	143,6	653,4	509,8	143,5	609,3	465,8	44,0
4,5	147,20	420,36	0,421 3	2,374	0,4326	1,6380	1,2054	148,0	654,7	506,7	147,9	610,3	462,4	44,3
5,0	151,11	424,27	0,381 6	2,621	0,4422	1,6297	1,1875	152,1	655,8	503,7	152,0	611,1	459,1	44,6
5,5	154,71	427,87	0,348 9	2,817	0,4510	1,6195	1,1685	155,8	656,9	501,1	155,7	612,0	456,3	44,8
6,0	158,08	431,24	0,321 3	3,112	0,4591	1,6151	1,1560	159,3	657,8	498,5	159,1	612,6	453,5	45,0
6,5	161,15	434,31	0,298 0	3,356	0,4666	1,6088	1,1422	162,6	658,7	496,2	162,4	613,4	451,0	45,2
7,0	164,17	437,33	0,277 8	3,600	0,4737	1,6029	1,1392	165,6	659,4	493,8	165,4	613,8	448,4	45,4
7,5	166,96	440,12	0,260 2	3,842	0,4803	1,5974	1,1171	168,5	660,2	491,7	168,3	614,5	446,2	45,5
8,0	169,61	442,77	0,244 8	4,085	0,4865	1,5922	1,1057	171,3	660,8	489,5	171,1	614,9	443,8	45,7
8,5	172,11	445,27	0,231 1	4,327	0,4923	1,5874	1,0951	173,9	661,4	487,5	173,7	615,4	441,7	45,8
9,0	174,53	447,69	0,218 9	4,568	0,4980	1,5827	1,0847	176,4	662,0	485,6	176,2	615,9	439,7	45,9
9,5	176,82	450,98	0,208 0	4,809	0,5033	1,5782	1,0749	178,9	662,5	483,6	178,6	616,2	437,6	46,0
10	179,04	452,20	0,198 1	5,049	0,5085	1,5740	1,0665	181,2	663,0	481,8	180,9	616,6	435,7	46,1
11	183,20	456,36	0,180 8	5,530	0,5180	1,5661	1,0481	185,6	663,9	478,3	185,3	617,3	432,0	46,3
12	187,08	460,29	0,166 4	6,010	0,5279	1,5592	1,0333	189,7	664,7	475,0	189,4	618,0	428,6	46,4
13	190,71	463,87	0,154 1	6,488	0,5352	1,5526	1,0174	193,5	665,4	471,9	193,2	618,5	425,3	46,6
14	194,13	467,29	0,143 5	6,967	0,5430	1,5464	1,0034	197,1	666,0	468,9	196,7	618,9	422,2	46,7
15	197,36	470,52	0,134 3	7,446	0,5503	1,5406	0,9903	200,6	666,6	466,0	200,2	619,4	419,2	46,8
16	200,43	473,59	0,126 2	7,925	0,5572	1,5351	0,9779	203,9	667,1	463,2	203,5	619,8	416,3	46,9
17	203,35	476,51	0,119 0	8,405	0,5638	1,5300	0,9662	207,1	667,5	460,4	206,6	620,1	413,5	46,9
18	206,14	479,30	0,112 6	8,886	0,5701	1,5251	0,9550	210,1	667,9	457,8	209,6	620,4	410,8	47,0
19	208,81	482,97	0,106 8	9,366	0,5761	1,5205	0,9444	213,0	668,2	455,2	212,5	620,7	408,2	47,0
20	211,38	484,54	0,101 6	9,846	0,5820	1,5160	0,9340	215,8	668,5	452,7	215,2	620,9	405,7	47,0
22	216,23	489,39	0,092 51	10,81	0,5928	1,5078	0,9150	221,2	668,9	447,7	220,6	621,2	400,6	47,1
24	220,75	493,91	0,084 92	11,78	0,6026	1,5060	0,8974	226,1	669,3	443,2	225,4	621,5	396,1	47,1
26	224,99	498,15	0,078 46	12,75	0,6120	1,4926	0,8806	230,8	669,5	438,7	230,1	621,8	391,7	47,0
28	228,98	502,14	0,072 88	13,72	0,6206	1,4857	0,8651	235,2	669,6	434,4	234,4	621,8	387,4	47,0
30	232,76	505,92	0,068 02	14,70	0,6290	1,4793	0,8503	239,5	669,7	430,2	238,6	621,9	383,3	46,9
32	236,35	509,51	0,063 75	15,69	0,6368	1,4732	0,8364	243,6	669,7	426,1	242,7	621,9	379,2	46,9
34	239,77	512,93	0,059 95	16,68	0,6443	1,4673	0,8230	247,5	669,6	422,1	246,5	621,8	375,3	46,8
36	243,04	516,20	0,056 58	17,68	0,6515	1,4617	0,8102	251,2	669,5	418,3	250,2	621,8	371,6	46,7
38	246,17	519,33	0,053 53	18,68	0,6584	1,4564	0,7980	254,8	669,3	414,5	253,7	621,7	368,0	46,5

Tabela 3 (continuare)

Mărimile de stare ale apei și aburului la saturație

Presiunea	Temperatura		Volumul specific Abur	Greutatea specifică Abur	Entropia kcal T I/kg		$s''-s'$	Entalpia (cont. de căldură) kcal T I/kg		Căldura de vaporizare	Energia internă kcal T I kg		$u''-u'$	$AP \cdot (v''-v')$
kg/cm²	°C	°K	m³/kg	kg/m³	Apă	Abur	=	Apă	Abur	kcal T I/kg	Apă	Abur	=	=
p	t	T	v''	γ''	s'	s''	r/T	i'	i''	r	u'	u''	ϱ	ψ
40	249,18	522,34	0,050 78	19,69	0,6649	1,4513	0,7864	258,2	669,0	410,8	257,0	621,4	364,4	46,4
42	252,07	525,23	0,048 28	20,71	0,6712	1,4463	0,7751	261,6	668,8	407,2	260,4	621,3	360,9	46,3
44	254,87	528,03	0,046 01	21,73	0,6773	1,4415	0,7642	264,9	668,4	403,5	263,6	621,0	357,4	46,1
46	257,56	530,72	0,043 93	22,76	0,6832	1,4369	0,7537	268,0	668,0	400,0	266,6	620,6	354,0	46,0
48	260,17	533,33	0,042 01	23,80	0,6889	1,4324	0,7435	271,2	667,7	396,5	269,8	620,5	350,7	45,8
50	262,70	535,86	0,040 24	24,85	0,6944	1,4280	0,7336	274,2	667,3	393,1	272,7	620,2	347,5	45,6
55	268,69	541,85	0,036 36	27,50	0,7075	1,4176	0,7101	281,4	666,2	384,8	279,7	619,3	339,6	45,2
60	274,29	547,45	0,033 10	30,21	0,7196	1,4078	0,6882	288,4	665,0	376,6	286,6	618,5	331,9	44,7
65	279,54	552,70	0,030 33	32,97	0,7311	1,3986	0,6675	294,8	663,6	368,8	292,8	617,5	324,7	44,1
70	284,48	557,64	0,027 95	35,78	0,7420	1,3897	0,6477	300,9	662,1	361,2	298,7	616,3	317,6	43,6
75	289,17	562,33	0,025 87	38,66	0,7524	1,3813	0,6289	307,0	660,5	353,5	304,6	615,1	310,5	43,0
80	293,62	566,78	0,024 04	41,60	0,7623	1,3731	0,6108	312,6	658,9	346,3	310,0	613,8	303,8	42,5
85	297,86	571,02	0,022 41	44,62	0,7718	1,3654	0,5936	318,2	657,0	338,8	315,4	612,4	297,0	41,8
90	301,92	575,08	0,020 96	47,71	0,7810	1,3576	0,5766	323,6	655,1	331,5	320,6	610,9	290,3	41,2
95	305,80	579,96	0,019 64	50,91	0,7898	1,3500	0,5602	328,8	653,2	324,4	325,6	609,5	283,9	40,5
100	309,53	582,69	0,018 45	54,21	0,7983	1,3424	0,5441	334,0	651,1	317,1	330,6	607,9	277,3	39,8
110	316,58	589,74	0,016 37	61,08	0,8147	1,3279	0,5132	344,0	646,7	302,7	340,2	604,5	264,3	38,4
120	323,15	596,31	0,014 62	68,42	0,8306	1,3138	0,4832	353,9	641,9	288,0	349,6	600,8	251,2	36,8
130	329,30	602,46	0,013 12	76,23	0,8458	1,2998	0,4540	363,0	636,6	273,6	358,3	596,7	238,4	35,2
140	335,09	608,25	0,011 81	84,68	0,8606	1,2858	0,4252	372,4	631,0	258,6	367,2	592,3	225,1	33,5
150	340,56	613,72	0,010 65	93,90	0,8749	1,2713	0,3964	381,7	624,9	243,2	375,9	587,5	211,6	31,6
160	345,74	618,90	0,009 616	104,0	0,8892	1,2564	0,367	390,8	618,3	227,5	384,4	582,2	197,8	29,7
180	355,35	628,51	0,007 809	128,0	0,9186	1,2251	0,3065	410,2	602,5	192,3	402,5	569,6	167,1	25,2
200	364,08	637,24	0,006 20	161,2	0,9514	1,1883	0,2369	431,5	582,3	150,8	422,1	553,3	131,2	19,6
225	373,6	646,76	0,003 94	254	1,022	1,10	0,078	478	532	54	464	511	47	7
225,6	374,2	647,4	0,003 04	329	1,06		0	505		0	488		0	0

(Continuarea textului din p. 556).

saturați). In punctul critic cele două curbe limită trec continuu una în alta. Impărțind în părți egale izotermele drepte dintre curbele limită și unind punctele corespunzătoare, se obțin curbele de titlu x constant.

La o transformare oarecare în domeniul vaporilor umezi i se va da fiecărui kg căldura:

$$Q_{12}=u_2'-u_1'+x_2\varrho_2-x_1\varrho_1+A\int_1^2 P\,dv=i_2'-i_1'+x_2r_2-x_1r_1-A\int_1^2 v\,dP.$$

α) Izotermele, $T=$ const, sunt, în domeniul vaporilor umezi, și izobare $P=$ const, deci în diagramele Ts și Pv drepte paralele cu abscisa. In diagrama is izotermele sunt drepte inclinate cu inclinația $(\partial i/\partial s)_T=T$. În domeniul vaporilor umezi avem de-a-lungul izotermelor

$$L_{12}=P(V_2-V_1)=GP(v''-v')(x_2-x_1);\qquad Q_{12}=Gr(x_2-x_1).$$

β) Adiabatele, $s=$ const, se pot urmări cel mai bine în diagramele Ts sau is, unde avem pentru o transformare 1 2

$$s_1'+x_1r_1/T_1=s_2'+x_2r_2/T_2;\qquad AL=G(u_1'+x_1\varrho_1-u_2'-x_2\varrho_2).$$

Expansiunea vaporilor saturați uscați până la 25 kg/cm² se poate reprezenta destul de exact prin curba politropă $Pv^n=$ const, cu $n=1{,}135$, în care caz

$$L_{12}=\frac{P_1V_1}{n-1}\cdot\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(n-1)/n}\right].$$

La expansiune, vaporii saturați devin umezi, iar apa saturată se vaporizează în parte.

γ) Izocorele, $v=$ const. Avem:

$$v_1'+x_1(v_1''-v_1')=v_2'+x_2(v_2''-v_2');\qquad Q_{12}=G(u_2'-u_1'+x_2\varrho_2-x_1\varrho_1).$$

3. Ecuația Clausius-Clapeyron. Din principiul al doilea rezultă pentru vaporii saturați ecuația lui Clausius-Clapeyron

$$\frac{r}{T}=A(v''-v')\frac{dP}{dT};$$

ea leagă variația de entropie $s''-s'=r/T$ cu variația de volum $v''-v'$ a vaporizării și cu derivata dP/dT a curbei presiunii vaporilor. La presiuni joase putem neglija pe v' față de v'' și trata vaporii drept gaze perfecte după formula $Pv''=RT$; astfel avem

$$\frac{d\ln P}{dT}=\frac{r}{ART^2}.$$

Dacă în regiunea presiunilor joase aproximăm căldura de vaporizare printr'o ecuație de forma $r=a-bT$, integrarea ne dă

$$P=\text{const}\cdot T^{-b/AR}\cdot e^{-a/ART}.$$

b) Vapori supraîncălziți

Abaterile față de gazele perfecte cresc pe măsură ce ne apropiem de limita de saturație; mai ales la presiuni mari. Comportarea se poate exprima numai prin ecuații de stare complicate; se ia mai comod din tabele sau diagrame (tabela is, pp. 558/59).

We. Koch a indicat următoarele ecuații de stare

$$v=\frac{RT}{P}-\frac{0{,}9172\ \text{m}^3/\text{kg}}{(T/100^\circ)^{2,82}}-P^2\left[\frac{1{,}3088\cdot10^{-4}}{(T/100^\circ)^{14}}+\frac{4{,}379\cdot10^{7}}{(T/100^\circ)^{31,6}}\right]\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\left(\frac{\text{m}^2}{\text{kg}}\right)^2,$$

unde
$$R=47{,}06\ \text{kgm/kg grd},$$

$$i=i_0-0{,}008\,2056\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\ \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}\ \frac{P}{(T/100^\circ)^{2,82}}-P^3\left[\frac{1{,}5326\cdot10^{-6}}{(T/100^\circ)^{14}}+\frac{1{,}1144\cdot10^{8}}{(T/100^\circ)^{31,6}}\right]\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\left(\frac{\text{m}^2}{\text{kg}}\right)^3$$

și $$i_0=[474{,}89+45{,}493\cdot T/100^\circ-0{,}457\,57\,(T/100^\circ)^2+0{,}0717\,(T/100^\circ)^3]\ \text{kcal/kg};$$

(Continuarea textului în p. 569).

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Mărimile de stare *v*, *i* și *s* pentru apă și abur supraîncălzit

Deasupra liniilor orizontale transversale e regiunea stării lichide; dedesubt, a aburului

grd	1,0 at			5,0 at			10,0 at			25 at		
	v	*i*	*s*	*v*	*i*	*s*	*v*	*i*	*s*	*v*	*i*	*s*
0	0,001000	0,0	0,0000	0,001000	0,1	0,0000	0,001000	0,2	0,0000	0,000999	0,6	0,0000
10	0,001000	10,1	0,0361	0,001000	10,2	0,0361	0,001000	10,3	0,0361	0,000999	10,6	0,0360
20	0,001002	20,1	0,0708	0,001002	20,1	0,0708	0,001001	20,3	0,0707	0,001001	20,6	0,0706
30	0,001004	30,0	0,1042	0,001004	30,1	0,1042	0,001004	30,2	0,1041	0,001003	30,5	0,1040
40	0,001008	40,0	0,1365	0,001008	40,1	0,1365	0,001008	40,2	0,1364	0,001007	40,5	0,1363
50	0,001012	50,0	0,1680	0,001012	50,0	0,1679	0,001012	50,2	0,1678	0,001011	50,4	0,1677
60	0,001017	60,0	0,1984	0,001017	60,0	0,1983	0,001017	60,1	0,1982	0,001016	60,4	0,1980
70	0,001023	69,9	0,2280	0,001023	70,0	0,2279	0,001022	70,1	0,2278	0,001022	70,4	0,2275
80	0,001029	80,0	0,2567	0,001029	80,0	0,2566	0,001029	80,1	0,2565	0,001028	80,4	0,2562
90	0,001036	90,0	0,2848	0,001036	90,1	0,2847	0,001035	90,1	0,2846	0,001035	90,4	0,2843
100	1,730	639,1	1,7599	0,001043	100,1	0,3120	0,001043	100,2	0,3119	0,001042	100,5	0,3116
110	1,781	644,2	1,7736	0,001051	110,2	0,3386	0,001051	110,3	0,3385	0,001050	110,5	0,3382
120	1,830	649,1	1,7862	0,001060	120,3	0,3646	0,001060	120,4	0,3645	0,001059	120,6	0,3642
130	1,879	653,8	1,7981	0,001070	130,5	0,3901	0,001069	130,6	0,3900	0,001069	130,8	0,3896
140	1,927	658,5	1,8096	0,001080	140,7	0,4150	0,001079	140,7	0,4149	0,001079	141,0	0,4145
150	1,976	663,2	1,8207	0,001091	150,9	0,4395	0,001090	151,0	0,4394	0,001089	151,2	0,4390
160	2,024	667,9	1,8316	0,3918	661,3	1,6424	0,001102	161,3	0,4635	0,001101	161,5	0,4630
170	2,072	672,5	1,8422	0,4026	666,9	1,6552	0,001114	171,7	0,4873	0,001113	171,9	0,4867
180	2,120	677,2	1,8526	0,4132	672,2	1,6669	0,1987	663,6	1,5755	0,001126	182,3	0,5100
190	2,167	681,8	1,8628	0,4235	677,2	1,6780	0,2048	670,3	1,5898	0,001140	192,9	0,5330
200	2,215	686,5	1,8727	0,4337	682,2	1,6886	0,2105	676,1	1,6024	0,001156	203,6	0,5558
210	2,263	691,1	1,8824	0,4438	687,2	1,6989	0,2161	681,6	1,6141	0,001172	214,4	0,5785
220	2,311	695,8	1,8920	0,4539	692,1	1,7090	0,2215	687,2	1,6251	0,001190	225,3	0,6009
230	2,358	700,5	1,9014	0,4639	697,0	1,7189	0,2269	692,4	1,6357	0,08367	675,0	1,5074
240	2,406	705,2	1,9106	0,4738	701,9	1,7285	0,2322	697,6	1,6459	0,08646	682,2	1,5216
250	2,453	709,9	1,9197	0,4837	706,8	1,7380	0,2375	702,8	1,6558	0,08909	688,9	1,5345
260	2,501	714,6	1,9286	0,4936	711,6	1,7472	0,2427	707,9	1,6655	0,09161	695,2	1,5464
270	2,548	719,3	1,9374	0,5034	716,5	1,7562	0,2478	712,9	1,6750	0,09405	701,2	1,5577
280	2,596	724,0	1,9460	0,5132	721,4	1,7651	0,2529	717,9	1,6842	0,09642	707,1	1,5684
290	2,643	728,8	1,9545	0,5230	726,2	1,7738	0,2580	723,0	1,6932	0,09874	712,9	1,5787
300	2,691	733,5	1,9629	0,5328	731,1	1,7824	0,2630	728,1	1,7021	0,1010	718,6	1,5887
310	2,738	738,3	1,9711	0,5425	736,0	1,7909	0,2681	733,1	1,7108	0,1033	724,1	1,5983
320	2,785	743,1	1,9793	0,5522	740,9	1,7992	0,2731	738,2	1,7194	0,1055	729,6	1,6077
330	2,833	747,9	1,9873	0,5619	745,8	1,8074	0,2781	743,2	1,7278	0,1077	735,1	1,6169
340	2,880	752,7	1,9952	0,5716	750,7	1,8154	0,2830	748,2	1,7361	0,1098	740,6	1,6258
350	2,927	757,5	2,0030	0,5813	755,6	1,8234	0,2880	753,3	1,7442	0,1120	746,0	1,6346
360	2,975	762,3	2,0107	0,5909	760,5	1,8312	0,2929	758,3	1,7522	0,1141	751,4	1,6431
370	3,022	767,2	2,0183	0,6005	765,5	1,8390	0,2979	763,3	1,7601	0,1162	756,7	1,6515
380	3,069	772,1	2,0258	0,6101	770,4	1,8466	0,3028	768,4	1,7679	0,1183	762,1	1,6598
390	3,116	777,0	2,0333	0,6197	775,4	1,8542	0,3077	773,4	1,7756	0,1204	767,4	1,6679
400	3,164	781,9	2,0407	0,6293	780,4	1,8616	0,3126	778,4	1,7831	0,1225	772,7	1,6758
410	3,211	786,8	2,0480	0,6389	785,4	1,8690	0,3174	783,5	1,7906	0,1245	778,0	1,6836
420	3,258	791,8	2,0552	0,6485	790,4	1,8763	0,3223	788,6	1,7980	0,1266	783,3	1,6914
430	3,305	796,7	2,0622	0,6581	795,4	1,8835	0,3272	793,7	1,8053	0,1286	788,7	1,6990
440	3,353	801,7	2,0693	0,6676	800,5	1,8906	0,3320	798,8	1,8125	0,1307	794,0	1,7075
450	3,400	806,7	2,0764	0,6772	805,5	1,8977	0,3369	804,0	1,8197	0,1327	799,3	1,7140
460	3,447	811,8	2,0833	0,6867	810,6	1,9047	0,3417	809,1	1,8268	0,1347	804,6	1,7213
470	3,494	816,8	2,0902	0,6963	815,7	1,9116	0,3465	814,3	1,8338	0,1367	809,9	1,7286
480	3,541	821,9	2,0970	0,7058	820,8	1,9185	0,3514	819,4	1,8407	0,1387	815,3	1,7357
490	3,588	827,0	2,1037	0,7153	826,0	1,9253	0,3562	824,6	1,8476	0,1407	820,6	1,7427
500	3,636	832,1	2,1104	0,7248	831,1	1,9320	0,3610	829,8	1,8544	0,1427	826,0	1,7497
510	3,683	837,3	2,1170	0,7344	836,3	1,9387	0,3658	835,1	1,8611	0,1446	831,4	1,7566
520	3,730	842,5	2,1235	0,7439	841,6	1,9453	0,3706	840,3	1,8678	0,1466	836,8	1,7634
530	3,777	847,7	2,1300	0,7534	846,8	1,9518	0,3754	845,6	1,8744	0,1486	842,2	1,7702
540	3,824	852,9	2,1365	0,7629	852,1	1,9583	0,3802	850,9	1,8809	0,1506	847,6	1,7769
550	3,871	858,1	2,1429	0,7724	857,3	1,9648	0,3850	856,1	1,8873	0,1526	852,9	1,7835

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4

Mărimile de stare v, i și s pentru apă și abur supraîncălzit (cont.)

grd	50 at			75 at			100 at			125 at		
	v	i	s	v	i	s	v	i	s	v	i	s
0	0,000998	1,2	0,0001	0,000997	1,8	0,0001	0,000995	2,4	0,0001	0,000994	3,0	0,0002
10	0,000998	11,2	0,0359	0,000997	11,8	0,0358	0,000996	12,3	0,0358	0,000995	12,9	0,0357
20	0,001000	21,1	0,0705	0,000999	21,7	0,0703	0,000998	22,2	0,0702	0,000996	22,8	0,0701
30	0,001002	31,1	0,1039	0,001001	31,6	0,1037	0,001000	32,1	0,1035	0,000999	32,7	0,1033
40	0,001006	41,0	0,1361	0,001005	41,5	0,1359	0,001004	42,1	0,1356	0,001003	42,6	0,1354
50	0,001010	51,0	0,1674	0,001009	51,5	0,1671	0,001008	52,0	0,1667	0,001007	52,5	0,1665
60	0,001015	60,9	0,1977	0,001014	61,4	0,1974	0,001013	61,9	0,1970	0,001012	62,4	0,1967
70	0,001020	70,9	0,2271	0,001019	71,4	0,2268	0,001018	71,8	0,2264	0,001017	72,3	0,2260
80	0,001027	80,9	0,2558	0,001026	81,4	0,2554	0,001024	81,8	0,2550	0,001023	82,3	0,2546
90	0,001033	90,9	0,2838	0,001032	91,4	0,2833	0,001031	91,8	0,2829	0,001030	92,2	0,2824
100	0,001041	100,9	0,3111	0,001040	101,4	0,3106	0,001038	101,8	0,3101	0,001037	102,2	0,3096
110	0,001049	111,0	0,3377	0,001048	111,4	0,3372	0,001046	111,8	0,3367	0,001045	112,3	0,3362
120	0,001058	121,1	0,3637	0,001056	121,5	0,3632	0,001055	121,9	0,3626	0,001054	122,3	0,3622
130	0,001067	131,2	0,3891	0,001066	131,6	0,3886	0,001064	132,0	0,3880	0,001063	132,4	0,3875
140	0,001077	141,4	0,4140	0,001076	141,8	0,4134	0,001074	142,1	0,4128	0,001073	142,5	0,4123
150	0,001088	151,6	0,4383	0,001086	152,0	0,4377	0,001085	152,3	0,4371	0,001083	152,7	0,4365
160	0,001099	161,8	0,4622	0,001097	162,2	0,4616	0,001096	162,5	0,4608	0,001094	162,9	0,4602
170	0,001111	172,2	0,4857	0,001110	172,5	0,4849	0,001108	172,8	0,4841	0,001106	173,2	0,4835
180	0,001124	182,6	0,5090	0,001122	182,9	0,5081	0,001120	183,2	0,5072	0,001118	183,5	0,5065
190	0,001138	193,2	0,5320	0,001136	193,4	0,5310	0,001134	193,7	0,5301	0,001132	194,0	0,5292
200	0,001153	203,8	0,5547	0,001151	204,1	0,5537	0,001149	204,3	0,5527	0,001146	204,5	0,5518
210	0,001169	214,6	0,5773	0,001167	214,8	0,5762	0,001164	215,0	0,5751	0,001162	215,2	0,5741
220	0,001187	225,5	0,5996	0,001184	225,6	0,5984	0,001181	225,8	0,5973	0,001178	226,0	0,5961
230	0,001206	236,5	0,6217	0,001203	236,6	0,6204	0,001199	236,7	0,6192	0,001196	236,9	0,6180
240	0,001227	247,8	0,6439	0,001223	247,8	0,6426	0,001219	247,9	0,6412	0,001216	248,0	0,6399
250	0,001250	259,2	0,6661	0,001245	259,2	0,6647	0,001241	259,3	0,6632	0,001237	259,3	0,6618
260	0,001275	271,0	0,6885	0,001280	270,9	0,6868	0,001265	270,9	0,6852	0,001260	270,8	0,6836
270	0,04162	674,6	1,4416	0,001298	282,8	0,7088	0,001292	282,7	0,7071	0,001286	282,5	0,7054
280	0,04335	683,6	1,4580	0,001329	295,2	0,7313	0,001322	294,9	0,7293	0,001316	294,6	0,7274
290	0,04496	691,8	1,4728	0,02610	661,5	1,3840	0,001357	307,5	0,7520	0,001349	307,0	0,7496
300	0,04647	699,5	1,4863	0,02749	673,1	1,4038	0,001398	320,7	0,7751	0,001388	319,9	0,7723
310	0,04791	706,7	1,4987	0,02883	683,7	1,4219	0,01850	651,7	1,3435	0,001433	333,6	0,7960
320	0,04928	713,6	1,5104	0,03005	693,1	1,4380	0,01985	666,0	1,3681	0,001491	348,3	0,8213
330	0,05060	720,2	1,5216	0,03118	701,8	1,4526	0,02102	678,3	1,3886	0,01439	646,6	1,3190
340	0,05189	726,6	1,5322	0,03225	710,0	1,4665	0,02209	689,2	1,4066	0,01561	662,9	1,3459
350	0,05314	732,9	1,5423	0,03327	717,7	1,4785	0,02307	699,2	1,4228	0,01665	676,4	1,3677
360	0,05436	739,1	1,5521	0,03425	725,1	1,4802	0,02397	708,4	1,4375	0,01756	688,4	1,3867
370	0,05556	745,1	1,5616	0,03519	732,1	1,5013	0,02481	717,0	1,4510	0,01840	699,2	1,4038
380	0,05673	751,1	1,5708	0,03609	738,9	1,5121	0,02561	725,2	1,4636	0,01917	709,2	1,4192
390	0,05789	757,0	1,5797	0,03696	745,6	1,5220	0,02637	733,0	1,4754	0,01989	718,5	1,4332
400	0,05904	762,8	1,5884	0,03781	752,1	1,5320	0,02710	740,4	1,4865	0,02057	727,2	1,4462
410	0,06017	768,6	1,5969	0,03865	758,6	1,5411	0,02781	747,6	1,4971	0,02122	735,5	1,4585
420	0,06128	774,3	1,6053	0,03947	764,9	1,5503	0,02850	754,6	1,5073	0,02184	743,4	1,4701
430	0,06239	780,0	1,6135	0,04028	771,0	1,5592	0,02916	761,4	1,5170	0,02244	751,0	1,4810
440	0,06349	785,7	1,6215	0,04107	777,1	1,5678	0,02981	768,1	1,5264	0,02301	758,4	1,4914
450	0,06457	791,4	1,6294	0,04185	783,2	1,5763	0,03045	774,7	1,5356	0,02357	765,5	1,5014
460	0,06565	797,0	1,6372	0,04262	789,2	1,5846	0,03107	781,1	1,5445	0,02411	772,5	1,5110
470	0,06672	802,7	1,6449	0,04338	795,2	1,5927	0,03168	787,5	1,5532	0,02464	779,3	1,5203
480	0,06778	808,3	1,6524	0,04414	801,1	1,6006	0,03229	793,8	1,5616	0,02516	786,1	1,5293
490	0,06884	813,9	1,6598	0,04489	807,0	1,6084	0,03288	800,0	1,5698	0,02567	792,7	1,5380
500	0,06989	819,5	1,6671	0,04563	812,9	1,6161	0,03347	806,2	1,5779	0,02616	799,2	1,5465
510	0,07094	825,1	1,6743	0,04636	818,8	1,6236	0,03405	812,4	1,5858	0,02665	805,7	1,5548
520	0,07198	830,7	1,6814	0,04709	824,7	1,6317	0,03462	818,5	1,5936	0,02714	812,1	1,5629
530	0,07301	836,3	1,6884	0,04781	830,5	1,6384	0,03519	824,5	1,6013	0,02762	818,5	1,5709
540	0,07404	841,9	1,6954	0,04853	836,3	1,6456	0,03576	830,6	1,6089	0,02809	824,8	1,5787
550	0,07507	847,6	1,7024	0,04925	842,1	1,6528	0,03632	836,6	1,6164	0,02856	830,9	1,5864

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4

Mărimile de stare *v*, *i* şi *s* pentru apă şi abur supraîncălzit (cont.)

grd	150 at			200 at			250 at			300 at		
	v	*i*	*s*	*v*	*i*	*s*	*v*	*i*	*s*	*v*	*i*	*s*
0	0,000993	3,6	0,0002	0,000991	4,7	0,0003	0,000988	5.9	0,0003	0,000986	7,1	0,0003
10	0,000994	13,4	0,0356	0,000991	14 6	0,0355	0,000989	15,7	0,0354	0,000987	16,8	0,0354
20	0,000995	23,3	0,0700	0,000993	24,4	0,0697	0,000991	25,5	0.0695	0,000989	26,6	0,0693
30	0,000998	33,2	0,1032	0,000996	34,3	0,1028	0,000994	35,3	0,1025	0,000992	36,4	0,1021
40	0,001002	43,1	0,1352	0,001000	44,1	0,1347	0,000997	45,1	0,1343	0,000995	46,2	0,1338
50	0,001006	53,0	0,1662	0,001004	54,0	0,1657	0,001002	55,0	0,1652	0,001000	56,0	0,1647
60	0,001010	62,9	0,1963	0,001008	63,8	0,1958	0,001006	64,8	0,1952	0,001004	65,8	0,1947
70	0,001016	72,8	0,2257	0,001014	73,7	0,2251	0,001012	74,7	0,2244	0,001010	75.7	0,2238
80	0,001022	82,7	0.2543	0,001020	83,7	0,2536	0,001018	84,6	0.2528	0,001015	85,5	0,2522
90	0,001029	92,7	0,2821	0,001027	93,6	0,2813	0,001024	94,5	0,2805	0,001022	95,4	0,2799
100	0,001036	102,7	0,3092	0,001034	103,6	0,3084	0,001031	104,5	0,3075	0,001029	105,4	0,3068
110	0,001044	112,7	0,3357	0,001042	113,6	0,3348	0,001039	114,4	0,3339	0,001037	115,3	0,3330
120	0,001052	122,7	0,3617	0,001050	123,6	0,3607	0,001047	124,4	0,3597	0,001045	125,3	0.3587
130	0,001062	132,8	0,3870	0,001059	133,7	0,3859	0,001056	134,4	0,3849	0.001054	135 2	0,3838
140	0,001071	142,9	0,4117	0,001068	143,7	0,4106	0,001066	144,5	0,4095	0,001063	145,2	0,4084
150	0,001081	153,1	0,4359	0,001078	153,8	0,4347	0,001075	154,6	0,4336	0,001073	155,3	0.4324
160	0,001092	163.2	0,4595	0,001089	163,9	0,4583	0,001086	164.7	0.4571	0,001083	165,4	0,4559
170	0,001104	173,5	0,4827	0,001101	174,1	0,4814	0,001097	174.8	0,4801	0,001094	175,5	0.4789
180	0,001117	183,8	0,5057	0,001113	184,4	0,5042	0,001109	185,0	0,5028	0,001106	185,7	0,5015
190	0,001130	194,2	0,5284	0,001126	194,8	0,5268	0,001122	195,4	0,5253	0,001118	195,9	0,5239
200	0,001144	204,8	0,5509	0,001140	205,3	0,5492	0,001135	205,7	0,5475	0,001131	206,2	0,5459
210	0,001159	215,4	0,5731	0,001154	215,8	0,5712	0,001150	216,2	0,5694	0,001145	216,6	0,5676
220	0,001176	226,1	0,5951	0,001170	226,5	0,5930	0,001165	226,8	0,5910	0,001160	227,1	0,5890
230	0,001193	237,0	0,6169	0,001187	237,3	0,6147	0,001182	237,5	0,6125	0,001176	237,8	0,6103
240	0,001212	248,0	0,6387	0,001206	248,2	0,6363	0,001199	248,4	0,6338	0,001193	248,6	0,6315
250	0,001233	259,3	0.6605	0,001225	259,4	0,6578	0.001218	259,5	0,6552	0,001212	259,6	0,6526
260	0,001256	270,8	0,6822	0,001247	270,7	0,6792	0.001239	270,7	0,6764	0,001232	270,7	0,6736
270	0,001281	282,5	0,7038	0,001271	282,2	0,7007	0,001262	282,1	0,6976	0.001253	282.0	0,6945
280	0,001309	294,4	0,7256	0,001298	294,0	0,7222	0,001287	293,7	0.7188	0.001277	293,5	0.7154
290	0,001341	306,7	0,7476	0,001327	306,1	0,7437	0,001315	305,6	0,7400	0,001304	305,2	0,7364
300	0,001378	319,3	0,7699	0,001361	318,4	0,7655	0,001346	317,6	0,7614	0.001333	317,0	0,7574
310	0,001421	332,6	0,7930	0,001400	331,1	0,7878	0.001382	330,1	0,7830	0,001366	329,2	0,7786
320	0,001474	346,9	0,8173	0,001446	344,7	0,8109	0,001423	343,2	0,8054	0,001403	342,0	0,8002
330	0,001542	362,5	0,8435	0,001502	359,2	0,8351	0,001471	357,0	0,8286	0,001446	355,3	0,8225
340	0,001639	380,5	0,8732	0,001573	375,0	0,8611	0,001530	371,6	0,8528	0,001497	369,1	0,8456
350	0,01198	647,5	1,3079	0,001671	393,1	0,8904	0,001606	387,7	0,8788	0,001558	383 9	0,8694
360	0,01304	663,9	1,3341	0,001841	416,6	0,9280	0,001703	405,8	0,9080	0,001635	400,2	0,8958
370	0,01394	677,9	1,3560	0,00745	610,2	1,2315	0,001868	428,6	0,9441	0,00174	418,4	0,9240
380	0,01474	690,4	1,3753	0,00868	640,2	1,2775	0,00255	468,5	1,0049	0.00190	440,2	0,9577
390	0,01546	701,7	1,3925	0,00956	660,7	1,3088	0,00513	584,6	1,1813	0.00226	470,2	1,0034
400	0,01613	712,2	1,4081	0,01031	676,6	1,3327	0,00637	622,4	1,2378	0,00302	524,5	1,0847
410	0,01676	721,9	1,4223	0,01096	690,2	1,3527	0,00720	647,5	1,2744	0,00429	582,2	1.1698
420	0,01735	731,0	1,4356	0,01154	702,4	1,3705	0,00788	666,7	1,3029	0,00518	616,8	1,2201
430	0,01790	739,6	1,4480	0,01208	713,6	1,3865	0,00845	682,2	1,3249	0,00589	641,5	1,2555
440	0,01843	747,9	1,4597	0,01258	724,0	1,4012	0,00897	695,6	1,3435	0,00648	660,8	1,2827
450	0,01894	755,8	1,4708	0,01306	733,7	1,4148	0,00945	707,8	1,3606	0,00698	677,4	1,3059
460	0,01944	763,4	1,4813	0,01352	743,0	1,4276	0,00989	719,2	1,3766	0,00743	692,2	1,3263
470	0,01992	770,8	1,4913	0,01395	751,9	1,4397	0,01029	730,1	1,3915	0,00784	705,7	1,3445
480	0,02039	778,0	1,5010	0,01436	760,5	1,4511	0,01067	740,5	1,4053	0,00822	718,1	1,3610
490	0,02084	785,1	1,5103	0,01475	768,7	1,4619	0,01104	750,2	1,4182	0,00857	729,5	1,3761
500	0,02128	792,0	1,5193	0,01513	776,6	1,4722	0,01138	759,5	1,4302	0,00890	740,2	1,3900
510	0,02171	798,8	1,5280	0,01550	784,2	1,4819	0,01171	768.3	1,4414	0.00920	750,3	1,4030
520	0,02214	805,5	1,5365	0,01586	791,6	1,4913	0,01203	776,5	1,4519	0,00949	759,8	1.4151
530	0,02256	812,1	1,5448	0,01621	798,8	1,5004	0.01234	784,4	1,4619	0,00978	768,9	1,4264
540	0,02297	818,6	1,5530	0,01655	805,8	1,5091	0,01265	792,1	1,4715	0,01006	777,6	1,4372
550	0,02338	825,0	1,5610	0,01689	812,8	1,5176	0,01296	799,7	1,4809	0,01035	786,0	1,4474

Scanned with OKEN Scanner

(Continuare din p. 565).

$$\text{apoi}\quad s = s_0 - 0{,}110213\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}} \ln \frac{P}{\text{kg/m}^2} - 6{,}0575 \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}}\ \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}\ \frac{P}{(T/100^\circ)^{3,81}}$$

$$- P^3 \left[\frac{1{,}430\,41 \cdot 10^{-8}}{(T/100^\circ)^{15}} + \frac{1{,}080\,24 \cdot 10^4}{(T/100^\circ)^{32,6}} \right] \frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}} \left(\frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \right)^3 \text{[1]},$$

$$\text{unde}\quad s_0 = [2{,}201\,57 + 0{,}454\,93 \ln (T/100^\circ) - 9{,}1513 \cdot 10^{-3} \cdot T/100^\circ + 1{,}0755 \cdot 10^{-3} (T/100^\circ)^2]\ \text{kcal/kg grd}.$$

Observatie: Drept unitate de căldură s'a ales aici, ca şi în tabelele de abur, kcal T I (p. 542).

c) Aplicaţii la teoria maşinilor cu abur

Notăm cu (cp. p. 541):

P, T, i şi s starea aburului înainte de intrarea în maşină,
P_0, T_0, i_0 şi s_0 starea aburului la ieşirea din maşină,
x titlul aburului,
i_w entalpia (conţinutul de căldură al) apei de alimentare.

1. Lucrul mecanic al aburului. Intr'o maşină fără pierderi (adică într'o maşină cu piston sau turbină cu abur fără pierderi de căldură şi frecare, cu expansiune adiabatică completă dela P la P_0) se obţine din 1 kg de abur lucrul mecanic $AL = i - i_0$,
unde $i - i_0$ se mai numeşte c ă d e r e a d i a b a t i c ă d e c ă l d u r ă (mai exact d i f e r e n ţ ă d e e n t a l p i e).

AL se determină totdeauna cel mai simplu din diagrama is (pp. 558/559); el e distanţa verticală dintre punctele de stare a aburului înainte şi după trecerea prin maşină. Aici P şi T sunt considerate date, ca presiune resp. temperatură a aburului viu (proaspăt), iar P_0 contrapresiunea (presiunea la condensator sau de evacuare). La maşina ideală, în diagrama is, punctul final se găseşte pe verticală sub punctul iniţial, dedesubtul lui.

Chiar şi pentru maşinile cu frecări, dar fără pierderi de căldură spre exterior, $i - i_0$ reprezintă lucrul mecanic câştigat, deoarece căldura frecării rămâne în abur şi ridică valoarea lui i_0. Punctul final nu se mai găseşte pe verticală sub punctul iniţial, ci la valori mai mari ale entropiei.

Lucrul mecanic AL e:

a) pentru abur supraîncălzit, dacă e umed după destindere, $s < s_0''$,

$$AL = i - i_0'' + T_0 (s_0'' - s),$$

unde i şi s se iau din tabela 4, iar i_0'' şi s_0'' din tabelele 2 sau 3,

b) pentru abur supraîncălzit, dacă rămâne supraîncălzit şi după destindere:

$$AL = i - i_0$$

sau pentru abur proaspăt la presiuni < 25 kg/cm²

$$L = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} Pv \left[1 - (P_0/P)^{(\varkappa-1)/\varkappa} \right] \qquad \text{cu } \varkappa = 1{,}3,$$

c) pentru abur saturat uscat $AL = i'' - i_0'' + T_0 (s_0'' - s'')$.

2. Randamentul, consumul de abur şi de căldură. In cazan se introduce căldura $i - i_w$, diferenţa dintre entalpia aburului şi a apei de alimentare. Dacă AL_i e lucrul mecanic măsurat cu indicatorul sau lucrul mecanic indicat, AL_e e lucrul mecanic util, de care putem dispune la axa unei maşini reale; avem

$\eta_{th} = AL/(i - i_w)$ randamentul t e r m i c al procesului t e o r e t i c de transformare.

$\eta_i = AL_i / AL$ randamentul i n d i c a t sau coeficientul de calitate al maşinii.

$\eta_t = AL_i / (i - i_w)$ randamentul t e r m i c al procesului r e a l de transformare.

$\eta_m = AL_e / AL_i$ randamentul m e c a n i c al maşinii.

$\eta_e = \eta_{th}\, \eta_i\, \eta_m = AL_e / (i - i_w)$ randamentul e f e c t i v sau u t i l.

---

[1]) In ecuaţie se scrie $\ln \frac{P}{\text{kg/m}^2}$ şi nu $\ln P$, fiindcă se poate lua numai logaritmul unui număr fără dimensiune. Cum însă presiunea P, ca mărime fizică, e produsul dintre un număr şi dimensiunea kg/m², P trebue împărţit cu kg/m² spre a obţine un număr fără dimensiune.

C o n s u m u l d e a b u r (cantitatea de abur în kg pe 1 kcal lucru mecanic) e pentru maşina ideală $D = 1/AL$.

Raportat la kWh sau la CPh, avem

$$D_{kWh} = 860 \text{ kcal/kWh} \cdot 1/AL,$$
$$D_{CPh} = 632 \text{ kcal/CPh} \cdot 1/AL.$$

C o n s u m u l d e c ă l d u r ă e $W = D(i - i_w) = 1/\eta_{th}$.

Pentru fiecare kWh resp. CPh avem:

$$W_{kWh} = 860 \text{ kcal/kWh} \cdot 1/\eta_{th}; \quad W_{CPh} = 632 \text{ kcal/CPh} \cdot 1/\eta_{th}.$$

D şi W pot fi raportați, în locul lucrului mecanic teoretic AL, şi la lucrul mecanic indicat sau util AL_e; în acest caz avem de ex.

$$D_e = 1/AL_e \quad \text{şi} \quad W_e = 1/\eta_e.$$

d) Amestec de aer şi abur (aer umed)

Cele ce urmează sunt valabile în principiu şi pentru alte amestecuri de gaze şi vapori (gaze de ardere cu conținut de vapori, amestecuri de aer şi vapori de combustibil ş. a. m. d.), cu condițiunea însă ca şi aceşti vapori să urmeze destul de exact legea de stare a gazelor perfecte şi să li se aplice legea lui D a l t o n. Se mai presupune că vaporii lichefiați nu disolvă gazul în cantități însemnate (ca de ex. amestecurile de amoniac cu abur).

Cantitatea de vapori ce o putem introduce în gaz e limitată, fiindcă presiunea parțială a vaporilor nu poate întrece presiunea lor de saturație la temperatura corespunzătoare acestei presiuni. In anumite împrejurări, de ex. la destindere adiabatică (atmosfera, camera lui Wilson) presiunea parțială poate deveni chiar mai mare decât presiunea de saturație, însă asemenea stări nu sunt stabile.

Se notează cu:

P presiunea parțială a aburului [kg/m²],
P' presiunea de saturație a aburului la temperatura dată t [kg/m²],
P_0 presiunea totală a amestecului [kg/m²],
$P_0 - P$ presiunea parțială a aerului din amestec [kg/m²],
$M_d = 18$ greutatea moleculară a aburului, $M_l = 29$ greutatea moleculară a aerului; $M_d/M_l = 0{,}622$,
$R_d = 47{,}1$ $R_l = 29{,}27$ constanta gazului pentru abur resp. apă [kgm/kg grd],
x conținutul de apă al amestecului, în kg de abur şi apă, pe kg de aer uscat,
x' conținutul de abur la saturație [kg/kg],
$y = x/0{,}622$ câtul molar al amestecului în kmol apă pe kmol aer uscat,
$c_{pl} = 0{,}24$ (rotunjit) căldura specifică a aerului la presiune constantă [kcal/kg grd],
$c_{pd} = 0{,}46$ (rotunjit) căldura specifică a aburului la presiune constantă [kcal/kg grd],
$r = 595$ (rotunjit) căldura de vaporizare a aburului la 0° [kcal/kg],
i_{1+x} entalpia (conținutul de căldură) a 1 kg aer şi x kg aburi, socotită dela 0° şi față de starea lichidă a întregului abur la această temperatură,
$i_{1+x'}$ valoarea de saturație a entalpiei,
L cantitatea de aer, conținută în cantitatea de amestec $L(1+x)$ [kg],
$\psi = x/x'$ gradul de saturație al aerului. La saturație avem $\psi = 1$. In meteorologie „u m i d i t a t e a r e l a t i v ă" $\varphi = P/P'$ serveşte de obiceiu drept măsură a conținutului de abur. Aceasta e însă mai puțin comod pentru scopurile tehnice. Avem relațiunea

$$\psi/\varphi = (P_0 - P')/(P_0 - P),$$

Cum P' şi P sunt de obiceiu mici față de P_0, valorile lui ψ şi φ coincid aproape.

O b s e r v a ț i e : La transformări ale amestecurilor aer-abur, cantitatea de aer rămâne de obiceiu constantă, pe când cantitatea de abur amestecată în el variază prin lichefiere şi prin vaporizare. De aceea e mai convenabil să ne raportăm la 1 kg aer uscat drept unitate, căreia i se adaugă x kg apă, înglobând atât aburul, cât şi apa lichidă, de ex. în formă de picături sau condensat. In practică transformările se produc de regulă la presiune constantă, care e de obiceiu presiunea atmosferică a aerului.

1. Mărimile de stare ale amestecului. Entalpia amestecului de 1 kg aer uscat şi x kg vapori e

$$i_{1+x} = c_{pl} t + x(c_{pd} t + r), \text{ deci pentru abur}$$
$$i_{1+x} = 0{,}24 \text{ kcal/kg grd} \cdot t + x\,(0{,}46 \text{ kcal/kg grd} \cdot t + 595 \text{ kcal/kg}).$$

Avem deci la saturație

$$i_{1+x'} = 0{,}24 \text{ kcal/kg grd} \cdot t + x'\,(0{,}46 \text{ kcal/kg grd} \cdot t + 595 \text{ kcal/kg}).$$

Dacă amestecul conține mai multă umiditate decât cea corespunzătoare saturației, el conține partea $x - x'$ în stare solidă sau lichidă, iar conținutul de căldură e

$$i_{1+x} = i_{1+x'} + (x - x')\,t \text{ [kcal/kg] pentru apă în stare lichidă,}$$

$$i_{1+x} = i_{1+x'} - (x - x')\,(s - ct) \text{ [kcal/kg] pentru ghiață,}$$

unde $s = 80$ kcal/kg e căldura de topire iar $c = 0{,}5$ kcal/kg grd căldura specifică a ghetei.

Conform ecuațiilor de mai sus, entalpia e funcțiune liniară de x și t, atât pentru cazul că amestecul conține abur nesaturat, cât și pentru apă sau ghiață. In diagrama $i\,x$, izotermele sunt deci linii drepte.

Volumul $(1 + x)$ kg de aer umed e în cazul $x < x'$

$$v_{1+x} = R_d (M_d/M_l + x)\,T/P_0, \text{ deci pentru abur}$$

$$v_{1+x} = 47{,}1 \text{ kgm/kg grd} \cdot (0{,}622 + x)\,T/P_0.$$

Dacă $x = x'$, se va trece x' în ecuația de mai sus; dacă $x > x'$, volumul rămâne practic același ca și în cazul $x = x'$, deoarece volumul lichidului e neglijabil față de al amestecului aer-abur.

Volumul specific v e (pentru 1 kg amestec) $v = \dfrac{v_{1+x}}{1+x}$

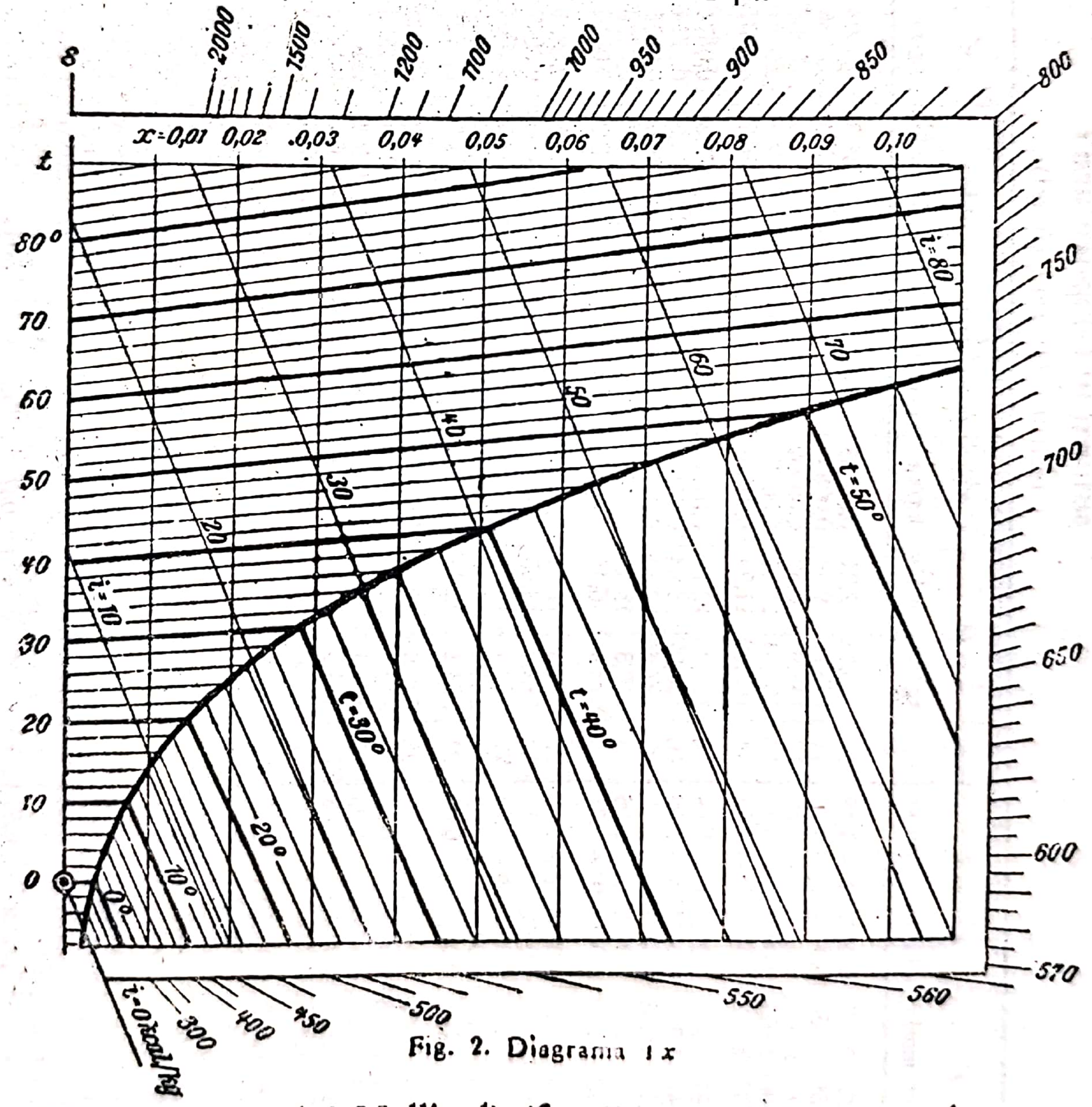


Fig. 2. Diagrama $i\,x$

2. **Diagrama $i\,x$ a lui Mollier** [1]) (fig. 2) reprezintă în coordonate oblice entalpiile a $(1 + x)$ kg aer umed.

[1]) Z V D I 67 (1923), p. 869 și 73 (1929), p. 1009.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 5. Presjunea parţială P, conţinutul de abur x' şi entalpia $i_{1+x'}$ a aerului umed saturat la temperatura t

(sub 0° deasupra gheţei)

t °C	P kg/m²	P mmHg	x' kg/kg	$i_{1+x'}$ kcal/kg
−20	10,50	0,772	0,000654	− 4,42
−19	11,56	0,850	0,000720	− 4.14
−18	12,71	0,935	0,000792	− 3,86
−17	13,96	1,027	0,000870	− 3,57
−16	15,33	1,128	0,000955	− 3,28
−15	16,82	1,238	0,001048	− 2,98
−14	18,44	1,357	0,001150	− 2,68
−13	20,19	1,486	0,001260	− 2,37
−12	22,12	1,627	0,001379	− 2,06
−11	24,20	1,780	0,001509	− 1,75
−10	26,46	1,946	0,001650	− 1,43
− 9	28,89	2,125	0,001801	− 1,10
− 8	31,56	2,321	0,001969	− 0,76
− 7	34,43	2,532	0,002149	− 0,41
− 6	37,54	2,761	0,002343	− 0,05
− 5	40,90	3,008	0,002552	+ 0,31
− 4	44,54	3,276	0,002781	0,69
− 3	48,48	3,566	0,003030	1,08
− 2	52,74	3,879	0,00330	1,48
− 1	57,32	4,216	0,00359	1,89
0	62,28	4,579	0,00390	2,33
1	66,94	4,93	0,00420	2,75
2	71,93	5,29	0,00451	3,09
3	77,23	5,69	0,00485	3,62
4	82,89	6,10	0,00520	4,07
5	88,90	6,54	0,00558	4,51
6	95,30	7,01	0,00598	5,02
7	102,10	7,51	0,00642	5,53
8	109,32	8,05	0,00688	6,06
9	116,99	8,61	0,00736	6,59
10	125,13	9,21	0,00788	7,15

t °C	P kg/m²	P mmHg	x' kg/kg	$i_{1+x'}$ kcal/kg
10	125,13	9,21	0,00788	7,15
11	133,76	9,84	0,00844	7,72
12	142,91	10,52	0,00902	8,32
13	152,61	11,23	0,00964	8,93
14	162,89	11,99	0,01030	9,58
15	173,76	12,79	0,01100	10,2
16	185,27	13,63	0,01174	10,9
17	197,45	14,53	0,01254	11,6
18	210,3	15,48	0,01337	12,4
19	223,9	16,48	0,01425	13,2
20	238,3	17,54	0,01519	14,0
21	253,4	18,65	0,01618	14,8
22	269,4	19,83	0,01724	15,7
23	286,3	21,07	0,01833	16,6
24	304,1	22,38	0,01951	17,6
25	322,9	23,76	0,02077	18,6
26	342,6	25,21	0,02209	19,6
27	363,4	26,74	0,02347	20,7
28	385,3	28,35	0,02493	21,9
29	408,3	30,04	0,02649	23,2
30	432,5	31,82	0,02814	24,4
31	458,0	33,70	0,02988	25,7
32	484,7	35,66	0,03169	27,1
33	512,8	37,73	0,03364	28,5
34	542,3	39,90	0,03569	30,0
35	573,3	42,18	0,0379	31,6
36	605,7	44,56	0,0401	33,3
37	639,8	47,07	0,0425	35,0
38	675,5	49,69	0,0451	36,8
39	712,9	52,44	0,0478	38,7
40	752,0	55,32	0,0506	40,7

t °C	P kg/m²	P mmHg	x' kg/kg	$i_{1+x'}$ kcal/kg
40	752,0	55,32	0,0506	40,7
41	793,0	58,34	0,0536	42,8
42	836,0	61,50	0,0568	45,1
43	880,9	64,80	0,0601	47,4
44	927,9	68,26	0,0637	49,9
45	977,1	71,88	0,0674	52,3
46	1028,4	75,65	0,0714	55,2
47	1082,1	79,60	0,0755	58,1
48	1138,2	83,71	0,0799	61,0
49	1196,7	88,02	0,0846	64,2
50	1257,8	92,51	0,0895	67,5
51	1321,6	97,20	0,0947	71,0
52	1388,1	102,1	0,1003	74,8
53	1457,5	107,2	0,1061	78,6
54	1529,8	112,5	0,1123	82,8
55	1605,1	118.0	0,1189	87,3
56	1683,5	123,8	0,1259	92,2
57	1765,3	129,8	0,1333	96,8
58	1850,4	136,1	0.1412	102,0
59	1939,0	142,6	0,1495	107,5
60	2031	149,4	0,1585	113,3
61	2127	156,4	0,1680	119,6
62	2227	163,8	0,1783	126,4
63	2330	171,4	0,1888	133,2
64	2438	179,3	0,2005	141,0
65	2550	187.5	0,2129	149,1
66	2666	196,1	0,2260	157,5
67	2787	205,0	0,2403	166,9
68	2912	214,2	0,2559	177,1
69	3042	223,7	0,2721	187,8
70	3177	233,7	0,2897	199,0

t °C	P kg/m²	P mmHg	x' kg/kg	$i_{1+x'}$ kcal/kg
70	3177	233,7	0,2897	199,0
71	3317	243,9	0,3086	212
72	3463	254,6	0,329	225
73	3613	265,7	0,352	239
74	3769	277,2	0,376	256
75	3931	289,1	0,403	273
76	4098	301,4	0,432	291
77	4272	314,1	0,463	312
78	4451	327,3	0,499	334
79	4637	341,0	0,538	359
80	4829	355,1	0,580	387
81	5028	369,7	0,628	418
82	5234	384,9	0,683	453
83	5447	400,6	0,744	493
84	5667	416,8	0,813	537
85	5894	433,6	0,894	589
86	6129	450,9	0,986	648
87	6372	468,7	1,093	717
88	6623	487,1	1,219	798
89	6882	506,1	1,373	897
90	7149	525,8	1,559	1017
91	7425	546,1	1,794	1168
92	7710	567,0	2,092	1359
93	8004	588,6	2,491	1615
94	8307	610,9	3,05	1980
95	8619	633,9	3,88	2510
96	8942	657,6	5,25	3390
97	9274	682,1	7,94	5120
98	9616	707,3	15,60	10040
99	9969	733,2	198,2	128500
100	10332	760,0	—	—

Scanned with OKEN Scanner

Abscisa reprezintă conținutul de apă x, ordonata entalpia a $(1+x)$ kg aer umed. Ordonata reprezintă entalpiile aerului uscat, începând dela punctul de îngheț al apei. Linia $i=0$ (corespunzând aerului uscat și apei la 0°) e inclinată spre dreapta-jos, astfel încât izoterma 0° a aerului saturat cu abur să fie orizontală. Liniile $i=$ const sunt drepte paralele cu $i=0$. In diagramă s'a trasat curba limită $\psi=1$ pentru presiunea totală de 1 kg/cm²; ea unește toate punctele de rouă și separă domeniul amestecurilor nesaturate (deasupra) de al ceței (dedesubt), unde umezeala amestecului poate fi, în parte sub formă de abur, în parte sub formă de lichid (ceață, picături) sau solid (brumă, zăpadă). In domeniul nesaturat izotermele apar ca drepte cu inclinația ușor crescătoare cari, atingând curba limită se refractă și se continuă în domeniul ceței luând o direcțiune cam egală cu a dreptelor de entalpie constantă. Pentru un punct cu temperatura t și conținutul de apă x din domeniul ceței, putem afla din diagramă partea de abur urmând izoterma t până la curba limită. Partea x', citită aici, e conținută în amestec sub formă de abur, iar $x-x'$ sub formă de lichid.

Segmentele de drepte inclinate dela marginea exterioară a diagramei ix determină, împreună cu punctul zero, direcțiunile cu cari ne deplasăm paralel dintr'un punct oarecare al diagramei, când se adaugă amestecului abur sau apă, al căror conținut de căldură în kcal/kg e egal cu cifrele notate pe scara dela margine.

Transformări de stare în diagrama ix

La conținut de apă x invariabil, luarea sau cedarea de căldură e reprezentată de o verticală, distanța verticală a două puncte de stare determinând căldura schimbată și raportată la $(1+x)$ kg de amestec, resp. la 1 kg de aer uscat. Pentru o cantitate L de aer uscat, deci pentru un amestec $L(1+x)$, căldura introdusă la încălzirea dela t_1 la t_2 se calculează, cât procesul se petrece în domeniul nesaturat, după formula

$$Q=L(0{,}24+0{,}46\,x)\ \text{kcal/kg grd}\cdot(t_2-t_1)$$

Dacă se amestecă adiabatic, adică fără schimb de căldură cu exteriorul, două cantități de aer $L_1(1+x_1)$ la temperatura t_1 și $L_2(1+x_2)$ la temperatura t_2, starea după amestec se găsește pe dreapta ce unește stările inițiale 1 și 2, și în centrul de greutate al cantităților de aer uscat L_1 și L_2, aplicate în punctele de stare 1 și 2. In acest caz, conținutul de apă al amestecului e

$$x_m=(L_1x_1+L_2x_2)/(L_1+L_2).$$

Temperatura amestecului se poate citi direct după poziția punctului de amestec pe familia de izoterme ale diagramei, indiferent dacă stările se găsesc în domeniul nesaturat sau al ceței. Amestecarea cantităților de aer saturat cari au temperaturi diferite produce întotdeauna ceață, a cărei cantitate x_m-x' se poate citi cu ușurință pe izoterma de ceață a temperaturii amestecului. Dacă vrem să consumăm ceața unui amestec, de cantitatea L_1 de aer uscat și x_1 părți de apă, prin adăugarea unui amestec nesaturat cu L_2 și x_2, L_2 minimum necesar se obține intersectând curba limită cu dreapta care unește cele două stări și citind de aici conținutul de apă x_m; din ecuația de mai sus rezultă atunci

$$L_2/L_1=(x_1-x_m)/(x_m-x_2).$$

Dacă se schimbă în același timp cu mediul ambiant o cantitate de căldură Q, se trec mai întâi, începând cu starea 1 sau 2, cantitățile Q/L_1 sau Q/L_2 vertical în sus (căldură primită) resp. în jos (căldură eliminată) — și pe urmă se determină amestecul ca mai sus.

Dacă se amestecă aerul umed cu apă ca lichid sau abur, ne deplasăm dela starea inițială a aerului umed pe o dreaptă a cărei direcțiune $di/dx=i$ e dată de entalpia pe kg de abur sau de apă introdusă. Scara de pe marginea diagramei indică împreună cu originea, pentru entalpiile i adnotate, aceste direcțiuni cari, deplasate paralel, se trec stării inițiale a aerului. Cum entalpia aburului saturat de 1 kg/cm² e de cca 639 kcal/kg, se poate constata din diagramă că introducerea unei cantități suficiente de abur saturat de 1 kg/cm², în domeniul stărilor nesaturate din aerul exterior, produce întotdeauna ceață. Punctul de intersecțiune al dreptei amintite cu curba de saturație în punctul x' dă cantitatea de abur $x'-x_1$, ce se poate introduce în aerul cu conținutul inițial x_1 fără ca să se formeze ceață. Dacă într'un spațiu închis intră cantitatea G de abur saturat, trebue introdusă contitatea $L=G/(x'-x_1)$ de aer uscat dacă vrem să împiedecăm formarea ceței. Cantitatea de aer va fi mai mică, dacă se introduce în ea în prealabil căldură. Când aburul e supraîncălzit, nu se formează ceață, dacă dreapta $di/dx=i$ nu taie domeniul ceței, sau ceața formată la început dispare iarăși dacă dreapta, după ce a intrat în domeniul ceței, îl părăsește iarăși. Când aerului i se adaugă apă în stare lichidă la temperatura t, cu care el ajunge în echilibru, direcțiunea dreptelor pe cari se găsesc toate stările de amestec e paralelă cu izotermele t ale domeniului ceței.

Dacă trece aer umed de stare inițială dată peste o suprafață de apă sau de ghiață, se formează un strat limită a cărui temperatură la suprafață e egală cu temperatura lichidului și al cărui conținut de abur atinge valoarea de saturație corespunzătoare acestei temperaturi. Apa se va evapora sau se va precipita sub formă de rouă sau de brumă, după cum conținutul de umiditate inițial x al aerului e mai mic sau

mai mare decât gradul de saturație la suprafață. La aceste transformări variază și temperatura apei, care tinde spre valoarea limită t', la care izoterma de ceață t' din diagrama ix, prelungită dincolo de curba limită, trece prin punctul stării inițiale a aerului. Această temperatură t' se numește l i m i t ă d e r ă c i r e și poate fi înregistrată de un termometru umed, bine ventilat (psicrometru de aspirație). Toate stările de aer de pe aceeași izotermă de ceață prelungită, au aceeași limită de răcire. La 0°, și în aproximație chiar și la termperaturi puțin mai ridicate, direcțiunea izotermei de ceață corespunde cu liniile i = const.

3. **Evaporarea și transiția căldurii** [1]). Pentru o cantitate de apă evaporată de pe o suprafață F în timpul z sub influența diferenței de umiditate $x' - x$ a aerului saturat la suprafața apei și la o distanță mai mare de ea, putem scrie $W = \sigma (x' - x) Fz$,

unde σ în kg/m²h e c o e f i c i e n t u l d e e v a p o r a r e. Această formulă are aceeași constituție ca și $Q = \alpha (t_1 - t_2)\ Fz$ pentru transiția căldurii cu coeficientul de transiție α în kcal/m²h grd la diferența de temperatură $t_1 - t_2$ (v. p. 591). Când se face schimb de substanță și de căldură prin aceeași mișcare turbulentă de amestec, între coeficientul de evaporare și cel de transiție există relațiunea

$$\sigma = \alpha / c_p,$$

unde c_p = 0,25 kcal/kg grd (cifră rotunjită) e căldura specifică a aerului umed. Pentru evaporarea apei în aer, această relațiune e valabilă însă cu destulă precizie și în cazul scurgerii l a m i n a r e, unde schimbul se produce prin conducțiune resp. difuziune.

Această relațiune importantă se poate folosi spre a trage concluzii dintr'o problemă de transiție pură al căldurii asupra unei probleme de evaporare pură, de aceeași natură. In cazul suprafețelor umede cu evaporare și transmisiune simultană de căldură, se poate calcula însă astfel și unul din procesele parțiale din celălalt.

e) Acumularea aburului

1. Acumulatoarele cu apă (a c u m u l a t o a r e R u t h). Pentru variația conținutului G al unui acumulator cu apă, prin luarea dela el a cantității dG sub scădere de presiune avem, neglijând efectul de acumulare al volumului de abur și diferențele de presiune hidrostatică în apă,

$$\frac{dG}{G} = \frac{T}{r}\, ds'.$$

Integrarea dă diagrama din fig. 3 (p. 575) pentru cantitatea de abur cedată de acumulator

$g_s = \gamma_1' (G_1 - G_2)/G_1$ [kg abur pe m³ de conținut inițial de apă],

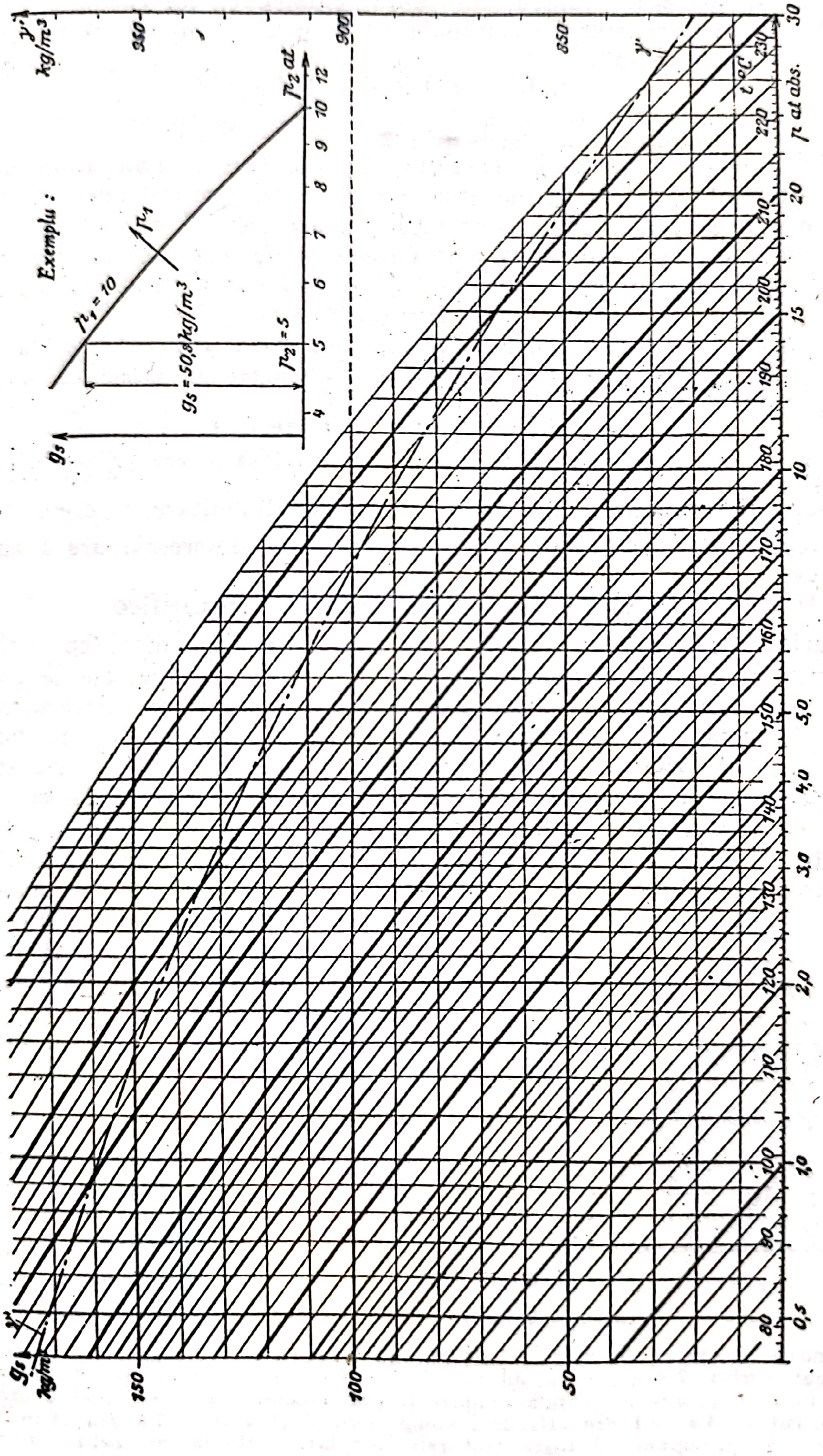
unde G_1 și G_2 sunt conținuturile de apă, p_1 și p_2 presiunile înainte și după descărcare, iar γ_1' greutatea specifică a apei înainte de descărcare. Curbele din fig. 3 sunt valabile în fiecare caz pentru presiunea inițială p_1, care corespunde punctului lor final de pe axa p. Cantitatea cedată e verticala ridicată în punctul p_2 de pe axa p, până la curba corespunzătoare a presiunii inițiale. Curba în linii și puncte dă pentru fiecare presiune, la scara din dreapta, greutatea specifică a apei.

Exemplul 1: Cât abur dă un acumulator de 100 m³ capacitate la descărcarea dela 10 la 5 at? Fig. 3 dă în acest caz g_s = 50,8 kg/m³, adică G_s = 100 m³ · 50,8 kg/m³ = 5080 kg.

Exemplul 2: Ce cantitate de abur G_s e necesară pentru reîncărcarea la 15 at a unui acumulator de apă, care s'a descărcat până la 3 at și are un conținut de apă V_2 = 50 m³? Fig. 3 dă pentru descărcarea dela 15 până la 3 at g_s = 109,6 kg/m³ și γ_1' = 866,4 kg/m³; γ_2' = 932,5 kg/m³. După reîncărcare volumul de apă e $V_1 = V_2 \gamma_2' / (\gamma_1' - g_s)$ = 50 m³ · 932,5/(866,4 — 109,6) = 61,6 m³ și $G_s = V_1\, g_s$ = 61,6 m³ · 109,6 kg/m³ = 6750 kg.

Mai sus s'a presupus că și starea aburului de încărcare, cât și a celui de descărcare, e în echilibru permanent cu lichidul. Când însă acumula-

[1]) M e r k e l, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 275; Z V D I 71 (1927), p. 117, și Z. ges. Kälteind. 34 (1927), p. 24. — H i r s c h, Trockentechnik, Berlin 1927, Springer. — E. S c h m i d t, Gesundh. Ing. 52 (1929), p. 525.— N u ß e l t, Z A M 10 (1930), p. 105.



g_s kg/m³
γ'
150
100
50
γ' kg/m³
Exemplu :
$p_1 = 10$
p_1
$g_s = 50,8$ kg/m³
$p_2 = 5$
p_2 at
g_s
4 5 6 7 8 9 10 12
p at abs.
t °C
0,5 1,0 2,0 3,0 4,0 5,0 10 15 20 30
80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180 190 200 210 220 230

Fig. 3.

torul se încarcă cu abur, cu un conţinut de căldură i_1 constant, dar în rest de stare oarecare (umed sau supraîncălzit), ca de exemplu printr'o supapă de laminare, dintr'o conductă de abur cu temperatură şi presiune constantă, avem exact

$$g_s = \gamma_1'(i_1' - i_2')/(i_1 - i_2') \text{ [kg/m}^3\text{]}.$$

Dela 1 până la 60 at, aceasta e în aproximaţie destul de strânsă (eroarea $< 2\%$) şi greutatea cedată, dacă se înlocueşte $i_1 = i_1''$.

2. **Acumulatoare cu egală presiune.** La alimentare invariabilă cu căldură a cazanului, producţia de abur e reglată alimentând mult când consumul e mic şi puţin când consumul e mare. Astfel vaporizarea se va reduce până la zero, sau se va ridica până la de m ori cea normală (alimentare egală cu producţia de abur). Aici capacitatea de supraîncărcare e

$$m = (i - i_w)/r,$$

dacă i e conţinutul de căldură, r căldura de vaporizare a aburului produs iar i_w conţinutul de căldură al apei de alimentare. Capacitatea de acumulare pe m^3 de volum de alimentare e

$$g_s = \gamma'(i' - i_w)/(i - i_w) \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

unde i' e conţinutul de căldură şi γ' greutatea specifică a apei la temperatura de saturaţie.

Capacitatea de supraîncărcare m şi cea de alimentare g_s cresc cu presiune crescătoare a cazanului şi cu temperatură descrescătoare a apei de alimentare.

f) Aplicaţie la teoria maşinilor frigorifice

1. **Ciclul maşinilor cu vapori reci.** Maşinile frigorifice (cp. vol. IV) reprezintă inversarea termodinamică a maşinilor cu abur; ele se compun în principiu din compresor, supapă de reglare, vaporizator şi condensator. Ultimele constau din serpentine în cari circulă substanţa frigorifică, de ex. NH_3, CO_2 sau SO_2. Condensatorul e răcit în exterior cu apă de răcire sau cu aer, vaporizatorul cu aer, sau cu o soluţie de sare (sol), folosită ca mediu de transport al frigului. Compresorul comprimă vaporii substanţei frigorifice dela presiunea de vaporizare p_0 până la presiunea p a condensatorului. Pentru o substanţă frigorifică dată, p_0 se determină în principiu pe baza temperaturii dorite a refrigerentului, iar p prin temperatura şi cantitatea apei de răcire. Temperaturile de saturaţie T_0 şi T ce corespund presiunilor p_0 şi p se găsesc practic numai puţin mai jos resp. mai sus decât temperaturile iniţiale ale soluţiilor saline şi apei de răcire.

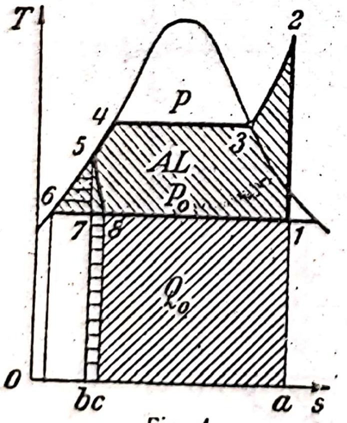


Fig. 4.

Fig. 4 reprezintă procesul în diagrama Ts. Compresorul aspiră din vaporizator vapori umezi sau uscaţi în starea 1 şi îi comprimă adiabatic până în starea 2. In condensator vaporii uscaţi sau supraîncălziţi din compresor sunt lichefiaţi de-a-lungul izobarei 2 3 4, iar lichidul e subrăcit de-a-lungul lui 4 5, cantitatea de căldură Q = aria 2 3 4 5 b a fiind cedată apei de răcire. Lichidul de starea 5 se poate destinde adiabatic într'un cilindru de expansiune până la presiunea p_0 a vaporizatorului producând lucrul mecanic AL_e = aria 5 7 6, iar după aceasta poate fi trecut în starea 7 la vaporizator. Acolo lichidul se vaporizează de-a-lungul curbei 7 1 şi îi ia substanţei refrigerente cantitatea de căldură = aria 1 7 b a. In acest proces se consumă numai lucrul mecanic 1 2 3 4 5 7 1; el e diferenţa dintre lucrul 1 2 3 4 5 6 1 din cilindrul compresorului şi a lui 5 7 6 din cilindrul de expansiune. Se presupune că toate izobarele lichidului coincid cu curba limită din stânga, se neglijează deci compresibilitatea neînsemnată a lichidului. Pentru simplificarea construcţiei, cilindrul de expansiune se înlocueşte de obiceiu cu o supapă de reglare în care substanţa frigorifică se destinde de-a-lungul unei curbe de entalpie

Scanned with OKEN Scanner

constantă dela 5 la 8. Prin aceasta se pierde lucrul mecanic AL_e şi li se trece vaporilor sub formă de căldură (suprafaţa $7\ 8\ c\ b = 5\ 7\ 6$); în acest caz se consumă deci întregul lucru mecanic al compresorului AL = suprafaţa 1 2 3 4 6 1, iar în vaporizator stă la dispoziţie numai cantitatea de căldură Q_0 = suprafaţa 8 1 *a c* drept putere frigorifică. Dacă Q e căldura cedată apei de răcire, Q_0 frigul produs şi AL lucrul mecanic consumat, avem pe baza principiului întâiu

$$Q = Q_0 + AL.$$

In ce priveşte rentabilitatea hotărăşte randamentul frigorific ε

$$\varepsilon = Q_0/AL$$

In locul lui se mai foloseşte puterea frigorifică pe CPh sau pe kWh, $K_{CPh} = 632\ \varepsilon$, iar $K_{kWh} = 860\ \varepsilon$. Drept ciclu teoretic de comparaţie serveşte ciclul Carnot; pentru el

$$\varepsilon = T_0/(T - T_0).$$

Randamentul frigorific depinde în esenţă de temperaturile la cari are loc vaporizarea sau lichefierea. Drept temperaturi normale, pentru compararea diferitelor maşini frigorifice, contează internaţional:

temperatura de vaporizare	— 15°	temperatura de subrăcire a lichidului	+ 25°
temperatura de lichefiere	+ 30°		

O maşină frigorifică cu destindere adiabatică a lichidului nesubrăcit într'un cilindru de expansiune dela punctul 4 (fig. 4) şi cu compresiune adiabatică a vaporilor umezi de un astfel de conţinut în lichid, încât compresiunea să se termine tocmai la curba limită în punctul 3, ar efectua un ciclu Carnot. In practică se comprimă de obiceiu vapori saturaţi uscaţi, cari se supraîncălzesc, şi astfel se reduc pierderile în pereţii cilindrului, cauzate de schimbul de căldură, ca şi la maşina termică. Prin supapa de reglare se pierde cu atât mai multă putere, cu cât căldura lichidului e mai mare faţă de căldura de vaporizare, cu cât ne apropiem deci mai mult de punctul critic.

Proprietăţile substanţelor frigorifice se reprezintă în domeniul vaporilor umezi prin tabele (tabelele 6 şi 7, p. 578 ş. u.), în tot domeniul prin diagrame (diagrama Mollier) de obiceiu cu P sau $\ln P$ în ordonate şi i în abscise, cu izentrope şi izoterme.[1])

Hotărîtor pentru producţia frigorifică a unei substanţe frigorifice întrebuinţată într'un compresor cu volum de aspiraţie dat, e productibilitatea frigorifică r_0/v_0'' la temperatura de vaporizare T_0.

La o maşină fără pierderi lucrul mecanic de compresiune pe kg de substanţă frigorifică cu volumul de aspiraţie v_0'' e în general

$$AL = i_2 - i_1$$

şi pentru un, grad de compresiune dat, el rezultă mai comod din diagrama Mollier cu ajutorul relaţiei $s_2 = s_1$.

Dacă se aspiră vapori saturaţi uscaţi, lucrul mecanic se poate calcula din

$$AL = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} AP_0\ v_0''\left[(P/P_0)^{(\varkappa - 1)/\varkappa} - 1\right]$$

unde $\varkappa$ se ia din tabela 7. Această formulă nu mai e însă valabilă dacă presiunea P nu mai e mică faţă de cea critică.

Când se comprimă vapori umezi de o astfel de umiditate, încât la sfârşitul compresiunii să devină tocmai uscaţi saturaţi, avem

$$AL = i'' - i_0'' + T_0\,(s_0'' - s'').$$

Puterea frigorifică e $Q_0 = i_1 - i_8 = i_1 - i_5$,
unde $i_1 = i_0' + x_1 r_0$, dacă vaporii sunt umezi şi cu conţinutul de vapori x_1 în starea 1.

Căldura cedată în condensator e
$Q = i_2 - i_5$, unde $i_5 = i_5'$ se ia din tabela de saturaţie, iar $i_2 = i_1 + AL$.

Pentru supapa de reglare avem

$$i_5 = i_8, \text{ iar conţinutul de vapori } x_8 \text{ rezultă din } i_0' + x_8\,r_0 = i_8.$$

Spre a caracteriza comportarea unei maşini reale, se compară cu o maşină ideală (fără pierderi) de aceeaşi putere frigorifică, lucrând după ciclul Carnot la aceleaşi temperaturi de vaporizare şi de condensare. Randamentul indicat e

$$\eta_i = \frac{\text{lucrul mecanic teoretic al ciclului Carnot}}{\text{lucrul mecanic indicat al compresorului}}$$

randamentul mecanic

$$\eta_m = \frac{\text{lucrul mecanic indicat al compresorului}}{\text{lucrul mecanic de antrenare la arbore}}$$

şi randamentul total $\eta = \eta_i\,\eta_m$.

O altă caracteristică a maşinii frigorifice e gradul de folosinţă

$$\lambda_0 = q_0/q_{0\,th},$$

unde q_0 e producţia de frig efectiv măsurată pe cursă de piston, iar $q_{0\,th} = r_0/v_0''$ e productibilitatea frigorifică a substanţei frigorifice şi deci producţia de frig maximum posibilă pe cursa de piston a maşinii ideale.

[1]) Tabele detaliate: Regeln für Leistungsversuche an Kältemaschinen und Kühlanlagen nebst Erläuterungen, Tabellen und Diagrammen, Berlin 1929, Ges. f. Kältewesen.

Scanned with OKEN Scanner

2. Mărimile de stare ale substanțelor frigorifice în domeniul saturației.

Notăm cu:
- M greutatea moleculară,
- p presiunea de saturație [kg/cm²] la temp. t,
- v', γ', i', s' volumul și greutatea specifică, entalpia și entropia substanței frigorifice lichidă sau și solidă (la CO_2)
- v'', γ'', i'', s'' idem pentru substanța frigorifică în stare de vapori,
- t_s punctul de fierbere la 760 mm Hg,
- t_g punctul de înghet la 760 mm Hg,
- t_k temperatura critică,
- p_k presiunea critică [kg/cm²],
- r căldura de vaporizare,
- r/T entropia de vaporizare,
- r/v'' productibilitatea frigorifică.

Pentru fiecare substanță în stare lichidă la 0° și la presiunea de saturație, s'a ales arbitrar entalpia de 100 kcal/kg și entropia de 1 kcal/kg grd. Substanțele sunt ordonate după presiunile de saturație crescătoare. Prima tabelă e rezumativă, cu datele pentru + 30° și — 15°.

Tabela 6. Privire generală asupra substanțelor frigorifice

Substanța	M	t °	p kg/cm²	v' dm³/kg	v'' m³/kg	r kcal/kg	r/T kcal/kg grd	r/v'' kcal/m³	t_s t_g	t_k° p_k kg/cm²
Abur H_2O	18,016	0 + 30	0,0062 0,0433	1,000 1,004	206 3 32,9	597,2 580,4	2,1863 1,9145	2,895 17,65	100,0 0,0	374,1 225,4
Dicloretilenă trans-$C_2H_2Cl_2$	96,95	− 15 + 30	0,045 0,355	0,748 0,790	5,20 0,746	75,0 74,2	0,2908 0,2448	14,43 99,5	60 − 80	— —
Dicloretilenă cis-$C_2H_2Cl_2$	96,95	− 15 + 30	0,067 0,524	0,760 0,806	3,39 0,506	74,4 73,5	0,2884 0,2424	21,95 145,3	48,4 − 50	243 55,78
Clorură de metilen CH_2Cl_2	84,94	− 15 + 30	0,087 0,707	0,749 (20°)	3,12 0,417	90,0 79,6	0,3488 0,2626	28,85 190,9	40,3 − 96,5	245 104,8
Bromură de etil C_2H_5Br	108,98	− 15 + 30	0,061 0,771	0,645 0,715	3,20 0,306	65,7 60,6	0,2590 0,2000	20,54 200,0	38,4 − 119	233 63,53
Monofluortriclor-metan (Freon 11) $CFCl_3$	137,37	− 15 + 30	0,210 1,30	0,668 0,623	0,753 0,139	45,8 43,4	0,1774 0,1432	60,82 312,2	+ 24 − 111	196 —
Etilamină $C_2H_5NH_2$	45,08	− 15 + 30	0,245 1,738	1,383 1,489	2,05 0,315	154,7 140,0	0,6000 0,4620	75,4 445	+ 16,5 − 81,0	183,4 57,85
Clorură de etil C_2H_5Cl	64,52	− 15 + 30	0,322 1,925	1,058 1,139	1,03 0,190	96,4 87,9	0,3770 0,2900	93,6 463	+ 12,2 − 138,7	185 54,75
Dimetilamină $(CH_3)_2NH$	45,08	− 15 + 30	0,38 2,49	1,44 1,54	1,35 0,212	145,9 131,0	0,5655 0,4420	108,2 666	+ 7,0 − 93,0	164 55,78
Bromură de metil CH_3Br	94,95	− 15 + 30	0,485 2,705	0,565 0,606	0,490 0,098	62,4 61,2	0,2418 0,2019	127,4 625	+ 4,0 − 93	194 —
Metilamină CH_3NH_2	31,05	− 15 + 30	0,710 4,33	1,420 1,538	1,01 0,185	203,2 183,3	0,7880 0,6048	201,2 991	− 6,7 − 92,5	156,9 76,03
Bioxid de sulf SO_2	64,06	− 15 + 30	0,823 4,656	0,680 0,738	0,406 0,079	93,6 83,5	0,3625 0,2751	230,6 1057	− 10,0 − 75,3	157,3 80,37
Izobutan $(CH_3)_3CH$	58,12	− 15 + 30	0,92 4,18	1,67 1,83	0,403 0,095	88,6 77,2	0,3435 0,2598	220,0 813	− 10,2 − 145	133,7 37,7
Clorură de metil CH_3Cl	50,49	− 15 + 30	1,468 6,716	1,013 1,109	0,291 0,065 1	100,5 89,0	0,3894 0,2937	345 1367	− 24,0 − 91,5	143,1 68,1
Eter dimetilic CH_3OCH_3	46,07	− 25 + 30	1,01 6,98	1,39 —	0,474 —	112,2 —	0,4525 —	236,7 —	− 24 − 138,5	127 54,8
Difluordiclormetan (Freon 12) CCl_2F_2	120,92	− 15 + 30	1,863 7,592	0,6936 0,7742	0,092 7 0,024 3	38,6 33,1	0,1495 0,1093	417 1363	− 30,0 − 155	111,5 40,9
Amoniac NH_3	17,03	− 50 − 15 + 30	0,417 2,410 11,90	1,425 1,519 1,680	2,62 0,509 0,111	337,9 313,5 273,6	1,5146 1,2147 0,9026	128,9 616 2466	− 33,4 − 77,7	132,4 115,2
Propan C_3H_8	44,09	− 50 − 15 + 30	0,565 2,96 10,76	1,68 1,82 2,056	0,743 0,155 0,045	104,8 94,2 80,0	0,8455 0,3640 0,2640	141,1 608 1780	− 42,6 − 189,9	96,8 43,4
Etan C_2H_6	30,07	− 100 − 15 + 30	0,535 16,70 48,00	1,789 2,255 3,490	0,889 0,033 0,007 1	119,6 83,1 27,0	0,6904 0,3221 0,0892	134,5 2520 3800	− 88,6 − 183,6	35 50,6
Bioxid de carbon CO_2	44,01	− 50 − 15 + 30	6,97 23,34 73,34	0,867 0,994 1,677	0,055 4 0,016 6 0,002 99	80,6 65,3 15,1	0,3611 0,2531 0,0497	1455 3935 5050	− 78,48 (solid)	31,0 75,4

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 7. Tabele de vapori pentru substanțe frigorifice

t	p	v'	v''	γ'	γ''	i'	i''	r	s'	s''	r/T	r/v''
°	kg/cm²	dm³/kg	m³/kg	kg/m³		kcal/kg			kcal/kg grd			kcal/m³
Clorură de metilen CH_2Cl_2: $c_{p_0} = 0,135$ kcal/kg grd; $\varkappa = 1,21$												
−20	0,057	—	4,14	—	0,24	93,2	184,3	91,1	0,9733	1,3343	0,3610	22,0
−15	0,087	—	3,08	—	0,33	95,0	185,0	90,0	0,9805	1,3298	0,3493	29,2
−10	0,111	—	2,35	—	0,43	96,6	185,6	88,9	0,9873	1,3255	0,3382	37,6
0	0,192	—	1,42	—	0,70	100,0	186,8	86,8	1,0000	1,3180	0,3180	61,1
10	0,305	—	0,92	—	1,09	103,4	187,9	84,5	1,0114	1,3099	0,2985	91,8
20	0,478	0,749	0,61	1335	1,64	106,8	188,9	82,1	1,0218	1,3018	0,2800	134,6
30	0,707	—	0,417	—	2,40	110,5	190,1	79,6	1,0314	1,2944	0,2630	190,9
40	1,010	—	0,301	—	3,32	113,6	190,6	77,0	1,0402	1,2861	0,2459	255,9
50	1,402	—	0,235	—	4,25	117,0	191,2	74,2	1,0484	1,2783	0,2299	316,2
Bioxid de sulf SO_2: $c_{p_0} = 0,145$ kcal/kg grd; $\varkappa = 1,27$												
−50	0,121	0,642	2,429	1558	0,412	85,3	184,4	99,1	0,9398	1,3838	0,4440	40,8
−45	0,166	0,647	1,801	1546	0,555	86,6	185,1	98,5	0,9463	1,3777	0,4314	54,6
−40	0,222	0,652	1,378	1534	0,726	88,0	185,8	97,8	0,9527	1,3719	0,4192	71,0
−35	0,295	0,658	1,058	1520	0,944	89,4	186,4	97,0	0,9589	1,3661	0,4072	91,7
−30	0,388	0,663	0,819	1508	1,22	91,0	187,2	96,2	0,9651	1,3606	0,3955	117,5
−25	0,504	0,668	0,641	1497	1,56	92,4	187,8	95,4	0,9711	1,3552	0,3841	148,8
−20	0,648	0,674	0,507	1484	1,97	93,9	188,4	94,5	0,9768	1,3500	0,3732	186,4
−15	0,823	0,680	0,405	1471	2,46	95,4	189,0	93,6	0,9826	1,3451	0,3625	230,6
−10	1,034	0,686	0,328	1458	3,05	96,9	189,5	92,6	0,9881	1,3400	0,3519	282,2
−5	1,286	0,692	0,267	1445	3,74	98,4	190,1	91,7	0,9940	1,3357	0,3417	343,4
0	1,585	0,697	0,220	1434	4,55	100,0	190,6	90,6	1,0000	1,3316	0,3316	411,9
5	1,934	0,704	0,183	1421	5,46	101,6	191,1	89,5	1,0061	1,3278	0,3217	489,0
10	2,341	0,710	0,154	1409	6,49	103,2	191,6	88,4	1,0121	1,3242	0,3121	573,9
15	2,811	0,716	0,128	1396	7,81	104,8	192,1	87,3	1,0181	1,3207	0,3026	682,0
20	3,349	0,723	0,108	1383	9,26	106,5	192,5	86,0	1,0241	1,3173	0,2932	796,5
25	3,980	0,730	0,093	1370	10,75	108,1	192,9	84,8	1,0299	1,3140	0,2841	912,0
30	4,656	0,738	0,079	1355	12,66	109,8	193,3	83,5	1,0359	1,3110	0,2751	1057
35	5,436	0,745	0,068	1342	14,70	111,5	193,7	82,2	1,0416	1,3080	0,2664	1209
40	6,308	0,754	0,059	1326	16,95	113,3	194,0	80,7	1,0471	1,3050	0,2579	1368
45	7,276	0,763	0,051	1310	19,62	115,0	194,3	79,3	1,0527	1,3022	0,2495	1555
50	8,350	0,772	0,045	1295	22,22	116,7	194,6	77,9	1,0585	1,2996	0,2411	1731
Clorură de metil CH_3Cl: $c_{p_0} = 0,185$ kcal/kg grd; $\varkappa = 1,27$												
−30	0,787	0,986	0,528	1014	1,89	89,0	192,8	103,8	0,9574	1,3845	0,4271	196,5
−25	0,976	0,995	0,432	1005	2,32	90,8	193,5	102,7	0,9686	1,3788	0,4102	237,9
−20	1,200	1,004	0,354	996	2,83	92,6	194,2	101,6	0,9718	1,3734	0,4016	287,1
−15	1,468	1,013	0,291	988	3,44	94,4	194,9	100,5	0,9790	1,3684	0,3894	345,3
−10	1,784	1,022	0,241	978	4,15	96,3	195,6	99,3	0,9862	1,3638	0,3776	412,1
−5	2,148	1,032	0,202	969	4,95	98,1	196,3	98,2	0,9932	1,3592	0,3660	486,1
0	2,571	1,042	0,168	960	5,95	100,0	196,9	96,9	1,0000	1,3549	0,3549	576,5
5	3,062	1,052	0,142	951	7,04	101,9	197,6	95,7	1,0068	1,3509	0,3441	674,0
10	3,622	1,063	0,120	940	8,34	103,8	198,2	94,4	1,0135	1,3471	0,3336	786,5
15	4,260	1,074	0,102	932	9,81	105,7	198,8	93,1	1,0201	1,3434	0,3233	912,8
20	4,985	1,085	0,0873	922	11,46	107,6	199,3	91,7	1,0267	1,3399	0,3132	1050
25	5,802	1,097	0,0750	912	13,34	109,5	199,9	90,4	1,0332	1,3365	0,3033	1205
30	6,716	1,109	0,0651	902	15,36	111,4	200,4	89,0	1,0396	1,3333	0,2937	1367
35	7,740	1,122	0,0572	891	17,48	113,3	200,9	87,6	1,0460	1,3304	0,2844	1531
40	8,874	1,134	0,0511	882	19,57	115,3	201,4	86,1	1,0522	1,3276	0,2754	1685

Tabela 7. Tabele de vapori pentru substanţe frigorifice (continuare)

t	p	v'	v''	γ'	γ''	i'	i''	r	s'	s''	r/T	r/v''
°	kg/cm²	cm³/kg	m³/kg	kg/m³		kcal/kg			kcal/kg grd			kcal/m³
Difluordiclormetan CCl_2F_2 (Freon 12); $c_{p_0} = 0{,}224$ kcal/kg grd; $\varkappa = 1{,}26$												
−40	0,655	0,6600	0,244	1515	4,10	91,6	132,4	40,8	0,9668	1,1419	0,1751	167,1
−35	0,824	0,6662	0,197	1500	5,08	92,6	133,0	40,4	0,9710	1,1408	0,1698	205,1
−30	1,025	0,6728	0,163	1486	6,14	93,6	133,6	40,0	0,9752	1,1397	0,1645	245,5
−25	1,262	0,6794	0,133	1472	7,52	94,6	134,2	39,6	0,9794	1,1388	0,1594	297,7
−20	1,540	0,6864	0,111	1456	9,10	95,7	134,7	39,0	0,9836	1,1380	0,1544	351,3
−15	1,863	0,6936	0,0927	1442	10,79	96,7	135,3	38,6	0,9878	1,1373	0,1495	416,2
−10	2,236	0,7011	0,0781	1426	12,81	97,8	135,9	38,1	0,9919	1,1366	0,1447	487,9
−5	2,663	0,7091	0,0663	1410	15,08	98,9	136,5	37,6	0,9960	1,1361	0,1401	567,0
0	3,149	0,7174	0,0566	1394	17,68	100,0	137,0	37,0	1,0000	1,1355	0,1355	653,8
5	3,699	0,7259	0,0486	1378	20,59	101,1	137,6	36,5	1,0040	1,1351	0,1311	751,0
10	4,318	0,7348	0,0420	1361	23,81	102,3	138,1	35,8	1,0080	1,1346	0,1266	852,2
15	5,012	0,7439	0,0365	1344	27,40	103,4	138,6	35,2	1,0120	1,1342	0,1222	964,1
20	5,785	0,7534	0,0317	1327	31,55	104,6	139,1	34,5	1,0160	1,1339	0,1179	1088
25	6,644	0,7637	0,0277	1309	36,10	105,8	139,6	33,8	1,0199	1,1335	0,1136	1220
30	7,592	0,7742	0,0243	1292	41,15	107,0	140,1	33,1	1,0239	1,1332	0,1093	1363
35	8,637	0,7855	0,0214	1274	46,71	108,2	140,5	32,3	1,0278	1,1328	0,1050	1509
40	9,784	0,7976	0,0188	1254	53,20	109,4	141,0	31,6	1,0317	1,1325	0,1008	1682
45	11,04	0,8104	0,0166	1234	60,22	110,7	141,4	30,7	1,0356	1,1321	0,0965	1849
50	12,41	0,8244	0,0146	1213	68,50	111,9	141,7	29,8	1,0394	1,1316	0,0922	2041
Amoniac NH_3; $c_{p_0} = 0{,}492$ kcal/kg grd; $\varkappa = 1{,}32$												
−75	0,0765	1,368	12,89	731	0,078	20,9	373,5	352,6	0,6633	2,4431	1,7798	27,4
−70	0,111	1,379	9,01	725	0,111	25,9	375,7	349,8	0,6878	2,4101	1,7223	38,8
−65	0,160	1,390	6,46	720	0,155	31,0	377,9	346,9	0,7123	2,3794	1,6671	53,7
−60	0,223	1,401	4,70	713	0,213	36,1	380,0	343,9	0,7366	2,3504	1,6138	73,1
−55	0,308	1,413	3,49	708	0,286	41,2	382,1	340,9	0,7601	2,3233	1,5632	97,7
−50	0,417	1,425	2,62	702	0,382	46,2	384,1	337,9	0,7832	2,2978	1,5146	129,0
−45	0,557	1,437	2,01	696	0,497	51,5	386,1	334,6	0,8065	2,2738	1,4673	166,5
−40	0,732	1,449	1,55	690	0,645	56,8	388,1	331,3	0,8295	2,2510	1,4215	213,7
−35	0,951	1,462	1,22	684	0,820	62,1	390,0	327,9	0,8520	2,2294	1,3774	268,8
−30	1,219	1,476	0,963	678	1,04	67,4	391,9	324,5	0,8742	2,2090	1,3348	337,0
−25	1,546	1,490	0,772	671	1,30	72,7	393,7	321 0	0,8960	2,1896	1,2936	415,8
−20	1,940	1,504	0,624	665	1,60	78,2	395,5	317,3	0,9174	2,1710	1,2536	508,5
−15	2,410	1,519	0,509	658	1,97	83,6	397,1	313,5	0,9385	2,1532	1,2147	616,0
−10	2,966	1,534	0,419	652	2,39	89,0	398,7	309,7	0,9593	2,1362	1,1769	739,1
−5	3,619	1,550	0,347	646	2,88	94,5	400,1	305,6	0,9798	2,1199	1,1401	880,7
0	4,379	1,566	0,290	639	3,45	100,0	401,5	301,5	1,0000	2,1041	1,1041	1040
5	5,259	1,583	0,244	632	4,10	105,5	402,8	297,3	1,0200	2,0889	1,0689	1218
10	6,271	1,601	0,206	625	4,86	111,1	403,9	292,8	1,0397	2,0741	1,0344	1421
15	7,427	1,619	0,175	618	5,72	116,7	405,0	288,3	1,0592	2,0598	1,0006	1647
20	8,741	1,639	0,149	610	6,72	122,4	405,9	283,5	1,0785	2,0459	0,9674	1903
25	10,23	1,659	0,128	602	7,82	128,1	406,8	278,7	1,0976	2,0324	0,9348	2177
30	11,90	1,680	0,111	595	9,01	133,8	407,4	273,6	1,1165	2,0191	0,9026	2465
35	13,77	1,702	0,0959	587	10,4	139,7	408,0	268,3	1,1352	2,0061	0,8709	2798
40	15,85	1,726	0,0833	579	12,0	145,5	408,4	262,9	1,1538	1,9933	0,8395	3156
45	18,17	1,750	0,0727	572	13,8	151,4	408,6	257,2	1,1722	1,9807	0,8085	3538
50	20,73	1,777	0,0635	563	15,8	157,4	408,7	251,3	1,1904	1,9681	0,7777	3957

Tabela 7. Tabele de vapori pentru substanțe frigorifice (continuare)

t	p	v'	v''	γ'	γ''	i'	i''	r	s'	s''	r/T	r/v''
°	kg/cm²	dm³/kg	m³/kg	kg/m³		kcal/kg			kcal/kg grd			kcal/m³
Bioxid de carbon CO_2												
în stare solidă — în stare de vapori: $c_{p_0} = 0{,}197$ kcal/kg grd., $\varkappa = 1{,}31$												
−100	0,142	0,627	2,336	1594	0,428	10,9	150,7	139,8	0,5996	1,4070	0,8074	59,8
−95	0,236	0,629	1,442	1590	0,694	12,2	151,4	139,2	0,6074	1,3889	0,7815	96,2
−90	0,379	0,632	0,920	1582	1,03	13,6	152,2	138,6	0,6150	1,3718	0,7568	150,8
−85	0,596	0,635	0,598	1574	1,67	15,0	152,9	137,9	0,6224	1,3554	0,7330	230,6
−80	0,914	0,639	0,398	1566	2,51	16,4	153,5	137,1	0,6299	1,3398	0,7099	344,5
−75	1,37	0,643	0,269	1556	3,72	17,9	154,1	136,2	0,6376	1,3248	0,6872	506,3
−70	2,02	0,647	0,1854	1546	5,39	19,6	154,5	134,9	0,6459	1,3103	0,6644	727,2
−65	2,93	0,652	0,1293	1534	7,73	21,5	154,9	133,4	0,6551	1,2960	0,6409	1032
−60	4,18	0,657	0,0912	1522	11,0	23,7	155,1	131,4	0,6655	1,2819	0,6164	1440
−56,6	5,28	0,661	0,0722	1513	13,9	25,2	155,1	129,9	0,6725	1,2724	0,5999	1798
în stare lichidă — în stare de vapori												
−56,6	5,28	0,849	0,0722	1178	13,9	72,0	155,1	83,1	0,8885	1,2724	0,3839	1151
−55	5,66	0,853	0,0676	1172	14,8	72,7	155,2	82,5	0,8917	1,2700	0,3783	1221
−50	6,97	0,867	0,0554	1153	18,1	75,0	155,6	80,6	0,9020	1,2631	0,3611	1455
−45	8,49	0,881	0,0458	1136	21,8	77,3	155,9	78 6	0,9120	1,2565	0,3445	1716
−40	10,25	0,897	0,0382	1115	26,2	79,6	156,2	76,6	0,9218	1,2503	0,3285	2004
−35	12,26	0,913	0,0320	1095	31,2	81,9	156,4	74,5	0,9314	1,2443	0,3129	2328
−30	14,55	0,931	0,0270	1074	37,0	84,2	156,6	72,4	0,9408	1,2385	0,2977	2681
−25	17,14	0,950	0,0229	1052	43,8	86,5	156,7	70,2	0,9501	1,2328	0,2827	3066
−20	20,06	0,971	0,0195	1030	51,4	88,9	156,7	67,8	0,9594	1,2272	0,2678	3478
−15	23,34	0,994	0,0166	1006	60,2	91,4	156,7	65,3	0,9690	1,2218	0,2528	3932
−10	26,99	1,019	0,0142	982	70,5	94,1	156,6	62,5	0,9787	1,2163	0,2376	4401
−5	31,05	1,048	0,0121	955	82,4	96,9	156,4	59,5	0,9890	1,2109	0,2219	4919
0	35,54	1,081	0,0104	925	96,3	100,0	156,1	56,1	1,0000	1,2055	0,2055	5395
5	40,50	1,120	0,00885	894	113,0	103,1	155,5	52,4	1,0103	1,1985	0,1882	5920
10	45,95	1,166	0,00752	858	133	106,5	154,6	48,1	1,0218	1,1917	0,1699	6396
15	51,93	1,223	0,00632	818	158	110,1	153,2	43,1	1,0340	1,1835	0,1495	6820
20	58,46	1,298	0,00526	771	190	114,0	151 1	37,1	1,0468	1,1734	0,1266	7055
25	65,59	1,417	0,00417	706	240	118,8	147,3	28,5	1,0628	1,1585	0,0959	6835
30	73,34	1,677	0,00299	596	334	125,9	141,0	15,1	1,0854	1,1351	0,0497	5050
31	74,96	2,156	0,00216	464	464	133,5	133,5	0	1,1098	1,1098	0,0000	0

V. Scurgerea gazelor și vaporilor

Notăm cu:

F, F_1, F_2 secțiunile canalului de scurgere [m²],
w, w_1, w_2 vitesele medii în aceste secțiuni [m/s],
G' greutatea scursă în unitatea de timp (debitul-greutate) [kg/s],
h, h_1, h_2 înălțimile secțiunilor deasupra unui plan zero orizontal, ales arbitrar [m], în același timp energiile potențiale ale scurgerii [kgm/kg],
Q_{12} cantitatea de căldură dată din exterior unității de greutate pe drumul dela 1 până la 2 [kcal/kg],
R_{12} energia consumată prin frecare pe unitatea de greutate [kgm/kg],
a vitesa sunetului [m/s],
$g = 9{,}81$ accelerația gravitației [m/s²],
$A = 1/427$ [kcal/kgm] echivalentul caloric al lucrului mecanic,
$\varkappa, i, P, p, v, s, \gamma$, au aceleași înțelesuri ca în p. 541; secțiunea considerată poate fi caracterizată prin indice,
φ coeficientul de vitesă [fără dimensiuni],
λ coeficientul de rezistență [fără dimensiuni].

a) Ecuații generale

Mai jos se presupune că scurgerile sunt staționare, adică invariabile în timp, și că se pot defini în fiecare secțiune prin indicarea unei vitese medii. In aceste ipoteze condițiunea de continuitate pentru un canal de scurgere de secțiune variabilă (e c u a ț i a d e c o n t i n u i t a t e) e:

$$G' = Fw\gamma = Fw/v = F_1 w_1/v_1 = F_2 w_2/v_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\text{sau prin diferențiere} \quad \frac{dv}{v} = \frac{dF}{F} + \frac{dw}{w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1a)$$

unde $G'/F = w/v$ se mai numește densitate de curent.

După principiul energiei, căldura dată din exterior e

$$Q_{12} = u_2 - u_1 + A(P_2 v_2 - P_1 v_1) + A(w_2{}^2 - w_1{}^2)/2g + A(h_2 - h_1)$$

sau întrebuințând entalpia (conținutul de căldură) $i = u + APv$:

$$Q_{12} = i_2 - i_1 + A(w_2{}^2 - w_1{}^2)/2g + A(h_2 - h_1) \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$\text{sau} \quad dQ = di + A\,w\,dw/g + A\,dh. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

Aceste ecuații sunt valabile și pentru scurgeri cu frecare; prin frecare scade numai suma celor două energii mecanice (energia cinetică sau cea potențială), iar entalpia crește cu echivalentul caloric al acestei scăderi.

La scurgerea cu expansiune, lucrul mecanic $-\int_1^2 v\,dP$ se transformă, chiar și într'o mașină ideală cu piston, în energie cinetică a scurgerii în frecare și în lucru mecanic de ridicare, după ecuația

$$-\int_1^2 v\,dP = (w_2{}^2 - w_1{}^2)/2g + R_{12} + h_2 - h_1, \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$-v\,dP = w\,dw/g + dR + dh. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

Din (2) și (3) rezultă prin eliminarea lui w

$$Q_{12} + AR_{12} = i_2 - i_1 - A\int_1^2 v\,dP, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

$$\text{respectiv} \quad dQ + A\,dr = di - A\,v\,dP. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4a)$$

Echivalentul caloric al lucrului de frecare trece deci în gaz, ca și căldura dată din exterior; astfel entropia crește. De obiceiu $h_2 - h_1$ se poate neglija; afară de aceasta avem, dacă schimbul de căldură cu mediul ambiant e $Q_{12} = 0$,

$$A(w_2{}^2 - w_1{}^2)/2g = i_1 - i_2 \quad \text{sau} \quad A\,w\,dw/g = -di, \quad . \quad . \quad (5)$$

$$(w_2{}^2 - w_1{}^2)/2g = -\int_1^2 v\,dP - R_{12} \quad \text{sau} \quad w\,dw/g = -v\,dP - dR. \quad (6)$$

Ecuația (5) e fundamentală pentru calculul turbinelor. La abur, diferența de entalpie (căderea de căldură) $i_1 - i_2$, pentru stările 1 și 2, se ia mai comod din diagrama Mollier (p. 558). Diagrama are în stânga o scară iw cu diviziune pătratică pentru w. Trecându-l în ea pe $i_1 - i_2$ începând cu w_1 dat, citim valoarea lui w_2.

Când se neglijează și frecarea, avem

$$i_1 - i_2 = -\int_1^2 v\,dP \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

ceea ce se poate determina din ecuația sau curba adiabatei (izentropei).

In fig. 1, 12 reprezintă o astfel de adiabată. Suprafața hașurată e lucrul mecanic $-\int v\,dP$ al destinderii dela P_1 la P_2. Dacă gazul era în repaos în P_1, el atinge după destindere vitesa $w=\sqrt{-2g\int v\,dP}$ (trecută în fig. 1 pe ordonata P). Ecuația de continuitate (1) dă acum pentru fiecare v și w secțiunea necesară unui curent G' dat, din $F/G'=v/w$ (curba F/G' din fig. 1). Cu căderea presiunii se micșorează și F, adică în ajutajul care se strâmtează vitesa crește și presiunea scade, însă numai până la o presiune critică determinată P_s la care $\frac{dv}{v}-\frac{dw}{w}=0=\frac{dF}{F}$ iar vitesa de scurgere atinge vitesa sunetului, corespunzătoare stării de regim din această secțiune.

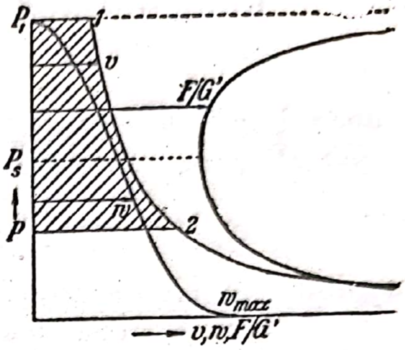


Fig. 1.

Pentru vitesa a a sunetului avem în general

$$a=\sqrt{g\,(dP/d\gamma)_{s=\text{const}}}, \quad \ldots \quad (8)$$

unde derivata de-a-lungul adiabatei se va calcula pentru entropie s constantă.

Când vrem să scădem presiunea sub valoarea critică P_s, iar vitesa de scurgere să o ridicăm deasupra lui a_s, trebue să mărim iar secțiunea (ajutajul Laval). La destindere până la presiunea zero, vitesa va atinge o valoare maximă finită max w, la care întreaga energie calorică se transformă în energie cinetică de scurgere. In acest caz temperatura gazului scade la punctul zero absolut.

De frecare se poate ține seamă printr'un randament η egal cu raportul dintre valoarea reală și cea maximă a energiei critice care poate fi atinsă la scurgere fără pierderi. Când gazul are în starea 1 vitesa $w_1=0$, se mai poate folosi și coeficientul de vitesă $\varphi=w_r/w$, unde w_r e vitesa scurgerii cu frecare și w cea fără pierderi. In acest caz avem:

$$\eta=\varphi^2. \quad \ldots \quad (9)$$

La ajutaje bine rotunjite în direcțiunea creșterii vitesei de scurgere, $\varphi\approx 0{,}98\ldots 0{,}95$.

Formulele cari urmează se referă în general la scurgerea fără frecare. Pentru procese reale, vitesa și energia scurgerii vor fi mai mici înmulțite cu coeficienții φ resp. η.

b) Vapori și gaze perfecte

In cazul căldurii specifice constante c_p, pentru orice secțiune a unui ajutaj bine rotunjit și lărgit adecuat, adică potrivit scăderii de presiune, avem, dacă gazul a fost în repaos în starea 1:

$$A\,w^2/2g=c_p\,(T_1-T) \quad \ldots \quad (10)$$

sau cu ecuația adiabatei $\quad T/T_1=(P/P_1)^{(\varkappa-1)/\varkappa}$

$$w=\sqrt{\frac{2g\,c_p}{A}T_1\left[1-(P/P_1)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right]}$$

$$=\sqrt{2g\frac{\varkappa}{\varkappa-1}P_1 v_1\left[1-(P/P_1)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right]}. \quad \ldots \quad (11)$$

Temperatura gazului în curgere este — ținând seama de creșterea temperaturii prin frecare

$$T=T_1-A/c_p\cdot w^2/2g=T_1-\varphi^2 T_1\left[1-(P/P_1)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right]. \quad . \quad (12)$$

Scanned with OKEN Scanner

După (1) și cu $v_1/v = (P/P_1)^{1/\varkappa}$ debitul e, în cazul scurgerii fără frecare, cum vom admite de aici înainte:

$$G' = F\sqrt{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left[(P/P_1)^{2/\varkappa} - (P/P_1)^{(\varkappa+1)/\varkappa}\right]} \cdot \sqrt{2g\frac{P_1}{v_1}} = F\psi\sqrt{2g\frac{P_1}{v_1}}$$
$$= F\psi\gamma_1\sqrt{2gRT_1} \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

unde $\sqrt{2g\,P_1/v_1}$ depinde numai de starea inițială dată iar mărimea, introdusă pentru prescurtare,

$$\psi = \sqrt{[\varkappa/(\varkappa - 1)] \cdot \left[(P/P_1)^{2/\varkappa} - (P/P_1)^{(\varkappa+1)/\varkappa}\right]} \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

depinde numai de $\varkappa$ și de raportul presiunilor.

In fig. 2 ψ e trecut deasupra absciselor P/P_1 pentru $\varkappa = 1{,}4$, $1{,}3$ și $1{,}135$. Curbele dau în același timp mersul debitului G'/F. Pentru $P/P_1 = 1$ și $= 0$ avem $\psi = 0$ și ψ atinge un maximum

$$\max\psi = [2/(\varkappa+1)]^{1/(\varkappa-1)} \cdot \sqrt{\varkappa/(\varkappa+1)} \quad . \quad . \quad (14a)$$

când raportul dintre presiuni e cel critic:

$$P_s/P_1 = [2/(\varkappa+1)]^{\varkappa/(\varkappa-1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

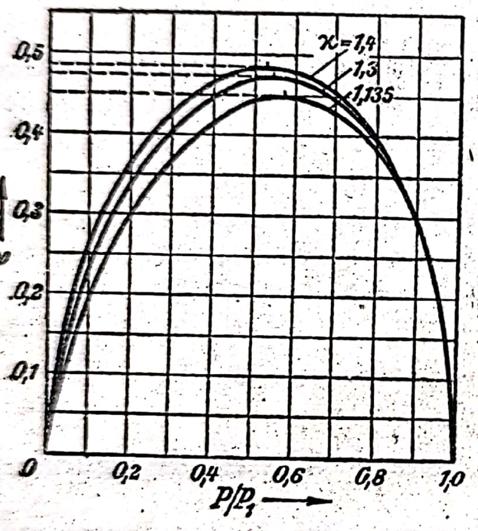


Fig. 2.

Deoarece la scurgerea staționară G' și deci $F\psi$ trebue să fie $=$ const, $1/\psi$ e proporțional cu suprafața secțiunii necesară spre a-i permite gazului să se scurgă începând dela $P/P_1 = 1$ sub presiune continuu descrescătoare și vitesă crescătoare. Secțiunea F se micșorează până la o valoare minimă, corespunzătoare raportului critic P_s/P_1, iar pe urmă crește din nou.

In secțiunea cea mai strâmtă gazul curge cu vitesa w_s, egală cu vitesa sunetului a_s în starea P_s, v_s, T_s:

$$w_s = a_s = \sqrt{2g\,[\varkappa/(\varkappa+1)]\,P_1 v_1} = \sqrt{g\varkappa P_s v_s} = \sqrt{g\varkappa RT_s}. \quad (16)$$

Tabela 1. Rapoarte critice și vitese de scurgere

$\varkappa =$	1,4	1,3	1,2	1,135
P_s/P_1	0,530	0,546	0,564	0,577
max ψ	0,484	0,473	0,459	0,450
a_s/a_1	0,913	0,933	0,954	0,968
max w/w_s	2,45	2,77	3,32	3,98

Vitesa sunetului a_s trebue deosebită de vitesa lui în starea $P_1 v_1$.

$$a_1 = \sqrt{g\varkappa P_1 v_1} = \sqrt{g\varkappa RT_1} \quad (17)$$

Vitesa maximă care se poate obține la scăderea presiunii până la zero e

$$\max w = w_s\sqrt{(\varkappa+1)/(\varkappa-1)}. \quad (18)$$

Tabela 1 cuprinde P_s/P_1, max ψ, a_s/a_1, max. w/w_s pentru câteva valori ale lui $\varkappa$.

Raportul de mărire a secțiunii de ieșire F_0 a unui ajutaj Laval față de secțiunea minimă F_s necesară pentru un raport P_0/P_1 al presiunilor spre a reduce presiunea la $P < P_s$ rezultă din

$$F_0/F_s = \max\psi/\psi_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

cu ajutorul fig. 2 și al tabelei 2. Raportul vitezelor e atunci

$$w_0/w_s = \sqrt{[1 - (P_0/P_1)^{(\varkappa-1)/\varkappa}](\varkappa+1)/(\varkappa-1)} \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Tabela 2 cuprinde pe F_0/F_s și w_0/w_s pentru diferite rapoarte P_1/P_0 ale presiunilor la $\varkappa = 1{,}4$ (gaze biatomice), $\varkappa = 1{,}3$ (gaze triatomice și abur supraîncălzit) și $\varkappa = 1{,}135$ (abur saturat).

Dacă în secțiunea minimă F_s a unui ajutaj s'a atins vitesa sunetului, debitul

$$G' = F_s \cdot \max \psi \sqrt{2\,g\,P_1/v_1} = F_s \cdot \max \psi\, \gamma_1 \sqrt{2\,g\,R\,T_1} \quad . \quad . \quad (21)$$

e determinat numai de starea din fața ajutajului și e independent de tot ce se petrece cu scurgerea după secțiunea minimă.

Se obișnuește ca de micșorarea debitului prin frecare și contracțiunea vinei de fluid să se țină seamă printr'un coeficient de scurgere $\mu = \alpha\,\varphi$ unde α e coeficientul de contracțiune. Pentru ajutaje bine rotunjite, $\alpha \approx 1$. Date pentru α și μ în pp. 480 și 496 ș. u.

Tabela 2. Raportul de mărire F_0/F_s și de vitese w_0/w_s pentru ajutaje Laval

pentru gaze biatomice ($\varkappa = 1{,}4$), abur supraîncălzit ($\varkappa = 1{,}3$) și abur saturat uscat ($\varkappa = 1{,}135$)

P_1/P_0	$\varkappa = 1{,}4$		$\varkappa = 1{,}3$		$\varkappa = 1{,}135$	
	F_0/F_s	w_0/w_s	F_0/F_s	w_0/w_s	F_0/F_s	w_0/w_s
∞	∞	2,45	∞	2,77	∞	3,98
100	8,13	2,10	9,71	2,24	13,80	2,58
80	7,04	2,07	8,26	2,21	11,56	2,54
60	5,82	2,03	6,76	2,17	9,16	2,47
50	5,16	2,01	5,97	2,14	7,98	2,43
40	4,46	1,98	5,12	2,10	6,75	2,37
30	3,72	1,93	4,20	2,04	5,28	2,30
20	2,90	1,86	3,22	1,96	3,97	2,18
10	1,94	1,72	2,08	1,78	2,44	1,92
8	1,70	1,64	1,82	1,71	2,07	1,86
6	1,47	1,55	1,55	1,61	1,72	1,74
4	1,21	1,40	1,26	1,45	1,35	1,55
2	1,02	1,04	1,03	1,07	1,02	1,12

c) Scurgerea contra unei presiuni exterioare

1. Diferența de presiuni oarecare. Formulele de mai sus rămân valabile și în cazul scurgerii dintr'un rezervor cu presiunea P_1 într'o încăpere cu presiunea P_a, în cazul unor ajutaje convergente și rotunjite adecuat (adică cu secțiunea minimă la ieșirea din ajutaj), cât presiunea P_a din exterior nu scade sub presiunea critică P_s. Presiunea în secțiunea de ieșire din ajutaj e egală cu presiunea exterioară și în formule se poate scrie $P = P_a$. Când însă $P_a < P_s$, vitesa sunetului și densitatea de curent în secțiunea de ieșire din ajutaj nu va trece totuși de cel corespunzător stării $P_a = P_s$, iar în secțiunea de ieșire presiunea rămâne egală cu P_s. Diferența de presiune $P_s - P_a$ se egalizează numai după ieșirea din ajutaj, prin expansiunea în toate direcțiunile a vinei, însoțită de puternice unde sonore; producând pe alocuri vitese mai mari decât a sunetului (p. 521).

Pentru ajutaje cu muchii ascuțite (diafragme) sunt valabile aceleași formule, dar în locul orificiului real F_0 trece suprafața $\alpha\,F_0$ unde α e coeficientul de contracțiune. In calculul greutății scurse, se va mai adăuga ca factor, din cauza frecării, coeficientul de scurgere $\mu = \alpha\,\varphi$.

In cazul scurgerii dintr'un ajutaj Laval, în a cărui secțiune minimă avem vitesa sunetului, mersul în continuare al scăderii de presiune și al creșterii de vitesă depinde, după (19) și (20), numai de mărirea de secțiune.

Când presiunea exterioară P_a e mai mică decât presiunea P_0, care corespunde după aceste ecuații raportului de mărire F_0/F_s, diferența $P_0 - P_a$ se egalizează iarăși în exteriorul ajutajului, prin îngroșarea vinei și producerea unui sunet. Dimpotrivă, când $P_a > P_0$, presiunea crește brusc dela P_0 la P_a, iar vitesa scade în același timp sub vitesa sunetului. Acest salt se numește *ș o c d e c o m p r e s i u n e*.

Scanned with OKEN Scanner

Se poate vorbi de şoc de compresiune drept, când suprafaţa de discontinuitate e perpendiculară pe vitesa de scurgere, şi de şoc oblic când e inclinată faţă de ea (v. Dinamica gazelor, p. 516 ş. u.). Când P_a mai creşte iarăşi, şocul de compresiune intră în ajutaj, până ce atinge în cele din urmă secţiunea minimă şi transformă scurgerea în una cu vitesă mai mică decât a sunetului, lărgirea ajutajului funcţionând numai ca difuzor.

2. Formule de aproximaţie pentru scurgerea de evacuare la mici diferenţe de presiune. Pentru scurgeri din ajutaje şi diafragme avem cu aproximaţie

$$w_0 = \varphi \sqrt{2g v_1 (P_1 - P_0)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Valoarea reală a lui w_0^2 e cam cu fracţiunea $(1/2\,\varkappa)\,(P_1 - P_0)/P_1$ mai mare decât aproximaţia. Inlocuindu-l pe v_1 cu volumul mediu v_m, calculat din ecuaţia adiabatelor pentru presiunea $(P_1+P_0)/2$, $v_m = v_1\,[2\,P_1/(P_1+P_0)]^{1/\varkappa}$, avem

$$w_0 = \varphi \sqrt{2g\, v_m\, (P_1 - P_0)}\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22a)$$

şi aproximaţia e mai strânsă, iar la raportul critic al presiunilor, valoarea reală a lui w_0^2 e mai mare decât această aproximaţie cu vreo 2,1% pentru $\varkappa = 1,4$, cu vreo 2,8% pentru $\varkappa = 1,2$; coeficientul de vitesă φ, v. p. 583.

A p l i c a ţ i a în esenţă în măsurătorile de debite prin ajutaje şi diafragme, v. Mecanica lichidelor neelastice p. 497 ş. u. şi capitolul „Măsuri". Acolo, valori ale coeficienţilor de scurgere şi de scurgere de evacuare.

d) Scurgerea gazelor şi a vaporilor prin conducte

1. La secţiune constantă a ţevii, ecuaţia de continuitate (1) se simplifică (p. 582) în $w/v = \text{const}$, sau $dw/w = dv/v$, iar ecuaţiile (2)...(4) rămân neschimbate. Pentru lucrul mecanic de frecare de-a-lungul segmentului de conductă dl, pe kg de gaz, se poate scrie

$$dR = v\,dP_r = \lambda \frac{dl}{D}\,\frac{w^2}{2g},$$

dacă dP_r e căderea de presiune pe porţiunea dl în kg/m², datorită numai frecării, λ coeficientul de rezistenţă (fără dimensiune) şi D diametrul ţevii în m. Date mai precise despre dependenţa coeficientului de rezistenţă de numărul lui R e y n o l d s şi de rugozitatea ţevilor, v. p. 472 ş. u.

După F r i t z s c h e[1]) se poate scrie în aproximaţie pentru aer, vapori sau gaze în conducte de rugozitatea mijlocie obişnuită:

$$\lambda = 0{,}0561 \Big/ \left(\frac{G'}{\text{kg/h}}\right)^{0,148} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

unde G' e debitul conductei în kg/h.

Tabla 3. Rezistenţa conductelor în funcţiune de debitul G' [kg/h]

G'	100λ	G'	100λ	G'	100λ	G'	100λ
10	3,99	100	2,85	1 000	2,02	10 000	1,430
15	3,77	150	2,67	1 500	1,91	15 000	1,354
25	3,50	250	2,47	2 500	1,77	25 000	1,256
40	3,26	400	2,32	4 000	1,65	40 000	1,168
65	3,02	650	2,16	6 500	1,53	65 000	1,090
100	2,85	1000	2,02	10 000	1,43	100 000	1,021

Tabla 3 cuprinde valori calculate.

2. La conducte cu mare cădere de presiune trebue ţinut seamă de creşterea lui v şi w de-a-lungul conductei. Se procedează mai bine pas cu pas, împărţind conducta în porţiuni cu o cădere de presiune nu prea mare.

La c o n d u c t e d e g a z ş i a e r, a căror temperatură se egalizează cu a mediului ambiant, $Pv = \text{const}$. La a b u r se va ţine seamă, afară de căderea de presiune, de cedarea de căldură către mediu, care depinde de temperatura aburului şi de calitatea izolaţiei.

e) Laminarea

1. Generalităţi. Orice strâmtare a unui curent de gaz sau lichid, prin supape, clape sau alte obstacole produce o cădere de presiune prin laminare. Notăm cu indicele 1 starea gazului înainte de locul de laminare şi cu indicele 2 după el; când nu i se cedează mediului căldură, avem

$$A\,w_1^2/2g + i_1 = A\,w_2^2/2g + i_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Când se poate neglija diferenţa dintre energiile cinetice înainte şi după

[1]) Mitt. Forschungsarb. VDI fasc. 60.

Scanned with OKEN Scanner

laminare, ceea ce se admite practic în cele mai multe cazuri, entalpia (conținutul de căldură) rămâne neschimbată:

$$i_1 = i_2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

Astfel starea după laminare se poate stabili mai ușor dintr'o diagramă Mollier, unde liniile $i = \text{const}$ sunt drepte paralele.

2. **Gaze și vapori supraîncălziți.** La g a z e l e p e r f e c t e, la cari $d\,i = c_p\,d\,T$, pentru $i = \text{const}$, avem și $T = \text{const}$, deci la laminare temperatura rămâne constantă. La g a z e l e r e a l e, temperatura scade prin laminare, în special la presiuni mai mari, în apropiere de lichefiere (efectul T h o m s o n - J o u l e, v. L i n d e, procedeu pentru lichefierea gazelor). Din ecuația de stare se obține căderea de temperatură la laminare din

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{1}{c_p}\left(\frac{\partial i}{\partial P}\right)_T = -\frac{A}{c_p}\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v\right] = -\frac{A\,T^2}{c_p}\left[\frac{\partial (v/T)}{\partial T}\right]. \quad (26)$$

Fiindcă această cădere a temperaturii e o măsură a abaterii față de comportarea gazelor perfecte, rezultatele încercărilor de laminare se pot folosi pentru stabilirea ecuațiilor de stare ale gazelor reale.

Deasupra unei anumite temperaturi, t e m p e r a t u r a d e i n v e r s i u n e, efectul se inversează, adică gazul se încălzește la laminare. La presiunea atmosferică, temperatura absolută de inversiune e de vreo 6...7 ori mai mare decât cea critică; numai la hidrogen și heliu e dedesubtul temperaturii ambiante. La presiuni mari, temperatura de inversiune scade mult.

3. **Vapori saturați.** In domeniul vaporilor umezi avem $i = i' + x\,r$ și deci

$$i_1' + x_1 r_1 = i_2' + x_2 r_2,$$

de unde se poate calcula cantitatea specifică a (titlul) vaporilor x_2 după laminare, când e dat x_1 înainte de laminare (aplicație la mașini frigorifice, p. 576).

Fiindcă în cazul aburului i'' are o valoare maximă la 32 kg/cm² (maximul curbei limită din diagrama $i\,s$), prin laminare aburul uscat saturat de $p < 32$ kg/cm² se supraîncălzește, iar cel de $p > 32$ kg/cm² devine întâi umed și se supraîncălzește numai la căderi mai mari de presiune. Prin laminare, aburul umed se usucă și pe urmă se supraîncălzește (măsurarea prin laminare a umidității aburului).

4. **Pierderea de lucru mecanic prin laminare.** Laminarea, ca fenomen ireversibil, provoacă totdeauna o creștere de entropie și deci o pierdere de lucru mecanic util. Această pierdere de lucru mecanic e egală, ca și pentru alte fenomene ireversibile, cu produsul creșterii entropiei prin temperatura absolută a mediului ambiant. La mașinile cu abur și mașinile frigorifice se poate înlocui temperatura ambiantă cu temperatura la condensator. Din $T\,d\,s = d\,i - A\,v\,d\,P$ urmează

$$\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_i = -A\,\frac{v}{T} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (28)$$

sau pentru căderi de presiune nu prea mari

$$\Delta s = A\,(v/T)\,\Delta P; \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (28\,\text{a})$$

pentru gaze perfecte

$$\Delta s = A\,R\,(\Delta P/P), \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (29)$$

pentru vapori umezi

$$\Delta s = A\,\frac{v' + x\,(v'' - v')}{T}\,\Delta P = \frac{A\,P\,v' + x\,A\,P\,(v'' - v')}{T}\,\frac{\Delta P}{P}. \quad (30)$$

In aceste formule se introduc pentru P, T și $A\,P\,(v'' - v')$ valori medii pentru stările dinainte și după laminare.

La vapori saturați, pierderea prin laminare se determină pentru presiuni mici ca pentru gazele perfecte, iar pentru presiuni mari din diagrama Mollier.

VI. Transmisiunea căldurii[1])

Prelucrare de prof. dr. ing. H. Gröber, Berlin

Observație preliminară

Transmisiunea căldurii se poate face prin:

Conducție: propagarea căldurii dela o particulă la alta în interiorul corpului.

Convecție: propagarea căldurii dintr'un loc în altul, împreună cu particulele de material, sub formă de căldură înmagazinată în ele.

Radiație: transformarea căldurii în energie de radiație și propagarea ei sub această formă.

Afară de simboalele din pp. 541 și 581, notăm cu [cp. DIN 1341]:

ϑ temperatura într'un punct [°]
t timpul [h],
λ conductibilitatea termică [kcal/m h°],
c căldura specifică [kcal/kg °],
γ greutatea specifică [kg/m³],
a difuzibilitatea termică = $\lambda/c\gamma$ [m²/h].

A. Conducția

Prin densitatea curentului de căldură q într'o direcțiune se înțelege cantitatea de căldură care trece în unitatea de timp prin unitatea de suprafață perpendiculară pe acea direcțiune [kcal/m²h]. In timpul dt va trece astfel prin suprafața dF cantitatea de căldură:

$$d^2Q = q\,dF\,dt.$$

In fiecare punct al unui solid densitatea curentului de căldură, într'o anumită direcțiune, e proporțională cu componenta gradientului temperaturii în această direcțiune, de ex. în direcțiunea lui X:

$$q_x = -\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial x}.$$

Conductibilitatea termică a materialului, λ [W/LTG], în general invariabilă pentru solide, depinde mult de temperatură în cazul gazelor și al lichidelor.

Intr'un anumit punct, variațiunea în timp a temperaturii, prin conducție, în funcțiune de repartiția temperaturii în jurul punctului, satisface ecuația diferențială a lui Fourier privitoare la conducție

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\vartheta}{\partial z^2}\right).$$

Dacă se cunosc condițiunile la limită ale repartiției temperaturii din corp, integrarea dă variațiunea în timp a repartiției temperaturii și astfel, odată cu ea, a densității curentului de căldură în fiecare punct.

M e t o d e l e   g r a f i c e duc în unele cazuri mai repede la rezultat decât desvoltările matematice, în parte foarte dificile. Se pot rezolva în adevăr simplu numai următoarele două probleme, cari se limitează de altfel amândouă la starea staționară (v. și trecerea căldurii, p. 596).

1. Conducția căldurii prin peretele plan. Fie: aria F [m²], grosimea δ [m], conductibilitatea termică λ [kcal/m h°], temperaturile suprafețelor pereților ϑ_1 și ϑ_2. Gradientul de temperatură prin perete e constant

$$\frac{d\vartheta}{d\delta} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\delta}\ [°/\text{m}].$$

---

[1]) **Bibliografie:** G r ö b e r - E r k, Grundgesetze der Wärmeübertragung, Berlin 1933, Springer. — T e n B o s c h, Wärmeübertragung, Berlin 1936, Springer. — M e r k e l, Grundlagen der Wärmeübertragung, Dresden și Leipzig 1927, Steinkopff.

[2]) S c h m i d t, Differenzenrechnung, G r ö b e r - E r k, l. c. p. 92. — L u t z, Zeichnerische Ermittlung der Wandtemperaturen, Z V D I 79 (1935), p. 1041.

Căldura, care trece pe oră prin perete, e

$$Q_h = \lambda/\delta \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2)\, F\, [\text{kcal/h}].$$

2. **Conducţia căldurii prin pereţii ţevilor.** Fie: lungimea ţevii L [m], diametrul exterior şi interior d_a, d_i [m], temperatura suprafeţei exterioare şi interioare ϑ_a, ϑ_i.

Căldura, care trece pe oră prin pereţii ţevii spre exterior, e:

$$Q_h = \frac{2\lambda\pi}{\ln(d_a/d_i)}\, L\, (\vartheta_i - \vartheta_a)\, [\text{kcal/h}].$$

Tabela 1. Conductibilităţile λ în kcal/m h°[1])
la cca 20° — dacă nu se indică alte temperaturi
Cifrele din paranteze reprezintă greutatea specifică în kg/m³

a) Metale şi aliaje

Conductibilităţile termice ale aliajelor sunt deobiceiu cu mult mai mici decât ale componenţilor puri. La metale cu conductibilităţi termice mari (Ag, Cu, Al), chiar şi numai urme de adause îi scad mult valoarea.

Argint pur	360	Nichel tehnic	60	Nichel-fier 80%	28
Cupru pur	340	Fier pur	63	Metal Monel 29 Cu, 67 Ni, 2 Fe	19
Cupru tehnic	300	Fier tehnic	40...50	Bronz de Al 95 Cu, 5 Al	71
Aur pur	267	Plumb pur	30	Alamă 70 Cu, 30 Zn	96
Aluminiu pur	197	Fier-nichel 5% Ni	30	Bronz roşu 86 Cu, 7 Zn, 6 Sn	52
Aluminiu tehnic	175	,, ,, 20%	16	Duralumin 94,5 Al, 4 Cu, 0,5 Mg	137
Zinc pur	97	,, ,, 35%	9,5		
Nichel pur	80	,, ,, 50%	12,5		

b) Materiale de construcţie

Cărămidă complet uscată (1700)	0,4	Beton uscat în aer (500)	0,16	Plăci de turbă (200)	0,04
Zid de cărămidă, peretele interior	0,6	Beton uscat în aer (1000)	0,31	Linoleu (1200)	0,15
idem, peretele exterior	0,75	Beton uscat în aer (2000)	0,77	Lemn de stejar cu umiditatea de 15%: tangenţial	0,14
Ziduri de cărămidă extraporoasă	0,3	Bazalt (2900)	1,44	radial	0,15
Zidărie de beton de sgură	0,5	Gresie (2200)	1,6	axial	0,32
		Solul natural	0,5...1,1	Lemn de molift şi brad, cu umiditatea de 15%: tangenţial	0,09
		Plăci de plută (100)	0,036	radial	0,10
		,, ,, ,, (300)	0,054	axial	0,20

c) Diferite materiale

Sticlă	0,4...0,9	Ghiaţă	1,9	Piatră de cazan, bogată în siliciu	0,07...0,20
Porţelan	0,7...1,6	Piatră de cazan, bogată în gips	0,6...2,0	Grafit	10...150
Bachelită	0,2	Idem, bogată în calcar	0,13...2,0	Huilă	0,23
Cauciuc (gumă)	0,1...0,2				

d) Izolanţi termici

Kieselgur (calcar cu diatomee) (50)	0,035	Vată de sticlă (50)	0,032	Uruială de plută extinsă	0,030
Kieselgur (300)	0,053	,, ,, ,, (300)	0,037	Uruială de plută normală	0,04
Kieselgur (600)	0,085	Vată de asbest (50)	0,050	Deşeu de turbă, uscat în aer	0,06
		,, ,, ,, (300)	0,080		
		,, ,, ,, (600)	0,172		

e) Materiale refractare

Temperatura	100°	500°	900°	Temperatura	100°	500°	900°
Şamotă (1900)	0,75	0,96	1,11	Pietre de kieselgur (400)	0,083	0,14	—
Pietre silica şi dina (1850)	1,04	1,13	1,40	,, ,, ,, (0,109)	0,109	0,16	—
Pietre de kieselgur (Calcar cu diatomee) (200)	0,077	0,13	—	Cărămizi obişnuite (1660)	0,38	0,49	0,62

[1]) Henning, Wärmetechnische Richtwerte, Berlin 1938, ed. VDI. — Landolt-Börnstein, Phys. Chem. Tabellen, Berlin 1923, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

f) Conductibilitățile termice echivalente ale straturilor de aer verticale și orizontale[1] [2])

1. Suprafețele de limitare cu mic coeficient de radiație
(Coeficientul de absorpție al ambelor suprafețe $A = 0{,}9$)

Temperatura medie [°]	Grosimea stratului de aer în cm										
	0,5	1	2	3	4	5	6	8	10	12	15
0	0,037	0,056	0,096	0,136	0,178	0,222	0,268	0,364	0,47	0,58	0,74
50	0,051	0,081	0,142	0,204	0,268	0,334	0,40	0,54	0,69	0,84	1,07
100	0,068	0,113	0.204	0,295	0,39	0,48	0,58	0,78	0,99	1,20	1,51
200	0,118	0,206	0,39	0,56	0,75	0,93	1,11	1,49	2,87	2,25	2,84
300	0,190	0,346	0,66	0,97	1,29	1,60	1,92	2,56	3,21	3,76	4,84
500	0,41	0,80	1,55	2,30	3,06	3,82	4,59	6,12	7,65	9,19	11,5
1000	1,74	3,42	6,78	10,1	13,5	16,9	20,2	27,0	33,7	40,4	50,5

2. Limitare prin suprafețe cu coeficient de radiațiune mic
(Ambele suprafețe din aluminiu lucios, coeficientul de absorpțiune $A = 0{,}06 + 5 \cdot 10^{-5}\,\vartheta$)

Temperatura medie [°]	Grosimea stratului de aer în cm										
	0,5	1	2	3	4	5	6	8	10	12	15
0	0,021	0,024	0,032	0,041	0,051	0,063	0,078	0,110	0,152	0,195	0,264
50	0,025	0,028	0,037	0,047	0,058	0,071	0,086	0,120	0,164	0,209	0,282
100	0,028	0,032	0,043	0,053	0,066	0,080	0,097	0,134	0,180	0,228	0,303
200	0,036	0,042	0,057	0,072	0,089	0,107	0,128	0,173	0,227	0,284	0,371
300	0,045	0,055	0,076	0,098	0,121	0,147	0,175	0,234	0,302	0,372	0,471

g) Lichide

Apă 10°	0,498	Alcool	0,16	Uleiu de ricină	0,16
„ 50°	0,550	Glicerină	0,24	Uleiu de parafină	0,11
„ 100°	0,586	Glicerină cu 50% apă	0,35	Uleiu de transformatori	0,11
„ 260°	0,528	Mercur	8	Uleiu de fus	0,12

h) Gaze și abur

Temperatura °	Aer Oxigen Azot	Hidrogen	Bioxid de carbon	Amoniac	Abur
− 50	0,0170	0,126	0,0098	0,0117	—
0	203	150	121	150	—
50	234	173	144	183	0,0172
100	264	195	168	213	201
150	291	215	182	250	229
200	318	235	—	—	258
250	344	254	—	—	286
300	369	273	—	—	315
400	417	308	—	—	372
500	463	342	—	—	429

B. Transiția căldurii fără schimbarea stării de agregare

Transiția căldurii e schimbul de căldură dintre un fluid (lichid sau gaz) și pereții cari îl limitează. In privința cauzelor mișcării deosebim mișcare din cauze exterioare (diferențe de presiune) și miscare din cauze interioare (diferențe de densitate în urma temperaturilor inegale): mișcare

[1]) După E. Schmidt, ZVDI 71 (1927).
[2]) Conductibilitatea termică echivalentă înglobează transmisiunea căldurii prin conducție, convecție și radiație.

forţată — mişcare liberă. Ea poate fi laminară sau turbulentă (v. p. 472). Cu notaţiile: Q_h, schimbul orar de căldură, F aria suprafeţei de încălzire sau răcire, ϑ_w, temperatura peretelui şi ϑ_f temperatura fluidului, avem ecuaţia fundamentală a transiţiei căldurii:

$$Q_h = \alpha F (\vartheta_w - \vartheta_f) \text{ [kcal/h]}.$$

Aici α [W/L²TG] e coeficientul de transiţie a căldurii, o valoare car înglobează toate mărimile cari influenţează mişcarea şi transiţia propriu zisă de căldură.

El trebue considerat şi astăzi pentru multe probleme drept valoare experimentală; se poate calcula numai în ipoteze deosebit de simple.

Pe baza ecuaţiilor diferenţiale ale mişcării lichidului şi conducţiei căldurii, a căror integrare nu reuşeşte în cazurile de transiţie tehnică a căldurii, consideraţiunile de similitudine (p. 443 ş. u.) dau ecuaţiile:

$$\text{pentru mişcarea forţată:} \quad \alpha = \lambda/l_0 \cdot F_1 (Pe, Pr, l_n/l_0),$$

$$\text{pentru mişcarea liberă:} \quad \alpha = \lambda/l_0 \cdot F_2 (Gr, Pr, l_n/l_0).$$

l_0 e o dimensiune a suprafeţei de transiţie a căldurii, aleasă drept unitate de referinţă, iar l_n/l_0 totalitatea celorlalte raporturi ale dimensiunilor.

Pe, Gr şi Pr sunt mărimi caracteristice fără dimensiune, cu acelaşi înţeles ca numărul lui Reynolds din studiul scurgerii (cp. p. 441):

$$Pe = \frac{w\, l_0}{a} = \frac{w\, l_0\, \varrho\, g\, c_p}{\lambda} \text{ (denumită după Péclet)}$$

$$Gr = \frac{l_0^3\, \varrho^2\, g\, (\vartheta_w - \vartheta_f)\, \beta}{\mu^2} \text{ (denumită după Grashof)}$$

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\mu}{\varrho\, a} = \frac{\mu\, c_p\, g}{\lambda} \text{ (denumită după Prandtl)}$$

Mai sus am notat cu:

- w vitesa particulelor fluidului [L/T],
- a difuzibilitatea termică a fluidului [L²/T],
- ρ densitatea fluidului [KT²/L⁴],
- c_p căldura specifică a fluidului [W/KG],
- μ vâscozitatea fluidului [KT/L²],
- ν vâscozitatea cinematică [L²/T],
- β coeficientul termic de dilataţie cubică a fluidului [1/G],
- g acceleraţia gravitaţiei [L/T²],
- ϑ_w temperatura peretelui [G],
- ϑ_f temperatura gazului resp. a lichidului [G].

Pentru toate valorile de material se vor lua valori medii între ϑ_w şi ϑ_f.

Funcţiunile F_1 şi F_2 trebue determinate prin experienţe, şi în general sunt bine reprezentabile prin puteri cu coeficienţi constanţi.

a) Mişcarea forţată: gaze

Formele funcţiunii F_1, determinate empiric pentru diferitele suprafeţe de transiţie a căldurii, se pot găsi în lucrările detaliate enumerate în p. 588. Ele au fost aduse de Merkel într'o formă unitară, cu o preciziune suficientă pentru cazurile din practică:

$$\alpha = \text{const } Pe^{0,75}\, \lambda/l_0 \text{ [kcal/m}^2\text{ h°]}$$

In cele cinci formule ce urmează se va introduce:

l_0 (deci d la ţevi şi L la pereţi plani) în m, w în m/h, deoarece a apare în m²/h. Pentru gaze de presiune p kg/cm² avem $a = a_1/p$, dacă a_1 înseamnă difuzibilitatea termică la 1 kg/cm². Toate mărimile de material se raportează la media aritmetică dintre temperatura peretelui şi temperatura medie a gazului.

Tabela 2. Difuzibilitatea termică a_1 pentru aer în m^2/h la 1 kg/cm^2

ϑ	a_1	ϑ	a_1	ϑ	a_1	ϑ	a_1
− 50	0,046	100	0,119	250	0,215	400	0,332
0	0,067	150	0,148	300	0,251	450	0,377
+ 50	0,092	200	0,180	350	0,291	500	0,420

Tabla 3. $Pe^{0,75} = \sqrt[4]{Pe^3}$

Pe	$Pe^{0,75}$	Pe	$Pe^{0,75}$	Pe	$Pe^{0,75}$	Pe	$Pe^{0,75}$	Pe	$Pe^{0,75}$
1	1,00	25	11,17	50	18,80	75	25,49		
5	3 34	30	12,81	55	20,20	80	26,75	100	31.62
10	5,62	35	14,39	60	21,56	85	28,00	1000	177,9
15	7,62	40	15,90	65	22,90	90	29.22	10000	1000
20	9,46	45	17,37	70	24,21	95	30,43		

Alte valori se pot obţine prin înmulţire.

de ex. $Pe = 25000;\ 25000^{0,75} = 25^{0,75} \cdot 1000^{0,75} = 11,17 \cdot 177,9 = 1987.$

Tabela 4. Valori de conversiune pentru alte gaze

Valorile obţinute pentru aer se vor înmulţi cu următoare cifre, pentru:

Oxid de carbon 0,99	Bioxid de sulf . 1,00	Heliu . . . 1,10	Amoniac . . 1,25
Oxigen . . . 1,00	Gaze de fum . 1,02	Bioxid de carbon 1,12	Hidrogen . . 1,50
Azot 1,00	Clorură de metil 1,04	Abur 1,20	

La vapori, aceste date sunt valabile numai cât temperatura peretelui e mai înaltă decât temperatura de saturaţie a vaporilor.

Cazul 1. Scurgerea prin ţevi drepte de diametrul d [m].

$$\alpha = 0{,}040\ Pe^{0,75} \lambda / a\ [\mathrm{kcal/m^2h°}].$$

α e coeficientul mediu de transiţie a căldurii la o ţeavă mai lungă decât $L' = 0{,}015\ Pe\ d$ [m]; L' e lungimea de pornire. Pentru ţeavă mai scurtă $\alpha_L = \zeta\,\alpha$; factorul ζ e funcţiune de L/L'.

$L/L' =$	0	0,01	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	∞
$\zeta =$	∞	1,26	1,16	1,12	1,08	1,05	1,03	1,01	1,00	1,00

Când ţeava nu are secţiune rotundă, valoarea lui α se găseşte ca pentru o ţeavă cu diametrul $d_k = 4\,F/S$ [m], F fiind secţiunea ţevii în m^2, iar S partea din perimetrul secţiunii prin care se efectuează schimbul de căldură în m. In toate părţile lui S trebue să existe aceeaşi temperatură unitară ϑ_f.

Secţiune inelară, D diametrul exterior, d cel interior.

Transiţia căldurii în interior şi exterior $d_k = D - d$,
„ „ numai în exterior $d_k = (D^2 - d^2)/D$,
„ „ numai în interior $d_k = (D^2 - d^2)/d$.

Secţiune dreptunghiulară cu laturile a şi b.

Transiţia căldurii spre toate patru laturile $d_k = 2\,a\,b/(a + b)$,
„ „ spre două laturi opuse $d_k = 2\,b$,
„ „ spre o latură a $d_k = 4\,b$.

Cazul 2. Scurgerea prin ţevi recurbate (s e r p e n t i n e).

Dacă R e raza de curbură:

$$\alpha = 0{,}040\ (1 + 1{,}77\ d/R)\ Pe^{0,75} \lambda / d\ [\mathrm{kcal/m^2h°}].$$

Cazul 3. Scurgerea în jurul unei ţevi perpendiculare pe direcţiunea curentului:

$$\alpha = 0{,}092\ Pe^{0,75}\ \lambda / d\ [\mathrm{kcal/m^2h°}].$$

Scanned with OKEN Scanner

Cazul 4. Scurgerea printr'un fascicul de țevi, perpendiculară pe țevi. Rândurile de țevi fiind alternate unul față de altul și w vitesa în locul cel mai strâmt dintre două țevi vecine, avem:

$$\alpha = 0{,}075\, Pe^{0{,}75}\, \lambda/d\ [\mathrm{kcal/m^2\,h^\circ}].$$

α e valabil pentru două rânduri de țevi, unul în spatele celuilalt. Pentru

$z =$	4	6	8	10
cu	1,23	1,36	1,43	1,47

și mai multe rânduri de țevi, această valoare se va înmulți cu ... Dacă țevile rândurilor suprapuse nu sunt alternate una față de alta, coeficienții de transiție a căldurii sunt puțin mai mici și cresc mai încet cu creșterea numarului de rânduri.

Cazul 5. Scurgerea de-a-lungul unui perete plan de lungimea L. Vitesa de scurgere w fiind mai mare decât 5 m/s, avem:

$$\alpha = 0{,}075\, Pe^{0{,}75}\, \lambda/L\ [\mathrm{kcal/m^2\,h^\circ}].$$

Dedesubtul lui $w = 5$ m/s avem în cazul unui perete vertical:

$$\alpha = 5 + 3{,}4\, w\ [\mathrm{kcal/m^2\,h^\circ}],$$

unde w se va introduce în m/s.

Exemplu: Printr'o țeavă dreaptă (de lungime 3,5 m, lărgime 60 mm, temperatura pereților 30°) se scurge aer de 1 at abs. presiune, cu vitesa de 10 m/s. Temperatura de intrare e de 200°. — Să se calculeze α.

1. Avem nevoie în primul rând de temperatura pentru care luăm din tabele mărimile de material. Ea e media formată din temperatura pereților și temperatura m e d i e a aerului. Fie 100° C temperatura de ieșire evaluată (numai erorile foarte mari de evaluare au influență și reclamă o recalculare după terminarea calculului).

Temperatura pentru mărimile de material: $[30 + (200 + 100)/2]/2 = 90°$,

și deci (tabela 1): $\lambda = 0{,}0258$,

(tabela 2): $a = 0{,}113$

2. N u m ă r u l l u i P é c l e t : $wd/a = 10 \cdot 3600 \cdot 0{,}06/0{,}113 = 19\,100.$

$Pe^{0{,}75} = 1620$ (tabela numerică 3).

3. Lungimea de pornire: $L' = 0{,}015\, Pe\, d = 0{,}015 \cdot 19\,100 \cdot 0{,}06 = 17$ m,

$L/L' = 3{,}5/17 = 0{,}20$ și $\zeta = 1{,}08.$

4. Coeficientul de transiție a căldurii: $\alpha = 0{,}040 \cdot 1{,}08 \cdot 1620 \cdot 0{,}0258/0{,}06 = 30\ [\mathrm{kcal/m^2h^\circ}]$.

b) Mișcarea forțată: lichide

Coeficienții de transiție a căldurii sunt considerabil mai mari decât pentru gaze (de 50...100 de ori mai mari). Lămurirea experimentală nu e atât de avansată ca în cazul gazelor.

Formulă de aproximație pentru a p ă în conducte drepte:

$$\alpha = 1755\,(1 + 0{,}015\, \vartheta_m)\, w^{0{,}87}/d^{0{,}13}\ [\mathrm{kcal/m^2\,h^\circ}],$$

unde $\vartheta_m = 0{,}9\, \vartheta_f + 0{,}1\, \vartheta_w$, w în m/s, d în m.

Tabla 5. Vitesa w [m/s]

w	$w^{0,87}$	w	$w^{0,87}$
0,5	0,55	5,5	4,40
1,0	1,00	6,0	4,75
1,5	1,42	6,5	5,09
2,0	1,83	7,0	5,43
2,5	2,22	7,5	5,77
3,0	2,60	8,0	6,10
3,5	2,98	8,5	6,43
4,0	3,34	9,0	6,75
4,5	3,70	9,5	7,08
5,0	4,05	10,0	7,40

Diametrul țevii d [m]

d	$1/d^{0,13}$	d	$1/d^{0,13}$
0,010	1,82	0,030	1,58
0,012	1,78	0,035	1,55
0,014	1,74	0,040	1,52
0,016	1,71	0,045	1,50
0,018	1,68	0,050	1,48
0,020	1,66	0,060	1,44
0,022	1,64	0,070	1,41
0,024	1,62	0,080	1,39
0,026	1,60	0,090	1,37
0,028	1,59	0,100	1,35

Pentru alte lichide se vor înmulți coeficienții de transiție a căldurii pentru apă α_w, cu cifrele din tabela 6.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 6. α/α_w pentru scurgerea forțată turbulentă
Date aproximative la temperatura ambiantă
In cazul altor temperaturi pot exista abateri considerabile

Alcool	0,31	Petrol	0,23	Untdelemn	0,05
Benzen	0,31	Glicerină	0,03	Mercur	7,2

Scurgerea laminară [1]) (p. 472) Se stabilește numai în țevi strâmte în cazul lichidelor cu vâscozitate foarte mare, când vitesa e mai mică decât cea critică $w_k = 2320\ \mu/\rho d$. In acest caz coeficientul de transiție a căldurii α, care are o valoare destul de mare la intrarea în țeavă, tinde cu lungime crescătoare a țevii spre valoarea finală:

$$\alpha = 3{,}65 \cdot \lambda/d\ [\mathrm{kcal/m^2\,h^\circ}]$$

care e atinsă după o lungime de pornire $L' = 0{,}05\ Pe\ d$, cu o precizie de 1%.

c) Scurgerea liberă: gaze și lichide

Cazul 1. Țeavă orizontală în gaz sau apă în repaos.

$$\alpha = 0{,}468 \sqrt[4]{Gr}\ \lambda/d\ [\mathrm{kcal/m^2\,h^\circ}] \quad \begin{cases} \lambda \text{ în kcal/m h}^\circ \\ d \text{ în m,} \end{cases}$$

Pt. $Gr < 1000$ α devine mai mare și trebue determinat după tabla 7

Tabla 7. (după Nusselt)

Gr	$\alpha d/\lambda$	Gr	$\alpha d/\lambda$	Gr	$\alpha d/\lambda$	Gr	$\alpha d/\lambda$	Gr	$\alpha d/\lambda$
10^{-6}	0,435	10^{-4}	0,468	10^{-2}	0,585	1	0,905	10^2	1,698
10^{-5}	0,447	10^{-3}	0,512	10^{-1}	0,716	10	1,203	10^3	2,66

Determinarea lui Gr

Aer $\quad Gr = b_L p^2 d^3 (\vartheta_w - \vartheta_f)$
Apă $\quad Gr = b_W d^3 (\vartheta_w - \vartheta_f)$

unde b_L și b_W depind numai de temperatură (v. tab. 8 și 9). p [kg/cm²] presiunea gazului, d [m] diametrul tubului

Tabela 8 [2]). b_L pentru aer în repaos

ϑ	b_L	ϑ	b_L	ϑ	b_L	ϑ	b_L
−50	$522 \cdot 10^6$	50	$91{,}5 \cdot 10^6$	250	$11{,}19 \cdot 10^6$	400	$3{,}75 \cdot 10^6$
−25	317 · „	100	49,9 · „	300	7,52 · „	450	2,76 · „
0	203,3 · „	150	28,33 · „	350	5,23 · „	500	2,07 · „
25	138,5 · „	200	17,36 · „				

λ și b_L se vor introduce la temperatura $\vartheta = \dfrac{\vartheta_w - \vartheta_f}{\ln[(\vartheta_w + 273)/(\vartheta_f + 273)]} - 273$ Pt. diferențe de temperatură mai mici e suficient $\vartheta = 0{,}5\,(\vartheta_w + \vartheta_f)$.

Tabela 9. b_W pentru apă în repaos

ϑ	b_W	ϑ	b_W	ϑ	b_W	ϑ	b_W
+4	0	30	$3{,}53 \cdot 10^{10}$	60	$9{,}27 \cdot 10^{10}$	90	$16{,}1 \cdot 10^{10}$
10	$0{,}64 \cdot 10^{10}$	40	5,30 · „	70	11,42 · „	100	18,7 · „
20	1,95 · „	50	7,20 · „	80	13,7 · „	110	21,3 · „

λ și b_W se vor introduce la temperatura $\vartheta = 0{,}5\,(\vartheta_w + \vartheta_f)$

---

1) Kraussold, Wärmeübergang bei zähen Flüssigkeiten in Rohren, Mitt. Forschungsarb. VDI 351, Berlin 1931, ed. VDI. — 2) Tabelele 8 ... 11 din Merkel, Die Grundlagen der Wärmeübertragung, Dresden și Leipzig 1927, Steinkopff.

Scanned with OKEN Scanner

Cedarea orară de căldură a unei țevi orizontale, de diametrul d, pe 1 m lungime, la temperatura ϑ_w a suprafeței în aer sau apă în repaos, cu temperatura ϑ_f

în aer $Q = c_L \sqrt[4]{p^2 d^3 (\vartheta_w - \vartheta_f)^5}$ [kcal/m h] } p [kg/cm²] presiunea gazului

în apă $Q = c_W \sqrt[4]{d^3 (\vartheta_w - \vartheta_f)^5}$ [kcal/m h] } d [m] diametrul tubului

Tabela 10. c_L pentru aer

ϑ	c_L	ϑ	c_L	ϑ	c_L	ϑ	c_L
− 50	3,77	100	3,26	250	2,92	400	2,71
0	3,56	150	3,13	300	2,84	450	2,65
50	3,40	200	3,02	350	2,77	500	2,58

Temperatura medie ϑ se va determina ca în tabela 8.

Tabela 11. c_W pentru apă

ϑ	c_W	ϑ	c_W	ϑ	c_W	ϑ	c_W	ϑ	c_W
+ 4	0	30	330	60	456	90	563	120	667
10	204	40	376	70	492	100	598	130	701
20	277	50	418	80	527	110	632		

Cazul 2. Pereți plani verticali în gaz sau apă în repaos.

Aer $\alpha = 0{,}64\, c_L \sqrt[4]{p^2 (\vartheta_w - \vartheta_f)}$ [kcal/m² h°],

Apă $\alpha = 0{,}64\, c_W \sqrt[4]{\vartheta_w - \vartheta_f}$ [kcal/m² h°];

unde c_L și c_W se iau din tabelele 10 și 11.

Cazul 3. Pereți orizontali plani. Pentru pereții orizontali cari cedează căldură în sus, în condițiuni în rest egale, coeficienții de transiție a căldurii sunt cu un sfert mai mari decât ai pereților verticali.

Cazul 4. Transiția căldurii în apă care nu fierbe, la formă oarecare a suprafețelor încălzitoare. După cum aceste suprafețe favorizează sau împiedecă scurgerea liberă, rezultă $\alpha = 500...3000$ kcal/m²h°, unde α crește cu diferența de temperatură și cu temperatura apei. Prin dispozitive de amestec se pot mări coeficienții de transiție a căldurii dela 2000...4000 kcal/m²h°.

C. Transiția căldurii cu schimbarea stării de agregare

a) Vaporii în condensație [1])

1. Condensație-film [2]). Când condensatul formează pe suprafața de răcire o peliculă coerentă de apă, se poate calcula în aproximație coeficientul de transiție a căldurii. Datele de mai jos sunt valabile pentru abur.

La perete vertical plan sau țeavă verticală de înălțimea de H m, avem pentru o temperatură ϑ_d a aburului și ϑ_w a peretelui:

$$\alpha = \alpha_1 / \sqrt[4]{H (\vartheta_d - \vartheta_w)} \text{ [kcal/m}^2\text{h°]}.$$

[1]) Privitor la condensația aburului supraîncălzit cp. Jakob, Erk și Eck, Phys. Z 36 (1935), p. 73. — [2]) Nußelt, ZVDI 60 (1916), p. 541.

Tabela 12. Abur saturat, fără aer, în condensație

Coeficientul de transiție a căldurii α_1 al unui perete vertical de 1 m înălțime la o diferență de temperatură de 1° în kcal/m²h°; $\vartheta = 0{,}5\,(\vartheta_d + \vartheta_w)$.

ϑ	α_1	ϑ	α_1	ϑ	α_1	ϑ	α_1	ϑ	α_1
0	5660	50	8285	90	10 010	130	11 530	170	12 770
10	6260	60	8735	100	10 420	140	11 850	180	13 020
20	6810	70	9165	110	10 820	150	12 180	190	13 210
30	7320	80	9590	120	11 190	160	12 490	200	13 370
40	7820								

Dacă α e coeficientul de transiție a căldurii al unui perete vertical de înălțimea $H = d$, avem pentru o țeavă orizontală de diametrul d

$$\alpha_{\text{țeavă}} = 0{,}77\,\alpha.$$

Când avem mai multe țevi suprapuse pe cari se condensează abur, apa condensată picurând pe țevile de jos, coeficientul mediu de transiție a căldurii a n țevi, în funcțiune de cel al primei țevi superioare α, e

$$\alpha_n = \alpha \sqrt[4]{1/n}.$$

Formulele sunt valabile pentru abur saturat fără aer. Când aburul e supraîncălzit și când temperatura peretelui e dedesubtul temperaturii de saturație, se cedează aproximativ aceeași cantitate de căldură ca în cazul aburului saturat de aceeași presiune. Conținutul de aer scade transiția căldurii, pentrucă în acest caz scade presiunea parțială a aburului și totodată și temperatura lui. Acțiunea dăunătoare e cu atât mai mare, cu cât e mai mică presiunea totală. Ea poate fi micșorată mult prin mișcarea vie a aburului.

2. **Condensație în picături.** Când apa condensată se depune în mici picături, cari cresc repede și se scurg, coeficienții de transport al căldurii sunt de 6...20 de ori mai mari decât în cazul condensației în film. [Cp. lucrarea de ansamblu a lui Fritz [1].] Condensația-film pare a avea loc numai când aburul e absolut pur și când suprafețele sunt complet curate. Urme de uleiuri sau acizi sebacici favorizează condensația în picături.

b) Lichide în fierbere [2]

Coeficienții de transiție a căldurii depind în mare măsură de solicitarea suprafeței încălzitoare, de temperatura apei, de starea de mișcare a apei și de forma suprafețelor încălzitoare. Datele din tabela 13 pentru apă de 100° servesc pentru orientare (q = solicitarea suprafeței încălzitoare în kcal/m²h). Solicitarea realizabilă a suprafeței încălzitoare e condiționată de stările din partea gazelor de ardere.

Tabela 13

q	α
10000	1700
20000	2500
40000	4200
60000	5700
100000	8300
200000	14000

D. Trecerea căldurii

Când căldura trece dintr'un fluid mai cald (ϑ_1) printr'un perete despărțitor, într'un fluid mai rece (ϑ_2), vorbim de trecerea căldurii. Fenomenul se exprimă analitic prin coeficientul de trecere a căldurii k și prin ecuația fundamentală:

$$Q_h = k\,F\,(\vartheta_1 - \vartheta_2)\ [\text{kcal/h}].$$

[1]) Fritz, Verfahrenstechnik, fasc. 4, Berlin 1937, editura VDI.
[2]) Fritz, Verfahrenstechnik, fasc. 5, Berlin 1937, editura VDI.

Afară de notațiile din pp. 588 și 591, notăm cu:

F secțiunea suprafeței încălzitoare sau de răcire [m²],
δ grosimea peretelui încălzitor sau de răcire [m],
λ conductibilitatea lui termică [kcal/m h °],
α_1, α_2 coeficienții transiție a căldurii [kcal/m² h°],
G_1, G_2 greutățile de fluid pe oră [kg/h],
c_1, c_2 căldurile specifice [kcal/kg°],
$G_1 c_1$, $G_2 c_2$ echivalenții în apă [kcal/°h],

a) Coeficientul de trecere a căldurii

1. Perete plan

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\,\text{h}^\circ}\right].$$

Dacă peretele consistă din mai multe straturi de grosimile δ_n și de coeficienții de conductibilitate termică λ_n, avem

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + \Sigma(\delta_n/\lambda_n) + 1/\alpha_2} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\,\text{h}^\circ}\right].$$

2. Perete de tub din mai multe straturi (cp. p. 589).

$$k_R = \pi : \left[\frac{1}{\alpha_i d_i} + \Sigma \frac{1}{2\lambda_n} \ln \frac{d_m}{d_n} + \frac{1}{\alpha_a d_a}\right] \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m h}^\circ}\right].$$

Tabla 14. Valori pentru ln (d_m/d_n)

d_m/d_n	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
ln (d_m/d_n)	0,09	0,18	0,26	0,34	0,41	0,47	0,53	0,59	0,64	0,69
d_m/d_n	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
ln (d_m/d_n)	0,74	0,79	0,83	0,88	0,92	0,96	0,99	1,03	1,06	1,10

Pentru țevile de metal, când grosimea pereților e mică față de diametru, e suficient aproape întotdeauna calculul cu formula peretelui plan. Se introduce în formulă suprafața exterioară a țevii când α din exterior e mic față de α din interior, și reciproc. Când α din interior și exterior e cam același, se calculează cu

$$(d_i + d_a)/2$$

In consecință în calculul cazanelor se va introduce în fiecare caz
pentru țevi de fum diametrul interior,
" țevi de apă " exterior,
" țevi de supraîncălzitor " mediu.

3. Suprafețe de încălzire cu nervuri [1]). Prezintă avantaj mărirea prin nervuri a suprafeței de cedat căldură, însă numai pe partea în care transiția căldurii e mai rea. Mărirea prin nervuri a peretului neted, din F în F_R, dă o mărire aparentă a coeficientului de transiție a căldurii, raportat la suprafața netedă, dela α la $\alpha_R = \xi\alpha$. Se obține cca $\xi = (0{,}4...0{,}6)\, F_R/F$. Cu α_R se va calcula ca și în cazul unui perete neted pe ambele fețe.

b) Echicurent și contracurent [2])

Fig. 1 a...d reprezintă variația temperaturilor de-a-lungul suprafeței încălzitoare. Ea diferă la echicurent și contracurent, și depinde și de raportul echivalenților în apă $G_1 c_1$ și $G_2 c_2$.

---

[1]) E. Schmidt, Z V D I 70 (1926), p. 885.
[2]) Nusselt, Wärmedurchgang im Kreuzstrom, Techn. Mech. u. Thermodyn. 1 (1930), p. 417. — Schütze, Gleich-, Gegen- und Kreuzstrom in einheitlicher Darstellung, Gesund. Ing. 58 (1935) fasc. 13

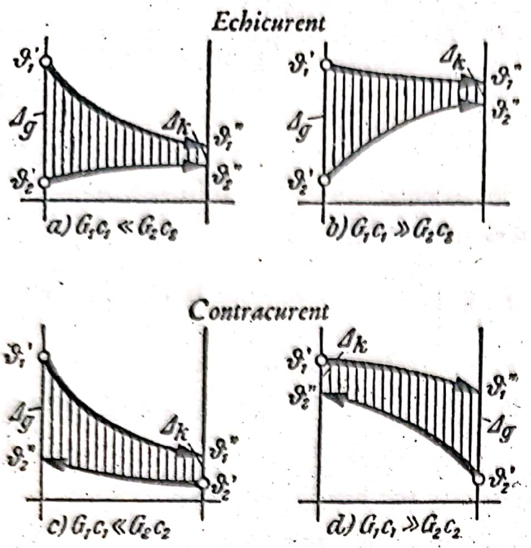


Fig. 1.

In fig. 1 a...d s'au notat cu:

ϑ_1' şi ϑ_2' temperaturile de intrare,
ϑ_1'' „ ϑ_2'' temperaturile de ieşire,
Δk „ Δg diferenţele de temperaturi mici resp. mari, atât la echicurent, cât şi la contracurent.

c) Calculul suprafeţelor încălzitoare

La cantitate orară de căldură Q_h prescrisă, coeficient de trecere a căldurii k cunoscut şi cele patru temperaturi ϑ cunoscute, suprafaţa încălzitoare F se calculează

pentru pereţii plani după formula:

$$Q_h = k F \Delta_m,$$

pentru pereţii ţevilor după formula:

$$Q_h = k_R L \Delta_m.$$

Aici Δ_m e diferenţa de temperatură medie de-a-lungul suprafeţei încălzitoare

$$\Delta_m = \Delta_g (1 - \Delta_k/\Delta_g)/\ln(\Delta_g/\Delta_k) = n \Delta_g.$$

Tabela 15. Valori numerice pentru n

Δ_k/Δ_g	n	Δ_k/Δ_g	n	Δ_k/Δ_g	n
0,01	0,22	0,07	0,35	0,50	0,72
0,02	0,25	0,10	0,39	0,60	0,79
0,03	0,28	0,20	0,50	0,70	0,84
0,04	0,30	0,30	0,58	0,80	0,90
0,05	0,32	0,40	0,66	0,90	0,95

Când unul din cele două fluide fierbe sau se condensează, temperaturile lui de-a-lungul suprafeţei încălzitoare sau de răcire sunt egale $\vartheta_1' = \vartheta_1''$ resp. $\vartheta_2' = \vartheta_2''$

Exemplu: Trebue răciţi pe oră, dela 120° până la 50°, 2500 l de lichid ($\gamma_1 = 1{,}1$, $c_1 = 0{,}727$ deci echivalentul în apă $G_1 c_1 = 2500 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}727 = 2000$). Stau la dispoziţie 6000 l/h apă de răcire de 10°. Se cere suprafaţa de răcire.

1. Cantitatea de căldură de transmis: $Q_h = 2000\,(120° - 50°) = 140\,000$ [kcal/h].
2. Incălzirea apei de răcire: $\vartheta_2'' - \vartheta_2' = 140\,000 : 6000 = 23°$.
   Temperatura de ieşire a apei de răcire: $\vartheta_2'' = 10° + 23° = 33°$.
3. In ipoteza contracurentului avem

$$\Delta_k = \vartheta_1'' - \vartheta_2' = 50° - 10° = 40°,$$

$$\Delta_g = \vartheta_1' - \vartheta_2'' = 120° - 33° = 87°,$$

$$\Delta_k/\Delta_g = 40/87 = 0{,}46 \quad \text{şi} \quad n = 0{,}69,$$

$$\Delta_m = n\,\Delta_g = 0{,}69 \cdot 87° = 60°.$$

4. Din ecuaţia $Q_h = k F \Delta_m$ urmează

$$k F = 140\,000 : 60 = 2340$$

Deoarece k depinde de forma aparatului deci de F, putem continua numai prin încercări. Vom calcula un k provizoriu cu valorile α_1 şi α_2 evaluate grosier. In acest caz, ultima ecuaţie dă un F provizoriu, cu care vom calcula aparatul (de ex. un cazan cu ţevi). Considerând diametrele ţevilor, lungimile lor şi vitesele de scurgere, rezultă pentru α_1 şi α_2 valori corectate, cu cari repetăm calculul.

d) Calculul temperaturilor la ieşire

Presupunem cunoscut aparatul în care se face schimbul de căldură, greutăţile celor două fluide, ca şi temperatura lor la intrare. Căutăm cele două temperaturi la ieşire:

Scanned with OKEN Scanner

Prima temperatură la ieşire se poate calcula din una din ecuaţiile ce urmează, în cari se introduce pentru simplificare:

$K = k\,[1/G_1 c_1 \pm 1/G_2 c_2]$, unde avem + pentru echicurent şi — pentru contracurent
$\beta = G_1 c_1/G_2 c_2$,
$\varepsilon = e^{-KF}$ (e = baza logaritmilor naturali)

a) Echicurent

Temperatura la ieşire $\vartheta_1'' = \vartheta_1' - \frac{1}{1+\beta}(1-\varepsilon)(\vartheta_1' - \vartheta_2')$,

Temperatura la ieşire $\vartheta_2'' = \vartheta_2' + \frac{\beta}{1+\beta}(1-\varepsilon)(\vartheta_1' - \vartheta_2')$;

b) Contracurent

Temperatura la ieşire $\vartheta_1'' = [(1-\beta)\,\varepsilon\,\vartheta_1' + (1-\varepsilon)\,\vartheta_2'']/[1-\beta\varepsilon]$,
Temperatura la ieşire $\vartheta_2' = [(1-\beta)\,\vartheta_2'' + \beta\,(1-\varepsilon)\,\vartheta_1']/[1-\beta\varepsilon]$.

Cealaltă temperatură la ieşire se calculează atunci mai simplu din relaţiunea:

$$(\vartheta_1' - \vartheta_1'') : (\vartheta_2'' - \vartheta_2') = (G_2 c_2) : (G_1 c_1).$$

E. Radiaţia căldurii[1)]

Razele de căldură sunt de aceeaşi esenţă ca razele de lumină şi se deosebesc de ele numai prin lungimea lor de undă mai mare. De aceea ele urmează aceleaşi legi (vitesă de propagare, refracţiune şi altele, cp. Optica, p. 282).

1. Emisiune, reflexiune, absorpţie. O parte din conţinutul de căldură al corpurilor se transformă în energie de radiaţie, care se propagă pe urmă prin spaţiu în linie dreaptă. Când radiaţia întâlneşte un al doilea corp, e reflectată în parte la suprafaţa lui, iar restul e în parte absorbit de corp, în parte transmis. Ultima parte nu joacă de obiceiu mare rol pentru corpurile solide.

Notăm cu:
E puterea emisivă a unei suprafeţe; ea e energia radiată de unitatea de suprafaţă în unitatea de timp în emispaţiul 2π [kcal/m² h],
A coeficientul de absorpţie; arată ce fracţiune din energia incidentă e absorbită,
Θ temperatura absolută (în ° K),
indicele N: limitarea la radiaţia neagră,
indicele λ: limitarea la lungimile de undă dintre λ şi $\lambda + d\lambda$,
fără indice: radiaţia totală dela $\lambda = 0 \ldots \lambda = \infty$.

2. Corpul absolut negru are proprietatea de a absorbi toate razele incidente, deci $A_{\lambda,N} = 1$ şi deci $A_N = 1$. El şi are cea mai mare putere emisivă dintre toate corpurile. După legea lui Stefan şi Boltzmann, puterea lui emisivă totală (adică dela $\lambda = 0 \ldots \lambda = \infty$) e

$$E_N = \text{const}\ \Theta^4 = C_R\,(\Theta/100)^4.$$

Aici coeficientul de radiaţie e $C_R = 4{,}96$ [kcal/m²h (° K)⁴].

Legea lui Lambert. Dacă $E_{n,N}$ e puterea emisivă totală în direcţiunea normalei suprafeţei şi $E_{\varphi,N}$ radiaţia în direcţiunea φ faţă de normală, $E_{\varphi,N} = E_{n,N}\cos\varphi$, adică pentru întregul emispaţiu 2π

$$E_N = \pi\,E_{n,N}.$$

1) E. Schmidt, Beihefte zum Gesund. Ing., seria 1,20; în plus lucrările indicate în p. 588.

Scanned with OKEN Scanner

3. Corpul cenuşiu. Un corp care nu are coeficientul de absorpţie „unu" pentru toate lungimile de undă şi care nu are deci nici valoarea maximă $E_{\lambda,N}$ a puterii emisive pentru toate lungimile de undă, se numeşte colorat. Pentru fiecare lungime de undă e valabilă relaţia

$$E_{\lambda}/E_{\lambda,N}=A_{\lambda},$$

adică raportul dintre puterea emisivă E_{λ} a unui corp oarecare şi $E_{\lambda,N}$ a corpului negru e egal cu coeficientul de absorpţie A_{λ} al primului corp pentru aceeaşi lungime de undă: **legea lui Kirchhoff.**

Dintre corpurile colorate, cel cenuşiu prezintă o importanţă deosebită. El e caracterizat prin faptul că are acelaşi coeficient de absorpţie pentru toate lungimile de undă $A_{\lambda,C}=A_C=\text{const}<1$. De aceea avem pentru radiaţia totală, pe toate lungimile de undă,

$$E_C/E_N=A_C.$$

In legătură cu legea Stefan-Boltzmann, avem

$$E_C=C_C(\Theta/100)^4 \text{ unde } C_C=C_N A_C.$$

Tabela 16. Coeficienţii de absorpţie ai suprafeţelor din tehnică

Metale					
Suprafeţe lucioase lustruite	0,04...0,06	Alamă mată	0,22	Tablă de fier zincată	0,28
Tablă de aluminiu brută	0,07	Tablă de plumb cenuşie	0,28	Tablă de fier, ruginită roşu	0,69
Tablă de fier nichelată, mată	0,11	Tablă de fier dată proaspăt cu şmirghel	0,24	Tablă de oţel cu coajă de laminare	0,65
Alte materiale					
Tencuială	0,94	Plăci de asbest	0,96	Porţelan emailat	0,92
Zidărie netencuită	0,88	Carton gudronat	0,93	Funingine de lampă	0,95
Şamotă	0,85	Sticlă netedă	0,94	Apă, ghiaţă	0,96

Cele mai multe suprafeţe din tehnică, dacă au coeficientul de absorpţie mare ($A_C>0{,}5$, cenuşiu închis) pot conta ca cenuşii în înţelesul de mai sus.

Suprafeţele cu coeficientul de absorpţie mic, chiar şi când nu sunt lustruite, nu urmează nici legea lui Stefan şi Bolzmann, nici a lui Lambert.

4. Schimbul de radiaţie între două suprafeţe [1]). Căldură transmisă pe oră prin radiaţie de o suprafaţă de aria F_1 cu temperatura $\Theta_1=\vartheta_1+273°$ şi coeficientul de radiaţie C_1 unei suprafeţe de aria F_2 cu mărimile corespunzătoare Θ_2 şi C_2, e

$$Q_{1,2}=F_1\,C_{1,2}\,[(\Theta_1/100)^4-(\Theta_2/100)^4]\ [\text{kcal/h}].$$

$C_{1,2}$ — coeficientul de radiaţie efectiv — se poate calcula cum urmează:

Cazul 1. Un corp 1 e înconjurat de un înveliş 2; $F_1/F_2=\psi$:

$$C_{1,2}=\frac{1}{1/C_1+\psi(1/C_2-1/C_N)}.$$

Cazul 2. Când învelişul F_2 e prea mare în raport cu suprafaţa corpului (de ex. conductă într'un încăpere), $\psi=0$ şi deci

$$C_{1,2}=C_1.$$

Cazul 3. Două suprafeţe plane paralele (foarte mari, aproape una de alta) ($\psi=1$):

$$C_{1,2}=\frac{1}{1/C_1+1/C_2-1/C_N}.$$

Cazul 4. Suprafeţe oarecari F_1 şi F_2. Un calcul simplificat e posibil numai când ambele suprafeţe absorb foarte mult (A_1 şi $A_2>0{,}8$). In acest caz avem

$$C_{1,2}=C_1\,C_2/C_N=C_1\,A_2=C_2\,A_1.$$

[1]) E. Eckert, Technische Strahlungsaustauschrechnungen, Berlin 1937, ed. VDI.

Scanned with OKEN Scanner

In calcule aproximative se poate evita calcularea puterii a 4-a prin întrebuinţarea tablei 17. Avem deci

$$[(\Theta_1/100)^4 - (\Theta_2/100)^4] = \beta\,(\vartheta_1 - \vartheta_2).$$

Tabla 17. $\beta = [(\Theta_1/100)^4 - (\Theta_2/100)^4]/(\vartheta_1 - \vartheta_2)$

$\vartheta_2 =$	− 273	− 200	− 100	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000°
$\vartheta_1 =$ − 273	0													
− 200	0,0039	0,0156												
− 100	0,0518	0,0867	0.2070											
0	0,2034	0,2764	0,465	0,814										
100	0,519	0,644	0,923	1,380	2,076									
200	1,058	1,251	1,630	2,225	3 070	4,233								
300	1,882	2,155	2,673	3,408	4,422	5,77	7,53							
400	3,050	3,418	4,08	4,99	6,19	7,75	9,73	12,19						
500	4,62	5,10	5,94	7,03	8,44	10,23	12,46	15,19	18,48					
600	6,66	7,24	8,28	9,59	11,30	13,27	15,77	18,70	22,38	26,61				
700	9,21	9,96	11,19	12,72	14,62	16,92	19,71	23,04	26,96	31,55	36,84			
800	12,35	13,26	14,72	16,50	18,66	21,26	24,36	28,01	32,29	37,29	42,93	49,5		
900	16,14	17,21	18,92	20,97	23,42	26,33	29,76	33,76	38,41	43,75	49,85	56,8	64,6	
1000	20,45	21,85	23,87	26,21	28,96	32,20	35,98	40,35	45,38	51,1	57,6	65,0	73,3	82,6

Pentru schimbul de căldură avem atunci

$$Q_h = C_{1,2}\,\beta\,F_1\,(\vartheta_1 - \vartheta_2) = \alpha_R\,F_1\,(\vartheta_1 - \vartheta_2);$$

α_R se poate considera drept coeficient de tranziţie a căldurii în cazul radiaţiei.

5. **Radiaţia gazelor** [1]). Gazele radiază şi absorb numai în intervale de lungimi de undă limitate, iar în rest sunt diatermane. Pentru cele mai multe gaze acest interval de lungimi e atât de strâmt, încât radiaţia gazelor e neînsemnată. Aceste gaze se pot considera că tehnic nu radiază şi că sunt perfect diatermane la toate temperaturile (aer, bioxid de carbon, azot, hidrogen).

Dintre gazele importante în tehnică, numai bioxidul de carbon şi aburul au un mai larg interval de lungimi de undă în interiorul căruia emit şi absorb radiaţii. La temperaturi de peste 600° C, această parte a radiaţiei proprii a gazelor poate deveni importantă în transmisiunea căldurii, iar la temperaturi foarte înalte poate întrece chiar cu mult cedarea de căldură a gazului prin convecţie şi conducţie.

Prin opoziţie cu corpurile solide, a căror emisiune şi absorpţie se face la suprafaţă, raportul de absorpţie al gazelor depinde de grosimea corpului gazos. Avem

$$\varepsilon = 1 - e^{-ks};$$

ε e raportul de absorpţie, e baza logaritmilor naturali, s [m] lungimea drumului de radiaţie în gaz, k în 1/m constanta de absorpţie.

Constanta de absorpţie k poate lua toate valorile între 0 (perfect diaterman) şi ∞ (absolut negru).

F. Termoizolanţi [2])

Efectul tuturor termoizolanţilor se bazează pe constituţia lor afânată din granule, fibre sau din mici celule limitate de pereţi etanşi. Termoizolanţi organici sunt de ex. pluta, turba, materialele fibroase, ca bumbacul, resturile de mătasă pâsla. Termoizolanţi anorga-

[1]) E. Schmidt, Berechnung der Strahlung von Gasräumen, Z V D I 77 (1933), p. 1162. — E. Eckert, Messung der Gesamtstrahlung von Wasserdampf und Kohlensäure in Mischung mit nichtstrahlenden Gasen. Mitt. Forschungsarb. V D I 387, Berlin 1937.

[2]) **Bibliografie:** Stoffhütte, ed. a 2-a, 1937, p. 911, Sect. Termoizolanţi (E. Schmidt, Braunschweig). J. S. Cammerer, Die konstruktiven Grundlagen des Wärme- und Kälteschutzes im Wohn- und Industriebau, Berlin 1936, Springer. — Acelaşi. Der Wärme- und Kälteschutz in der Industrie, ed. a 2-a, Berlin 1938, Springer.

nici sunt pământelul (Kieselgur), carbonatul de magneziu, praful din gazele de furnal, asbestul, vata de sticlă, vata de sgură, betonul celular, foițele mototolite de aluminiu ș. u.

Structura poroasă evită în mare parte transmisiunea căldurii prin convecția aerului și o elimină aproape complet pe cea prin radiație. Rămâne numai conducția mică a granulelor, fibrelor sau pereților celulelor, ca

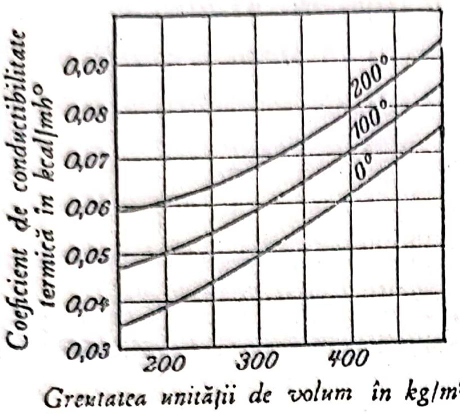


Fig. 2. Valorile medii ale conductibilității termice a pulberilor și materialelor fibroase anorganice afânate (asbest, vată de sticlă, vată de sgură).

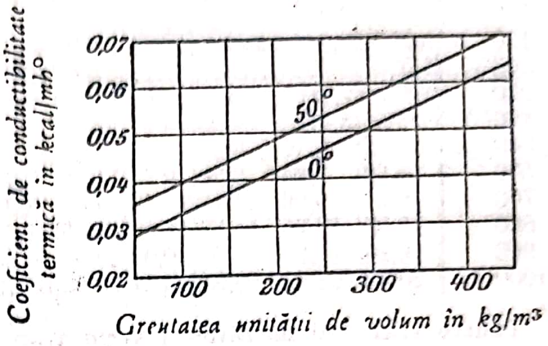


Fig. 3.
Valorile medii ale conductibilității termice a plutei, turbei și altor termoizolanți organici.

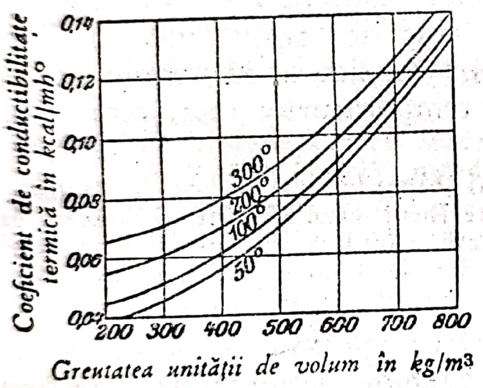


Fig. 4. Valorile medii ale conductibilității termice a mortarelor termoizolante, aplicate în stare umedă.

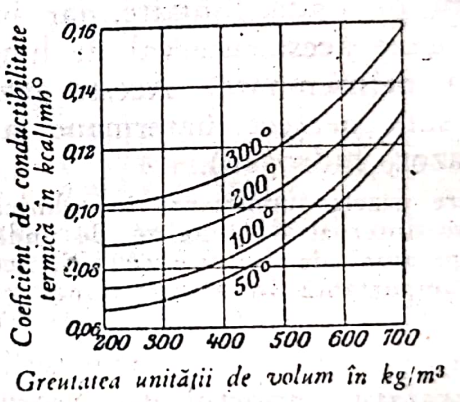


Fig. 5.
Valorile medii ale conductibilității termice a pietrelor izolante arse.

și conducția aerului. Conductibilitatea termică a celor mai buni termoizolanți ($\lambda = 0{,}027$) e apropiată de conductibilitatea termică a aerului în repaos ($\lambda = 0{,}022$ la 20°).

Privitor la conductibilitatea termică a izolanților termici cp. tabela 1 d) și e), p. 589, și bibliografia, p. 589. Pentru calcule de orientare, conductibilitățile termice se pot lua din fig. 2...5.

De obiceiu se exagerează efectul golurilor, al așa numitelor straturi de aer. Când sunt limitate de materiale de construcții și izolante obișnuite, conductibilitățile lor termice aparente vor atinge valori egale cu ale izolanților propriu ziși numai în cazul temperaturilor joase (până la cca 100°) și când grosimea straturilor e sub 5 mm. Pentru grosimi mai mari și temperaturi mai înalte, conductibilitatea termică aparentă crește mult din cauza convecției și a radiației. Limitarea straturilor de aer prin metale lucioase (foițe de aluminiu) reduce mult partea radiației și dă, în cazul grosimilor de 1...1,5 cm ale stratului, conductibilități termice foarte joase.

Pentru calculul conductibilității termice a unui perete plan sau de țeavă, acoperit cu un termoizolant, servesc formulele indicate în pp. 597 și 598 din cap. D. „Trecerea căldurii".

Scanned with OKEN Scanner

VII. Arderea

Prelucrare de prof. dr. ing. Kurt Neumann, Hannover

Observaţie preliminară

Pentru combustibilii solizi şi lichizi se alege 1 kg drept unitate de cantitate şi compoziţia chimică se indică în părţi de greutate [p. gr. sau %-gr]. Combustibilii gazoşi şi produsele arderii (gaze de ardere, gaze de evacuare) se măsoară în m^3N sau kmol şi compoziţia li se indică în părţi de volum [p. vol. sau % vol.]. Dacă M înseamnă greutatea moleculară a corpului, avem

$$1\ m^3N = \frac{M}{22{,}41}\ [kg] = \frac{1}{22{,}41}\ [kmol],\quad 1\ kmol = M\ kg = 22{,}41\ m^3N.$$

de ex. $1\ m^3N\ N_2 = 1{,}25\ kg = 0{,}0446\ kmol$.

Pentru corpurile cari nu au greutate moleculară determinată, se ia greutatea atomică, deci: $1\ m^3N$ carbon $12/22{,}41 = 0{,}536$ kg, sulf $32/22{,}41 = 1{,}427$ kg.

Tabela 1. Greutatea moleculară M

C	S	H_2	O_2	N_2	CO	CH_4	C_2H_4	CO_2	H_2O	aer
12	32	2 (2,016)	32	28	28	16	28	44	18	(29)

Notăm cu:

c, h, o, n, s, w, a conţinutul unui combustibil în carbon, hidrogen, oxigen, azot, sulf, apă şi cenuşă [p. gr.],

CO', H_2', CH_4', N_2' ... conţinutul unui combustibil gazos în gazele respective [p. vol.],

$CO_2, O_2, N_2, CO, H_2, CH_4$ conţinutul gazelor de ardere (gaze de evacuare) în bioxid de carbon, oxigen, azot, oxid de carbon, hidrogen şi metan [p. vol.], când nu se consideră vaporii de apă şi bioxidul de sulf (gaze de ardere uscate),

C, N, H conţinutul unităţii de cantitate de combustibil în carbon, azot şi hidrogen [m^3N sau kmol],

min O cantitatea de oxigen necesară arderii complete a unităţii de cantitate de combustibil [m^3N sau kmol],

min L cantitatea de aer, necesară arderii complete a unităţii de cantitate din combustibil [m^3N sau kmol],

V cantitatea totală şi V_{usc} cea uscată (fără apă) a gazului de evacuare [m^3N sau kmol pe unitatea de cantitate de combustibil],

λ coeficientul excesului de aer.

Afară de acestea, se mai introduc două mărimi cari caracterizează combustibilul:

$$\sigma = \min O/C, \quad \nu = N/C.$$

Pentru combustibili solizi şi lichizi se poate scrie aproape fără excepţie N şi $\nu = 0$.

Combustibilii cei mai importanţi conţin drept componenţi combustibili numai carbon şi hidrogen şi în cantităţi mici sulf. Se vorbeşte despre *ardere completă*, când carbonul se transformă la ardere în bioxid de carbon (CO_2), hidrogenul în apă (H_2O), iar sulful în bioxid de sulf (SO_2), despre ardere incompletă când produsele arderii mai conţin corpuri combustibile, de ex. carbon în cenuşă, în sgură şi funingine, cum şi gaze, ca oxid de carbon (CO), hidrogen (H_2) metan (CH_4) şi alte hidrocarburi.

A. Arderea completă

Nevoia de oxigen şi aer, felul şi cantitatea produselor arderii pe baza relaţiilor stehiometrice. Deoarece toţi combustibilii conţin carbon, hidrogen şi sulf drept componenţi combustibili, mărimile menţionate se calculează din cele trei ecuaţii de reacţiune (p. 615)

$$C + O_2 = CO_2, \quad H_2 + {}^1/_2\, O_2 = H_2O, \quad S + O_2 = SO_2.$$

Oxigenul necesar arderii provine de regulă din aerul atmosferic.

Compoziţia aerului uscat

O_2	cca 21 % vol.	cca 23,3 % vol.
N_2	„ 79 „	„ 76,7 „

Greutatea moleculară a aerului e $M_l = 29$

Const. gazului e pt. aer $R_l = 29{,}27$ m/° K.

1. Combustibili solizi şi lichizi, a căror constituţie chimică nu se cunoaşte, cu compoziţia determinată prin analiză elementară în părţi de greutate (cărbuni, uleiuri minerale şi derivatele lor). Analiza elementară (dată):

$$\underline{c + h + s + o + n + w + a = 1 \text{ kg combustibil}}$$

sau

$$\frac{c}{12} + \frac{h}{2} + \frac{s}{32} + \frac{o}{32} + \frac{n}{28} + \frac{w}{18} + \frac{a}{M_a} \left[\frac{\text{kmol}}{\text{kg}}\right].$$

Cantitatea minimă de oxigen necesară

$$\min O = \frac{c}{12} + \frac{h}{4} + \frac{s}{32} - \frac{o}{32} \left[\frac{\text{kmol}}{\text{kg}}\right]$$

$$= \frac{22{,}41}{12}\left[c + 3\left(h - \frac{o - s}{8}\right)\right] \left[\frac{\text{m}^3\text{N}}{\text{kg}}\right].$$

Indicii combustibilului sunt

$$\sigma = \frac{\min O}{c/12} = 1 + \frac{3}{c}\left(h - \frac{o - s}{8}\right)\frac{\text{kmol O}}{\text{kmol C}}, \qquad \nu = \frac{n/28}{c/12} = \frac{3}{7}\,\frac{n}{c}\,\frac{\text{kmol N}}{\text{kmol C}}.$$

In expresiunea lui σ, în care de multe ori s se poate neglija, $h - o/8$ reprezintă hidrogenul disponibil.

Cantitatea minimă de aer uscat de ardere e: $\min L = \dfrac{\min O}{0{,}21}\,\dfrac{\text{m}^3\text{N}}{\text{kg}}$.

Când la ardere aerul se introduce în exces, $\lambda = \dfrac{L}{\min L} = \dfrac{O}{\min O}$ fiind coeficientul de exces, adică raportul dintre cantitatea de aer sau de oxigen realmente folosită, şi dintre aerul sau oxigenul minimum necesar, se mai găseşte în produsele arderii oxigen în exces, cum şi întreg azotul aerului. La arderea completă se produc din 1 kg combustibil şi cantitatea L de aer introdus, ca rezultate ale arderii, bioxid de carbon, abur şi bioxid de sulf. Ecuaţia arderii:

$$1 \text{ kg} + \lambda \cdot \min L = CO_2 + H_2O + SO_2 + O_2 + N_2.$$

Cantităţile se pot calcula în kmol/kg, în m³N/kg sau în kg/kg. Calculul se efectuează mai practic după următoarea schemă. Cantitatea minimă de oxigen şi aer:

	kmol/kg	m³N/kg	kg/kg		kmol/kg	m³N/kg	kg/kg
min O	$0{,}0833\, c \cdot \sigma$	$1{,}867\, c \cdot \sigma$	$2{,}67\, c \cdot \sigma$	min L	$0{,}3968\, c \cdot \sigma$	$8{,}89\, c \cdot \sigma$	$11{,}49\, c \cdot \sigma$

Produse de ardere:

	kmol/kg	m³N/kg	kg/kg
CO_2	$c/12$	$1{,}867\, c$	$3{,}67\, c$
H_2O	$h/2 + w/18$	$11{,}20\, h + 1{,}245\, w$	$9\, h + w$
SO_2	$s/32$	$0{,}70\, s$	$2\, s$
O_2	$0{,}21\,(\lambda - 1) \cdot \min L$	$0{,}21\,(\lambda - 1) \cdot \min L$	$0{,}233\,(\lambda - 1) \min L$
N_2	$n/28 + 0{,}79\,\lambda \min L$	$0{,}80\, n + 0{,}79\,\lambda \cdot \min L$	$n + 0{,}767\,\lambda \cdot \min L$

Intreaga cantitate de gaz de ardere a 1 kg de combustibil, de compoziţia $c + h + s + o + n + w + a = 1$ kg plus cantitatea de aer introdusă $\lambda \cdot \min L$ [m³N/kg] e:

$$V'' = \lambda \cdot \min L + 5{,}60\, h + 0{,}70\, o + 0{,}80\, n + 1{,}245\, w \quad [\text{m}^3\text{N/kg}].$$

Pentru carbon pur, indicii sunt $\sigma = 1$ şi $\nu = 0$. Pentru cărbune valoarea lui σ e între 1,1 şi 1,2, pentru uleiuri grele de gudron e aproximativ 1,2, iar la combustibili lichizi uşori (petrol, benzină) creşte până la cca 1,5. Adesea se poate lua $\nu = 0$. Cp. tabla 2, p. 610.

Exemplul 1: Brichetii de cărbune brun ard complet cu 60% exces de aer. Compoziţia dată:

$$\overset{c}{0{,}511} + \overset{h}{0{,}042} + \overset{s}{0{,}018} + \overset{o}{0{,}180} - \overset{w}{0{,}150} + \overset{a}{0{,}100} = \overset{\Sigma}{1{,}000} \text{ kg combustibil.}$$

$\lambda = 1{,}60$. Indicii vor fi:

$$\sigma = 1 + \frac{3}{0{,}51}\left(0{,}042 - \frac{0{,}162}{8}\right) = 1{,}128 \frac{\text{kmol O}}{\text{kmol C}}; \qquad \nu = 0 \frac{\text{kmol N}}{\text{kmol C}}.$$

Calculul efectuat după schema de mai sus dă pentru 1 kg combustibil *aerul necesar şi produsele de ardere:*

	kmol/kg	m³N/kg	kg/kg
min O	0,0479	1,072	1,535
min L	0,228	5,11	6,61
CO_2	0,0425	0,953	1,87
H_2O	0,0293	0,658	0,528
SO_2	0,0006	0,013	0,036
O_2	0,0288	0,645	0,927
N_2	0,288	6,46	8,13
Cant. de gaz de ardere	0,389	8,73	11,49

Cantitatea de aer introdusă

$$\lambda \cdot \min L = 1{,}60 \cdot 5{,}11 = 8{,}20 \text{ m}^3\text{N/kg};$$

$$\frac{\text{Cantitatea de gaz de ardere}}{\text{Cantitatea de aer}} = \frac{8{,}73}{8{,}20} = 1{,}065,$$

adică se evacuează cu 6,5% mai mult gaz decât cel introdus.

Calculul direct al cantităţii de gaz de ardere dă

$$V'' = 8{,}20 + 5{,}60 \cdot 0{,}042 + 0{,}70 \cdot 0{,}180 + 1{,}245 \cdot 0{,}150,$$

$$V'' = 8{,}73 \text{ m}^3\text{N/kg}.$$

Apa rezultată din ardere $H_2O = 0{,}528$ kg/kg combustibil $= 0{,}0605$ kg/m³N gaz de ardere $= 1{,}358$ kg/kmol gaz de ardere.

Analiza gazului în % vol.

Gaze de evacuare	CO_2	H_2O	SO_2	O_2	N_2	Σ
umede	10,9	7,5	0,2	7,4	74,0	100,0
uscate	11,8	0	0	8,0	80,2	100,0

Bilanţul (pentru control): introdus 1 kg combustibil $+ 1{,}60 \cdot 6{,}61$ kg aer $= 11{,}59$ kg/kg.
evacuat 11,49 kg gaz de ardere + 0,1 kg cenuşă = 11,59 kg/kg.

Arderea a 1 kg de huilă mijlocie uscată în aer şi lignit superior cu de λ ori cantitatea minimă de aer.

	c	h	s	o	n	w	a	Σ
Huilă	0,760	0,048	0,010	0,069	0,015	0,065	0,033	1.000
Lignit superior .	0,532	0,037	0,007	0,218	0,007	0,154	0,045	1,000

Combustibil	Indicii		m³N/kg					
	σ	ν	$\lambda \cdot \min L$	CO_2	H_2O	SO_2	O_2	N_2
Huilă	1,162	0,0085	7,86 λ	1,418	0,620	0,007	1,65 $(\lambda - 1)$	0,012 + 6,21 λ
Lignit superior .	1,062	0,0056	5,04 λ	0,995	0,607	0,005	1,059 $(\lambda - 1)$	0,006 + 3,98 λ

Analiza gazului pentru $\lambda = 1$ în % vol.

Gaze de evacuare		CO_2	H_2O	SO_2	N_2	Σ
Huilă	umedă	17,1	7,5	0,1	75,3	100
	uscată	18,5	0	0	81,5	
Lignit superior	umed	17,7	10,8	0,1	71,4	
	uscat	19,9	0	0	80,1	

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 2: a r d e r e a a 1 kg m o t o r i n ă cu $\lambda \cdot \min L$ m³N a e r.

Compoziția: $c = 0{,}86$ kg; $h = 0{,}11$,,; $o = 0{,}01$,,; $n = 0{,}02$,,; $\Sigma = 1{,}00$ kg

Urmează: indicii $\sigma = 1{,}38 \dfrac{\text{kmol O}}{\text{kmol C}}$, $\nu = 0{,}0099 \dfrac{\text{kmol N}}{\text{kmol C}}$.

Calculul, cu ajutorul schemei dă

cantitatea de aer min $L = 10{,}54$ m³N/kg.

1 kg motorină + 10,54 λ m³N aer = 1,602 m³N CO_2 + 1,231 m³N H_2O + 2,21 (λ − 1) m³N O_2 + (0,016 + 8,32 λ) m³N N_2.

Pentru $\lambda = 1$ (ardere cu cantitatea teoretică de aer) avem

1 kg motorină + 10,54 m³N aer = 1,602 m³N CO_2 + 1,231 m³N H_2O + 8,34 m³N N_2.

$$\frac{\text{Cantitatea de gaz de ardere}}{\text{Cantitatea de aer}} = \frac{11{,}17}{10{,}54} = 1{,}06.$$

A n a l i z a în % vol.

Gaze de evacuare	CO_2	H_2O	N_2	Σ
umede	14,3	11,0	74,7	100,0
uscate	16,1	0	83,9	100,0

Bilanț: introdus 1 kg motorină + 13,60 kg aer = 14,60 kg/kg

evacuat 3,16 kg CO_2 + 0,99 kg H_2O + 10,45 kg N_2 = 14,60 kg/kg.

2. C o m b u s t i b i l i s o l i z i ș i l i c h i z i d e c o m p o z i ț i e c h i m i c ă u n i t a r ă. Drept bază de calcul servește simbolul chimic al compoziției combustibilului. Pentru o hidrocarbură de simbolul $C_m H_n O_o$ se obține cu ajutorul celor două ecuații de ardere $C + O_2 = CO_2$ și $H_2 + \frac{1}{2} O_2 = H_2O$ cantitatea de oxigen min O, bioxidul de carbon și cantitatea de apă produsă CO_2 și H_2O, din următoarele ecuații:

$$1 \text{ kmol } C_m H_n O_o + \left(m + \frac{n}{4} - \frac{o}{2}\right) \text{kmol } O_2 = m \text{ kmol } CO_2 + \frac{n}{2} \text{ kmol } H_2O$$

sau

$$1 \text{ kg } C_m H_n O_o + \left(m + \frac{n}{4} - \frac{o}{2}\right) \frac{32}{M} \text{kg } O_2 = m \frac{44}{M} \text{kg } CO_2 + \frac{n}{2} \frac{18}{M} \text{kg } H_2O$$

sau

$$1 \text{ kg } C_m H_n O_o + \left(m + \frac{n}{4} - \frac{o}{2}\right) \frac{22{,}41}{M} \text{m}^3\text{N } O_2$$

$$= m \frac{22{,}41}{M} \text{m}^3\text{N } CO_2 + \frac{n}{2} \frac{22{,}41}{M} \text{m}^3\text{N } H_2O.$$

Aici greutatea moleculară a hidrocarburii e

$$M = 12m + n + 16o,$$

indicele ei e

$$\sigma = \frac{m + n/4 - o/2}{m} \frac{\text{kmol O}}{\text{kmol C}}.$$

În cazul arderii a 1 kg $C_m H_n O_o$, cu o cantitate definită de aer L, se va înlocui oxigenul din partea stângă a ecuațiilor cu $L = \lambda \cdot \min L$, unde

$$\min L = \frac{\min O}{0{,}233} \frac{\text{kg}}{\text{kg}} \quad \text{sau} \quad \frac{\min O}{0{,}21} \frac{\text{m}^3\text{N}}{\text{kg}}.$$

Scanned with OKEN Scanner

In acest caz ecuația arderii e

$$1\ \text{kg}\ C_mH_nO_o + \lambda\cdot\min L\ \text{kg aer} = CO_2 + H_2O + 0{,}233\,(\lambda - 1)\cdot\min L\ \text{kg}\ O_2 + 0{,}767\cdot\lambda\,\min L\ \text{kg}\ N_2$$

sau

$$1\ \text{kg}\ C_mH_nO_o + \lambda\cdot\min L\ \text{m}^3\text{N aer} = CO_2 + H_2O + 0{,}21\,(\lambda - 1)\cdot\min L\ \text{m}^3\text{N}\ O_2 + 0{,}79\,\lambda\cdot\min L\ \text{m}^3\text{N}\ N_2.$$

Exemplu: Arderea completă a hexanului, component principal al benzinei, cu oxigen. Avem $m = 6$, $n = 14$, $o = 0$. M e 86, $\sigma = 1{,}583$ kmol O/kmol C. Ecuațiile arderii sunt

$$1\ \text{kmol}\ C_6H_{14} + 9{,}5\ \text{kmol}\ O_2 = 6\ \text{kmol}\ CO_2 + 7\ \text{kmol}\ H_2O$$

sau

$$1\ \text{kg}\ C_6H_{14} + 3{,}535\ \text{kg}\ O_2 = 3{,}070\ \text{kg}\ CO_2 + 1{,}465\ \text{kg}\ H_2O$$

sau

$$1\ \text{kg}\ C_6H_{14} + 2{,}47\ \text{m}^3\text{N}\ O_2 = 1{,}561\ \text{m}^3\text{N}\ CO_2 + 1{,}825\ \text{m}^3\text{N}\ H_2O.$$

Arderea cu aer dă

$$\min L = 3{,}535/0{,}233 = 15.17\ \text{kg/kg} \quad \text{sau} \quad 2{,}47/021 = 11{,}78\ \text{m}^3\text{N/kg}.$$

La arderea cu $L = \lambda\cdot\min L$ aer vom avea

$$1\ \text{kg}\ C_6H_{14} + 15{,}17\,\lambda\ \text{kg aer} = 3{,}070\ \text{kg}\ CO_2 + 1{,}465\ \text{kg}\ H_2O + 3{,}54\,(\lambda - 1)\ \text{kg}\ O_2 + 11{,}635\,\lambda\ \text{kg}\ N_2$$

sau

$$1\ \text{kg}\ C_6H_{14} + 11{,}78\,\lambda\ \text{m}^3\text{N aer} = 1{,}561\ \text{m}^3\text{N}\ CO_2 + 1{,}825\ \text{m}^3\text{N}\ H_2O + 2{,}473\,(\lambda - 1)\ \text{m}^3\text{N}\ O_2 + 9{,}30\,\lambda\ \text{m}^3\text{N}\ N_2.$$

3. Combustibili solizi și lichizi constând din amestecul mai multor corpuri chimic simple, în părți de greutate definite, de ex. spirt (amestec de alcool și apă), benzen comercial (amestec de benzen, toluen și xilen), carburanți (amestec de benzen, spirt și tetralină).

Oxigenul necesar, precum și produsele de ardere se obțin, dacă se procedează cu componenții ca sub 2 (p. 606), înmulțind rezultatul cu p. gr. respective și adunând.

Exemplu: Fie

$$1\ \text{kg spirt} = g\ \text{kg}\ C_2H_5\cdot OH + (1-g)\ \text{kg}\ H_2O$$

In acest caz avem

$$1\ \text{kg spirt} + g\cdot 2{,}084\ \text{kg}\ O_2 = g\cdot 1{,}91\ \text{kg}\ CO_2 + [g\cdot 1.174 + (1-g)]\ \text{kg}\ H_2O$$

sau

$$1\ \text{kg spirt} + g\cdot 1{,}46\ \text{m}^3\text{N}\ O_2 = g\cdot 0{,}975\ \text{m}^3\text{N}\ CO_2 + \left[g\cdot 1{,}46 + (1-g)\,\frac{22{,}41}{18}\right]\ \text{m}^3\text{N}\ H_2O.$$

Pentru spirt de 90% avem $g = 0{,}90$ kg/kg. Rezultă:

$$1\ \text{kg spirt} + 1{,}876\ \text{kg}\ O_2 = 1{,}719\ \text{kg}\ CO_2 + 1{,}158\ \text{kg}\ H_2O$$

sau

$$1\ \text{kg spirt} + 1{,}314\ \text{m}^3\text{N}\ O_2 = 0{,}877\ \text{m}^3\text{N}\ CO_2 + 1{,}436\ \text{m}^3\text{N}\ H_2O.$$

Arderea cu aer în loc de oxigen, ca mai sus.

4. Amestecuri de gaze. Arderea gazelor simple: oxid de carbon CO și hidrogen H_2 în p. 614. La gaze cantitățile se dau în p. vol.

Observație: Mai jos simboalele chimice vor reprezenta totodată și p. vol. Semnele prim și secund ale simboalelor chimice indică starea de dinaintea arderii și de după ea.

Amestecurile de gaze conțin, afară de CO și H_2, de obiceiu un număr de hidrocarburi de formula generală C_mH_n, între ele în special metan CH_4, etilenă C_2H_4 și acetilenă C_2H_2.

Pentru hidrocarburi C_mH_n avem

$$\min O = \left(m + \frac{n}{4}\right)\ \text{m}^3\text{N/m}^3\text{N gaz},$$

$$\min L = \min O/0{,}21.$$

Scanned with OKEN Scanner

Avem ecuația de ardere

$$1\,C_m\,H_n + \left(m + \frac{n}{4}\right) O_2 = m\,CO_2 + \frac{n}{2}\,H_2\,O\ \frac{m^3N}{m^3N\,gaz}.$$

Fie dat un amestec gazos de următoarea compoziție:

$$CO' + H_2' + CH_4' + C_2H_4' + O_2' + N_2' + CO_2' = 1\ m^3N$$

Cantitatea de oxigen necesară pentru ardere e

$$\min O = (CO' + H_2')/2 + 2\,CH_4' + 3\,C_2H_4' - O_2'\ m^3N$$

Cantit. minimă de aer $\min L = (\min O/0{,}21)\ m^3N$

Dacă amestecul gazos arde cu cantitatea de aer $L = \lambda \cdot \min L\ m^3N$, rezultă ca produse de ardere:

bioxid de carbon	$CO_2' + CO' + CH_4' + 2\,CH_4'\ m^3N$
abur	$H_2' + 2\,(CH_4' + C_2H_4')\ m^3N$
oxigen	$0{,}21\,(\lambda - 1) \cdot \min L\ m^3N$
azot	$N_2' + 0{,}79\,\lambda \cdot \min L\ m^3N$

Indicii amestecului gazos dat sunt

$$\sigma = \frac{\min O}{C} = \frac{1/2\,(CO' + H_2') + 2\,CH_4' + 3\,C_2H_4' - O_2'}{CO' + CH_4' + 2\,C_2H_4' + CO_2'}\ \frac{\text{kmol O}}{\text{kmol C}}$$

$$\nu = \frac{N}{C} = \frac{N_2'}{CO' + CH_4' + 2\,C_2H_4' + CO_2'}\ \frac{\text{kmol N}}{\text{kmol C}}.$$

In general arderea schimbă numărul de molecule (contracție chimică sau dilatație $= \triangle V_{chim}$). Din această cauză își schimbă valoarea constanta gazelor R și volumul, dacă se presupun valori inițiale și finale egale pentru presiune și temperatură.

Constanta amestecului de gaz și aer fiind R' înainte de ardere și R'' după ardere, avem

$$R''/R' = (1 + L - \triangle V_{chim})/(1 + L).$$

Deoarece la valorile normale ale presiunii și temperaturii vaporii de apă se lichefiază, se produce prin aceasta o nouă micșorare a volumului (contracțiune fizică).

Exemplu: arderea gazului de iluminat (gaz de oraș) cu aer.

Compoziția gazului		Greutatea moleculară		Cantitatea de oxigen necesară min O		La ardere se formează	
	r	M	$r\,M$			CO_2''	H_2O''
CO'	0,10	28	2,80	1/2	0,05	0,10	–
H_2'	0,45	2	0,90	1/2	0,225	–	0,45
CH_4'	0,35	16	5,60	2	0,70	0,35	0,70
C_2H_4'	0,04	28	1,12	3	0,12	0,08	0,08
O_2'	0,02	32	0,64	−1	−0,02	–	–
N_2'	0,02	28	0,56	–	–	–	–
CO_2'	0,02	44	0,88	–	–	0,02	–
$\Sigma(r) = 1{,}00\ m^3N$		$M_m = 12{,}50$		$\min O = 1{,}075\ m^3N$		$0{,}55\ m^3N$	$1{,}23\ m^3N$

Constanta de gaz a amestecului dat e

$R'_{gaz} = 848/12{,}50 = 67{,}9\ m/°K$. 1 m^3N gaz cântărește $12{,}50/22{,}41 = 0{,}559$ kg.

Densitatea raportată la aer e $12{,}50/29 = 0{,}431$.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru ardere e nevoie de min O = 1,075 m³N oxigen sau min $L = \frac{1,075}{0,21} = 5,12$ m³N aer. Gazul va arde complet cu 30% exces de aer: $\lambda = 1,30$. In acest caz cantitatea de aer introdusă pe m³N de gaz e

$$L = 1,30 \cdot 5,12 = 6,66 \text{ m}^3\text{N}$$

iar constanta amestecului de gaz-aer va fi înainte de ardere

$$R' = 848/(0,13 \cdot 12,50 + 0,87 \cdot 29) = 31,6 \text{ m}/^\circ\text{K}.$$

Prin ardere se produc:

bioxid de carbon	$CO_2'' = 0,55$ m³N	v. schema
abur	$H_2O'' = 1,23$ m³N	v. schema
exces de oxigen	$O_2'' = 0,21 \cdot 0,30 \cdot 5,12 = 0,323$ m³N	
azot	$N_2'' = 0,02 + 0,79 \cdot 1,30 \cdot 5,12 = 5,29$ m³N.	

Cu aceste date ecuaţia arderii e

$$1 \text{ m}^3\text{N gaz} + 6,66 \text{ m}^3\text{N aer} = 0,55\, CO_2 + 1,23\, H_2O + 0,323\, O_2 + 5,29\, N_2 \; [\text{m}^3\text{N}].$$

Pentru control: s'a introdus în gaz şi aer

$$(1 \cdot 12,50 + 6,66 \cdot 29)/22,41 = 9,15 \text{ kg},$$

s'au evacuat în produse de ardere

$$(0,55 \cdot 44 + 1,23 \cdot 18 + 0,323 \cdot 32 + 5,29 \cdot 28)/22,41 = 9,15 \text{ kg}.$$

Amestecul de gaz-aer înainte de ardere: $V' = 7,66$ m³N,
produsele de ardere $V'' = 7,39$ m³N.

Contracţia chimică $\Delta V_{chim} = V' - V'' = 0,27$ m³N
sau $(CO' + H_2')/2 = (0,10 + 0,45)/2 = 0,275$ m³N;

contracţia fizică $\Delta V_{H_2O} = 1,23$ m³N.

Volumul gazelor de ardere uscate e:

$$V_{usc}'' = 7,39 - 1,23 = 6,16 \text{ m}^3\text{N}.$$

Constanta gazelor după ardere se obţine din

$$R''/R' = (7,66 - 0,275)/7,66 = 0,963,$$

şi e $R'' = 0,963 \cdot 31,6 = 30,4$ m/°K.

Apa rezultată din ardere

$$A = 1,23 \cdot 18/22,41 = 0,988 \text{ kg/m}^3\text{N gaz}$$

Analiza gazelor de ardere % vol.

	umed	uscat
CO_2	7,45	8,9
H_2O	16,7	0
O_2	4,35	5,2
N_2	71,5	85,9
	100,00	100,0

Indicii gazului de iluminat

$$\sigma = \frac{(0,10 + 0,45)/2 + 0,70 + 0,12 - 0,02}{0,10 + 0,35 + 0,08 + 0,02} = 1,95 \frac{\text{kmol O}}{\text{kmol C}}$$

$$\nu = 0,02/0,55 = 0,0364 \text{ kmol N/kmol C}.$$

Relaţiuni între compoziţia combustibilului şi a gazelor de ardere uscate (gaze de eşapament) şi între excesul de aer şi gazele de evacuare[1]**.** Deoarece la analiză apa dispare, gazele de evacuare conţin în cazul arderii complete, neglijând bioxidul de sulf, numai bioxid de carbon, oxigen şi azot, a căror sumă în părţi de volum trebue să fie = 1:

$$CO_2 + O_2 + N_2 = 1.$$

Afară de această relaţiune, mai sunt valabile următoarele ecuaţii, cari se pot obţine când arderea incompletă se reduce la cea completă (p. 611), egalând acolo cu zero părţile ce mai pot arde din gazele de evacuare. Cu $CO = 0$, $H_2 = 0$, $CH_4 = 0$, $\alpha = 1$ (înţelesul lui α în p. 611) urmează pentru volumul gazelor de evacuare uscate în cazul combustibililor solizi şi lichizi

$$V_{usc} = \frac{22,41 \cdot c/12}{CO_2} \; \frac{\text{m}^3\text{N}}{\text{kg combustibil}},$$

pentru combustibilii gazoşi

$$V_{usc} = \frac{CO' + CH_4' + 2\,C_2H_4' + CO_2'}{CO_2} \; \frac{\text{m}^3\text{N}}{\text{m}^3\text{N gaz}}.$$

[1]) Mollier, ZVDI 65 (1921), p. 1095.

Scanned with OKEN Scanner

Mai avem

$$O_2/CO_2 = (\lambda - 1)\,\sigma,$$
$$N_2/CO_2 = 0{,}79/0{,}21 \cdot \lambda\,\sigma + \nu.$$

ν, σ indicii combustibilului (p. 604 și 608).

Ecuațiile conțin tot ce se poate afirma despre relațiile de mai sus. Prin eliminarea unor mărimi avem

$$CO_2 = \frac{0{,}21}{(\lambda - 0{,}21)\,\sigma + 0{,}21\,(\nu + 1)}, \qquad O_2 = \frac{0{,}21\,(\lambda - 1)\,\sigma}{(\lambda - 0{,}21)\,\sigma + 0{,}21\,(\nu + 1)},$$

$$N_2 = \frac{0{,}79\,\lambda\,\sigma + 0{,}21\,\nu}{(\lambda - 0{,}21)\,\sigma + 0{,}21\,(\nu + 1)}, \qquad \lambda = \frac{0{,}21}{\sigma}\left(\frac{1}{CO_2} + \sigma - 1 - \nu\right).$$

Pentru combustibili **solizi și gazoși** fără azot ($\nu = 0$) ecuațiile se simplifică:

$$CO_2 = \frac{0{,}21}{(\lambda - 0{,}21)\,\sigma + 0{,}21}, \qquad O_2 = \frac{0{,}21\,(\lambda - 1)\,\sigma}{(\lambda - 0{,}21)\,\sigma + 0{,}21},$$

$$N_2 = \frac{0{,}79\,\lambda\,\sigma}{(\lambda - 0{,}21)\,\sigma + 0{,}21}, \qquad \lambda = \frac{0{,}21}{\sigma}\left(\frac{1}{CO_2} + \sigma - 1\right).$$

Dacă nu cunoaștem compoziția combustibilului, putem calcula excesul de aer din formula:

$$\lambda = \frac{1 - CO_2 - O_2}{1 - CO_2 - O_2/0{,}21}.$$

Această formulă reclamă date de analiză foarte exacte!

Pentru **verificarea analizei gazelor de evacuare** sau a gradului arderii poate servi ecuația următoare, valabilă în general:

$$(0{,}21 - O_2)/CO_2 = 0{,}79\,\sigma + 0{,}21\,(\nu + 1).$$

Suma $CO_2 + O_2$ e dată în funcțiune de combustibil (σ, ν) și de excesul de aer (λ) prin relația:

$$CO_2 + O_2 = 0{,}21\,\frac{(\lambda - 1)\,\sigma + 1}{(\lambda - 0{,}21)\,\sigma + 0{,}21\,(\nu + 1)}.$$

Pentru carbon ($\sigma = 1$, $\nu = 0$), $CO_2 + O_2 = 0{,}21$ sunt independente de λ, iar $N_2 = 0{,}79$. Același e cazul tuturor combustibililor pentru cari $\sigma + 0{,}21/0{,}79 \cdot \nu = 1$, de ex. gazul de apă, compus din părți egale de H_2 și CO, și toate gazele de aer (p. 629). Pentru toți combustibilii ($CO_2 + O_2$) și N_2 se apropie de valoarea limită de 0,21 resp. 0,79 (tabela 2), când crește coeficientul de exces de aer λ.

Tabela 2. Conținutul de $CO_2 + O_2$ din gazele de evacuare

σ	ν	Combustibilul	($CO_2 + O_2$) pt. λ = 1	1,5	2	3	4
1,0	0	Carbon	0,210	0,210	0,210	0,210	0,210
1,15	0	Cărbune	0,188	0,195	0,199	0,203	0,205
1,25	0	Benzen, acetilenă	0,175	0,187	0,193	0,199	0,202
1,5	0	Spirt, benzină, etilenă	0,151	0,171	0,181	0,191	0,196
2,0	0	Metan, gaz de iluminat	0,117	0,151	0,166	0,181	0,189
0,75	1,5	Gaz de amestec	0,188	0,193	0,197	0,201	0,203
0,45	1,7	Gaz de cuptor inalt	0,228	0,224	0,222	0,219	0,217
0,5	0	Oxid de carbon	0,347	0,307	0,285	0,262	0,250

Scanned with OKEN Scanner

Pentru $\lambda = 1$ avem $O_2 = 0$ şi pentru acest caz datele din tabelă se referă la conţinutul maximum de bioxid de carbon,

$$\max CO_2 = 0{,}21/[0{,}79\,\sigma + 0{,}21\,(\nu + 1)].$$

Din fig. 1, care e valabilă pentru combustibili fără conţinut de N_2, pornind dela conţinutul de CO măsurat al gazelor de evacuare, se poate afla conţinutul de O_2 şi coeficientul de exces de aer λ.

Exemplul 1: Fie pentru un c ă r b u n e $\sigma = 1{,}15$. Conţinutul CO_2 al gazului de evacuare fie 8%. Curbele din fig.1 dau $\lambda = 2{,}31$ şi $O_2 = 0{,}121$, deci compoziţia gazului de evacuare uscat exprimată în % vol. e $8\%\,CO_2 + 12{,}1\%\,O_2 + 79{,}9\%\,N_2$.

Exemplul 2: L a g a z u l d e i l u m i n a t avem $\sigma = 1{,}95$, $\nu = 0{,}0364$ (p. 609). Conţinutul măsurat de CO_2 al gazelor de ardere fie $8{,}9\%$. Deci $CO_2 = 0{,}089$ p. vol.

Rezultă

$$V_{usc} = \frac{0{,}10 + 0{,}35 + 0{,}08 + 0{,}02}{0{,}089} = 6{,}18\ \frac{m^3N}{m^3N\ gaz}$$

Dacă introducem $\nu \approx 0$, găsim pentru $CO_2 = 0{,}089$ din fig. 1 $\lambda = 1{,}30$, $O_2 = 0{,}051$. Cu aceste date compoziţia gazului de ardere uscat e

$$8{,}9\%\,CO_2 + 5{,}1\%\,O_2 + 86{,}0\%\,N_2.$$

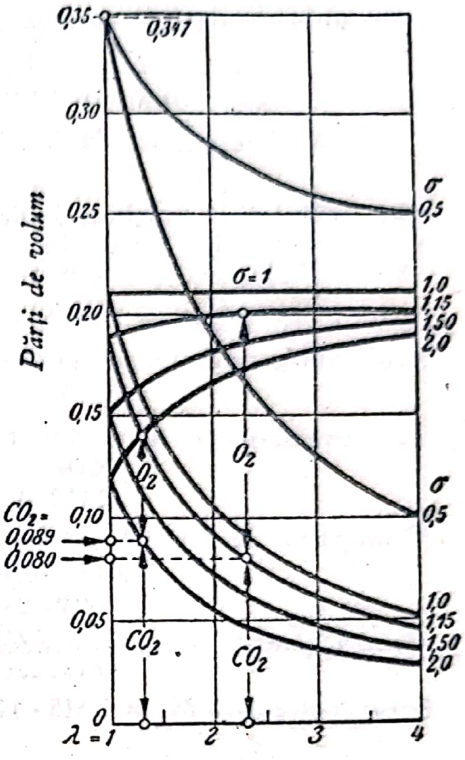


Fig. 1.

B. Arderea incompletă

Aceasta survine când în produsele arderii mai apar gaze combustibile, de ex. oxid de carbon, hidrogen, metan, fie de ex. din cauza lipsei de oxigen, fie din cauza unui amestec insuficient al aerului cu combustibilul.

Fie
$$CO_2 + O_2 + N_2 + CO + H_2 + CH_4 = 1.$$
componenţii gazului de evacuare sau de eşapament uscat.

Aici simboalele chimice indică totodată şi p ă r ţ i l e d e v o l u m. Fie α fracţiunea din conţinutul de carbon al unităţii de combustibil arsă complet, iar partea $(1 - \alpha)$ cea care pleacă sub forma de carbon solid (funingine) împreună cu gazele de evacuare. Fie

$$c + h + o + n + w = 1\ \text{kg}.$$

compoziţia combustibilului. Calculăm mai întâi indicii σ şi ν (cp. p. 604).

In produsele de ardere va trebui să regăsim cantităţile de carbon, hidrogen, oxigen şi azot conţinute în combustibil. Din ecuaţiile bilanţului rezultă următoarele relaţiuni:

Din bilanţul de C rezultă volumul gazelor de evacuare uscate

$$V_{usc} = \frac{22{,}41/12 \cdot \alpha\, c}{CO_2 + CO + CH_4}\ \frac{m^3N}{\text{kg combustibil}}.$$

Din bilanţul de C şi N_2 rezultă h

$$\frac{\alpha \cdot N_2}{CO_2 + CO + CH_4} = \frac{0{,}79}{0{,}21}\,\lambda\,\sigma + \nu$$

iar din bilanţul de O_2 şi H_2

$$\alpha\,\frac{CO_2 + O_2 + 0{,}5\,CO - 0{,}5\,H_2 - CH_4}{CO_2 + CO + CH_4} = 1 + \sigma\,(\lambda - 1).$$

Eliminând O_2 se obţine pentru excesul de aer

$$\lambda = \frac{0{,}21}{\sigma}\left(\alpha\,\frac{1 - 0{,}5\,CO - 1{,}5\,H_2 - 2\,CH_4}{CO_2 + CO + CH_4} + \sigma - 1 - \nu\right).$$

Conţinutul de abur al gazelor de ardere e în p. vol., raportate la gazul uscat,

$$H_2O = \frac{22{,}41}{V_{usc}}\left(\frac{h}{2} + \frac{w}{18}\right) - 2\,CH_4 - H_2.$$

Scanned with OKEN Scanner

Exemplu: Huila cu puterea calorifică $Pci = 7530$ kcal/kg are următoarea compoziție:

$$\begin{matrix} c & h & o & s & n & w & a \\ 0{,}807 + & 0{,}040 + & 0{,}026 + & 0{,}009 + & 0{,}013 + & 0{,}062 + & 0{,}043 = 1 \text{ kg} \end{matrix}$$

Analiza gazului dă în p. vol., $CO_2 \quad CO \quad O_2 \quad N_2$

$$0{,}115 + 0{,}005 + 0{,}079 + 0{,}801 = 1.$$

Fie 1% din conținutul de carbon al cărbunelui conținut ca nears sub formă de funingine. In acest caz $\alpha = 0{,}99$. Rezultă $\sigma = 1{,}141$, $\nu = 0{,}0069$, iar min $L = 8{,}20$ m³N/kg cărbune (cp. p. 604). Din ecuațiile de mai sus avem cu $H_2 = 0$, $CH_4 = 0$.

$$V_{usc} = 12{,}41 \text{m}^3\text{N/kg cărbune} \quad \lambda = 1{,}527, \quad H_2O = 0{,}042 \text{ p. vol.}$$

Volumul gazelor umede devine

$$V_f = 1{,}042 \cdot 12{,}41 = 12{,}96 \text{m}^3\text{N/kg cărbune}$$

iar compoziția lor în p. vol. e

$$\begin{matrix} CO_2 & CO & H_2O & O_2 & N_2 \\ 0{,}110 + & 0{,}005 + & 0{,}042 + & 0{,}076 + & 0{,}767 = 1. \end{matrix}$$

Conținutul de abur al gazelor de ardere devine

$$0{,}042 \cdot 18/22{,}41 = 0{,}0337 \text{ kg } H_2O/\text{m}^3\text{N gaz de evacuare, umed}$$
$$\text{resp. } 0{,}0337 \cdot 12{,}96 = 0{,}436 \text{ kg } H_2O/\text{kg cărbune}$$

Pentru control rezultă: introdus 1 kg cărbune + $1{,}527 \cdot 8{,}20 \cdot 29/22{,}41$ kg aer $= 17{,}20$ kg,
evacuat: gaze de evacuare uscate

(Greut. moleculară $M_a = 0{,}115 \cdot 44 + 0{,}005 \cdot 28 + 0{,}079 \cdot 32 + 0{,}801 \cdot 28 = 30{,}13$)

	$12{,}41 \cdot 30{,}13/22{,}41 =$ 16,70	kg
abur	0,436	kg
carbon nears	0,008 07	„
cenușă	0,043	„
	17,19	kg

Pierderea de căldură, în urma conținutului de CO și funingine al gazelor de evacuare, în raport cu puterea calorifică a cărbunelui, e

$$Q_{CO}/Pci = 12{,}41 \cdot 0{,}005 \cdot 3020/7530 = 0{,}025, \qquad Q_C/Pci = 0{,}00807 \cdot 8150/7530 = 0{,}0087,$$

adică 2,5 resp. 0,9%. Deoarece partea de volum a aburului din gazele de evacuare e $r_d = 0{,}042$, presiunea parțială $p_d = 760 \cdot 0{,}042 = 32{,}0$ mm col Hg, conform tabelei 5 (p. 572) sau fig. 5 (p. 622) punctul de rouă e $t' = 30°$.

Când gazele de evacuare conțin, în cazul excesului de oxigen, numai oxid de carbon drept component nears, se poate calcula conținutul de oxid de carbon, dacă compoziția combustibilului e cunoscută. Avem

$$CO = \frac{0{,}21 - O_2 - 0{,}395\, CO_2}{0{,}605 + [0{,}79\,(\sigma - 1) + 0{,}21\,\nu]/\alpha} - CO_2.$$

Se va prefera însă totdeauna stabilirea directă a CO prin analiza gazului.

Când gazele de evacuare conțin, în cazul lipsei de aer, numai oxid de carbon, dar nu oxigen, când adică $O_2 = 0$, $H_2 = 0$, $CH_4 = 0$ și $\alpha = 1$ (fără formare de funingine), atunci, dacă e cunoscută cantitatea de aer introdusă $L = \lambda \cdot \min L$ m³N/kg combustibil, avem pentru compoziția gazelor de evacuare

$$CO = \frac{0{,}42\,\sigma\,(1 - \lambda)}{0{,}79\,\lambda\,\sigma + 0{,}21\,(1 + \nu)} \qquad CO_2 = \frac{0{,}21}{0{,}79\,\lambda\,\sigma + 0{,}21\,(1 + \nu)} - CO$$

$$N_2 = 1 - CO - CO_2.$$

Dacă nu se cunoaște cantitatea de aer introdusă, ea se calculează din conținutul de CO, măsurat, al gazelor de evacuare cu ajutorul coeficientului de exces de aer $\lambda = \dfrac{2 - [(1 + \nu)/\sigma] \cdot CO}{2 + 3{,}76 \cdot CO}$.

Câteva cazuri particulare ale arderii incomplete se pot reprezenta clar grafic[1]).

[1]) Cp. și Ackermann, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 366 (1934).

Fig. 2 dă o reprezentare grafică pentru gaze de cuptor înalt, din care se poate citi direct conținutul de CO și coeficientul de exces de aer λ al gazelor de ardere, în funcțiune de conținutul de CO_2 și O_2.

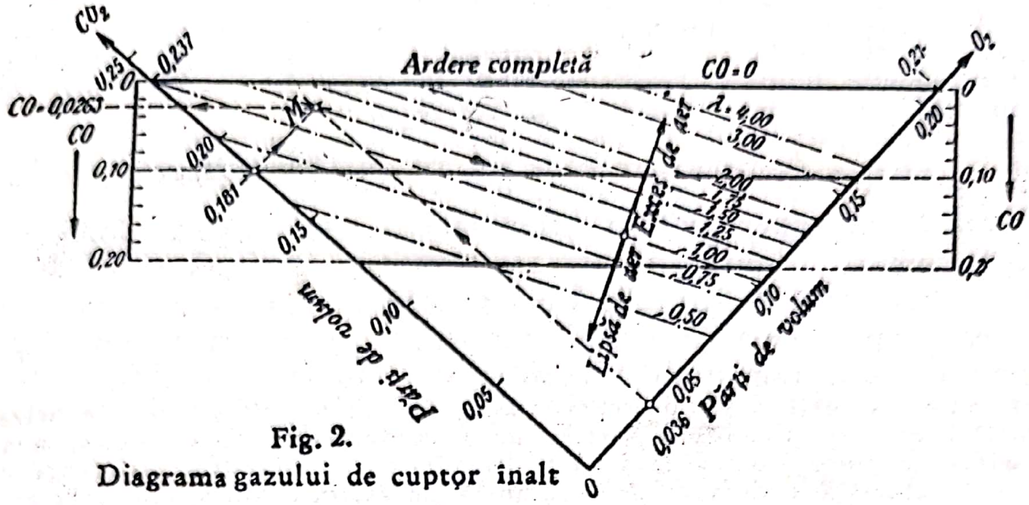


Fig. 2.
Diagrama gazului de cuptor înalt

Gaz de cuptor înalt în p. vol.

CO	H_2	CO_2	N_2

$$0,325 + 0,026 + 0,062 + 0,587 = 1.$$

Indicii (v. p. 608): $\sigma = 0,454$, $\nu = 1,52$.

Rezultă cele două ecuații

$$CO = (0,21 - O_2 - 0,888\ CO_2)/0,494$$

$$\lambda = 0,464 \cdot (-0,046 + 2,57\ O_2 + 1,26\ CO_2)/(0,21 - O_2 - 0,395\ CO_2).$$

Pentru valori oarecari ale lui CO și λ, dreptele se determină în diagramă mai ușor prin segmentele interceptate de ele pe axele de coordonate. Fiecărei compoziții a combustibilului îi corespunde o diagramă proprie.

Exemplu: $CO_2 = 0,181$ p. vol. $O_2 = 0,036$ p. vol. punctul *M* dă $CO = 0,0263$ p. vol. $= 2,63\%$ vol. $\lambda = 1,25$.

Pierderea de căldură prin ardere incompletă e egală cu puterea calorifică a produselor arderii. Dacă se ține seamă numai de oxidul de carbon ($H_2 = 0$, $CH_4 = 0$) al gazelor de evacuare și dintre rămășițele solide numai de carbon, pierderea de căldură va fi pentru combustibilii solizi și lichizi, pe 1 kg combustibil:

$$Q_i = c\,[5710\,\alpha \cdot CO/(CO_2 + CO) + (1 - \alpha)\,8150]\ \text{kcal/kg}.$$

C. Puterea calorifică (căldura de ardere)

Generalități. Căldura care se produce la arderea unui combustibil, și care variază după condițiunile în cari are loc arderea, se poate calcula în fiecare caz, dacă s'a determinat experimental căldura desvoltată la ardere într'un caz normal oarecare. Drept caz normal al arderii se consideră cel în care amestecul de combustibil și aer uscat arde complet la presiunea constantă de 1 kg/cm^2 și în care produsele arderii se răcesc iar la temperatura inițială (0° sau a mediului ambiant). Căldura desvoltată astfel de unitatea de cantitate de combustibil se numește puterea calorifică a combustibilului. Ea e egală cu diferența dintre conținutul de căldură al amestecului combustibil și al produselor arderii la aceeași temperatură

$$Pc = J' - J''.$$

Pentru combustibili cari nu conțin hidrogen și apă, de ex. carbon pur, cocs uscat și mangal, oxid de carbon, puterea calorifică e definită mai sus complet, și univoc. Căldura arderii de ex. e complet independentă de faptul dacă combustibilul arde cu cantitatea minimă de oxigen sau cu un exces de aer oricât de mare.

Temperatura de referință e de obiceiu 0°, dar în limitele temperaturii ambiante, pentru combustibilii menționați mai sus, căldura arderii depinde numai în măsură neînsemnată de temperatura arderii.

Pentru combustibilii la cari produsele arderii conțin apă, precizările de mai sus încă nu determină fără echivoc puterea calorifică, pentrucă apa din produsele de ardere se va transforma în parte în abur, după cantitatea de aer introdusă. Pentru apă sub formă lichidă, căldura desvoltată la ardere o întrece cu căldura de vaporizare pe cea pentru partea sub formă de abur. Pentru temperatura de referință obișnuită de 0°, căldura de vaporizare e de 597 sau cca 600 kcal pentru 1 kg, sau cca 480 kcal pentru 1 m^3N de apă.

Puterea calorifică superioară și inferioară. Se disting două cazuri limită, după cum se admite că întreaga cantitate de apă e, fie în stare lichidă, fie în stare de vapori. Acestor ipoteze le corespund două puteri calorifice, cea superioară (*Pcs*), raportată la starea lichidă, și cea inferioară (*Pci*), raportată la starea de vapori a apei [1]).

Cele două puteri calorifice se deosebesc între ele prin căldura de vaporizare a întregii cantități de apă. Când compoziția unui combustibil e cunoscută, una din puterile calorifice se poate calcula deci fără dificultate din cealaltă. Diferența dintre cele două puteri calorifice e de vreo 3% la huilă de calitate bună, 6,5% la bricheți de ligniți superiori, 15% la ligniții superiori bruți, 10% la spirt și gaz de iluminat, 16% la hidrogen.

Puterile calorifice ale compușilor chimici nu se pot calcula din puterile calorifice ale elementelor, deoarece pentru separarea compușilor e totdeauna nevoie de o cantitate de căldură pozitivă sau negativă. De aceea niciodată nu se poate calcula exact puterea calorifică a combustibililor solizi și lichizi cu ajutorul analizei elementare, din puterile calorifice ale carbonului, hidrogenului și sulfului.

Faptul că pe această cale (formula Asociației [2]) se poate obține uneori totuși o aproximație strânsă se explică prin aceea că de regulă căldurile de reacțiune ale compușilor chimici sunt prea mici față de puterea calorifică. Valori exacte se obțin numai prin încercări calorimetrice.

La combustibilii cari reprezintă amestecuri fizice ale mai multor compuși chimici, în special în cazul amestecurilor de gaze, puterea calorifică se poate calcula exact însumând puterile calorifice ale componenților. Considerând gradul mic de precizIune al celor mai multe analize de gaze, se va prefera să se stabilească puterea calorifică a gazelor prin calorimetrul Junkers.

Afară de arderea la presiune constantă, prezintă uneori importanță tehnică și arderea la volum constant. Căldura desvoltată în acest fel de ardere, produsele arderii fiind presupuse răcite iarăși până la temperatura inițială, diferă de a arderii la presiune constantă cu echivalentul caloric al lucrului mecanic exterior $AP(V''-V')$. Această valoare poate fi pozitivă sau negativă, după cum volumul arderii (V''), la arderea la presiune constantă e mai mare sau mai mic decât volumul amestecului combustibil înainte de ardere (V').

De obiceiu diferența dintre puterile calorifice la presiune constantă și la volum constant e disparent de mică.

D. Arderea carbonului C, a sulfului S și a gazelor simple hidrogen H_2 și oxid de carbon CO. Reducția CO_2. Reacțiunea gazului de apă

Căldura de ardere a carbonului are valori diferite, după formele sub cari se prezintă. După Henning [3]) și Roth [4]) se pot considera drept cele mai sigure datele următoare:

diamant	7860	cărbune de retortă	7845...8050
grafit β	7850	negru de fum de acetilenă	8130
grafit α	7830	C amorf	7800...8300 kcal/kg
carbon de cocs	8080		

In ecuațiile de mai jos se va lua pentru C valoarea de 8080 kcal/kg (carbon de cocs). Toate exemplele s'au calculat cu valoarea de 8150 kcal/kg.

[1]) v. Merkel, Oberer und unterer Heizwert, Arch. Wärme 5 (1924), p. 153.
[2]) $Pci = 8100\,c + 28\,000\,(h - o/8) + 2500\,s - 600\,w$.
[3]) Henning, Wärmetechnische Richtwerte, Berlin 1938, editura VDI.
[4]) Landolt-Börnstein, Phys. chem. Tabellen, Berlin 1923, Springer.

Pentru C, S, H_2 şi CO, căldura de ardere (puterea calorifică) se va lua din tabloul alăturat:

	kcal/kmol	kcal/kg	kcal/m³N	
C	97 000	8 080	—	
S	70 720	2 210	—	
H_2	68 350	33 910	3050	(relativ la apă în stare lichidă)
CO	67 700	2 420	3020	

a) Arderea carbonului (M = 12)

1. dând bioxid de carbon $C + O_2 = CO_2 + Q_1$

$$\begin{array}{llll} 1\ \text{kmol C} + 1\ \text{kmol} & O_2 = 1\ \text{kmol} & CO_2 + 97\,000\ \text{kcal} \\ 12\ \text{kg} & 32\ \text{kg} & 44\ \text{kg} \\ 1\ \text{kg}\ \ C + {}^{8}/_{3}\ \text{kg} & O_2 = {}^{11}/_{3}\ \text{kg} & CO_2 + 8\,080\ \text{"} \\ 1\ \text{kg}\ \ C + 1{,}867\ \text{m}^3\text{N} & O_2 = 1{,}867\ \text{m}^3\text{N} & CO_2 + 8\,080\ \text{"} \end{array}$$

2. dând oxid de carbon $C + {}^{1}/_{2}\,O_2 = CO + Q_2$

$$\begin{array}{llll} 1\ \text{kmol C} + {}^{1}/_{2}\ \text{kmol} & O_2 = 1\ \text{kmol} & CO + 29\,300\ \text{kcal} \\ 12\ \text{kg} & 16\ \text{kg} & 28\ \text{kg} \\ 1\ \text{kg}\ \ C + {}^{4}/_{3}\ \text{kg} & O_2 = {}^{7}/_{3}\ \text{kg} & CO + 2\,440\ \text{"} \\ 1\ \text{kg}\ \ C + 0{,}934\ \text{m}^3\text{N} & O_2 = 1{,}867\ \text{m}^3\text{N} & CO + 2\,440\ \text{"} \end{array}$$

b) Arderea sulfului (M = 32)

(rombic) dând bioxid de sulf $S + O_2 = SO_2 + Q_3$

$$\begin{array}{llll} 1\ \text{kmol S} + 1\ \text{kmol} & O_2 = 1\ \text{kmol} & SO_2 + 70\,720\ \text{kcal} \\ 32\ \text{kg} & 32\ \text{kg} & 64\ \text{kg} \\ 1\ \text{kg}\ \ S + 1\ \text{kg} & O_2 = 2\ \text{kg} & SO_2 + 2\,210\ \text{"} \\ 1\ \text{kg}\ \ S + 0{,}70\ \text{m}^3\text{N} & O_2 = 0{,}70\ \text{m}^3\text{N} & SO_2 + 2\,210\ \text{"} \end{array}$$

c) Arderea hidrogenului (M = 2,016)

1. dând apă în stare lichidă $H_2 + {}^{1}/_{2}\,O_2 = H_2O_{lich.} + Q_4$

$$\begin{array}{llll} 1\ \text{kmol}\ H_2 + {}^{1}/_{2}\ \text{kmol} & O_2 = 1\ \text{kmol} & H_2O_{lich.} + 68\,350\ \text{kcal} \\ 2\ \text{kg} & 16\ \text{kg} & 18\ \text{kg} \\ 1\ \text{kg}\ \ H_2 + 8\ \text{kg} & O_2 = 9\ \text{kg} & H_2O_{lich.} + 33\,910\ \text{"} \\ 1\ \text{m}^3\text{N}\ H_2 + {}^{1}/_{2}\ \text{m}^3\text{N} & O_2 = 1\ \text{m}^3\text{N} & H_2O_{lich.} + 3\,050\ \text{"} \end{array}$$

2. dând apă în stare de vapori $H_2 + {}^{1}/_{2}\,O_2 = H_2O_{gazos} + Q_5$

$$\begin{array}{llll} 1\ \text{kmol}\ H_2 + {}^{1}/_{2}\ \text{kmol} & O_2 = 1\ \text{kmol} & H_2O_{gazos} + 57\,590\ \text{kcal} \\ 2\ \text{kg} & 16\ \text{kg} & 18\ \text{kg} \\ 1\ \text{kg}\ \ H_2 + 8\ \text{kg} & O_2 = 9\ \text{kg} & H_2O_{gazos} + 28\,570\ \text{"} \\ 1\ \text{m}^3\text{N}\ H_2 + {}^{1}/_{2}\ \text{m}^3\text{N} & O_2 = 1\ \text{m}^3\text{N} & H_2O_{gazos} + 2\,570\ \text{"} \end{array}$$

d) Arderea oxidului de carbon (M = 28)

dând bioxid de carbon $CO + {}^{1}/_{2}\,O_2 = CO_2 + Q_6$

$$\begin{array}{llll} 1\ \text{kmol CO} + {}^{1}/_{2}\ \text{kmol} & O_2 = 1\ \text{kmol} & CO_2 + 67\,700\ \text{kcal} \\ 28\ \text{kg} & 16\ \text{kg} & 44\ \text{kg} \\ 1\ \text{kg}\ \ CO + {}^{4}/_{7}\ \text{kg} & O_2 = {}^{11}/_{7}\ \text{kg} & CO_2 + 2\,420\ \text{"} \\ 1\ \text{m}^3\text{N}\ CO + {}^{1}/_{2}\ \text{m}^3\text{N} & O_2 = 1\ \text{m}^3\text{N} & CO_2 + 3\,020\ \text{"} \end{array}$$

e) Reducerea bioxidului de carbon la oxid de carbon

$$C + CO_2 \rightleftarrows 2\,CO - Q_7$$

$$\begin{array}{llll} 1\ \text{kmol C} + 1\ \text{kmol} & CO_2 \rightleftarrows 2\ \text{kmol} & CO - 38\,400\ \text{kcal} \\ 12\ \text{kg} & 44\ \text{kg} & 56\ \text{kg} \\ 1\ \text{kg}\ \ C + {}^{11}/_{3}\ \text{kg} & CO_2 \rightleftarrows {}^{14}/_{3}\ \text{kg} & CO - 3\,200\ \text{"} \\ 1\ \text{kg}\ \ C + 1{,}867\ \text{m}^3\text{N} & CO_2 \rightleftarrows 3{,}734\ \text{m}^3\text{N} & CO - 3\,200\ \text{"} \\ 0{,}536\ \text{kg C} + 1\ \text{m}^3\text{N} & CO_2 \rightleftarrows 2\ \text{m}^3\text{N} & CO - 1\,720\ \text{"} \end{array}$$

f) Reacţiunea gazului de apă $CO_2 + H_2 \rightleftarrows CO + H_2O_{gazos} - Q_8$

$$\begin{array}{llll} 1\ \text{kmol}\ CO_2 + 1\ \text{kmol} & H_2 \rightleftarrows 1\ \text{kmol} & CO + 1\ \text{kmol}\ H_2O_{gazos} & - 10\,110\ \text{kcal} \\ 44\ \text{kg} & 2\ \text{kg} & 28\ \text{kg} & 18\ \text{kg} \\ 22\ \text{kg}\ \ CO_2 + 1\ \text{kg} & H_2 \rightleftarrows 14\ \text{kg} & CO + 9\ \text{kg}\ \ H_2O_{gazos} & - 5\,055\ \text{"} \\ 1\ \text{m}^3\text{N}\ CO_2 + 1\ \text{m}^3\text{N} & H_2 \rightleftarrows 1\ \text{m}^3\text{N} & CO + 1\ \text{m}^3\text{N}\ H_2O_{gazos} & - 445\ \text{"} \end{array}$$

$\pm Q_n$ reacţiuni exoterme resp. endoterme.

Scanned with OKEN Scanner

Intre căldurile de reacţiune există următoarele relaţiuni:

$$Q_2 = Q_1 - Q_6$$
$$29\,300 = 97\,000 - 67\,700 \text{ kcal/kmol}$$
$$Q_7 = Q_1 - 2Q_2$$
$$38\,400 = 97\,000 - 58\,600 \text{ kcal/kmol}$$
$$Q_5 = Q_4 - 18\cdot597$$
$$57\,590 = 68\,350 - 10\,760 \text{ kcal/kmol}$$
$$Q_8 = Q_6 - Q_5$$
$$10\,110 = 67\,700 - 57\,590 \text{ kcal/kmol}$$

Tabela 3. Combustibili lichizi şi carburanţi

Combustibilul	Greut. mol M	Conţinutul în %greut. 100 c	100 h	σ	Greut. specifică la 15° g/cm³	Temp. de fierbere °C	Puterea calorifică P_{cs}	P_{ci}	m³N necesari pentru arderea unui kg min O	min L	m³N produşi prin arderea unui kg CO_2	H_2O
Alcool C_2H_5OH	46	52	13	1,500	0,794	78,3	7090	6390	1,46	7,00	0,97	1,46
Spirt 95 %				1,500	0,809	78,5	6730	6030	1,39	6,54	0,92	1,45
90 greut.				1,500	0,823	78,7	6380	5690	1,32	6,30	0,88	1,44
85				1,500	0,836	78,9	6020	5330	1,24	5,98	0 83	1,43
Benzen (pur) C_6H_6	78	92,2	7,8	1,250	0,884	80,5	10030	9620	2,16	10,3	1,72	0,86
Toluen „ C_7H_8	92	91,2	8,8	1,285	0,870	110	10180	9720	2,19	10,5	1,70	0,97
Xilen „ C_8H_{10}	106	90,5	9,5	1,313	0,868	140	10280	9770	2,22	10,6	1,69	1,06
Benzen comercial I (Benzen de 90) ¹)		92,1	7,9	1,260	0,882	v. ¹)	10000	9600	2,17	10,4	1,71	0,88
Benzen comercial II (Benzen de 50) ²)		91,6	8,4	1,300	0,876	v. ²)	10100	9650	2,20	10,6	1,70	0,98
Naftalină (pură) $C_{10}H_8$ Temp. de top. 80°)	128	93,7	6,3	1,200	0,977 (la 80°) 1,152 (s ld15°)	218	9615	9280	2,10	9,99	1,75	0,70
Tetralină $C_{10}H_{12}$ (pură) (Tetrahidro-naftalină)	132	90,8	9,2	1,300	0,975	205	10150	9660	2,20	10,6	1,70	1,02
Pentan ³) C_5H_{12}	72	83,2	16,8	1,600	0,627	37	11550	10650	2,49	11,9	1,55	1,87
Hexan ³) C_6H_{14}	86	83,6	16,4	1,584	0,658	65	11500	10630	2,47	11,8	1,56	1,82
Heptan ³) C_7H_{16}	100	83,9	16,1	1,571	0,683	98	11470	10610	2,46	11,8	1,57	1,79
Octan ³) C_8H_{18}	114	84,1	15,9	1,562	0,700	125	11420	10570	2,46	11,8	1,57	1,78
Benzină (val. medii)		85	15	1,530	0,7–0,74	60–120	11000	10200	2,43	11,6	1,59	1,68
Motorină ⁴) (Exemplu)		86	11	1,38	0,88	230–360	10600	10000	2,21	10,54	1,60	1,23

¹) Compoziţia aproximativă: 0,84 benzen, 0,13 toluen, 0,03 xilen. La încălzirea până la 100° se vaporizează 90% din lichid. — ²) Compoziţia aproximativă: 0,43 benzen, 0,46 toluen; 0,11 xilen. La încălzirea până la 100° se vaporizează 50%, până la 120°, 90%. — ³) Aceştia şi alţi compuşi ai seriei metanului formează componenţii principali ai benzinei. — ⁴) Cp. p. 606.

Tabela 4. Arderea gazelor simple (v. şi tabela 17, p. 538 şi tabela 1, p. 546)

Gazul		Greut. moleculară M	Densitatea relativă în raport cu aerul	Indice σ	Pentru arderea unui m³ sunt necesari m³ O min O	m³ aer min L	P_{cs} kcal/m³N gaz	P_{ci} kcal/m³N gaz
Oxid de carbon	CO	28	0,97	0,50	0,5	2,38	3 020	—
Hidrogen	H_2	2,016	0,07	—	0,5	2,38	3 050	2 570
Metan	CH_4	16	0,554	2,00	2	9,52	9 520	8 550
Etan	C_2H_6	30	1,035	1,75	3,5	16,7	16 820	15 370
Propan	C_3H_8	44	1,52	1,666	5	23,8	24 320	22 350
Butan	C_4H_{10}	58	2,00	1,625	6,5	31,0	32 010	29 510
Etilen	C_2H_4	28	0,965	1,50	3	14,3	15 290	14 320
Propilen	C_3H_6	42	1,45	1,50	4,5	21,4	22 540	21 070
Butilen	C_4H_8	56	1,935	1,50	6	28,6	29 110	27 190
Acetilenă	C_2H_2	26	0,90	1,25	2,5	11,9	14 090	13 600

Tabela 5. Exemple pentru arderea gazelor combustibile tehnice

Gazul	Compoziția medie în $^0/_0$ de volum						Greutatea moleculară aparentă M	Densitatea relativă în raport cu aerul δ	Indici		P_{cs} $\frac{kcal}{m^3N}$	P_{ci} $\frac{kcal}{m^3N}$
	H_2	CO	CH_4	$C_m H_n$ (C_2H_4)	CO_2	N_2			σ	ν		
Gaz dela distil uscată a huilei	27	7	48	13	3	2	15,7	0,54	1,81	0,024	7580	6870
Gaz de iluminat I	51	8	32	4	2	3	11,2	0,39	2,11	0,060	5450	4860
Gaz de iluminat II	56	13	23	2,5	2	3,5	11,0	0,38	2,15	0,085	4660	4150
Gaz de cupt cocs	50	8	29	4	2	7	11,85	0,41	2,11	0,149	5140	4580
Gaz de apă . .	49	42	0,5	—	5	3	15,9	0,55	0,979	0,063	2810	2600
Gaz de amestec	12	28	3	0,2	3	54	25,1	0,87	0,773	1,57	1530	1430
Gaz Mond . .	25	12	4	0,3	16	43	23,7	0,82	0,840	1,32	1550	1390
Gaz aerian . .	6	23	3	0,2	5	62	26,6	0,92	0,672	1,97	1200	1130
Gaz de cupt înalt	4	28	—	—	8	60	28,2	0,97	0,445	1,67	970	950

E. Temperatura de ardere

Se numește temperatură *teoretică* de ardere temperatura pe care o iau produsele arderii când ele preiau căldura totală de ardere, adică nu are loc nicio pierdere de căldură în exterior (ardere *adiabatică*).

Din cauza pierderilor, temperatura *reală* e întotdeauna mai mică, chiar și în cazul arderii complete.

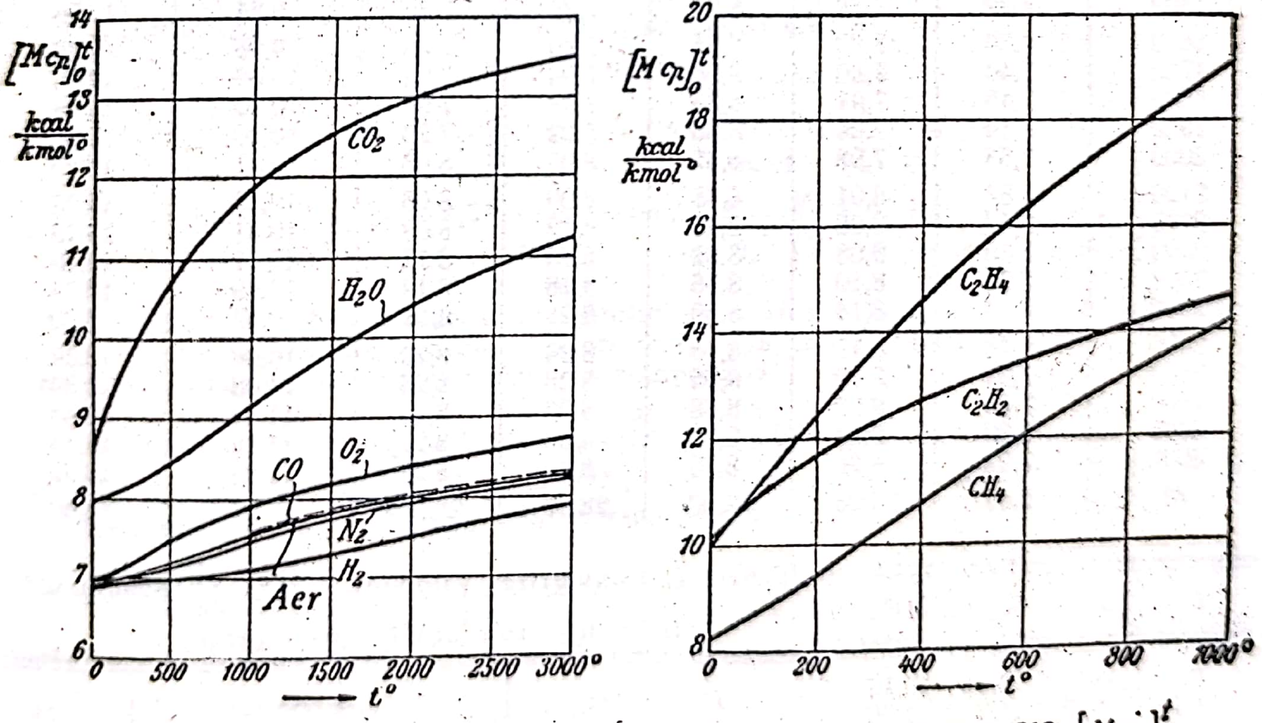


Fig. 3 și 4. Căld. spec. medie la temperatură crescătoare (v. tab. 6, p. 618) $[Mc_p]_0^t$.

Temperatura reală se micșorează considerabil, când combustibilul care arde resp. gazele de ardere, cedează prin radiație cantități de căldură însemnate. Deosebim *ardere la presiune constantă* (instalații de ardere deschise, cu flacăra de ardere în atmosferă), *ardere la volum constant* (camere de ardere închise din toate părțile) și *ardere la volum variabil* (motoare cu ardere internă). In ultimul caz, când arderea e foarte repede față de cursa pistonului, ea se poate considera cu aproximație ca ardere la volum constant.

Scanned with OKEN Scanner

Inălţimea temperaturii de ardere depinde de natura combustibilului (puterea calorifică), de temperatura iniţială (preîncălzirea) şi esenţialmente de excesul de aer.

In calculul temperaturii de ardere trebue luată în consideraţie creşterea cu temperatura a căldurii specifice (v. tabela 6 şi fig. 3 şi 4, p. 617). In calculele foarte precise se ia în consideraţie şi influenţa presiunii.

Tabela 6. Călduri specifice medii $[Mc_p]_o^t$ kcal/kmol°

(după Justi şi Lüder, Mitt. Forschungsarb. VDI 1935, p. 209)

t	H_2	N_2	O_2	CO	aer	H_2O	CO_2
0	6,86	6,96	6,99	6,96	6,94	7,98	8,61
100	6,92	6,97	7,05	6,97	6,96	8,03	9,17
200	6,95	7,00	7,15	7,00	7,01	8,12	9,65
300	6,97	7,04	7,26	7,06	7,06	8,22	10,06
400	6,98	7,09	7,38	7,12	7,13	8,34	10,40
500	6,99	7,15	7,49	7,19	7,20	8,47	10,75
600	7,01	7,21	7,59	7,27	7,27	8,60	11,03
700	7,03	7,27	7,68	7,34	7,34	8,74	11,28
800	7,06	7,35	7,77	7,43	7,42	8,89	11,50
900	7,09	7,42	7,85	7,50	7,49	9,04	11,70
1000	7,12	7,49	7,92	7,57	7,56	9,18	11,88
1100	7,15	7,56	7,98	7,64	7,62	9,32	12,05
1200	7,20	7,62	8,04	7,70	7,68	9,45	12,19
1300	7,24	7,67	8,11	7,76	7,73	9,58	12,32
1400	7,28	7,73	8,16	7,81	7,78	9,72	12,45
1500	7,32	7,78	8,20	7,85	7,84	9,84	12,56
1600	7,36	7,82	8,24	7,90	7,88	9,96	12,66
1700	7,40	7,86	8,28	7,94	7,92	10,09	12,75
1800	7,45	7,91	8,33	7,98	7,96	10,20	12,84
1900	7,49	7,94	8,38	8,02	7,99	10,30	12,92
2000	7,53	7,98	8,42	8,05	8,03	10,41	12,99
2100	7,57	8,01	8,45	8,09	8,06	10,52	13,06
2200	7,62	8,05	8,48	8,12	8,08	10,61	13,13
2300	7,66	8,08	8.52	8,15	8,12	10,71	13,19
2400	7,70	8,10	8,56	8,18	8,14	10,79	13,24
2500	7,74	8,14	8,59	8,21	8,18	10,87	13,30
2600	7,78	8,17	8,63	8,24	8,20	10,96	13,34
2700	7,81	8,19	8,65	8,26	8,23	11,03	13,39
2800	7,85	8,22	8,68	8,28	8,25	11,11	13,43
2900	7,89	8,24	8,72	8,30	8,27	11,18	13,48
3000	7,92	8,26	8,76	8,32	8,29	11,23	13,52
M	2,02	28,03	32,00	28,00	28,964	18,02	44,00

t	CH_4	C_2H_4	C_2H_2
0	8,24	10,02	10,13
100	8,66	11,27	11,00
200	9,40	12,46	11,67
300	10,10	13,55	12,25
400	10,77	14,57	12,70
500	11,41	15,49	13,10
600	12,03	16,33	13,47
700	12,62	17,08	13,80
800	13,17	17,90	14,12
900	13,68	18,46	14,40
1000	14,17	19,08	14,67
M	16,03	28,04	26,03

Tabela 7. Convertirea valorilor $\left[Mc_p\right]_o^t$ kcal/kmol° la căldură specifică în alte unităţi.

$P=$ const.	$V=$const.	
$[Mc_p]_o^t$	$[Mc_v]_o^t=[Mc_p]_o^t-1,99$	$\frac{\text{kcal}}{\text{kmol}^\circ}$
$[c_p]_o^t=\frac{[Mc_p]_o^t}{M}$	$[c_v]_o^t=\frac{[Mc_p]_o^t-1,99}{M}$	$\frac{\text{kcal}}{\text{kg}^\circ}$
$[C_p]_o^t=\frac{[Mc_p]_o^t}{22,41}$	$[C_v]_o^t=\frac{[Mc_p]_o^t-1,99}{22,41}$	$\frac{\text{cal}}{\text{m}^3\text{N}^\circ}$

Scanned with OKEN Scanner

Căldura specifică medie între t_1 şi t_2 se stabileşte cu ajutorul valorilor din tabele

$$[M\,c_p]_{t_1}^{t_2} = \left([M\,c_p]_0^{t_2}\,t_2 - [M\,c_p]_0^{t_1}\,t_1\right) / (t_2 - t_1).$$

La temperaturi foarte înalte, mai ales când combustibilul e ars cu oxigen în loc de aer, arderea începe să devină incompletă, fiindcă începe disocierea bioxidului de carbon şi a aburului (cp. p. 634).

Pentru calculul temperaturii de ardere teoretice trebue cunoscută compoziţia combustibilului, puterea calorifică, temperatura înainte de ardere şi cantitatea de aer introdusă pentru unitatea de cantitate de combustibil.

In calcul se pleacă dela e c u a ţ i a d e a r d e r e pe unitatea de cantitate de combustibil, după regulile date în p. 603, ecuaţie care trebue stabilită în primul rând. Din principiul întâiu:

$$dQ = dU + APdV \quad \text{resp} \quad dQ = dJ - AVdP$$

urmează că, în cazul arderii adiabatice la $V =$ const, energia internă U, iar la $P =$ const, conţinutul de căldură J rămâne neschimbat. La ardere la volum variabil va trebui să se cunoască $P = f(V)$ (diagrama indicatorului).

a) Arderea combustibililor solizi şi lichizi

Ardem complet 1 kg de combustibil de compoziţie dată şi de putere calorifică cunoscută, cu cantitatea de aer $L = \lambda \cdot \min L$, la temperatură iniţială a aerului t şi la presiune constantă. In acest caz ecuaţia arderii e (cp. p. 604):

1 kg combustibil + $\lambda \cdot \min L$ kmol aer
$= CO_2''$ kmol bioxid de carbon + H_2O'' kmol abur
+ SO_2'' kmol bioxid de sulf + O_2'' kmol oxigen
+ N_2'' kmol azot.

Temperatura teoretică t_1 rezultă din condiţiunea

$$J' = J'' \text{ kcal/kg combustibil}$$

$$P_{ci} + \lambda \cdot \min L\,\text{kmol} \left[\begin{matrix} M\,c_p \\ \text{aer}\end{matrix}\right]_0^{t_1} \cdot t_1 = t_2 \Bigg\{ \underset{\text{kmol}}{(CO_2'' + SO_2'')} \left[\begin{matrix} M\,c_p \\ CO_2\end{matrix}\right]_0^{t_2} +$$

$$+ \underset{\text{kmol}}{H_2O''} \left[\begin{matrix} M\,c_p \\ H_2O\end{matrix}\right]_0^{t_2} + \underset{\text{kmol}}{0{,}21\,(\lambda - 1) \cdot \min L} \left[\begin{matrix} M\,c_p \\ O_2\end{matrix}\right]_0^{t_2} + \underset{\text{kmol}}{0{,}79\,\lambda \cdot \min L} \left[\begin{matrix} M\,c_p \\ N_2\end{matrix}\right]_0^{t_2} \Bigg\}.$$

Aici căldura specifică medie a bioxidului de sulf s'a înlocuit cu a bioxidului de carbon. In cele mai multe cazuri se poate scrie, din cauza micimii, $SO_2'' = 0$.

Exemplu: Bricheţi de cărbune brun cu compoziţia

$$\overset{c}{0{,}510} + \overset{h}{0{,}042} + \overset{s}{0{,}018} + \overset{o}{0{,}180} + \overset{w}{0{,}150} + \overset{a}{0{,}100} = \overset{\Sigma}{1{,}000} \text{ kg combustibil}$$

sunt arşi cu aer preîncălzit la $t_1 = 100°$, cu 60% exces de aer: $\lambda = 1{,}60$; puterea calorifică inferioară a bricheţilor $P_{ci} = 4600$ kcal/kg.

Ecuaţia arderii e (cp. p. 605)

1 kg combustibil + 1,60 · 0,228 kmol aer = 0,0431 kmol ($CO_2 + SO_2$)
+ 0,0293 kmol H_2O + 0,0288 kmol O_2 + 0,288 kmol N_2.

In acest caz temperatura teoretică de ardere t_2 se calculează din ecuaţia

$$4600 + 0{,}365 \cdot 6{,}96 \cdot 100 = t_2 \Bigg\{ 0{,}0431 \left[\begin{matrix} M\,c_p \\ CO_2\end{matrix}\right]_0^{t_2} +$$

$$+ 0{,}0293 \left[\begin{matrix} M\,c_p \\ H_2O\end{matrix}\right]_0^{t_2} + 0{,}0288 \left[\begin{matrix} M\,c_p \\ O_2\end{matrix}\right]_0^{t_2} + 0{,}288 \left[\begin{matrix} M\,c_p \\ N_2\end{matrix}\right]_0^{t_2} \Bigg\} \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}.$$

Se evaluează mai întâi t_2 şi cu ajutorul tabelei 6 se stabilesc căldurile specifice medii. Pentru valoarea reală a lui t_2 ecuaţia e identic satisfăcută.

Se obţine rezultatul $t_2 = 1475°$.

Pierderea de căldură în gazele de ardere se produce prin faptul că gazele de ardere părăsesc instalaţia de ardere cu o temperatură t_4 mai

Scanned with OKEN Scanner

înaltă decât temperatura t_u a mediului ambiant. Pierderea e egală cu diferența dintre conținuturile de căldură la temperaturile t_a și t_u ale gazelor de evacuare. Ea e, raportată la 1 kg combustibil,

$$Q_a = J_a'' - J_u'' \text{ kcal/kg.}$$

Obținem

$$Q_a = t_a \, \Sigma \left(m_n'' \left[M c_p \right]_o^{t_a}\right) - t_u \, \Sigma \left(m_n'' \left[M c_p \right]_o^{t_u}\right).$$

Deoarece t_u e în general mic, se poate scrie aproximativ

$$Q_a^* = (t_a - t_u) \, \Sigma \left(m_n'' \left[M c_p \right]_o^{t_a}\right) \text{ kcal/kg combustibil.}$$

Exemplul dă pentru $\lambda = 1{,}60$, $t_a = 500^\circ$, $t_u = 20^\circ$.

$$Q_a = 1438 \text{ kcal/kg combustibil,}$$

iar pentru aproximație se obține

$$Q_a = 1431 \text{ kcal/kg.}$$

Pierderea în gazele de evacuare, în fracțiune din puterea calorifică, e

$$Q_a / Pci = 1438/4600 = 0{,}312, \text{ adică } 31{,}2\%.$$

Pierderea în gazele de evacuare se mărește mult odată cu excesul crescător de aer și se micșorează cu temperatură descrescătoare a gazului de evacuare.

Calculul piererii de căldură Q_a în gazele de evacuare se poate face și pe baza analizei gazelor de ardere uscate. Dacă analiza gazelor în p. vol. dă $CO_2 + O_2 + N_2 = 1$, obținem

$$Q_a = (t_a - t_u) \left\{ \frac{c/12}{CO_2} \left(CO_2 \left[\underset{CO_2}{M c_p} \right]_o^{t_a} + O_2 \left[\underset{O_2}{M c_p} \right]_o^{t_a} + N_2 \left[\underset{N_2}{M c_p} \right]_o^{t_a} \right) + \left(\frac{h}{2} + \frac{w}{18} \right) \left[\underset{H_2O}{M c_p} \right]_o^{t_a} \right\} \text{ kcal/kg combustibil.}$$

Aici $\frac{c/12}{CO_2}$ e volumul gazelor de ardere uscate în kmol/kg comb.

Pentru exemplul precedent fie măsurate în % de volum

CO_2	O_2	N_2	Σ
11,8	8,0	80,2	100%

Avem $Q_a = 1430$ kcal/kg combustibil

b) Arderea amestecurilor de gaze

Pentru arderea gazelor, calculul se face numai în volume preferabil în kmol. Și aici se va pleca dela ecuația arderii, care dă relațiunile stehiometrice dintre gazele inițiale și produsele arderii.

Dacă 1 m³N dintr'un amestec de gaze de compoziție dată arde cu $L = \lambda \cdot \min L$ m³N aer, ecuația arderii e

$$1 \text{ m}^3\text{N gaz} + \lambda \cdot \min L \text{ m}^3\text{N aer} = CO_2'' \text{ m}^3\text{N bioxid de carbon} + H_2O'' \text{ m}^3\text{N abur} + O_2'' \text{ m}^3\text{N oxigen} + N_2'' \text{ m}^3\text{N azot.}$$

Presupunem că amestecul de gaze e ars la presiune constantă. Fie t_1 temperatura înainte de ardere și t_2 temperatura de ardere căutată. Ea se poate calcula din condițiunea $J' = J''$ cu ajutorul ecuației

$$22.41 \, Pci + t_1 \cdot \Sigma \left(V_n' \cdot \left[M c_{pn} \right]_o^{t_1}\right) = t_2 \cdot \Sigma \left(V_n'' \cdot \left[M c_{pn} \right]_o^{t_2}\right) \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kmol}}\right].$$

V_n' și V_n'' sunt volumele gazelor parțiale înainte și după ardere, raportate la unitatea de cantitate de gaz combustibil.

Exemplu: Se arde complet gaz de iluminat de compoziție dată (v. exemplul p. 608) la presiune constantă și cu exces de aer $30^0/_0$. $\lambda = 1{,}30$. Fie $t_1 = 300°$.

Ecuația arderii e (p. 609)

$$1\,m^3N\,gaz + 6{,}66\,m^3N\,aer = 0{,}55\,m^3N\,CO_2 + 1{,}23\,m^3N\,H_2O + 0{,}323\,m^3N\,O_2 + 5{,}29\,m^3N\,N_2$$

Înainte de ardere:

Compoziția gazului V'	$\frac{m^3N}{m^3N\,gaz}$	$[Mc_p]_0^{300°}$ kcal/kmol°	$V'[Mc_p]_0^{300°}$ kcal/kmol°	P_{cs} $\frac{kcal}{m^3N}$	$V'P_{cs}$ $\frac{kcal}{m^3N}$
CO'	0,10	7,06	0,706	3 020	302
H_2'	0,45	6,97	3,14	3 050	1372
CH_4'	0,35	10,10	3,54	9 520	3330
C_2H_4'	0,04	13,55	0,543	15 290	611
O_2'	0,02	7,26	0,145	—	—
N_2'	0,02	7,04	0,141	—	—
CO_2'	0,02	10,06	0,201	—	—
gaz	1,00		8,42	$P_{cs} = 5620\ \frac{kcal}{m^3N}$	
aer	6,66	7,06	47,1		
V'	7,66		55,52		

$P_{cs} = 5620$ kcal/m³N gaz $\qquad W = (18/22{,}41) \cdot 1{,}23 = 0{,}988$ kg/m³N gaz,

$P_{ci} = 5620 - 0{,}988 \cdot 597 = 5030$ kcal/m³N gaz,

$J' = 22{,}41 \cdot 5030 + 300 \cdot 55{,}52 = 129\,600$ kcal/kmol.

După ardere:

Produse de ardere V''	$\frac{m^3N}{m^3N\,gaz}$	Se apreciază $t_2 = 1800°$: $[Mc_p]_0^{1800°}$ kcal/kmol°	$V''[Mc_p]_0^{1800°}$ kcal/kmol°	2000°: $[Mc_p]_0^{2000°}$ kcal/kmol°	$V''[Mc_p]_0^{2000°}$ kcal/kmol°	2200°: $[Mc_p]_0^{2200°}$ kcal/kmol°	$V''[Mc_p]_0^{2200°}$ kcal/kmol°
CO_2''	0,55	12,84	7,06	12,99	7,15	13,13	7,24
H_2O''	1,23	10,20	12,56	10,41	12,81	10,62	13,10
O_2''	0,323	8,33	2,69	8,42	2,72	8,48	2,73
N_2''	5,29	7,91	41,9	7,98	42,1	8,05	42,5
V''	7,39		64,2		64,8		65,6
t_2 / Δt		129 600/64,2 = 2020° / + 220°		129 600/64,8 = 2000° / ± 0		129 600/65,6 = 1970 / − 230°	

pentru $\Delta t = 0$ avem $t_2 = 2000°$

Avem $J'' = 2000 \cdot 64{,}8 = 129\,600$ kcal/kmol.

Raportat la 1 m³N gaz, se obține pentru control $J' = J''$

$$5030 + 740 = 5770\ \text{kcal/m}^3\text{N gaz}.$$

C o n s t a n t e l e g a z e l o r : $R' = 31{,}6$, $R'' = 30{,}4$ m/°K; compoziția gazelor de ardere cp. p. 609,

Făcând calculul arderii la volum constant ($V =$ const), unde căldura specifică e $[Mc_v]_0^t$ în loc de $[Mc_p]_0^t$ (v. tabela 7), rezultă $t_2 = 2430°$.

La arderea la volum constant se produce o urcare a presiunii dela p_1 la p_2, care e determinată, afară de temperatura de ardere T_2, și de cifrele kilomolice ale amestecului înainte și după ardere. Avem

$$p_2/p_1 = m_2 T_2/m_1 T_1 \qquad \text{sau} \qquad R'' T_2/R' T_1.$$

Exemplu: Pentru $p_1 = 8$ at abs, $t_1 = 300°$ rezultă $p_2/p_1 = (30{,}4/31{,}6)\ (2703/573) = 4{,}54$ și deci $p_2 = 36{,}3$ at abs.

Scanned with OKEN Scanner

Aburul din gazele de ardere se lichefiază când e răcit sub t e m p e r a t u r a d e r o u ă t'. Conţinutul maximum de abur al gazelor de evacuare la temperatura t' depinde de presiunea parţială a aburului din amestec.

La 760 mm col Hg presiune totală, presiunea parţială a aburului e $b_d = 760 \dfrac{H_2O''}{V''}$ mm col Hg dacă H_2O'' reprezintă cantitatea de apă în p. vol., cuprinsă în întregul volum V'' al gazelor de evacuare.

Exemplu: Pentru a r d e r e a g a z u l u i d e i l u m i n a t cu 30% exces de aer (cp. p. 609), partea de volum a aburului e

$$r_d = 1{,}23/7{,}39 = 0{,}166,$$

şi presiunea lui parţială $b_d = 760 \cdot 0{,}166 = 126$ mm col Hg.

Cu datele tabelei 5, p. 572, se obţine $t' = 56{,}4°$. Conţinutul de umiditate va fi

$$w = 0{,}166 \cdot 18/22{,}41 = 0{,}133 \text{ kg } H_2O/\text{m}^3\text{N gaz de ardere.}$$

Pentru a r d e r e a b r i c h e ţ i l o r (p. 605) se obţine $r_d = 0{,}658/8{,}73 = 0{,}0754$, $b_d = 57{,}3$ mm col Hg, $t' = 40{,}7°$ şi $w = 0{,}0605$ kg/m³N.

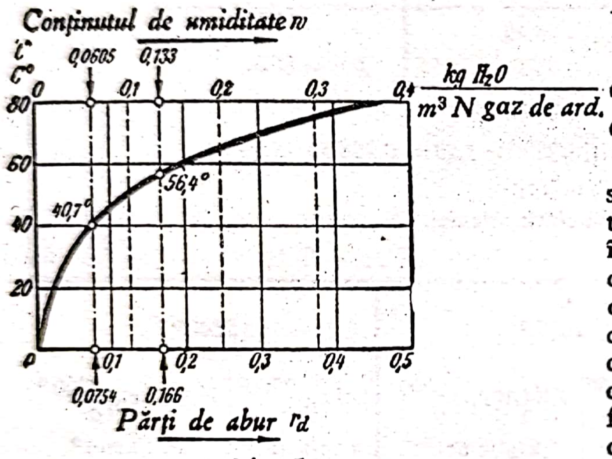


Fig. 5.

In ambele cazuri se poate citi din fig. 5 punctul de rouă t' în funcţiune de partea de abur r_d, sau de conţinutul de umiditate w al gazelor de ardere.

In general gazele de evacuare părăsesc instalaţiile de ardere şi maşinile de ardere internă aproape totdeauna cu temperaturi, cari în realitate sunt mai înalte decât punctul de rouă t'. Din această cauză apa din gazele de evacuare rămâne şi în formă de abur. In cazul unei răciri până la $t < t'$, în conducte reci, bioxidul de sulf gazos SO_2 se disolvă în apa condensată şi atacă puternic fierul. Cu cât e mai mare conţinutul relativ de abur al gazelor de evacuare, cu atât e mai înalt punctul de rouă.

T e m p e r a t u r a r e a l ă d e a r d e r e e totdeauna substanţial mai joasă decât temperatura teoretică de ardere, din cauza căldurii radiate de flacără şi a căldurii legate, ivită la disocierea bioxidului de carbon şi a aburului. Flăcările cari nu luminează pierd cantităţi considerabile de căldură prin radiaţie infraroşie a aburului şi a bioxidului de carbon. Flăcările luminoase rezultă în urma insuficienţei amestecului gazului cu aerul. In ele are loc o disociaţie a hidrocarburilor.

Tabela 8. Temperaturi de flăcări măsurate [1])

Ardere în flacără deschisă cu	oxigen °	aer °	
Gaz de iluminat .	2180	1700...1900	după arzător
Hidrogen . . .	2280	1770	
Oxid de carbon .	2080	1680	
Acetilenă . . .	2700...3100	2100	

[1]) M ü l l e r - P o u i l l e t, Lehrbuch der Physik, vol. 2, Braunschweig, Vieweg, p. 1466. — Mitt. d. Bunsengesellschaft, Verbrennungsvorgänge und Explosionen in der Gasphase, Verlag Chemie, Berlin 1936, p. 23.

Particulele de carbon incandescente eliminate măresc căldura radiată infraroşie. Felul arderii are deci influenţă hotărîtoare asupra temperaturii reale de ardere. Dacă se urmăreşte o mărire a cedării de căldură a flăcării, uneori flăcări cari nu luminează se transformă în flăcări luminoase prin adăugare de hidrocarburi (carburare).

Tab. 8 dă lămuriri privitoare la înălţimea temperaturilor măsurate ale câtorva flăcări.

Scanned with OKEN Scanner

F. Arderea motoare

Caracteristice principale: Incărcătura comprimată (combustibil şi aer) care se găseşte în motor arde în timp foarte scurt, însoţită de urcarea temperaturii şi a presiunii, cu efectuare de lucru mecanic spre exterior. Mersul în timp al arderii e de importanţă fundamentală fiindcă de el depinde mersul presiunii în cilindru, care determină presiunea medie pe piston p_i.

Puterea efectuată e proporţională cu produsul lui p_i prin turaţia pe minut n. Deoarece la motoarele moderne turaţia e înaltă, durata unui ciclu e mică, fiind adesea numai de câteva sutimi de secundă. De aceea la arderea motoare se pot întrebuinţa numai timpuri de ardere scurte, adică vitese de ardere mari, la cari se mai adaugă, din cauze constructive, cerinţa unor volume de ardere mici, variabile în timp din cauza mişcării pistonului.

Influenţa compresiunii. Arderea e un fenomen chimic care se poate produce numai dacă se efectuează ciocniri între moleculele de combustibil şi oxigen, în sensul teoriei cinetice a gazelor. Vitesa de ardere e deci proporţională cu concentraţia combustibilului şi a oxigenului. Cu cât aceasta e mai mare, cu atât e mai rapidă creşterea presiunii, cu atât mai mare puterea. Deoarece concentraţia $c = P/848\,T$ [kmol/m³] creşte cu presiunea, repeziciunea de transformare

$$-\frac{d c_B}{d z} = K c_B c_{O_2}$$

trebue se crească odată cu compresiunea, mai ales că vitesa de reacţiune $K = a\,e^{-b/T}$ creşte foarte mult cu creşterea temperaturii (a şi b constante). La ardere motoare se consideră vitesa de ardere relativă, raportată la unghiul φ al manivelei motoare

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{1}{6n} \cdot \frac{dx}{dz}.$$

Aici $x = B/B_0$ e fracţiunea de combustibil ars până în momentul z, din combustibilul introdus pe ciclul de lucru. $\frac{dx}{dz}$ trebue să fie cu atât mai mare, cu cât e mai înaltă turaţia [1]).

Compresiunea maşinilor aspiratoare de amestec e limitată de temperatura de autoaprindere şi rezistenţa la detonaţie (p. 625) a combustibilului motor, precum şi de rezistenţa la detonaţie a spaţiului de ardere.

Influenţa gazelor de evacuare rămase în motor depinde de compresiune. La compresiuni înalte se realizează în aceleaşi condiţiuni, cu puţine gaze de evacuare rămase, mari vitese de ardere din cauza spaţiului de ardere mai mic. In cazul compresiunii mai joase şi al multor gaze de evacuare rămase, încărcătura e înrăutăţită şi vitesa de ardere scade.

Toţi combustibilii se aprind în aer la temperaturi mai înalte decât în oxigen. Temperatura de autoaprindere scade cu creşterea presiunii parţiale a oxigenului. Ea nu e o constantă fizică, ci depinde de constituţia moleculei combustibilului şi de condiţiunile exterioare în cari are loc aprinderea (influenţa catalitică a pereţilor), v. tabela 9 şi 10, p. 624 ş. u.

Propagarea arderii. In cazul aprinderii independente trebue ca volumul gazului aprins mai întâi de scânteie să aibă o mărime minimă necesară, ca să se poată aprinde întreaga încărcătură (desvoltarea de căldură să fie mai mare decât pierderea). La aprinderi prin scânteie se pot forma şi molecule activate.

[1]) K. Neumann, Forschung Ing.-Wes. 5 (1934), p. 173; 7 (1936), p. 57. — Cp. şi Jost, Explosions- und Verbrennungsvorgänge in Gasen, Berlin 1939, Springer.

Tabela 9. Temperaturi de autoaprindere (°) în oxigen la presiunea 1 at abs după Aufhäuser l. c.

Combustibilul	Greut. mol.	fără O_2		Greut. mol.	cu O_2	
a) Combinațiuni cu structură alifatică (catenară)	16	Metan CH_4	650–750	46	Alcool C_2H_6O	558
	30	Etan C_2H_6	520–630	44	Aldehidă C_2H_4O	185
	28	Etilenă C_2H_4 (nesaturată)	545	60	Alcool propilic C_3H_8O	505
	26	Acetilenă C_2H_2 (nesaturată)	420	74	Alcool butilic $C_4H_{10}O$	450
	86	Hexan C_6H_{14} (în benzină)	487	92	Glicerină $C_3H_8O_3$	500
		C_nH_{2n+2} Benzină	470–530	162	Celuloză $C_6H_{10}O_5$	360
		Petrol	380–440		Turbă și lignit superior (Oxigen 33–25%)	250–280
		Motorină	340–350		Huilă (Oxigen 9–6%)	300–400
		Parafină	388–415		Antracit (Oxigen 3,5–3%)	> 440
		Uleiu de gudron de lignit superior (uleiu de parafină)	370			
b) Combinațiuni cu structură benzenică (ciclică)	78	Benzen C_6H_6	730	94	Fenol C_6H_6O	715
	128	Naftalină $C_{10}H_8$	700	106	Aldehidă benzoică C_6H_5CHO	180
	132	Tetrahidro-naftalină $C_{10}H_{12}$ (Tetralină)	490			
	178	Antracen $C_{14}H_{10}$	605			
		Uleiu de gudron de huilă	600			

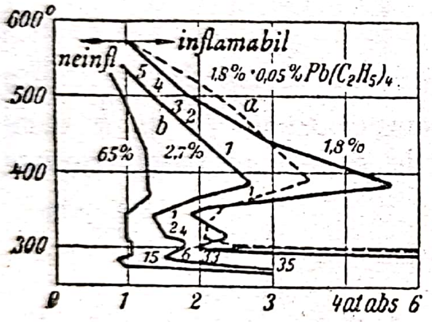


Fig. 6.

Temperaturile de autoaprindere a amestecurilor de hexan și aer ZVDI 80 (1936). p. 1202.

Din locul de aprindere, arderea se propagă la elementele de volum vecine prin c o n d u c ț i e, resp. prin d i f u z i u n e a p a r t i c u l e l o r a c t i v e în straturile vecine (molecule activate, radicali, atomi liberi).

In primul caz avem o explozie de căldură, în al doilea o explozie înlănțuită. La arderea motoare e probabil să aibă loc în general ambele cazuri. Efectul acestor fenomene e a r d e r e a l i n i ș t i t ă, care se propagă în motor cu vitese dela 20...30 m/s (d e f l a g r a r e).

Prin opoziție cu aceasta, deflagrarea se poate transforma în condițiuni potrivite în detonație. Aici se formează o undă de compresiune care se propagă cu vitesă foarte mare. La detonație căldura nu trece prin conducție dela un strat la altul, ci încărcătura nearsă se aprinde prin comprimarea adiabatică a gazului rămas nears.

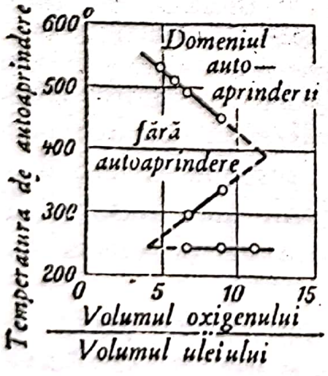


Fig. 7.

Temperaturile de autoaprindere ale amestecului octan-oxigen ZVDI 79 (1935), p. 1208.

Limitele de aprindere. Aprinderea unui amestec combustibil-aer se poate propaga numai între anumite limite ale raportului de amestec, asupra cărora influențează condițiunile exterioare (presiunea, temperatura). Se distinge o l i m i t ă i n f e r i o a r ă d e a p r i n d e r e, la care există e x c e s d e a e r, și o l i m i t ă s u p e r i o a r ă d e a p r i n d e r e în cazul l i p s e i d e a e r.

Pentru anumite raporturi de amestec aprinderea poate lipsi (g o l u r i d e a p r i n d e r e); v. fig. 6 și 7. [In fig. 6, curba *a* dă temperaturile de aprindere când se adaugă 0,05% tetraetil de plumb $Pb(C_2H_5)_4$; cifrele de pe curba *b* indică retardarea aprinderii în s.] Poziția limitelor de aprindere depinde de procese complicate de cinetica reacțiunilor, determinate actualmente numai prin încercări (tabela 10).

Detonația se produce în motor când vitesa normală de ardere, de 20...30 m/s, a deflagrației ia valori de 250...300 m/s: Detonația

e în primul rând o proprietate a combustibilului, însă ea depinde şi de construcţia spaţiului de ardere (forma strânsă, răcirea bună, turbionarea suficientă fac spaţiul de ardere antidetonant).

Drept criteriu al gradului de compresiune maximum admisibil

$$\varepsilon = (V_K + V_b)/V_K$$

poate servi valoarea

$$\max (dP/dz)/T_s,$$

unde $P = f(z)$ reprezintă mersul presiunii în timpul arderii, iar T_s e temperatura absolută a autoaprinderii (tabela 11) [2]; V_K = spaţiul de compresiune; V_b = spaţiul cursei.

Tabela 10. Limitele de aprindere ale diferitelor amestecuri de gaze şi vapori cu aer [1])

	Limita de aprindere inferioară (% de vol. de combustibil gazos în amestec)	Limita de aprindere superioară (% de vol. de combustibil gazos în amestec)	Temperatura de aprindere *)
Hidrogen H_2	4,1–10,0	60–80	585
idem cu O_2 pur	4,4–11,1	90,8–96,7	585
Oxid de carbon CO(um.)	12,5–16,7	70–80	650
Metan CH_4	5,3–6,2	11,9–15,4	650–750
Etan C_2H_6	2,5–4,2	9,5–10,7	520–630
Pentan C_5H_{12}	1,1–2,4	4,5–5,4	—
Acetilenă C_2H_2	1,5–3,4	46–82	425
Acetonă C_2H_5COH	2,9–3,3	9,6–10,9	178
Etilen C_2H_4	3,3–5,7	13,7–25,6	545
Alcool $C_2H_5(OH)$	2,6–4,0	12,3–13,6	350 **)
Eter $(C_2H_5)_2O$	1,6–2,7	6,9–7,7	400 **)
Benzină	1,4–2,4	4,0–5,0	415 **)
Benzen C_6H_6	1,3–2,7	6,3–7,0	570 **)

*) a amestecurilor teoretice la 1 at abs în °
**) în oxigen

Tabela 11. Inclinarea spre detonaţie a diferitor combustibili

$W = \max \frac{dP}{dz} / T_s$, T_s = Temp. de autoaprindere
ε = gradul de compresiune util

	W	T_s	ε
n-hexan	5,97	560	5,36
n-heptan	7,80	554	4,1
n-octan	8,18	548	3,9
Benzină	4,96	893	6,45
Toluen	4,57	869	7,0
Xilen	4,36	757	7,3
Alcool metilic	4,70	779	6,8
Alcool etilic	4,16	668	7,7

R e z i s t e n ţ a   l a   d e t o n a ţ i e a unui combustibil lichid uşor pentru motoare Otto se indică prin cifra octanică, i n c l i n a r e a   s p r e   a p r i n d e r e a unui combustibil de motor Diesel prin c i f r a   c e t e n i c ă; cp. secţiunea 6, Materiale, cap. XII, Combustibili.

Cu cât e mai mare cifra octanică, cu atât combustibilul e mai rezistent la detonaţie; cu cât e mai mare cifra cetenică, cu atât el inclină mai mult spre aprindere.

Tabelele 12 şi 13 cuprind combustibilii lichizi uşori şi grei tipici, cu cifrele octanice şi cetenice. Tabelele dau date de orientare.

Tabela 12. Combustibili lichizi uşori

	Benzină etalon	Benzină naturală *)	Benzină hidrogenată	Benzină sintetică *)	Benzină de aviaţie	Benzen B. V. + 10% alcool
Conţ. de C în % gr.	84,9	—	81,5	—	85,1	86,3
Conţ. de H în % gr.	15,0	—	14,5	—	14,7	8,9
Greutatea specifică kg/dm³	0,740	0,725 ... 0,755	0,746	cca. 0,700	0,734	0,861
P_{ci} kcal/kg	10 333	10 400	10 000	10 500	10 236	9242
Inceputul fierberii la 5% vol. °	93,5	limite de fierb. 35° ... 200°	42,0	limite de fierb 35° ... 200°	64,5	58,5
Sfârşitul fierberii la 95% vol. °	182,0	—	180,0	—	121,0	140,0
min L kg/kg	14,8	—	14,1	—	14,6	12,6
Cifra octanică	40	50 ... 70	74	63	87	105

*) W e l l e r - Benzolverband.

[1]) T e r r e s, GWF 63 (1920), p. 785. — B e r l şi F i s c h e r, GWF 67. (1924), p. 284. — W h i t e, Journ. Chem. Soc. London 125 (1924), p. 2387.— [2]) A u e r, Mitt. Forschungsarb. V D I 340 (1931). — [3]) W i l k e, Z V D I 82 (1938), p. 779.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 13. Combustibili lichizi grei [1])

	Motorină	Uleiu Diesel	Uleiu mediu de huilă	Uleiu de gudron de huilă
Conţinutul de C în % gr.	86,5	87,1	86,6	89,1
Conţinutul de H în % gr.	13,3	12,9	9,5	7,3
Greut. spec. . . kg/dm³	0,852	0,856	0,967	1,084
Pci . . . . . . kcal/kg	10 164	10 079	9273	9075
Incep. fierb. la 5% vol.°	230,0	200,0	235,0	223,0
Sfârş fierb. la 95% vol.°	370,0	300,0	300,0	390,0
min *L* . . . . kg/kg	14,4	14,3	13,0	12,5
Cifra cetenică	57	55	+ 5	— 10

[1]) W i l k e, l. c.

Ordinea c o m b u s t i b i l i l o r p e n t r u a u t o m o b i l e: parafine, nesaturate, naftene, aromate, dă pentru carburanţi, dela stânga spre dreapta, rezistenţă la detonaţie crescătoare. Pentru combustibilii de motoare Diesel, inclinarea spre aprindere creşte în sens contrar. In fig. 8 se recunoaşte legătura dintre cifra octanică şi cea cetenică. Deoarece rezistenţa la detonaţie şi inclinarea spre aprindere stau în raport invers, există între ambele dependenţa liniară care se observă în fig. 8.

Comportarea la aprindere a combustibililor se poate determina şi din proprietăţile fizice ale combustibilului, independent de p a r a c o r u l s p e c i f i c $p = \frac{1}{D} \sigma^{1/4}$ (*D* densitatea, σ tensiunea superficială a combustibilului). La carburanţi *p* e invers proporţional cu rezistenţa la detonaţie. La combustibili pentru Diesel, inclinarea spre aprindere creşte cu *p* crescător. In ambele cazuri se va ţine seamă de cifra de fierbere medie.

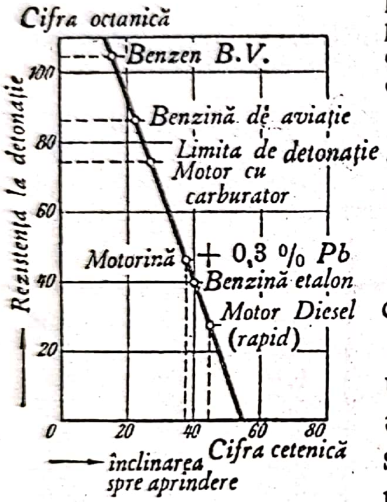


Fig. 8.
Legătura dintre cifra octanică şi cetenică.

Cauzele primare ale detonaţiei sunt influenţele chimice: cu mult dedesubtul temperaturii de aprindere se formează lanţuri de reacţiuni ale produselor intermediare, cari acumulează prin ramificaţie pe alocurea atâta energie, încât în cazul unei eliberări brusce apare detonaţia. Aşa cum arderea se poate accelera prin turbionare, urcarea temperaturii şi introducerea de particule active, la fel se pot rupe lanţurile de reacţiune şi evita astfel acumularea de energie, adică suprima cauza detonaţiei, introducând a n t i d e t o n a n ţ i (catalizatori negativi) cari trebue să activeze înainte de aprindere.

Adăugarea în combustibil a 1/1000 p. vol. de antidetonant ridică temperatura de aprinderea combustibilului pentru

tetraetilul de plumb . . . . cu cca 90°
carbonilul de fier . . . . cu cca 130°.

Adausul influenţează cel mai mult asupra aldehidelor, mult asupra hidrocarburilor saturate şi practic de loc asupra alcoolilor.

Căldurile de vaporizare (*r*) mari ale combustibililor influenţează favorabil răcirea interioară a motorului la compresiune: benzina $r \approx 80$, benzenul 90, alcoolul etilic 200, metanolul 265 kcal/kg. Cu cât combustibilul e mai rezistent la detonaţie, cu atât poate fi mai mare gradul de compresiune al motorului şi deci mai bun randamentul termic.

Arderea motoare a tuturor combustibililor (combustibili gazoşi, lichizi, solizi) depinde direct de formarea amestecului de combustibil şi aer. Chiar şi la gaze difuziunea trebue ajutată prin turbionare; în cazul combustibililor lichizi e nevoie de o împrăştiere sub formă de picături fine urmată de o vaporizare parţială; la combustibilii solizi, întrebuinţarea lor în formă de pulbere.

Atât în cazul aprinderii, cât şi în cazul autoaprinderii, e hotărîtor mersul în timp al desvoltării de căldură $Q = f(z)$ în cilindru. Abia legătura lui cu variaţia volumului $V = f(z)$, care are loc simultan în cazul maşinilor cu piston, dă mersul temperaturii şi al presiunii. Acesta determină

pe urmă puterea maşinii. Se deosebeşte întârzierea aprinderii, arderea principală şi arderea ulterioară, unde arderea principală o considerăm arbitrar dela începutul ridicării presiunii până la atingerea presiunii maxime.

In timpul **întârzierii aprinderii** (cea mai mică la combustibilii gazoşi, mai mare la cei lichizi şi solizi) se formează produse intermediare, cari se transformă subit după ce s'a produs aprinderea. Oxidaţia lentă, în timpul întârzierii aprinderii, a compuşilor organici trece în timpul arderii principale într'o oxidaţie rapidă. Drumurile de reacţiune ale particulelor în transformare depind de natura, durata şi mărimea concentraţiunilor produselor intermediare formate. In general întârzierea aprinderii scade cu compresiune crescătoare (densitate de aer γ mai mare, temperatură mai înaltă) (tabela 14). Ea scade în măsura creşterii căldurii de reacţiune degajate şi a vitesei de oxidare a combustibilului.

Tabela 14. Intârzierea aprinderii Z_s în s în funcţiune de presiune şi temperatură [1])
Motorină comercială, cifra cetenică 47

t	$p = 35$ at abs	$p = 20$ at abs	$p = 10$ at abs
350	0,036 0	—	—
400	0,017 6	0,031 8	—
450	0,008 79	0,016 3	0,0352
500	0,005 19	0,008 89	0,0180
550	0,002 81	0,005 36	0,0113

[1]) După încercările în bombă ale lui Lindner.

Beck (Mitt. Forschungsarb. VDI 377 (1936) a măsurat transformarea chimică, într'o flacără de motorină pe cale de analiza gazelor şi spectrometric. Se recunoaşte că se formează mai întâi CH, C_2 şi radicali OH, cari trec pe urmă prin reacţiunea gazului de apă $CO_2 + H_2 \rightleftarrows CO + H_2O$ în produsele de ardere stabile CO_2 şi H_2O.

La toate arderile motoare există corelaţiuni între gazele ce ard şi forma geometrică şi condiţiunile de starea pereţilor. Acestea pot avea efectul de a accelera vitesa de ardere (prin cataliză) sau de a o întârzia (prin ruperea lanţurilor de reacţiune). Actualmente şi aici se poate stabili numai prin experienţă, la un combustibil dat, forma necesară a spaţiului de ardere pentru cea mai bună utilizare a energiei. Pentru determinarea temperaturilor de ardere ale gazului şi aerului din procesul Diesel poate servi fig. 9.

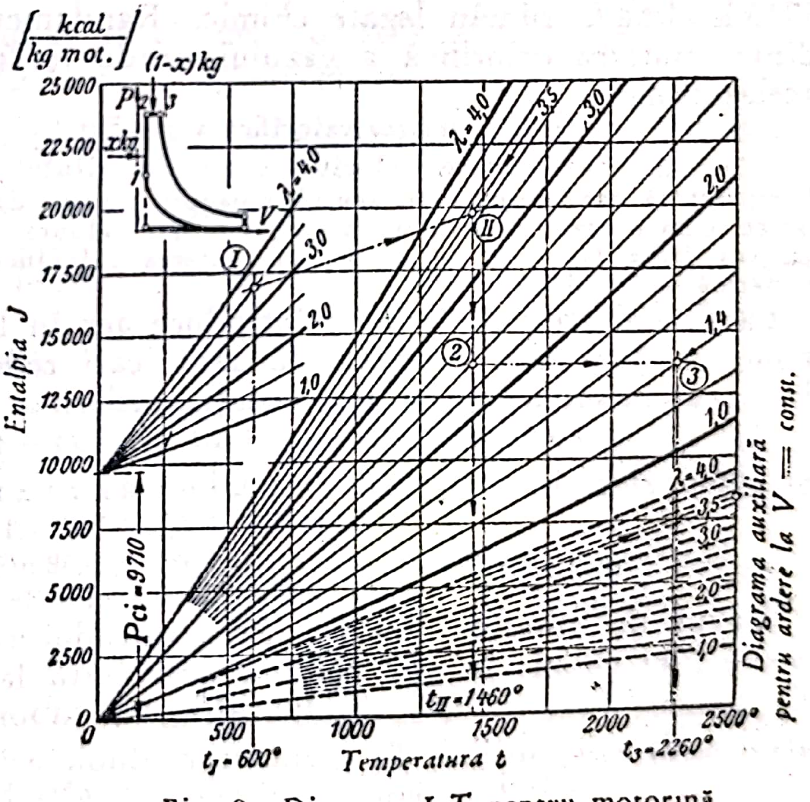


Fig. 9. Diagrama $I\ T$ pentru motorină

Exemplu: $\lambda = 1{,}4$, temperatura iniţială $t_I = 600°$. 1-a ardere parţială: $V = \text{const}$, $x_1 = 0{,}4$, $\lambda_1 = 1{,}4/x = 3{,}5$; a 2-a ardere parţială: $P = \text{const}$, $1 - x_1 = 0{,}6$, $\lambda = 1{,}4$.

Se determină punctul I prin $t_I = 600°$, $\lambda_1 = 3{,}5$. Se duce prin I raza $\parallel \lambda = 3{,}5 = \text{const}$ în diagrama auxiliară de jos. Intersecţiunea cu $\lambda = 3{,}5$ din diagrama principală dă punctul II şi deci pe $t_{II} = 1460°$. Se calculează $J_2 = x_1 J_{II} + (1 - x_1)\, Pci = 0{,}4 \cdot 19\,750 + 0{,}6 \cdot 9710 = 13\,730$ şi deci punctul 2. Intersecţiunea orizontalei 2 3 cu $\lambda = 1{,}4$ dă punctul 3 şi deci pe $t_3 = 2260°$.

Calculul proceselor de lucru cu ajutorul diagramelor IS v. Pflaum, IS-Diagramm für Verbrennungsgase, Berlin 1932, editura VDI.

Scanned with OKEN Scanner

G. Gazeificarea

Gazul de gazogen (cp. vol. IV, secţ. Tehnica gazelor) se produce prin faptul că într'un cuptor cu puţ (gazogen) se întreţine un strat înalt de cărbune incandescent, prin care se suflă aer şi abur. Cărbunele arde în mare parte trecând în bioxid de carbon, din care partea cea mai mare se reduce din nou în oxid de carbon.

Aburul insuflat se disociază (de cele mai multe ori numai parţial) în hidrogen şi oxigen. Partea nedisociată ridică conţinutul de umiditate al gazului. Când aceasta se găseşte încă în gaz în timpul arderii, scad temperaturile cari pot fi atinse. Prezintă avantaje folosirea aburului supraîncălzit şi preîncălzirea aerului insuflat.

Fenomenele din stratul de combustibil satisfac
1. legile proporţiunilor din transformările chimice;
2. bilanţul de căldură al fenomenului, bazat pe primul principiu;
3. legile cineticei chimice (vitesa de transformare); în cazul limită legile echilibrului chimic, bazate pe al doilea principiu.

Procesele cari intervin în gazeificarea combustibililor se pot urmări cel mai clar în cazul **gazeificării carbonului.**

1 kg C, ars dând CO_2, desvoltă 8150 kcal, ars dând CO, 2440 kcal. Cele două ecuaţii de ardere sunt (cp. p. 614 şi 615)

$$1 \text{ kg C} + 1{,}867 \text{ m}^3\text{N } O_2 = 1{,}867 \text{ m}^3\text{N } CO_2 + 8150 \text{ kcal},$$
$$1 \text{ kg C} + 0{,}934 \text{ m}^3\text{N } O_2 = 1{,}867 \text{ m}^3\text{N CO} + 2440 \text{ kcal}.$$

Când se gazeifică deci carbonul, se liberează 2440 kcal/kg C şi 5710 kcal/kg C rămân legate chimic. Randamentul gazeificării e raportul dintre puterea calorifică a gazului produs şi dintre a cărbunelui ars în acelaşi timp

$$\eta = \frac{\text{puterea calorifică a gazului}}{\text{puterea calorifică a combustibilului}} = \frac{5710}{8150} = 0{,}70.$$

η reprezintă randamentul în sensul obişnuit numai dacă gazul se foloseşte în stare răcită, cum e cazul maşinilor cu gaz. $1 - \eta$ e căldura de reacţiune desvoltată ($Q > 0$) sau cea lipsă ($Q < 0$) în raport cu puterea calorifică a combustibilului (reacţiune exotermă sau endotermă).

La gazeificarea normală se introduce aer în loc de oxigen. Prin aceasta ajung în gaz mari cantităţi de azot, cari reduc mult puterea calorifică. In cazul introducerii de aer, ecuaţia arderii e

$$1 \text{ kg C} + 0{,}934/0{,}21 \text{ m}^3\text{N aer} = 1{,}867 \text{ m}^3\text{N CO} + 0{,}934 \cdot 0{,}79/0{,}21 \text{ m}^3\text{N } N_2$$

şi compoziţia în p. vol. a g a z u l u i a e r i a n t e o r e t i c ($CO_2 = 0$) e

$$0{,}347 \text{ CO} + 0{,}653 \; N_2 = 1$$

1 kg C are nevoie de 4,45 m³N aer şi produce 5,38 m³N gaz cu puterea calorifică

$$0{,}347 \cdot 3060 = 1060 \text{ kcal/m}^3\text{N gaz}.$$

Gazul de amestec (mixt). Prin introducere de apă în generator se poate lega chimic în gaz căldura desvoltată la producerea gazului aerian $Q = (1 - \eta)\, H_C = 0{,}30 \cdot 8150$ kcal/kg C, vaporizând şi disociind apa prin stratul de combustibil din generator, după ecuaţia (cp. p. 615)

$$1 \text{ m}^3\text{N } H_2O_{\text{lich.}} + 3060 \text{ kcal} = 1 \text{ m}^3\text{N } H_2 + 1/2 \text{ m}^3\text{N } O_2.$$

Hidrogenul care se liberează trece în gaz, iar oxigenul liberat favorizează la rândul lui formarea oxidului de carbon prin oxigenul aerului, după ecuaţia

$$1 \text{ kg C} + 0{,}934 \text{ m}^3\text{N } O_2 = 1{,}867 \text{ m}^3\text{N CO} + 2440 \text{ kcal}.$$

Pentru ca în cazul limită căldura desvoltată la formarea gazului aerian (2440/1,867) CO/kcal să fie tocmai consumată prin căldura necesară disocierii apei, de 3060 H_2 kcal, încât să avem $Q = 0$ şi $\eta = 1$, trebue să avem

$$1310 \text{ CO} = 3060 \; H_2.$$

Compoziţia în p. vol. a g a z u l u i m i x t t e o r e t i c ($CO_2 = 0$) se

calculează din cele trei ecuaţii

$$CO + H_2 + N_2 = 1, \qquad \frac{H_2}{CO} = \frac{3}{7}, \qquad N_2 = \frac{0{,}79}{0{,}21}\left(\frac{CO - H_2}{2}\right).$$

$(CO - H_2)/2$ m^3/m^3 gaz reprezintă cantitatea de oxigen necesară gazeificării, din care jumătate provine din aer, iar cealaltă jumătate din apa disociată.

Conţinutul de N_2 rezultă din cantitatea de aer $L = (CO - H_2)/(2 \cdot 0{,}21) m^3/m^3$ gaz. Pentru compoziţia gazului urmează

$$0{,}40\ CO + 0{,}17\ H_2 + 0{,}43\ N_2 = 1.$$

Puterea calorifică superioară a gazului mixt e

$$Pcs = 3060 \cdot 0{,}57 = 1745\ kcal/m^3N.$$

Prin disocierea apei, părţile combustibile din gaz au crescut, dela 0,347 p. vol. pentru gazul aerian, la 0,570 p. vol. pentru gazul mixt. Puterea calorifică superioară a gazului a crescut dela 1060 la 1745 kcal/m³N gaz, adică cu 61%. Din cauza conţinutului de hidrogen, proprietăţile de ardere ale gazului mixt sunt substanţial superioare celor ale gazului aerian.

Cu metoda de suflare nu se poate realiza compoziţia gazului stabilită pe baza relaţiunilor stehiometrice şi a bilanţului de căldură, deoarece conţinutul de gaze combustibile al gazului de generator e limitat prin echilibre a căror stabilire depinde de temperatură şi de vitesa de reacţiune, condiţionată de influenţele catalitice ale combustibilului [1]). In producţia gazului aerian interesează reacţiunea (p. 615)

$$C + CO_2 \rightleftarrows 2\ CO,$$

iar în producţia gazului mixt reacţiunea (p. 615)

$$CO_2 + H_2 \rightleftarrows CO + H_2O.$$

La temperaturi crescătoare, reacţiunile se petrec dela stânga spre dreapta; la temperaturi descrescătoare, în sens contrar. Din această cauză gazul de generator conţine totdeauna puţin bioxid de carbon.

Fie pentru 1 m³N de gaz produs:

Pcs puterea calorifică superioară [kcal],
L aerul introdus [m³N],
C carbonul gazeificat [kg],
A cantitatea de apă disociată [kg],
Q_f căldura sensibilă a gazului [kcal],
V_{usc} cantitatea de gaz uscat produsă dintr'un kg de carbon gazeificat [m³N]

In aceste condiţiuni avem următoarele trei ecuaţii pentru producerea gazului mixt, când se introduce adică în generator aer şi abur şi dacă CO_2, H_2 şi N_2 indică p. vol. din gazul produs:

$$CO + H_2 + CO_2 + N_2 = 1,$$

$$(0{,}21/0{,}79)\ N_2 = 0{,}5\ CO + CO_2 - 0{,}5\ H_2 \quad \text{(nevoia de oxigen din aer)},$$

$$\eta = 0{,}70\ (H_2 + CO)/(CO + CO_2) \quad \text{(bilanţul de căldură)}.$$

Când compoziţia gazului e cunoscută, avem

$Pcs = 3060\ (H_2 + CO)\ kcal/m^3N$ gaz,
$Pci = 2580\ H_2 + 3060\ CO$,
$L = (N_2/0{,}79)\ m^3N/m^3N$ gaz,
$C = 0{,}536\ (CO + CO_2)\ kg\ C/m^3N$ gaz,
$A = 0{,}804\ H_2\ kg/m^3N$ gaz,
$V_{usc} = (1/K)\ m^3N$ gaz uscat/kg C
$Q_f = 8150\ K - Pcs = 4360\ (CO + CO_2) - 3060\ (H_2 + CO)\ kcal/m^3N$ gaz,
adică

$$Q_f/8150\ C = 1 - \eta$$

Gazul aerian. Când nu se introduce abur, ci numai aer în generator, se obţine gazul aerian, care constă din CO, CO_2 şi N_2. Compoziţia gazului aerian în funcţiune de conţinutul de CO_2, rezultă din cele trei ecuaţii de mai sus, în cari se scrie $H_2 = 0$. Avem

$$CO = 1{,}653\ (0{,}21 - CO_2),$$
$$N_2 = 0{,}653\ (1 + CO_2),$$
$$\eta = 0{,}70\ (0{,}21 - CO_2)/(0{,}21 - 0{,}395\ CO_2).$$

[1]) K. Neumann, Die Vorgänge im Gasgenerator, Mitt. Forschungsarb. VDI fasc. 140 (1913).

Puterea calorifică a gazului aerian $Pc = 3060 \cdot CO$ kcal/m³N e funcţiune liniară de conţinutul de CO_2 a gazului

$$Pc = 5060\ (0{,}21 - CO_2)$$

şi în cazul $CO_2 = 0$ (gaz aerian teoretic) trece printr'un maximum

$$\max Pc = 1060 \text{ kcal/m}^3\text{N}.$$

In cazul $CO_2 = 0{,}21$ se obţine un gaz de fum pur, cu $CO = 0$, $N_2 = 0{,}79$ şi $H = 0$, $\eta = 0$ (ardere completă).

Gazul de apă se produce când se suflă abur în gazogen. El se compune din H_2 şi CO, de cele mai multe ori din puţin CO_2:

$$H_2 + CO + CO_2 = 1.$$

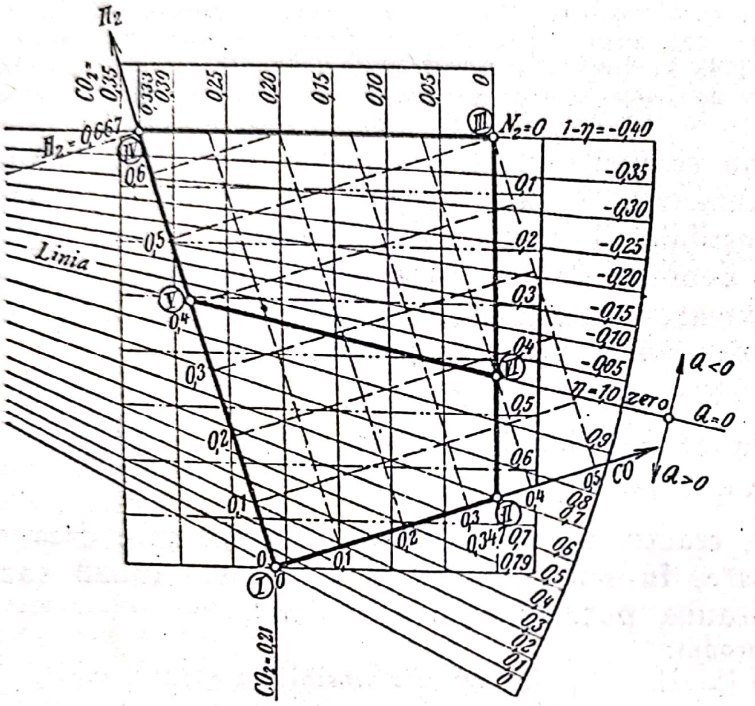


Fig. 10. Diagrama gazului de gazogen pentru gazeificarea carbonului.
Cantităţile de gaz în părţi de volum.

Compoziţia gazului rezultă iar din cele trei ecuaţii de mai sus, scriind $N_2 = 0$. In funcţiune de conţinutul de CO_2 al gazului avem

$$H_2 = 0{,}5\ (1 + CO_2)$$
$$CO = 0{,}5\ (1 - 3\ CO_2).$$

In acest caz

$$Pcs = 3060\ (1 - CO_2)$$

sau, independent de conţinutul de CO_2:

$$Pcs = 3060\ (CO + H_2) \text{ kcal/m}^3\text{N gaz.}$$

$\eta = 1{,}40$, adică gazogenului trebue să i se mai dea o cantitate de căldură de 40⁰/₀ din puterea calorifică a carbonului gazeificat. Această căldură se ia din conţinutul de căldură al stratului de combustibil, sau se introduce din afară. In primul caz gazogenul trebue reîncălzit în serviciu de alternare, prin „suflare caldă", prin procesul gazului aerian.

Valorile limită ale conţinutului de CO_2 sunt $CO_2 = 0$ (gaz de apă teoretic) şi $CO_2 = 0{,}333$.

In cazul $CO_2 = 0$ avem $H_2 = 0{,}5$ şi $CO = 0{,}5$; $Pcs = 3060$ kcal/m³N gaz,
$CO_2 = 0{,}333$, $H_2 = 0{,}667$, $CO = 0$; $Pcs = 2040$ kcal/m³N gaz.

Cu conţinut de CO_2 crescător puterea calorifică a gazului de apă scade. Conţinutul de H_2 creşte, iar conţinutul de CO scade. Din cauza lipsei azotului, gazul de apă are o putere calorifică mare, cu care se pot atinge temperaturi înalte.

Tabela 15. L = aer, C = carbon, A = apă disociată, V_{usc} cantitate de gaz uscat produs

Felul gazului	Punctul din diagramă	Compoziţia gazului uscat în ⁰/₀ vol.				m³N/m³Ngaz	kg C/m³Ngaz	kg/m³Ngaz	m³N/kg C	kg/kg
		CO	H_2	CO_2	N_2	L	C	A	V_{usc}	A/C
Gaz de fum	I	0	0	21	79	1,0	0,113	0	8,89	0
Gaz aerian	II	34,7	0	0	65,3	0,828	0,196	0	5,10	0
Gaz mixt (de amestec)	VI	40	17	0	43	0,544	0,214	0,136	4,66	0,636
	V	0	40,8	28,6	30,6	0,387	0,153	0,327	6,54	2,14
Gaz de apă	III	50	50	0	0	0	0,268	0,402	3,73	1,50
	IV	0	66,7	33,3	0	0	0,178	0,536	5,61	3,00

Scanned with OKEN Scanner

L, C, A, V_{usc} se pot calcula și în aceste cazuri particulare (producerea gazului aerian și a celui de apă) după formulele indicate în p. 629.

Diagrama gazogenului. Potrivit celor trei ecuații fundamentale, se pot reprezenta clar într'o diagramă a gazogenului toate relațiunile [1]) cari intervin în g a z e i f i c a r e a c a r b o n u l u i, dacă se trece conținutul de CO în abscise, și conținutul de H_2 al gazului în ordonate (fig. 10). Diagrama mai conține și o rețea pentru conținuturile de CO_2 și N_2 ale gazului, precum și pentru randamentul η. Starea instantanee a gazului e determinată de un punct, fie din interiorul diagramei, fie de pe conturul ei.

Toate procesele gazului aerian cad pe dreapta I—II din cauză că $H_2 = 0$. Fiindcă $CO = 0$, $CO_2 = 0{,}21$ și $N_2 = 0{,}79$, $\eta = 0$, punctul I îi corespunde gazului de evacuare în cazul arderii complete, și fiindcă $CO_2 = 0$ și max $CO_2 = 0{,}347$, punctul II îi corespunde procesului optimum al gazului aerian. Procesele exotermice ale gazului mixt ($Q > 0$) cad în interiorul trapezului I—II—VI—V. In cazul $Q = 0$, când căldura eliberată se leagă adiçă în întregime chimic în gaz, ele cad pe linia zero ($\eta = 1$). Toate procesele pentru cari $Q < 0$, adică endotermice, cad în trapezul de sus III—IV—V—VI. Procesele gazului de apă cad pe dreapta III—IV, fiindcă $N_2 = 0$.

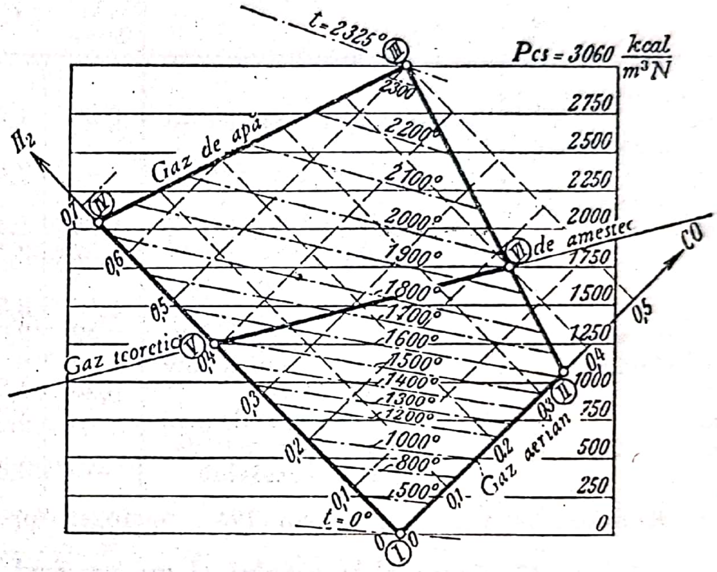


Fig. 11. Diagrama gazului de generator pentru gazeificarea carbonului.
Cantitățile de gaz în părți de volum.

S'a mai trecut în aceeași diagramă câte o rețea pentru puterea calorifică superioară a gazului de generator și pentru temperaturile cari se stabilesc când gazul produs arde complet fără exces de aer ($\lambda = 1$).

Punctele de stare ale procesului teoretic al gazului aerian, mixt și de apă $CO_2 = 0$ cad pe dreapta II—VI—III. Ele dau în fiecare caz gazul de putere calorifică maximă și cele mai înalte temperaturi de ardere. Gazul produs e cu atât mai bun, cu cât punctul lui de stare se apropie mai mult de punctele II, VI sau III.

In tabela 15 sunt calculate valorile limită hotărîtoare pentru cele șase puncte de stare tipice ale diagramei. Cu ajutorul tabelei și al diagramei

[1]) M o l l i e r, ZVDI 51 (1907), p. 532. — H o f f m a n n, Journ. f. Gasbel. 59 (1916), p. 189.

Q_c = căldura primită în combustibil, Q_f = căldura sensibilă

Repartiția căldurii: introduse în combustibil kcal/m³N gaz Q_c	îndepărtate în gaz kcal/m³N gaz P_{cs}	îndepărtate în gaz kcal/m³N gaz Q_f	$\frac{P_{cs}}{Q_c} = \eta$	$\frac{Q_f}{Q_c} = 1-\eta$	Arderea unui m³N de gaz uscat cu min L m³N aer: $\frac{kcal}{m^3N\ gaz}$ P_{ci}	$\frac{m^3N}{m^3N\ gaz}$ min L	kcal/m³N amestec $P_{ci}/(1 + \min L)$	Temperatura teoretică de ardere t
915	0	915	0	1	0	0	0	0
1513	1060	453	0,70	0,30	1060	0,825	581	1630
1745	1745	0	1	0	1660	1,355	705	1970
1245	1245	0	1	0	1050	0,972	533	1480
2185	3060	− 875	1,40	− 0,40	2820	2,380	835	2325
1460	2040	− 580	1,40	− 0,40	1720	1,585	666	1825

Scanned with OKEN Scanner

se poate urmări şi clar schimbarea raporturilor când variază compoziţia gazului.

Gazeificarea cărbunelui (vol. IV. secţ. Tehnica gazelor). Aici proceselor de gazeificare a carbonului li se suprapun alte procese. Gazul produs depinde de calitatea cărbunelui, de construcţia şi condiţiunile de serviciu a gazogenului. Raportul CO/CO_2 şi H_2/H_2O din gaz creşte cu temperatura stratului de combustibil, iar temperatura depinde de cantitatea relativă a aburului faţă de aer.

Tabela 16. Compoziţia şi puterea calorifică a gazului de gazogen [1])

Combustibilul	Construcţia gazogenului	Adaus de abur kg/kg cărbune	Analiza gazului în % vol.						*Pci* kcal/m³N
			CO_2	$C_m H_n$	CO	CH_4	H_2	N_2	
Cărbuni de Saar cu flăcără	Grătar turnant cu puţ zidit	0,26	1,5	0,8	31,5	2,2	11,9	52,1	1581
Cărbuni de Ruhr cu flacără de gaz . .	Grătar plan cu tiraj natural	—	2,5	0,1	29,1	1,8	10,1	56,4	1310
Cărbuni de Ruhr cu flacără de gaz . .	Grătar turnant cu agitator	0,24	1,4	0,4	29,0	2,5	12,0	54,7	1470
Antracit	Grătar turnant cu puţ zidit	0,37	3,1	—	30,0	1,0	16,9	49,0	1440
Antracit	Grătar turnant cu manta de răcire	0,38	3,3	—	30,4	0,9	14,8	50,6	1383
Cocs sfărâmat . .	Grătar turnant cu puţ zidit	0,43	2,6	—	30,5	0,6	10,9	55,4	1250
Cocs sfărâmat . .	Grătar turnant cu manta de răcire	0,43	4,2	—	28,0	0,9	9,4	57,5	1165
Cocs	Generator de gaz de apă	—	3,3	—	44,0	0,4	48,6	3,7	2611
Cocs	Generator de gaz dela destuparea furnalului	—	0,3	--	33 0	0,2	1,5	65,0	1053

[1]) Ruhrkohlenhandbuch, Berlin 1937, Springer, pp. 226 şi 227.

Tabela 17. Compoziţia gazului şi randamentul diferiţilor combustibili [1])

		Combustibilul					
		Antracit		Cocs		Bricheti de cărbune brun	Cărbune brun
Pci a combustibilului . .	kcal/kg	7630	7630	7000	7000	4839	4212
Abur insuflat	kg/kg	0,486	—[2])	0,345	—[2])	—[3])	0,214
Presiunea abs. a aburului	at abs	7,9	—	8,0	—	—	7,8
Cantitatea de gaz produsă	m³N/kg	4,98	5,09	4,91	5,07	3,24	2,32
Compoziţia gazului în % vol.	CO	27,9	27,1	29,9	30,6	20,8	27,0
	H_2	16,5	8,9	8,8	1,4	16,2	13,5
	CH_4	0,9	1,3	0,1	0,0	1,4	4,9
	C_2H_4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,3
	CO_2	3,4	3,2	2,4	0,9	9,2	4,7
	O_2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,2
	N_2	51,3	59,5	58,8	67,1	51,7	49,2
Componenţi combustibili	%	45,3	37,3	38,8	32,0	38,6	45,7
Pci a gazului	kcal/m³N	1282	1109	1119	951	1185	1601
1 kg cărbune prod. în gaz	kcal	6390	5640	5500	4810	3840	3700
Pe 1 m² de puţ se gazeifică	kg/h	122,0	89,3	214,0	209,0	184,5	108,1
Randamentul gazogenului	. . . .	0,80	0,73	0,76	0,69	0,79	0,77

[1]) K. Neumann, St u E 39 (1919), p. 1238. — [2]) Gaz aerian. — [3]) Gaz de aspiraţie. Abur suplementar produs prin căldura radiată asupra unei suprafeţe libere de apă nu a fost determinat.

Tabelele 16 şi 17 dau orientări despre starea în serviciu a gazogenului şi despre calitatea gazului produs. Gazeificarea cărbunilor bruni din Germania centrală cu aer, fără brichetare prealabilă (metoda Winkler), tabela 18, a dat următoarea compoziţie a gazului:

Tabela 18. Gazeificarea cărbunelui brun din Germania centrală

	H_2	CO	CH_4	CO_2	N_2
Cărbune brun uscat, cu 8% apă	12	23	1	6	58% vol.
Cocs de distilare, cu 6% apă	8	28	0,6	4	59,4% vol.

Cp. Heinze, ZVDI 79 (1935), p. 90.

Producerea gazului de apă de compoziţie dată are actualmente mare importanţă din cauza producerii combustibililor lichizi din cărbune (sinteza benzinei). Cantităţile de căldură necesare din cauza marelui consum de căldură la formarea gazului de apă, pot fi puse la dispoziţie şi pe altă cale decât prin insuflarea alternantă a aerului: prin introducere continuă de oxigen în combustibil, prin introducere de căldură prin intermediul aburului supraîncălzit,[1]) v. tabela 19.

Tabela 19. Compoziţia gazelor în % vol.

	H_2	CO	CO_2	CH_4	C_mH_n	N_2
1. Procedeul suflării calde, gaz de apă de cocs	50	40	6	0,8	0,2	3
2. Procedeul cu oxigen cu combustibil în suspensiune	38...39	38...42	16...20	0,6	—	0,8
3. Producerea de gaz cu abur supraîncălzit	65	4	30	0,2	—	0,8

Echilibre de gaze. Fie dată starea unui amestec de gaze, între ale cărui părţi se pot produce reacţiuni chimice, prin presiunea totală P, temperatura T şi cantităţile gazelor parţiale în mol $m_1, m_2 \ldots$ (notaţiunile în pp. 541 şi 545). In aceste condiţiuni avem pentru amestec

$$d\varphi = (i/T^2)\,dT - (Av/T)\,dP \text{ (p. 544)},$$
$$\varphi = s - i/T,$$
$$\varphi = f(P, T, m_1, m_2 \ldots).$$

Prin diferenţiere (P, T const) obţinem e c u a ţ i a d e e c h i l i b r u

$$(\partial\varphi)_{PT} = 0 \quad \text{sau} \quad F(P, T, m_1, m_2 \ldots) = 0.$$

Pentru 1 mol din fiecare gaz avem $\varphi_i = \int \frac{i_i}{T^2}\,dT - AR \ln P_i + C$;

P_i = pres. parţială. Pentru amestec avem $\varphi = \Sigma\,(m_i\,\varphi_i)$ şi

$$(\partial\varphi)_{PT} = \Sigma\,(m_i\,\partial\varphi_i)_{PT} + \Sigma\,(\varphi_i\,\partial m_i)_{PT} = 0.$$

termenul 1 = 0; deci condiţiunea de echilibru $\Sigma\,(\varphi_i\,dm_i) = 0$.

Cantităţile transformate $dm_1 : dm_2 : \ldots$ sunt întotdeauna într'un raport numeric simplu unele faţă de altele: $n_1 : n_2 \ldots$, determinat de reacţiunea respectivă.

Dacă o cantitate dm_1 de CO se combină de ex. cu o cantitate dm_2 de O_2 formând dm_3 CO_2, avem $n_1 = -1$, $n_2 = -{}^1/_2$ şi $n_3 = +1$; cantităţile cari dispar şi cele ce se formează au semne contrare. Deci $\Sigma\,(n_i\,\varphi_i) = 0$.
Inlocuind pentru φ_i valorile lui de mai sus, precum şi părţile de volum $r_i = P_i/P$ ale diferitelor gaze, avem

$$\Sigma\,(n_i\varphi_i) = \int \frac{\Sigma\,(n_i\,i_i)}{T^2}\,dT - AR \ln P\,\Sigma\,(n_i) - AR\,\Sigma\left(\ln r_i^{\,n_i}\right) + C$$

sau cu $AR \approx 2$ (p. 548):

$$\ln\left[r_1^{\,n_1} \cdot r_2^{\,n_2} \ldots\right] = \frac{1}{2}\int \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2 + \ldots}{T^2}\,dT - \ln P^{n_1 + n_2 + \cdots} + C.$$

$-(+)\,\Sigma\,(n_i\,i_i) = q$ e căldura liberată (legată) la transformarea completă (c ă l d u r ă d e r e a c ţ i u n e, c ă l d u r ă d e a r d e r e, p u t e r e c a l o r i f i c ă); calculul se efectuează din căldurile de ardere la 0° şi din căldurile specifice medii ale gazelor în funcţiune de temperatură.

[1]) Cp. Baum, Sonderheft, 74. Hauptvers. des VDI, p. 59.

Scanned with OKEN Scanner

Constanta C trebue calculată după teorema lui Nernst din valoarea măsurată a echilibrului la o temperatură și presiune oarecare, sau din constantele generale ale gazelor.

In cazuri particulare e mai intuitiv ca p. vol. ale gazelor să se exprime prin simbolul lor chimic, trecut în paranteză, și să se evite semnele lui $n_1, n_2, \ldots$, scriind substanțele dispărute în numitor, iar cele formate în numărător.

Arderea CO sau descompunerea CO_2 (p. 615)

$$1\,CO + {}^1/_2\,O_2 \rightleftarrows 1\,CO_2,$$

$$\ln \frac{[CO_2]}{[CO]\,[O_2]^{1/2}} = -\frac{1}{2}\int \frac{q}{T^2}\,dT + \frac{1}{2}\ln P + C.$$

Relațiunile dintre părțile de volum și gradul de disociere x al bioxidului de carbon:

$$[CO_2] = 2(1-x)/(2+x);\quad [CO] = 2x/(2+x) \text{ și } [O_2] = x/(2+x).$$

Urmează: $$\ln \frac{(1-x)^2 (2+x)}{x^3} = -\int \frac{q}{T^2}\,dT + \ln P + C.$$

Rezultatul: Fig. 12; un caz asemănător îl reprezintă disocierea aburului (fig. 13) după (p. 615): $1\,H_2 + {}^1/_2\,O_2 \rightleftarrows 1\,H_2O$ [1]).

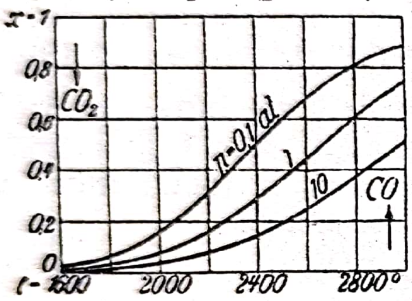


Fig. 12.
Disocierea bioxidului de carbon.

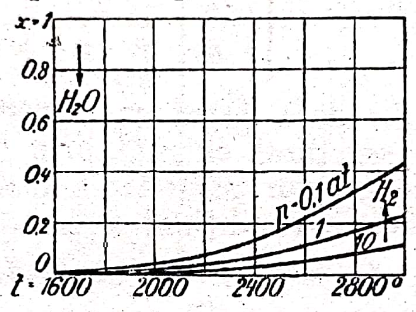


Fig. 13.
Disocierea aburului.

Temperatura. Influența ei asupra echilibrului depinde de semnul lui q. Când căldura de ardere e pozitivă, ca în ultimele două cazuri, descompunerea combinației continuă când temperatura crește. Pentru influența presiunii totale e hotărîtor semnul lui $\Sigma\,(n_i)$. In ambele exemple avem $\Sigma\,(n_i) = -{}^1/_2$; de aceea descreșterea presiunii favorizează descompunerea CO_2 și H_2O.

Arderea azotului se efectuează după: $N_2 + O_2 \rightleftarrows 2\,NO$; căldura de ardere e negativă. Arderea e cu atât mai completă, cu cât temperatura e mai înaltă. Aplicație tehnică: prepararea azotului în arcul electric. Presiunea e fără influență, fiindcă $\Sigma\,(n_i) = 0$. Ecuația de echilibru e deci:

$$\ln \frac{[NO]^2}{[N_2]\,[O_2]} = -\frac{1}{2}\int \frac{q}{T^2}\,dT + C.$$

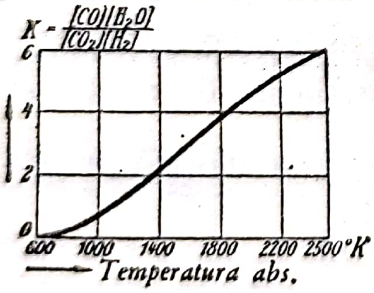


Fig. 14. Constanta de echilibru a reacțiunii gazului de apă.

Echilibrul gazului de apă (p. 615). Caz important în practică pentru echilibrul între patru gaze: CO, CO_2, H_2 și H_2O din gazul mixt sau din generatorul de gaz de apă. Și aici $\Sigma\,(n_i) = 0$ și presiunea e fără influență. Formula de echilibru e:

$$\ln \frac{[CO]\,[H_2O]}{[CO_2]\,[H_2]} = -\frac{1}{2}\int \frac{q}{T^2}\,dT + C.$$

Fracțiunea din membrul stâng, notată de obiceiu cu K [1]) (fig. 14), se numește constantă de echilibru. K depinde de temperatură.

[1]) Nernst, Bjerrum, Siegel, Z f. phys. Chem. 56, 79, 87. — K. Neumann, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 140. — Menzel, Die Theorie der Verbrennung, Dresden 1924, Steinkopff.

Scanned with OKEN Scanner

Echilibre de gaze în prezența carbonului incandescent. Formulele de echilibru sunt aceleași, numai în stabilirea căldurii de reacțiune q se va ține seamă de carbon. Exemplu: **Procesul gazului aerian**; CO_2 format primar reacționează după ecuația: $C + CO_2 \rightleftarrows 2\,CO$ (v. p. 615).

Ecuația de echilibru e:

$$\ln \frac{[CO]^2}{[CO_2]} = -\frac{1}{2}\int \frac{q}{T^2}\,dT - \ln P + C.$$

Cu ajutorul ecuațiilor din p. 628 se poate calcula compoziția teoretică a gazului aerian în funcțiune de temperatură (fig. 15). Fig. 16: gradul de disociere a CO_2 în CO, în prezența C.

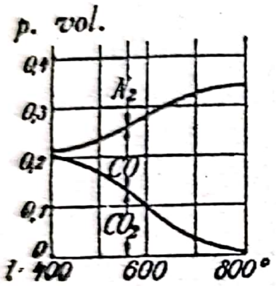


Fig. 15.

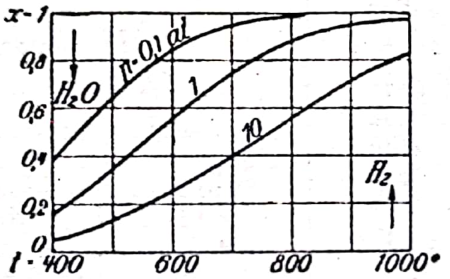


Fig. 16.

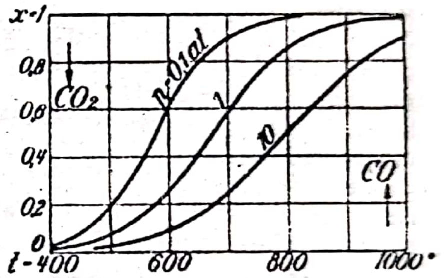


Fig. 17.

Compoziția gazului și disocierea bioxidului de carbon și a aburului în prezența carbonului incandescent.

Baza procesului de amestec o constitue reunirea ecuației de mai sus cu a echilibrului gazului de apă. Fig. 17 reprezintă gradul de disociere al aburului, în generatorul de gaz mixt, în funcțiune de temperatură și presiune.

Deoarece fiecare echilibru are nevoie de un anumit timp spre a se stabili, în cele mai multe cazuri rezultatele măsurătorilor făcute la generatoare nu vor corespunde întocmai cu cele obținute prin calcul, v. K. Neumann, l. c.

Scanned with OKEN Scanner

SECȚIUNEA 5

Rezistența materialelor

Prelucrare de prof. dr. ing. Enßlin, Eßlingen, I...III; dr. Ing H. Stark, Berlin, IV; prof. C. Weber, Dresden, V...VIII; prof. dr. ing. E. Siebel, Berlin-Dahlem, și dipl. ing. Steurer, Stuttgart, IX.

I. Tensiuni și deformații — Pag.

Concepte fundamentale. Tensiune și deformație. Stare de tensiune Constante de elasticitate . 637 ș. u.
Lucru mecanic de variere a volumului și formei 640
Starea de tensiune plană, cercul de tensiune 640
Tenacitatea 642
Tensiune reală și rezistență convenită, uzuală 642
Ipoteze de rupere (tabelă) . . . 644*
Coeficienți de siguranță (tabelă) . 646
Solicitare admisibilă 646
Efect de sprijinire 646
Valoarea și limitele teoriei matematice a elasticității 647

II. Bare drepte

Intindere și compresiune 649
Incovoiere 649

Momente de inerție și module de rezistență (table) 658

Grinzi cu diferite rezemări și încărcări (tablă) 665
Grinzi de egală rezistență la încovoiere (tablă) 678
Tăiere și încovoiere 683
Torsiune, răsucire 686
Momente de torsiune admisibile (tabelă) 687
Solicitare compusă 691
Flambaj. Fenomenul 707
Cazuri de flambaj 709
Bare de secțiune variabilă 710
Tensiune de flambaj. Sveltețĕ, flambaj neelastic 711
Valori σ_k (tabelă) 712
Metoda ω 713

III. Bare curbe

Bara curbă în plan. Incărcări în planul curbei 717
Coeficientul de formă a_{ki} pentru partea interioară a curburii (tabelă) 718
Torsiunea 719

IV. Resoarte

Valori de orientare σ'_a și τ'_a (tabelă) 719
Resoarte de încovoiere 721
Resoarte de torsiune 725

V. Plăci și vase

Plăci plane rezistente la încovoiere 728
Plăci dreptunghiulare rezemate liber și încărcate (tabele) . . . 730
Vase de revoluție subțiri . 730
Cilindri circulari goi 731
Cilindri ovali goi 732
Sfera goală 733

VI. Solicitarea prin forțe centrifuge — Pag.

Inelul și brațul rotitor liber . . 733
Discul rotitor de egală grosime, ca și cu coroană și bucea slabă . 734
Discul rotitor de egală rezistență . 735
Discul de egală rezistență cu bucea și alesaj 736

VII. Forțe de presiune între suprafețe bombate

Ipotezele ecuațiilor lui Hertz . . 736
Suprafața sferică și placa plană . 737
Suprafața bombată de curbură diferită și placa plană 737
Două suprafețe bombate oarecum . 738
Ruloul și placa plană 738
Două rulouri cu axe paralele . . 738

VIII. Concentrarea tensiunii prin increstare și găurire

Intreruperea tensiunilor normale . 739
Intreruperea tensiunilor tangențiale 740

IX. Incercarea de rezistență. Cifre de rezistență

Incercări de rezistență (tabelă) . 742
Incercări statice de rezistență . . 742
Incercări la compresiune și încovoiere 744
Incercarea la torsiune 745
Incercarea durității 745
Incercări dinamice de rezistență . 746
Incercări la solicitare alternativă . 746
Incercări de rezistență la cald . . 747
Măsurători de tensiune 748
Metode de măsură prin alungire . 749
Măsurarea recurbării, metoda liniilor de alungire și roentgenografică 750
Metode de măsură elastooptice . . 751
Metoda prin analogie 752
Cifre de rezistență și elasticitate pentru oțel și fontă (tabele) 754 ș. u.
Cifre de rezistență și elasticitate pentru cupru și aliajele lui (tabelă) 759
Alămuri, bronzuri și bronz roșu (tabele) . . . . 760 ș. u.
Metale ușoare (tabele) . . 761 ș. u.
Rezistența altor metale tehn. (tabelă) 764
Materiale nemetalice (tabelă) . . 764
Materiale de construcție minerale . 764
Tensiuni admisibile. Feluri de solicitare 768
Coeficienți de formă pentru forme de crestături (tabelă) 770
Tensiuni admisibile în construcția de mașini 771
Solicitări admisibile în construcții și construcția de poduri . . . 772

Observaţie preliminară [1])

Notăm cu:

σ tensiunea normală [kg/cm², kg/mm²], întinderea +, compresiunea −,

τ tensiunea tangenţială sau de tăiere [kg/cm², kg/mm²],

σ_a, τ_a tensiunea admisibilă, [kg/cm², kg/mm²]*),

σ_B, τ_B rezistenţa la sarcină statică [kg/cm², kg/mm²]**),

σ_U rezistenţa la solicitare repetată [kg/cm², kg/mm²],

σ_W rezistenţa la solicitare alternativă [kg/cm², kg/mm²],

z, d, b, t, s, f indici pentru întindere, compresiune, încovoiere, torsiune, tăiere, forfecare, de ex. σ_{za} σ_{zB}, σ_{bW}...

$\tau_f = Q/F$ tensiunea medie de forfecare,

max $\tau_s > \tau_f$ tensiunea tangenţială maximă

σ_P, σ_E, $\sigma_C = \sigma_S$, τ_P, ... tensiunea la limita de proporţionalitate, elasticitate, curgere sau etirare, limită P, E, C sau S.

σ_v efortul (de referinţă) ***) [kg/cm²],

E modulul de elasticitate [kg/cm²],

G modulul de tăiere sau de alunecare [kg/cm²],

$\alpha = 1/E$ coeficientul de alungire [cm²/kg],

$\beta = 1/G$ coeficientul de tăiere [cm²/kg],

$\mu = 1/m$ coeficientul de contracţiune transversală (P o i s s o n).

l_0 (l) lungimea de măsură iniţială (instantanee),

$\Delta l = l - l_0 = \lambda$ lungirea la întindere,

$\pm \varepsilon = \pm \Delta l/l_0$ alungire +, compresiune −,

ε_{el} (ε_{perm}) alungirea elastică (permanentă),

$\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$ tensiunile normale principale,

$II = (\sigma_3 + \sigma_2 + \sigma_1)/3$ tensiunea normală principală medie,

τ_{23}, τ_{31}, τ_{12} tensiunile tangenţiale principale,

$\varepsilon_3 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1$ alungirile principale,

γ_{23}, γ_{31}, γ_{12} alunecările principale,

$e = \Delta V/V$ variaţia de volum specifică,

S siguranţa.

*) In construcţia de maşini se foloseşte şi k. — **) In construcţia de maşini se foloseşte şi K. — ***) Pentru tensiune, rezistenţă şi efort v. I A 1, p. 638, I A 8, p. 643 şi I B 1, p. 643 (n. tr.)

Problema teoriei elasticităţii: Calculul mărimii şi repartiţiei tensiunilor interioare, al deformaţiilor interioare şi al deformării totale a unui corp de formă, încărcare şi rezemare dată, ca şi al încărcării la limita de stabilitate [2]) şi, dacă se cere, al lucrului mecanic elastic. După acestea se poate indica siguranţa contra atingerii limitei de stabilitate. Se poate evita deformarea elastică inadmisibilă.

Problema rezistenţei materialelor: Calculul mărimii efortului materialului unei construcţii date şi a s i g u r a n ţ e i (pag. 645) contra cedării prin rupere sau deformare permanentă, resp. alegerea unei astfel de forme şi dimensiuni, încât efortul materialului să nu întreacă o mărime considerată admisibilă, care depinde de material şi de starea lui, de tratamentul prealabil, temperatură, constanţa sau variaţia încărcării, de calitatea suprafeţei, rezistenţa faţă de coroziune, nevoia de greutate mică etc.

I. Tensiuni şi deformaţii

A. Concepte fundamentale. Tensiune şi deformaţie. Stare de tensiune

a) Relaţiunea dintre tensiune şi deformaţie. Constantele elastice

1. **Rezistenţa.** Un corp solid are o formă permanentă prin forţele de coeziune interioară, şi deformării prin forţe exterioare şi ruperii îi opune o rezistenţă, r e z i s t e n ţ a f a ţ ă d e d e f o r m a r e şi r e z i s t e n ţ a; ruperii prin separare coeziunea sa tehnică, ruperii prin lunecare rezistenţa sa la tăiere (cp. cap. IX).

2. **Elasticitatea.** După descărcare, corpul tinde să-şi reia forma iniţială în virtutea elasticităţii sale. Dacă aceasta are loc în întregime, el se numeşte perfect elastic, încărcarea şi descărcarea fără pierderi. Elastici-

[1]) **Bibliografie:** L o v e, Lehrbuch der Elastizität, trad. germ. de T i m p e, Leipzig-Berlin 1907, Teubner. — T i m o s h e n k o - L e s s e l s, Festigkeitslehre, trad. germ. de M a l k i n, Berlin 1928, Springer. — B i e z e n o - G r a m m e l, Techn. Dynamik, Berlin 1939, Springer. — A. F ö p p l, Vorles. techn. Mech., vol. III şi V, Leipzig 1927, Teubner; A. şi L. F ö p p l, Drang und Zwang, vol. I şi II, München-Berlin 1921/23, Oldenbourg. — P ö s c h l, Elementare Festigkeitslehre, Berlin 1936, Springer. — R ö t s c h e r, Maschinenelemente, Berlin 1927/29, Springer. — t e n B o s c h, Masch.-Elem., Berlin 1929/31, Springer. — C. B a c h şi R. B a u m a n n, Elastizität und Festigkeit, ed. a 9-a, Berlin 1924, Springer. — S a l m o n, E. H., Materials and Structures, London-New York 1931, Longmans, Green & Co.

[2]) v. flambajul, pp. 647 şi 707. Stabilitatea în domeniul elastic v. B i e z e n o - G r a m m e l, l. c., p. 500. Labilitatea în material: Enzykl. math. Wiss., IV, Mechanik, vol. parţial 4, p. 714 (K á r m á n), Leipzig 1907/14, Taubner.

tatea depinde de temperatură, dar insensibil de timp. Dacă rezultă o deformare permanentă, un rest de deformare, corpul se numeşte p l a s t i c. In acest caz, deformarea totală constă dintr'o parte permanentă şi una elastică. Deformarea permanentă depinde de timp. Cu privire la plasticitate v. secţ. 3, Mecanică, IV, p. 445 ş. u.

3. **Tensiune, stare de tensiune.** Forţele interioare, reacţiunea materialului contra forţelor exterioare, nu se pot măsura. Printr'un punct oarecare a al corpului solicitat (fig. 1) se practică o secţiune şi se consideră în ea un element de suprafaţă infinit mic dF, care îl conţine pe a. Prin dF se poate transmite numai o forţă interioară dP, care se repartizează uniform pe dF. Forţa interioară care-i revine unităţii de arie $dP/dF = p$ [kg/cm²] se numeşte t e n s i u n e. In general ea e inclinată faţă de dF. Componenta ei normală se numeşte t e n s i u n e n o r m a l ă σ (tensiune de întindere +, de compresiune —), componenta ei tangenţială t e n s i u n e t a n g e n ţ i a l ă sau de t ă i e r e τ. p e t e n s i u n e a t o t a l ă.

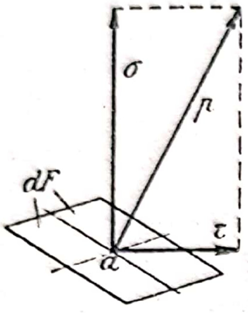


Fig. 1.

Tensiunea i se asociază totdeauna unei anumite feţe. Dacă i se dau planului de examinare toate poziţiile posibile, în fiecare din ele apare un alt p resp. σ şi τ, iar după rotirea cu 180° ele apar cu sens schimbat. Totalitatea acestor tensiuni formează s t a r e a d e t e n s i u n e în punctul a al corpului.

Dacă se cunosc tensiunile σ şi τ în trei secţiuni plane perpendiculare una pe alta, situate în rest arbitrar, avem în general (după C a u c h y):

α) In fiecare punct al corpului există trei plane trirectangulare, în cari apar numai tensiuni normale, p l a n e l e p r i n c i p a l e ale stării de tensiune în a, cu t e n s i u n i l e n o r m a l e p r i n c i p a l e $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$, între cari σ_3 e cea mai mare şi σ_1 cea (algebric) mai mică. σ_2 se numeşte a doua tensiune principală.

σ_3, σ_2, σ_1 rezultă drept cele trei rădăcini ale unei ecuaţii de gradul al treilea,[1]) dacă sunt daţi σ şi τ pentru trei secţiuni plane trirectangulare cari trec prin a. Dacă se mai dau şi poziţiile lor, se pot calcula şi d i r e c ţ i u n i l e p r i n c i p a l e.

β) Tensiunea tangenţială maximă e $\max \tau = \tau_{31} = (\sigma_3 - \sigma_1)/2$; ea bisectează unghiul drept dintre primul şi al treilea plan principal. Planul lui max τ trece prin σ_2. Analog se găsesc τ_{12} şi τ_{23}. Cele trei valori de mai sus ale lui τ se numesc t e n s i u n i l e t a n g e n ţ i a l e p r i n c i p a l e. Tensiunile tangenţiale apar totdeauna în cuple şi sunt egale între ele în câte două secţiuni perpendiculare unele pe altele.

γ) Prin indicarea celor trei tensiuni normale principale şi a orientărilor lor, starea de tensiune din a e determinată univoc.

Dacă lucrează toate tensiunile normale principale, avem o stare de tensiune s p a ţ i a l ă sau triaxială, de ex. în cele două părţi ale contactului dintre bilă şi inelul rulmentului cu bile. Dacă o tensiune principală e zero, avem o stare de tensiune p l a n ă sau biaxială, de ex. la apropierea de suprafaţa unui perete plan sau bombat, sub presiune uniformă. Dacă două tensiuni normale principale sunt zero, avem o stare de tensiune l i n i a r ă sau a x i a l ă, de ex. într'o bară prismatică întinsă sau comprimată.

4. **Starea de deformaţie.** Deformaţiile interioare se presupun mici. Ele se descriu univoc cu ajutorul conceptelor de a l u n g i r e şi a l u n e c a r e. Fie $\Delta\, dl$ lungirea, în urma încărcării, a unei lungimi dl care trece prin punctul oarecare a al corpului. Lungirea unităţii iniţiale de lungime $\Delta\, dl/dl = \varepsilon$ se numeşte a l u n g i r e a (lungirea specifică) în

[1]) B a c h, Elastizität und Festigkeit, ed. a 7-a, Berlin 1917, Springer, p. 679.

Scanned with OKEN Scanner

direcţiunea considerată. Un paralelepiped drept $d x$, $d y$, $d z$ e „deformat prin lunecare" de tensiunile tangenţiale. Din cauza scurtimii lor, muchiile trebue considerate drepte şi după deformare.

Mărimea deformării prin lunecare, adică a aşa numitei alunecări, se măsoară prin variaţia γ a unghiului iniţial drept dintre muchii $tg\ \gamma \approx \gamma = dq/dz$ (inclinarea, fig. 2), cu alte cuvinte prin deplasarea transversală relativă a două puncte la distanţa de 1 cm unul de altul. ε şi γ sunt valori fără dimensiune, sau procente. Detalii despre alungire sau alunecare drept derivate ale deplasărilor $\xi\ \eta\ \zeta$ ale unui punct $x y z$ al corpului în [1]).

O mică sferă cu centrul în a devine după încărcare elipsoid triaxial. In direcţiunea axelor lui principale survin numai alungiri, alungirile principale $\varepsilon_3 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1$ cea mai mare dintre ele fiind ε_3 şi cea (algebric) mai mică ε_1. Direcţiunile lor se numesc direcţiunile principale ale stării de deformaţie; în alte direcţiuni pot surveni alungiri şi alunecări.

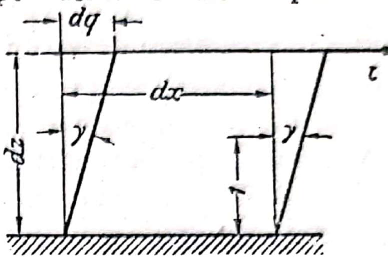


Fig. 2.

Variaţia de volum specifică a sferei (dilataţia cubică e $e = \Delta V/V = \varepsilon_3 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1$. Normalele planelor tensiunilor tangenţiale principale sufere aşa numitele alunecări principale $\gamma_{31} = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)$; $\gamma_{12} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$; $\gamma_{23} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)$ unde $\pm\ \varepsilon$ e alungirea resp. scurtarea. Calculul lui ε_3, ε_2, ε_1 şi a direcţiunilor lor principale corespunde celui pentru σ_3, σ_2, σ_1. Din observarea alungirilor principale rezultă alunecările principale.

5. **Starea de tensiune şi cea de deformaţie** depind una de alta în virtutea comportării materialului, determinată prin măsurători de elasticitate efectuate asupra barelor rotunde solicitate la întindere, compresiune şi torsiune. Cel mai simplu caz pe care se bazează teoria matematică a elasticităţii e: material omogen şi cedând egal în toate direcţiunile (izotrop) şi anume faţă de întindere şi compresiune. O alungire longitudinală $\varepsilon = \Delta\, l/l_0$ e însoţită de o contracţiune transversală $(-)\varepsilon_q = (-)\ \Delta\, d/d_0$; o scurtare specifică longitudinală e însoţită de o dilatare specifică transversală. La întindere şi compresiune valoarea absolută a raportului $\varepsilon_l/\varepsilon_q = m$ sau $\varepsilon_q/\varepsilon_l = \mu = 1/m$ e aceeaşi. μ e coeficientul lui Poisson, $m = 1/\mu$ raportul dintre alungirea longitudinală şi contracţiunea transversală. O tensiune de întindere simplă σ depinde de alungirea longitudinală ε corespunzătoare după aşa numita lege de proporţionalitate a lui Hooke:

$$\varepsilon = \alpha\,\sigma \text{ sau } \sigma = E\,\varepsilon$$

Aceeaşi lege e valabilă pentru compresiune. Coeficientul de alungire α [cm²/kg] e alungirea pentru tensiunea 1. Modulul de elasticitate $E = 1/\alpha$[kg/cm²] e tensiunea (ipotetică) pentru alungirea 1. Pentru lunecare avem analog

$$\gamma = \beta\,\tau \text{ sau } \tau = G\,\gamma$$ [2]),

coeficientul de tăiere fiind β [cm²/kg], iar modulul de tăiere $G = 1/\beta$ [kg/cm²]. Pentru starea de tensiune plană şi triaxială e valabilă aşa numita lege liniară generalizată a lui Hooke; în urma superpoziţiei tensiunilor şi alungirilor de acelaşi fel şi de aceeaşi direcţiune:

$$E\,\varepsilon_{xx} = \sigma_{xx} - \mu\,\sigma_{yy} - \mu\,\sigma_{zz},$$

şi ecuaţii corespunzătoare pentru direcţiunile y şi z, prin permutare ciclică a indicilor. Prin adunarea acestor ecuaţii, dilatarea cubică $e = \Delta\, V/V$ rezultă proporţională cu tensiunea normală principală medie $\Pi = (\sigma_3 + \sigma_2 + \sigma_1)/3$:

[1]) Enßlin, Elastizität für Ingenieure I, Sammlg. Göschen 519, Berlin 1921, de Gruyter, p. 36 ş. u.

[2]) Se poate deduce de ex. ca în Bach, l. c. ed. a 7-a, p. 692.

$$e = 3\,(1 - 2\mu)\,\alpha\,\Pi = 3\,(m - 2)/m \cdot \alpha\,\Pi = k\,\Pi,$$

sau $\Pi = Ke$. Mai sus $k = e/\Pi$ e dilatarea cubică sau variația densității pentru $\Pi = 1$ [kg/cm²] și se numește coeficientul de dilatare cubică (măsura compresibilității); $K = e/k$ [kg/cm²] e modulul cubic de elasticitate. O presiune medie $- \Pi$ dă totdeauna comprimare și niciodată dilatare a volumului, așa încât trebue ca $\mu < 0{,}5$. Impiedecarea dilatării transversale produce tensiuni de încărcare sau descărcare.

Legătura dintre E și G e:

$$E = 2\,G\,(m + 1)/m = 2\,G\,(1 + \mu).$$

Toate constantele fizice E, μ, G, K ale teoriei elasticității corpului omogen și izotrop rezultă deci din încercarea elastică la întindere (resp. compresiune), și anume din E și μ.

Valorile coeficientului de contracțiune transversală $\mu = 1/m$ [1] [2]. Poisson a calculat pentru materialele izotrope $\mu = 0{,}25$; $m = 4$. Pentru oțel ecuația $\mu = (E/2\,G) - 1$ sau măsurătorile directe ale variației grosimii sau volumului, dau în medie $\mu = 0{,}3$; $m = 10/3$; la fel pentru metalele ușoare, cu dispersiune mai mare. Urmează $E = 2{,}6\,G$.

In starea perfect plastică, fără elasticitate de volum, avem aproximativ $m = 2$.

Deformarea în elipsoid triaxial a unei mici sfere cu centrul în a se compune din: α) o variație de volum, condiționată de tensiunea normală principală medie $\Pi = (\sigma_3 + \sigma_2 + \sigma_1)/3 = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$, β) alunecări, așa numita variație a formei, condiționată de tensiunile tangențiale principale în trei plane trirectangulare.

Dacă se cunosc tensiunile normale principale $\sigma_3, \sigma_2, \sigma_1$ într'un punct a al corpului, și deci și $\tau_{23} = (\sigma_2 - \sigma_3)/2, \ldots, \ldots$, lucrul mecanic elastic total, efectuat asupra unui centimetru cub, se descompune în lucru mecanic de variația volumului și de variația formei

$$A_t = A_v + A_g = k\,\Pi^2/2 + \beta\,(\tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 + \tau_{12}^2)/3$$

sau, dacă se dau componentele tensiunii σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{zz}, τ_{yz}, τ_{zx}, τ_{xy} în trei secțiuni plane trirectangulare cari trec prin a, dispuse în rest arbitrar:

$$A_t = k\,(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})^2/2 + [(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2]/12G$$
$$+ [\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2]/2\,G.$$

Traiectoriile tensiunilor principale. Dacă se progresează continuu într'un corp solicitat, în direcțiunea unei tensiuni normale principale, se parcurge o așa numită traiectorie a tensiunii principale; plecând din puncte alese potrivit, se obține o familie de curbe strâmbe.

Analog pentru celelalte două tensiuni normale principale. Cele trei familii sunt traiectorii ortogonale. Două traiectorii cari se intersectează, de ex. pentru σ_3 și σ_1, sunt intersectate sub 45° de traiectoria tensiunii tangențiale principale τ_{31}.

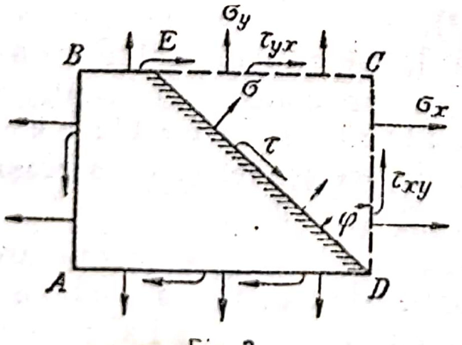


Fig. 3.

b) Starea de tensiune plană. Compunerea tensiunilor normale și tangențiale. Cercul de tensiune al lui Mohr.

Separăm dintr'un corp încărcat un paralelepid dreptunghiular infinit mic cu fața anterioară $ABCD$ (fig. 3). Presupunem că această față, ca și cea din spate, e fără tensiuni. Materialul limitrof transmite asupra fețelor de citit din fig. 3 tensiunile normale σ_x și σ_y (întindere) și tensiunile tangențiale τ_{xy} și τ_{yx}, uniform repartizate, în direcțiunea care se observă. Trecem prin

---

[1]) de ex. Sachs și Fiek, Der Zugversuch, Leipzig 1926, Akad. Verlagsges. — [2]) Handbuch der Experimentalphysik, vol. V, p. 221 și 249, Leipzig 1930, Akad. Verlagsges.

D secţiunea plană $DE \perp ABCD$, formând unghiul φ cu DC. Din cauza echilibrului forţelor asupra corpului $ABED$, lucrează asupra secţiunii $ED (\tau_{xy} = \tau_{yx})$:

tensiunea normală $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y)/2 + [(\sigma_x - \sigma_y)/2] \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi$,

tensiunea tangenţială $\tau = [(\sigma_x - \sigma_y)/2] \sin 2\varphi - \tau_{xy} \cos 2\varphi$.

Pentru $\operatorname{tg} 2\varphi = 2\tau_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y)$ se obţin două plane perpendiculare, pentru cari tensiunea tangenţială $\tau = 0$ şi tensiunea normală are valoarea ei maximă şi minimă $\max \sigma = \sigma_3$ şi $\min \sigma = \sigma_1$ $(\sigma_2 = 0)$.

$$\max \sigma \text{ resp. } \min \sigma = {}^1/_2 \cdot \left[\sigma_x + \sigma_y \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}\right],$$

semnul pozitiv al radicalului fiind pentru max σ, cel negativ pentru min σ.

La $\pm 45°$ faţă de planele în cari apare max σ şi min σ se găsesc planele cu tensiune tangenţială maximă

$$\max \tau = (\max \sigma - \min \sigma)/2 = {}^1/_2 \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}.$$

A l u n g i r e a s p e c i f i c ă m a x i m ă max ε are loc, pentru material omogen şi izotrop, în direcţiunea lui max σ; cu $\mu = 1/m = 0{,}3$ avem:

$$\begin{aligned} E \max \varepsilon &= \max \sigma - \mu \min \sigma \\ &= {}^1/_2 \cdot (1 - \mu)(\sigma_x + \sigma_y) + {}^1/_2 \cdot (1 + \mu) \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \\ &= 0{,}35 \quad (\sigma_x + \sigma_y) + \quad 0{,}65 \quad \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}. \end{aligned}$$

Pentru min ε semnul radicalului trebue schimbat în —. Dacă min σ e negativ, el poate deveni tensiunea maximă în valoare absolută, aşa încât $|\min \sigma| > \max \sigma$; în acest caz şi $|\min \varepsilon| > \max \varepsilon$.

Dacă se dau max σ şi min σ, avem (fig. 4) $\sigma_x = \max \sigma$; $\sigma_y = \min \sigma$; $\tau_{xy} = 0$, şi, dacă se notează cu α unghiul dintre secţiunea DE şi planul principal al lui $\sigma_x = \max \sigma$, avem (fig. 3 şi 4):

$$\sigma = {}^1/_2 \cdot (\max \sigma + \min \sigma) + {}^1/_2 \cdot (\max \sigma - \min \sigma) \cos 2\alpha,$$
$$\tau = {}^1/_2 \cdot (\max \sigma - \min \sigma) \sin 2\alpha.$$

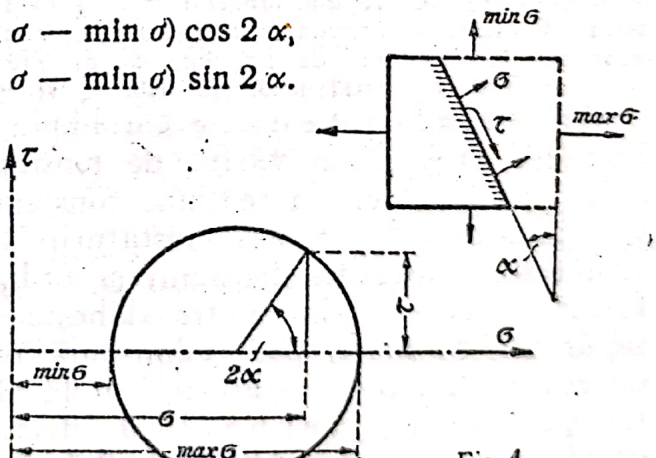


Fig. 4.

Cercul de tensiune al lui Mohr[1]). La max σ şi min σ daţi, variaţia lui σ şi τ pentru diferite secţiuni e reprezentată de cercul de tensiune al lui Mohr. Ultimele două ecuaţii reprezintă într'un sistem de coordonate rectangulare (σ, τ) un cerc cu raza ${}^1/_2 \cdot (\max \sigma - \min \sigma)$, cu centrul pe axa σ la distanţa ${}^1/_2 \cdot (\max \sigma + \min \sigma)$ dela origine. O rază vectoare dusă din centrul cercului până într'un punct al circumferenţei (σ, τ) formează cu direcţiunea lui max σ unghiul 2α. Trasarea cercului de tensiune şi determinarea lui σ şi τ pentru un α dat rezultă din fig. 4.

Cazuri particulare: I n t i n d e r e (c o m p r e s i u n e) s i m p l ă. In fig. 3, x e direcţiunea forţei. In planul $\varphi = 0°$ avem $\sigma_x = \max \sigma = P/F$; $\sigma_y = \min \sigma = 0$; $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$. $\max \tau = {}^1/_2 \cdot \max \sigma$ în planele $\varphi = \pm 45°$ (fig. 5).

Tăierea simplă e realizată în bara rotundă răsucită. AB din fig. 3 e paralel cu o generatoare. $\sigma_x = \sigma_y = 0$; $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau$ (tensiune de torsiune). $\max \sigma = -\min \sigma = \tau$. Solicitarea la tăiere simplă (fig. 6) conduce la

[1]) Detaliat în ZVDI 44 (1900), p. 1524.

Scanned with OKEN Scanner

aceeași stare de tensiune ca întinderea longitudinală max $\sigma = \tau$ împreună cu o compresiune transversală egală min σ. In bara răsucită avem max $\sigma = \tau$ și min $\sigma = -\tau$ în plane inclinate cu $\pm$ 45° față de axa barei.

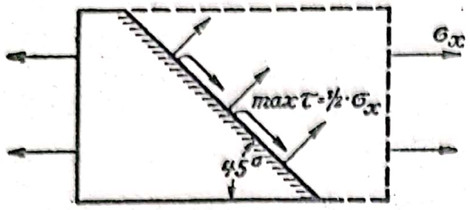


Fig. 5.

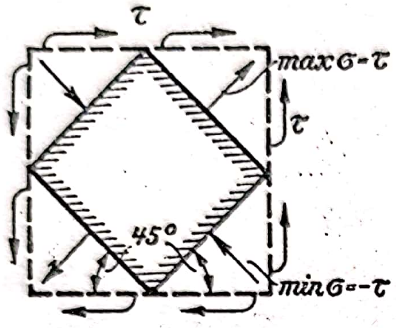


Fig. 6.

7. Tenacitate, fragilitate. Un material se numește tenace dacă prezintă o deformație permanentă mare la rupere; altfel se numește fragil sau și casant. Fiindcă deformația permanentă consistă mai ales în alunecarea interioară (fig. 445), tenacitatea = capacitatea interioară de alunecare, depinde de material, temperatură, timp, vitesă de alunecare și starea de tensiune (putința de alunecare, împiedecarea ei). Intinderea în toate direcțiunile produce fragilitate completă, *ruperea prin separare*; o stare de tensiune apropiată de presiune egală în toate direcțiunile conduce însă la tenacitate maximă; lipsesc tensiunile de întindere periculoase, deformarea are loc până la limita de *rupere prin alunecare*. Chiar și pietrele sunt deformabile tenace în aceste condițiuni [1]).

Tenacitate ca atare nu există, ci numai față de întindere, compresiune, torsiune etc., măsurată prin alungirea specifică la rupere, contracțiune, alunecarea specifică la rupere, mărimea încovoierii. Ca măsură de comparație servește și lucrul mecanic efectuat până la rupere (tenacitatea în lucru mecanic), de ex. lucrul mecanic de rupere pe cm^3 de volum de bară ş. a. reziliența (la încovoierea prin şoc) [kg/cm^2].[2])

Pentru construcție, *tenacitatea* materialului dă o *a doua siguranță* contra survenirii ruperilor cu urmări grave, mai ales în cazul șocurilor.

Tenacitatea de formă. Spre a preveni la șuruburile speciale ruperea fragilă în filet, li se dă un corp mai subțire și se creează o trecere dulce spre miezul filetului (șuruburi" de întindere).

Fragilitatea de formă. Increstarea. Tenacitatea materialului și egalizarea tensiunilor. Crestătura provoacă o repartiție neuniformă a tensiunilor, cu concentrarea tensiunii la baza ei, de ex. fig. 28 p. 740. Vârfuri de tensiune suplementare din cauza structurii cristaline în p. 648, v. și pp. 769 și 770.

Materialul tenace cu limită de curgere. Sarcină de întindere. Dacă vârful de tensiune atinge limita de curgere, materialul cedează local la tensiune constantă, tensiunea de curgere se propagă spre interior în secțiunea crestăturii; vârful de tensiune se aplatisează și se lățește; repartiția tensiunii și utilizarea materialului devine mai uniformă, efectul de încrestare slăbește. Cât deformarea permanentă nu e supărător de mare, pare admisibilă în anumite cazuri întrecerea limitei de etirare la baza crestăturii, sau la efort maximum limitat ca întindere. *La sarcină alternativă*, efectul de încrestare e slăbit mai puțin de tenacitate, slăbirea depinzând de gradul de sensibilitate față de încrestare al materialului. La încrestare sub sarcină alternativă, materialele tenace la întindere și cele cari se întăresc numai puțin se dovedesc mai puțin sensibile decât cele fragile. Fonta e insensibilă la încrestare, fiindcă efectul crestăturilor interioare din dreptul fluturilor de grafit e cât al unei încrestări exterioare. Perturbațiile locale se manifestă mai puțin la sarcină statică decât la sarcină variabilă.

8. Tensiune reală și rezistență convenită, uzuală. Tensiune efectivă și deformație. *Importanța rezistenței la întindere,*

[1]) v. Kármán, Mitt. Forschungsarb. VDI 1912, fasc. 118.

[2]) Se poate transpune asupra construcțiilor numai în cazul ruperii forțate printr'un șoc. Servește spre a se recunoaște tratamentul prealabil, influența temperaturii, efectul de încrestare în caz de șoc, defecte interioare.

încovoiere şi torsiune. Limita de P, E şi C (v. observaţia preliminară, p. 637). Cât un corp încărcat, din material cuasiizotrop, îşi schimbă numai puţin dimensiunile şi e valabilă legea lui Hooke, tensiunile determinate în calculul de rezistenţă pot fi considerate drept „reale". Rezistenţa la întindere a unui material tenace $\sigma_{zB} = \max P/F_0$, rezistenţa la încovoiere $\sigma_{bB} = M_{bB}/W$, rezistenţa la torsiune $\tau_{tB} = M_{tB}/W_1$ nu sunt tensiuni reale fiindcă, fie că secţiunea iniţială F_0 e modificată sensibil la sarcina $\max P$, fie că legea lui Hooke nu mai e valabilă la rupere. Ele se numesc rezistenţe uzuale, convenite, convenţionale. Rezistenţele la solicitare variabilă σ_W, σ_U, τ_W, τ_U pot conta însă drept valori reale. Deşi rezistenţele uzuale nu au însemnătate fizică, ele prezintă totuşi utilitate pentru constructor, fiindcă se poate calcula cu ajutorul lor sarcina maximă suportabilă şi fiindcă există relaţiuni de aproximaţie foarte bune între ele şi între rezistenţele la obosire importante în practică, de ex. la oţelul laminat $\sigma_{bW} \approx 0{,}5\ \sigma_{zB} = (0{,}18 \ldots 0{,}17)\ H_{10/3000/30}$; $\tau_{tW} = 0{,}58\ \sigma_{bW} = (0{,}108 \ldots 0{,}099)\ H_{10/3000/30}$. Tensiunile efective la întindere, compresiune sau torsiune, raportate la dimensiunile actuale ale corpului, tensiunile dealungirile şi alunecările [2]) — prezintă importanţă pentru tehnolog, care are de calculat cu deformaţii mari şi permanente, ca şi pentru log, care are de calculat cu deformaţii mari şi permanente, ca şi pentru cercetătorul materialelor, care ajunge cu ajutorul tensiunilor şi al deformaţiilor efective la legi de dependenţă simple, — însă numai excepţional pentru constructor, întru cât e de determinat ca valoare efectivă limita inferioară de etirare, la torsiune şi încovoiere, importantă pentru construcţie [3]).

Rezistenţa la întindere, tensiunea (rezistenţa) [4]) de curgere, limita de alungire (definiţiile p. 743 şi 744) se raportează la secţiunea iniţială. Limita (P) şi (E) se întrebuinţează în general în terminologia tehnică. Fiindcă determinarea lor depinde în cel mai înalt grad de preciziunea instrumentului de măsură şi de mici elemente întâmplătoare, se determină de fapt limita de curgere (etirare) C şi, în lipsa ei, limita de alungire 0,2 drept limită de etirare echivalentă, şi se foloseşte ca bază pentru tensiunea admisibilă la sarcină statică.

Limitei de alungire 0,2 îi corespunde ca echivalentă la solicitare tangenţială limita de alunecare 0,4, adică tensiunea tangenţială $\tau_{0,4}$, care provoacă o alunecare permanentă de 0,4%. Limitele de etirare, alungire şi alunecare sunt determinate univoc numai dacă se ţine seamă de influenţa timpului şi se stabileşte o stare stabilă, de ex. prin încărcare şi descărcare repetată (C. Bach) sau prin aşteptare (Enßlin) [5]). Limita inferioară de etirare nu e definită în normele DIN.

Limitele (P), (E) şi (C) coincid la materialele cuasiizotrope. Defectele interne şi exterioare ale epruvetelor de întindere sau compresiune scad limita de P şi E; sarcina face să dispară limita superioară C. Raportul σ_C/σ_B depinde de tratamentul prealabil.

B. Stări de tensiune echivalente. Ipoteze de rezistenţă. Siguranţă. Efort admisibil.

1. **Ipoteze de rezistenţă.** Starea de tensiune dintr'un punct al unui corp e determinată univoc de cele trei tensiuni normale principale σ_3, σ_2, σ_1 şi, împreună cu ea, dedesubtul limitei de proporţionalitate (P), şi starea

---

[1]) v. Kármán, Enzykl. math. Wiss., IV. Mechanik, vol. 4, p. 709, Leipzig 1907/14, Teubner. — [2]) Ludwik, Elemente d. technol. Mech., pp. 17 şi 18, Berlin 1909, Springer. — [3]) Festchrift der TH Stuttgart 1829/1929, p. 83. — [4]) La curgere, deosebirea dintre tensiune şi rezistenţă e neglijabilă; deşi raportarea la secţiunea iniţială indică o rezistenţă, obişnuinţele limbii germane au consacrat pentru acest caz termenul de tensiune de curgere (n. tr.). — [5]) ZVDI 72 (1928), p. 1626. — Schwaigerer, teză TH Stuttgart 1939; Archiv Eisenhüttenwesen 13 (1939), pp. 37, 41 şi 51.

de deformație. Materialul e solicitat egal prin toate grupurile de câte 3 valori σ_3, σ_2, σ_1, cu alte cuvinte sunt echivalente toate stările de tensiune cari aduc materialul la limita încărcabilității; aceasta trebue luată din diagrama privitoare la sarcinile variabile p. 756 ș. u. Legea după care depind unele de altele tensiunile principale la limita de solicitare se numește condițiune de rezistență sau și teorie a rezistenței, mai potrivit ipoteză de rezistență. Cele mai importante, cunoscute astăzi, sunt rezumate în tab. 1.

Tabela 1. Ipoteze de rezistență

		Caracteristica C	Efortul σ_v	La limita σ_v avem
1	Tensiunea normală principală maximă	max σ	$\sigma_{v\,1} = \max \sigma$	$\sigma_{v\,1} = \mathbf{G}_1$
2	Alungirea specifică principală maximă (după C. Bach)	max ε	$\sigma_{v\,2} = E \max \varepsilon$	$\sigma_{v\,2} = \mathbf{G}_2$
3	Lucrul mecanic elastic total maximum pe cm³	A_t	$\sigma_{v\,3} = \sqrt{2\,EA_t}$	$\sigma_{v\,3} = \mathbf{G}_3$
4	Lucrul mecanic elastic maximum de varierea formei pe cm³	A_g	$\sigma_{v\,4} = \sqrt{6\,GA_g}$ *)	$\sigma_{v\,4} = \mathbf{G}_4$
5	Tensiunea tangențială maximă (Mohr)	max τ	$\sigma_{v\,5} = 2 \max \tau$**)	$\sigma_{v\,5} = \mathbf{G}_5$

*) $\sigma_{v4}^2 = \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2]$ — **) $\sigma_{v5} = \sigma_3 - \sigma_1$.

Limita de solicitare e atinsă când mărimea **G** din tabela 1 atinge o limită caracteristică materialului și stării lui. După coloana „efortul σ_v" se formează o măsură de comparație σ_v a efortului materialului, de dimensiunea kg/cm² a unei tensiuni. σ_v se numește efort și îi exprimă mărimea printr'un singur număr în toate stările de tensiune cari survin. Eforturile $\sigma_{v\,1}$ și $\sigma_{v\,5}$ sunt tensiuni reale; celelalte numai mărimi de calcul, fără înțeles intuitiv. Folosindu-l pe σ_v, condițiunea de rezistență e: Limita de solicitare e atinsă când efortul σ_v devine egal cu **G** (efortul limită). Pentru întinderea (compresiunea, încovoierea) simplă rezultă la 1...5 $\sigma_v = \sigma_z$; σ_v trebue considerat deci drept efort normal; la limita de solicitare (limita de curgere, limita de rupere la sarcină alternativă) avem $\sigma_v = \sigma_C$ resp. σ_W. Pentru toate stările de tensiune, afară de întinderea, compresiunea și încovoierea simplă, fiecare din condițiunile de rezistență dă o valoare diferită a efortului σ_v, și deci o apreciere diferită a mărimii σ_v a efortului. Numai experiența[1]) decide care apreciere, cu alte cuvinte care ipoteză de rezisență e cea corectă: determinarea limitei de etirare resp. a rezistenței **la solicitare alternativă** pentru diferite stări de tensiune, diferite materiale și tratamente prealabile, coroziune etc. Un indiciu îl dă raportul dintre limita de etirare la întindere și la torsiune $\sigma_z C_u / \tau_t C_u$ și dintre rezistența alternativă la încovoiere și torsiune $\sigma_b W / \tau_t W$, care e determinat de ipotezele de rezistență și rezultă în ordinea din tabela 1 egal cu 1; 1,3; 1,6; 1,73 și 2,0; el se poate determina prin experiențe simple[2]).

Experiențele de cari dispunem azi confirmă pentru oțelul laminat și forjat (în general pentru material destul de cuasiizotrop) cel mai bine ipoteza de rezi-

Tabela 2. Raportul σ/τ la limita de curgere și de rupere la solicitare alternativă.

Materialul	$\sigma_z F_u / \tau_t F_u$		$\sigma_b W / \tau_t W$
Oțel laminat și forjat	$1{,}73 = 1 : 0{,}58$		$1{,}73 = 1 : 0{,}58$
Fontă cenușie	Întindere *) $1{,}2 = 1 : 0{,}83$	Compres.*) $2{,}1 = 1 : 0{,}48$	$1{,}1 = 1 : 0{,}9$

*) Limita de alungire resp. compresiune 0,2; Limita de alunecare 0,4.

[1]) Guest, Tests on combined stress, London Philos. Magaz. (1909), p. 69. — Roš și Eichinger, Vers. über Bruchgefahr, Eidgen. Mat.-Prüf.-Anst., Zürich 1926; id. Diskber. 28 (1928); 34 (1929). — Ludwik, Bruchgefahr u. Materialprüfung, EMPA, Zürich (1928), Bericht 13, Diskber. 35. — Lode, Mitt. Forsch. Arb. VDI (1928), fasc. 303. — Enßlin, ZVDI 71 (1927), p. 1486; 72 (1928), p. 1625; Nr. jub. TH Stuttgart (1929), p. 83. — Sandel, Über Festigkeitsbedingungen, teză, Stuttgart 1919. — Schweiz. Bauztg. 95 (1930), p. 335. — Compararea ipotezelor F. Schleicher, Der Spannungszustand an der Fließgrenze, ZAM 6 (1926), p. 199; Bauing. 9 (1928), fasc. 15. — Burzynski, Schweiz. Bauztg. 94 (1929), 23. Nov. — [2]) Enßlin l. c.

Scanned with OKEN Scanner

stență privitoare la densitatea de energie maximă de variere a formei, chiar și când e ameliorat. Pentru oțelul de fuziune și oțelul laminat cu structură în șiruri se găsește $\sigma_{zFu}/\tau_{tFu} \approx 2$ și mai mult, de ex. după G u e s t.[1]) Pentru sârmă de oțel de resoarte brevetată, E. S i e b e l și P o m p[2]) au găsit 1,45...1,67; valoarea reciprocă e 0,7...0,6. Fonta cenușie[3]) urmează la întindere aproximativ ipoteza tensiunii de întindere maximă (până la ipoteza lungirii specifice maxime); la compresiune e mai rezistentă și tenace, și urmează mai mult ipoteza de rezistență a unui material tenace, Nu există deci o ipoteză de rezistență valabilă în toate cazurile.

2. Siguranță. Efort admisibil. Dacă G kg/cm² e efortul limită la solicitarea prin tensiune normală (limita de curgere, limita de rupere la încărcare alternativă), raportul

$$G/\sigma_v = S \quad \text{e siguranța}$$

contra atingerii limitei G a efortului și

$$\sigma_{va} = G/S \quad \text{e efortul admisibil.}$$

Acesta e un efort normal, adică în tabela eforturilor admisibile din p. 771 egal cu σ_{za}, σ_{da} sau σ_{ba}. Trebue să avem deci

$$\sigma_{va} \leqq \sigma_{za} \quad (\text{resp. } \sigma_{da} \text{ resp. } \sigma_{ba}).$$

Cu privire la cazul de încărcare al lui σ_v, când componentele σ și τ ale solicitării compuse urmează cazuri diferite de încărcare (sarcină statică, repetată, alternativă = cazul de încărcare I, II, III după C. B a c h), cp. p. 771.

Obținerea valorilor efortului admisibil. a) După procedeul din tabela 2 p. 771, „T e n s i u n i a d m i s i b i l e î n c o n s t r u c ț i a d e m a ș i n i", se pot calcula eforturile admisibile și pentru materiale cari nu sunt cuprinse în această tabelă, cu coeficienții de siguranță indicați, dacă se cunosc σ_C, σ_{bW}, τ_F, τ_{tW}. b) Cu valorile: rezistența la încovoiere alternativă σ_{bW} și limita de curgere σ_C sau cu limita de alungire $0{,}2(\sigma_{0,2})$ se poate desena cu aproximație diagrama sarcinii variabile (diagrama ciclului), fig. 7: $Oa = \sigma_{bW}$; $bf = \sigma_C$; (în abscise media σ_m); în primă aproximație $ab \parallel Oc$. După această diagramă, pericolul de rupere în urma sarcinii variabile e condiționat de fluctuația tensiunii între σ_o și σ_u, cu alte cuvinte de amplitudinea tensiunii $\sigma_a = (\sigma_o - \sigma_u)/2$. Din fig. 7 se pot lua toate rezistențele la solicitare variabilă pentru toate cazurile de încărcare I...III. Eforturile admisibile, adică amplitudinile admisibile ale tensiunii rezultă prin împărțirea cu S, v. m. j. σ_{bW} și σ_C pentru cele mai importante materiale, sub IX C, p. 754 ș. u.; tot acolo numeroase diagrame de încărcare variabilă. La materialele neomogene, ca fonta, partea de întindere a ciclului diferă de partea de compresiune. Dimensiunile secțiunii unei piese încărcate variabil rezultă pe baza amplitudinii admisibile a tensiunii. Aceasta e invariabilă dela cazul de încărcare I până aproape de III, pentru anumite materiale, ca oțelul de resoarte, a căror limită de etirare (echivalentă) se găsește mult deasupra rezistenței alternative și a celei la solicitare repetată, și ale căror curbe limită σ_o și σ_u sunt aproape paralele cu linia de 45°; în general depinde de σ_m.

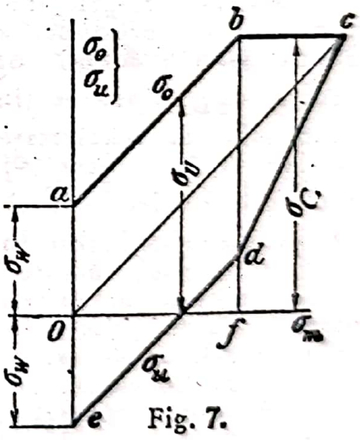


Fig. 7.

S i g u r a n ț a. Mărimea coeficientului de siguranță S depinde în limite largi de factorul pericolului implicat de atingerea efortului limită, ca și de nesiguranța din determinarea efortului real.

In calculul contra deformării (fără pericol direct de rupere sau flambaj) ajunge astfel un mic coeficient de siguranță, fiindcă o mică întrecere a limitei de etirare, mai ales când e limitată ca extensiune, reprezintă numai o mică periclitare. Unde se poate conta cu un „efect de sprijinire" (p. 646), se poate urca σ_a sau coborî S. In calculul la rupere e nevoie de un coeficient de siguranță corespunzător mai mare. Calculul la flambaj implică mari coeficienți de siguranță, fiindcă urmările flambării unei părți constructive sau a unui organ de mașină pot fi foarte importante, iar forța de flambaj poate fi mult micșorată prin influențe greu de prins analitic. Dacă se cere greutate sau masă mică sau dacă prețul și consumul de material e hotărîtor, S trebue ales mic, limita efortului și efortul în serviciu trebue determinat exact și trebue ob-

[1]) V. nota [1]), p. 644. — [2]) Mitt. KW-Inst. Eisenforschg. Düsseldorf, vol, XII, publ. 7, trat. 149 (1930). — [3]) V. nota [5]), p. 647 l. c.

Scanned with OKEN Scanner

servat ca execuția și construcția să fie îngrijită. Dacă însă pierderea prin refuzul construcției e mai mare decât costul unei dimensiuni întărite (de ex. la mecanismul unei pompe de epuizarea apelor), S trebue ales foarte mare (≈ 30). O transpunere fără obiecțiune a unui coeficient de siguranță încercat, asupra unui caz de rezemare asemănătoare, presupune că se întrebuințează aceeași limită a efortului și că efortul în serviciu se calculează în acelaşi fel. Autorități și asociații au prescris, pe baza experienței și a studiilor lor speciale, valori pentru S și σ_a, în parte și metoda de calcul. In rest trebue ca însuși constructorul să procedeze pe baza experienței și a cunoștințelor de specialitate proprii. Nu există valori unitare fixe ale siguranței și efortului admisibil, de ceea ce trebue ținut seamă în tabela 3.

Tabela 3. Coeficienți de siguranță

Solicitarea	Felul refuzului	Proprietăți de material hotărîtoare	Coeficient de siguranță S
Statică	Deformarea materialelor tenace	$\sigma_{0,2}$, σ_D (la cald)	1,1...1,8
	Ruperea materialelor fragile	σ_{zB}, σ_{dB}, σ_{bB}, τ_{tB}	1,8...3,0
	Flambaj	σ_K	2,5...5,0
Variabilă	Rupere	σ_W, σ_U, τ_W	1,8...3,0
	Flambaj	σ_K	3,0...8,0

Afară de siguranța S trebue să se îndeplinească și alte cerințe față de aparat, de ex. trebue să se evite încălzirea în serviciu, frecarea prin ștergere, înțepenirea, uzura pronunțată a părților mobile în urma deformării elastice prea mari, lucrul inexact la strung din cauza arcuirii sau trepidațiilor etc.

3. Efortul admisibil la repartiție de tensiune uniformă și neuniformă. Efectul de rezemare și calculul de rezistență. Uniformă se numește repartiția de tensiune dintr'o bară de material cuasiizotrop, supusă la întindere sau compresiune; neuniformă la încovoiere, încrestare etc. Neuniformitate suplementară se produce în constituția cristalină.

a) **Material fragil.** Incovoierea se reduce în teoria elementară a încovoierii la întindere și compresiune; aceasta e corect, cât e valabilă legea lui Hooke. Rezistența la încovoiere a fontei $\sigma_{bB} = M_{bB}/W$ rezultă însă mai mare decât rezistența la întindere σ_{zB}. Dacă se ține seama de legea de elasticitate neliniară a fontei conform încercărilor de elasticitate la întindere și compresiune, se obține așa numita rezistență efectivă la încovoiere $\sigma_{bB\,ef}$ (întindere) [1]). Dacă rezultă $\sigma_{bB\,ef} = \sigma_{zB}$, materialul ține la încovoiere cât și la întindere. Dacă rezultă însă $\sigma_{bB\,ef} > \sigma_{zB}$, e de admis că materialul ține în bara încovoiată mai mult decât în cea întinsă. Acesta e de ex. cazul gresiei vărgate [2]) și se explică admițând un e f e c t d e s p r i j i n i r e pe care-l exercită, la repartiție neuniformă a tensiunilor, partea de material sub tensiune elastică asupra celei sub tensiune supraelastică.[3]) Ruperea prin separare a unui material fragil, ca de ex. gresia, nu e condiționată deci prin starea de tensiune dintr'un p u n c t al corpului, ci prin starea unei r e g i u n i. Efectul de sprijinire exclude calculul după o ipoteză de rezistență, la care e considerată hotărîtoare starea de tensiune într'un punct. La efect de sprijinire avem $\sigma_{ba} > \sigma_{za}$. Cp. p. 653.

b) **Material tenace cu limită de etirare.** Limita inferioară de etirare se găsește [4]) egală pentru torsiunea barelor rotunde de oțel pline și goale, adică independentă de repartiția uniformă sau neuniformă a tensiunii; de asemenea, limita de etirare inferioară la încovoiere egală cu limita de etirare inferioară la întindere.[5]) Nu există motiv să se admită un efect de sprijinire, în înțelesul că la repartiție neuniformă a tensiunii se ridică limita de etirare inferioară. Limita de etirare inferioară determinată în încercarea la întindere se pretează deci la stabilirea efortului admisibil, dacă e ca o parte constructivă să fie calculată cu o anumită siguranță contra survenirii unei deformări permanente. La repartiție neuniformă a tensiunii, limita de etirare superioară e ridicată însă cu atât mai mult, cu cât vârfurile de tensiune întrec mai mult tensiunea mijlocie.[6]) Limita de etirare superioară pare însă nepotrivită ca bază de calcul, fiindcă aici materialul se găsește într'o stare labilă dependentă de elemente

[1]) B a c h, Elastizität u. Festigkeit, ed. a 7-a, pp. 28 ş. u. şi 296. Berlin 1917, Springer. — H e r b e r t, Z V D I 54 (1910), p. 1387. — [2]) K r u g, Festigkeitsverhalten spröder Körper bei gleichförmiger und ungleichförmiger Beanspruchung teză, TH Stuttgart 1938, p. 33. — [3]) Bibliografie în teză, K r u g, p. 2. — [4]) E n ß l i n, Zur Ermittlung der Verdrehstrekgrenze metalischer, Werkstoffe, număr jubiliar TH Stuttgart 1929, p. 83; ZVDI 72 (1928), p. 1625 ş. u. — S i e b e l şi V i e r e g g e, Abhängigkeit des Fließbeginns von Spannung und Werkstoff, Mitt. KW.-Inst. Eisenforschg., Düsseldorf, vol. 26, fasc. 21, tr. 270, fig. 3, 4 şi 5. — [5]) S i e b e l şi V i e r e g g e, l. c. tab. numerică 2. [6]) S i e b e l şi V i e r e g g e l. c., p. 238.

Scanned with OKEN Scanner

întâmplătoare și fiindcă nu se cunoaște nicio regulă generală privitoare la urcarea limitei de etirare care e de așteptat la neuniformitate dată a repartiției tensiunii.

c) Sarcină variabilă. Rezistența la întindere-compresiune alternativă σ_{zW} a oțelului e după L e h r[1]) 60...80% din rezistența la încovoiere alternativă σ_{bW}, în acord cu ipoteza unui efect de sprijinire la ruperea prin obosirea la încovoiere[2]). Diagramele rezistenței la solicitare variabilă, p. 756 și 757, sunt desenate în consecință. Pentru barele încrestate coeficientul de formă α_k (p. 769) e mai mare decât coeficientul de efect de încrestare pentru sarcină alternativă β_k, adică neuniformitatea repartiției tensiunii e de fapt mai mică decât cum ar rezulta în cazul valabilității legii lui Hooke. Se petrece la sarcină alternativă o egalizare a tensiunilor, dependentă de sensibilitatea la încrestare a materialului, dar limitată. Aceasta nu însemnează însă că în bara încrestată și încărcată variabil se suportă la limita de rupere prin încărcare repetată tensiuni mai mari decât în bara netedă, cum arată de altfel și relațiunea $\sigma_{bW} = \beta_k \sigma_{bWk}$, că anume tensiunea alternativă maximă care provoacă ruperea e admisă egal de mare în bara netedă și în cea încrestată. In această privință nu se admite deci un efect de sprijinire, adică o mai mare capacitate de suportare, condiționată de neuniformitatea repartiției tensiunii.

C. Valoarea și limitele teoriei matematice a elasticității

1. Constituția materialului ipotetică și reală. Consecințe pentru rezistență. I p o t e z e l e f u n d a m e n t a l e s i m p l e ale teoriei elasticității: Material omogen[3]) și cedând egal în toate direcțiunile (izotrop)[4]), stare stabilă a materialului, lipsa tensiunilor proprii, lege de elasticitate liniară, deformare interioară și deformare totală exterioară mică, variație continuă a tensiunii și deformării în interiorul corpului, permit și ușurează întrebuințarea cu succes a matematicilor pentru rezolvare. A b a t e r i l e dela i p o t e z e l e f u n d a m e n t a l e a l e t e o r i e i e l a s t i c i t ă ț i i: tensiunile proprii[4]) și legea de elasticitate neliniară[5]), reclamă cercetări speciale.

Din cauza constituției cristaline (regiuni de caracter cristalin în formă de bucăți, bare, plăci, coji) și a structurii (structură de turnare, deformare, recristalizare, șiruri, fibre) ipotezele teoriei elasticității adesea nu sunt suficient satisfăcute. Cuasiizotrop se comportă numai materialele omogene, de granulație fină.

Constituția cristalină e de importanță hotărîtoare pentru comportarea materialelor metalice din punctul de vedere al rezistenței; ea e cauza deosebirii dintre rezistențele la solicitare variabilă, dela sarcina statică până la cea alternativă. Impiedecarea mutuală de alunecare a granulelor cauzează o poziție ridicată a limitei de E și eventual formarea unei limite de C superioare și inferioare. Starea instabilă dela limita de C superioară și din cursul deformării permanente e caracterizată prin: influența timpului, devenirea nedeterminată a legăturii dintre tensiune și deformare, deformarea la încărcare constantă sau descrescătoare, etirare ulterioară,

[1]) Arbeitsbl. 1 der Dauerfestigkeitsschaubilder des Fachausschusses für Maschinenelemente im VDI.

[2]) După cele mai noi cercetări (K ö r b e r și H e m p e l Zug-Druck-, Biege- und Verdreh-Wechselbeanspruchungen an Stahlstäben mit Kerben und Querbohrungen, extras în ZVDI 83 (1939), p. 1226, fig. 3) avem $\sigma_{zW} = \sigma_{bW}$ pentru oțelul cu rezistența de 40...130 kg/mm². Fiindcă după b) Material vâscos cu limită de curgere, v. m. s., avem și $\sigma_{zFu} = \sigma_{bFu}$, urmează că în diagramele pentru rezistența la solicitări variabile din p. 756 și 757, pentru oțel, ciclurile mari pentru încovoiere se restrâng la ciclurile mai mici pentru întindere. Avem $\sigma_{ba} = \sigma_{za}$ Excepțiile p. 645.

[3]) Eterogen = neomogen; cuasiizotrop = ca și izotrop; eolotrop = anizotrop.

[4]) H e y n, Mitt. Mat.-Prüf,-Amt Berlin - Dahlem 35 (1917), pp. 1...25. — Handbuch der Experimentalphysik, vol. V (S a c h s), p. 95, ibid. (G ö r e n s și M a i l ä n d e r), p. 477, Leipzig 1930, Akad. Verlagsges. Ibid. bibliografie. Tensiuni proprii dăunătoare înlăturate prin revenire, cele de descărcare provocate intenționat prin tensiuni prealabile, presiuni pe suprafețe. — F ö p p l, St u. E 49 (1929), Nr. 17. — S e e g e r, Druckvorspannungen. — Dauerfestigkeit, teză TH Stuttgart 1933/35, acolo și altă bibliografie.

[5]) E u g e n M e y e r, Berechnung der Durchbiegung von Stäben bei nicht linearem Elastizitätsgesetz, Z V D I 52 (1908), p. 167.

Scanned with OKEN Scanner

cedarea tensiunii la deformare constantă, relaxare. Constituţia neomogenă provoacă şi o neuniformitate corespunzătoare în repartiţia tensiunii. Pentru materialele fragile, aceasta conduce la ruperea prematură, pe când în materialele tenace apare sub sarcină de întindere o egalizare a tensiunilor prin curgere[1]).

La solicitare alternativă e posibilă numai o egalizare limitată a tensiunilor. In rest sarcina variabilă cauzează totodată o întărire şi afânare[2]) a materialului, preponderenţa afânării destrămând materialul şi conducând la rupere prin obosire. Granulaţia grosieră[3]) scade rezistenţa la întindere şi limita de etirare, ca şi tenacitatea faţă de şoc, pe când rezistenţa la încovoire alternativă e influenţată numai puţin. Amortisarea metalelor recoapte creşte considerabil cu mărimea granulelor[4]). Dendritele lungi sunt dăunătoare rezistenţei la încovoiere alternativă[5]); repartiţia fină a elementelor structurale e avantajoasă. Structura în şiruri şi fibre produce slăbire faţă de alunecarea în plane paralele cu direcţiunea fibrelor, şi micşorarea rezistenţei la torsiune alternativă[6]). Fenomenele interioare (ireversibile) se recunosc după fenomenele de amortisare[7]). Prin sarcină alternativă dedesubtul limitei de rupere prin obosire, materialul se trenează. Amortisarea scade la o valoare stabilă dependentă de sarcină; la limita de rupere la solicitare alternativă, până la amortisarea limită[7]); deasupra acesteia are loc ruperea prin obosire. Amortisarea stabilă e suportată permanent, fără rupere. Ea e o caracteristică de material pentru material trenat, la solicitare şi frecvenţă dată[8]). Trenarea urcă rezistenţa la solicitare alternativă. După O. Föppl, afânarea suportată la limita de rupere prin obosire e o măsură a tenacităţii dinamice[9]), care atenuează vârfurile de tensiune şi se opune creşterii progresive a oscilaţiilor.

2. Concluziuni critice pentru teoria matematică a elasticităţii. E drept că aceasta nu poate prinde efectul neomogenităţii interioare a materialului; tensiunea calculată de ea e o valoare medie statistică, cu abateri pozitive şi negative necunoscute. Discontinuitatea neregulată a structurii granuloase exclude principial întrebuinţarea matematicilor cari presupun continuitatea. Valoarea medie statistică a tensiunii şi deformării se poate întrebuinţa însă totuşi în practică, dacă se pot stabili cu ajutorul ei legi privitoare la comportarea la rezistenţă a materialului, pe cari să se poată baza un calcul de rezistenţă.

Acesta e cazul pentru legea de elasticitate liniară, pentru raportul constant dintre limitele de curgere la solicitare normală şi tangenţială, ca şi cel dintre rezistenţa la încovoiere şi torsiune alternativă, cari stau la baza unei „condiţiuni de rezistenţă" (p. 643). Teoria elasticităţii redă destul de exact relaţiunea dintre sarcina totală şi deformarea totală elastică, fiindcă asupra ei vârfurile locale de tensiuni şi alungiri sunt fără influenţă sensibilă, de asemenea repartiţia tensiunilor (în valoare medie statistică), fiindcă din încercările la întindere şi încovoiere a barelor şi din încercările la încovoiere a plăcilor de oţel de fuziune rezultă sensibil aceeaşi valoare a modulului de elasticitate E. Constituţia cristalină influenţează mai ales comportarea la rezistenţă. Teoria elasticităţii îşi păstrează deci valoarea până la vârfurile de tensiune condiţionate de constituţia cristalină şi, ajutată de metode matematice de aproximaţie, se întrebuinţează cu succes şi în timpul cel mai recent[10]). Stabilirea limitelor de valabilitate a teoriei elasticităţii, tratarea problemelor încă nerezolvabile pe cale analitică, cercetarea constituţiei interioare şi a modificării ei prin forţă, căldură şi atac chimic, în vederea explicării şi a celei mai bune utilizări a materialului, determinarea rezistenţei la solicitare variabilă rămân problemele de neclintit ale rezistenţei materialelor, ale încercării şi studiului materialelor, cari îşi apropie orice mijloc adecuat în vederea cercetării.

[1]) Körber, St u. E (1939); p. 620.

[2]) Körber, St u. E 59 (1939), p. 621.

[3]) Fr. Fischer, Krupp-Monatshefte (1923), Mai/Juni Tab. I.—Bibliogr. în Unckel, Versuche über den Einfluß der Kristallitengröße, Z f. Metallk. 15 (1937), p. 413.

[4]) Förster şi Köster, Elastizitätsmodul und Dämpfung, Z f. Metallk. 15 (1937), p. 123, cercetarea a numeroase influenţe.

[5]) Gürtler şi E. Schmid, Aluminium 20 (1938), p. 177.

[6]) Seeger, teză TH Stuttgart 1933/35, p. 46.

[7]) Esau şi Kortum, ZVDI 77 (1933), p. 42, privind şi curbe de amortisare stabilă, amortisare limită; O. Föppl, E. Becker şi v. Heydekampf, Dauerprüfung der Werstoffe, Berlin 1929, Springer, Begriff Grenzdämpfung, p. 15; R. Becker şi Kornetzki, Influenţa magnetizării asupra amortisării, Z Physik 88 (1934), p. 634; E. Lehr, teză TH Stuttgart, p. 57; Förster şi Körster în nota [4]).

[8]) Kortum, teză Univ. Jena (1930), p. 12, dependenţa de frecvenţă încă nelămurită.

[9]) O. Föppl, Statische und dynamische Gütebestimmung von Baustählen, Z f. Metallwirschaft 7 (1928), fasc. 45.

[10]) Cp. Timoshenko-Lessel, Festigkeitslehre 1928; Biezeno-Grammel, Techn. Dynamik 1939, ambele Berlin, Springer.

II. Bare drepte

Explicarea simboalelor în p. 637; în rest notăm cu:

- P forţa longitudinală în bară [kg],
- Q forţa tăietoare [kg],
- S momentul static al jumătăţii de secţiune [cm³]
- A, B rezistenţa reazemelor [kg],
- l lungimea barei resp. distanţa dintre reazeme, lungimea liberă [cm],
- f săgeata curentă [cm],
- M_b momentul încovoietor [kgcm],
- J momentul de inerţie al secţiunii [cm⁴],
- F secţiunea barei [cm²],
- $i = \sqrt{J/F}$ raza de inerţie în raport cu axa lui J [cm],
- W modulul de rezistenţă [cm³],
- e distanţa marginii de linia neutră a secţiunii (fig. 10, p. 651) [cm],
- LMI curba momentelor încovoietoare,
- LE linia elastică = axa recurbată a barei,
- SMI suprafaţa momentelor încovoietoare **F** [kgcm²].

A. Intinderea şi compresiunea

Fie P kg forţa de întindere sau compresiune care se exercită asupra unei bare de lungimea l cm şi secţiunea invariabilă F cm², de-a-lungul axei ei şi repartizată uniform pe capetele barei. Presupunem că materialul urmează legea lui Hooke $\varepsilon = \alpha\sigma = \sigma/E$. Tensiunea σ dintr'o secţiune şi lungirea resp. scurtarea $\pm \Delta l = \pm \lambda$ a lui l e

$$\sigma = P/F\ [\mathrm{kg/cm^2}], \qquad \Delta l = \lambda = \varepsilon l = \alpha l \sigma = Pl/FE\ [\mathrm{cm}].$$

Lucrul mecanic total de deformare A (A' pe cm³) e

$$A = {}^1/_2 \cdot P\lambda = (\sigma^2/2E)\,Fl = A'\,V\,[\mathrm{kgcm}].$$

L u n g i m e a d e r u p e r e l_R e lungimea unei bare prismatice libere, suspendată în partea de sus, în a cărei secţiune superioară de suspendare avem din cauza greutăţii proprii $\sigma = \sigma_{zB}$ kg/mm².

$$l_R = \sigma_{zB}\ [\mathrm{kg/mm^2}]/\gamma\ [\mathrm{km}].$$

γ kg/dm³ e greutatea specifică; de ex. ol 60 : $l_R = 60/7{,}86 = 7{,}73$ km. l_R măsoară capacitatea unui material de a-şi suporta greutatea proprie fără rupere. Analog pentru compresiune.

In calculul de rezistenţă cea mai mare tensiune de întindere care survine nu trebue să întreacă tensiunea de întindere admisibilă (analog pentru compresiune):

$$\max \sigma \leqq \sigma_{za} \text{ resp. } \sigma_{da}.$$

Barele lungi, svelte, supuse la compresiune, trebue calculate la flambaj (p. 707). Condiţiunea pentru repartiţie cât mai uniformă a tensiunii pe secţiune e ca variaţia secţiunii să fie continuă; sarcina centrică.

Pentru secţiuni variabile, corpuri de egală rezistenţă la întindere sau compresiune, la încărcarea prin greutatea proprie, v. manualele, de ex. C. B a c h, Elastizität und Festigkeit, l. c., ed. a 7-a, p. 114.

B. Incovoierea

a) Bazele

1. Ipotezele: Axa barei dreaptă = locul geometric al centrelor de greutate ale secţiunilor, o dreaptă; dimensiunile secţiunilor transversale mici faţă de lungimea barei. Toate forţele exterioare, inclusiv reacţiunile, cari se exercită asupra barei drepte (grindă), intersectează perpendicular axa barei. Se neglijează forţele longitudinale şi momentele de torsiune. Variaţia secţiunii e presupusă continuă.

Forţele exterioare dau pentru o secţiune a grinzii o forţă tăietoare Q perpendiculară pe axa barei, şi un moment încovoietor M_b. Dacă se exercită asupra grinzii numai forţe verticale, f o r ţ a t ă i e t o a r e Q dintr'o secţiune e egală cu rezultanta tuturor forţelor exterioare din stânga secţiunii, pozitivă dacă e îndreptată în sus.

Scanned with OKEN Scanner

2. **Momentul încovoietor** M_b al unei secțiuni e egal cu suma algebrică a momentelor tuturor forțelor exterioare din stânga secțiunii (loc de incastrare fictiv), raportate la o dreaptă orizontală din secțiune, pozitiv când rotește spre dreapta sau când M_b încovoaie axa orizontală a barei cu concavitatea în jos (p. 655).

3. **Sarcină continuă.** Dacă se alege axa barei drept axă x ($+x$ spre dreapta), dacă grinda e încărcată continuu cu q [kg/cm], fig. 8, și dacă A e reacțiunea reazemului din capătul stâng al grinzii, avem pentru secțiunea dela distanța x de A:

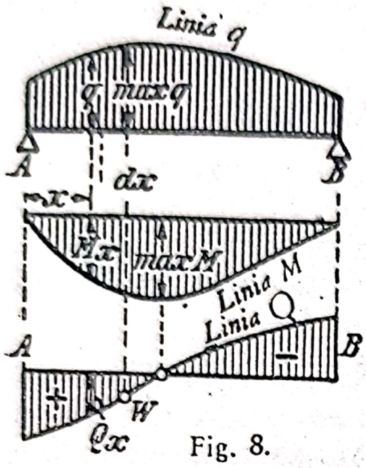


Fig. 8.

$$Q = A - \int_0^x q\,dx \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

$$M_b = \int_0^x Q\,dx \qquad dM_b/dx = Q \; . \; . \quad (2)$$

$$d^2M_b/dx^2 = dQ/dx = -q. \quad (3)$$

Dacă se trec drept ordonate deasupra axei barei, la fiecare distanță x, valorile corespunzătoare Q și M_b, avem pentru curbele Q și M_b astfel obținute:

1. Inclinarea curbei Q pentru x e $dQ/dx = \operatorname{tg}\alpha = -q$.
2. Inclinarea LMI pentru x e $dM_b/dx = \operatorname{tg}\beta = Q$.
3. $[\text{aria } Q]_0^x = \int_0^x Q\,dx$, e egală cu momentul încovoietor la distanța x de A.

Din 3. urmează: Forța tăietoare Q are un maximum (relativ) în fiecare secțiune în care q trece dela + la — prin zero. Curba Q are un punct de inflexiune în dreptul lui max q (W în fig. 8).

Suprafața de sub curba q se numește s u p r a f a ț a d e î n c ă r c a r e.

Din 2. rezultă: Momentul încovoietor M_b are un maximum (relativ) în orice secțiune în care forța tăietoare trece dela + la — prin zero.

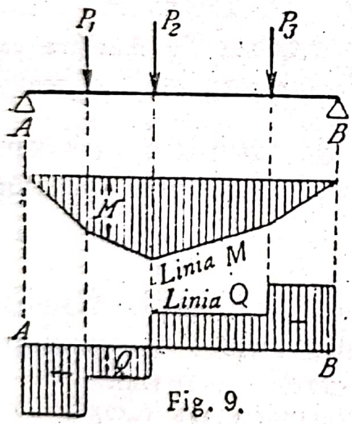


Fig. 9.

4. **Forțe concentrate.** Intre două forțe concentrate succesive, ca A, P_1, P_2, P_3, B din fig. 9, forța tăietoare Q e constantă și momentul încovoietor de gradul întâiu în x. Curba Q a unei astfel de grinzi e o linie în trepte și LMI un poligon din segmente drepte cu vârfurile pe direcțiunile forțelor. Pe una din aceste direcțiuni se găsește max M_b. Dacă forțele exterioare n u sunt toate verticale, ele se descompun în componente verticale și orizontale. Pentru fiecare grup de forțe se determină forțele tăietoare și momentele încovoietoare din secțiuni. Forța tăietoare produce tensiuni tangențiale τ în secțiune, momentele încovoietoare tensiuni normale σ (tensiuni de încovoiere) perpendiculare pe secțiune.

b) Tensiuni de încovoiere

La încovoierea unei grinzi fibrele longitudinale ale unui strat plan (ale s t r a t u l u i n e u t r u) își păstrează lungimea inițială; intersecțiunea acestui strat cu secțiunea dă l i n i a n e u t r ă (axa neutră sau zero). Linia neutră separă regiunea alungirilor de a scurtărilor (fig. 10).

Ecuația pentru calculul tensiunilor de încovoiere dintr'o bară dreaptă se bazează pe următoarele ipoteze (B e r n o u l l i, N a v i e r):

1. Secțiunile rămân plane și perpendiculare pe axa încovoiată a barei (linia elastică, LE). 2. Alungirile sunt proporționale cu tensiunile. 3. Elasticitatea la întindere e egală cu cea la compresiune. 4. Secțiunile au o axă de simetrie Sys, care cade în planul momentelor încovoietoare, cu alte

Scanned with OKEN Scanner

cuvinte trebue să survină numai tensiuni normale perpendiculare pe secţiune şi tensiuni tangenţiale cari nu deformează prin lunecare o reţea de linii a unei secţiuni (ipotezele aşa numitei probleme a lui de St. Venant). Din ipoteza 1 rezultă: Linia neutră e o dreaptă. Alungirile sunt proporţionale cu distanţa y dela linia neutră, şi după ipoteza 2 şi tensiunile. Dacă σ_{b_1} e tensiunea maximă de încovoiere (întindere) la distanţa e_1 de linia neutră, σ_{b_2} tensiunea maximă de încovoiere (compresiune) la distanţa e_2, tensiunea de încovoiere σ la distanţa y e

$$\sigma = (\sigma_{b_1}/e_1)\, y = (\sigma_{b_2}/e_2)\, y \quad . \; . \; . \quad (4)$$

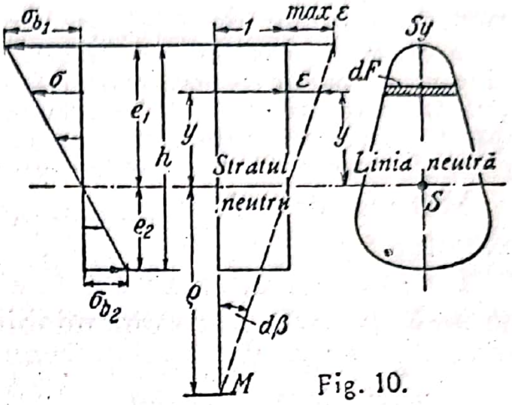


Fig. 10.

Fiindcă nu există forţă longitudinală, rezultă din ipoteza 3

$$\int_F \sigma\, dF = (\sigma_{b1}/e_1) \int_F y\, dF = 0, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

adică linia neutră trece prin centrul de greutate al secţiunii şi e perpendiculară pe planul de încovoiere (planul lui M_b sau al LE). Dimensiunea secţiunii, perpendiculară pe axa neutră, se numeşte înălţime, cea paralelă cu axa neutră lăţime.

Momentul încovoietor al forţelor exterioare într'o secţiune e egal cu momentul forţelor interioare (momentul tensiunilor) de ex. în raport cu axa neutră

$$M_b = \int_F \sigma\, dF\, y = \frac{\sigma_{b1}}{e_1} \int_F y^2\, dF = \sigma_{b1} \frac{J}{e_1} = \sigma_{b2} \frac{J}{e_2} \quad . \; . \quad (6)$$

$J = \int y^2 dF$ se numeşte momentul de inerţie al secţiunii în raport cu linia neutră. Integrala se extinde asupra întregii arii a secţiunii. $J/e_1 = W_1$ şi $J/e_2 = W_2$ . . . . . . (7) se numesc modulele de rezistenţă ale secţiunii în raport cu linia neutră, pentru partea de întindere şi compresiune. J şi W depind de forma şi mărimea secţiunii.

Formulele pentru J şi W pentru diferite forme de secţiuni limitate simplu în p. 658 ş. u. Valorile numerice pentru secţiuni circulare în coroana circulară, rectangulare şi pătrate în p. 661 ş. u; pentru secţiunile profilelor normale în pp. 1013 ş. u. şi 1028 ş. u. — Determinarea grafică a momentelor de inerţie în p. 351.[1])

Calculul tensiunilor de încovoiere pentru moment încovoietor dat şi secţiune dată. Pentru secţiunile cu o axă de simetrie în planul de încovoiere avem

la distanţa y dela linia neutră $\sigma = M_b\, y/J$ . . . . . . (8)

„ „ e_1 „ „ „ $\sigma_{b1} = M_b\, e_1/J = M_b/W_1$ . . (8a)

„ „ e_2 „ „ „ $\sigma_{b2} = M_b\, e_2/J = M_b/W_2$ . . (8b)

Dacă linia neutră e şi axă de simetrie, adică dacă $e_1 = e_2 = e$, $W_1 = W_2 = W$, tensiunea de încovoiere maximă la distanţa e de axa neutră e $\sigma_b = M_b/W$. . . . . (8c)

W e o măsură a încărcabilităţii la încovoiere a unei secţiuni. Tensiunea de încovoiere maximă nu poate întrece după ecuaţia (8a) tensiunea ad-

[1]) Cp. Rötscher, ZVDI 80 (1936), p. 1354.

Scanned with OKEN Scanner

misibilă la întindere — şi nici tensiunea de încovoiere maximă, după ecuaţia (8 b), tensiunea admisibilă la compresiune — adică avem

$$\sigma_{b_1} \leqq \sigma_{z\,a} \qquad \sigma_{b_2} \leqq \sigma_{d\,a} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

Dacă $\sigma_{za} = \sigma_{da}$, se scrie în locul lor σ_{ba}. Valorile tensiunilor admisibile pentru felurile de oţel şi fier des întrebuinţate, în p. 771.

In alegerea tensiunii admisibile la întindere pentru calculele la încovoiere e mai bine să ne bazăm pentru materialele fragile pe încercări la încovoiere decât pe încercări la întindere, fiindcă încercările la întindere dau, în cazul excentricităţii încărcării, care survine uşor, valori prea mici; şi neomogenităţile interioare se manifestă mai dăunător la încercarea la întindere decât la încercarea la încovoiere.[1]).

Metoda de calcul pentru grinzile de secţiune egală, rezemate liber la capete:

1. D e t e r m i n a r e a r e a c ţ i u n i l o r r e a z e m e l o r : Soluţia grafică p. 322 e recomandabilă la sarcini numeroase. Soluţia analitică: Liberarea grinzii de reazeme, aplicarea reacţiunilor reazemelor. Pentru grinda liberată, sarcinile şi reacţiunile sunt în echilibru: $\Sigma M = 0$ faţă de un reazem, $\Sigma V = 0$.

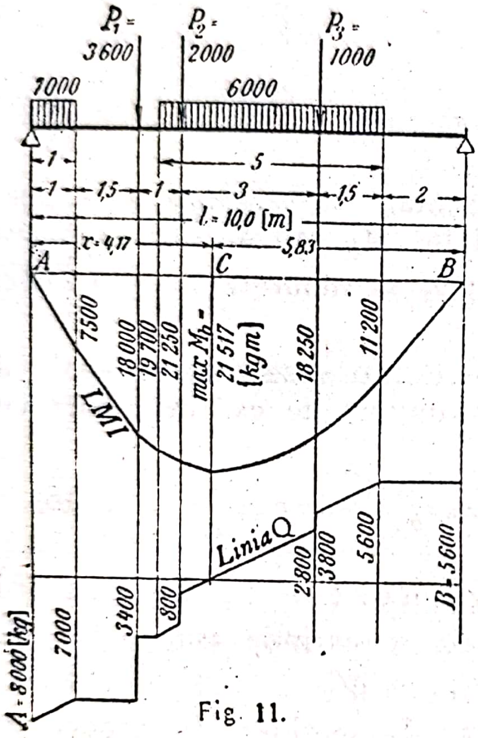


Fig. 11.

2. Secţiunea periculoasă se găseşte în dreptul locului în care forţa tăietoare Q trece dela + la —; în fig. 11, în dreptul lui C.

3. M o m e n t u l î n c o v o i e t o r m a x i m u m. Se consideră grinda incastrată în dreptul lui C şi se consideră una din părţi, de ex. cea stângă, drept grindă incastrată, cu un capăt liber. Momentul în raport cu C al tuturor forţelor (sarcini şi reacţiuni) din stânga lui C e momentul încovoietor căutat.

4. D e t e r m i n a r e a s e c ţ i u n i i n e c e s a r e pentru moment încovoietor dat şi tensiune admisibilă prescrisă. După ecuaţiile (8 c) şi (9) avem $\sigma_b = M_b / W = \sigma_{ba}$, de unde trebue calculat modulul de rezistenţă necesar:

$$W_{nec} = M_b / \sigma_{ba} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

După alegerea formei secţiunii, trebue căutate dimensiunile ei din formule, tabele (v. m. s.), sau prin încercări şi recalcularea lui W.

Exemplu: Pentru grinda din fig. 11 rezultă

1. din $\Sigma M = 0$ în jurul reazemului B şi pe urmă din $\Sigma V = 0$:

$$A \cdot 10 - 1000 \cdot 9{,}5 - 3600 \cdot 7{,}5 - 2000 \cdot 6{,}5 - 6000 \cdot 4{,}5 - 1000 \cdot 3{,}5 = 0$$
$$A = 950 + 2700 + 1300 + 2700 + 350 = 8000 \text{ kg}$$
$$B = 1000 + 3600 + 2000 + 6000 + 1000 - 8000 = 5600 \text{ ,,}$$

2. Imediat în dreapta lui P_2 avem $Q = 8000 - 1000 - 3600 - 2000 - 6000 \cdot 0{,}5/5 = 800$ kg

,, ,, stânga ,, P_3 ,, $Q = 8000 - 1000 - 3600 - 2000 - 6000 \cdot 3{,}5/5 = -2800$,,

Secţiunea căutată a lui max. M se găseşte deci între P_2 şi P_3, de ex. la distanţa x de A; avem $8000 = 1000 + 3600 + 2000 + 6000\,(x - 3)/5$ $\qquad x = 4{,}17$ m.

3. $\max M = 5600 \cdot 5{,}83 - 1000 \cdot 2{,}33 - 6000\,(3{,}83/5) \cdot 3{,}83/2 = 21\,517$ kgm

Momentul în P_1 e $8000 \cdot 2{,}5 - 1000 \cdot 2 = 18\,000$,,

,, ,, P_2 ,, $8000 \cdot 3{,}5 - 1000 \cdot 3 - 3600 \cdot 1 - 6000\,(0{,}5/5) \cdot 0{,}25 = 21\,250$,,

,, ,, P_3 ,, $5600 \cdot 3{,}5 - 6000 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}5/5 = 18\,250$,,

Curbele M_b şi Q sunt reprezentate complet în fig. 11. In cazuri mai simple ne putem dispensa de insistarea asupra forţelor tăietoare.

---

1) H. J. K r u g, Festigkeitsverhalten spröder Körper bei gleichförmiger und ungleichförmiger Beanspruchung, teză de doctorat, TH Stuttgart, 1938, p. 3.

Pentru fier laminat comercial se poate alege la sarcină statică $\sigma_{ba} = 1400$ kg/cm², și urmează

$$W_{nec} = \max M/\sigma_{b\,a} = 2\,151\,700 \text{ kgcm}/1400 \text{ kg/cm}^2 = 1535 \text{ cm}^3.$$

După DIN 1025 1 resp. 2 se poate alege I 40 cu $W_x = 1460$ cm³ și 92,6 kg/m sau I 28 (p. 1017 și 1018) cu $W_x = 1480$ cm³ și 113 kg/m.

Grinzile de egală rezistență la încovoiere (p. 678) au în fiecare secțiune aceeași valoare a lui max $\sigma_b = \sigma_{ba}$. După ecuația (8 c) condițiunea e

$$M_b / W = \sigma_{b\,a} = \text{constant},$$

adică M_b și W trebue să varieze după aceeași lege de-a-lungul întregii lungimi a grinzii.

Influența tensiunilor tangențiale. In secțiunea unui reazem de capăt liber $M_b = 0$; dacă lucrează în ea o forță de tăiere, ea trebue calculată la tăiere. Dacă grinda e dimensionată la încovoiere și toate secțiunile sunt ținute egale, efortul la tăiere în secțiunea dela capăt e de cele mai multe ori moderat. Cazuri speciale în p. 683.

Abateri dela legea de proporționalitate a lui Hooke. In acest caz ecuațiile (5)...(8) nu mai sunt valabile sau sunt valabile numai cu aproximație, după gradul de abatere. La materiale ca fonta, piatra și betonul, limita de P e foarte scăzută. Alungirile cresc mai repede decât tensiunile. In plus, fonta cedează mai mult față de întindere decât față de compresiune. Alungirile specifice din secțiunea unei grinzi încovoiate sunt proporționale cu distanța dela linia neutră, dar nu depind de tensiuni după o lege liniară tensiune-alungire specifică, prin ceea ce repartiția tensiunilor devine neliniară.

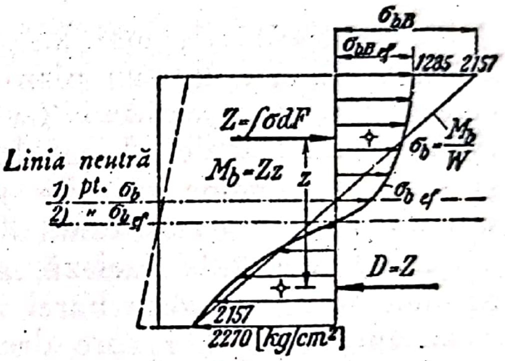


Fig. 12.

In fig. 12, repartiția tensiunii pentru o grindă de fontă cu secțiune dreptunghiulară.[1]) Rezistența la încovoiere $K_b = \sigma_{bB} = M_{bB}/W$ e 2157 kg/cm²; după mersul neliniar al lungirilor și scurtărilor specifice totale, rezultă rezistența „reală" sau „efectivă" la încovoiere egală cu $K_{b\,et} = 1292$ kg/cm², în concordanță cu rezistența la întindere, $K_z = \sigma_{zB} = 1292$. Axa neutră e deplasată în partea de cedare mai mică (partea de compresiune). K_b/K_z depinde de forma secțiunii,[2]) la fontă de secțiune dreptunghiulară 1,7...1,75, la secțiune circulară 2,14...2,24.[3])

Rezistența la încovoiere K_b e o valoare falsă, calculată dintr'o ipoteză nepotrivită, dar utilizabilă totuși pentru calculul la încovoiere al fontei ș. a. Anume, siguranța contra ruperii e $S = M_{bB}/M_b = (K_b W) : (\sigma_b W) = K_b/\sigma_b = \sigma_{bB}/\sigma_b$. Cât σ_b nu e falsificat prea mult prin abaterea dela legea lui Hooke, valoarea S pentru coeficientul de siguranță e perfect utilizabilă, deși K_b e fals.

Pentru fontă și aliaje de aluminiu pentru pistoane se poate deduce, din măsurători de deformații la întindere și compresiune, egalitatea dintre rezistența efectivă la încovoiere și rezistența la întindere. In același fel se obține pentru alte materiale fragile o rezistență efectivă la încovoiere mai mare decât rezistența la întindere,[4]) ceea ce i se atribue unui e f e c t d e s p r i j i n i r e,[4]) pe care-l suferă la repartiție neuniformă a tensiunii materialul solicitat mult din partea celui mai puțin solicitat. Fiindcă încercarea la întindere cu material fragil e foarte sensibilă, e preferabil ca încărcabilitatea la întindere pentru materiale fragile și repartiție neuniformă de tensiune (încovoiere, polisor) să se determine din încercarea la încovoiere. Cp. p. 646.

Axa principală a secțiunii cuprinsă în planul sarcinii nu e axă de simetrie a secțiunii. O grindă în ⊏ e încărcată astfel printr'un moment încovoietor simplu, încât talpa $M_1 M_2$ e comprimată, $M_3 M_4$ întinsă. Planul M_b trece prin centrul de greutate și e perpendicular pe axa de simetrie a secțiunii. Incercarea lui C. B a c h cu PN german ⊏ 30 a dat pentru o anumită sarcină, după ecuația obișnuită a încovoierii, $\sigma_b = M_b/W = 273$ kg/cm².

---

[1]) C. B a c h, Elastizität und Festigkeit, p. 293 ș. u. și p. 266, Berlin 1917, Springer. — [2]) ibid. p. 286. — [3]) Cu privire la aliajele de aluminiu pentru pistoane v. Z Metallwirtschaft 17 (1938), p. 837. — [4]) H. J. K r u g, l. c., tot acolo bibliografie.

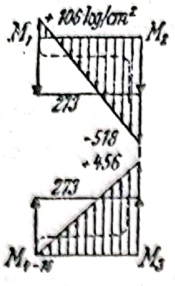


Fig. 13.

Din măsurători de alungiri (lungimea 200 mm) a rezultat pentru σ la marginea din afară a secţiunii

în M_1 — 518 kg/cm² în M_3 + 456 kg/cm²
în M_2 + 104 „ în M_4 — 16 „

Tensiunile în lăţimea tălpilor sunt repartizate neuniform după fig. 13 şi cu mult mai mari decât după calculul obişnuit; valoarea obişnuită e întrecută cu 90 şi 67, în mijlociu cu 78%. Tălpile şi inima au câte o axă neutră; secţiunea totală însă niciuna. Tensiunile nu mai sunt condiţionate nici aproximativ prin rămânerea plană a secţiunilor, ci prin comportarea a trei bare în formă de benzi, împreunate, constrânse la deformare comună în dreptul îmbinărilor. Tensiunile cari apar la îmbinări nu mai corespund nici ipotezelor teoriei încovoierii barelor drepte, nici celor ale aşa numitei probleme a lui de St Venant, aşa încât aici nu dă rezultat nici teoria matematică a încovoierii grinzilor. Explicaţia intuitivă a stării de tensiune, în C. Bach [1]). Se recomandă să se plaseze în planul sarcinilor numai axele principale şi de simetrie ale unei secţiuni şi să se evite starea descrisă mai sus, la nevoie să se facă încercări.

c) Deformarea elastică prin încovoiere

Determinările de mai jos ale săgeţii sunt valabile pentru cazul că *LMI* se găseşte într'un plan longitudinal care cuprinde o axă principală şi de simetrie a secţiunii. La nevoie trebue desenate *LMI* pentru ambele plane longitudinale ale axelor principale şi de simetrie ale secţiunilor şi să se determine săgeţile y pentru fiecare plan. Componentele lui M se compun într'o rezultantă după teorema lui Pitagora; la fel pentru y. Când secţiunile variază, axele principale ale secţiunilor trebue să fie paralele între ele. Axa barei iniţial dreaptă o alegem ca axă x şi săgeata o notăm cu y, $+x$ spre dreapta, $+y$ în jos (fig. 14).

Unghiul de inclinare β **al liniei elastice** (*LE*) faţă de axa x e mai totdeauna mic în aplicaţiile tehnice, şi deci $\operatorname{tg}\beta \approx \beta$ (inclinarea). Inclinarea $\beta_1 = +dy/(+dx)$ e pozitivă, $\beta_2 = +dy/(-dx)$ negativă.

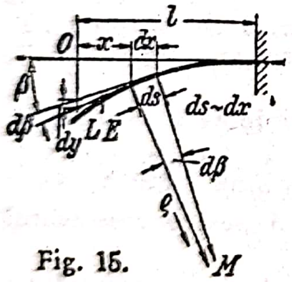


Fig. 15.

Dela O la *B*, adică la înaintarea în orientarea $+x$, inclinarea β din fig. 14 scade, adică la înaintarea cu $+dx$ mărimea $d\beta$ e negativă, adică şi $d\beta/dx = d(dy/dx)/dx = d^2y/dx^2$ e negativ. Mersul corespunzător al curburii *LE* e cel din fig. 15. Dacă d^2y/dx^2 e negativ (pozitiv), *LE* — privită în direcţiunea y-ilor descrescători — apare încovoiată convex (concav). Această caracterizare nu se schimbă dacă se raportează *LE* la un sistem stâng (originea în *B*). De aceea se pot deosebi momente încovoietoare cari încovoaie convex şi concav. Cu privire la semn v. m. j.

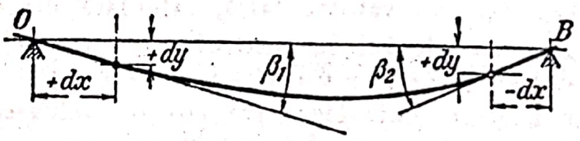


Fig. 14. Curba OB = linia elastică

La mică inclinare a *LE* curbura $1/\rho$ din p. 133 se poate scrie

$$1/\rho = \pm d^2y/dx^2 \; [= \pm y''] \quad \text{. . . . .} \quad (11)$$

Din fig. 15 urmează

$$\rho\, d\beta = ds \approx dx \quad \text{. . . . .} \quad (12)$$

$$x\, d\beta = dy; \quad \text{. . . . .} \quad (12a)$$

din fig. 10 urmează

$$\max \varepsilon/1 = h/2 : \rho \qquad \max \varepsilon = h/2\rho \quad \text{. . .} \quad (13)$$

Din ecuaţia (13) rezultă

$$1/\rho = M_b/EJ \qquad d^2y/dx^2 = \pm M_b/EJ \quad . \quad (14)$$

---

[1]) C. Bach, Versuche einer theoretischen Behandlung, Elastizität und Festigkeit, ed. a 7-a, Berlin 1917, Springer, p. 260. — Sonntag, Biegung, Schub und Scherung, Berlin 1909, Ernst & Sohn. — Maillart, Schweiz. Bauztg. 86 (1921), p. 195; 89 (1924), p. 109. — C. Weber, ZAM 4 (1924), p. 334; 6 (1926), p. 85. — Huber, Bauing. 6 (1925), p. 458. — Trefftz, ZAM 15 (1935), fasc. 4.

Scanned with OKEN Scanner

Curbura $1/\rho$ e proporțională cu momentul încovoietor. EJ ($= \rho$, pt. $M_b = 1$) reprezintă măsura rigidității față de încovoiere a grinzii în dreptul secțiunii cu momentul de inerție J.

S e m n u l membrului stâng din ecuația (14) e determinat geometric prin mersul curburii LE; v. m. s. Semnul lui M din membrul drept se poate alege arbitrar. Concordanța dintre cei doi membri se poate realiza totdeauna din cauza semnului dublu din ecuația (14). In acest capitol se respectă totdeauna următoarele convențiuni: Semnul lui d^2y/dx^2 ca mai sus. Semnul momentelor încovoietoare ca în p. 650 sau în concordanță cu aceasta: Un moment încovoietor care încovoaie convex (concav) e pozitiv (negativ) (fig. 16). In consecință membrul drept obține semnul —: $d^2y/dx^2 = -M/EJ$. . . . . (14a)

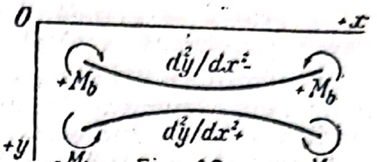


Fig. 16.

La desenarea LMI se recomandă să se treacă $+M$ în jos și $-M$ în sus.

Dependența dintre linia elastică, a înclinărilor, a momentelor încovoietoare, a forțelor tăietoare și a încărcărilor liniare. Dacă e dată ecuația LE, se poate găsi prin derivări succesive în raport cu x valoarea și semnul lui M, Q și q. Dacă LE e cunoscută din măsurători ale săgeții, liniile inclinării, momentelor încovoietoare, forțelor tăietoare și densității de încărcare se găsesc prin derivare succesivă grafică (trasare de tangente).

La nevoie se poate parcurge și drumul invers.

Curbură și alungire specifică maximă la încovoiere. Dacă axa unei bare drepte, a cărei secțiune are axa neutră drept axă de simetrie, se încovoaie cu o rază de curbură ρ, de ex. o sârmă de resort la bobinare (grosimea sârmei h, raza medie de bobinare ρ), o curea la trecerea peste un disc mic, o bară-epruvetă pentru determinarea așa numitei mărimi a încovoierii, alungirea specifică maximă în partea întinsă e după ecuația (13)

$$\max \varepsilon = h/2\rho. \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (15)$$

Dacă e valabilă legea lui H o o k e, tensiunea maximă de încovoiere e

$$\sigma_b = E \max \varepsilon.$$

Inclinarea și încovoierea grinzii drepte libere incastrate la un capăt (fig. 14). Din ecuațiile (12) și (12 a) rezultă prin înlocuire din (14) unghiul de încovoiere la capăt $\beta = \int_0^l \frac{M}{EJ}\,dx$, și săgeata de încovoiere la capătul liber al barei $f = \int_0^l \frac{M}{EJ}\,x\,dx$ [cm]. Dacă E e constant și bara are pretutindeni aceeași secțiune, avem

$$\beta = \frac{1}{EJ}\int_0^l M\,dx = \frac{1}{EJ}\,\mathrm{F} \quad (16), \qquad f = \frac{1}{EJ}\int_0^l M\,x\,dx = \frac{1}{EJ}\,\mathrm{F}\,x_0 \quad (17)$$

Mai sus F reprezintă SMI de deasupra grinzii libere incastrate la un capăt și x_0 distanța dintre centrul ei de greutate și capătul liber. Unghiul de încovoiere la capăt β al unei grinzi libere incastrate la un capăt și cu secțiunea constantă e egal cu aria SMI, înmulțită cu $1/EJ$. Săgeata de încovoiere f a aceleași grinzi e egală cu produsul dintre $1/EJ$ și momentul static al SMI în raport cu capătul liber al grinzii.

In cazul s e c ț i u n i i v a r i a b i l e a b a r e i se desenează deasupra axei grinzii, în loc de LMI, curba M/J [kg/cm³]. Dacă notăm cu F' aria ei [kg/cm²] de deasupra grinzii și cu $\mathrm{F}'x_0$ [kg/cm] momentul static al lui F' în raport cu capătul liber al grinzii, avem

unghiul de încovoiere la capăt $\beta = \mathrm{F}'/E = \alpha \mathrm{F}'$ . . . . (16a)
săgeata de încovoiere [cm] $f = \mathrm{F}'x_0/E = \alpha \mathrm{F}'x_0$ . . . . (17a)

în cuvinte, mutatis mutandis, ca mai sus. Mai sus avem $M = M_b$.

Scanned with OKEN Scanner

Curbura $1/\rho$ e proporțională cu momentul încovoietor. EJ ($= \rho$, pt. $M_b = 1$) reprezintă măsura rigidității față de încovoiere a grinzii în dreptul secțiunii cu momentul de inerție J.

Semnul membrului stâng din ecuația (14) e determinat geometric prin mersul curburii LE; v. m. s. Semnul lui M din membrul drept se poate alege arbitrar. Concordanța dintre cei doi membri se poate realiza totdeauna din cauza semnului dublu din ecuația (14). In acest capitol se respectă totdeauna următoarele convențiuni: Semnul lui d^2y/dx^2 ca mai sus. Semnul momentelor încovoietoare ca în p. 650 sau în concordanță cu aceasta: Un moment încovoietor care încovoaie convex (concav) e pozitiv (negativ) (fig. 16). In consecință membrul drept obține semnul —: $d^2y/dx^2 = -M/EJ$. . . . (14a)

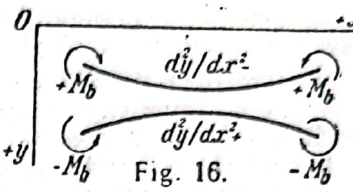


Fig. 16.

La desenarea LMI se recomandă să se treacă $+M$ în jos și $-M$ în sus.

Dependența dintre linia elastică, a înclinărilor, a momentelor încovoietoare, a forțelor tăietoare și a încărcărilor liniare. Dacă e dată ecuația LE, se poate găsi prin derivări succesive în raport cu x valoarea și semnul lui M, Q și q. Dacă LE e cunoscută din măsurători ale săgeții, liniile înclinării, momentelor încovoietoare, forțelor tăietoare și densității de încărcare se găsesc prin derivare succesivă grafică (trasare de tangente).

La nevoie se poate parcurge și drumul invers.

Curbură și alungire specifică maximă la încovoiere. Dacă axa unei bare drepte, a cărei secțiune are axa neutră drept axă de simetrie, se încovoaie cu o rază de curbură ρ, de ex. o sârmă de resort la bobinare (grosimea sârmei h, raza medie de bobinare ρ), o curea la trecerea peste un disc mic, o bară-epruvetă pentru determinarea așa numitei mărimi a încovoierii, alungirea specifică maximă în partea întinsă e după ecuația (13)

$$\max \varepsilon = h/2\rho. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Dacă e valabilă legea lui Hooke, tensiunea maximă de încovoiere e

$$\sigma_b = E \max \varepsilon.$$

Inclinarea și încovoierea grinzii drepte libere incastrate la un capăt (fig. 14). Din ecuațiile (12) și (12 a) rezultă prin înlocuire din (14) unghiul de încovoiere la capăt $\beta = \int_0^l \frac{M}{EJ}\,dx$, și săgeata de încovoiere la capătul liber al barei $f = \int_0^l \frac{M}{EJ}\,x\,dx$ [cm]. Dacă E e constant și bara are pretutindeni aceeași secțiune, avem

$$\beta = \frac{1}{EJ}\int_0^l M\,dx = \frac{1}{EJ}\,F \quad (16), \qquad f = \frac{1}{EJ}\int_0^l M\,x\,dx = \frac{1}{EJ}\,F\,x_0 \quad (17)$$

Mai sus F reprezintă SMI de deasupra grinzii libere incastrate la un capăt și x_0 distanța dintre centrul ei de greutate și capătul liber. Unghiul de încovoiere la capăt β al unei grinzi libere incastrate la un capăt și cu secțiunea constantă e egal cu aria SMI, înmulțită cu $1/EJ$. Săgeata de încovoiere f a aceleași grinzi e egală cu produsul dintre $1/EJ$ și momentul static al SMI în raport cu capătul liber al grinzii.

In cazul secțiunii variabile a barei se desenează deasupra axei grinzii, în loc de LMI, curba M/J [kg/cm^3]. Dacă notăm cu F' aria ei [kg/cm^2] de deasupra grinzii și cu $F'x_0$ [kg/cm] momentul static al lui F' în raport cu capătul liber al grinzii, avem

unghiul de încovoiere la capăt $\beta = F'/E = \alpha F'$ . . . . . . (16a)

săgeata de încovoiere [cm] $f = F'x_0/E = \alpha F' x_0$ . . . . . (17a)

în cuvinte, mutatis mutandis, ca mai sus. Mai sus avem $M = M_b$.

Scanned with OKEN Scanner

Analogia lui Mohr dintre linia elastică și curba funiculară. Considerăm un fir flexibil întins plat în direcțiunea axei orizontale x, încărcat cu o sarcină verticală repartizată arbitrar q kg pe cm lungime de fir, resp. pe cm de x. Tracțiunea orizontală H kg a firului e constantă. Fie V kg $(dV = q\,dx)$ componenta verticală a tracțiunii din fir. După p. 336, e c u a ț i a d i f e r e n ț i a l ă a c u r b e i f u n i c u l a r e (echilibrul unui element de fir) e

$$d^2y/dx^2 = q/H.$$

Comparând cu ecuația diferențială (14 a) a liniei elastice $d^2y/dx^2 = -M_b/EJ$ deducem

a) pentru o grindă dreaptă de secțiune constantă, LE poate fi considerată drept curbă funiculară a cărei suprafață de încărcare (p. 650) e $SMI\ (q = -M_b)$ și a cărei tracțiune orizontală e $H = EJ$. O încărcare q orientată vertical în jos îi corespunde unui moment încovoietor $+M$ pozitiv, care încovoaie convex (p. 655), cu alte cuvinte $+M\,dx$ lucrează ca $q\,dx$.

b) pentru o grindă de secțiune variabilă, LE e o curbă funiculară a cărei suprafață de încărcare e suprafața (M/J) și a cărei tracțiune orizontală e $H = E$.

Săgeata și inclinarea LE se determină în cazuri simple prin calcul, în cazuri mai puțin simple grafic.

Metoda analitică. Fig. 17 reprezintă LE a unei grinzi drepte sprijinită liber în a și b considerată după M o h r drept curbă funiculară, încărcarea ei fiind SMI [kgcm²], tracțiunea ei orizontală $H = EJ$ [kgcm²].

Fig. 17.

Tracțiunile din a și b sunt tangente la LE. Componentele verticale V_a și V_b ale tracțiunii din fir sunt în echilibru cu încărcarea totală a curbei funiculare și rezultă din $\Sigma M = 0$ față de un reazem și din $\Sigma V = 0$.

Inclinările β_a și β_b ale LE în a și b sunt

$$\beta_a = V_a/EJ \qquad \beta_b = V_b/EJ. \quad . \quad . \quad (18)$$

Pentru calculul săgeții într'un punct oarecare, se intersectează curba funiculară a lui Mohr în acel punct, i se aplică tracțiunea în fir și se consideră echilibrul momentelor încărcării firului în partea separată din ea. In cazuri analoage cu cel din fig. 11 valoarea reală a săgeții maxime diferă numai puțin de săgeata mijlocului grinzii. In cazul secțiunii variabile procedează analog, ținând seamă de aliniatul b) de mai sus.

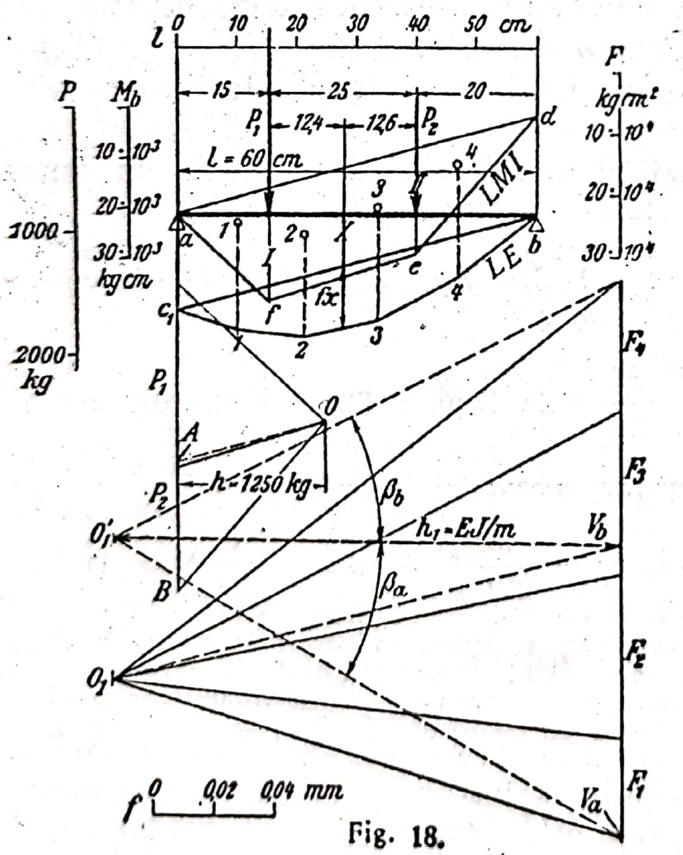


Fig. 18.

(Micșorată în raportul 1/2, textul îi corespunde originalului).

Metoda grafică. LE se desenează după Mohr ca o curbă funiculară cu suprafață de încărcare formată de SMI de deasupra grinzii. Momentele încovoietoare se determină prin calcul sau grafic (după p. 323).

Se recomandă ca toate etaloanele să se deseneze ca scări alături de figuri. SMI se descompune printr'un număr suficient de ordonate în suprafețe parțiale F_1, F_2, F_3, . . ., ale căror centre de greutate se determină; apoi se trec pe ordonatele 1, 2, 3, . . . ale centrelor de greutate valorile F_1, F_2, F_3, . . . la scara F drept „sarcini" și se construește poligonul funicular corespunzător, împreună cu linia lui de închidere. Ordonatele acestui poligon funicular sunt săgețile. Dacă scara lungimilor axei grinzii e $1/n$ și se ia drept distanță polară a figurii polare a lui Mohr $1/m$ din EJ, săgețile apar mărite de m/n ori.

Exemple: α) Grindă de secțiune constantă. O grindă rezemată liber în a și b, cu distanța dintre reazeme $l = 60$ cm, e încărcată ca în fig. 16 cu $P_1 = 1500$ kg și $P_2 = 1000$ kg. $E = 2{,}1 \cdot 10^6$ kg/cm², $J = 201$ cm⁴, $d = 8$ cm Ø.

In fig. 18 s'a ales scara lungimilor $1/n = 1/10$, $ab = 6$ cm. Cu scara forțelor 1000 kg = 2 cm și distanța polară $h = 2{,}5$ cm = 1250 kg s'a desenat figura polară și

Scanned with OKEN Scanner

poligonul funicular $a\ f\ e\ d$. Se obțin reacțiunile reazemelor $A = 1458$ și $B = 1042$ kg și pe direcțiunile I și II momentele încovoietoare $M_I = 1458 \cdot 15 = 21\,900$ și $M_{II} = 20\,800$ kgcm.

Ordonatele I, X, II separă patru suprafețe parțiale ale SMI, cu centrele de greutate 1, 2, 3, 4 cu ariile

$F_1 = \frac{1}{2} \cdot 21\,900 \cdot 15 = 164\,000$ kgcm², $\qquad F_3 = 21\,100 \cdot 12{,}6 = 266\,000$ kgcm²,

$F_2 = 21\,600 \cdot 12{,}4 = 266\,000$ kgcm², $\qquad F_4 = \frac{1}{2} \cdot 20\,800 \cdot 20 = 208\,000$ kgcm²,

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 904\,000 \text{ kg/cm}^2.$$

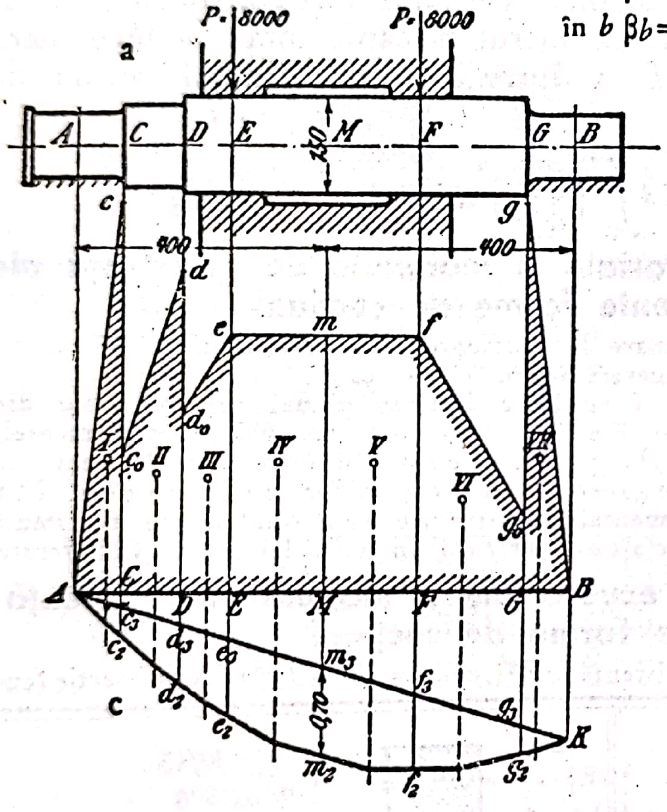
In figura polară a lui Mohr s'au trecut: 10 000 kgcm² = 1 mm și distanța polară $h_1 = 1/m$ din $EJ = 1/500$ din $2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 201 = 844\,000$ kgcm² = 84,4 mm; „sarcinile" $F_1 = 16{,}4$; $F_2 = 26{,}4$; $F_3 = 27$; $F_4 = 20{,}8$ mm. Cu ajutorul lor s'a desenat poligonul funicular al lui Mohr $c_1\ 1\ 2\ 3\ 4\ b$, împreună cu linia lui de închidere. Ordonatele lui, săgețile, apar mărite de $m/n = 500/10 = 50$ ori. Săgeata în dreptul lui X e deci

$$f_X = (1/50)\ 1 \text{ cm} = 0{,}02 \text{ cm},$$

înclinarea LE (cp. figura polară refăcută pentru polul O_1') e

$$\text{în } a\ \beta_a = V_a/EJ = (47 \cdot 10^4)/(422 \cdot 10^6) = 0{,}111\text{‰},$$

$$\text{în } b\ \beta_b = V_b/EJ = (42 \cdot 10^4)/(422 \cdot 10^6) \approx 0{,}1\text{‰}.$$



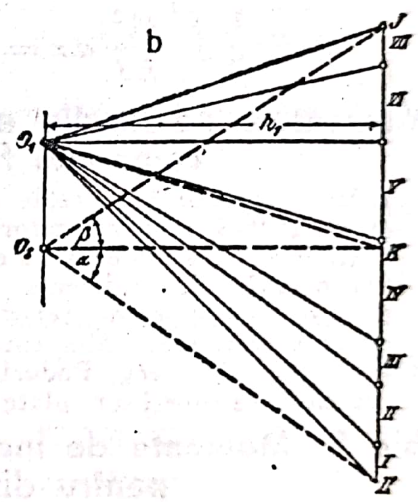


Fig. 19 a . . . c.

β) **Bară de secțiune variabilă.** Se consideră arborele rezemat liber în palierele $A\ B$ (fig. 19), din oțel cu $E = 2{,}2 \cdot 10^6$ kg/cm², încărcat în E și F cu câte $P = 8000$ kg. Se cere săgeata în M și inclinarea LE în A și B.

Din cauza egalității distanțelor dela paliere, cele două reacțiuni ale reazemelor sunt $A = B = 8000$ kg și momentele încovoietoare în E și F $M_E = 8000 \cdot 25 = 200\,000$ kgcm $= M_F$. Valorile necesare pentru aplicarea teoremei b) p. 656 sunt rezumate în tabela 4:

Tabela 4. Valori pentru diferitele secțiuni ale arborelui

Secțiunea	Diametrul cm	J cm⁴	M kgcm	M/J kg/cm³	σ_b kg/cm²	Suprafața parțială	Baza medie kg/cm³	Inălț. cm	Aria kg/cm²
A	10	491	0	0	·	I	61,05	7,5	457,9
C	10	491	60 000	122,1	611				
	13	1402		42,8	·	II	71,4	10,0	714,0
D	13	1402	140 000	100,0	650				
	15	2485		56,3	·	III	68,4	7,5	513,0
E	15	2485	200 000	80,5	604	IV	80,5	15,0	1207,5
M	15	2485	200 000	80,5	604	V	80,5	15,0	1207,5
F	15	2485	200 000	80,5	604				
G	15	2485	60 000	24,1	·	VI	52,3	17,5	915,3
	10	491		122,1	611	VII	61,05	7,5	457,9
B	10	491	0	0	·				

Scanned with OKEN Scanner

Scara lungimilor e $1/n = 1/20$, $AB = 40$ mm. Valorile M/J sunt trecute ca ordonate în dreptul locurilor corespunzătoare ale axei arborelui, suprafața M/J împărțită în suprafețe parțiale I...VII și determinate centrele lor de greutate, în cari se exercită ca „sarcini" ariile în kg/cm² ale suprafețelor parțiale. 1500 kg/cm² = 1 cm. Cu ajutorul lor se desenează figura polară și poligonul funicular. $E = 2{,}2 \cdot 10^6$ kg/cm² ar da distanța de 2 200 000/1500 = 1468 cm; s'a trecut însă 1/533 din 1468 = 2,75 cm, așa încât $1/m = 1/533$. Ordonatele curbei funiculare apar mărite de $m/n = 533/20 = 26{,}65$ ori. Săgeata în dreptul secțiunii M e $m_3 m_2 = 0{,}7$ cm, $f_M = 0{,}7/26{,}65 = 0{,}0262$ cm.

Inclinarea LE în A și B se obține prin redesenarea figurii polare pentru linie de închidere orizontală

$$\beta_A = 2850/2\,200\,000 = 0{,}13\%, \qquad \beta_B = 2670/2\,200\,000 = 0{,}121\%.$$

d) Lucrul mecanic de deformație al tensiunilor de încovoiere

Fie $d\beta$ inclinarea a două secțiuni ale grinzii la distanța dx una de alta din cauza încovoierii, adică unghiul cuplului încovoietor M; lucrul mecanic e deci $dA = \frac{1}{2} \cdot M\,d\beta$, adică lucrul mecanic total de încovoiere e egal cu energia potențială a LE a întregii grinzi, ținând seamă de ecuațiile (14) și (11):

$$A = \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M^2}{EJ}\,dx = \frac{1}{2}\,EJ\int_0^l \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx. \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

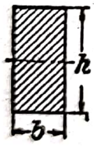
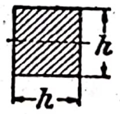
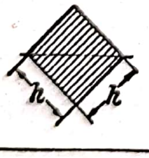
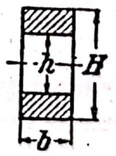
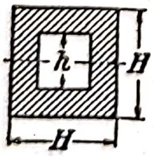
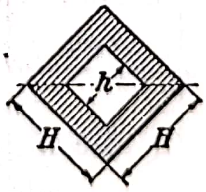
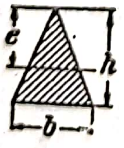
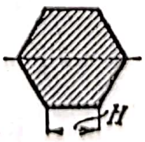
e) Momentele de inerție ecuatoriale și modulele de rezistență ale celor mai frecvente forme de secțiuni

Definiția și teoremele generale privitoare la momentele de inerție în p. 347 ș. u.; determinarea grafică a momentelor de inerție în p. 351 ș. u.

La secțiunile nesimetrice Nr. 7 și 12 e indicat numai cel mai mic din cele două module de rezistență W_1 și W_2 (cel hotărîtor) (p. 651). — Momentele de inerție și modulele de rezistență ale profilelor normale în secț. 6., Tehnologia materialelor. Momentele de inerție ale secțiunilor grinzilor din tablă în vol. III, secț. Poduri. Momentele de inerție și modulele de rezistență pentru profilele șinelor plate de cale ferată în vol. III, secț. Căi ferate.

Tabla 5. Momente de inerție ecuatoriale și module de rezistență pentru diferite forme de secțiuni

J moment de inerție [cm⁴], W modul de rezistență [cm³], $\min i = \sqrt{\min J/F}$ rază de inerție [cm]

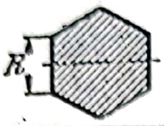
1[1]		$J = b\,h^3/12$ $W = b\,h^2/6$ $\min i = 0{,}289\,b$	2[1]		$J = h^4/12$ $W = h^3/6$ $\min i = 0{,}289\,h$
3[2]		$J = h^4/12$ $W = \sqrt{2}\,h^3/12$ $= 0{,}118\,h^3$ $\min i = 0{,}289\,h$	4		$J = b\,(H^3 - h^3)/12$ $W = b\,(H^3 - h^3)/6\,H$
5		$J = (H^4 - h^4)/12$ $W = (H^4 - h^4)/6\,H$ $\min i = 0{,}289\sqrt{H^2 + h^2}$	6		$J = (H^4 - h^4)/12$ $W = \sqrt{2}\,(H^4 - h^4)/12\,H$ $\min i = 0{,}289\sqrt{H^2 + h^2}$
7		$J = b\,h^3/36$ $e = 2\,h/3$ $W = J/e = b\,h^2/24$ $i = 0{,}236\,h$	8		$J = 5\sqrt{3}\,R^4/16 = 0{,}541\,R^4$ $= 0{,}06\,d^4$ [3] $W = 0{,}625\,R^3 = 0{,}12\,d^3$ [4] $\min i = 0{,}262\,d$

[1]) Tabla detaliată în p. 664 ș. u. — [2]) Dacă se retează orizontal colțul de sus și de jos, W devine mai mare; scurtarea în cele două părți cu câte 1/18 din diagonală dă max $W = 0{,}1242\,h^3$. — [3]) R raza cercului circumscris, $r = d/2$ a celui înscris. — [4]) In raport cu o diagonală avem $W = 0{,}6381\,R^3 = 0{,}8087\,r^3 = 0{,}1011\,d^3$.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 5. Momente de inerție ecuatoriale și module de rezistență pentru diferite forme de secțiuni (continuare)

9

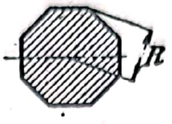


$J = 5\sqrt{3}R^4 = 0{,}541\,R^4 = 0{,}06\,d^4$

$W = 0{,}541\,R^3$

$\min i = 0{,}456\,R = 0{,}262\,d$

10



$J = (1 + 2\sqrt{2})\,R^4/6 = 0{,}638\,R^4 = 0{,}0547\,d^4$ [1]

$W = 0{,}6906\,R^3 = 0{,}1095\,d^3$

$\min i = 0{,}257\,d$

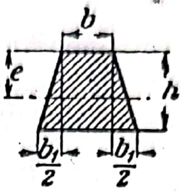
11 Poligon regulat cu n laturi

$J = F\,(6\,R^2 - a^2)/24 = F\,(12\,r^2 + a^2)/48$

$\varphi = 180°/n$,
a latura,
R raza cercului circumscris,
$r = d/2$ raza cercului înscris,
F aria.

$i = d\sqrt{(3 + \mathrm{tg}^2\,\varphi)/48}$

12



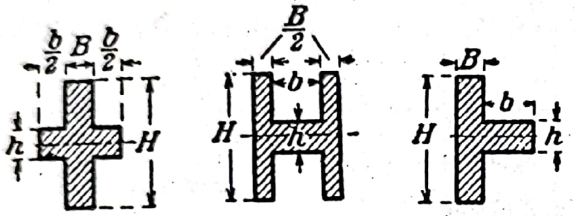
$J = \dfrac{6\,b^2 + 6\,b\,b_1 + b_1^2}{2\,b + b_1} \cdot \dfrac{h^3}{36}$

$e = \dfrac{3\,b + 2\,b_1}{2\,b + b_1} \cdot \dfrac{h}{3}$

$W_b = J/e$;

$W_{b+b_1} = J/(h - e)$

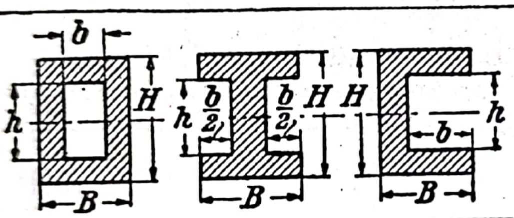
13



$J = \dfrac{BH^3 + b\,h^3}{12}$

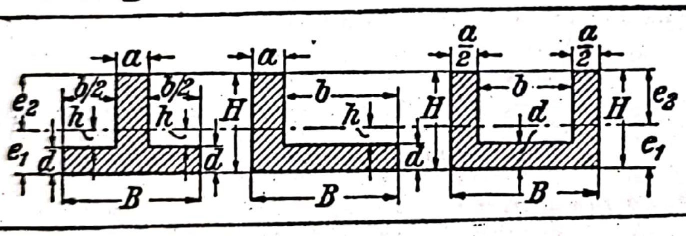
$W = \dfrac{BH^3 + b\,h^3}{6\,H}$

14



$J = \dfrac{B\,H^3 - b\,h^3}{12}$ $\quad W = \dfrac{B\,H^3 - b\,h^3}{6\,H}$

15

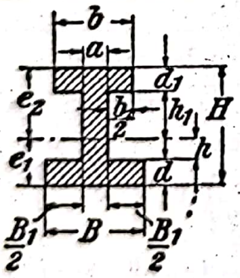


$J = {}^1/_3 \cdot (B\,e_1^3 - b\,h^3 + a\,e_2^3)$

$e_1 = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{a\,H^2 + b\,d^2}{a\,H + b\,d}$

$e_2 = H - e_1$

16

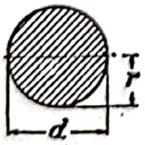


$J = {}^1/_3 \cdot (B\,e_1^3 - B_1\,h^3 + b\,e_2^3 - b_1\,h_1^3)$

$e_1 = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{a\,H^2 + B_1\,d^2 + b_1\,d_1\,(2\,H - d_1)}{a\,H + B_1\,d + b_1\,d_1}$

$e_2 = H - e_1$

17 [2]



$J = \pi\,d^4/64 = \pi\,r^4/4 = 0{,}0491\,d^4 = 0{,}785\,r^4 = F\,r^2/4 = F\,i^2$

$i = r/2$

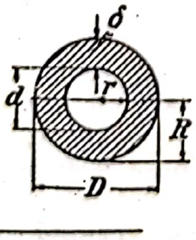
$J \approx 0{,}05\,d^4$

$W = \pi\,d^3/32 = \pi\,r^3/4 = 0{,}0982\,d^3 = 0{,}785\,r^3 = F\,r/4 = F\,e_K$

$e_K = r/4$ (distanța centrală)

$W \approx 0{,}1\,d^3$

18 [3]



$d_m = (D + d)/2$

$\delta = (D - d)/2$

$J = \pi\,(D^4 - d^4)/64 = \pi\,(R^4 - r^4)/4 = F(R^2 + r^2)/4 \approx 0{,}05\,(D^4 - d^4)$

$W = \pi\,(D^4 - d^4)/32\,D = \pi\,(R^4 - r^4)/4\,R$

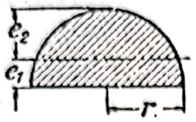
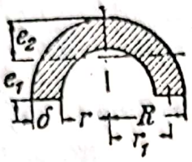
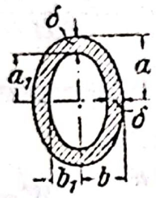
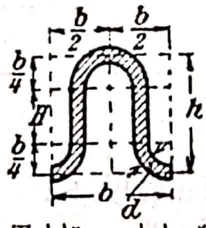
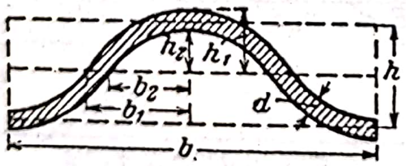
$W \approx 0{,}8\,d_m^2\,\delta$, dacă δ/d_m e foarte mic

Alte formule p. 663.

[1] V. nota 4 din p. 658. — [2] Tablă detaliată în p. 661. — [3] Tablă detaliată în p. 662.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 5. Momente de inerție ecuatoriale și module de rezistență pentru diferite forme de secțiuni (continuare)

19		$J = (\pi/8 - 8/9\,\pi)\, r^4$ $= 0{,}1098\, r^4$	$W_2 = 0{,}1908\, r^3$ $W_1 = 0{,}2587\, r^3$ $e_1 = 0{,}4244\, r$
20		$J = 0{,}1098\,(R^4 - r^4) - 0{,}283\, R^2 r^2 (R - r)/(R + r)$ $J \approx 0{,}3\,\delta\, r_1^3$, dacă δ/r_1 e foarte mic	$e_1 = 4(R^2 + Rr + r^2)/3\pi(R + r)$ $e_2 = R - e_1$
21		$J = \pi a^3 b/4 = 0{,}7854\, a^3 b$	$W = \pi a^2 b/4 = 0{,}7854\, a^2 b$
22		$J = \pi\,(a^3 b - a_1^3 b_1)/4$ $\approx \pi a^2 (a + 3b)\,\delta/4$ J și W raportați la axa 2 b. Formule de aproximație pentru $\delta : b_1$ foarte mic	$W \approx \pi a (a + 3b)\,\delta/4$
23	 Tablă ondulată (Tabla p. 1026) (Ondulația din arce de cerc)	F, J și W pentru lățimea de 1 m: $F = d\,\frac{1}{b}\left(\pi\,\frac{b}{2} + 2H\right)\cdot(100\ \text{cm})$ $J = d\,\frac{1}{b}\left(\frac{\pi b^3}{16} + b^2 H + \frac{\pi b H^2}{2} + \frac{2}{3} H^3\right)\cdot(25\ \text{cm})$, unde $H = h - b/2$ $W = 2J/(h + d)$	
24	 Tablă ondulată (Curba medie arc de parabolă) $d << h$	F, J și W pentru lățimea de 1 m: $F = d\left\{\sqrt{1 + c^2} + 1/c \cdot \ln\left(c + \sqrt{1 + c^2}\right)\right\}\cdot(50\ \text{cm})$ $\approx d\,[1 + c^2/6 + c^4/40]\cdot(100\ \text{cm})$ $J = d h^2 \left\{\left(\frac{1}{6} - \frac{5}{24 c^2} - \frac{1}{16 c^4}\right)\sqrt{1 + c^2} + \frac{1}{c}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4 c^2} + \frac{1}{16 c^4}\right)\cdot \ln\left(c + \sqrt{1 + c^2}\right)\right\}\cdot(25\ \text{cm})$ $\approx \frac{8}{15}\, d h^2 \left[1 + \frac{1}{14} c^2 - \frac{1}{168} c^4\right]\cdot(25\ \text{cm})$ $c = 4h/b$; Formule de aproximație pentru F și J $W = 2J/(h + d)$ la $c < 1$	

(Tabele v. sect. 6. Tehnologia materialelor, p. 1026)

25. Șine de cale ferată de forme curente ale secțiunii, aproximativ:
$J = 0{,}032\, h^4$, $W = 0{,}064\, h^3$, $F = 0{,}238\, h^2$, $g = 0{,}187\, h^2 = 0{,}786\, F$.

26. Profile laminate standard germane (formule de aproximație) [1]:

I $W_x \approx (h + 2)^3/51$ cm³   [$W_x \approx (h + 5)^3/81$ cm³ h = înălțimea profilului în cm.

[1]) D. Bauztg. 52 (1918), Mitt. Nr. 23, p. 144. — V. și secțiunea Tehnologia materialelor, p. 1017 ș. u.

Scanned with OKEN Scanner

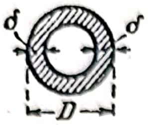
Tabla 6. Secțiune circulară

$J = \pi d^4/64$ (moment de inerție ecuatorial), $W = \pi d^3/32$ (modul de rezistență). $i = d/4$ (rază de inerție)

d cm	J cm⁴	W cm³	d cm	J cm⁴	W cm³	d cm	J cm⁴	W cm³
1	0,0491	0,0982	51	332 086	13 023	101	5 108 055	101 150
2	0,7854	0,7854	52	358 908	13 804	102	5 313 378	104 184
3	3,976	2,651	53	387 323	14 616	103	5 524 830	107 278
4	12,57	6,283	54	417 393	15 459	104	5 742 532	110 433
5	30,68	12,27	55	449 180	16 334	105	5 966 604	113 650
6	63,62	21,21	56	482 750	17 241	106	6 197 171	116 928
7	117,9	33,67	57	518 166	18 181	107	6 434 357	120 268
8	201,1	50,27	58	555 497	19 155	108	6 678 287	123 672
9	322,1	71,57	59	594 810	20 163	109	6 929 087	127 139
10	490,9	98,17	**60**	636 172	21 206	**110**	7 186 886	130 671
11	718,7	130,7	61	679 651	22 284	111	7 451 813	134 267
12	1 018	169,6	62	725 332	23 398	112	7 723 997	137 929
13	1 402	215,7	63	773 272	24 548	113	8 003 571	141 656
14	1 886	269,4	64	823 550	25 736	114	8 290 666	145 450
15	2 485	331,3	65	876 240	26 961	115	8 585 417	149 312
16	3 217	402,1	66	931 420	28 225	116	8 887 958	153 241
17	4 100	482,3	67	989 166	29 527	117	9 198 425	157 238
18	5 153	572,6	68	1 049 556	30 869	118	9 516 956	161 304
19	6 397	673,4	69	1 112 660	32 251	119	9 843 689	165 440
20	7 854	785,4	**70**	1 178 588	33 674	**120**	10 178 763	169 646
21	9 547	909,2	71	1 247 393	35 138	121	10 522 320	173 923
22	11 499	1 045	72	1 319 167	36 644	122	10 874 501	178 271
23	13 737	1 194	73	1 393 995	38 192	123	11 235 450	182 690
24	16 286	1 357	74	1 471 963	39 783	124	11 605 311	187 182
25	19 175	1 534	75	1 553 156	41 417	125	11 984 229	191 748
26	22 432	1 726	76	1 637 662	43 096	126	12 372 350	196 387
27	26 087	1 932	77	1 725 571	44 820	127	12 769 824	201 100
28	30 172	2 155	78	1 816 972	46 589	128	13 176 799	205 887
29	34 719	2 394	79	1 911 967	48 404	129	13 593 424	210 751
30	39 761	2 651	**80**	2 010 619	50 265	**130**	14 019 852	215 690
31	45 333	2 925	81	2 113 051	52 174	131	14 456 235	220 706
32	51 472	3 217	82	2 219 347	54 130	132	14 902 727	225 799
33	58 214	3 528	83	2 329 605	56 135	133	15 359 483	230 970
34	65 597	3 859	84	2 443 920	58 189	134	15 826 658	236 219
35	73 662	4 209	85	2 562 392	60 292	135	16 304 411	241 547
36	82 448	4 580	86	2 685 120	62 445	136	16 792 899	246 954
37	91 998	4 973	87	2 812 205	64 648	137	17 292 282	252 442
38	102 354	5 387	88	2 943 748	66 903	138	17 802 721	258 010
39	113 561	5 824	89	3 079 853	69 210	139	18 324 378	263 660
40	125 664	6 283	**90**	3 220 623	71 569	**140**	18 857 416	269 392
41	138 709	6 766	91	3 366 165	73 982	141	19 401 999	275 206
42	152 745	7 274	92	3 516 586	76 448	142	19 958 294	281 103
43	167 820	7 806	93	3 671 992	78 968	143	20 526 466	287 083
44	183 984	8 363	94	3 832 492	81 542	144	21 106 684	293 148
45	201 289	8 946	95	3 998 198	84 173	145	21 699 116	299 298
46	219 787	9 556	96	4 169 220	86 859	146	22 303 933	305 533
47	239 531	10 193	97	4 345 671	89 601	147	22 921 307	311 855
48	260 576	10 857	98	4 527 664	92 401	148	23 551 409	318 262
49	282 979	11 550	99	4 715 315	95 259	149	24 194 414	324 757
50	306 796	12 272	**100**	4 908 738	98 175	**150**	24 850 496	331 340

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 7. Secţiune în coroană circulară



F secţiune, *J* moment de inerţie ecuatorial, *W* modul de rezistenţă
Greutăţile *G* (în kg/m) se referă la ţevi (coloane) netede, de fontă; 1 m³ de fontă are 7250 kg. Pentru oţel, valorile *G* trebue înmulţite cu 1,083.

D mm	δ mm	*F* cm²	*J* cm⁴	*W* cm³	*G* kg/m
80	10	22,0	137	34,2	16,0
	12	25,6	153	38,2	18,6
	14	29,0	165	41,2	21,0
90	10	25,1	204	45,3	18,2
	12	29,4	229	50,9	21,3
	14	33,4	250	55,6	24,2
	16	37,2	267	59,3	27,0
100	10	28,3	291	58,2	20,5
	12	33,2	327	65,4	24,1
	14	37,8	359	71,8	27,4
	16	42,2	385	77,0	30,6
	18	46,4	409	81,8	33,6
110	10	31,4	397	72,2	22,8
	12	36,9	450	81,8	26,8
	14	42,2	497	90,4	30,6
	16	47,3	537	97,6	34,2
	18	52,0	572	104	37,7
120	10	34,6	527	87,8	25,1
	12	40,7	601	100	29,5
	14	46,6	666	111	33,8
	16	52,3	724	121	37,9
	18	57,7	773	129	41,8
	20	62,8	817	136	45,5
130	10	37,7	683	105	27,3
	12	44,5	782	120	32,3
	14	51,0	871	134	37,0
	16	57,3	949	146	41,5
	18	62,3	1019	157	45,9
	20	69,1	1080	166	50,1
140	12	48,3	997	142	35,0
	14	55,4	1114	159	40,2
	16	62,3	1218	174	45,2
	18	68,9	1311	187	50,0
	20	75,4	1395	199	54,7
150	12	52,0	1248	166	37,7
	14	59,8	1397	186	43,4
	16	67,4	1534	205	48,9
	18	74,7	1656	221	54,1
	20	81,7	1766	235	59,2
	22	88,6	1866	249	64,2
	24	95,0	1955	261	68,9
160	14	64,2	1727	216	46,5
	16	72,4	1899	237	52,5
	18	80,3	2056	257	58,2
160	20	88,0	2200	275	63,8
	22	95,4	2329	291	69,2
	24	103	2445	306	74,3
170	14	68,6	2104	244	49,7
	16	77,4	2320	273	56,1
	18	85,9	2517	296	62,4
	20	94,3	2699	318	68,3
	22	102	2863	337	74,2
	24	110	3013	354	79,8
180	14	73,0	2534	282	52,9
	16	82,4	2798	311	59,7
	18	91,6	3042	338	66,4
	20	101	3268	363	72,9
	22	109	3475	386	79,2
	24	118	3663	407	85,3
190	14	77,4	3017	318	56,1
	16	87,5	3338	351	63,4
	18	97,3	3636	383	70,5
	20	107	3914	413	77,4
	22	116	4168	439	84,2
	24	125	4401	463	90,8
200	16	92,5	3944	394	67,1
	18	103	4303	430	74,6
	20	113	4638	464	82,0
	22	123	4948	495	89,2
	24	133	5231	523	96,2
	26	142	5499	550	103,0
	28	151	5743	574	109,7
	30	160	5968	597	116,1
210	16	97,5	4619	440	70,7
	18	109	5047	481	78,7
	20	119	5448	519	86,6
	22	130	5819	554	94,2
	24	140	6166	587	101,6
	26	150	6488	618	109,0
	28	160	6786	646	116,1
	30	170	7062	673	123,0
220	16	103	5342	486	74,3
	18	114	5873	534	82,8
	20	126	6346	577	91,1
	22	137	6791	617	99,2
	24	148	7203	655	107,2
	26	158	7589	690	114,9
	28	169	7949	723	122,5
	30	179	8282	753	129,8

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 7. Secțiune în coroană circulară (continuare)

D mm	δ mm	F cm²	J cm⁴	W cm³	G kg/m
230	16	109	6 207	540	78,0
	18	120	6 787	590	86,9
	20	132	7 341	638	95,6
	22	144	7 862	684	104,3
	24	155	8 351	726	112,6
	26	167	8 809	766	120,8
	28	178	9 238	803	128,8
	30	189	9 637	838	136,7
240	18	126	7 785	649	91,0
	20	138	8 434	703	100,2
	22	151	9 042	753	109,3
	24	163	9 546	796	118,1
	26	175	10 154	846	126,7
	28	186	10 659	888	135,2
	30	198	11 133	928	143,5
250	18	131	8 880	710	95,1
	22	158	10 334	827	114,3
	26	183	11 633	931	132,7
	30	207	12 778	1022	150,3
	34	231	13 790	1103	167,3
260	18	137	10 073	775	99,2
	22	164	11 746	904	119,3
	26	191	13 243	1019	138,5
	30	217	14 577	1121	157,2
	34	241	15 691	1207	175,0
270	18	143	11 369	842	103,3
	22	171	13 286	984	124,3
	26	199	15 000	1111	144,5
	30	226	16 539	1225	164,0
	34	252	17 914	1327	182,8
280	18	148	12 774	912	107,4
	22	178	14 947	1068	129,3
	26	207	16 909	1208	150,4
	30	236	18 674	1334	170,8
	34	263	20 257	1447	190,5
290	18	154	14 289	986	111,5
	22	185	16 743	1155	134,3
	26	216	18 970	1308	156,3
	30	245	20 983	1447	177,6
	34	273	22 798	1573	198,2

D mm	δ mm	F cm²	J cm⁴	W cm³	G kg/m
300	20	176	17 330	1155	127,5
	24	208	19 966	1331	150,9
	28	239	22 363	1491	173,5
	32	269	24 535	1636	195,3
	36	299	26 479	1765	216,5
	40	327	28 262	1884	236,9
320	20	188	21 302	1331	136,7
	24	223	24 558	1535	161,8
	28	257	27 580	1724	186,3
	32	290	30 390	1900	209,9
	36	321	32 905	2057	232,9
	40	352	35 186	2199	255,1
340	20	201	25 838	1520	145,8
	24	239	29 912	1759	172,8
	28	274	33 665	1980	198,9
	32	310	37 115	2183	224,5
	36	344	40 277	2369	249,3
	40	377	43 165	2539	273,3
360	20	214	30 977	1721	154,9
	24	253	35 935	1996	183,6
	28	292	40 526	2251	211,7
	32	330	44 773	2487	239,0
	36	366	48 680	2704	265,6
	40	402	52 276	2904	291,5
	44	437	55 582	3088	316,7
380	20	226	36 756	1935	164,0
	24	270	42 718	2248	194,6
	28	308	48 262	2540	224,5
	32	346	53 400	2811	253,6
	36	383	58 379	3073	282,1
	40	418	62 593	3294	309,8
	44	453	66 671	3509	336,8
400	20	239	43 210	2160	173,1
	24	284	50 304	2515	205,5
	28	336	56 927	2846	237,2
	32	370	63 103	3156	268,3
	36	412	68 852	3443	298,5
	40	452	74 194	3710	327,7
	44	492	79 154	3958	356,8
	48	531	83 744	4187	384,8

Formule pentru secțiunea coroană circulară $D, d, n = d/D$ (p. 212 și 659).

Raza de inerție $i = \sqrt{J/F} = D\sqrt{1+n^2}/4$.

Distanța centrală $e_k = W/F = D(1+n^2)/8$.

Coeficientul de flambaj al secțiunii (p. 715)

$$k = F^2/J = 4\pi(1-x^2)/(1+x^2),$$

idem pt. torsiune (p. 686)

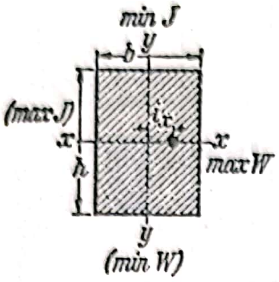
$$2\eta_t = W_t{}^2/J_t\,F = (1+n^2)/2.$$

J polar $= 2 \cdot J$ ecuat.

W polar $= 2 \cdot W$ ecuat.

Tabla 8. Secțiune dreptunghiulară și pătrată, cât privește standardizarea lemnului de construcție după DIN 4070

Răza de inerție $\min i = i_x = 0{,}189\, b$



$\min J = b^3 h/12.$

$\max W = b\, h^2/6.$

Observație. $\max J = b\, h^3/12$ rezultă din max W al tablei prin înmulțire cu $h/2$;

$\min W_y = b^2 h/6$ rezultă din min J al tablei prin împărțire cu $b/2$.

	Secțiunea b/h *) cm/cm	F cm²	$W_x = \max W$ cm³	$J_x = \max J$ cm⁴	$J_y = \min J = F\, i_x^2$ cm⁴	W_y cm³	$i_y = 0{,}289\, h$ cm	$i_x = \min i = 0{,}289\, b$ cm
Lemn ecarisat	6/10	60	100	500	180	60	2,89	1,73
	6/12	72	144	864	216	71	3,47	1,73
	8/8	64	85,3	341	341	85,3	2,32	2,32
	8/10	80	133	667	427	106,8	2,89	2,32
	8/14	112	261	1 829	597	149	4,04	2,32
	8/16	128	341	2 731	683	171	4,62	2,32
	10/10	100	167	833	833	167	2,89	2,89
	10/12	120	240	1 440	1 000	200	3,47	2,89
	10/14	140	327	2 287	1 167	233,4	4,04	2,89
	10/16	160	427	3 413	1 333	266,6	4,62	2,89
	12/12	144	288	1 728	1 728	288	3,47	3,47
	12/14	168	392	2 744	2 016	335	4,04	3,47
	12/16	192	512	4 096	2 304	384	4,62	3,47
	14/14	196	457	3 201	3 201	457	4,04	4,04
	14/16	224	597	4 779	3 659	522	4,62	4,04
	14/18	252	756	6 801	4 116	588	5,2	4,04
	16/16	256	683	5 461	5 461	683	4,62	4,62
	18/18	324	972	8 748	8 748	972	5,2	4,62
Grinzi	8/20	160	533	5 333	853	213	5,78	2,32
	10/20	200	667	6 667	1 667	333	5,78	2,89
	10/22	220	807	8 873	1 833	367	6,36	2,89
	12/24	288	1152	13 824	3 456	575	6,93	3,47
	12/26	312	1352	17 576	3 744	625	7,52	3,47
	14/20	280	933	9 333	4 573	652	5,78	4,04
	16/20	320	1067	10 667	6 827	854	5,78	4,62
	16/22	352	1291	14 197	7 509	939	6,36	4,62
	16/24	384	1536	18 432	8 192	1024	6,93	4,62
	18/22	396	1452	15 972	10 692	1186	6,36	5,2
	18/24	432	1728	20 736	11 664	1293	6,93	5,2
	20/20	400	1333	13 333	13 333	1333	5,78	5,78
	20/24	480	1920	23 040	16 000	1600	6,93	5,78
	20/26	520	2253	29 293	17 333	1733	7,53	5,78

	b/h mm/mm	F cm²	W_x cm³	J_x cm⁴	J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm	i_x cm
Late de acoperiș	24/48	11,5	9,2	22,1	5,5	4,6	1,39	0,695
	30/50	15	12,5	31,3	11,3	7,5	1,45	0,868
	40/60	24	24	72	32	16	1,73	1,16
	50/80	40	53,3	213	83,3	33,3	2,31	1,45

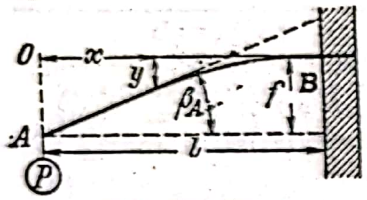
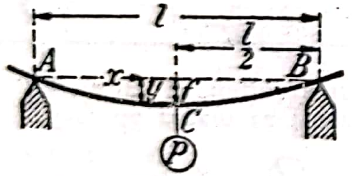
*) Afară de valorile b/h date, în DIN 4070 s'au stabilit și valorile 6/14, 8/12 și 12/20 cm.

Scanned with OKEN Scanner

f) Grinzi cu secțiune constantă [1])

Tabla 9. Grinzi cu diferite rezemări și încărcări

Lungimile libere l, săgețile f, înălțimile grinzilor h, coordonate x și y și alte dimensiuni liniare în cm, forțele exterioare A, B, P, Q, etc. în kg, tensiunea de încovoiere admisibilă σ_{ba} (pp. 643, 768 ș. u.) și modulul de elasticitate E al materialului grinzii (pp. 639, 754 ș. u.) în kg/cm², momentul de inerție J al secțiunii grinzii față de axa de greutate orizontală în cm⁴ și modulul de rezistență W corespunzător lui J în cm³. Lucrul mecanic al încovoierii în p. 633

Încărcarea	Reacțiunile reazemelor A, B Momentul încovoietor M	Sarcina P Modulul de rezistență necesar W	Ecuația liniei elastice	Săgeata de încovoiere f [2])
1  Grindă liberă, încastrată la un capăt Secțiunea periculoasă în B	$B = P$ $M = Px$ $\max M = Pl$	$P = \frac{\sigma_{ba}\ W}{l}$ $W = \frac{Pl}{\sigma_{ba}}$	$y = \frac{1}{6}\frac{Pl^3}{EJ}\left(2 - 3\frac{x}{l} + \frac{x^3}{l^3}\right)$ $\beta_A = (-)\frac{Pl^2}{2EJ} = \frac{3f}{2l}$	$f = \frac{P}{EJ}\frac{l^3}{3}$ $= \frac{2}{3}\frac{\sigma_{ba}}{E}\frac{l^2}{h}$
2.  Grindă rezemată liber Secțiunea periculoasă la mijloc	$A = B = \frac{P}{2}$ Pt. AC: $M = \frac{Px}{2}$ $\max M = \frac{Pl}{4}$	$P = 4\frac{\sigma_{ba}\ W}{l}$ $W = \frac{Pl}{4\sigma_{ba}}$	Pt. AC: $y = \frac{Pl^3}{16EJ}\left(\frac{x}{l} - \frac{4}{3}\frac{x^3}{l^3}\right)$ $\beta_A = \beta_B = \frac{Pl^2}{16EJ}$	$f = \frac{P}{EJ}\frac{l^3}{48}$ $= \frac{1}{6}\frac{\sigma_{ba}}{E}\frac{l^2}{h}$

[1]) Formulele pentru reacțiunile reazemelor și momentele încovoietoare sunt valabile și pentru grinzile de secțiune variabilă la reazeme articulate.

Pentru calculul grinzilor înzidite se va admite totdeauna din motive de siguranță, o rezemare liberă; în acest caz nu se vor folosi cazurile Nr. 4, 5, 9 și 10 (p. 666 ș. u.).

[2]) S'a notat cu f săgeata în punctul de aplicație al forței concentrate P, iar cu max f săgeata maximă, dacă nu coincide cu f. — Valorile lui f exprimate prin σ_{ba} nu sunt valabile numai pentru secțiunile de grinzi cu axă de simetrie orizontală. — Mărirea lui f (și a lui y) prin influența forțelor tăietoare în p. 685.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 9. Grinzi cu diferite rezemări și încărcări (continuare)

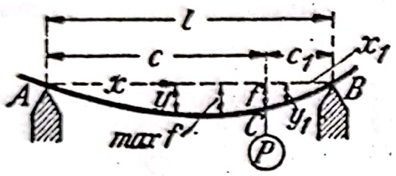
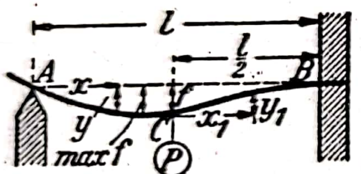
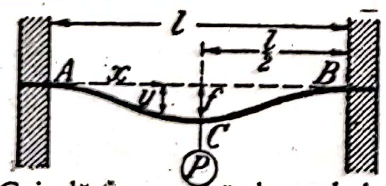
Încărcarea	Reacțiunile reazemelor A, B Momentul încovoietor M	Sarcina P Modulul de rezistență necesar W	Ecuația liniei elastice	Săgeata de încovoiere f
3.  Grindă rezemată liber Secțiunea periculoasă în C	$A=\frac{P c_1}{l}$; $B=\frac{P c}{l}$ Pt. AC: $M=\frac{P c_1 x}{l}$ pt. BC: $M=\frac{P c x_1}{l}$ $\max M = P c c_1/l$	$P=\sigma_{ba} W \frac{l}{c c_1}$ $W=\frac{P c c_1}{l \sigma_{ba}}$	$y=\frac{P}{EJ}\frac{c^2 c_1^2}{6l}\left(2\frac{x}{c}+\frac{x}{c_1}-\frac{x^3}{c^2 c_1}\right)$ $y_1=\frac{P}{EJ}\frac{c_1^2 c^2}{6l}\left(2\frac{x_1}{c_1}+\frac{x_1}{c}-\frac{x_1^3}{c_1^2 c}\right)$	$f=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{3}\frac{c^2}{l^2}\frac{c_1^2}{l^2}$ max f pt. $x=c\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{2c_1}{3c}}$ dacă $c>c_1$; $x_1=c_1\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{2c}{3c_1}}$ dacă $c<c_1$
4.  Grindă încastrată la un capăt, rezemată la celălalt Secțiunea periculoasă în B Punctul de inflexiune la $x_1=5/22\cdot l$	$A=\frac{5}{16}P$; $B=\frac{11}{16}P$ Pt. AC: $M=\frac{5}{16}Px$ pt. C: $M=\frac{5}{32}Pl$ pt. BC: $M=Pl\left(\frac{5}{32}-\frac{11}{16}\frac{x_1}{l}\right)$ $\max M = 3Pl/16$	$P=\frac{16}{3}\frac{\sigma_{ba} W}{l}$ $W=\frac{3}{16}\frac{Pl}{\sigma_{ba}}$	$y=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{32}\left(\frac{x}{l}-\frac{5}{3}\frac{x^3}{l^3}\right)$ $y_1=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{32}\left(\frac{1}{4}\frac{x_1}{l}+\frac{5}{2}\frac{x_1^2}{l^2}-\frac{11}{3}\frac{x_1^3}{l^3}\right)$	$f=\frac{P}{EJ}\frac{7l^3}{768}$; pt. $x=l\sqrt{1/5}$ avem $\max f=\sqrt{1/5}\,\frac{Pl^3}{48EJ}$
5.  Grindă încastrată la ambele capete Secțiunile periculoase în A, B și C Puncte de inflexiune la $x=1/4\cdot l$ și $x=3/4\cdot l$	$A=B=P/2$ Pt. AC: $M=\frac{Pl}{2}\left(\frac{x}{l}-\frac{1}{4}\right)$ pt. CB $M=\frac{Pl}{2}\left(\frac{3}{4}-\frac{x}{l}\right)$ $\max M = Pl/8$	$P=8\frac{\sigma_{ba} W}{l}$ $W=\frac{Pl}{8\sigma_{ba}}$	$y=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{16}\left(\frac{x^2}{l^2}-\frac{4}{3}\frac{x^3}{l^3}\right)$	$f=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{192}$ $=\frac{1}{12}\frac{\sigma_{ba}}{E}\frac{l^2}{h}$

Tabla 9. Grinzi cu diferite rezemări şi încărcări (continuare)

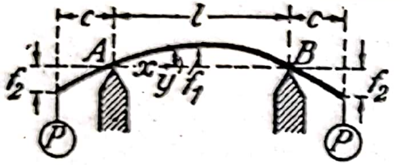
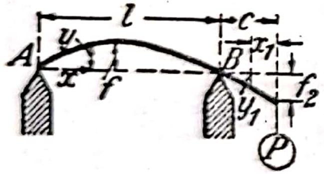
Incărcarea	Reacţiunile reazemelor A, B Momentul încovoietor M	Sarcina P Modulul de rezistenţă necesar W	Ecuaţia liniei elastice	Săgeata de încovoiere f
6.  Aceleaşi formule i se aplică grinzii cu sarcini în A şi B şi rezemată la capete; săgeata totală din mijlocul grinzii e în acest caz $f = f_1 + f_2 = \frac{Pc}{24EJ}[3(l+2c)^2 - 4c^2]$ Grindă rezemată liber cu console Secţiunea periculoasă într'un loc oarecare între A şi B	$A = B = P$ Pt. AB: $M = Pc = \text{const}$	$P = \frac{\sigma_{ba}}{c} W$ $W = \frac{Pc}{\sigma_{ba}}$	Pt. AB: $y = f_1 - [\varrho - \sqrt{\varrho^2 - (\tfrac{1}{2}l - x)^2}]$, unde $\varrho = \frac{EJ}{Pc}$ = invariabil Linia elastică dintre A şi B e un cerc cu raza ϱ	f_1 la mijloc între reazeme: $f_1 = \frac{P}{EJ}\frac{l^2}{8}\frac{c}{l}$ $= \frac{1}{4}\frac{\sigma_{ba}}{E}\frac{l^2}{h} = \frac{l^2}{8\varrho}$ $f_2 = \frac{P}{EJ}\frac{c^2}{3}\left(c + \frac{3l}{2}\right)$
6a.  Grindă rezemată liber cu o consolă Secţiunea periculoasă în B	$A = -\frac{Pc}{l}$; $B = \frac{P(l+c)}{l}$ Pt. AB: $M_x = A x = \frac{Pcx}{l}$ $M_B = Pc$	$P = \frac{\sigma_{ba}}{c} W$ $W = \frac{Pc}{\sigma_{ba}}$	$y = \frac{P}{EJ}\frac{l^2 c}{6}\left(\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3}\right)$ $y_1 = \frac{P}{EJ}\frac{lc^2}{6}\left(\frac{2l+3c}{l}\frac{x_1}{c} - \frac{x_1^3}{lc^2} - 2\frac{l+c}{l}\right)$	Săgeata maximă între A şi B pt. $x = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0{,}577\,l$: $f = \frac{P}{EJ}\frac{l^2 c}{9\sqrt{3}}$; $f_2 = \frac{P}{EJ}\frac{(l+c)c^2}{3}$
7. Grindă liberă, încastrată la un capăt Secţiunea periculoasă în B	$B = P$ $M = \frac{Px^2}{2l}$ $\max M = \frac{Pl}{2}$	$P = 2\frac{\sigma_{ba}}{l} W$ $W = \frac{Pl}{2\sigma_{ba}}$	$y = \frac{Pl^3}{24EJ}\left(\frac{x^4}{l^4} - 4\frac{x}{l} + 3\right)$ $\beta_A = \frac{Pl^2}{6EJ} = \frac{4}{3}\frac{f}{l}$	$f = \frac{P}{EJ}\frac{l^3}{8}$ $= \frac{1}{2}\frac{\sigma_{ba}}{E}\frac{l^2}{h}$

Tabla 9. Grinzi cu diferite rezemări şi încărcări (continuare)

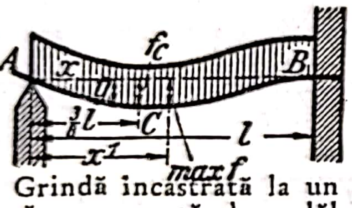
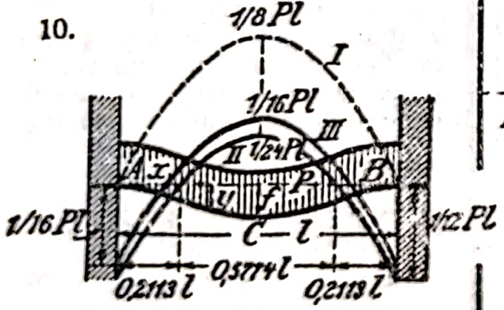
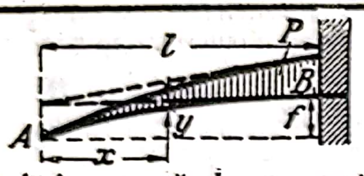
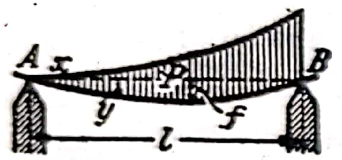
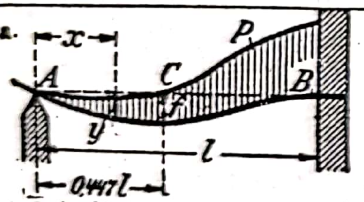
Încărcarea	Reacţiunile reazemelor A, B / Momentul încovoietor M	Sarcina P / Modulul de rezistenţă necesar W	Ecuaţia liniei elastice	Săgeata de încovoiere f
8. (Cp. cazul 18 p. 672) Grindă rezemată liber. Secţiunea periculoasă la mijloc	$A=B=\frac{P}{2}$; $M=\frac{Px}{2}\left(1-\frac{x}{l}\right)$; $\max M=\frac{Pl}{8}$	$P=8\frac{\sigma_{ba}\,W}{l}$; $W=\frac{Pl}{8\sigma_{ba}}$	$y=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{24}\left(\frac{x}{l}-2\frac{x^3}{l^3}+\frac{x^4}{l^4}\right)$; $\operatorname{tg}\beta(x=0)=\frac{P}{EJ}\frac{l^2}{24}=3{,}2\frac{f}{l}$	$f=\frac{P}{EJ}\frac{5\,l^3}{384}=\frac{5}{24}\frac{\sigma_{ba}}{E}\frac{l^2}{h}$
9.  Grindă încastrată la un capăt, rezemată la celălalt. Secţiunea periculoasă în B. Săgeata max f la $x'={}^1/_{16}\cdot l(1+\sqrt{33})=0{,}4215\,l$. Punct de inflex. pt. $x={}^3/_4\cdot l$	$A=\frac{3}{8}P$; $B=\frac{5}{8}P$; $M=\frac{Px}{2}\left(\frac{3}{4}-\frac{x}{l}\right)$; $\max M=\frac{Pl}{8}$ max. abs. în B; $M_C=\frac{9}{128}Pl$ maximum relativ la $x={}^3/_8\cdot l$	$P=8\frac{\sigma_{ba}\,W}{l}$ (Sarcina nu mai mare decât în cazul 8); $W=\frac{Pl}{8\sigma_{ba}}$	$y=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{48}\left(\frac{x}{l}-3\frac{x^3}{l^3}+2\frac{x^4}{l^4}\right)$	$\max f=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{185}$, unde $\frac{1}{185}=\frac{78+110\sqrt{33}}{2\cdot 16^4}$; $f_C=\frac{175}{8^5}\frac{P}{EJ}l^3=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{187}$
10.  Grindă încastrată la ambele capete. Secţiunile periculoase în A şi B. Punctele de inflexiune la $x={}^1/_2\cdot l(1\pm\sqrt{{}^1/_3})$, adică la $x_1=0{,}7887\,l$ şi $x_2=0{,}2113\,l$	$A=B=\frac{P}{2}$; $M=-\frac{Pl}{2}\left(\frac{1}{6}-\frac{x}{l}+\frac{x^2}{l^2}\right)$; $\max M={}^1/_{12}\cdot Pl$ (maximum absolut); $M_C={}^1/_{24}\cdot Pl$ (maximum relativ)	$P=12\frac{\sigma_{ba}\,W}{l}$; $W=\frac{Pl}{12\sigma_{ba}}$	$y=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{24}\left(\frac{x^2}{l^2}-2\frac{x^3}{l^3}+\frac{x^4}{l^4}\right)$. Lămurirea figurii pt. Nr. 10: Parabola I: Linia momentelor pentru rezemarea liberă în A şi B (cazul 8). Parabola II: idem pentru încastrarea în A şi B (cazul 10). Parabola III: id. pt. încastrarea din A şi B corespunzătoare celui mai mic max M, pt. care $M_A=M_B=M_C={}^1/_{16}\cdot Pl$	$f=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{384}=\frac{1}{16}\frac{\sigma_{ba}}{E}\frac{l^3}{h}$

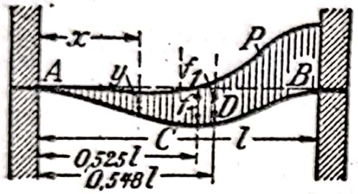
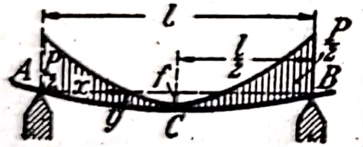
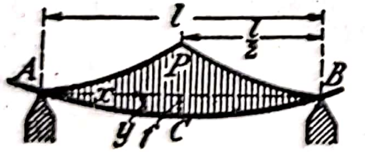
Tabla 9. Grinzi cu diferite rezemări şi încărcări (continuare)

Incărcarea	Reacţiunile reazemelor A, B Momentul încovoietor M	Sarcina P Modulul de rezistenţă necesar W	Ecuaţia liniei elastice	Săgeata de încovoiere f
11.  Grindă încastrată la un capăt Secţiunea periculoasă în B	$B=P$ $M=\frac{P}{3}\frac{x^3}{l^2}$ $\max M=Pl/3$	$P=3\frac{\sigma_{b\,a}W}{l}$ $W=\frac{Pl}{3\sigma_{b\,a}}$	$y=\frac{Pl^3}{60EJ}\left(4-5\frac{x}{l}+\frac{x^5}{l^5}\right)$ $\beta_A=(-)\frac{Pl^2}{12EJ}$	$f=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{15}$ $=\frac{2}{5}\frac{\sigma_{b\,a}}{E}\frac{l^2}{h}$
12  Grindă rezemată liber Secţiunea periculoasă pt. $x=\frac{l}{\sqrt{3}}=1/_3\cdot l\sqrt{3}=0{,}5774\,l$	$A=\frac{1}{3}P;\quad B=\frac{2}{3}P$ $M=\frac{P}{3}x\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)$ $\max M=\frac{2}{9\sqrt{3}}Pl$ $=0{,}128\,Pl$	$P=\frac{9\sqrt{3}}{2}\frac{\sigma_{b\,a}W}{l}$ $=7{,}794\frac{\sigma_{b\,a}W}{l}$ $W=\frac{Pl}{7{,}794\,\sigma_{b\,a}}$	$y=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{180}\left(7\frac{x}{l}-10\frac{x^3}{l^3}+3\frac{x^5}{l^5}\right)$	Săgeata maximă pt. $x=l\sqrt{1-\sqrt{8/15}}$ $=0{,}5193\,l$: $f=\frac{Pl^3}{EJ}\frac{2+5\sqrt{8/15}}{225}\cdot\sqrt{1-\sqrt{8/15}}$ $=0{,}01304\frac{Pl^3}{EJ}$ [1])
12a.  Grindă încastrată la un capăt, rezemată la celălalt Secţiunea periculoasă în B Momentul maximum din deschidere M_C în C pt. $x=l/\sqrt{5}=0{,}447\,l$ Punctul de inflexiune pt. $x=l\sqrt{0{,}6}=0{,}775\,l$	$A=\frac{1}{5}P;\quad B=\frac{4}{5}P$ $M_x=Px\left(\frac{1}{5}-\frac{x^2}{3l^2}\right)$ $\max M=M_B=\frac{Pl}{7{,}5}$ $M_C=0{,}0596\,Pl$	$P=7{,}5\frac{\sigma_{b\,a}W}{l}$ $W=\frac{Pl}{7{,}5\,\sigma_{b\,a}}$	$y=\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{60}\left(-\frac{x}{l}+2\frac{x^3}{l^3}-\frac{x^5}{l^5}\right)$	Săgeata maximă (în C) pentru $x=\frac{l}{\sqrt{5}}=0{,}447\,l$ $f=\frac{1}{209{,}63}\frac{Pl^3}{EJ}$

[1]) Fiindcă valorile lui max M şi f pentru cazul 12 sunt aproape identice cu valorile corespunzătoare pentru cazul 8 (p. 668) astfel de „sarcini triunghiulare" şi „sarcini trapezoidale" (laturile paralele ale panoului sarcinii perpendiculare pe direcţiunea grinzii) pot fi considerate pentru cazurile obişnuite drept sarcini uniform repartizate în vederea determinării lui max M şi f. Reacţiunile reazemelor diferă însă cu până la $^1/_6$ din sarcina totală de valorile determinate după cazul 8.

Scanned with OKEN Scanner

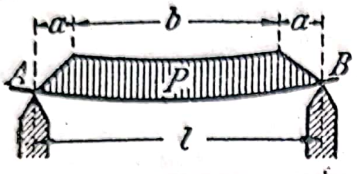
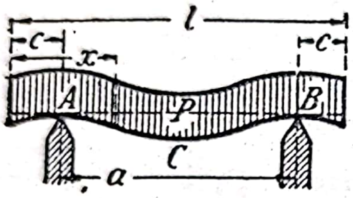
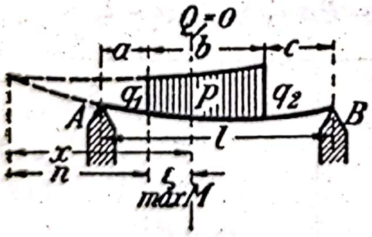
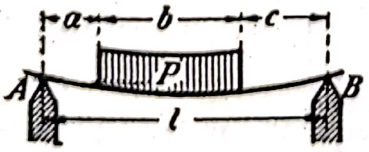
Tabla 9. Grinzi cu diferite rezemări şi încărcări (continuare)

Încărcarea	Reacţiunile reazemelor A, B Momentul încovoietor M	Sarcina P Modulul de rezistenţă necesar W	Ecuaţia liniei elastice	Săgeata de încovoiere f
12b.  Grindă încastrată la ambele capete Secţiunea periculoasă în B Momentul maximum din deschidere M_D în D pt. $x = l\sqrt{0{,}3} = 0{,}548\,l$ Punctul de inflexiune la $x = 0{,}237\,l$ şi $0{,}808\,l$	$A = \frac{3}{10}P$; $B = \frac{7}{10}P$ $M = Pl\left(-\frac{1}{15} + \frac{3}{10}\frac{x}{l} - \frac{1}{3}\frac{x^3}{l^3}\right)$ $\max M = M_B = Pl/10$ $M_A = Pl/15$ $M_D = Pl/23{,}3$	$P = 10\frac{\sigma_{ba}W}{l}$ $W = \frac{Pl}{10\,\sigma_{ba}}$	$y = \frac{P}{EJ}\frac{l^3}{60}\left(-2\frac{x^2}{l^2} + 3\frac{x^3}{l^3} - \frac{x^5}{l^5}\right)$	Săgeata de încovoiere maximă în C pt. $x = \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{21}{20}}\right)l = 0{,}525\,l$: $f = \frac{1}{382}\frac{Pl^3}{EJ}$
13.  Grindă rezemată liber Secţiunea periculoasă la mijloc	$A = B = \frac{P}{2}$ $M = Px\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} + \frac{2x^2}{3l^2}\right)$ [1)] $\max M = Pl/12$	$P = 12\frac{\sigma_{ba}W}{l}$ $W = \frac{Pl}{12\,\sigma_{ba}}$	$y = \frac{P}{EJ}\frac{l^3}{12}\left(\frac{3}{8}\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} - \frac{2}{5}\frac{x^5}{l^5}\right)$ [1)]	$f = \frac{P}{EJ}\frac{3l^3}{320} = \frac{9}{40}\frac{\sigma_{ba}}{E}\frac{l^2}{h}$
14.  Grindă rezemată liber Secţiunea periculoasă la mijloc	$A = B = P/2$ $M = Px\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\frac{x^2}{l^2}\right)$ [1)] $\max M = Pl/6$	$P = 6\frac{\sigma_{ba}W}{l}$ $W = \frac{Pl}{6\,\sigma_{ba}}$ [2)]	$y = \frac{P}{EJ}\frac{l^3}{12}\left(\frac{5}{8}\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} + \frac{2}{5}\frac{x^5}{l^5}\right)$ [1)]	$f = \frac{P}{EJ}\frac{l^3}{60} = \frac{1}{5}\frac{\sigma_{ba}}{E}\frac{l^2}{h}$

1) Pentru AC $x \leqq l/2$; pentru CB simetric. — 2) Dacă în cazul 14 curba sarcinii e o parabolă cu creştetul deasupra mijlocului grinzii, în loc de a fi un triunghiu, avem $P = 6{,}4\,\sigma_{ba}\,W/l$ şi $W = Pl/6{,}4\,\sigma_{ba}$.

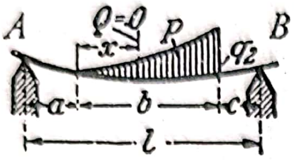
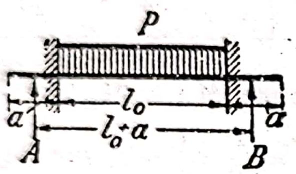
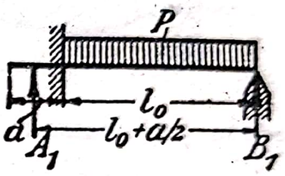
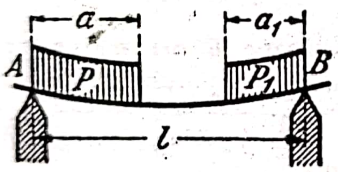
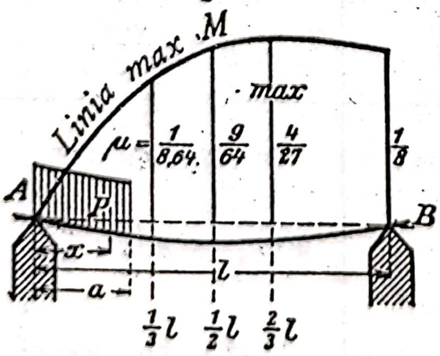
Scanned with OKEN Scanner

Tabla 9. Grinzi cu diferite rezemări și încărcări (continuare)

Incărcarea	Reacțiunile reazemelor A, B	Momentul încovoietor maximum $\max M = W\sigma_{ba}$
15. 	$A = B = \frac{P}{2}$ Pentru $b = 0$ cazul 14 (p. 670)	$W\sigma_{ba} = \frac{8a^2 + 3b(4a + b)}{24(a+b)} P$
16. Grindă cu console 	$A = B = \frac{P}{2}$	Pt. AB: $M_x = \frac{Px}{2}\left(1 - \frac{c}{x} - \frac{x}{l}\right)$ pt. $x \gtrless c$ $M_x = -\frac{Px^2}{2l}$
Secțiuni periculoase în A, B și C Puncte de inflexiune pentru $x = \frac{l}{2} \pm \sqrt{\frac{l^2}{4} - cl}$ $M_A = M_B$ cu semn contrar cu M_c Dacă lui P i se adaugă sarcini inegale P_1, P_2 în capete, ca în cazul 6, cp. Ztrbl. Bauv. 28 (1908), p. 260	Maximele absolute $M_A = M_B = \frac{Pc^2}{2l}$ și (pt. mijlocul grinzii) $M_C = \frac{P}{2}\left(\frac{l}{4} - c\right)$ sunt egale pt. $c = (\sqrt{1/2} - 1/2)\, l = 0{,}207\, l$, și anume $M_A = M_C = \max M = 0{,}021\,447\, Pl \approx 1/_{47} \cdot Pl$; pentru diferiții c, acesta e max M minimum relativ, așa încât $W = \frac{Pl}{47\sigma_{ba}}$ și $P = 47\frac{\sigma_{ba} W}{l}$; adică sarcina e de aproape 6 ori mai mare decât în cazul 8 (p. 668) dacă $a = 0{,}586\, l$	
17. [1]) Sarcină trapezoidală pe un segment  $P = \frac{q_1 + q_2}{2} b$; $n = \frac{q_1 b}{q_2 - q_1}$	$A = \frac{P}{l}\left(c + \frac{b}{3}\,\frac{q_2 + 2q_1}{q_2 + q_1}\right)$ $B = P - A$ $\max M$ pt. $Q = 0$, adică pt. $x = \sqrt{n^2 + \frac{2nA}{q_1}}$	$W\sigma_{ba} = \max M$ $= \frac{1}{3} A\left(3a + 2\xi - \frac{\xi n}{\lambda}\right)$ unde: $\lambda = x + n$, $\xi = x - n$: $n = \frac{q_1 b}{q_2 - q_1}$
Sarcină dreptunghiulară 	Pt. $q_1 = q_2$ avem: $A = \frac{P(2c + b)}{2l}$ $B = \frac{P(2a + b)}{2l}$ Dacă în plus $a = c$, avem: $A = B = P/2$	Pt. $q_1 = q_2$ avem: $W\sigma_{ba} = A\left(a + \frac{bA}{2P}\right)$ Dacă în plus $a = c$, avem: $W\sigma_{ba} = \frac{P}{2}\left(\frac{l}{2} - \frac{b}{4}\right)$

[1]) V. nota [1]) p. 672.

Tabla 9. Grinzi cu diferite rezemări și încărcări (continuare)

Incărcarea	Reacțiunile reazemelor A, B	Momentul încovoietor maximum $\max M = W\sigma_{ba}$
17. Sarcină triunghiulară 	Pt. $q_1 = 0$ avem: $A = \frac{P}{l}\left(c + \frac{b}{3}\right)$ $B = \frac{P}{l}\left(a + \frac{2}{3}b\right)$ max M pt. $Q = 0$, adică pt. $x = \sqrt{2bA/q_2} = b\sqrt{A/P}$	Pt. $q_1 = 0$ avem: $W\sigma_{ba} = \max M$ $= A\left(a + \frac{2}{3}x\right)$ $= A\left(a + {}^2/_3 \cdot b\sqrt{A/P}\right)$
18.  $\max M = \frac{P}{8}(l_0 + 2a)$ $A = B = P/2$	După Dec. min. prus. din 25/II 1925, la grinzile rezemate pe ziduri se va considera lungimea de rezemare $a \geqq 0{,}05\ l_0$, ceea ce dă la grinzile rezemate liber și uniform încărcate pe lungimea liberă l_0 cazurile de încărcare alăturate, cel din dreapta presupunând reazem concentrat în B_1	 $\max M = \frac{P}{8}(l_0 + a)$ $A_1 \approx B_1 = P/2$
19. [1] 	$A = \frac{P(2l - a) + P_1 a_1}{2l}$ $B = \frac{P_1(2l - a_1) + Pa}{2l}$	Pt. $A < P$: $W\sigma_{ba} = \frac{A^2 a}{2P}$ pt. $B < P_1$: $W\sigma_{ba} = \frac{B^2 a_1}{2P_1}$
	Dacă $P = P_1$; $a = a_1$ și $l - 2a = b$, avem $A = B = P$ și $W\sigma_{ba} = {}^1/_2 \cdot Pa = {}^1/_4 \cdot P(l - b)$	
20. [1] Sarcină P pe un segment de lungime a variabilă 	$A = \frac{P(2l - a)}{2l}$, $B = Pa/2l$ — max M pt. $x = a\left(1 - \frac{a}{2l}\right) < a$	$\max M = W\sigma_{ba}$ $= \frac{P}{2}a\left(1 - \frac{a}{2l}\right)^2$ $= \mu Pl$, unde $\mu = \frac{1}{2}\frac{a}{l}\left(1 - \frac{a}{2l}\right)^2$ $\max \mu = {}^4/_{27}$ pt. $a = {}^2/_3 \cdot l$; atunci $x = {}^4/_9 \cdot l$

[1]) Table detaliate privitoare la cazurile de încărcare 17, 19, 20 și altele cari survin adesea în construcții, în Labes, Tafeln zur Bestimmung der Querschnitte gewalzter eiserner Träger etc., Berlin 1893, Ernst & Sohn. — Cazul general 17 e tratat de Herbst în Ztrbl. Bauv. 29 (1909), p. 560.

Scanned with OKEN Scanner

21. **Incărcare combinată.** Dacă o grindă e solicitată simultan de mai multe din încărcările enumerate în pp. 665 . . . 672, se adună momentele încovoietoare și ordonatele liniilor elastice ale diferitelor cazuri de încărcare; din sume trebue determinate valorile lui $\max M = W\sigma_{ba}$ și $\max f$ împreună cu valorile corespunzătoare ale lui x.

Sub numerele 22 și 25 sunt trecute rezultatele pentru două cazuri mai frecvente de încărcare combinată, însă de cele mai multe ori se va prefera să se determine $\max M$ direct prin scrierea ecuației momentelor în raport cu secțiunea periculoasă (p. 652 și exemplul din p. 652).

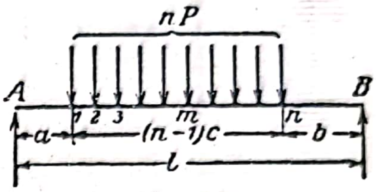


Fig. 20.

22. **Grindă rezemată liber, încărcată cu n sarcini concentrate egale P, aplicate la $n-1$ distanțe egale c** (fig. 20) $(M = M_b)$:

$$A = [b + (n-1)\,c/2]\cdot nP/l, \qquad B = [a + (n-1)\,c/2]\cdot nP/l.$$

Secțiunea periculoasă se găsește în punctul de aplicațiune al celei de a m-a forțe dacă $P > mP - A > 0$,

așa încât $\max M = W\sigma_{ba} = Aa + (m-1)\,(A - {}^1\!/_2\cdot mP)\,c.$

Pentru cazul particular $a = b$ avem $A = B = {}^1\!/_2\cdot nP$. Dacă în acest caz punctele de aplicațiune ale celor n forțe P împart deschiderea l în $n_1 = n + 1$ părți egale de lungimea $(l : n_1) = a = b$, avem

dacă n_1 e număr par: $\max M = W\sigma_{ba} = P\,l\,n_1/8$,

dacă n_1 e număr impar: $\max M = W\sigma_{ba} = (n_1^2 - 1)\,P\,l/8\,n_1$.

Pentru $n_1 = 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7$
rezultă coeficienții lui Pl: ${}^1\!/_3 \quad {}^1\!/_2 \quad {}^3\!/_5 \quad {}^3\!/_4 \quad {}^6\!/_7$.

Sarcini mobile

23. **Grinda cu cărucior de macara** (fig. 21, 22). Distanța unei forțe dela mijlocul grinzii $C = x$.

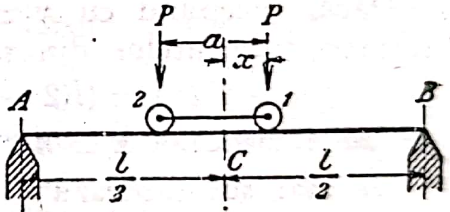


Fig. 21.

α) Două sarcini egale P la distanța invariabilă a; x variabil, și anume între 0 și $l/2$ (fig. 21) $(M = M_b)$.

Formulele sunt valabile numai dacă ambele sarcini se găsesc în deschiderea l:

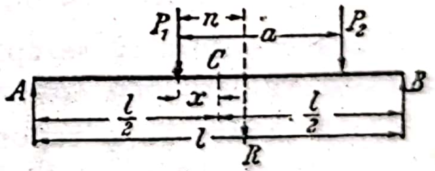


Fig. 22.

$$A = P\,(1 - 2\,x/l + a/l),$$
$$B = P\,(1 + 2\,x/l - a/l).$$

$$M_1 = \frac{Pl}{2}\left(1 - \frac{a}{l} + \frac{2\,x}{l}\,\frac{a}{l} - \frac{4\,x^2}{l^2}\right),$$

$$M_2 = \frac{Pl}{2}\left(1 - \frac{a}{l} - \frac{2\,a^2}{l^2} + \frac{2\,x}{l}\,\frac{3\,a}{l} - \frac{4\,x^2}{l^2}\right);$$

$\max M_1$ pt. $x = {}^1\!/_4\cdot a.$ $\qquad$ ($\max M_2$ pt. $x = {}^3\!/_4\cdot a.$)

$$\max M = Pl/2\cdot(1 - a/2\,l)^2 = P/2\,l\cdot(l - a/2)^2.$$

Pt. $x = 0$ (sau $x = a$) avem

$$M_1\ (\text{sau } M_2) = \frac{Pl}{2}\left(1 - \frac{a}{l}\right),\quad M_2\ (\text{sau } M_1) = \frac{Pl}{2}\left(1 - \frac{a}{l} - \frac{2\,a^2}{l^2}\right).$$

Pt. $x = a/2$ avem $M_1 = M_2 = Pl/2\cdot(1 - a/l)$.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 10. Reacțiunile reazemelor și momentele la diferite distanțe a ale sarcinilor

$a:l$	max A	max M_1	M_2 pt. $x = 1/4 \cdot a$	Observație
0	2 0 P	0,50000 Pl	0,50000 Pl	Dacă
0,1	1,9 P	0,45125 Pl	0,44625 Pl	$a:l > 2 - \sqrt{2} = 0{,}586$,
0,2	1,8 P	0,40500 Pl	0,38500 Pl	maximul absolut al lui
0,3	1,7 P	0,36125 Pl	0,31625 Pl	M_1 e totdeauna
0,4	1,6 P	0,32000 Pl	0,24000 Pl	$= 1/4 \cdot Pl$,
0,5	1,5 P	0,28125 Pl	0,15625 Pl	sarcina 1 căzând în
0,586	1,414 P	0,25000 Pl	0,07850 Pl	mijlocul grinzii.
0,667	1,333 P	(0,22522 Pl)	0	

Pentru calculul aproximativ al săgeții maxime a grinzii cu cărucior de macara, se presupun sarcinile simetrice față de mijlocul grinzii și se întrebuințează formulele pentru cazul 6 (p. 667). Rezultă

$$f = f_1 + f_2 = P\,(l - a)\,[3\,l^2 - (l - a)^2]/48\,EJ.$$

β) Două forțe inegale P_1, P_2 la distanța invariabilă a[1]; x distanța sarcinii P_1 dela mijlocul C al grinzii variabilă, și anume între 0 și $1/2 \cdot l$.

Poziția sarcinilor trecută în fig. 22 dă pentru secțiunea 1 momentul maximum dacă $P_1 > P_2$ (x presupus pozitiv). Dacă $R = P_1 + P_2$ e rezultanta lui P_1 și P_2, avem

$$n = P_2\,a/R.$$

Mai avem $A = R\,(l/2 + x - n)/l$,

$$M_1 = A\left(\frac{l}{2} - x\right) = \frac{R}{l}\left(\frac{l}{2} + x - n\right)\left(\frac{l}{2} - x\right) = \frac{R}{l}\,f(x).$$

Dacă, începând cu $x = 0$, ambele sarcini sunt pe grindă, maximul tuturor momentelor din secțiuni se găsește din

$$f'(x) = (l/2 - x) - (l/2 + x - n) = n - 2\,x = 0,$$

de unde urmează $x = n/2$.

De mai sus urmează

$$\max M = \frac{R}{l}\left(\frac{l}{2} + \frac{n}{2} - n\right)\left(\frac{l}{2} - \frac{n}{2}\right) = \frac{Rl}{4}\left(1 - \frac{n}{l}\right)^2 = \frac{R}{4\,l}\,(l - n)^2.$$

Dacă e posibil să se aplice P_1 ca sarcină concentrată în mijlocul grinzii, această valoare mai trebue comparată cu momentul $M_m = P_1\,l/4$.

Dacă notăm cu q raportul $M_m : \max M$, obținem:

$$q = \frac{P_1\,l}{4}\,\frac{4\,l}{R\,(l - n)^2} = \frac{P_1}{R\,(1 - n/l)^2} = \frac{P_1}{R\,(1 - P_2\,a/R\,l)^2}.$$

$q = 1$ dă relațiunea $\dfrac{P_1}{R} = \left(1 - \dfrac{P_2\,a}{Rl}\right)^2$, de unde $\dfrac{a}{l} = \dfrac{R}{P_2}\left(1 - \sqrt{\dfrac{P_1}{R}}\right)$.

La P_1 și P_2 dat, o variație a lui q e însoțită de o variație în același sens a lui a/l:

$$q > 1 \text{ dă } \frac{a}{l} > \frac{R}{P_2}\left(1 - \sqrt{\frac{P_1}{R}}\right); \text{ hotărîtor } M_m = \frac{P_1\,l}{4};$$

$$q < 1 \text{ dă } \frac{a}{l} < \frac{R}{P_2}\left(1 - \sqrt{\frac{P_1}{R}}\right); \text{ hotărîtor } \max M = \frac{R}{4\,l}\,(l - n)^2.$$

[1]) Generalizarea rezultatelor unei lucrări a lui Herbst în Ztrbl. Bauw. 28 (1908), p. 264.

Scanned with OKEN Scanner

γ) Determinarea grafică a momentelor pentru cazul general de încărcare[1]). Momentul sub sarcina oarecare IV a convoiului de sarcini mobile din fig. 23 e

$$M_x = R\,[(l - t) - x]\;x/l - R_1\,t_1;$$

unde R e rezultanta tuturor forțelor convoiului de forțe, iar R_1 rezultanta forțelor din dreapta lui IV.

Primul termen al ecuației dă o parabolă cu lungimea $(l - t)$ și înălțimea de arc $R\,(l - t)^2/4\,l$. Al doilea termen reprezintă o dreaptă paralelă cu axa absciselor. Suprafața hașurată în fig. 23 dă variația momentelor maxime sub forța IV a convoiului de

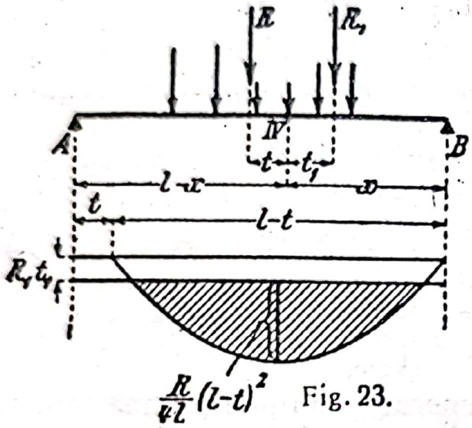


Fig. 23.

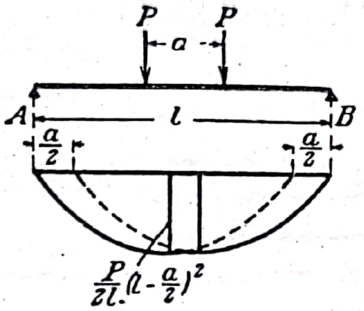


Fig. 24.

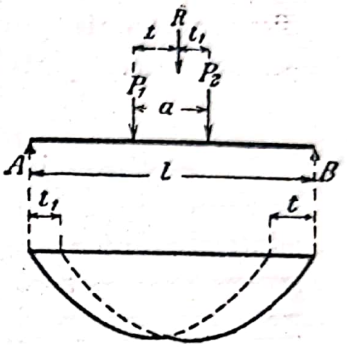


Fig. 25.

forțe mobile, și e valabilă cât convoiul se mișcă în întregime între două reazeme A și B. Cele valabile pentru momentele sub punctul de aplicațiune al lui IV sunt valabile și pentru momentele sub fiecare din celelalte sarcini, de unde se deduce că momentele maxime ale grinzii întregi se compun din diferite arce de parabolă, ale căror dimensiuni se pot determina ușor cu ajutorul ecuației generale pentru M_x

δ) Cazuri particulare pentru γ): 1. Grinda cu două sarcini mobile egale P, P la distanța a [cp. α), p. 673]: Se construesc două parabole cu lungimea $(l - a/2)$ și înălțimea de arc $P\,(l - a/2)^2/2\,l$ (fig. 24); punctul cel mai de jos al curbei e deplasat cu $^1/_4 \cdot a$ față de centru. Dacă a e mai mare decât $^1/_2 \cdot l$, sarcina P mai produce numai în vârful inimii arcul de creștet al unei parabole de înălțimea $P\,l/4$ și lungimea l. Pentru $a = 0{,}586\,l$ intervine un anumit caz limită, în care ordonata $P\,(l - a/2)^2/2\,l$ la distanța $^1/_4 \cdot a$ dela mijloc se reduce la $P\,l/4$.

2. Grinda cu două sarcini mobile inegale P_1 și P_2 [cp. β), p. 674]. Se construesc două parabole, dintre cari una pleacă din reazemul stâng și are lungimea $(l - t)$ și înălțimea de arc $R\,(l - t)^2/4\,l$, pe când cealaltă pleacă din reazemul drept și are lungimea $(l - t_1)$ și înălțimea de arc $R\,(l - t_1)^2/4\,l$ (fig. 25).

Mai sus $R = P_1 + P_2$, iar valorile t și t_1 sunt

$$t = P_2\,a/R \quad \text{și} \quad t_1 = P_1\,a/R.$$

24. Șina de cărucior de macara pe suport continuu.

Notăm cu:

- J și W momentul de inerție și modulul de rezistență al secțiunii unei șine de macara pe suport continuu de zidărie [cm⁴ resp. cm³], parcursă de o forță concentrată P [în kg],
- b lățimea tălpii șinei [cm],
- E și E_m modulul de elasticitate al materialelului șinei resp. al suportului masiv [kg/cm²].

Solicitarea la încovoiere maximă a șinei de macara sub forța P e aproximativ (în kg/cm²)[2]):

$$\sigma_b = 0{,}50\sqrt[4]{P^5}/W\eta \quad . \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (20)$$

[1]) După W. L. André e, Die Statik des Kranbaues, ed. a 2-a, 1913, p. 1 ș. u. și p. 55 ș. u. — [2]) W. L. André e, Die Statik des Kranbaues, ed. a 2-a, München și Berlin, 1913, Oldebourg, p. 48 ș. u.

Scanned with OKEN Scanner

şi presiunea maximă asupra bazei masive (în kg/cm²)

$$\sigma_d = 0{,}28\,\eta \sqrt[4]{P^3}/b; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

η fiind calculat din

$$\eta = \sqrt[4]{\frac{2}{3}\,\frac{E_m}{E}\,\frac{b^2\sigma_d}{J}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

In ecuaţia (22) σ_d trebue ales mai întâi prin încercare, calculul cu valoarea mai exactă determinată din ecuaţia (21) trebuind să fie repetat în caz de nevoie.

25. **Grinda de pod.** Pentru grinda de pod rezemată liber la capete şi încărcată direct intră în consideraţie în general cazul de încărcare reprezentat în fig. 26 [1]) ($M = M_b$).

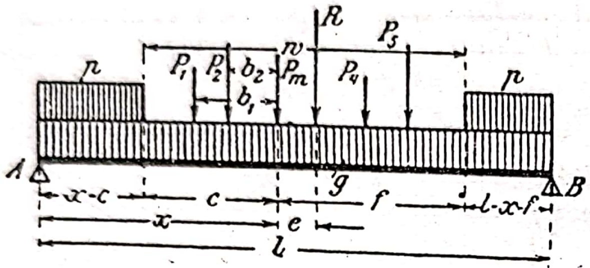


Fig. 26.

Notăm cu:

g încărcarea prin greutate proprie [kg/m],

$P_1, P_2, P_3, \ldots$ sarcinile concentrate ale convoiului de sarcini care trece peste grindă şi ocupă lungimea $w = c + f$ [m],

p sarcina dată de trecători [kg/m].

In general [2]) momentul maximum se stabileşte sub cea mai mare sarcină concentrată P_m care se găseşte mai aproape de rezultanta $R = \Sigma P$ a tuturor sarcinilor concentrate P cari i se aplică grinzii. Dacă x e distanţa dela reazemul A a acestei „sarcini hotărîtoare“ P_m, avem

$$A = \frac{gl}{2} + \frac{R}{l}(l - x - e) + \frac{p}{l}\,\frac{(l - x - f)^2}{2} + \frac{p}{l}(x - c)\left(l - \frac{x - c}{2}\right)$$

şi momentul sub P_m:

$$M_x = A\,x - \frac{g x^2}{2} - \sum_0^x Pb - \frac{p}{2}(x^2 - c^2).$$

De mai sus urmează pentru x-ul momentului maximum M_x

$$x = \frac{l}{2}\,\frac{Re - {}^1\!/_2 \cdot p\,(f^2 - c^2)}{2R + gl + p\,(l - 2w)}.$$

După determinarea lui x, se determină imediat max M_x corespunzător.

Dacă lipseşte sarcina p de circulaţie pe distanţa $l - x - f$ (lângă B), urmează

$$A = \frac{gl}{2} + \frac{R}{l}(l - x - e) + \frac{p}{l}(x - c)\left(l - \frac{x - c}{2}\right)$$

şi pentru M_x valoarea de mai înainte. In acest caz max M_x are loc pentru

$$x = \Big\{ -[2R + gl - p\,(l + 2c)] + \sqrt{(2R + gl)\,[2R + gl + p\,(l - 4c)] - 6Rpe + p^2\,(l - c)^2} \Big\} / 3p.$$

In expresiunile lui x trebue ca e să fie trecut negativ, dacă P_m ajunge în dreapta lui R.

g) Determinarea secţiunii grinzilor laminate ţinând seamă de săgeată

Săgeata maximă trebue să nu întreacă nici sub sarcina maxima o anumită fracţiune din deschiderea l, spre a limita cât mai mult acţiunile dinamice şi a asigura o rezemare bună; în construcţii se alege din experienţă

[1]) Ztrbl. Bauw. 37 (1917), p. 258, şi Brückenbau (1917), p. 133.
[2]) Ztrbl. Bauw. 39 (1919), p. 64 (limitare); Brückenbau (1918), p. 151; (1919), p. 49.

Scanned with OKEN Scanner

$f \leqq {}^1/_{600} \ldots {}^1/_{400}$ în medie ${}^1/_{500}\, l$ [1]); în construcția de poduri se cere pentru podurile metalice $f \leqq {}^1/_{900} l$; pentru grinzile lamináte betonate $f \leqq {}^1/_{700}\, l$.

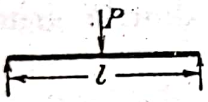
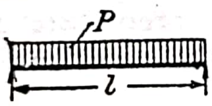
Pentru grinzile de oțel de fuziune cu $E = 2\,100\,000$ kg/cm², de secțiune oarecare, dar pretutindeni egală, trebue să avem în cele mai frecvente cazuri de încărcare 2 (p. 665) și 8 (p. 668) totdeauna $f \leqq {}^1/_{500}\, l$ resp. ${}^1/_{900}\, l$, dacă secțiunea grinzii calculată pe baza tensiunii admisibile σ_{ba} are o înălțime h, al cărei cât prin deschiderea l e mai mare decât valoarea ζ din tabela 11 de mai jos.

Dacă formula generală $M = W \sigma_{ba}$ dă o grindă cu înălțimea mai mică decât $\zeta\, l$, secțiunea grinzii trebue calculată, ținând seamă de săgeata f, din formula următoare care rezultă din coloana 5 a tablei 9, p. 665, 668 ș. u.

$$J = c P l^2 \ [\text{cm}^2/\text{kg} \cdot \text{kgcm}^2 = \text{cm}^4],$$

în care J e momentul de inerție al secțiunii în cm⁴, P sarcina în t, l deschiderea în m iar coeficientul c de citit din tabela 11 (în funcțiune de f și σ_{ba}). Contribuția alunecării la f în p. 684.

Tabela 11. Valorile coeficientului c pentru grinzi de oțel

Săgeata maximă			$f = {}^1/_{500}\, l$			$f = {}^1/_{900}\, l$		
Tensiunea admisibilă σ_{ba}			750	1000	1200	750	1000	1200
Cazul 2, p. 665		$1:\zeta = l:h =$	33,6	25,2	21,0	18,7	14,0	11,7
		$c =$		49,6			89,3	
Cazul 8, p. 668		$1:\zeta = l:h =$	26,9	20,2	16,8	14,9	11,2	9,3
		$c =$		31,0			55,8	

Pentru grinzile de planșeu între panouri de planșeu masive, mai ales pentru planșee de beton, se obține de obiceiu din cauza efectului combinat un f cu mult mai mic decât cel determinat prin calcul.

Dacă pentru o grindă de construcție din oțel de fuziune, încărcată uniform pe deschiderea $l = 7{,}5$ m rezultă de ex. pentru $\sigma_{ba} = 1200$ o înălțime de secțiune mai mică decât ${}^1/_{1{,}68} \cdot 75 = 44{,}6$ cm, secțiunea trebue calculată de preferință din formula $J = 31{,}0\, P\, l^2$ (cp. și exemplele 1 și 2).

Pentru cazuri de încărcare diferite de cazul 8 și 2 se calculează J după cazul 8 și se înmulțește valoarea obținută cu o cifră ρ care are următoarele valori

pentru cazul 1	$\rho = 128/5$	pentru cazul 9	$\rho = 384/925$	pentru cazul 7	$\rho = 48/5$.
,, ,, 2	$\rho = 8/5$	,, ,, 10	$\rho = 1/5$		

Exemplul 1. Grinzile laminate ale unui planșeu masiv de deschidere neobișnuit de mare. Deschiderea = 10,5 m; lățimea 1,95 m. Greutatea proprie a planșeului (inclusiv grinzile) = 400 kg/m²; sarcina utilă = 250 kg/m². Lungimile reazemelor câte 26 cm. Avem cazul de încărcare 18 (p. 672, în stânga). Încărcarea

$$P = (10{,}5 \cdot 1{,}95)\ \text{m}^2 \cdot 650\ \text{kg/m}^2 = 13\,325\ \text{kg}.$$

Fără a ține seamă de săgeată, cu $\sigma_{ba} = 1200$ kg/cm² avem nevoie de

$$W = [13\,325\,(1050 + 2 \cdot 26)]/(8 \cdot 1200) = 1531\ \text{cm}^3,$$

așa încât I Nr. 42½ cu $W = 1740$ cm³ ar mai ajunge. Pentru ca săgeata maximă să fie însă mai mică decât 1/500 din deschidere, adică $f < 1050 : 500 = 2{,}1$ cm, după tabela 11 profilul amintit e prea slab, fiindcă înălțimea $h = 42{,}5$ cm e mai mică decât $\zeta l = 1050 : 16{,}8 = 62$ cm. De aceea e nevoie în acest caz de momentul de inerție

$$J = 31{,}0 \cdot 13{,}3 \cdot 10{,}5^2 = 45\,456\ \text{cm}^4,$$

și se alege I Nr. 45 cu $J = 45\,852$ cm⁴. Pentru I Nr. 45 avem după p. 668

$$f = (5/384) \cdot (13\,325 \cdot 1050^3)/(2\,100\,000 \cdot 45\,852) = 2{,}0\ \text{cm};$$

din valoarea de mai sus avem în permanență săgeata de $(400/650) \cdot 2{,}0 = 1{,}2$ cm.

[1]) După decizia ministerială prusiană din 25. II. 1925 nu se prescrie în general o valoare maximă admisibilă pentru f; în cazuri speciale, de ex. pentru grinzile solicitate ale transmisiunilor, ca și pentru grinzile de peste 7 m și subgrinzi, cari îi dau rigiditate unei clădiri și înlocuesc pereții transversali și longitudinali din celelalte cazuri, trebue să avem însă $f \leqq {}^1/_{500}\, l$. Pentru palierele de arbori și axe trebue ca înclinarea dintre arbore și palier să nu treacă de 1/700.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 2. Cele două grinzi ale scării rulane late de 1 m (a scenei unui teatru) au deschiderea de 12 m.

Sarcina incidentală maximă în mijlocul podului: o instalație de iluminat cu 3 oameni pentru deservire, în total maximum 450 kg; fiecăreia din cele două grinzi îi revin din ea $^1/_2 \cdot 450 = 225$ kg.

Greutatea proprie a scării pentru 1 m:

1. Grinzile (aproximativ) $2 \cdot 42 =$ . . . . 84 kg
2. Dulapi de 4 cm grosime, $1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}04 = 0{,}04$ m³ à 650 kg/m³ = 26 kg
3. Balustrada, șuruburile de fixare etc. cca . . . . . . 8 kg

total . 118 kg.

Fiecărei grinzi îi revin din greutate proprie $12{,}0 \cdot 118/2 = 708$ kg.
Neținând seamă de săgeată, cu $\sigma_{ba} = 1200$ kg/cm² e nevoie de

$$W = [(^1/_2 \cdot 708 + 225) \cdot 1200]/(4 \cdot 1200) = 145 \text{ cm}^3,$$

așa încât I Nr. 18 cu $W = 161$ cm³ ar ajunge. Pentru ca săgeata maximă la încovoiere să fie mai mică decât $^1/_{500}$ din deschidere, adică $f < 2{,}4$ cm, e nevoie după tabla 11 de $J = (31{,}0 \cdot 0{,}708 + 49{,}6 \cdot 0{,}225) \cdot 12{,}0^2 = 4768$ cm⁴,
adică trebue ales I Nr. 25 cu $J = 4966$ cm⁴.

Săgeata profilului devine $f = (1200/500) \cdot (4768/4966) =$ cca 2,3 cm; din valoarea de mai sus avem în permanență săgeata $[(^5/_8 \cdot 708)/(^5/_8 \cdot 708 + 225)] \cdot 2{,}3 = 1{,}5$ cm. Contribuția alunecării la f în p. 685.

Pentru I Nr. 18 săgeata maximă ar fi fost

$$f = (1200/500) \cdot (4768/1446) = 7{,}9 \text{ cm}.$$

h) Grinzi de egală rezistență la încovoiere

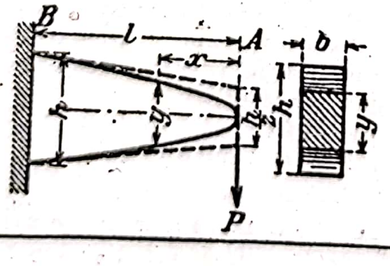
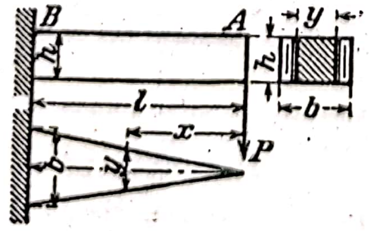
Dacă valorile maxime ale tensiunii la încovoiere dintr'o grindă

$$\max \sigma_b = M_b : W = \sigma_{ba}$$

sunt egale în toate secțiunile, grinda se numește *de egală rezistență* la încovoiere (p. 653). Mai jos se dau vreo câteva formule privitoare la astfel de grinzi. Liniile *punctate* ale secțiunii în lung indică forma ei *aproximată* prin tangente.

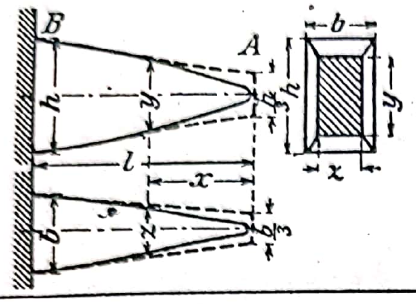
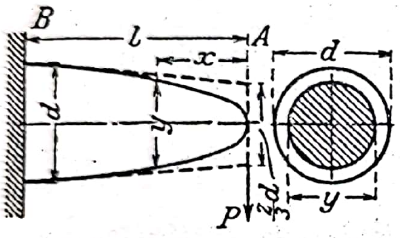
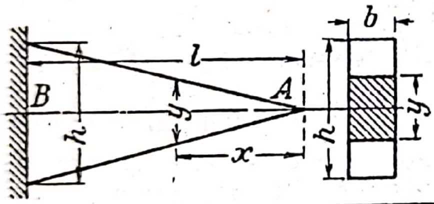
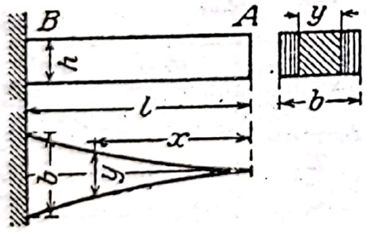
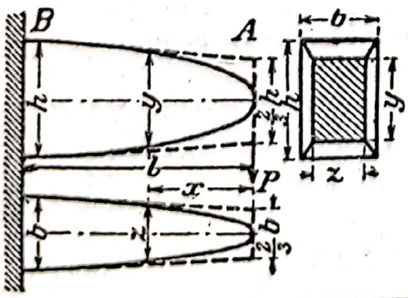
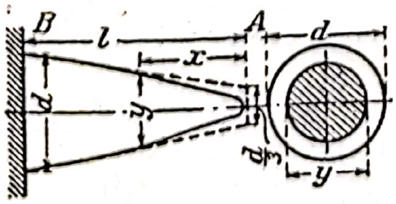
O grindă care e solicitată numai de un moment încovoietor invariabil pe lungimea ei l (p. 667, cazul 6), trebue să aibă la egală rezistență pretutindeni aceeași secțiune.

Tabla 12. Grinzi de egală rezistență la încovoiere

Secțiunea longitudinală și transversală a grinzii	Secțiuni	Conturul secțiunii longitudinale	Calculul dimensiunilor secțiunii Unitățile în kg și cm
a) Grindă incastrată la un capăt, sarcina P la capătul liber			
1. 	Dreptunghiuri de lățime b constantă și înălțime y variabilă	Parabolă (p. 141)	$y^2 = (6P/b\sigma_{ba})x$ $h = \sqrt{6Pl/b\sigma_{ba}}$ Săgeata în A: $f = 8Pl^3/Ebh^3$
2.  [Linia elastică arc de cerc]	Dreptunghiuri de înălțime h constantă și lățime y variabilă	Linie dreaptă	$y = \frac{6P}{h^2\sigma_{ba}}x$ $b = \frac{6Pl}{h^2\sigma_{ba}}$ Săgeata în A: $f = \frac{6P}{bE}\left(\frac{l}{h}\right)^3$

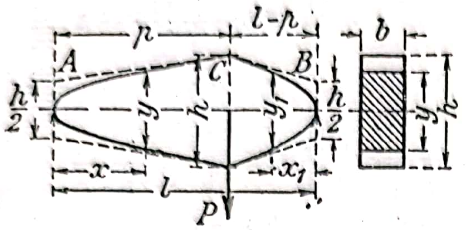
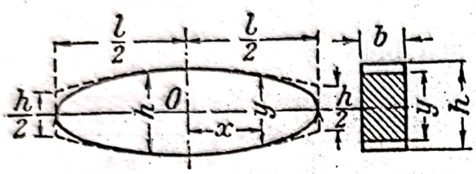
Scanned with OKEN Scanner

Tabla 12. Grinzi de egală rezistență la încovoiere (continuare)

Secțiunea longitudinală și transversală a grinzii	Secțiuni	Conturul secțiunii longitudinale	Calculul dimensiunilor secțiunii Unitățile în kg și cm
a) Grindă încastrată la un capăt, sarcina P la capătul liber			
3. 	Dreptunghiuri asemenea de înălțimea y și lățimea z; raportul celor două laturi $z : y = \alpha$	Parabolă cubică (p. 142)	$y^3 = \frac{6P}{\alpha \sigma_{b\,a}} x$ $z = \alpha y$ $h = \sqrt[3]{\frac{6Pl}{\alpha \sigma_{b\,a}}}$ $b = \alpha h$
4. 	Cercuri cu diametrul y	Parabolă cubică (p. 142)	$y^3 = \frac{32P}{\pi \sigma_{b\,a}} x$ $d = \sqrt[3]{\frac{32Pl}{\pi \sigma_{b\,a}}}$
Sarcina Q uniform repartizată de-a-lungul grinzii			
5. 	Dreptunghiuri de lățime b constantă și înălțime y variabilă	Linie dreaptă	$y = x\sqrt{\frac{3Q}{bl\sigma_{b\,a}}}$ $h = \sqrt{\frac{3Ql}{b\sigma_{b\,a}}}$
6.  [Linia elastică arc de cerc]	Dreptunghiuri de înălțime h constantă și lățime y variabilă	Parabolă (p. 141)	$y = \frac{3Q}{l\sigma_{b\,a}} \frac{x^2}{h^2}$ $b = \frac{3Ql}{\sigma_{b\,a} h^2}$ Săgeata în A: $f = \frac{3P}{bE}\left(\frac{l}{h}\right)^3$
7 	Dreptunghiuri asemenea de înălțimea y și lățimea z; raportul celor două laturi $z : y = \alpha$	Parabolă semicubică (p. 142)	$y^3 = \frac{3Q}{\alpha \sigma_{b\,a}} \frac{x^2}{l}$ $z = \alpha y$ $h = \sqrt[3]{\frac{3Ql}{\alpha \sigma_{b\,a}}}$ $b = \alpha h$
8. 	Cercuri cu diametrul y	Parabolă semicubică (p. 142)	$y^3 = \frac{16Q}{\pi l \sigma_{b\,a}} x^2$ $d = \sqrt[3]{\frac{16Ql}{\pi \sigma_{b\,a}}}$

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 12. Grinzi de egală rezistență la încovoiere (continuare)

Secțiunea longitudinală și transversală a grinzii	Secțiuni	Conturul secțiunii longitudinale	Calculul dimensiunilor secțiunii Unitățile în kg și cm
b) Grindă pe două reazeme cu sarcina *P* în *C*			
9. 	Dreptunghiuri de lățime b constantă și lățime y variabilă	Două parabole (p. 141)	$y^2 = \frac{6P(l-p)}{b l \sigma_{b\,a}} x$ $y_1^2 = \frac{6Pp}{b l \sigma_{b\,a}} x_1$ $h = \sqrt{\frac{6P(l-p)p}{b l \sigma_{b\,a}}}$
Sarcină Q uniform repartizată de-a-lungul grinzii			
10. 	Dreptunghiuri de lățime b constantă și lățime y variabilă	Elipsă (p. 136)	$\frac{x^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\frac{3Ql}{4b\sigma_{b\,a}}} = 1$ $h = \sqrt{\frac{3Ql}{4b\sigma_{b\,a}}}$

i) Grinzi pe mai mult de două reazeme (grinzi continue)

1. Momentele încovoietoare în dreptul reazemelor.

Măsurăm în kg și cm și notăm cu (fig. 27) ($M = M_b$):

M_{r-1}, M_r, M_{r+1} momentele din dreptul a trei reazeme consecutive $r-1$, r, $r+1$ (pozitive când fibra întinsă e jos),

y_{r-1}, y_r, y_{r+1} distanțele verticale ale reazemelor $r-1$, r, $r+1$ ale grinzii încărcate, deplasate de o cauză oarecare, după verticală, față de poziția lor inițială (deci pentru axă inițial orizontală a grinzii distanțele reazemelor încărcate dela axa orizontală a grinzii sau dela o altă orizontală), pozitive dacă sunt îndreptate în jos[1]),

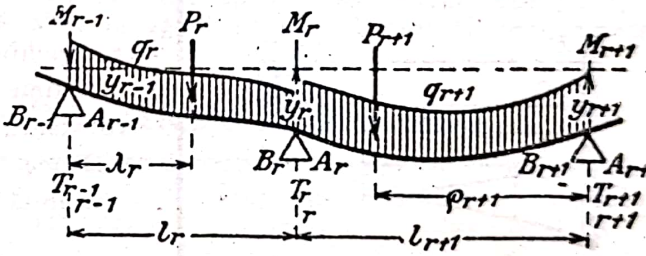


Fig. 27.

l_r, l_{r+1} deschiderea panourilor r și $r+1$,

J_r, J_{r+1} momentele de inerție ale secțiunilor grinzii pe aceste panouri,

L_r, R_r momentul static al suprafeței momentelor sarcinii panoului r pentru grinda simplă rezemată liber la capete, raportată la verticala prin reazemul stâng resp. drept al acestui panou.

In aceste condițiuni

$$\left.\begin{aligned} 6E\left(\frac{y_r - y_{r-1}}{l_r} + \frac{y_r - y_{r+1}}{l_{r+1}}\right) &= M_{r-1}\frac{l_r}{J_r} + 2M_r\left(\frac{l_r}{J_r} + \frac{l_{r+1}}{J_{r+1}}\right) \\ &+ M_{r+1}\frac{l_{r+1}}{J_{r+1}} + 6\frac{L_r}{l_r J_r} + \frac{6R_{r+1}}{l_{r+1}J_{r+1}} \end{aligned}\right\} . \qquad (23)$$

(Ecuația celor trei momente; cp. vol. III, secț. 1, Statica construcțiilor).

[1]) Deosebirile dintre distanțele punctelor de reazem dela axa inițială a grinzii pot fi provocate de cedarea diferită a terenului sau de alte împrejurări exterioare construcției și în acest caz trebue observate sau evaluate în prealabil, sau provin din variația elastică a lungimii reazemelor (coloane) sub acțiunea sarcinilor și în acest caz se pot calcula. In cazuri importante se recomandă supravegherea distanțelor y.

Mai sus panourile pot fi încărcarte continuu sau cu sarcini concentrate.

Pentru o grindă de secţiune invariabilă, încărcată numai cu sarcini repartizate continuu pe diferitele panouri, se obţine, cu q_r drept sarcină repartizată uniform pe unitatea de lungime a panoului r, ecuaţia lui Clapeyron:

$$\left.\begin{aligned} 6\,EJ\left(\frac{y_r - y_{r-1}}{l_r} + \frac{y_r - y_{r+1}}{l_{r+1}}\right) &= M_{r-1}\, l_r + 2\,M_r\,(l_r + l_{r+1}) \\ &+ M_{r+1}\, l_{r+1} + {}^1/_4\cdot(q_r\, l_r^3 + q_{r+1}\, l^3_{r+1}). \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Dacă toate reazemele sunt la aceeaşi înălţime, ecuaţia (24) devine

$$M_{r-1}\, l_r + 2\,M_r\,(l_r + l_{r+1}) + M_{r+1}\, l_{r+1} = -\,{}^1/_4\cdot(q_r\, l_r^3 + q_{r+1}\, l^3_{r+1}). \quad (25)$$

Dacă avem n panouri, adică $n + 1$ reazeme, se pot scrie $n - 1$ ecuaţii de forma (23), (24) sau (25); din acestea şi din cele două ecuaţii cari caracterizează fixarea capetelor grinzii (de ex. $M_0 = M_n = 0$ etc.), se pot calcula cele $n + 1$ momente din dreptul celor $n + 1$ reazeme.

2. Forţele de presiune asupra reazemelor.

Măsurăm în kg şi cm şi notăm cu:

$A_0, A_1 \ldots, A_{n-1}$ părţile din forţele totale de presiune asupra reazemelor cari provin din partea panourilor $1 \ldots n$ situate în dreapta.

$B_1, B_2 \ldots, B_n$ părţile din forţele totale de presiune asupra reazemelor cari provin din partea panourilor $1 \ldots n$ situate în stânga,

$T_0, T_1 \ldots, T_n$ forţele totale de presiune, adică $T_0 = A_0$, $T_1 = A_1 + B_1, \ldots$ $T_n = B_n$

P_r, P_{r+1}, λ_r şi ρ_{r+1} ca în fig. 27.

Atunci
$$A_r = \frac{M_{r+1} - M_r}{l_{r+1}} + \frac{q_{r+1}\, l_{r+1}}{2} + \frac{\Sigma P_{r+1}\, \rho_{r+1}}{l_{r+1}}$$

şi
$$B_r = \frac{M_{r-1} - M_r}{l_r} + \frac{q_r\, l_r}{2} + \frac{\Sigma P_r\, \lambda_r}{l_r}$$

şi deci forţa totală de presiune asupra reazemului r

$$T_r = \frac{q_r\, l_r + q_{r+1}\, l_{r+1}}{2} - M_r\left(\frac{1}{l_{r+1}} + \frac{1}{l_r}\right) + \frac{M_{r+1}}{l_{r+1}} + \frac{M_{r-1}}{l_r} + \frac{\Sigma P_{r+1}\, \rho_{r+1}}{l_{r+1}} + \frac{\Sigma P_r\, \lambda_r}{l_r}.$$

Exemplu: Grinda rezemată liber pe trei reazeme la distanţe egale l. Incărcarea unui panou $= 0$, a celuilalt prin q kg/cm (fig. 28).

$$M_0 = M_2 = 0.$$

Deci după ecuaţia (25)
$$4\,M_1\, l = -\,{}^1/_4\cdot q\, l^3,$$

de unde
$$M_1 = -\,{}^1/_{16}\cdot q\, l^2.$$

$$T_0 = +\frac{M_1}{l} = -\frac{q\,l}{16}$$

$$T_1 = \frac{q\,l}{2} - \frac{2\,M_1}{l} = \frac{q\,l}{2} + \frac{q\,l}{8} = \frac{5\,q\,l}{8}$$

$$T_2 = \frac{q\,l}{2} + \frac{M_1}{l} = \frac{q\,l}{2} - \frac{q\,l}{16} = \frac{7\,q\,l}{16}$$

$$M_x = +\,T_2\, x - q\,x^2/2 = 7\,q\,l\,x/16 - q\,x^2/2$$

$M = 0$ pt. $x = 0$ şi $x = 7\,l/8$,

max M pt. $7\,q\,l/16 - q\,x = 0$, deci $x = 7\,l/16$

max $M = ({}^7/_{16})^2\, q\, l^2/2 = 49\,q\,l^2/512 = 0{,}0957\,q\,l^2$.

Se obţine deci curba momentelor 0 1' 2 trasată în fig. 28. Cum max $M > M_1$ (abs.), max M e hotărîtor pentru determinarea secţiunii.

Dacă la o grindă de lungimea $2\,l$ cm, încărcată uniform cu q kg/cm şi rezemată pe **t r e i** reazeme [la aceeaşi înălţime şi la distanţe egale între ele (adică de câte l cm)], se dispune **r e a z e m u l m i j l o c i u m a i j o s** decât cele dela capete, şi anume cu

$$f = 0{,}0131\, q\, l^4/EJ \;\; [\text{cm}],$$

această măsură îi măreşte de 1,457 ori soliditatea.

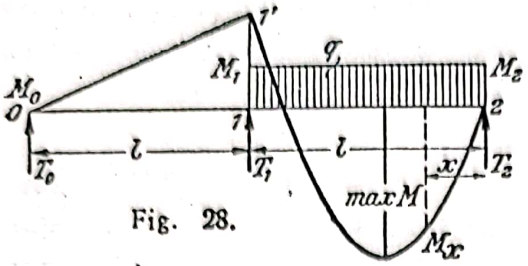


Fig. 28.

Solicitarea atinge în acest caz maximul ei, fiindcă momentul din dreptul reazemului mijlociu e egal cu maximul momentului din cele două panouri:

$$M_1 = \max M_1 = 0{,}0858\, q\, l^2, \qquad T_0 = 0{,}4142\, q\, l, \qquad T_1 = 1{,}1716\, q\, l.$$

In tabla de mai jos, cu măsurile în kg şi cm, s'au notat cu:

T_0, T_1, ... forţele de presiune asupra reazemelor,
M_1, M_2, ... momentele (negative) din dreptul reazemelor,
max M_1, max M_2, ... momentele maxime din panouri (momentele de panou),
x_1, x_2, ... distanţele momentelor de panou max M_1, max M_2, ... dela cel mai apropiat reazem din stânga,
ξ_1, ξ_2, ... distanţele punctelor de inflexiune ale liniei elastice dela aceste reazeme,
q încărcarea pe unitatea de lungime a fiecărui panou.

Tabla 13. Grindă continuă pe n reazeme de aceeaşi înălţime cu deschideri egale de câte l [cm], uniform încărcate [kg/cm]

Totul fiind simetric faţă de mijlocul grinzii, indicaţiile sunt trecute numai până la mijloc.

Valori	Numărul n de reazeme							Unităţi
	3	4	5	6	7	8	9	
T_0	0,3750	0,4000	0,3929	0,3947	0,3942	0,3944	0,3943	$q\,l$
T_1	1,2500	1,1000	1,1428	1,1317	1,1346	1,1337	1,1340	$q\,l$
T_2	.	.	0,9286	0,9736	0,9616	0,9649	0,9640	$q\,l$
T_3	.	.	.	.	1,0192	1,0070	1,0103	$q\,l$
T_4	.	.	.	.	.	.	0,9948	$q\,l$
M_1	0,1250	0,1000	0,1071	0,1053	0,1058	0,1056	0,1057	$q\,l^2$
M_2	.	.	0,0714	0,0789	0,0769	0,0775	0,0773	$q\,l^2$
M_3	.	.	.	.	0,0865	0,0845	0,0850	$q\,l^2$
M_4	.	.	.	.	.	.	0,0825	$q\,l^2$
max M_1	0,0703	0,0800	0,0772	0,0779	0,0777	0,0778	0,0777	$q\,l^2$
max M_2	.	0,0250	0,0364	0,0332	0,0340	0,0338	0,0339	$q\,l^2$
max M_3	.	.	.	0,0461	0,0433	0,0440	0,0438	$q\,l^2$
max M_4	.	.	.	.	.	0,0405	0,0412	$q\,l^2$
x_1	0,375	0,4000	0,3930	0,3947	0,3942	0,3944	0,3943	l
x_2	.	0,5000	0,5357	0,5264	0,5327	0,5281	0,5283	l
x_3	.	.	.	0,5000	0,4904	0,4930	0,4923	l
x_4	.	.	.	.	.	0,5000	0,5026	l
ξ_1	0,750	0,8000	0,7860	0,7894	0,7884	0,7887	0,7887	l
ξ_2 {	.	0,2760	0,2659	0,2680	0,2675	0,2680	0,2680	l
	.	0,7240	0,8055	0,7830	0,7899	0,7884	0,7890	l
ξ_3 {	.	.	.	0,1964	0,1960	0,1962	0,1960	l
	.	.	.	0,8036	0,7850	0,7897	0,7880	l
ξ_4 {	.	.	.	.	.	0,2153	0,2150	l
	.	.	.	.	.	0,7847	0,7900	l

Cu număr crescător de reazeme, valorile lui T, M, max M, x şi ξ tind spre valorile corespunzătoare din cazul 10 p. 668, pentru panourile din mijloc; pentru panourile dela capete, ele coincid, în cazul a trei reazeme, cu cazul 9, p. 668.

Pentru calculul grinzilor continue **n e u n i f o r m î n c ă r c a t e** şi metoda **g r a f i c ă** de calcul v. vol. III, secţ. 1, Statica construcţiilor.

Scanned with OKEN Scanner

C. Tăierea [1])

Afară de notațiile din pp. 637 și 649, notăm cu:

F, F_s secțiunea [cm²],
G modulul de tăiere [kg/cm²],
τ_s tensiunea tangențială [kg/cm²],
$F' = F/\mu$ secțiunea echivalentă,
$\tau_m = Q/F$ tensiunea tangențială medie [kg/cm²],
γ alunecarea
μ coeficientul de contracțiune transversală.

1. **Tăierea și încovoierea.** O forță tăietoare care se exercită asupra unei grinzi provoacă totdeauna și încovoiere. După $Q = dM/dx$ (p. 650), forța tăietoare depinde de variația momentului încovoietor de-a-lungul axei (x) a grinzii; tensiunile tangențiale și deformarea prin tăiere depind de forța tăietoare și de forma secțiunii. Tensiunile tangențiale sunt maxime în axa neutră a încovoierii. La marginea secțiunii, tensiunile tangențiale au direcțiunea conturului secțiunii; perpendicular pe acea direcțiune sunt zero.

Tensiunile tangențiale și repartiția lor se determină în practică printr'o reprezentare de aproximație, care e utilizabilă și în aplicațiuni importante; cp. mai jos **2.**, **6.** și **7.**

2. **Repartiția și maximul tensiunilor tangențiale în secțiunea dreptunghiulară.** Considerăm o grindă incastrată de secțiunea dreptunghiulară bh și cu sarcina concentrată Q la capătul liber. Două secțiuni I și II la distanța x, practicate până la adâncimea $e - e_s$, liberează ieșitura din fig. 29. Tensiunile normale în I dau o rezultantă a tensiunilor Q_1 și $Q_2 = Q_1$, ca în fig. 29. Diferența $N_2 - N_1$ provoacă pe suprafața $b\,dx$ o tensiune tangențială uniform repartizată τ_s (dx infinit mic, b nu prea mare); pentru forța tăietoare asupra lui $b\,dx$ se obține

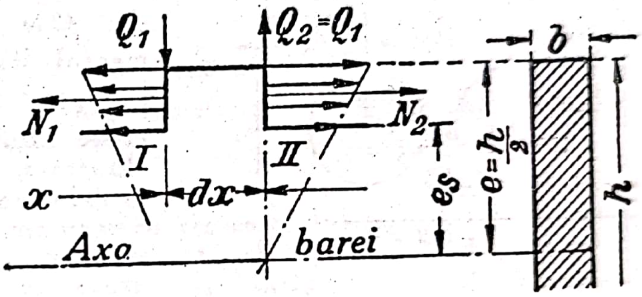


Fig. 29.

$$\tau_s\, b\, dx = N_2 - N_1 = \frac{Q\,dx}{J}(e - e_s)\; b\; \frac{e + e_s}{2}; \quad \tau_s = \frac{Q}{J}\,\frac{F_s\, x_s}{b}, \quad (1)$$

unde $F_s = (e - e_s)\,b$ e aria secțiunii liberate și $(e + e_s)/2$ distanța centrului ei de greutate dela linia neutră, adică $F_s x_s$ momentul static al lui F_s față de linia neutră.

Tensiunea tangențială la distanța $e_s = y$ e

$$\tau_s = {}^3/_2 \cdot Q/(bh) \cdot [1 - (2\,y/h)^2] = \tau_m\, {}^3/_2 \cdot [1 - (2\,y/h)^2] \quad . \quad (2)$$

Pentru $y = \pm\, h/2$ avem $\tau_s = 0$; pentru $y = 0$ (în axa neutră a încovoierii) avem $\tau_s = \max\ \tau_s = 3\,Q/2\,F = 1{,}5\ \tau_m$: lege de repartiție parabolică.

Pe $b\,dx$ nu intervine încovoiere, fiindcă momentele tensiunilor încovoietoare și tangențiale cari se exercită asupra ieșiturii sunt în echilibru. După teorema simultaneității tensiunilor tangențiale lucrează în secțiune, la distanța e_s, resp. y, o tensiune tangențială egală. La lățimi b mari, tensiunile tangențiale variază în direcțiunea lățimii, ceea ce practic abia dacă prezintă însă importanță.

3. **Secțiune circulară de raza r.** Pe diametrul perpendicular pe axa neutră a încovoierii avem, la distanța y de ea,

$$\tau_s = {}^4/_3 \cdot Q/F \cdot (1 - y^2/r^2); \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

în axa neutră $\quad \tau_s = {}^4/_3 \cdot Q/F \cdot (1 - {}^1/_9 \cdot z^2/r^2)$.

Repartiție parabolică: In mijlocul secțiunii avem $\max\ \tau_s = 4\,Q/3\,F = 1{,}33\ \tau_m$.

[1]) Bibliografie: R. Sonntag, Biegung, Schub und Abscheren, Berlin 1909, Ernst & Sohn.

4. Secțiune în coroană circulară de mică grosime radială.

$$\max \tau_s \approx 2\, Q/F = 2\, \tau_m$$

5. Secțiune în I. Tensiunea tangențială maximă în stratul neutru al încovoierii (grosimea inimii s) rezultă ca în (2.) și e

$$\max x_s = Q/J \cdot F_s x_s/s.$$

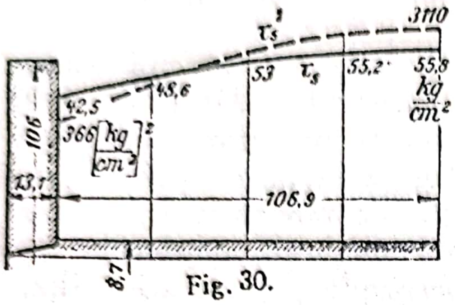


Fig. 30.

Pentru PN german I 24 avem după p. 1017 $J = J_x = 4250$ cm⁴, $F_s x_s (= S_x) = 206$ cm³, grosimea inimii s $(= d) = 0{,}87$ cm, așa încât pentru $Q = 1000$ kg avem $\max \tau_s = 56$ kg/cm². Repartiția tensiunilor în fig. 30. Dacă F_{in} e secțiunea inimii între tălpi, avem aproximativ:

$$\max \tau_s \approx Q/F_{in} = 1000/18{,}8 = 53 \text{ kg/cm}^2.$$

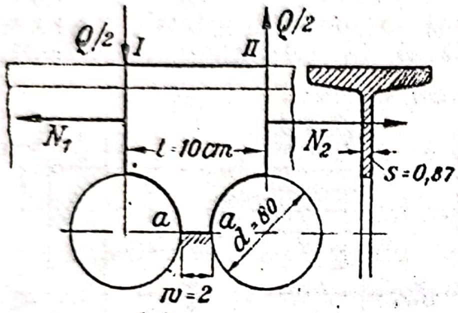


Fig. 31.

6. Grindă PN german I 24 cu găuri circulare de $d = 80$ mm diametru. Partea cea mai îngustă aa pe axa grinzii între două găuri $w = 20$ mm (fig. 31). Grindă incastrată cu lungimea liberă de $l = 750$ mm, cu $Q = 1000$ kg la capătul liber:

După tabela profilelor în I avem $F = 46{,}1$ cm²; $J_x = 4250$ cm⁴; $s = 0{,}87$ cm; $W = 354$ cm³; momentul static al lui $F/2$ în raport cu xx e M_{stat} $(= S_x) = 206$ cm³. Se cere tensiunea în aa unde poate apărea după experiență o rupere prin alunecare.

Prin secțiunile imaginate I și II (distanța $t = 10$ cm) se liberează porțiunea de grindă trasată gras, încă fixată în aa. In secțiunea I lucrează, ca în (2.), rezultanta N_1 a tensiunilor încovoietoare și forța tăietoare $Q/2$, în II N_2 și $Q/2$, ca în fig. 31. Din ecuația (2) urmează $M_2 - M_1 = Qt$, adică momentele lui N_2, N_1 și $Q/2$ își fac echilibru, în dreptul lui aa nu apare încovoiere, ci numai tăiere prin $N_2 - N_1$. Dacă tensiunea tangențială maximă în suprafața ws e $\max \tau_s = {}^3/_2 \cdot \tau_m$, se găsește ca în (2.):

$$\tau_m\, w\, s = {}^2/_3 \cdot \max \tau_s\, w\, s = \frac{Qt}{J} M_{stat}$$

$$\max \tau_s = \frac{3}{4} \frac{Qt}{J} \frac{M_{stat}}{ws} = \frac{3 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 199}{4 \cdot 4250 \cdot 2 \cdot 0{,}87} = 404 \text{ kg/cm}^2$$

Tensiunea încovoietoare maximă în secțiunea de incastrare e $\sigma_b = 1000 \cdot 75/354$ $= 212$ kg/cm²; tăierea e deci mai periculoasă decât încovoierea. Apropierea rupturii de capătul liber al grinzii provoacă același pericol.

La rupturi lungi, calcul la încovoiere: Secțiunea practicată prin mijlocul rupturii; asupra fiecărei jumătăți se exercită $Q/2$; în secțiunea de trecere $\max \sigma_b = \beta_k \cdot \sigma_b$ = coeficientul de formă × tensiunea nominală[1]). Privitor la coeficientul de formă v. pp. 769 și 770.

7. Incărcarea niturilor grinzilor nituite. a) N i t u r i l e d i n t r e p l a t b a n d ă ș i c o r n i e r e (fig. 32). $n = 2$ nituri de diametrul d cm. k_n kg pe 1 cm² secțiune de nit frecarea resp. tensiunea tangențială transmisibilă. Două secțiuni la distanța pasului niturilor t cm separă o porțiune de talpă de secțiunea F_g; x_g e distanța centrului ei de greutate dela axa neutră. Considerația din (2.) dă

$$N_2 - N_1 = F_g x_g\, (M_2 - M_1)/J = F_g x_g\, (Qt)/J = k_n n \pi\, d^2/4,$$

de unde se poate calcula d sau k_n.

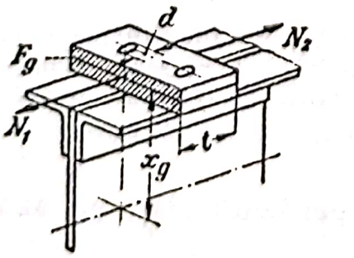


Fig. 32.

b) N i t u r i l e d i n t r e c o r n i e r e ș i i n i m ă. Dacă F_{g+w} e secțiunea tălpii și a cornierelor, x_{g+w} distanța centrului lor de greutate dela axa neutră, n numărul de nituri dintr'un panou de nituri, avem ca mai sus

$$Qt/J \cdot F_{g+w}\, x_{g+w} = k_n\, n \pi\, d^2/4.$$

8. Forța tăietoare și linia elastică (LE). Bombarea secțiunii. LE a unei grinzi solicitate la încovoiere și tăiere provine din: 1. curbarea

[1]) C. Bach, Elastizität und Festigkeit, ed. a 7-a, p. 480, Berlin 1917, Springer.

axei prin momentele încovoietoare (inclinarea relativă a secţiunilor), 2. deplasarea relativă a secţiunilor. Cele două părţi ale ordonatelor $y_b + y_s = y$ se determină separat şi se adună. Privitor la y_s v. Deformaţia elastică prin încovoiere, p. 654 ş. u. y_s e de cele mai multe ori mic şi neglijabil, dar nu pentru secţiunile în I relativ înalte.

Neglijând influenţa forţelor tăietoare, T e t m a j e r a găsit din încercări la încovoiere cu I Nr. 24 $E = 1\,673\,000$, C. B a c h a găsit, ţinând seamă şi de această influenţă, $E = 2\,140\,000$, pe când experienţele la întindere dăduseră $E = 2\,122\,000$ kg/cm². C. B a c h a determinat (după A. R i t t e r) partea y_s care-i revine încovoierii, dintr'o ecuaţie privitoare la lucrul mecanic, ceea ce poate fi considerat utilizabil, dată fiind coincidenţa dintre calcul şi încercare. Cp. exemplul din 10.

9. Deformarea prin tăiere la grinda de secţiune dreptunghiulară, incastrată şi cu un capăt liber. Forţa tăietoare Q şi repartiţia parabolică a tensiunilor tangenţiale după ecuaţia (2) e aceeaşi în toate secţiunile. Lăţimea secţiunii b e presupusă mică, tensiunile în direcţiunea lăţimii egale. Elementul de grindă $dx\,d\eta\,b$ (fig. 33) la distanţa η obţine prin τ_s alunecarea

$$\gamma = \beta\,\tau_s = \tau_s/G.$$

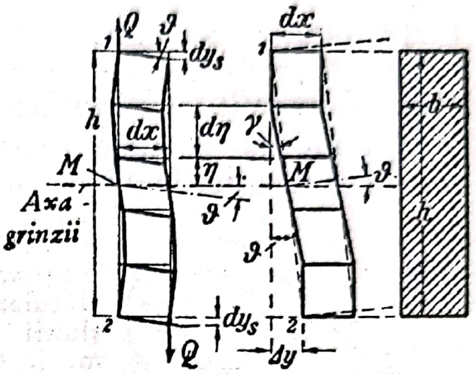


Fig. 33.

Diferitele elemente de grindă deformate prin lunecare sunt înşirate unul după altul în fig. 33. Prin lunecare, secţiunea se deformează în formă de S. Fie 1 M 2 punctele secţiunii deformate comune cu ale celei iniţiale. Lucrul mecanic efectuat de forţa tăietoare Q asupra unui element de grindă pe drumul $\gamma\,dx = dy_s$ e $^1/_2 \cdot Q\,dy_s$ şi egal cu lucrul mecanic al tensiunilor tangenţiale

$$^1/_2 \cdot Q\,dy_s = \int \tau^2/2\,G \cdot b\,d\eta\,dx = b\,dx \int \left[{}^3/_2 \cdot Q/b\,h \cdot \left\{1 - (2\,\eta/b)^2\right\}\right]^2 d\,\eta.$$

Integrarea extinsă asupra secţiunii şi a lungimii $x = l$ a grinzii dă

$$y_s = {}^6/_5 \cdot Q/b\,h \cdot l/G = \eta\,Q/F \cdot l/G = Q/F' \cdot l/G \quad . \;.\; .\; . \quad (4)$$

$F' = F/\mu$ reprezintă o secţiune echivalentă, pe care se repartizează uniform Q. LE a forţei tăietoare a grinzii incastrate cu o sarcină concentrată e o dreaptă. Ordonatele ei y_s sau inclinarea ei $dy_s/dx = \mu \cdot Q/F\,G = Q/F'G$ se pot calcula ca şi când ar lucra o tensiune tangenţială uniform repartizată $\mu\,Q/F$ sau Q/F'.

10. Aceleaşi concluziuni sunt valabile pentru a l t e f o r m e a l e s e c ţ i u n i i. Pentru secţiunea dreptunghiulară avem $\mu = 1{,}2$, pentru secţiunea circulară $\mu = 1{,}185 \approx 1{,}2$, pentru PN german I 24 $\mu \approx 2{,}1$. In general avem după A. R i t t e r, C. B a c h şi A. F ö p p l:

$$F' = Q^2/\int \tau_s^2\,dF.$$

Exemplu: Se cere săgeata de încovoiere din cauza încovoierii şi a tăierii dintr'o grindă incastrată la un capăt PN german I 24 cu lungimea liberă de 75 cm şi sarcina concentrată Q la capătul liber. $J = 4250$ cm⁴, $F = 46{,}1$ cm², $E/G = 2{,}6$; $\mu \approx 2{,}1$:

$$y = y_b + y_s = Q l^3/3EJ + \mu\,Q/F \cdot l/G = [Q l^3/3EJ]\,[1 + 3\mu E/G \cdot J/F l^3] = [Q l^3/3EJ]\,[1 + 0{,}27].$$

Neglijarea deformaţiei prin tăiere ar da săgeata de încovoiere cu 27% prea mică. Cp. încercarea la încovoiere a lui Tetmajer, amintită mai sus.

R a n k i n e şi T i m o s h e n k o scriu $\mu\,Q/F = \max\ \tau_s$ ca şi când am avea în toate secţiunile $\max\ \tau_s = \text{const}$, ceea ce nu coincide cu încercarea la încovoiere a lui Tetmajer. Diferenţa e mai mică dacă se admite $\tau_s = \tau_m = Q/F = \text{const}$.

Impiedecarea bombării secţiunii, de ex. în dreptul incastrărilor, provoacă tensiuni de întindere şi compresiune suplementare, cari măresc solicitarea. In secţiunea de incastrare ele sunt în echilibru şi scad foarte repede cu distanţa dela secţiunea care deranjează; principiul lui de St. V e n a n t privitor la perturbarea locală. Perturbarea influenţează slab şi deformarea totală.

11. L u c r u l m e c a n i c d e d e f o r m a ţ i e al tensiunilor tangenţiale pentru lungimea de bară l şi $Q/F' = \text{const}$:

$$A = \int {}^1/_2 \cdot Q\,dy_s = y_s\,Q/2 = Q^2\,l/2\,F'G.$$

Scanned with OKEN Scanner

D. Torsiunea (răsucirea)

Afară de notațiunile din pp. 637, 649 și 683, notăm cu

M_t momentul de torsiune [kgcm],

τ_t tensiunea de torsiune [kg/cm²],

$G=1/\beta$ modulul de tăiere [kg/cm²],

ψ unghiul de torsiune pentru lungimea l [cm],

ϑ torsiunea $= \psi$ pt. $l = 1$ [1/cm],

J_t momentul polar de inerție al secțiunii [cm⁴],

W_t modulul polar de rezistență [cm³].

1. **Producerea torsiunii.** Dacă se exercită asupra unei bare drepte cuple de forțe în plane perpendiculare pe axa barei, bara e solicitată la torsiune. Prin fiecare secțiune se transmite un moment de torsiune M_t, egal cu suma algebrică a momentelor tuturor cuplelor de forțe până la secțiunea respectivă. Relațiunile cari urmează sunt valabile pentru bara prismatică și cu aproximație și dacă secțiunea variază puțin.

2. **Transmiterea momentului de torsiune prin tensiuni tangențiale.** Tensiunile tangențiale lucrează în secțiune și în aceeași mărime și în secțiunea longitudinală perpendiculară pe ea (teorema lui Cauchy), fig. 34.

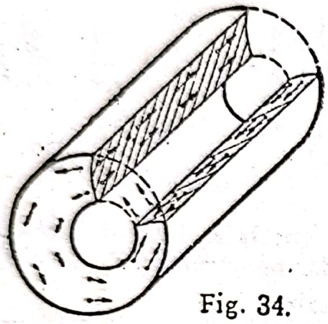


Fig. 34.

Dacă se înaintează continuu în secțiune în direcțiunea tensiunilor de torsiune, se parcurge o linie de tensiune închisă, numită linie de tăiere, cerc în cazul secțiunii circulare și curbă asemănătoare cu elipsa în cazul secțiunii dreptunghiulare. Privitor la întrebuințarea ei v. m. j. Concentrările locale de tensiune în p. 769.

La secțiune dată, tensiunea maximă e proporțională cu momentul de torsiune, v. tabla 14

$$M_t = W_t \cdot \max \tau_t \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Modulul polar de rezistență W_t cm³ al secțiunii depinde numai de secțiune.

Pentru cerc și coroana circulară avem $W_t = J_t/e$. J_t e momentul polar de inerție; e distanța maximă dintre centru și margine. Pentru alte forme de secțiune, J_t și W_t se calculează cu ajutorul teoriei elasticității sau se determină prin încercare.

Unghiul de torsiune ψ e unghiul în radiani cu care sunt răsucite una față de alta două secțiuni la distanța l una de alta. Pentru barele prismatice $\vartheta = \psi/l$ e torsiunea = unghiul de torsiune a două secțiuni la distanța 1 [cm] una de alta. La secțiune variabilă, $\vartheta = d\psi/dl$. ϑ și M sunt proporționali în virtutea legii lui Hooke (tabla 14)

$$\vartheta = M_t/G\,J_t \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

J_t [cm⁴] e momentul polar de inerție al secțiunii; GJ_t e rigiditatea la torsiune. J_t depinde numai de secțiune.

Lucrul mecanic al torsiunii dela $\tau=0$ până la $\tau=\max\tau=\max\tau_t$:

$$A = \frac{1}{2} M_t \vartheta\, l = \frac{1}{2} \frac{M_t \vartheta G}{F \max \tau^2} \frac{\max \tau^2}{G} F\, l = \eta_4 \frac{\max \tau^2}{G} V, \quad . \quad (3)$$

unde

$$\eta_4 = \frac{1}{2} \frac{M_t G \vartheta}{F . \max \tau^2} = \frac{1}{2} \frac{M_t}{\max \tau} \frac{G \vartheta}{\max \tau} \frac{1}{F} = \frac{1}{2} \frac{W_t^2}{J_t F} \quad . \; . \; . \quad (4)$$

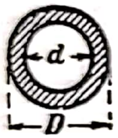
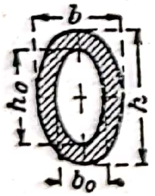
e o constantă care depinde numai de forma secțiunii.

Gradul de utilizare a materialului se măsoară prin lucrul mecanic elastic înmagazinat în 1 cm³ $A/V = \eta_4 \max \tau^2/G$, adică, la material dat și efort admisibil prescris, prin numărul η_4, tabla 14. Pentru cerc η_4 e 0,25, pentru pătrat 0,154, pentru coroana circulară $0{,}25(1 + d^2/D^2)$, adică, la grosime mică a peretelui, $d/D \approx 1$, tinde spre valoarea 0,5 în cazul limită al repartiției uniforme de tensiune și utilizare optimă a materialului. Analog în cazul secțiunilor goale, tabla 14, 5. In secțiunile goale cu pereți subțiri materialul e bine utilizat. Pericolul flambării peretelui îi limitează grosimea; de asemenea lungimile mari în raport cu diametrul minimum al secțiunii. Bibliografia în nota¹) din p. 711.

Secțiuni laminate compuse din dreptunghiuri, tabla 14, 11. Colțurile intrânde trebue bine rotunjite. Dacă ar fi ascuțite, am avea teoretic $\tau = \infty$.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 14. Momente de torsiune, tensiuni de torsiune şi torsiuni admisibile [1])

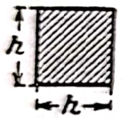
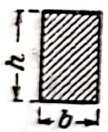
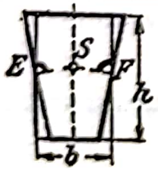
Nr.	Secţiunea	Tensiuni de torsiune τ şi max τ — $\tau = \tau_t$	Moment de torsiune admisibil M_t — $\tau_a = \tau_{ta}$	Moment de torsiune M_t la torsiunea ϑ	Torsiunea ϑ la max τ. Coeficient de lucru η_4. $A = M_t \vartheta l/2 = \eta_4 V \max \tau^2/G$ (p. 686, (89))
1		max τ în punctele circumferenţei [2]) La distanţa ϱ dela centru $\tau = \max \tau \, 2\varrho/d$	$M_t = \frac{\pi}{16} d^3 \tau_a$ [2])	$M_t = \frac{\pi}{32} d^4 G \vartheta$	$\vartheta = 2 \frac{\max \tau}{G} \frac{1}{d}$ $\eta_4 = 1/4$
2		max τ în punctele conturului exterior. La distanţa ϱ dela centru $\tau = \max \tau \, 2\varrho/D$	$M_t = \frac{\pi}{16} \frac{(D^4 - d^4)}{D} \tau_a$	$M_t = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) G \vartheta$	$\vartheta = 2 \frac{\max \tau}{G} \frac{1}{D}$ $\eta_4 = 1/4 \cdot (1 + d^2/D^2)$
3	$h : b = n > 1$	max τ în capetele axei mici b. In capetele axei mari $\tau = \max \tau/n$	$M_t = \frac{\pi}{16} b^2 h \tau_a$ $= \frac{\pi}{16} n b^3 \tau_a$	$M_t = \frac{\pi}{16} \frac{n^3}{n^2 + 1} b^4 G \vartheta$	$\vartheta = \frac{n^2 + 1}{n^2} \frac{\max \tau}{G} \frac{1}{b}$ $\eta_4 = 1/8 \cdot (1 + 1/n^2)$
4	 $h : b = h_0 : b_0 = n > 1$	Ca mai sus	$M_t = \frac{\pi}{16} \frac{b^3 h - b_0^3 h_0}{b} \tau_a$ $= \frac{\pi}{16} n \frac{b^4 - b_0^4}{b} \tau_a$	$M_t = \frac{\pi}{16} \frac{n^3}{n^2 + 1} \cdot (b^4 - b_0^4) G \vartheta$	$\vartheta = \frac{n^2 + 1}{n^2} \frac{\max \tau}{G} \frac{1}{b}$ $\eta_4 = 1/8 \cdot [1 + (b_0/b)^2] \cdot (1 + 1/n^2)$

[1]) In esenţă după Const. Weber, Die Lehre von der Drehungsfestigkeit, Mitt. Forschungsarb. VDI fasc. 249, Berlin 1921. Acolo şi alte forme de secţiuni.

[2]) O mică renură semicirculară sau o mică încrestătură la periferie modifică numai insensibil momentul M_t, însă în cazul întâiu se ridică tensiunea τ local la valoarea dublă, iar în al doilea la valoarea $\tau = \infty$.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 14. Momente de torsiune, tensiuni de torsiune și torsiuni admisibile (continuare)

Nr.	Secțiunea	Tensiuni de torsiune τ și max τ $\tau = \tau_t$	Moment de torsiune admisibil M_t $\tau_a = \tau_{t\,a}$	Moment de torsiune M_t la torsiunea ϑ	Torsiunea ϑ la max τ Coeficient de lucru η_4 $A = M_t \vartheta l/2 = \eta_4 V \max \tau^2/G$ (p. 686, 689)
5	Coroană oarecare $s = \text{const}$	F_a (F_i) aria limitată de conturul exterior (interior). Curba medie a inelului e locul geometric al mijlocurilor grosimilor s, iar F_m e aria limitată de ea și U_m perimetrul ei (p. 690, textul fig. 35).	$M_t = (F_a + F_i)\, s\, \tau_t$	$M_t \approx 2(F_a + F_i) \cdot \dfrac{F_m s}{U_m} G \vartheta$	$\vartheta = \dfrac{1}{2} \dfrac{U_m}{F_m} \dfrac{\tau_t}{G}$ $\eta_4 = \dfrac{1}{4} \dfrac{F_a + F_i}{F_m}$
6		max τ în mijlocul laturilor In colțuri $\tau = 0$	$M_t = 0{,}208\, h^3 \tau_a$	$M_t = 0{,}1404\, h^4 G \vartheta$	$\vartheta = 1{,}481 \cdot \dfrac{\max \tau}{G} \dfrac{1}{h}$ $\eta_4 = 0{,}154$
7	 $h : b = n > 1$	$\max \tau = \tau_h$ mijl. laturii h τ_b mijl. laturii b $\tau_b = \eta_1 \tau_h$ In colțuri $\tau = 0$ η_1 v. tabla 14 a	$M_t = \tau_a\, n\, b^3/\eta_2$ $= \tau_a\, h\, b^2/\eta_2$ η_2 v. tabla 14 a	$M_t = \eta_3\, n\, b^4 G \vartheta$ $= \eta_3\, h\, b^3 G \vartheta$ η_3 v. tabla 14 a	$\vartheta = \dfrac{1}{\eta_2 \eta_3} \dfrac{\max \tau}{G} \dfrac{1}{b}$ η_4 v. tabla 14 a
7a	$h : b > 4$	τ_h (τ_b) = max τ în mijl. laturii lungi (scurte) $\tau_b \approx 0{,}74\, \tau_h$	$M_t \approx \dfrac{h a^2}{3{,}3} \max \tau$ $= (h a^2/3{,}3)\, \tau_a$	$M_t \approx 3\, n\, G \vartheta\, b^4$	$\max \tau \approx G \cdot \vartheta\, b$ $A \approx 0{,}15 \dfrac{\max \tau^2}{G} V$
8		Rezistența la răsucire a secțiunii triunghiulare și trapezoidale se poate reduce la a secțiunii dreptunghiulare de aceeași înălțime. Lățimea b de introdus în ecuațiile de sub 7 se obține coborînd din centrul de greutate S al trapezului sau triunghiului perpendicularele SE, SF pe laturi și ducând prin picioarele lor EF paralele cu axa. Acestea sunt laturile dreptunghiului echivalent.			

Scanned with OKEN Scanner

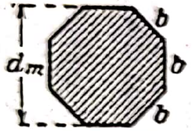
9	 Aria F	max τ în miilocul laturilor	$M_t = 0{,}217\ d_m F \max\tau$	$M_t = 0{,}133 \cdot d_m^2 F G \vartheta$	$\vartheta = 1{,}635 \dfrac{\max\tau}{G}\dfrac{1}{d_m}$ $\eta_4 = 0{,}1774$
10	 Aria F	max τ în miilocul laturilor	$M_t = 0{,}223\ d_m F \max\tau$	$M_t = 0{,}130 \cdot d_m^2 F G \vartheta$	$\vartheta = 1{,}716 \dfrac{\max\tau}{G}\dfrac{1}{d_m}$ $\eta_4 = 0{,}1913$
11	Profile laminate (I ⊏ L și +) compuse din dreptunghiuri $d\,b$	max τ în miilocul dreptunghiurilor de grosime maximă d latura mică, b latura mare a unui dreptunghiu max d latura mică a celui mai gros dreptunghiu In punctele conturului, cu excepția capetelor, avem $\tau = d G \vartheta$ In rotunjiri τ e puțin mai mare	$M_t = \eta \dfrac{\Sigma (d^3 b)}{3 \cdot \max d} \tau_a$ Valorile lui η (după A. Föppl) I $\eta = 1{,}30$ L $\eta \approx 1{,}00$	$M_t = \dfrac{1}{3} \eta \Sigma (d^3 b) G \vartheta$ ⊏ $\eta < 1{,}30$ $> 1{,}00$ + $\eta = 1{,}17$	$\vartheta = \dfrac{\max\tau}{G}\dfrac{1}{\max d}$ $\eta_4 = \dfrac{1}{6}\eta \dfrac{\Sigma (d^3 b)}{\Sigma (d\,b) \cdot \max d^2}$

Tabela 14 a. Valorile coeficienților $\eta_1 \cdots \eta_4$ pentru dreptunghiurile din tabla 14, 7.

$n = h : b$	Pătrat 1	1,5	2	3	4	6	8	10	∞ Placă
$\eta_1 =$	1,000	0,858	0,796	0,753	0,745	0,743	0,743	0,743	0,743
$\eta_2 =$	4,81	4,33	4,07	3,74	3,55	3,35	3,26	3,2	3,0
$\eta_3 =$	0,140	0,196	0,229	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333
$\eta_4 =$	0,154	0,136	0,132	0,136	0,141	0,149	0,154	0,156	0,167

44 H

Scanned with OKEN Scanner

Exemplu: Intrebuinţarea analogiei hidrodinamice (p. 753). Secţiune circulară cu gaură excentrică, fig. 35, încărcată cu M_t. Se cere tensiunea maximă de torsiune max τ în dreptul grosimii minime a peretelui min s şi torsiunea ϑ.

Liniile de tăiere = linii de scurgere. s grosimea peretelui într'un loc oarecare, τ tensiunea tangenţială medie de-a-lungul lui s. Linia obţinută prin înjumătăţirea grosimilor s şi unirea punctelor de înjumătăţire o considerăm linie mijlocie de tăiere şi o înlocuim printr'un cerc cu raza r_m, cu elementul de circumferenţă du_m; considerăm pe τ invariabil de-a-lungul lui s. Pentru rezolvare se foloseşte a) legea de continuitate a curgerii p. 464, b) teorema lui Stokes, p. 464, c) echilibrul momentelor: momentul tensiunilor = momentul de torsiune.

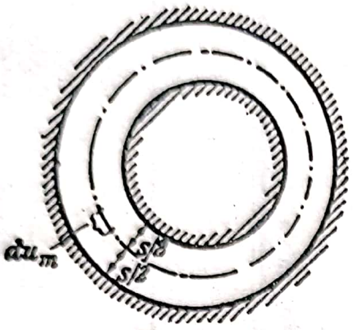


Fig. 35.

a) $\tau s = \max \tau \cdot \min s = \text{const} = K.$

b) Secţiunea care-l cuprinde pe τ e un câmp vectorial căruia i se poate aplica teorema lui Stokes, privitoare la circulaţie; circulaţia de-a-lungul liniei mijlocii de tăiere e

$$\oint \tau\, du_m = 2\, G\, \vartheta\, F_m = \tau_m u_m,$$

unde F_m e partea de secţiune închisă de linia mijlocie de tăiere, u_m lungimea ei şi τ_m valoarea medie a lui τ de-a-lungul lui u_m.

c) $$M_t = \int \tau s\, du_m\, r_m.$$

Cu $\tau = K/s$ obţinem $\oint \tau\, du_m = K \int du_m/s = K u_m (1/s)_m$. Valoarea integralei se determină prin calcul sau grafic. c) dă: $M_t = K u_m r_m = \max \tau \cdot \min s \cdot u_m r_m$.

$r_a = 1{,}2$ cm, $\min s = 0{,}2$ cm, $r_m = 1$ cm, $u_m = 2\pi$ cm,
$r_i = 0{,}8$ cm, $e = 0{,}2$ cm excentricitate $F_m = \pi$ cm².

$$\oint du_m/s = 2\pi/0{,}2\sqrt{3}.$$ [1])

c) $$M_t = \max \tau \cdot 0{,}2 \cdot 2\pi \cdot 1 = 1{,}256 \max \tau,$$

b) $$2\, G \vartheta \pi = \max \tau \cdot 0{,}2 \cdot 2\pi/(0{,}3 \cdot 1{,}73),$$
$$\max \tau = 1{,}73\, G \vartheta.$$

Dacă se ţine seamă că tensiunile de torsiune nu se repartizează uniform pe s, se obţine mai exact, după C. Weber [1]),

$$M_t = 1{,}235 \max \tau \qquad \max \tau = 1{,}768\; G \vartheta.$$

Exemplu: Deformarea e hotărîtoare. Arborele regulatorului unei turbine are lungimea = 600 cm şi trebue să facă o mişcare de reglare de 60°, trebuind să se transmită un moment de torsiune $M_t = 15\,000$ kgcm. Torsiunea secţiunii iniţiale faţă de cea finală a axei să nu treacă de 1⁰/₀ din unghiul de reglare de 60°, pentru ca acesta să se manifeste complet asupra regulatorului. Ce diametru trebue să aibă arborele? Materialul: oţel de fuziune cu $G = 800\,000$ kg/cm².

In radiani, unghiul de reglare e $60/57{,}3 = 1{,}047$. Unghiul admisibil de torsiune elastică e deci $\vartheta_l = 0{,}01 \cdot 1{,}047 = 0{,}010\,47$, adică după ecuaţia (2) p. 686, cu $\vartheta = \vartheta_l/l = 0{,}010\,47/600$, torsiunea devine

$$\vartheta = M_t/G J_t,$$

şi deci momentul polar de inerţie necesar

$$J_t = \frac{M_t}{G\vartheta} = \frac{15\,000 \cdot 600}{800\,000 \cdot 0{,}010\,47} = 1075 \text{ cm}^4.$$

După p. 663, momentul ecuatorial de inerţie e jumătate din J_t, adică $J = 538$ cm⁴, pentru ceea ce se obţine după tabela 6, p. 661, diametrul $D = 10{,}2$ cm, sau o secţiune în coroană circulară cu $D = 11$ cm şi $\delta = 16$ mm grosime de perete. Tensiunea de torsiune maximă e de 77 kg/cm² după ecuaţia (1) p. 686; p. 663 jos; tabelele 6 şi 7; adică mai mică decât cea admisibilă. Hotărîtoare e deci consideraţia privitoare la deformare. Se poate întrebuinţa ol 40 până la ol 70, al căror modul G e aproximativ acelaşi.

3. Bombarea secţiunii şi tensiunile de încovoiere în cazul împiedecării ei [2]). Din cauza tensiunilor tangenţiale şi a rotirii fibrelor longitudinale în jurul axei, secţiunea iniţial plană se bombează. Numai secţiunile circulare şi în coroană circulară rămân plane. Figurile 36 a, b, c reprezintă bombarea dreptunghiului alungit, a secţiunii în L şi în I.

[1]) C. Weber, Mitt. Forschungsarb. VDI 1921, fasc. 249, p. 50 şi 51.
[2]) Timoshenko, Z f. Math. u. Physik 58 (1910), p. 361. — C. Weber, ZAM. vol. 6 (1926), p. 85.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă se întâlnesc într'o grindă două părți cu moment de torsiune diferit, dacă lucrează adică în secțiune un cuplu de forțe, bombările celor două părți nu coincid. Apar **tensiuni normale suplementare.**

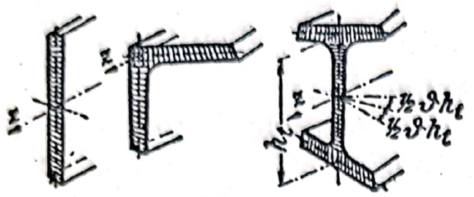


Fig. 36 a . . . c.

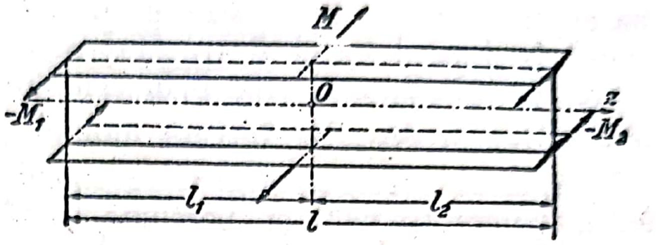


Fig. 37.

Faptul prezintă importanță numai pentru secțiunile cu bombare puternică, de ex. pentru secțiunea în coroană spintecată și profile cu două tălpi: profile în I, Z, ⊏ și de șine.

La grinda în I (fig. 37), încărcată în secțiunea $z=0$ cu cuplul $M=M_1+M_2$ și ținută la capete de $-M_1$ resp. $-M_2$, avem $M_t=-M_1$ dela $z=-l_1$ până la 0, $M_t=M_2$ dela $z=0$ până la l_2. In fiecare secțiune se transmite o parte a momentului de torsiune M_{tr} prin simple **tensiuni de torsiune** (fig. 38 a), iar o altă parte M_{tf} prin **forțe tăietoare în tălpi** Q (fig. 38 b). Torsiunea ϑ e variabilă,

$$\text{dela } z=-l_1 \text{ până la } 0:\ \vartheta=-\frac{M_1}{GJ_t}+\frac{M}{GJ_t}\,\frac{\operatorname{Sin}\omega l_2 \operatorname{Cos}\omega(l_1+z)}{\operatorname{Sin}\omega l},$$

$$\text{dela } z=0 \text{ până la } l_2:\ \vartheta=\frac{M_2}{GJ_t}+\frac{M}{GJ_t}\,\frac{\operatorname{Sin}\omega l_1 \operatorname{Cos}\omega(l_2-z)}{\operatorname{Sin}\omega l},$$

cu $\omega=\sqrt{GJ/EJ_y}\cdot 2h_t$ (pentru profile normale $\approx 1/2{,}5h_t$)

$J_t=1{,}3\cdot{}^1/_3\cdot\sum(d^3b)$ moment polar de inerție,

$J_y=$ moment de inerție în raport cu axa y (fig. 38 c),

$h_t=$ înălțimea grinzii între mijlocurile tălpilor (fig. 38 b).

Pentru fiecare parte din grindă avem $M_{tr}=\vartheta\, GJ_t$, $M_{tf}=M-M_{tr}$, $Q=M_{tf}/h_t$.

Părțile de sus și de jos sunt solicitate în sensuri contrare în jurul axei y a secțiunii, de un moment încovoietor M'_b descrescător cu z, astfel încât $dM'_b/dz=Q$. Pentru $z=0$ momentul încovoietor e maximum pentru fiecare jumătate a secțiunii

$$\max M'_b=\frac{M}{\omega h_t}\,\frac{\operatorname{Sin}\omega l_1 \operatorname{Sin}\omega l_2}{\operatorname{Sin}\omega l}.$$

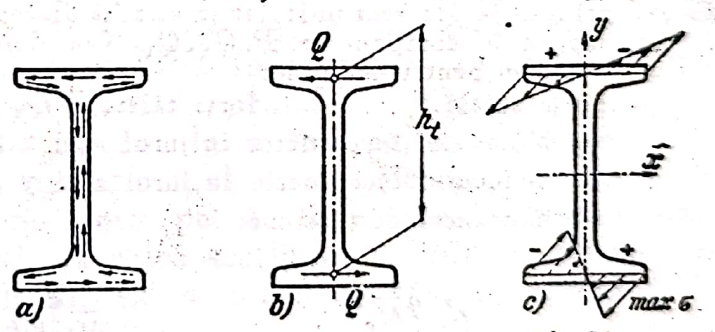


Fig. 38 a. Fig. 38 b. Fig. 38 c.

Tensiunea maximă de încovoiere în secțiunea dela capetele tălpilor (fig. 38 c); $\max\ \sigma=2M'_b/W_y$. $W_y=$ modulul de rezistență în raport cu axa y a secțiunii în I.

La **încărcare compusă:** Soluția prin suprapunerea diferitelor încărcări. Pentru $l_1=l_2={}^1/_2\cdot l$ și $M_1=M_2={}^1/_2\cdot M$, secțiunea $z=0$ rămâne plană; corespunde grinzii complet încastrate, la care și tălpile sunt ținute față de încovoiere laterală în secțiunea de încastrare.

E. Solicitare compusă

Ințelesul simboalelor în pp. 637, 649, 683 și 686.

a) Incărcare generală

Dacă o **bară dreaptă** e încărcată prin **forțe exterioare și momente oarecari** și li se caută acțiunea asupra unei secțiuni, ele se descompun în forțe P în direcțiunea axei (z), cari provoacă întindere sau compresiune, în forțe Q perpendiculare pe axa barei în direcțiunea axelor principale (x și y) ale secțiunii, cari provoacă tăiere, încovoiere sau torsiune, în cuple M_x și M_y în jurul direcțiunilor x și y

Scanned with OKEN Scanner

cari provoacă încovoiere, și în cuple în jurul direcțiunii (z) a barei, cari provoacă torsiune. Bara se consideră incastrată în secțiunea de examinat, și componentele forțelor și momentelor cari se exercită asupra părții barei de deasupra ei se strâng prin adunare algebrică într'o forță rezultantă în lungul barei P trecând prin centrul de greutate, în forțe tăietoare Q_x și Q_y cari trec prin centrul de greutate, în momente încovoietoare M_{xb} și M_{yb}, și într'un moment de torsiune M_{zt}.

Tensiunile corespunzătoare se calculează după capitolele Incovoiere (p. 649), Tăiere (p. 683) și Torsiune (p. 686). Se caută partea cea mai mult solicitată a secțiunii sau una solicitată aproximativ tot atât și mai comodă pentru calcul. Tensiunile parțiale de același fel și de aceeași direcțiune se adună algebric și se obține în sfârșit un σ rezultant și un τ rezultant în aceeași mică porțiune de suprafață. In cazul stării plane de tensiune, care survine de cele mai multe ori la bare, aceste tensiuni rezultante se împreună după capitolul d) (p. 702, cp. și p. 644) într'un efort rezultant σ_v și se examinează din punct de vedere al admisibilității.

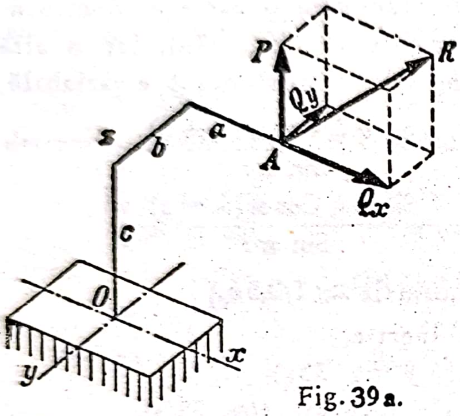


Fig. 39 a.

Axele principale ale secțiunii cuprinse în planele momentelor încovoietoare trebue să fie axe de simetrie; altfel ecuația obișnuită a încovoierii nu mai e valabilă. Secțiunile cu două axe principale și de simetrie trebue preferate în aplicații (p. 653).

Exemplu.[1]) In fig. 39 a o secțiune de bară e incastrată sau e considerată incastrată în O. Forța de încărcare R se aplică în A. In O normala secțiunii (axa z) e tangenta liniei centrelor secțiunilor barei, care poate avea în rest o formă oarecare între O și A. Se cer forțele provocate de sarcina R în secțiunea din dreptul lui O.

Sistemul de axe de coordonate rectangulare (xyz) se alege astfel, încât x și y să fie axe principale ale secțiunii iar z să aibă direcțiunea barei în dreptul lui O. Sarcina R se descompune în componente P, Q_x, Q_y. Coordonatele lui a față de O se notează cu a, b, c. Obținem pentru secțiune:

Forța axială P forța tăietoare Q_x forța tăietoare Q_y.

Momentul încovoietor în jurul axei x în O: $M_{xb} = Q_y c - P b$

momentul încovoietor în jurul axei y în O: $M_{yb} = Q_x c - P a$

momentul de torsiune: $M_{zt} = Q_x b - Q_y a$.

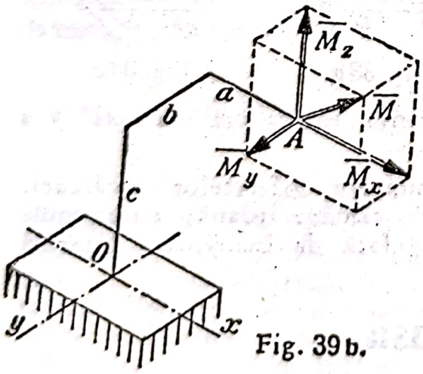


Fig. 39 b.

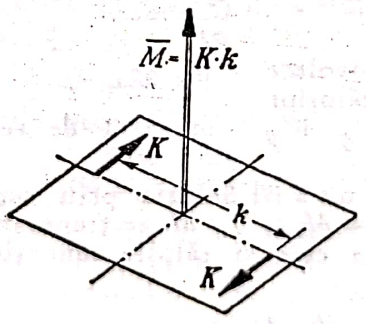


Fig. 39 c.

Exemplu.[1]) In fig. 39 b raporturile geometrice sunt aceleași ca în cazul de mai sus. Incărcarea în A: cuplul $\overline{M}$, reprezentat de vectorul $\overline{M}$ în mărime și orientare (după fig. 39 c). Se cer forțele corespunzătoare în secțiunea din dreptul lui O.

Sistemul de axe de coordonate e ales ca în exemplul de mai sus. Vectorul momentului $\overline{M}$ e descompus în componentele $\overline{M}_x, \overline{M}_y, \overline{M}_z$. Acestea pot fi date și direct.

In cazul unui corp solid, un cuplu de forțe poate fi deplasat oricum paralel cu el însuși, fără a i se schimba efectul asupra locului de fixare (secțiunea de incastrare în dreptul lui O). Deplasându-l pe $\overline{M}$ resp. componentele lui în O, se obține:

Momentul încovoietor $\overline{M}_x$ momentul încovoietor $\overline{M}_y$ momentul de torsiune $\overline{M}_z$.

[1]) Alte exemple lămuritoare și reprezentări auxiliare în Enßlin, Elastizitätslehre für Inginieure, I, Sammlg. Göschen, vol. 519, 1921, pp. 8 și 9, Leipzig și Berlin 1921. — Irtenkauf, Schrägarm von Kurbelwellen, Maschbau 2 (1922/23), p. G. 37.

b) Intindere (sau compresiune) şi încovoiere

I. Materialul prezintă rezistenţă la întindere şi compresiune

O bară dreaptă e încărcată excentric şi paralel cu axa, cu forţa P. In fig. 40a S e centrul de greutate şi SI şi SII prima şi a doua axă principală prin centrul de greutate al secţiunii, A punctul prin care trece forţa axială P, $M_b = P\,(SA)$ momentul încovoietor în secţiune. Se cere axa neutră.

1. Determinarea axei neutre pentru punctul de aplicaţie A. Metoda lui Mohr[1]) cu ajutorul razelor principale de inerţie a şi b: fie $J_1 = \max J = Fa^2$ în raport cu prima axă principală SI şi $J_2 = \min J = Fb^2$ în raport cu a doua axă principală SII, perpendiculară pe SI. Se trece din S pe SI segmentul $SC = a$ şi pe SII segmentul $SB = b$, se proiectează A pe SI în U şi pe SII în V, se trasează VC şi $CV_1 \perp VC$ până la intersecţiunea V_1 cu SII, se trasează de asemenea UB şi $BU_1 \perp UB$ până la intersecţiunea U_1 cu SI — şi dreapta $U_1 V_1$ e linia neutră. Trebue observat sfârşitul capitolului a). In partea liniei neutre în care se găseşte A avem compresiune în secţiune; în cealaltă parte întindere.

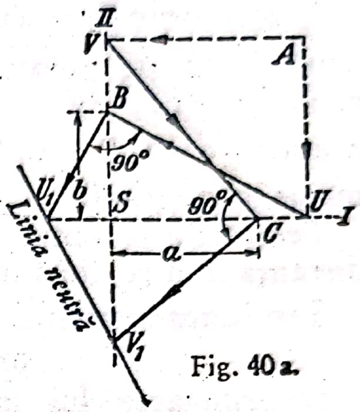


Fig. 40a.

Construcţia liniei neutre după Mohr se poate întrebuinţa numai pentru presiune excentrică: dacă încovoierea care însoţeşte compresiunea provine numai din compresiune, adică nu se poate întrebuinţa în cazul compresiunii (sau întinderii) cu încovoiere, în care încovoierea e independentă de compresiune (întindere), şi nici pentru simpla compresiune aşa numită oblică (planul cuplului încovoietor nu conţine nici o axă principală a secţiunii). Exemplu pentru încovoierea oblică în p. 705.

Metoda lui Land[2]) cu ajutorul cercului de inerţie (fig. 40b). Linia neutră e paralelă cu axa SA'', care trece prin centrul de greutate S şi e asociată aşa numitei drepte a forţei SA, şi se găseşte la distanţa $s = J' : Fp$ de ea. E convenabil ca poziţia liniei neutre să se determine prin intersecţiunea ei N cu una din axele principale. Cercul de inerţie se desenează astfel, încât să fie tangent la o axă principală care trece prin S, de ex. la axa SI, punctul principal de inerţie T găsindu-se pe cealaltă axă principală SII. Se trec pe SI cele două segmente fixe $SE = J_1 : n$ şi $SD = n : F$, ambele la scara secţiunii, n fiind o mărime de ordinul al treilea, aleasă potrivit (de ex. $n = 100\ \mathrm{cm}^3$). Se trasează AA'

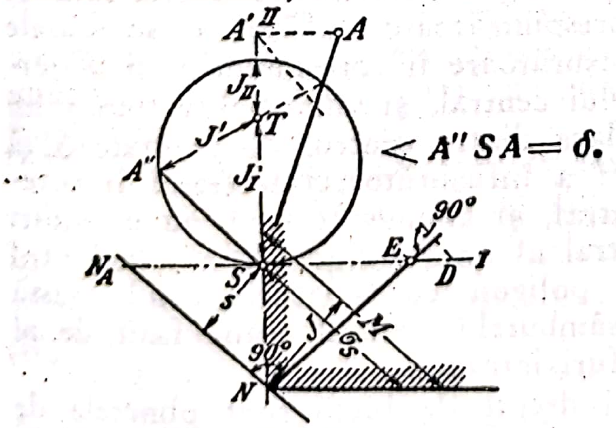


Fig. 40b.

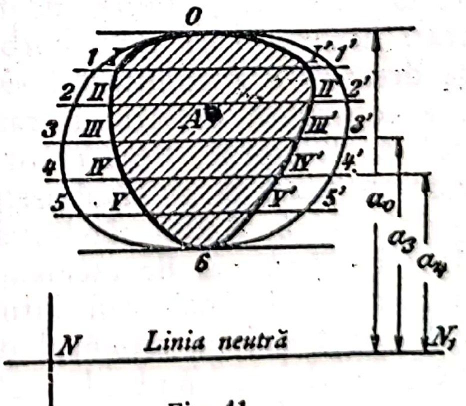


Fig. 41.

paralel cu SI, EN perpendicular pe DA' şi linia neutră NN_A e paralelă cu SA''. Această metodă e convenabilă mai ales pentru determinarea tensiunilor sub 2.

[1]) Mohr, Abhandlg. aus dem Gebiet der Techn. Mech., ed. a 2-a, p. 270, Berlin 1913, Ernst & Sohn.

[2]) Land, Ermittlung der Spannungsverteilung . . ., Z f. Bauwes. (1892), p. 552 ş. u,

Scanned with OKEN Scanner

Inversarea acelor două metode dă punctul de aplicaţie A corespunzător unei linii neutre date.

De multe ori ajunge determinarea cu ajutorul aşa numitei suprafeţe active. Această suprafaţă se obţine dacă segmentele interceptate de secţiune pe paralele cu linia neutră se trec pe aceste paralele micşorate în raport cu distanţa lor dela linia neutră şi se unesc extremităţile, segmentul cel mai îndepărtat de linia neutră rămânând neschimbat. Se obţine astfel pentru secţiunea 0 1 2 3 4 5 6 5'...0 din fig. 41 secţiunea activă 0 III 6 III' 0 (haşurată), făcând de ex. III III' $= a_3/a_0 \cdot$ (3 3'), IV IV' $= a_4/a_0 \cdot$ (4 4') etc. Centrul de greutate A al suprafeţei active (de determinat de exemplu grafic) e în aceste condiţiuni punctul de aplicaţie corespunzător liniei neutre NN_1.

2. Determinarea tensiunilor. Tensiunea σ_s în centrul de greutate e independentă de poziţia punctului de aplicaţie (deci şi de mărimea momentului $M = Pp$); avem $\sigma_s = P : F$, cu sensul lui P (tensiune de compresiune dacă P e o forţă de compresiune), adică σ_s e egal cu tensiunea medie a secţiunii.

Tensiunile se obţin din $\sigma = yM/J'$, unde (fig. 40b) $J' = TA''$ şi y e distanţa dintre linia neutră NN_A şi un punct al secţiunii.

Tensiunea maximă max σ se calculează din

$$\max \sigma = eM/J', \text{ unde } e = \max y.$$

Determinarea lui max σ şi min σ cu ajutorul punctelor centrale sub 5. Variantă: După determinarea axei neutre şi trecerea lui $\sigma_s = \sigma_m = P/F$, max σ rezultă dintr'o simplă proporţie.

3. Relaţiile dintre punctul de aplicaţie şi linia neutră. Dacă punctul de aplicaţie al forţei P se deplasează pe o dreaptă AA_1, liniile neutre corespunzătoare se rotesc în jurul unui punct N, care e punctul de aplicaţie corespunzător dreptei AA_1 considerată ca linie neutră, şi reciproc. Punctul de aplicaţie şi linia neutră corespunzătoare se numesc conjugate.

4. Sâmburele central al secţiunii e suprafaţa în interiorul căreia trebue să se găsească punctul de aplicaţie A al forţei, pentru ca secţiunea F să aibă exclusiv tensiuni de un singur semn. Dacă A se găseşte în exteriorul sâmburelui central, se produc atât tensiuni de întindere, cât şi de compresiune; dacă A se găseşte pe conturul sâmburelui central, se obţin tensiuni de margine până la valoarea zero, fără ca ele să-şi schimbe semnul. Conturul sâmburelui central e deci linia pe care o descrie punctul de aplicaţie A, dacă linia neutră ia toate poziţiile posibile în cari e tangentă la secţiune, sau, după 3: Dacă punctul de aplicaţie descrie înfăşurătoarea tangentelor secţiunii (care nu trebue confundată cu conturul secţiunii), liniile neutre corespunzătoare înfăşoară sâmburele central; fiecărui vârf E al curbei înfăşurătoare îi corespunde deci o porţiune dreaptă e a conturului sâmburelui central, şi anume direcţiunea lui e îi e conjugată direcţiunii razei polare dintre centrul de greutate S şi vârful E. Reciproc, fiecărei drepte H a înfăşurătoarei secţiunii îi corespunde un vârf h al sâmburelui central, şi anume H şi S au orientări conjugate lui h. Astfel sâmburele central al unui poligon cu n laturi fără vârfuri intrânde e de asemenea un poligon cu n laturi; când există vârfuri intrânde, numărul laturilor sâmburelui central scade faţă de al laturilor secţiunii cu numărul de vârfuri intrânde.

Punctele centrale ale unei drepte de forţă sunt punctele de intersecţiune ale dreptei de forţă cu conturul sâmburelui central. Distanţa r (în cm) dintre fiecare punct central şi centrul de greutate S se numeşte distanţa centrală (raza de rezistenţă).

Pentru o axă principală a secţiunii ca dreaptă de forţă, distanţa centrală e $r = W/F$.

Sâmburele central şi distanţa centrală minimă min r a câtorva secţiuni

Pătrat (fig. 42) $\min r = b/(6\sqrt{2}) = 0{,}1179\, b$.
Diagonalele sâmburelui central $= {}^1/_3 \cdot b$.

Dreptunghiu (fig. 43) $\min r = bh/(6\sqrt{b^2 + h^2})$.
Diagonalele sâmburelui central $= {}^1/_3 \cdot h$ şi ${}^1/_3 \cdot b$.

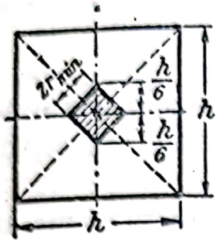


Fig. 42.

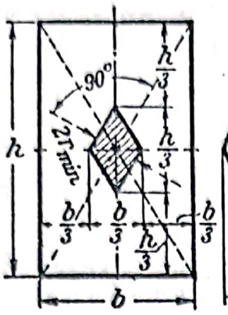


Fig. 43.

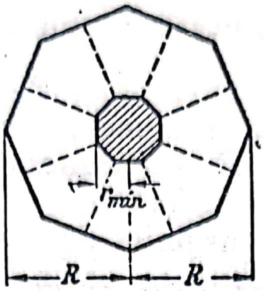


Fig. 44.

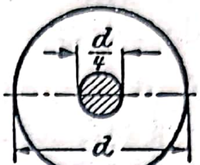


Fig. 45.

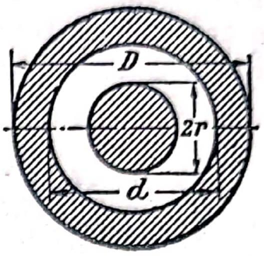


Fig. 46.

Octogon (fig. 44) $\min r = 0{,}2256\, R$.
Cerc (fig. 45) $r = d/8 = \text{const.}$
Pătrat gol (latura exterioară $= H$, latura interioară $= h$). Sâmburele central un pătrat, analog ca în fig. 42.

$$\min r = H/6 \cdot 1/\sqrt{2} \cdot [1 + (h/H)^2] = 0{,}1179\, H[1 + (h/H)^2].$$

Octogon gol [diametrele celor două cercuri circumscrise $= R_a$ şi R_i, grosimea peretelui $= 0{,}9239\ (R_a - R_i)$]. Sâmburele central un octogon, analog ca în fig. 44.

$$\min r = 0{,}2256\, R_a [1 + (R_i/R_a)^2].$$

Inel circular (fig. 46) $r = D\,[1 + (d/D)^2]/8 = \text{const.}$

Secţiune în I. Sâmburele central un romb (ca în cazul dreptunghiului). Pentru profilele laminate normale, sâmburele central e trecut în registrele de profile.

5. Determinarea tensiunilor extreme cu ajutorul punctelor centrale. Dacă se cunosc punctele centrale K', K'' pentru o dreaptă de forţă AS dată (fig. 47), unde $SK' = r'$ şi $SK'' = r''$, tensiunile extreme max σ şi min σ din secţiune provocate de o forţă pozitivă P în A se determină din:

$$\max \sigma = (1 + p/r')\, P/F, \qquad \min \sigma = (1 - p/r'')\, P/F.$$

Valorile sunt corecte numai pentru secţiunile cu 2 axe principale şi de simetrie ($r' = r''$).

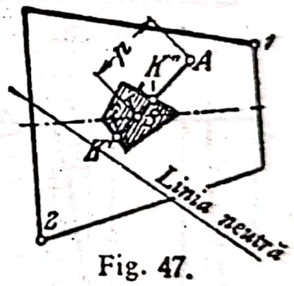


Fig. 47.

6. Reciprocitatea tensiunilor. Dacă A şi B sunt două puncte oarecari ale secţiunii, o forţă P în A provoacă în B o tensiune egală cu tensiunea provocată în A de P aplicat în B. (De mai sus urmează relaţiunile de sub 3).

7. Suprafaţa de influenţă a unei tensiuni. Dacă pentru o stare de tensiune oarecare se trec tensiunile σ în punctele lor de aplicaţie ca segmente perpendiculare pe secţiune, extremităţile lor formează un plan, aşa numita suprafaţă de tensiune (fig. 48), reprezentabilă în proiecţiune laterală.

Dacă se trec de altă parte valorile variabile σ_A din punctul fix A, în punctele de aplicaţie variabile ale forţei $P = 1$ t, se obţine suprafaţa de influenţă pentru σ_A, mai scurt suprafaţa σ_A. De mai sus urmează după 6.:

Suprafaţa de influenţă a tensiunii σ_A e egală cu suprafaţa de tensiune pentru forţa fixă $P = 1$ t în A. Această suprafaţă de tensiune se poate desena după fig. 40b (p. 693), unde $M = 1\,\text{t} \cdot SA$.

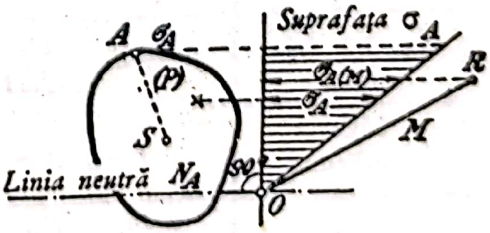


Fig. 48.

8. Dreptunghiul. Suprafaţa de influenţă a unei tensiuni de margine σ_A pentru dreptunghiuri de lungimea a şi lăţimea $b = 1$ m se poate în-

Scanned with OKEN Scanner

trebuința cu folos pentru secțiuni de ziduri și bolți (fig. 49). Fie 1 t unitatea de forță. Conturul drept $A'K'B'$ al suprafeței σ_A, raportat la A_1B_1, trece prin punctul central K' ($K'A_1 = {}^2/_3 \cdot a$) corespunzător lui A și interceptează în dreptul lui S ordonata $\sigma_s = 1\,t/(a \cdot 1)$ și în dreptul punctului A al conturului ordonata $4\,t/(a \cdot 1)$, cari trebue trecute la o scară σ. O forță P (în t) aplicată în punctul oarecare C produce deci în A o tensiune de margine

$$\sigma_A = P \cdot \overline{C_1 C'}.$$

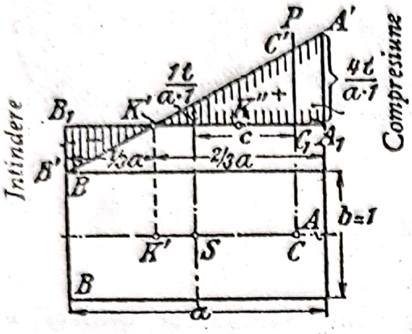


Fig. 49.

O tensiune pozitivă în A se produce numai cât P are punctul de aplicație pe segmentul $AK' = {}^2/_3 \cdot a$.

Tensiunile de margine (presiunile maxime pe muchii) se obțin a n a l i t i c din:

$$\sigma_A = 6\,M_k'/a^2 \text{ și } \sigma_B = 6\,M_k''/a^2,$$

unde M_k' și M_k'' sunt momentele lui P în raport cu punctele centrale K' și K''. Dacă forța P se aplică în C (pe AS, fig. 49) și dacă excentricitatea (distanța dela centrul de greutate) se notează cu $SC = c$, avem și

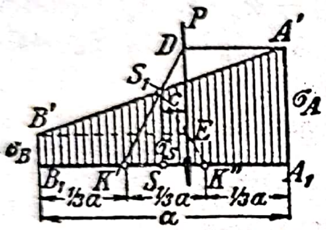


Fig. 50.

$$\left.\begin{matrix}\sigma_A\\ \sigma_B\end{matrix}\right\} = \frac{\max}{\min}\,\sigma = \frac{P}{a^2}(a \pm 6c) = \frac{P}{a}\left(1 \pm \frac{6c}{a}\right).$$

Pentru ca secțiunea să aibă numai tensiuni de compresiune, trebue să avem $6\,c : a < 1$, adică $c < {}^1/_6 \cdot a$, adică forța trebue să se aplice în treimea mijlocie $K'K''$ a lungimii secțiunii.

Fiindcă pentru secțiunea dreptunghiulară ab

$$\sigma_A/\sigma_s = 1 + 6\,c/a = (a/6 + c) : (a/6),$$

urmează următoarea m e t o d ă g r a f i c ă simplă pentru determinarea t e n s i u n i l o r d e m a r g i n e (fig. 50):

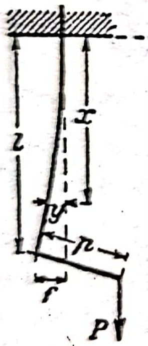


Fig. 51.

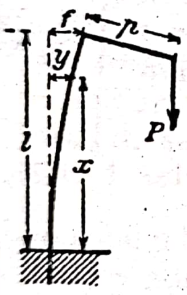


Fig. 52.

In centrul de greutate S se trece tensiunea mijlocie $\sigma_s = P : a = SS_1 \perp A_1B_1$, se trasează $K'S_1$ (K' punct central) până la intersecțiunea D cu direcțiunea forței P, pe urmă $DA' \parallel B_1A_1$ și linia de închidere $A'S_1B'$, și ordonatele liniei de tensiune $A'B'$ (suprafața $A'S_1B'B_1A_1$) reprezintă tensiunile provocate de P în secțiune, iar A_1A' și B_1B' tensiunile de margine.

9. Bare lungi, cari se încovoaie sensibil lateral sub influența unei forțe verticale excentrice P (fig. 51 și 52). Formulele în tabla 15.

Tabla 15. Solicitarea barelor lungi prin forțe axiale excentrice

N u m i r e a	la întindere excentrică (fig. 51)	la compresiune excentrică (fig. 52)
Ecuația liniei elastice	$y = \frac{p}{\operatorname{Cos}\omega l}(\operatorname{Cos}\omega x - 1)$	$y = \frac{p}{\cos\omega l}(1 - \cos\omega x)$
Săgeata maximă	$f = p\left(1 - \frac{1}{\operatorname{Cos}\omega l}\right)$	$f = p\left(\frac{1}{\cos\omega l} - 1\right)$
Momentul încovoietor	$M_x = Pp\,(\operatorname{Cos}\omega x/(\operatorname{Cos}\omega l)$ Pt. $x = l$ avem $\max M = Pp$	$M_x = Pp\,(\cos\omega x)/(\cos\omega l)$ Pt. $x = 0$ avem $\max M = Pp/(\cos\omega l)$
Tensiunile maxime	$\frac{\max}{\min}\,\sigma = \sigma_s\left(1 \pm \frac{pF}{W}\right)$	$\frac{\max}{\min}\,\sigma = \sigma_s\left(1 \mp \frac{pF}{W\cos\omega l}\right)$

Scanned with OKEN Scanner

Intelesul funcțiunii hiperbolice Cos în p. 69, tabela 8, p. 47 ș. u. Mărimea ω are valoarea

$$\omega = \sqrt{P/EJ},$$

unde J (în cm^4) e momentul de inerție al secțiunii F în raport cu linia de greutate a lui F, perpendiculară pe planul de încovoiere. W e modulul de rezistență în cm^3, corespunzător lui J.

Se obțin formule de aproximație dacă se scrie în formulele de mai sus

$\mathrm{Cos}\,\omega l = 1 + Pl^2/2EJ$ și $\cos \omega l = 1 - Pl^2/2EJ$.

10. In locul forței P (de sub 9.) care lucrează excentric, presupunem o forță axială centrică P și o forță transversală Q acționând la capătul barei (fig. 53 și 54). Intelesul funcțiunilor hiperbolice Sin, Cos și Tg p. 96 ș. u., tablele p. 47 ș. u. Mărimea ω ca sub 9. Formulele în tabla 16.

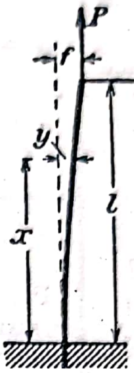


Fig. 53.

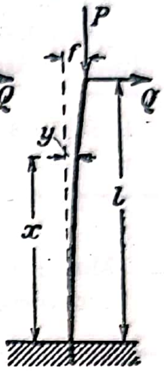


Fig. 54.

Tabla 16. Solicitarea barei printr'o forță axială și una transversală la capătul ei

Numirea	Forța de întindere P (fig. 53)	Forța de compresiune P (fig. 54)
Ecuația liniei elastice	$y = \frac{Q}{P}\left(x - \frac{1}{\omega}\,\frac{\mathrm{Sin}\,\omega l - \mathrm{Sin}\,\omega(l-x)}{\mathrm{Cos}\,\omega l}\right)$	$y = \frac{Q}{P}\left(-x + \frac{1}{\omega}\,\frac{\sin\omega l - \sin\omega(l-x)}{\cos\omega l}\right)$
Săgeata maximă	$f = \frac{Q}{P}\left(l - \frac{\mathrm{Tg}\,\omega l}{\omega}\right)$	$f = \frac{Q}{P}\left(\frac{\mathrm{tg}\,\omega l}{\omega} - l\right)$
Momentul încovoietor	$M_x = \frac{Q}{\omega}\,\frac{\mathrm{Sin}\,\omega(l-x)}{\mathrm{Cos}\,\omega l}$ Pt. $x = 0$ avem $\max M = (Q/\omega)\,\mathrm{Tg}\,\omega l$	$M_x = \frac{Q}{\omega}\,\frac{\sin\omega(l-x)}{\cos\omega l}$ Pt. $x = 0$ avem $\max M = (Q/\omega)\,\mathrm{tg}\,\omega l$
Tensiunile maxime	$\frac{\max}{\min}\,\sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{\max M}{W}$	$\frac{\max}{\min}\,\sigma = -\frac{P}{F} \pm \frac{\max M}{W}$

11. Bara cu capetele articulate pe două reazeme, încărcată la mijloc cu forța concentrată 2Q și solicitată în plus de forța axială $\pm P$ (fig. 55 și 56). I se aplică formulele de sub 10.

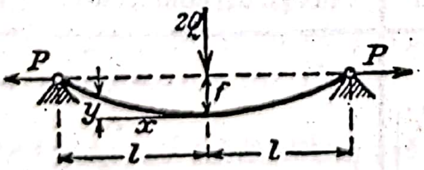


Fig. 55.

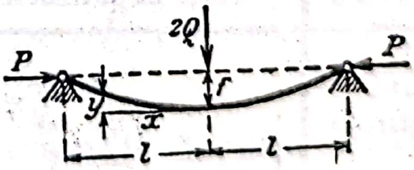


Fig. 56.

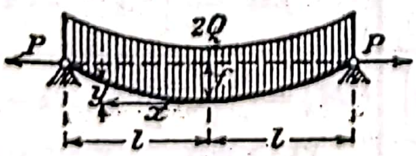


Fig. 57.

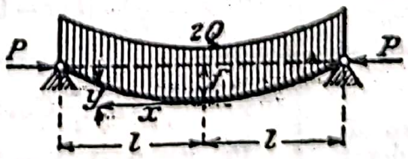


Fig. 58.

12. Bara cu capetele articulate pe două reazeme, încărcată cu sarcina 2Q uniform repartizată de-a-lungul lungimii ei $2l$ și solicitată în plus de forța axială $\pm P$ (fig. 57 și 58). Formulele în tabla 17.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 17. Solicitarea barei printr'o forţă axială şi una transversală uniform repartizată

Numirea	Forţa de întindere P (fig. 57)	Forţa de compresiune P (fig. 58)
Ecuaţia liniei elastice	$y=\frac{Q}{P}\left(\frac{x^2}{2l}-\frac{1}{l\omega^2}\,\frac{\mathrm{Cos}\,\omega x-1}{\mathrm{Cos}\,\omega l}\right)$	$y=\frac{Q}{P}\left(-\frac{x^2}{2l}+\frac{1}{l\omega^2}\,\frac{1-\cos\omega x}{\cos\omega l}\right)$
Săgeata maximă	$f=\frac{Q}{P}\left[\frac{l}{2}-\frac{1}{l\omega^2}\left(1-\frac{1}{\mathrm{Cos}\,\omega l}\right)\right]$	$f=\frac{Q}{P}\left[-\frac{l}{2}+\frac{1}{l\omega^2}\left(\frac{1}{\cos\omega l}-1\right)\right]$
Momentul încovoietor	$M_x=\frac{Q}{l\omega^2}\left(1-\frac{\mathrm{Cos}\,\omega x}{\mathrm{Cos}\,\omega l}\right)$ Pt. $x=0$ avem $\max M=Q/l\omega^2\;[1-1/\mathrm{Cos}\,\omega l)]$	$M_x=\frac{Q}{l\omega^2}\left(\frac{\cos\omega x}{\cos\omega l}-1\right)$ Pt. $x=0$ avem $\max M=Q/l\,\omega^2\cdot[1/(\cos\omega l)-1]$
Tensiunile maxime	$\frac{\max}{\min}\,\sigma=\frac{P}{F}\pm\frac{\max M}{W}$	$\frac{\max}{\min}\,\sigma=-\frac{P}{F}\pm\frac{\max M}{W}$

Observaţie: Valoarea $\max M=(Q/l\omega^2)\,[1-1/(\mathrm{Cos}\;\omega l)]$ tinde la bare mai lungi foarte repede spre limita $M_0=Q/l\omega^2$ care corespunde unei tensiuni de încovoiere maxime $\max\sigma=M_0/W=\frac{Q}{l}\,\frac{E}{P}\,\frac{J}{W}=q\,\frac{E}{P}\,e$, dacă q e sarcina pe 1 cm lungime de bară şi e distanţa dintre linia neutră şi fibra întinsă la maximum. Limita $\max\sigma$ e tensiunea de încovoiere care s'ar produce în bară dacă ar putea atârna liber şi fără nicio rigiditate după lănţişorul parabolic. Această tensiune limită e independentă de deschiderea $2\,l$[1]).

13. Bara cu capetele complet incastrate în două reazeme, încărcată la m i j l o c c u s a r c i n a c o n c e n t r a t ă $2Q$ şi solicitată în plus de forţa axială $\pm P$ (fig. 59 şi 60). Formulele în tabla 18.

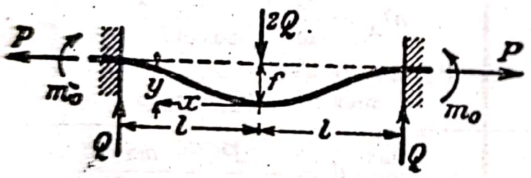


Fig. 59.

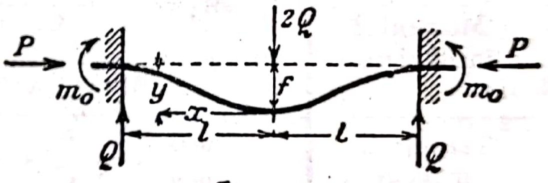


Fig. 60.

Tabla 18. Solicitarea barei incastrate la ambele capete, printr'o forţă axială şi o forţă transversală în mijlocul ei

Numirea	Forţa de întindere P (fig. 59)	Forţa de compresiune P (fig. 60)
Ecuaţia liniei elastice	$y=\frac{Q}{P\omega}\left[(\mathrm{Cos}\,\omega x-1)\,\mathrm{Tg}\frac{l\omega}{2}-\mathrm{Sin}\,\omega x+\omega x\right]$	$y=\frac{Q}{P\omega}\left[-(\cos\omega x-1)\,\mathrm{tg}\frac{l\omega}{2}+\sin\omega x-\omega x\right]$
Săgeata maximă	$f=\frac{Q}{P\omega}\left[l\omega-2\,\mathrm{Tg}\frac{l\omega}{2}\right]$	$f=\frac{Q}{P\omega}\left[2\,\mathrm{tg}\frac{l\omega}{2}-l\omega\right]$
Momentul încovoietor	$M_x=\frac{Q}{\omega}\left[\mathrm{Tg}\frac{l\omega}{2}\,\mathrm{Cos}\,\omega x-\mathrm{Sin}\,\omega x\right]$ Pt. $x=0$ şi $x=l$ avem $\max M=m_0=\pm(Q/\omega)\,\mathrm{Tg}\,(l\,\omega/2)$	$M_x=\frac{Q}{\omega}\left[\mathrm{tg}\frac{l\omega}{2}\,\cos\omega x-\sin\omega x\right]$ Pt. $x=0$ şi $x=l$ avem $\max M=m_0=\pm(Q/\omega)\,\mathrm{tg}\,(l\,\omega/2)$
Tensiunile maxime	$\frac{\max}{\min}\,\sigma=\frac{P}{F}\pm\frac{\max M}{W}$	$\frac{\max}{\min}\,\sigma=-\frac{P}{F}\pm\frac{\max M}{W}$

[1]) ZVDI 41 (1897), p. 855 ş. u.

Scanned with OKEN Scanner

II. Materialul cu rezistență numai la compresiune (nu și la întindere)

Această ipoteză desavantajoasă se face din motive de siguranță la zidăria obișnuită, la care nu e de așteptat o transmitere prin mortar a întinderii, ci o căscare a rosturilor, și care e solicitată de forțe orizontale (presiunea vântului, împingerea pământului etc.) (σ_a v. vol. III). Se presupune că, dacă forța de presiune P se aplică în exteriorul sâmburelui central al secțiunii, partea comprimată a secțiunii (secțiunea activă) e separată de cea inactivă de o linie neutră dreaptă NN, și că tensiunile de compresiune cresc proporțional cu distanța dela această linie neutră.

Corpul tensiunilor are forma unei pene (fig. 61), a cărei muchie N_0 reprezintă linia neutră și a cărei înălțime reprezintă tensiunea la margine max σ. N_0 și max σ trebue determinat astfel, încât volumul penei tensiunilor să fie egal cu P, și încât linia ei de greutate verticală să coincidă cu P.

Dacă S_1 e momentul static și J_1 momentul de inerție al părții active F_1 a secțiunii în raport cu linia neutră NN, distanța punctului de aplicație A al forței dela linia neutră NN e

$$x = J_1/S_1$$

și lungimea părții active a secțiunii măsurată pe axa BB_1 e $z = c + J_1/S_1$, dacă c e distanța dintre punctul A și cea mai apropiată muchie B a secțiunii.

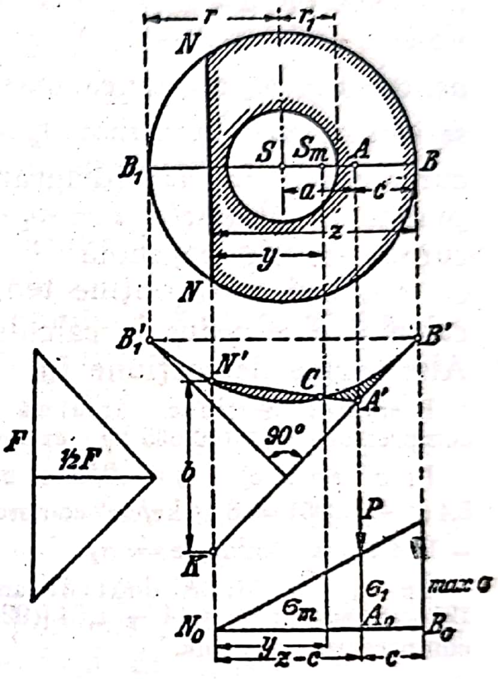


Fig. 61.

Secțiune oarecare. Presupunem punctul de aplicație A al forței de compresiune P pe o axă principală și de simetrie BSB_1 a secțiunii (fig. 61). După metoda lui Mohr[1]) se desenează curba funiculară corespunzătoare secțiunii (totale) F ca suprafață de încărcare, pentru o direcțiune a forței perpendiculară pe $B B_1$, cu distanța polară $^1/_2 \cdot F$, se trasează AA' perpendiculară pe BB_1 până la intersecțiunea A' cu tangenta la capăt în B', și pe urmă dreapta $A'N'$, astfel încât cele două suprafețe hașurate să fie egale. In aceste condițiuni dreapta NN trasată prin N' perpendicular pe BB_1 e linia neutră căutată. Tensiunea de margine în P e

$$\max \sigma = 2\,Pz/Fb,$$

unde z e distanța dintre punctul B de pe margine și linia neutră NN, iar $b = N'K$ trebue măsurat la scara lungimilor.

Tensiunea mijlocie $\sigma_m = P/F_1$ a părții active F_1 a secțiunii se găsește egală cu tensiunea în centrul ei de greutate S_m; distanța dintre acest centru de greutate S_m și linia neutră NN e, cum se știe, $y = S_1/F_1$. In fig. 61, σ_1 e tensiunea în punctul de aplicație A al forței P; se obține

$$\sigma_1 = \sigma_m\,(z - c)/y = (z - c)\,P/yF_1 = P\,(z - c)/S_1.$$

Micșorarea distanței polare în fig. 61 mărește preciziunea desenului, până când se obțin intersecțiuni inclinate prea mult.

[1]) Mohr, Abhandl. a. d. Gebiet der Techn. Mechanik, ed. a 2-a, p. 275, O metodă analoagă a lui Grosche (cu exemplu), Ztrbl. Bauv. 31 (1911), p. 422. Cp. și Calogović, B. u. E. 18 (1919), p. 181, care indică o metodă bazată pe o proprietate a momentului centrifugal al secțiunii comprimate.

Scanned with OKEN Scanner

Metoda lui Jäcker[1]). Dacă o secțiune în coroană circulară ($D, d, \delta = d/D$) e solicitată excentric la compresiune în ipotezele că: a) materialul ia întindere și compresiune, b) ia numai compresiune, se obține o tensiune maximă $\max \sigma$ egală, cât excentricitatea $a \leqq$ distanța centrală $w_1 = D(1+\delta^2)/8$. $\max \sigma$ crește liniar cu excentricitatea, chiar și pentru $a > w_1$, în ipoteza a): $\max \sigma_a = \sigma_0 \, [1 + (a/w_1)]$, unde $\sigma_0 = P/F$. Dacă e realizată ipoteza b), $\max \sigma = f(a)$ crește mai repede, axa neutră a părții active a secțiunii, încărcată cu tensiuni de compresiune, se apropie mai mult de axa centrală a secțiunii, spre a coincide la urmă cu ea. In acest caz e activă jumătate din aria coroanei circulare, iar forța excentrică se exercită în punctul ei central mai îndepărtat de NN; avem $a = w_2$. Jäcker îl numește pe w_2 a doua distanță centrală. După teoria încovoierii avem $w_2 = J_n/S_n = 0{,}294\, D\,(1 - \delta^4)/(1 - \delta^3)$. Dacă se calculează pentru $a = w_2$ tensiunea maximă $\max \sigma_a = \sigma_1$ și $\max \sigma_b$ în ipotezele a) și b), se obține $\max \sigma_b = \max \sigma_a = -\min \sigma_a = \sigma_1 - \sigma_2$. Se determină astfel pe curba $\max \sigma = f(a)$ (diagrama din vol. III, cap. Coșuri de fabrică) două puncte cu abscisele $a = w_1$ și $a = w_2$. Jäcker înlocuește porțiunea de curbă printr'o parabolă $\max \sigma = \sigma_1 - \sigma_2 \, [(a - w_1)/(w_2 - w_1)]^2$. Cu ajutorul ei se obține tensiunea maximă cu aproximație foarte strânsă, calculul ei e redus la calculul compresiunii și încovoierii după ipoteza a). Alte forme de secțiune în vol. III.

Exemplu: Secțiune circulară $D = 351$ cm, $d = 251$ cm, $F = 47\,281$ cm², forța de compresiune $G = 160\,685$ kg, excentricitatea $a = 92{,}5$ cm, distanța centrală $w_1 = 66{,}4$ cm.

Ipoteza a): $\delta = 0{,}715$; $\sigma_0 = G/F = 3{,}4$ kg/cm². $\max \sigma_a = \sigma_0 \, [1 + (a/w_1)] = 3{,}4\,(1 + 1{,}395) = 8{,}14$ kg/cm² compresiune $= \sigma_1$; $\min \sigma_a = \sigma_0 \, [1 - (a/w_1)] = 3{,}4\,(1 - 1{,}395) = -1{,}34$ kg/cm² întindere $= \sigma_2$.

Ipoteza b): A doua distanță centrală $w_2 = 0{,}294 \cdot 351 \; (1 - 0{,}715^4)/(1 - 0{,}715^3) = 121$ cm. $\max \sigma = 8{,}14 + 1{,}34\,[(92{,}5 - 66{,}4)/(121 - 66{,}4)]^2 = 8{,}14 + 0{,}31 = 8{,}45$ kg/cm² compresiune maximă.

Dreptunghiul (fig. 62). Dacă P se aplică pe o axă principală la distanța c dela cea mai apropiată muchie, compresiunea se repartizează pe lungimea $3c$ (linia neutră $= NN$), și pe muchie avem $\max \sigma = 2\,P/3\,b\,c$.

Mai avem (la distanța $1{,}5\,c$ dela muchie) $\sigma_m = {}^1/_2 \cdot \max \sigma$; tensiunea în punctul de aplicație a lui P e $\sigma_1 = {}^2/_3 \cdot \max \sigma$.

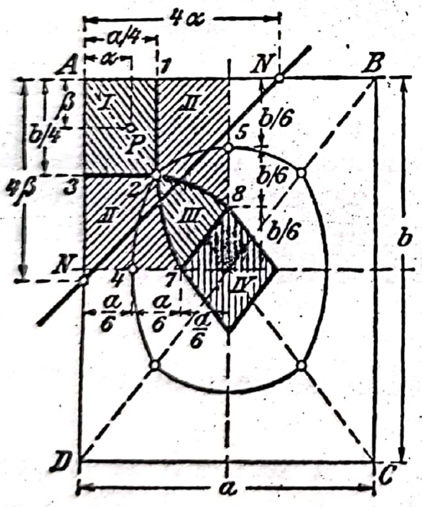


Fig. 63.

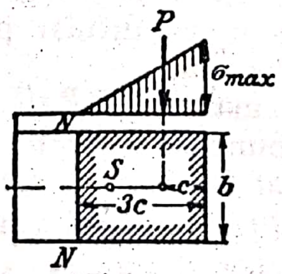


Fig. 62.

Dacă P se aplică într'un punct din interiorul dreptunghiului $A\,1\,2\,3 = I$ de lângă vârful A (fig. 63) al secțiunii dreptunghiulare ab, dreptunghiu ale cărui laturi sunt câte ${}^1/_4$ din laturile a, b, suprafața de compresiune e un triunghiu, adică linia neutră NN trece prin două puncte de pe laturile AB și AD ale secțiunii dreptunghiulare, ale căror distanțe dela A sunt $4\,\alpha$ și $4\,\beta$, dacă α, β sunt distanțele punctului de aplicație al lui P dela AD resp. AB. Tensiunea de compresiune maximă (în A) e în aceste condițiuni $\max \sigma = 3\,P/8\,\alpha\,\beta$.
Dacă punctul de aplicație al forței P se găsește pe segmentul $3\,2$, NN trece prin vârful D, dacă se găsește pe segmentul $2\,1$, NN trece prin B.

[1]) Österr. Wochenschr. f. d. öffentl. Baudienst 1901, fasc. 12 și 13.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă P se găsește chiar în 2, linia neutră e diagonala DB, și compresiunea maximă (în A) e $\max \sigma = 6\,P/a\,b$.

Dacă punctul de aplicație P al forței se găsește în una din porțiunile de suprafață II hașurate spre stânga, suprafața de compresiune e un patrulater, NN intersectează adică două laturi opuse ale dreptunghiului; dacă se găsește pe suprafața III, suprafața de compresiune e un pentagon, NN intersectează laturile DC și BC ale dreptunghiului. Dacă P se găsește în II sau III, avem în general[1]) $\max \sigma = 3\,P\xi/(8\,\alpha\beta)$, unde avem aproximativ $\xi = 1 - [(4\,\psi - 1)/3]^2$ și ψ e cea mai mare din cele două valori α/a și β/b. Pentru II avem $0{,}89 < \xi < 1$, pentru III $0{,}026 < \xi < 1$. Dacă în fine P se găsește în sâmburele central IV, întregul dreptunghiu formează suprafața de compresiune. Curbele limită dintre II și III sunt aproximativ parabole cubice, cari se racordează tangențial la laturile sâmburelui central și ale dreptunghiurilor I. Curba 4 2 5 formează l i n i a s â m b u r e l u i e x t e r i o r, adică linia pe care se găsește punctul de aplicație P al forței, dacă jumătate din suprafața dreptunghiului lucrează ca suprafață de compresiune. Dacă punctul de aplicație se găsește în afara sâmburelui exterior, mai puțin de jumătate din aria dreptunghiului transmite compresiunea; dacă se găsește în interiorul lui, aria suprafeței de compresiune e mai mare decât jumătate din aria dreptunghiului. Semiaxele sâmburelui exterior sunt $a/3$ și $b/3$; curba 4 2 5 nu e o elipsă cu aceste semiaxe, ci se găsește în afara acestei elipse.

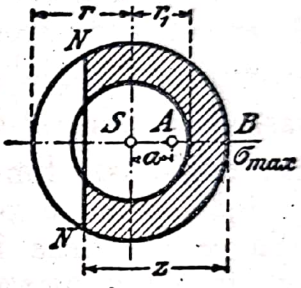


Fig. 64.

Pentru puncte de aplicație pe linia 7 8 a sâmburelui știm că avem $\max \sigma = 2\,P/a\,b$; pentru puncte pe linia sâmburelui exterior avem $\max \sigma = 4\,P/a\,b$ (în **4.** și **5.**) până la $6\,P/a\,b$ (în **2**.).

Pătratul gol. Problema în P r e u ß, Z. Arch. u. Ing.-Wes. 1903, p. 425.

Coroana circulară (fig. 64). Dacă r e raza exterioară, r_1 cea interioară, $a = SA$ excentricitatea forței de compresiune față de centrul S, z distanța dintre linia neutră NN și cel mai îndepărtat punct B al conturului, tabla 19 dă poziția liniei neutre NN (valorile $z:r$) pentru diferite rapoarte $a:r$ și $r_1:r$.

Tabla 19. Valori $z:r$ (poziția liniei neutre NN, fig. 64)

a/r	$r_1/r =$ 0,0	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	a/r
0,25	2,00	.	.	.	.	.	.	0,25
0,30	1,82	.	.	.	.	.	.	0,30
0,35	1,66	1,89	1,98	.	.	.	.	0,35
0,40	1,51	1,75	1,84	1,93	.	.	.	0,40
0,45	1,37	1,61	1,71	1,81	1,90	.	.	0,45
0,50	1,23	1,46	1,56	1,66	1,78	1,89	2,00	0,50
0,55	1,10	1,29	1,39	1,50	1,62	1,74	1,87	0,55
0,60	0,97	1,12	1,21	1,32	1,45	1,58	1,71	0,60
0,65	0,84	0,94	1,02	1,13	1,25	1,40	1,54	0,65
0,70	0,72	0,75	0,82	0,93	1,05	1,20	1,35	0,70
0,75	0,59	0,60	0,64	0,72	0,85	0,99	1,15	0,75
0,80	0,47	0,47	0.48	0,52	0,61	0,77	0,94	0,80
0,85	0,35	0,35	0,35	0,36	0,42	0,55	0,72	0,85
0,90	0 24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,32	0,49	0,90
0,95	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,25	0,95

Tensiunile limită max σ determinabile de ex. după p. 694. **2.**, partea din urmă.

[1]) E n g e s s e r, Ztrbl. Bauv. 39 (1919), p. 429. Cp. și P o h l, Eisenbau 1918, p. 211; acolo și table numerice ale tensiunilor maxime (în A) pentru un mare număr de poziții ale punctului de aplicație P al forței. — Cp. și H e n k e l, Ztrbl. Bauv. 38 (1918), p. 447, ca și E s l i n g, Proc. Am. Soc. Civ. Eng. 1905/06, Part III.

Observaţie. Pentru valori ale lui $a:r$ mai mici decât cele corespunzătoare lui $z:r=2$ şi deasupra, A se găseşte în sâmburele central al secţiunii.

Pentru valorile cari urmează ale lui $a:r$ avem $z:r=1$, adică linia neutră NN trece prin centrul S sau suprafaţa comprimată a secţiunii e o jumătate de coroană circulară.

$r_1:r=$	0	0,25	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$a:r=$	0,589	0,595	0,631	0,654	0,682	0,713	0,748	0,786

c) Incovoiere şi tăiere

Aceste solicitări apar simultan în cele mai multe secţiuni de grinzi sau arbori, aşa încât un element de suprafaţă dintr'o secţiune e încărcat simultan de σ_b şi τ_s şi rezultă o solicitare compusă σ_v (p. 644), al cărei maximum se poate stabili între conturul şi mijlocul secţiunii. De obiceiu ne putem dispensa însă de determinarea lui max σ_v. După C. Bach [1]) o grindă incastrată la un capăt, de lungimea l şi încărcată la capătul liber cu forţa tăietoare Q, de secţiune circulară cu diametrul de d cm, poate fi calculată destul de exact numai la încovoiere, cât l nu e sensibil mai mic decât $d/4$. Dacă l e însă sensibil mai mic decât $d/4$, ajunge să se calculeze secţiunea numai la tăiere. In primul caz max σ_v nu e sensibil mai mare decât max σ_b; în cazul al doilea nu e sensibil mai mare decât efortul σ_v corespunzător lui max τ_s, v. m. j. In cazul secţiunii dreptunghiulare limita se găseşte la $l=0{,}325\,h$. Fusurile sau buloanele cu $l>0{,}325\,h$ nu e permis să fie calculate numai la tăiere.

Să se calculeze într'o secţiune în **I** solicitată la încovoiere şi tăiere, efortul σ_v al materialului: 1. la marginea secţiunii, 2. în dreptul racordului dintre tălpi şi inimă, 3. în mijlocul inimii. Dacă max σ_b e tensiunea maximă de încovoiere la marginea secţiunii (p. 651) şi max τ_s tensiunea tangenţială maximă în mijlocul inimii (p. 684, 5.), şi dacă în dreptul racordului avem un σ_a şi τ_a, calculând efortul total σ_v pe baza ipotezei lucrului mecanic de deformare (p. 644), se obţine în cele trei locuri:

1. $\sigma_v = \max \sigma_b$ 2. $\sigma_v = \sqrt{\sigma_a^2 + (1{,}73\,\tau_a)^2}$ 3. $\sigma_v = 1{,}73 \max \tau_s$.

Pentru cazul de încărcare în chestiune trebue să avem max $\sigma_v < \sigma_a$.

d) Incovoiere şi torsiune

Considerăm un arbore, un braţ de manivelă, o pârghie cotită solicitată la încovoiere şi torsiune; un element de suprafaţă al secţiunii are un σ şi τ. Starea de tensiune e plană. Efortul total maximum e după ipoteza lucrului mecanic de deformare (p. 644):

$$\sigma_{v4} = \sqrt{\sigma^2 + (1{,}73\,\tau)^2}.$$

Dacă σ şi τ urmează cazuri de încărcare diferite, se introduce după C. Bach [2]) un aşa numit raport al eforturilor

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_a \text{ pentru cazul de încărcare al lui } \sigma}{1{,}73\,\tau_a \text{ pentru cazul de încărcare al lui } \tau}$$

drept factor al lui τ, obţinând prin aceasta

$$\sigma_{v4} + \sqrt{\sigma^2 + (1{,}73\,\alpha_0\,\tau)^2} = \sigma\sqrt{1 + (1{,}73\,\alpha_0\,\tau/\sigma)^2} = x_4\,\sigma.$$

[1]) Bach, Elastizität u. Festigkeit, l. c., ed. a 7-a, 1917 p. 465, § 52.

[2]) Bach, Elastizität u. Festigkeit, l. c., ed. a 7-a, 1917, p. 455.

Mai sus σ_a şi τ_a trebue luaţi dintr'o tabelă în care, după ipoteza amintită, pentru un acelaşi caz de încărcare $\sigma_a/\tau_a = 1{,}73$. Valorile corespunzătoare ale lui σ_{ba} şi τ_{ta} se găsesc în tabela 2, p. 771. Dacă $\sigma = \sigma_b$ şi $\tau = \tau_t$ urmează acelaşi caz de încărcare, avem $\alpha_0 = 1$. Prin înmul-

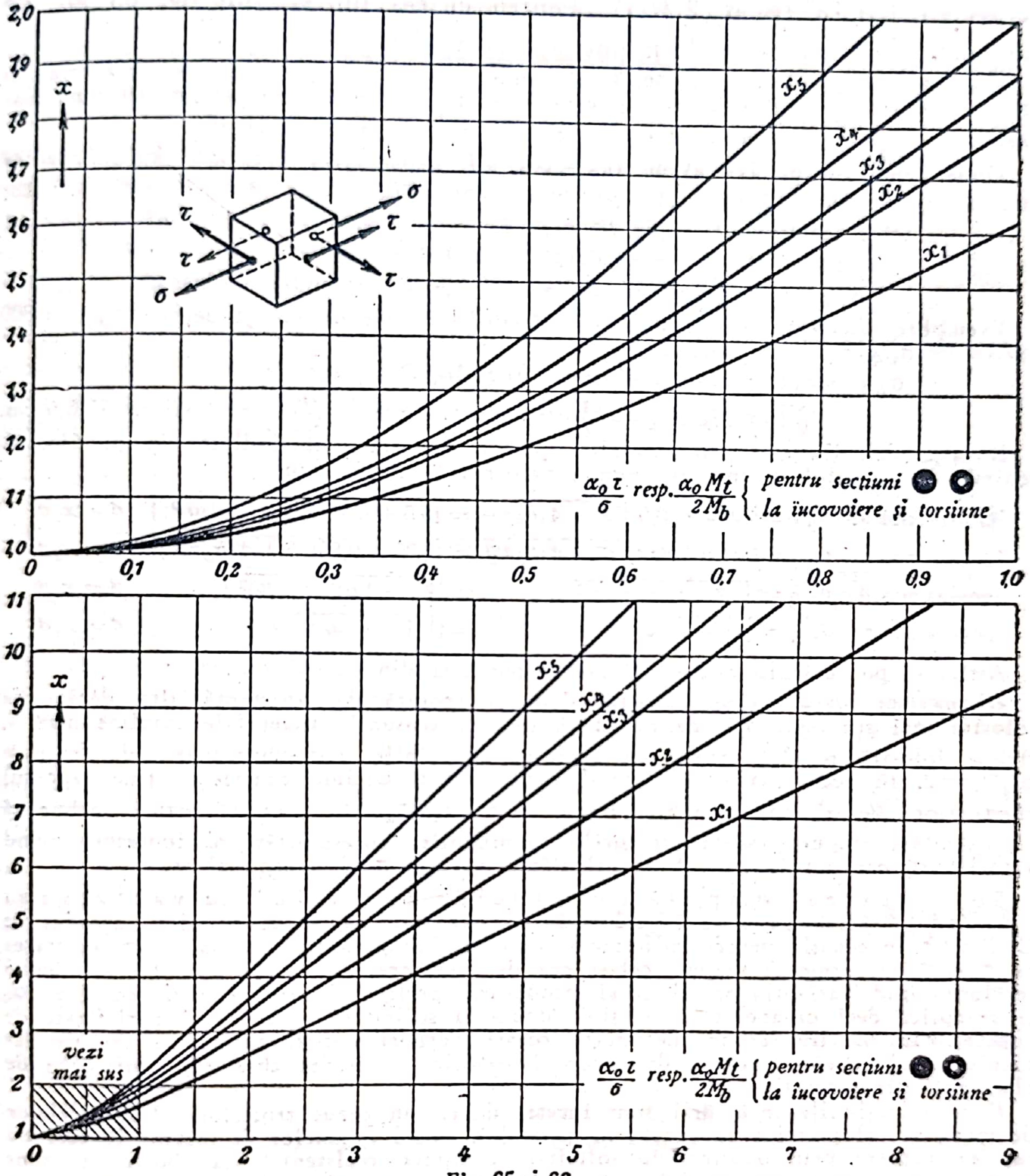


Fig. 65 şi 66.

ţire cu α_0, tensiunea τ se transformă în a cazului de încărcare al lui σ, prin ceea ce şi σ_{v4} trebue considerat ca urmând cazul de încărcare al lui σ. Fiindcă după p. 644 σ_{v4} e un efort n o r m a l, trebue ales $\sigma_{v4a} = \sigma_{ba}$ Astfel solicitarea compusă a arborelui e redusă la încovoiere simplă. Tensiunea de încovoiere $\sigma_b = M_b/W$ trebue înmulţită cu $x_4 > 1$, factor care provine din adăugarea torsiunii şi respectarea diferitelor cazuri de

încărcare pentru σ şi τ, din $x_4 = \sqrt{1 + 1{,}73^2\,(\alpha_0\,\tau/\sigma)^2}$ şi poate fi luat din diagrama fig. 65 sau 66, care-l dă pe x_4 în funcţiune de $\alpha_0\,\tau/\sigma$.

In cazul încovoierii cu torsiune a unui arbore cu secţiunea circulară sau în coroană circulară, avem $\alpha_0\,\tau/\sigma = \alpha_0\,M_t/2\,M_b$, ceea ce dă $x_4 = \sqrt{1 + 1{,}73^2\,(\alpha_0\,M_t/2\,M_b)^2}$. Pentru citirea lui x_4 din fig. 65 sau 66 se poate folosi aceeaşi diviziune a orizontalei.

Exemplu: Arbore din ol 50.11. Secţiunea cu solicitarea maximă încărcată cu $M_b = 9000$ şi $M_t = 7000$ kgcm. Se cere efortul total maximum pentru 60 mm diametru al arborelui, σ_b urmând cazul de încărcare III şi τ_t cazul II.

După tabela 2 p. 771 avem $\sigma_{b\,a} =$ cca 800 kg/cm², $\tau_{t\,a} =$ cca 500 kg/cm², adică $\alpha_0 = 800/(1{,}73 \cdot 500) = 0{,}925$ şi $\alpha_0\,\tau/\sigma = \alpha_0\,M_t/2\,M_b = 0{,}925 \cdot 7000/(2 \cdot 9000) = 0{,}328$; acestei valori îi corespunde în fig. 65 $x_4 = 1{,}15$. Mai avem $W = 21{,}2$ cm³.

$$\sigma_b = M_b/W = 9000/21{,}2 = 425 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_{v\,4} = x_4\,\sigma_b = 1{,}15 \cdot 425 = 489 \text{ kg/cm}^2. \text{ Admisibil } 800 \text{ kg/cm}^2.$$

Exemplu: Aceleaşi valori de bază. Cât de mare e diametrul pentru $\sigma_{b\,a} = 800$ kg/cm² $= \sigma_{v\,4\,a}$?

$$\sigma_{v\,4} = x_4\,\sigma_b = x_4\,M_b/W = \text{cca } 10\,x_4\,M_b/d^3 = \sigma_{b\,a}$$

$$d = \sqrt[3]{10\,x_4\,M_b/\sigma_{b\,a}} = \sqrt[3]{10 \cdot 1{,}15 \cdot 9000/800} = \sqrt[3]{129} = 5{,}05 = 5 \ldots 5{,}5 \text{ cm.}$$

Dacă e valabilă una din celelalte ipoteze de rezistenţă indicate în p. 644, se schimbă în calculul de mai sus numai valoarea x. Avem după

ipoteza max σ: $\sigma_{v\,1} = 0{,}5\,\sigma + 0{,}5\sqrt{\sigma^2 + 4\,(\alpha_0\,\tau)^2} = \left[0{,}5 + 0{,}5\sqrt{1 + 4\,(\alpha_0\,\tau/\sigma)^2}\,\right]\sigma = x_1\,\sigma$

ipoteza max ε: $\sigma_{v\,2} = 0{,}35\,\sigma + 0{,}65\sqrt{\sigma^2 + 4\,(\alpha_0\,\tau)^2} = \left[0{,}35 + 0{,}65\sqrt{1 + 4\,(\alpha_0\,\tau/\sigma)^2}\,\right]\sigma = x_2\,\sigma$

ipoteza max A_l: $\sigma_{v\,3} = \sqrt{\sigma^2 + (1{,}61\,\alpha_0\,\tau)^2} = \left[\sqrt{1 + 1{,}61^2\,(\alpha_0\,\tau/\sigma)^2}\,\right]\sigma = x_3\,\sigma$

ipoteza max τ: $\sigma_{v\,5} = \sqrt{\sigma^2 + (2\,\alpha_0\,\tau)^2} = \left[\sqrt{1 + 4\,(\alpha_0\,\tau/\sigma)^2}\,\right]\sigma = x_5\,\sigma.$

Astfel se pot calcula valorile x sau se pot citi din fig. 65 sau 66.

Observaţie: Dacă trebue calculat după o ipoteză de rezistenţă alta decât cea folosită mai sus (max A_g), de ex. după ipoteza tensunii tangenţiale maxime max τ, trebue folosită o altă tabelă de eforturi admisibile, corespunzătoare ei, în care $\sigma_a/\tau_a = 2$. In acest caz efortul total e $\sigma_{v\,5} = x_5\,\sigma$. Ultima ecuaţie conţine raportul eforturilor α_0 al lui Bach, care e $\alpha_0 = \sigma_a/2\tau_a$. In anumite cazuri trebue să ne calculăm singuri tabela eforturilor admisibile, corespunzătoare ipotezei, luând valorile σ_a din tabela p. 771 şi calculând pe $\tau_a = \sigma_a/2$ corespunzător.

Solicitarea compusă a organelor de maşini cu variaţiuni repezi şi încete ale încărcării. Raportul α_0 al eforturilor introdus de C. Bach în ecuaţia pentru solicitarea compusă trebue să ţină seamă de împrejurarea că σ şi τ nu urmează mereu acelaşi caz de încărcare, cel puţin una din cele două tensiuni fiind variabilă în timp şi producând pericol de rupere prin obosire. α_0 li se aplică deci organelor de maşini supuse la solicitare compusă şi periclitate de rupere prin obosire (arbori de înaltă turaţie, arbori cotiţi, fuzete de axe de vehicule ş. a.), a căror limită de rupere la obosire se atinge abia după milioane de alternanţe ale sarcinii.

Dacă variaţiunile încărcării sunt încete, de ex. în cazul troliilor, al macaralelor de mână sau al preselor cu şurub, în general în cazul organelor de maşini la cari nu survine ruperea prin obosire sub solicitare compusă, rezistenţele la obosire nu sunt hotărîtoare, ci rezistenţa statică resp. limita de etirare, şi încărcarea prin σ şi τ se poate considera în calcul statică, adică se poate scrie $\alpha_0 = 1$.

Exemplu. Secţiune dreptunghiulară de braţ de manivelă solicitată la încovoiere şi torsiune. Se cere efortul total maximum şi evaluarea urcării de tensiune prin efect de încrestare în dreptul muchiei interioare a cotiturii. Materialul ol 60.11.

Latura lungă $h = 175$ mm, latura scurtă $b = 72$ mm. Prima axă principală a secţiunii (I) paralelă cu b, a doua (II) paralelă cu h. Momentul încovoietor de încărcare, descompus în două componente, e: 1. M_b faţă de I, $M_{b\,I} = 44\,670$ kgcm. 2. M_b faţă de II, $M_{b\,II} = 16\,425$ kgcm. Momentul de torsiune $M_t = 53\,800$ kgcm.

Scanned with OKEN Scanner

a) Tensiuni de încovoiere prin M_{bI} și M_{bII} și compunerea lor:

1. M_{bI} singur produce pe toată latura scurtă b o tensiune de încovoiere maximă egală

$$\sigma_{bb} = M_{bI}/(b\,h^2/6) = 44\,670 \cdot 6/7{,}2 \cdot 17{,}5^2 = 122 \text{ kg/cm}^2.$$

2. M_{bII} singur produce pe toată latura lungă h o tensiune de încovoiere maximă egală

$$\sigma_{bh} = M_{bII}/(h\,b^2/6) = 16\,425 \cdot 6/17{,}5 \cdot 7{,}2^2 = 108 \text{ kg/cm}^2.$$

Diagrama tensiunilor de încovoiere. Compunerea. Axa neutră a încovoierii totale. Tensiunile de încovoiere perpendiculare pe suprafața secțiunii se rabat în planul ei, tensiunile de întindere spre exterior, σ_{bb} în direcțiunea laturii h, σ_{bh} în direcțiunea laturii b. După legea de proporționalitate p. 651, ecuația (8), σ_{bb} și σ_{bh} se repartizează după dreptele întrerupte din fig. 67. Tensiunile de încovoiere provocate de M_{bI} și M_{bII} se adună algebric. Aceasta dă în colțul de sus din dreapta al secțiunii dreptunghiulare (fig. 67) tensiunea totală de încovoiere maximă $\max \sigma_b = \sigma_{bb} + \sigma_{bh}$. Dacă se trasează ca în fig. 67 paralele pline, se obțin tensiunile totale de încovoiere în toate punctele conturului secțiunii, între ele și în punctul conturului cu $\sigma_b = 0$; și în centrul secțiunii avem $\sigma_b = 0$. Dreapta care unește ultimele două puncte dă axa neutră a încovoierii totale. Tensiunea totală de încovoiere maximă $\max \sigma_b = \sigma_{bb} + \sigma_{bh} = 122 + 108 = 230$ kg/cm² se stabilește în două colțuri opuse, ca tensiune de întindere și compresiune.

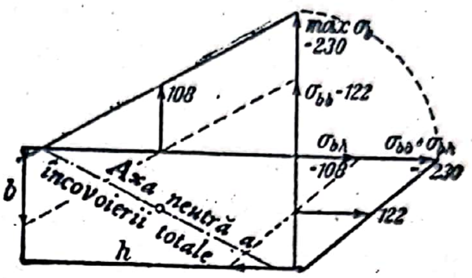


Fig. 67.

Tensiunea totală de încovoiere în mijlocul laturii lungi h	108	kg/cm²
" " " " " " scurte b	122	"

b) Tensiuni de torsiune din cauza lui $M_t = 53\,800$ kgcm. $h/b = 17{,}5/7{,}2 = 2{,}4$. După pp. 688 și 689 îi corespunde $\eta_1 = 0{,}78$ și $\eta_2 = 3{,}84$. In cele patru colțuri ale secțiunii dreptunghiulare avem $\tau = 0$.

In mijlocul laturii lungi h: $\max \tau = \tau_{th} = \eta_2 M_t/h\,b^2 = 3{,}84 \cdot 53\,800/(17{,}5 \cdot 7{,}2^2) = 226 \text{ kg/cm}^2$

" " " scurte b: $\tau_{tb} = \eta_1 \tau_{th} = 0{,}78 \cdot 226 = 177 \text{ kg/cm}^2$.

Legea corectă de repartiție a tensiunilor de torsiune de-a-lungul unei laturi a dreptunghiului nu e simplă. C. Bach o înlocuește cu o lege parabolică și scrie în vederea aproximării $\tau_{th} = 4{,}5\ M_t/h\,b^2$ și $\tau_{tb} = 4{,}5\ M_t/h^2 b$; adică $\tau_{tb}/\tau_{th} = b/h$ (ultima valoare exactă pentru secțiunea eliptică). După C. Bach ar rezulta $\tau_{th} = 265$; $\tau_{tb} = 118$ kg/cm². Descreșterea tensiunilor de torsiune, dela valoarea maximă în mijlocul unei laturi până la valoarea zero într'un colț, e mult mai pronunțată după legea parabolică decât după legea reală de repartiție. Aceasta permite compararea soluției exacte cu aproximația întrebuințată adesea.

c) Efortul total după ipoteza lucrului mecanic de deformare, p. 644. In mijlocul laturii lungi h: După a) și b) avem $\sigma_b = 108$ și $\tau_{th} = 226$ kg/cm². Determinarea lui $\alpha_0 \tau/\sigma$: După cum se consideră acțiunea forței în diferite poziții ale manivelei, tensiunile de încovoiere și torsiune urmează în brațul manivelei unui arbore cotit același caz de încărcare, adică trebue scris $\alpha_0 = 1$. Astfel $\alpha_0 \tau_{th}/\sigma_b = 1 \cdot 226/108 = 2{,}05$; după fig. 66 îi corespunde $x_4 = 3{,}7$, adică efortul total în mijlocul laturii h

$$\sigma_{v_4} = x_4\,\sigma = 3{,}7 \cdot 108 \approx 400 \text{ kg/cm}^2.$$

Mijlocul laturii scurte b: Prin aceeași metodă obținem $\sigma_b = 122$; $\tau_{tb} = 177$ kg/cm².

$$\alpha_0 \tau/\sigma = 1 \cdot 177/122 = 1{,}45. \quad x_4 = 2{,}8. \quad \sigma_{v_4} = x_4\,\sigma = 2{,}8 \cdot 122 = 342 \text{ kg/cm}^2.$$

In colțul tensiunii maxime de încovoiere $\max \sigma_b = 230$ kg/cm². Fiindcă aici avem $\tau = 0$, urmează $\alpha_0 \tau/\sigma = 0$, adică $x_4 = 1$ și deci

$$\sigma_{v_4} = x_4\,\sigma = 1 \max \sigma_b = 230 \text{ kg/cm}^2.$$

d) Trecerea dela brațul manivelei spre fusul ei. Colțul interior al cotiturii e un loc de efect de încrestare maximum; experiența arată că acolo apar adesea ruperi prin obosire. După determinările statistice, coeficientul de efect de încrestare e la arbori cotiți $\alpha_k = 3{,}5 \ldots 4$; valoarea mai înaltă corespunde trecerii brusce defavorabile[1]). Fiindcă în mijlocul laturii lungi a secțiunii brațului manivelei, care se găsește în dreptul locului amintit,

[1]) Lehr, ZVDI 78 (1934), p. 397.

tensiunea nominală $\sigma_v = 400$ kg/cm², tensiunea de încrestare din acelaşi loc trebue evaluată la cca

$$\sigma_k = \alpha_k \, \sigma_v = 3{,}5 \cdot 400 = 1400 \text{ kg/cm}^2.$$

Acest calcul trebue făcut şi pentru punctul secţiuni f u s u l u i m a n i v e l e i care cade în dreptul colţului interior al cotiturii.

A d m i s i b i l i t a t e a e f o r t u l u i. Pentru ol 60.11 trebue aleasă după tabela 4 p. 755 o rezistenţă la încovoiere alternativă de 30 (28...33) kg/mm², ceea ce dă un coeficient de siguranţă de 3000/1400 = 2,1 contra ruperii prin obosire în dreptul locului amintit.

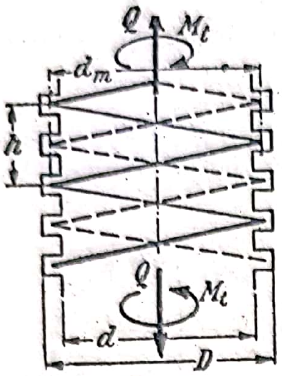


Fig. 69.

Fig. 68.

Secţiunea eliptică (fig. 68). Se determină σ şi τ pentru un număr de puncte ale conturului secţiunii şi se calculează pe urmă σ_v pe baza ipotezei de rezistenţă valabilă pentru material. Se obţine astfel destul de exact valoarea şi locul efortului maximum.

e) Intinderea sau compresiunea cu torsiune (fig. 69)

Exemplu. Fus filetat din ol 60.11 pentru o întindere maximă de $Q = 85\,000$ kg. Filet plat, dublu; diametrul exterior $D = 260$ mm; diametrul interior $d = 220$ mm; pasul $h = 86$ mm; înălţimea piuliţei $H = 400$ mm. Piuliţa din bronz fosforos. La un capăt al fusului un palier cu caneluri, la celălalt piuliţa care transmite forţa de întindere, deplasabilă în lungime, dar fără rotaţiune. Coeficientul de frecare $\mu = 0{,}15 = \text{tg}\,\rho$; unghiul de frecare $\rho = 8°30'$. Unghiul de inclinare, din $\text{tg}\,\alpha = h/2\pi r = 86/\pi\,240 = 0{,}114$; $\alpha = 6°30'$. Pentru deplasarea piuliţei încărcate se introduce la palierul cu caneluri, între el şi piuliţă, un moment. F u s u l e s o l i c i t a t l a î n t i n d e r e ş i t o r s i u n e. Se cere efortul total maximum în inimă, considerată că suportă singură întinderea, precum şi compresiunea specifică în filet.

a) T e n s i u n e a d e î n t i n d e r e în inima cu secţiunea $F = 22^2 \cdot \pi/4 = 380$ cm²:

$$\sigma_z = Q/F = 85\,000/380 = 224 \text{ kg/cm}^2.$$

b) T e n s i u n e a d e t o r s i u n e m a x i m ă la marginea secţiunii inimii. Momentul de torsiune aplicat inimii fusului e egal cu momentul necesar pentru deplasarea piuliţei încărcată cu Q kg:

$$M_t = Q r \,\text{tg}\,(\alpha + \rho) = 85\,000 \cdot 12 \cdot \text{tg}\,(6°30' + 8°30') = 85\,000 \cdot 12 \cdot 0{,}268 = 273\,000 \text{ kgcm}$$

$$\tau_t = 5 M_t/d^3 = 5 \cdot 273\,000/22^3 = 129 \text{ kg/cm}^2.$$

c) E f o r t u l t o t a l m a x i m u m σ_v după ipoteza lucrului mecanic de deformare, p. 644. Variaţiunile sarcinii sunt încete, aşa încât nu survine o rupere prin obosire; încărcarea prin σ_z şi τ_t e considerată statică în calcul şi se scrie $\alpha_0 = 1$. In locul secţiunii cu solicitarea maximă, pe circumferenţă, avem $\alpha_0 \tau/\sigma = 1 \cdot 129/224 = 0{,}576$, cu valoarea corespunzătoare $x_4 = 1{,}41$ după fig. 65, p. 703.

Efortul total maximum e deci după p. 702

$$\sigma_{v_4} = x_4 \, \sigma_z = 1{,}41 \cdot 224 = 315 \text{ kg/cm}^2.$$

Limita de strivire pentru ol 60.11 e în dreptul lui (0,55...0,65) $\sigma_{B\,z} = 0{,}55 \cdot 60...0{,}65 \cdot 60$ kg/mm² = 3300...3900 kg/cm² aşa încât coeficientul de siguranţă contra atingerii limitei de strivire e de 3300/315...3900/315 = 10,5...12,4; după p. 646, aceasta e o valoare foarte înaltă.

d) C o m p r e s i u n e a s p e c i f i c ă î n f i l e t. Piuliţa are $2 \cdot 400/86 = 9{,}3$ paşi. Incărcarea unui pas de filet $P_1 = 85\,000/9{,}3 = 9150$ kg. Suprafaţa de compresiune (proiecţiunea în direcţiunea axei) $F = \pi\, 26^2/4 - \pi\, 22^2/4 = 531 - 380 = 151$ cm².

$$\text{Compresiunea specifică } p = P_1/F = 9150/151 = 61 \text{ kg/cm}^2.$$

La şuruburile oţel pe bronz, 100 kg/cm² se consideră admisibile; din cauza piuliţei neobişnuit de înalte e recomandabilă o valoare mai mică, aşa încât 61 kg/cm² nu sunt de considerat ca deosebit de puţine. Pe când compresiunea specifică în filet e aproape de limita admisibilă, efortul materialului e departe sub această limită. Dimensiunile fusului filetat, cu secţiune circulară plină, sunt determinate de compresiunea specifică de respectat în filet.

Exemplu. Acelaşi ca mai sus. Se cere să se amelioreze gradul de utilizare a materialului prin eliminarea părţii interioare a secţiunii inimii, care e solicitată mai puţin la torsiune, adică prin alegerea unei secţiuni în coroană circulară, în care tensiunile sunt repartizate mai uniform decât în secţiunea circulară plină. Cât de mare poate fi golul din inimă, dacă efortul admisibil din ea e de $\sigma_{v4\,a} = \sigma_d F/S = 3300/2 \approx 1600$ kg/cm². Diametrul inimii d cm, diametrul interior căutat d_0 cm, raportul dintre gol şi plin $\delta = d_0/d$.

Secţiunea plină a inimii are $F = 380$ cm². Modulul polar de rezistenţă egal cu dublul modulului ecuatorial de rezistenţă W (p. 663); $W_t = 2\,W = 2090$ cm³ (p. 661).

Scanned with OKEN Scanner

Fiindcă determinarea lui d_0 prin rezolvarea ecuației privitoare la eforturi e dificilă, se caută d_0 prin încercări, calculul fiind prezentat mai convenabil sub formă de tablă, care arată clar influența dimensiunilor și se întrebuințează cu folos în cazuri asemănătoare.

$d =$	22	22	22	22	22	22 cm
$d_0 =$	11	16	18	19	20	20,4 cm
$\delta = d_0/d =$	0,5	0,727	0,818	0,864	0,91	0,927
δ^2	0,25	0,528	0,67	0,747	0,828	0,86
δ^4	0,0625	0,279	0,45	0,558	0,688	0,74
$380(1-\delta^2)$	$380 \cdot 0,75$	$380 \cdot 0,472$	$380 \cdot 0,33$	$380 \cdot 0,253$	$380 \cdot 0,172$	$380 \cdot 0,14$
$= F$	$= 285$	$= 179$	$= 125$	$= 96$	$= 65,3$	$= 53,2$ cm²
$2090(1-\delta^4)$	$2090 \cdot 0,937$	$2090 \cdot 0,721$	$2090 \cdot 0,55$	$2090 \cdot 0,442$	$2090 \cdot 0,312$	$2090 \cdot 0,26$
$= W_t$	$= 1960$	$= 1510$	$= 1150$	$= 924$	$= 653$	$= 543$ cm³
$\sigma_z = 85\,000/F$	298	474	680	885	1300	1596 kg/cm²
$\tau_t = 273\,000/W_t$	139	181	237	295	418	503 kg/cm²
$\alpha_0 \tau_t/\sigma_z = 1\,\tau_t/\sigma_z$	0,47	0,38	0,35	0,33	0,32	0,315
x_4	1,28	1,19	1,16	1,13	1,13	1,13
$\sigma_{v4} = x_4\,\sigma_z$	383	565	788	1000	1470	1800 kg/cm²

In rândul al doilea e trecut diametrul interior d_0 admis al golului, în ultimul efortul total corespunzător σ_v al întinderii cu torsiune. Trecerea lui d_0 și σ_v într'un sistem de coordonate rectangulare ar da foarte exact diametrul interior căutat; e suficient $d_0 = 20$ cm. Gradul de utilizare a materialului se ameliorează sensibil abia pentru rapoartele dintre gol și plin $\delta > 0,5$. Greutatea proprie e proporțională cu secțiunea coroanei circulare.

F. Flambajul

Notăm cu (cp. și pp. 637 și 649):

- F aria secțiunii [cm²],
- l lungimea barei [cm],
- l_{norm} lungimea cazului de fixare 2, fig. 73=lungimea normală [cm],
- $J = i^2 F$ momentul de inerție minimum al secțiunii [cm⁴],
- i raza de inerție [cm],
- $\lambda = l/i$ gradul de sveltețã,
- $\sigma_S = \sigma_C$ limita de etirare sau curgere [kg/cm²],
- ρ raza de curbură [cm],
- $1/\rho$ curbura [cm⁻¹],
- K forța de flambaj [kg],
- $\sigma_K = K/F$ tensiunea de flambaj [kg/cm²],
- P sarcina în serviciu [kg],
- $\sigma_d = P/F$ tensiunea de compresiune simplă [kg/cm²],
- $\sigma_{d_a}^{\lambda}$ valoarea admisibilă a lui σ_d, dependentă de sveltețea λ [kg/cm²],
- E modulul de elasticitate [kg/cm²],
- S coeficientul de siguranță $= K/P = \sigma_K/\sigma_{d_a}^{\lambda}$,
- σ_a tensiunea admisibilă la compresiune sau întindere sau încovoiere simplă [kg/cm²],
- $\omega = \sigma_a/\sigma_{d_a}^{\lambda}$ coeficientul de flambaj.

1. Fenomenul flambării. Flambarea e un fenomen de stabilitate condiționat de cedarea formei, a dimensiunilor, fixării și materialului, dar nu o problemă de rezistență. Poate flamba axa unei bare svelte supusă la compresiune; alte cazuri de flambaj în nota [1]), p. 711. O proptea scurtă supusă la compresiune își pierde capacitatea de încărcare la limita de strivire resp. de rupere dependentă de material. Fie o bară dreaptă AB încărcată central la compresiune cu forța P (fig. 70), rezemată în capete pe vârfuri și ghidată drept în B în direcțiunea AB. Forța de compresiune se consideră pozitivă. Cât P rămâne sub o anumită valoare K, se poate încovoia lateral bara printr'o forță transversală; după îndepărtarea ei, bara revine la forma dreaptă. In acest caz, aceasta e o formă de echilibru stabil. La o anumită mărime a forței de compresiune $P = K$, i se poate da barei o mică încovoiere laterală oarecare, fără ca ea să mai revină la forma dreaptă. Incovoierea late-

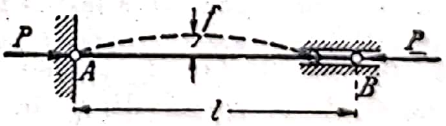


Fig. 70.

Scanned with OKEN Scanner

rală devine nedeterminată. Dacă $P > K$, bara dreaptă e în echilibru labil. Orice mică deranjare, „pârghie incidentală", provoacă flambarea laterală a barei. Ea și-a pierdut capacitatea de suport prin pierderea stabilității, flambând la sarcină constantă sau descrescătoare. $P = K$ se numește sarcina sau forța de flambaj.

2. Forța de flambaj a unei bare supusă la compresiune, de secțiune constantă și modul de elasticitate constant. 1. Rezolvarea problemei de flambaj. Se cere ecuația liniei elastice care reprezintă o formă de echilibru indiferent sub forța de flambaj căutată $P = K$, săgeata f având valori oarecari, dar mici.

Fig. 71.

E c u a ț i a d i f e r e n ț i a l ă a l i n i e i e l a s t i c e (fig. 71) pentru încovoiere laterală mică [1]) ($1/\rho \approx d^2y/dx^2$), pentru E și F constant și cu $M = Py$ e

$$1/\rho = d^2y/dx^2 = -Py/EJ = -\varkappa^2 y, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

unde $\varkappa^2 = P/EJ$. Ținând seamă de condițiunile la limită $x = 0$, $y = 0$; $x = l$, $y = 0$, se obține

$$y = f \sin \varkappa x. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Linia elastică e sinusoidală. Dacă e satisfăcută condițiunea $\varkappa l = \pi$ sau $l^2 P/EJ = \pi^2$, adică $P = \pi^2 EJ/l^2$, avem $y = f$ pentru $x = l/2$. În această condițiune săgeata maximă a liniei elastice poate avea orice valoare f, echilibrul e indiferent, bara a ajuns la limita de flambaj pentru forța de flambaj (E u l e r, în jurul anului 1760):

$$P = K = \pi^2 EJ/l^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Pentru $P > K$ nu mai e valabilă formula (1), fiindcă y și f nu mai pot fi tratați ca mici. Pentru practică e importantă cunoașterea forței de flambaj K și nu a fenomenelor pentru $P > K$. Afară de soluția $\varkappa l = \pi$, ecuația (1) are și soluțiile $\varkappa l = n\pi$ cu $n = 2, 3, \ldots$; acestora le corespund linii elastice cu $1, 2, \ldots (n - 1)$ noduri, cari se găsesc libere pe dreapta AB. Pentru aceste soluții K ar fi mai mare decât după ecuația (3), așa încât nu interesează.

După ecuația (3), tensiunea de compresiune simplă la limita de flambaj, așa numita tensiune de flambaj, e

$$\sigma_K = K/F = \pi^2 EJ/l^2 F = \pi^2 E/\lambda^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

unde $\lambda = l/\sqrt{J/F} = l/i$ reprezintă g r a d u l d e s v e l t e ț ă al barei supuse la compresiune și $i = \sqrt{J/F}$ raza de inerție a secțiunii ei.

Dacă σ_K se reprezintă grafic în funcțiune de λ, se obține h i p e r b o l a l u i E u l e r (de gradul al 3-lea). σ_K depinde de material (E), de sveltețǎ (λ) și de condițiunile de fixare a capetelor barei, adică nu e o simplă caracteristică a materialului ca σ_a sau limita de curgere. Ecuațiile (3) și (4) sunt valabile numai dedesubtul limitei de proporționalitate în intervalul elastic.

Sarcina în serviciu P reprezintă o fracțiune $1/S$ din sarcina de flambaj K. S se numește coeficient de siguranță. Analog pentru tensiunile simple de compresiune $\sigma_d = P/F$ și $\sigma_K = K/F$: $\sigma_d = \sigma_K/S$. La coeficient de siguranță destul de mare, σ_d se numește tensiune de flambaj admisibilă; ea depinde, ca și σ_K, de sveltețea λ și se notează deci cu σ_{da}^{λ}. Avem deci

$$S = K/P = \sigma_K/\sigma_{da}^{\lambda} \qquad \sigma_{da}^{\lambda} = \sigma_K/S = K/FS \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

[1]) Pentru cazul încovoierilor laterale mari cp. R. M a y e r, Knickfestigkeit, Berlin 1921, Springer, p. 18 ș. u.

Scanned with OKEN Scanner

Formula lui Euler, ecuația (3), ecuația (4) și hiperbola lui Euler sunt valabile numai cât tensiunea de flambaj rămâne dedesubtul limitei de proporționalitate, adică cel mult până la $\sigma_K = \sigma_P$, când se trece limita de strivire σ_{Cd} sau limita de turtire 0,2, $\sigma_{0,2d}$. Valabilitatea încetează la o limită inferioară a sveltețel, care e după ecuația (4):

$$\lambda_{\lim} = \pi \sqrt{E/\sigma_{Fd}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

La sveltețā mai mare, bara supusă la compresiune trebue calculată la flambaj; la sveltețā mai mică, la compresiune. Svelteța unei bare rotunde de diametrul d invariabil, e $\lambda = l/i = l/\sqrt{J/F} = 4\, l/d$.

Pentru ol 42, care are $\sigma_{Cd} = 2300$ kg/cm² și $E = 2\,100\,000$ kg/cm², svelteța corespunzătoare limitei amintite e $\lambda_{\lim} = 95$ și pentru bara rotundă $\lambda =$ cca $25\; d$.

3. Cazuri de flambaj după Euler. Cazurile de fixare 1 . . . 4. Cazul normal.

(Momentul încovoietor maximum în dreptul lui a.)
Valoarea forței de flambaj când

Cazul 1
un capăt e incastrat iar celălalt liber

Fig. 72.

$K = {}^1/_4 \cdot \pi^2 EJ/l^2$.

Cazul.2
ambele capete sunt libere și ghidate în direcțiunea axei inițiale AB

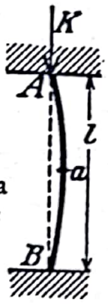


Fig. 73.

$K = \pi^2 EJ/l^2$.

Cazul. 3
un capăt e incastrat și celălalt liber ghidat în direcțiunea axei inițiale AB

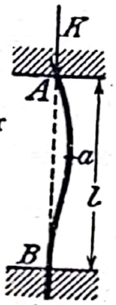


Fig. 74.

$K \approx 2\,\pi^2 EJ/l^2$.

Cazul. 4
ambele capete sunt incastrate și ghidate în direcțiunea axei inițiale AB

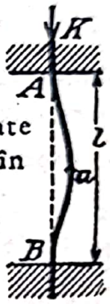


Fig. 75.

$K = 4\,\pi^2 EJ/l^2$.

Cazul 2. contează ca normal, $l_2 = l_{norm}$ ca lungime normală; toate cazurile se pot reduce la cel normal. Forța de flambaj rezultă din ecuația (7):

$$K = \pi^2 EJ/l^2_{norm} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

In cele patru cazuri din fig. 72...75 se va trece

	$l_{norm} = 2\, l_1$	$l_{norm} = l_2$	$l_{norm} = l_3/\sqrt{2}$	$l_{norm} = l_4/2$
valabil până la $\lambda_{\lim} =$	${}^1/_2 \times$	$1 \times$	$\sqrt{2} \times$	$2 \times \pi \sqrt{E/\sigma_{Cd}}$.

Cât tensiunea de flambaj nu trece de limita P, fixarea capetelor barei are mare influență asupra sarcinii de flambaj. De cele mai multe ori fixarea e cuprinsă între cazurile 2. și 4., și trebue evaluată; adesea e justificat să se aleagă mijlocul și să se calculeze după cazul 3.

Ecuațiile (3) resp. (7) determină împreună cu (5), momentul de inerție necesar $J_{nec} = S P l^2_{norm}/\pi^2 E$ în vederea calculului secțiunii, și pe urmă, după alegerea formei secțiunii, dimensiunile ei. In acest calcul nu e nevoie de mărimile σ_K și λ; ele servesc numai în calculul limitei de valabilitate $\lambda_{\lim}$ după ecuația (6); v. totuși sub **7.** Pentru flambajul neelastic (mijlocul paginii 712), λ e raportat la cazul 2.

4. Influența forței transversale o lămurim pentru cazul secțiunii și modulului de elasticitate constant (cp. 2.). La începutul flambării apare după fig. 71 momentul încovoietor $M_b = Py$ și deci forța transversală $Q = dM_b/dx = Py'$. Incovoierea laterală y consistă (p. 685) în y_b din cauza lui M_b și în y_Q din cauza lui Q. Cedarea la flambaj e mai mare și sarcina de flambaj mai mică decât după Euler.

$$y''_b = -M_b/JE \quad \text{sau} \quad y''_b = -Py/JE$$

$$y'_Q = Q/GF' \quad \text{sau} \quad y''_Q = Py''/GF'$$

Adunând y''_b cu y''_Q, adică $(y''_b + y''_Q = y'')$:

$$y'' = (-Py/JE)/(1 - P/GF').$$

Scanned with OKEN Scanner

ca sub **2**: $y = f \sin(\varkappa x)$, $\varkappa = \sqrt{(P/JE)/(1 - P/GF')}$; $\varkappa l = \pi$;

$$P = K = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \cdot \frac{1}{1 + \pi^2 JE/(l^2 GF')} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \cdot \frac{1}{1 + \pi^2 FE/(F' G \lambda^2)}.$$

Primul factor dă forța de flambaj a lui Euler; al doilea micșorarea ei prin deformarea produsă de forța transversală. Pentru $\lambda \gtreqless 100$, $F' = {}^2/_3 \cdot F$ (pătrat) și $F' \approx 0{,}5\,F$ (secțiune normală în I) micșorarea e mai mică decât 1%. Influența forței transversale poate fi neglijată.

5. Mersul fenomenului de flambaj la mică excentritate inițială a forței de compresiune. Secțiuni de bară variabile. Forțe de compresiune în diferite puncte ale axei barei. Metode grafice. Din descriere rezultă soluția grafică [1]).

Bara verticală incastrată în a și comprimată e încărcată excentric de forța P cu brațul de pârghie e. Prin momentele încovoietoare $M = Pe$ (egale în toate secțiunile) bara e încovoiată lateral. Odată cu aceasta cresc momentele încovoietoare. Creșterea momentelor încovoietoare produce o creștere a săgeții etc. Săgeata rezultantă constă dintr'o sumă de infinit multe săgeți elementare $y = y_0 + y_1 + y_2 + \ldots$, despre care experiența arată că are o valoare finită cât P e mai mică decât sarcina de flambaj K. Pentru creșterea unei săgeți elementare de ex. y_3, sarcina o constitue suprafața momentelor încovoietoare a săgeții precedente (p. 656). Dacă s'a desenat linia M/J corespunzătoare și s'a determinat aria ei F'_2 și distanța x_{02} dintre centrul de greutate și capătul liber, se obține din ecuația (17 a) p. 655 $y_3 = \alpha F_2' x_{02}$ și analog $y_2 = \alpha F_1' x_{01}$. Dacă s'a efectuat determinarea, se recunoaște că $x_{01} = x_{02} = \ldots$, așa încât $y_3/y_2 = F_2'/F_1'$; se mai observă că $F_2'/F_1' = y_2/y_1$, așa încât $y_3/y_2 = y_2/y_1 = \ldots = q =$ const. Seria săgeților elementare formează deci o progresiune geometrică de valoare finită cât timp rația ei $q < -1$. Cu $q = 1$ s'a atins limita de flambaj, a q—a parte din încărcare dă sarcina de flambaj; $1/q$ e coeficientul de siguranță S contra flambării. Din $q = y_2/y_1$ sau $F_2'/F_1' \gtreqless$ urmează, după desenarea a numai două săgeți elementare consecutive, dacă există sau nu pericol de flambaj. Efectuarea metodei mai arată că o mică abatere față de forma corectă a liniei elastice nu influențează sensibil asupra preciziunii rezultatului.

Metoda e valabilă numai până la limita de elasticitate; cp. **7.** In cazul flambajului superelastic prin excentricitate, forța de flambaj depinde de excentricitate, v. Roš, Bericht II, Internat. Tagung Brücken- und Hochbau, Wien 1928; Wien 1929; formula de aproximație a lui Chwalla ibid. Wien 1929.

Moment de inerție variabil. Calculul pentru un caz particular. In intervalul elastic cu încărcarea după fig. 71, p. 708, dacă momentul de inerție e variabil, el e funcțiune de x în ecuația (2) $y'' = Py/JE$.

Dacă J variază parabolic cu x și are maximul J_m în mijlocul barei și valoarea J_0 la capete,

rezultă
$$J = J_0 + 4(J_m - J_0)\,x(1 - x),$$
$$K = \mu \pi^2 J_m E/l^2.$$

Pentru	$J_0/J_m = 0$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
avem	$\mu = 0{,}81$	0,86	0,90	0,94	0,97	1.

Calculul coloanelor de fontă cu secțiunea variabilă după prescripțiile căilor ferate (BE) în pp. 715 și 716.

6. Caracterizarea fenomenului de flambaj prin energia potențială U a tensiunilor și lucrul mecanic actual A al forțelor exterioare. Condițiunea de flambaj $U = A$. In cazurile mai complicate se aplică cu folos metoda energiei. Metodă de aproximație: nu e nevoie de cunoașterea liniei elastice, înlocuirea ei printr'o sinusoidă sau parabolă fiind suficientă (cp. și **5.**). Astfel se elimină determinarea liniei elastice în

---

[1]) Vianello, ZVDI 42 (1898), p. 1436. — Formulele lui Euler pentru bare fixate în anumite puncte de pe lungimea lor, v. Wittenbauer, ZVDI 46 (1902), p. 501; pentru barele cari mai sunt încărcate în puncte oarecari, ZVDI 47 (1903), p. 245. — Privitor la rezistența la flambaj a barelor cu momentul de inerție variind brusc, v. Elwitz, Ztrbl. Bauv. 37 (1917), p. 517; 38 (1918), p. 222.

cap. 2 şi se cere numai forţa de flambaj. Cât $P < K$, bara dreaptă (fig. 76) supusă la compresiune simplă e o formă stabilă de echilibru; lucrul mecanic exterior al compresiunii P e egal cu energia potenţială a tensiunilor de compresiune. Dacă i se dă barei o deviaţie laterală, forma încovoiată conţine o energie potenţială U. In decursul deviaţiei, punctul de aplicaţie al lui P coboară cu δ în direcţiunea lui P, forţa P rămânând constantă şi lucrul efectuat fiind $A = P\delta$. Cât $P < K$, bara revine la forma dreaptă când încetează forţa care o deviază; condiţiunea respectivă e $U > A$. Pentru $P = K$ survine echilibru indiferent, caracterizat de $U = A$ şi de energia sistemului $U - A = 0$ (condiţiunea de energie pentru atingerea limitei de flambaj). Calculându-l pe U şi A, se obţine sarcina de flambaj.

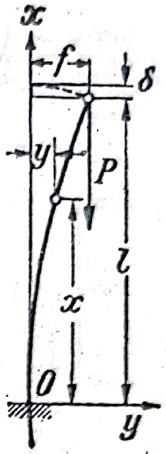


Fig. 76.

$$y = f\left(1 - \cos\frac{\pi x}{2l}\right).$$

După ecuaţia (19), p. 658, energia potenţială a liniei elastice e

$$U = \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M^2}{EJ}\,dx = \frac{1}{2}EJ\int\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx = \frac{f^2\pi^4}{64\,l^3}\,EJ.$$

Coborîrea δ a lui P rezultă din

$$d\delta = ds - dx = \sqrt{dx^2 + dy^2} - dx = dx\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \ldots\right] - dx \approx \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx$$

şi e

$$\delta = \int_0^l \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx = \frac{f^2\pi^2}{16\,l}$$

deci lucrul mecanic exterior $A = P\delta = P \cdot f^2\pi^2/16\,l$

Din $U = A$ urmează drept condiţiune pentru forma indiferentă de echilibru a liniei elastice

$$P = \pi^2/4 \cdot EJ/l^2 = K,$$

ceea ce reprezintă sarcina euleriană de flambaj pentru cazul de fixare 1.

Dacă se admite o linie elastică parabolică $y = Px\,(3\,l - x)/6\,EJ$ sau $y = fx^2/l^2$, rezultă $K = 2{,}5\,EJ/l^2$ în loc de $K = 2{,}47\,EJ/l^2$. Metoda e deci puţin sensibilă faţă de mici abateri dela linia elastică reală. Trebue ţinut seamă însă de următoarele: Când se calculează U, se obţine aceeaşi valoare atât din $U = \frac{1}{2}\int\frac{M^2}{EJ}dx$ cât şi din $U = \frac{EJ}{2}\int\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx$, dacă se foloseşte ecuaţia exactă a liniei elastice. Dacă se foloseşte însă, ca în cazul de faţă, o linie elastică admisă, prima ecuaţie dă o aproximaţie mai precisă pentru U şi K (Timoshenko)[1]).

7. **Tensiunea de flambaj şi gradul de sveltețā.** Incercările la flambaj ale lui Kármán[2]) cu bare de secţiune dreptunghiulară, centrate cu cea

[1]) Alte exemple în Timoshenko-Lessels, Festigkeitslehre, p. 160 ş. u., Berlin 1928, Springer. — Timoshenko, Theory of elastic stability, cap. 2 New York-London, 1936, Mc Graw Hill Book Comp. — In ultima lucrare sunt tratate şi următoarele probleme de flambaj: Flambajul lateral al părţii comprimate a barelor încovoiate; flambajul grinzilor în arc; flambajul (burduşirea) pereţilor plani subţiri în urma presiunii sau a tăierii plane; flambajul tuburilor cu pereţi subţiri sub suprapresiune exterioară, id. sub torsiune; flambajul axei unei bare de torsiune lungi ş. a. — Flambajul resoartelor elicoidale în Grammel, ZAM 4 (1924), p. 384; Biezeno şi Koch, ibid. 5, (1925), p. 279, Gross-Lehr-Speer, Die Federn; p. 94 ş. u., Berlin 1938, ed. VDI. Ibid indicarea coeficientului de siguranţă. — F. Schleicher, Stabilität vollwandiger Stahltragwerke, Bauing. 15 (1934), fasc. 51/52.

[2]) Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 81, Berlin 1910. — W. Rein, Versuch zur Ermittlung der Knickspannungen für verschiedene Baustähle. Ber. Aussch. Vers., Stahlbau (1930), fasc. 4.

Scanned with OKEN Scanner

mai mare îngrijire, cu sveltețea $\lambda = 175...30$, din oțel de fuziune $\sigma_{Bz} = 68$, $\sigma_{Cz} = 28$, $\sigma_{Cd} = 31{,}7$, $\sigma_{Pd} = 25$, $E_d = 21\,700$ kg/mm², capetele barei putându-se roti liber, sunt reprezentate în fig. 77. Sunt trecute în ea limitele de strivire și proporționalitate. Pentru alte forme ale secțiunii se obține sensibil aceeași curbă (σ_K, λ), ceea ce justifică conceptul de tensiune de flambaj.

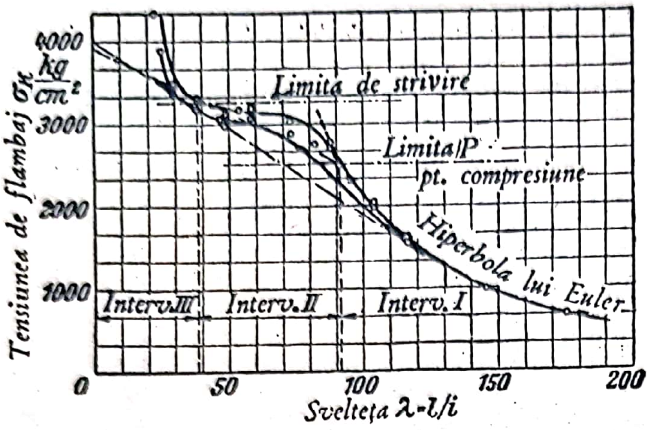


Fig. 77.

Se pot deosebi trei intervale:

1. $\sigma_K \leqq \sigma_{Pd}$, așa numitul interval elastic. La oțelul încercat, bare svelte, $\lambda > 91$. Experiența confirmă hiperbola lui Euler.

2. $\sigma_{Fd} > \sigma_K < \sigma_{Pd}$. Intervalul incomplet elastic. Bare de sveltețe mijlocie: $91 > \lambda > 40$. Tensiunea de flambaj nu mai atinge valoarea euleriană.

3. $\sigma_K > \sigma_{Cd}$. Bare scurte, scunde, $\lambda < 40$. Presiune superelastică.

După experiență, limita de valabilitate a hiperbolei lui Euler se găsește la $\lambda = 88$, după ecuația (7) la $\lambda = 93$. Din cauza micilor erori de centrare (0,5% din înălțimea secțiunii) se obține curba inferioară; „limita de proporționalitate pentru flambaj" valabilă la limita de valabilitate a hiperbolei lui Euler, e scăzută mult (cp. p. 643) până la $\sigma_K =$ cca 10 kg/mm², iar λ_{lim} e urcat până la 143. Pentru barele svelte, capacitatea de suport la încovoiere nu e influențată considerabil prin mici „pârghii incidentale"; pentru barele de sveltețe mijlocie, ea e influențată cu atât mai mult în intervalul incomplet elastic, cu cât sunt mai puțin svelte. Incastrarea rigidă a capetelor barei produce la barele foarte svelte o urcare importantă a sarcinii de flambaj, dar nu la barele mai scurte ale celui de al doilea interval; la ultimele se poate considera totdeauna cazul 2 de încărcare.

In intervalul incomplet elastic, Tetmajer înlocuește curba experimentală printr'o ecuație liniară $\sigma_K = a - b\lambda$ (dreapta lui Tetmajer), astfel încât — făcând abstracție de excepții neînsemnate — dă pentru σ_K valori mai joase, adică mai sigure decât experiența. Pentru încercările lui Kármán cu centrare foarte îngrijită, ecuația e $\sigma_K = 3700 - 12{,}2\,\lambda$ pentru $38 < \lambda < 91$ și pentru încercările cu pârghie incidentală foarte mică $\sigma_K = 4000 - 20\,\lambda$ pentru $38 < \lambda < 115$.

Tabela 21. Tensiunea de flambaj rezultată din încercări

Materialul	Intervalul II		Intervalul III		
	$\sigma_K = \sigma_{dC}$ kg/cm²	λ_{dC}	σ_K kg/cm²	Valabil dela λ_{dC}	Valabil la λ_{gr}
1. Fontă ¹)	$\sigma_{dB} = 7760$	0	$7760 - 120\,\lambda + 0{,}53\,\lambda^2$	0	80
2. Oțel de fuziune ol 37	2400	60	$2891 - 8{,}175\,\lambda$	60	100
3. Oțel de fuziune ol 48	3120	60	$4691 - 26{,}175\,\lambda$	60	100
4. Oțel de fuziune ol 52	3600	60	$5891 - 38{,}175\,\lambda$	60	100
5. Oțel cu 5% Ni . .	($\sigma_{dC} \sim 4200$)	(22)	$4700 - 23{,}05\,\lambda$	0	86

¹) După Tetmajer, Die Gesetze der Knickung etc., ed. a III-a, Leipzig și Wien 1903, Deuticke, 2...4. DIN 1050; v. și nota²) p. 715.

Ecuația lui Tetmajer nu e potrivită pentru dimensionarea la flambaj a secțiunii unei bare, ci numai pentru verificarea siguranței la flambaj a unei bare date. Pentru o bară sveltă supusă la compresiune (intervalul I) mărimea hotărîtoare e momentul de inerție minimum al secțiunii, pentru un corp comprimat foarte scurt aria secțiunii, pentru barele comprimate de sveltețe mijlocie, mai mult aria secțiunii decât momentul de inerție, dacă se folosește dreapta lui Tetmajer ca expresiune a com-

portării la flambaj. Constructorul trebue să fie atent la încărcarea centrică a barelor de sveltețā mijlocie.

Pentru explicarea flambajului incomplet elastic, K á r m á n consideră încovoierea superelastică (fig. 78 și 79) suprapusă tensiunii de flambaj superelastic și găsește, pe baza unei aproximațiuni simplificatoare privitoare la elasticitatea la întindere și compresiune a acestei încovoieri, că ecuația diferențială a axei încovoiate lateral a barei de sveltețā mijlocie are aceeași formă ca și a barei svelte, ecuația (1):

$$d^2 y / d x^2 = - P y / T J, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

unde T e un „modul de elasticitate pentru flambaj superelastic", care se determină, pentru o secțiune dată, cu ajutorul diagramei elasticității la compresiune. Pentru sarcina și tensiunea de flambaj se obține analog ca în cazul ecuației (1)

$$K = \pi^2 T J / l^2 \qquad \sigma_K = \pi^2 T / \lambda^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

K á r m á n a calculat astfel liniile pline din fig. 77, în acord cu valorile observate (cercurile mici). Calculul explică și marea influență a unei mici excentricități a presiunii asupra micșorării sarcinii de flambaj a barelor de sveltețā mijlocie. Ele se calculează simplu la flambaj și, după ce s'a mărit coeficientul de siguranță, după ecuațiile lui T e t m a j e r, pe cari se bazează și metoda ω.

Fig. 78 reprezintă repartiția tensiunii la limita de flambaj în cazul flambării superelastice; fig. 79 diagrama elasticității la compresiune a materialului. Față de întinderea și compresiunea de încovoiere suprapusă, materialul prezintă o cedare elastică diferită, care se ia cu aproximație din fig. 79. Axa neutră a încovoierii e deplasată față de centrul de greutate al secțiunii.

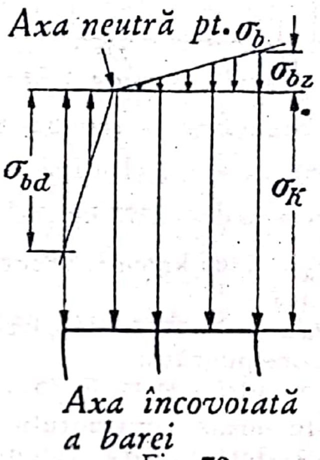


Fig. 78.

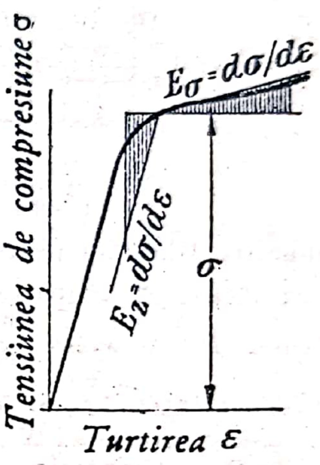


Fig. 79.

8. **Metoda** ω (DIN 1050, p. 5, § 11) servește la dimensionarea secțiunii unei proptele comprimate dacă se dau: lungimea, sarcina, materialul și coeficientul de siguranță. Calculatorul nu trebue să decidă dacă propteaua e de calculat la compresiune sau flambaj și dacă flambajul e elastic sau superelastic. Determinarea se efectuează mecanic cu ajutorul diagramei sau tabelei, alegând prin încercări forma și dimensiunile secțiunii. Metoda ω e p r e s c r i s ă o f i c i a l p e n t r u c o n s t r u c ț i i l e c i v i l e d e o ț e l. Mai jos se arată realizarea și întrebuințarea diagramei, așa încât se poate desena și pentru materiale și siguranțe altele decât cele prescrise pentru construcțiile de oțel înalte.

Cifra de flambaj ω e raportul dintre tensiunea admisibilă σ_a $(= \sigma_{za} = \sigma_{da} = \sigma_{ba})$ și dintre tensiunea de flambaj admisibilă, dependentă de λ: $\sigma_K / S_K = \sigma_{da}^{\lambda} = P/F$ (P sarcina în serviciu, S coeficientul de siguranță):

$$\omega = \sigma_a / \sigma_{da}^{\lambda} \left[= (\sigma_{Fd} / S_d) : (\sigma_K / S_K) \right]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Introducându-l pe $\sigma_{da}^{\lambda} = P/F$, se obține

$$\omega P = F \sigma_a, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

drept e c u a ț i e f u n d a m e n t a l ă a m e t o d e i ω. Ea e de forma ecuației pentru compresiune sau întindere simplă. Forța de compresiune dată P trebue înmulțită deci cu o cifră de flambaj ω (v. m. j.), iar în rest trebue calculat ca la compresiune sau întindere.

Scanned with OKEN Scanner

Construirea diagramei ω (fig. 80) (pentru oţelurile de construcţie obişnuite, se poate obţine construită gata). Pentru un material dat se trece în funcţiune de svelteţa λ: 1. tensiunea de flambaj σ_K resp. limita de strivire; 2. coeficientul de siguranţă S faţă de limita de strivire resp. flambaj; 3. $\sigma_{d\,a}^{\lambda} = \sigma_K/S$; 4. $\omega = \sigma_a/\sigma_{d\,a}^{\lambda}$.

D i a g r a m a ω p e n t r u ol 37 (fig. 80). 1. T e n s i u n e a d e f l a m b a j. Pentru $\lambda < 60$ $\sigma_K = \sigma_{Cd} = 2400$ kg/cm². Pentru $60 < \lambda < 100$ avem $\sigma_K = (2891 - 8{,}175\,\lambda)$ kg/cm². Pentru $\lambda > 100$ avem după hiperbola lui Euler $\sigma_K = (20\,726\,000/\lambda^2)$ kg/cm². Înainte de trasare trebue calculat punctul de intersecţiune al hiperbolei lui Euler cu dreapta lui Tetmajer şi al ultimei cu $\sigma_K = 2400$ kg/cm². Construirea dă o simplificare a fig. 77.

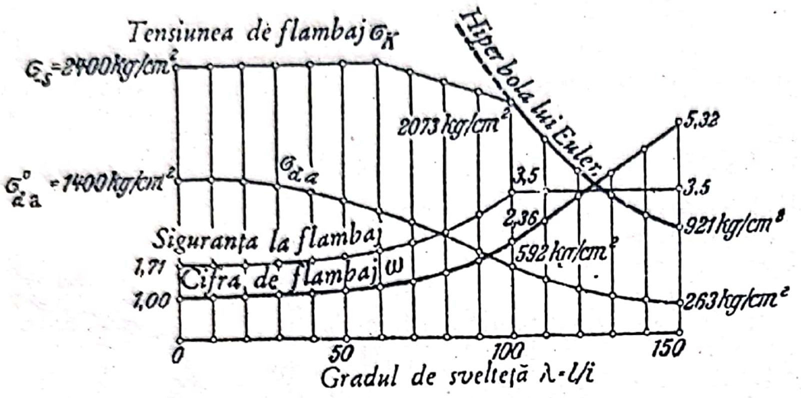


Fig. 80. Siguranţă la flambaj S.

2. C o e f i c i e n t u l d e s i g u r a n ţ ă. In intervalul elastic ($\lambda > 100$) se prescrie $S = 3{,}5$. După tabela 24, pentru ol 37 avem $\sigma_a = 1400$ kg/cm², ceea ce corespunde lui $S_d = \sigma_{Cd} : \sigma_a = 2400 : 1400 = 1{,}71$. Ultima valoare îi corespunde lui $\lambda = 0$. Intre $\lambda = 0$ şi $\lambda = 100$ există o anumită libertate pentru S; ea se elimină printr'o ipoteză privitoare la σ_{da}. Cp. 3.

3. Pentru $\lambda = 100$ avem $\sigma_K = 2073$ kg/cm² şi $\sigma_{d\,a}^{\lambda} = \sigma_K/S = 2073/2{,}5 = 591$ kg/cm². Pentru $\lambda = 0$ avem $\sigma_{d\,a}^{0} = 1400$ kg/cm². Pentru $0 \leqq \lambda \leqq 100$ admitem o trecere parabolică între $\sigma_{d\,a}^{0}$ şi $\sigma_{d\,a}^{100}$. Se desenează parabola sau $\sigma_{d\,a}^{\lambda} = 1400 - 0{,}0808\,\lambda^2$. Ulterior se poate determina S corespunzător.

4. Prin împărţire rezultă $\omega = \sigma_a/\sigma_{d\,a}$. Valorile numerice din fig. 80 sunt grupate în tabela 22. In urma conţinutului croşetei din ecuaţa (10), această metodă satisface condiţiunea ca într'o bară comprimată siguranţa S_d contra compresiunii (limita de strivire) să stea cu siguranţa la flambaj S_K într'un raport prescris, dependent de λ.

Tabela 22. Valorile cifrei de flambaj ω pentru oţel de fuziune şi de construcţie
λ coeficientul de svelteţă, σ_K tensiunea de flambaj, ω cifra de flambaj

λ	σ_K	ω	Oţel de fuziune ol 37	λ	σ_K	ω	Oţel de fuziune ol 52
0	2400	1,00	$\sigma_S = 2400$	0	3600	1	$\sigma_S = 3600$ kg/cm²
10	2400	1,01	$E = 2\,100\,000$	10	3600	1,02	$E = 2\,100\,000$ kg/cm²
20	2400	1,02	Pt. $\lambda = 0 \cdots 60$ avem	20	3600	1,04	Pt. $\lambda = 0 \cdots 60$ avem
30	2400	1,05	$\sigma_K = 2400$	30	3600	1,08	$\sigma_K = 3600$
40	2400	1,10		40	3600	1,15	
50	2400	1,17	Pt. $\lambda = 60 \cdots 100$:	50	3600	1,23	Pt. $\lambda = 60 \cdots 100$ avem
60	2400	1,26	$\sigma_K = 2890{,}5 - 8{,}175\,\lambda$	60	3600	1,36	$\sigma_K = 5891 - 38{,}175\,\lambda$
70	2318	1,39		70	3200	1,54	
80	2237	1,59	Pt. $\lambda = 100 \cdots 150$:	80	2820	1,82	Pt. $\lambda = 100 \cdots 150$ avem
90	2155	1,88	$\sigma_K = \dfrac{20\,726\,000}{\lambda^2}$	90	2430	2,28	$\sigma_K = \dfrac{20\,726\,000}{\lambda^2}$
100	2073	2,36		100	2073	3,54	
110	1713	2,86		110	1713	4,3	
120	1439	3,41		120	1539	5,1	
130	1226	4,00		130	1226	6	
140	1057	4,64		140	1057	7	
150	921	5,32		150	921	8	

In general nu se vor întrebuinţa bare cu $\lambda > 150$.

D e t e r m i n a r e a d i m e n s i u n i l o r c e r u t e a l e s e c ţ i u n i i p r i n î n c e r c ă r i d u p ă m e t o d a ω.

Dacă se cere de ex. secţiunea unei proptele comprimate de ol 37 şi se dau P, l şi σ_a, se poate trece grafic, ca în fig. 80, ω în funcţiune de λ, iar pe urmă

ωP şi $F = \omega P/\sigma_a$. Se alege pe urmă forma profilului, se determină pentru un număr de mărimi de profil aria F_1 şi se marchează pe curba F desenată mai înainte, se caută pe urmă J, se calculează λ_1 şi se trece pe ordonatele corespunzătoare ale lui F_1. In locul în care $\lambda_1 = \lambda$, profilul corespunde metodei ω.

Datele de mai jos uşurează determinarea secţiunii barelor supuse la flambaj:

Pentru $\lambda < 100$ avem $\sigma_{d\,a} = P/F_{nec} = (1400-0{,}0808\,\lambda^2)$ kg/cm² (pt. ol 37). De mai sus: $F_{nec} = P/(1400$ kg/cm²$) + 0{,}577\,(F^2_{nec}/J)\,l^2$. Caracteristica de profil $k = F^2_{nec}/J = F_{nec}/i^2$ variază numai puţin pentru un profil dat.

Tabela 23. Valori de aproximaţie pentru k

Caracteristice de profil k pentru bare supuse la compresiune (valori de aproximaţie)					
cu aripi egale	6,0		7,0	Dreptunghiu ($h > b$)	$12\,\frac{h}{b}$
Lungimile aripilor b şi h $b:h = 2:3$	7,0	1 cm distanţă liberă	4,0	Cerc	4π
$b:h = 1:2$	11,0	1 cm distanţă liberă	6,0	Coroană circulară	
h, b; $b = 2h$	7,5	Distanţa astfel încât $J_x = J_y$	1,2	Grosimea δ, raza medie ϱ dacă $\delta:\varrho = 0{,}05$	0,63
h, b; $b = h$	5,0	4 fiare cuadrant fără garnituri	1,8	0,10 0,15 0,20	1,25 1,87 2,50
	10,0	Pătrat	12,0		

Tabela 24. Formule pentru determinarea secţiunii (încărcarea numai prin forţe principale) (P în t, l în m, F_{nec} în cm² şi J_{nec} în cm⁴)

	Formule pentru barele supuse la compresiune		
1	2	3	4
Gradul de svelteţă λ	Oţel de fuziune ol 37 $\sigma_{Cd} = 2400$ kg/cm²; $E = 2\,100\,000$ kg/cm²	Oţel de constr. super. ol 48 $\sigma_{Cd} = 3120$ kg/cm; $E = 2\,100\,000$ kg/cm²	ol 52 $\sigma_{Cd} = 3600$ kg/cm²; $E = 2\,100\,000$ kg/cm²
	$\sigma_a = 1400$ kg/cm²	$\sigma_a = 1820$ kg/cm²	$\sigma_a = 2100$ kg/cm²
$\lambda \geq 0$ $\lambda \leq 100$	$F_{nec} = \frac{P}{1{,}4} + 0{,}577\,k\,l^2$	$F_{nec} = \frac{P}{1{,}82} + 0{,}675\,k\,l^2$	$F_{nec} = \frac{P}{2{,}1} + 0{,}718\,k\,l^2$
$\lambda \geq 00$	$J_{nec} = 1{,}69\,P\,l^2$	$J_{nec} = 1{,}69\,P\,l^2$	$J_{nec} = 1{,}69\,P\,l^2$

Fonta [2]). După deciziunea ministerială prusiană din 25 Februarie 1925 trebue ca, după formula lui Euler, coloanele de fontă să prezinte la flambaj coeficientul de siguranţă şase: $J_{nec} = 6\,Pl^2$. (J în cm⁴, P în t, l în m).

[1]) De încercări ne dispensează nomograma de flambaj a lui Unold, ed. NBW, Geislingen a. d. Steige, din care se pot citi direct profilele necesare din tipul de profil ales, la forţă şi lungime de flambaj dată.

[2]) J. Bach, Stand des Knickproblems stabförmiger Körper, ZVDI 77 (1933), p. 642, fig. 9.

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

După prescripțiile Căilor Ferate Germane (Reichsbahn) din 25 Februarie 1925, formula lui Euler e valabilă, la poduri, pentru fontă numai pentru $\lambda \geqq 80$; cu $E = 1\,000\,000$ kg/cm² și $S = 6$ se obține

$$\sigma_{d\,a} = 1\,645\,000/\lambda^2 \ [\text{kg/cm}^2].$$

Pentru $\lambda = 80$ avem $\sigma^{80}_{d\,a} = 257$ kg/cm², pentru $\lambda = 0$ $\sigma^0_{d\,a} = 900$ kg/cm². Intre $\lambda = 0$ și $\lambda = 80$ s'a admis un mers parabolic:

$$\sigma_{a\,a} = 900 - 0{,}1005\ \lambda^2 \ [\text{kg/cm}^2].$$

Astfel se obține pentru cifra de flambaj $\omega = (900\ \text{kg/cm}^2) : \sigma^0_{d\,a}$:

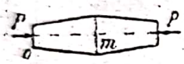
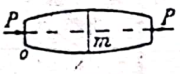
Tabela 25. Cifra de flambaj ω pentru fontă

pt. $\lambda =$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\omega =$	1,00	1,01	1,05	1,11	1,22	1,39	1,67	2 21	3 50	4.43	5.45
$\sigma_{d\,a} =$	900	890	860	810	739	649	538	408	257	203	165

La coloanele cu secțiune variabilă trebue calculat cu $J_i = \mu\ J_m$ și F_m cu μ după tabela 26

Tabela 26.

Coeficientul de micșorare μ al momentului de inerție pentru coloanele de secțiune variabilă continuu

Forma coloanei (fig. 82)	$J_i = \mu\ J_m$	Forma coloanei (fig. 81)	$J_i = \mu\ J_m$
	$\mu = 0{,}34 + 0{,}66\sqrt{\dfrac{J_0}{J_m}}$		$\mu = 0{,}61 + 0{,}39\sqrt{\dfrac{J_0}{J_m}}$

J_m și F_m se referă la mijlocul coloanei, J_0 la capătul ei. Cp. DIN 1050, p. 8.

Lemnul. Metoda ω după prescripțiile provizorii ale C. F. Germane (BH) în vol. III, anexă.

Bare compuse[2]).

III. Bare curbe

Notațiunile ca în pp. 637 și 649; în rest (v. și fig. 83):

P forța normală [kg] în centrul de greutate S al secțiunii, întinderea pozitivă, compresiunea negativă,

M_b momentul încovoietor [kgcm], pozitiv (negativ) dacă mărește (slăbește) curbura,

J_0 momentul de inerție [cm⁴],

r raza de curbură inițială a curbei centrelor de greutate S ale secțiunilor QQ [cm],

ρ idem după aplicarea sarcinii,

y distanța dintre S și un punct al secțiunii de pe QSO, negativă sau pozitivă, după cum punctul se găsește sau nu de aceeași parte a lui S ca centrul de curbură,

$+e_a$, $-e_i$ maximele lui $+y$ și $-y$.

σ tensiunea normală la distanța y din cauza lui P și M_b,

σ_a, σ_i tensiunile la margine,

$\sigma = \sigma_N + \sigma_{b\,\text{înc}}$ = partea din P/F a forței nomale + partea momentului încovoietor.

---

[1]) Bleich, Theorie und Berechnung der eisernen Brücken, Berlin 1924, Springer.

[2]) R. Mayer, Knickfestigkeit, Berlin 1925, Springer, p. 376, Verfahren von Engeßer, Müller-Breslau, Krohn. — Elwitz, ZVDI 63 (1919), p. 168. — v. Mises, ZAM 5 (1925), p. 218, și 6 (1926), p. 181. DIN 1050 Nachtrag. — M. Roš, Knickung exzentrischer Stäbe; I. Kongreß d. intern. Vereinigung f. Brücken- u. Hochbau 1932 in Zürich, Vorbericht, p. 57.

1. **Bare de curbură mică.** Axa barei e o curbă cu raza de curbură r mare față de dimensiunea e_i a secțiunii (v. m. j.). Ecuațiile barei drepte sunt valabile cu aproximație, dar trebue observat că bara își schimbă în continuu direcțiunea [1]).

2. **Bare de curbură mare.** Raza de curbură r e puțin mai mare decât e_i (v. m. j.). Repartiția liniară a tensiunilor pe secțiunea barei drepte e înlocuită de una hiperbolică: Calculul pe baza ipotezei că secțiunile rămân plane; creșterea tensiunii în interior în dreptul curburii; axa neutră a încovoierii apropiată de partea interioară a curburii; tensiunile normale neglijate.

A. Bara curbă. Sarcinile în planul curbei[2]). Incovoierea.

Linia centrelor de greutate ale secțiunilor e presupusă plană; în planul curbei se găsește o axă principală și de simetrie a secțiunilor, ca și dreptele suport ale forțelor exterioare și planele momentelor încovoietoare. Pentru o secțiune QQ (fig. 83), forțele exterioare dau o forță normală P și un moment încovoietor M_b.

La distanța y de S avem:

$$\sigma_{b\,\text{înc}} = \sigma - \sigma_N = M_b/Fr + M_b y/\varkappa F r(r+y) = M_b/Fr + M_b r y/J_0(r+y), \quad (1)$$

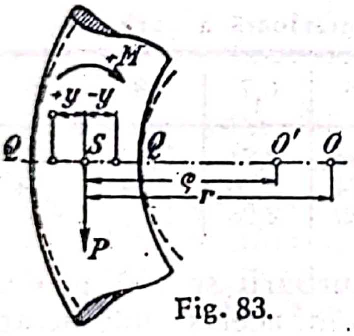


Fig. 83.

unde

$$\varkappa = -\frac{1}{F}\int \frac{y\,dF}{r+y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$r\int \frac{y^2\,dF}{r+y} = \varkappa F r^2 = J_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

integralele fiind extinse asupra întregii secțiuni.

Mai sus $\varkappa$ e o cifră fără dimensiune care depinde numai de secțiune și de curbură. J_0 trece în locul momentului de inerție J din cazul barei drepte. Dacă r e mare față de y, avem $J_0 = J$.

Repartiția tensiunilor de încovoiere după o lege hiperbolică. Tensiunea maximă apare totdeauna în partea interioară a curburii.

Tensiunea σ e zero dacă $y = -[1 + (Pr/M_b)]\varkappa r/(1+\varkappa)$, adică la barele curbe linia neutră trece prin centrul de greutate S al secțiunii numai dacă $1 + Pr/M_b = 0$ sau $M_b = -Pr$, adică dacă secțiunea e solicitată de o forță concentrata care trece prin centrul de curbură O si e perpendiculară pe secțiune.

Tensiunile la margine σ_a și σ_i în $y = +e_a$ și $-e_i$ sunt

$$\sigma_a = \sigma_N + M_b/Fr + M_b e_a/[\varkappa F r(r+e_a)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

$$\sigma_i = \sigma_N + M_b/Fr - M_b e_i/[\varkappa F r(r-e_i)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Raza de curbură ρ. Variațiunea curburii e proporțională cu momentul încovoietor: $1/\rho - 1/r = M_b/EJ_0$. Dacă r e mare față de y, avem $J_0 = J$ și $1/r = 0$, așa încât $1/\rho = (-)\ M_b/EJ$ (p. 655). La r mare, tensiunea și variațiunea curburii se calculează în aproximație ca pentru barele drepte.

Valoarea $\varkappa = J_0/Fr^2$ pentru diferite secțiuni [3]).

---

[1]) U n o l d, Kreisträger, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 255. — A. F ö p p l, Vorles. Techn. Mech., vol. III, ed. a 10-a, prelucrată de O. F ö p p l, Berlin și Leipzig, 1927, Teubner, p. 213.

[2]) I. a. C. B a c h, Elastizität und Festigkeit, ed. a 7-a, Berlin 1917, Springer, p. 500.

[3]) Determinarea grafică a lui J_0 pentru secțiuni oarecari cu axă de simetrie la F. R ö t s c h e r, ZVDI 80 (1936), p. 1354. — T o l l e, Regelung der Kraftmaschinen, Berlin 1921, Springer. — B a n t l i n, ZVDI 45, (1901), p. 164.

Scanned with OKEN Scanner

Dreptunghiu. $b = 2e$ măsurat în direcțiunea lui y; cu $e/r = b/2r = \varphi$ avem

$$\varkappa = -1 + (1/2\varphi)\ln[(1+\varphi)/(1-\varphi)] = \varphi^2/3 + \varphi^4/5 + \varphi^6/7 + \ldots$$

Cerc, elipsă. Raza cercului e. Semiaxa elipsei în planul barei $= e$; cu $e/r = \varphi$ avem

$$\varkappa = \varphi^2/4 + \varphi^4/8 + 5\varphi^6/64 + \ldots$$

Triunghiu isoscel. Inălțimea b. $e_i = b/3$ $e_i/r = b/3r = \varphi$:

$$\varkappa = -1 + (2/3\varphi)[(0{,}67 + 0{,}33/\varphi)\ln[(1+2\varphi)/(1-\varphi)] - 1)]$$

Dacă $\sigma_{b\,\hat{i}nc\,i}$ e tensiunea maximă de încovoiere în partea interioară a curburii și $\sigma_{b\,dr\,i} = \sigma_{ni}$ tensiunea în același loc întru cât secțiunea îi aparținea unei bare drepte ($\sigma_{ni} = M_b/W_i = M_b e_i/J$ = tensiunea nominală după Thum), ecuația (1) se poate scrie sub forma:

$$\sigma_{b\,\hat{i}nc\,i} = \alpha_{ki}\sigma_{b\,dr\,i} = \alpha_{ki}\sigma_{ni}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

unde α_{ki} e un coeficient de formă dependent de curbură și forma secțiunii, (analog cu coeficientul de efect de încrestare α_k din calculul de rezistență al încrestărilor, cap. IX, p. 770). Cu ecuația (1) și valorile lui $\varkappa$ pentru triunghiul isoscel, dreptunghiu, cerc și elipsă, valorile α_{ki} se calculează cum urmează pentru diferite valori $\varphi = e_i/r$:

Tabela 27. Coeficientul de formă α_{ki} pentru partea interioară a curburii

$\varphi = e_i/r$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Triunghiu isoscel . .	—	—	—	1,43	1,64	1,95	2,24	2,88	4,5
Dreptunghiu	1,07	1,14	1,25	1,37	1,53	1,74	2,26	2,59	3,94
Cerc, elipsă	1,05	1,17	1,29	1,43	1,61	1,89	2,28	3	5

Tensiunea de încovoiere în partea interioară a curburii se obține deci calculând tensiunea de încovoiere $\sigma_{b\,dr\,i} = M_b/W_i$ în același loc pentru bara dreaptă și înmulțind cu coeficientul de formă α_{ki}[1]).

Coeficientul de formă α_{ki} nu depinde în măsură foarte mare de forma secțiunii, cum arată tabela 27. E admisibil să se calculeze pentru toate formele de secțiune cu o valoare medie α_{ki}, de luat din tabela 27. Calculul tensiunii la margine σ_i din ecuația (5) și a repartiției tensiunii din ecuația (1), e confirmat foarte mulțumitor până la $\varphi \leqq 0{,}6$ de încercările lui Böttcher asupra unei bare curbe și de secțiune dreptunghiulară.

In dreptul unei muchii pronunțate $\varphi = e_i/r = 1$, ecuația (1) dă $\sigma_i = \infty$. Incercările de încărcare făcute de C. Bach cu bare plate de fontă și muchii pronunțate și rotunjite[3]) au mai dat însă și pentru muchiile pronunțate o capacitate de suportare considerabilă; în cursul creșterii lui σ apare în măsura sensibilității la încrestare o egalizare a tensiunilor, mai mult la sarcină de întindere decât la sarcină alternativă. La barele cu ureche, tensiunea maximă depinde foarte mult de contactul plin sau slab al bulonului, la lanțuri de contactul din locul de transmisiune al forței. Pentru încercările asupra barelor cu urechi v. E. Lehr.[4]). Practic, zalele lanțurilor se calculează la întindere, după $\sigma_a = 2P/2F$; σ_a se alege mic, după experiență, în funcțiune de formă, fabricație, material și condițiuni de serviciu; Pentru ol 34.12 avem $\sigma_a = 6$; ameliorat $\sigma_a = 7{,}5$ [kg/mm²].

---

1) Pfleiderer a dat în ZVDI 51 (1907), p. 1507, formule de aproximație pentru calculul tensiunilor la margine σ_a și σ_i.

2) Böttcher, Mitt. Forschungsarb. VDI 1931, fasc. 337.

3) C. Bach, Elastizität und Festigkeit, ed. a 7-a, Berlin 1917, Springer, p. 565.

4) E. Lehr, Messung der unter Wirkung äußerer Kräfte in Konstruktionsteilen entstehenden Spannungen. Spannungsmessungen an Werkstücken, Leipzig 1938, Akad. Verlagsges.

Deformarea [1]). Calculul se întrebuinţează în cazuri static nedeterminate ş. a. [2]). Tuburile curbe şi cu pereţi subţiri v. [3]). Incărcarea perpendiculară pe axa curbată a barei, de ex. la aşa numitele grinzi de balcon [4]).

B. Torsiunea

Forma curbă a axei barei provoacă în partea interioară a curburii o urcare de tensiune faţă de bara dreaptă răsucită [5])

Secţiune circulară. Raza $a = d/2$; raza de curbură a axei barei $R = D/2$; $a/R = d/D = \varphi$; cu $\tau_{dr} = 16\ M_t/\pi\, d^3 = 2\ M_t/\pi\, a^3$ avem [6]):

$$\max \tau = \tau_{dr}\ (1 + 1{,}25\ \varphi + 0{,}875\ \varphi^2 + \varphi^3) \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (7)$$

Secţiune pătrată. Latura a. Cu $\tau_{dr} = 4{,}8\ M_t/a^3$ avem

$$\max \tau = \tau_{dr}\ (1 + 1{,}2\ \varphi + 0{,}56\ \varphi^2 + 0{,}5\ \varphi^3). \quad . \quad . \quad . \qquad (8)$$

Ecuaţiile privesc resoartele elicoidale cilindrice, d fiind diametrul sârmei, D diametrul mediu al cilindrului format de resort, iar $M_t = PR$.

IV. Resoarte [7])

Prelucrare de dr. ing. H. Stark, Berlin

Tensiuni admisibile

Tensiunile admisibile depind de material, de dimensiuni (resoartele subţiri pot fi solicitate în general mai mult decât cele groase) şi de felul solicitării (dacă e statică sau dinamică). Se va verifica totdeauna dacă la deformaţia maximă nu a fost atinsă limita de curgere.

Tabela 28. Valori de orientare pentru calcule estimative

1. Resoarte cu foi.

Resoarte din faţă pentru vehicule de cale .	$\sigma'_a = 40...50$ kg/mm²
Resoarte din spate	$\sigma'_a = 55...65$ kg/mm²
Resoarte cu foi pentru vehicule pe şine . .	σ_a până la 70 kg/mm²
Valori pentru vehiculul imobil şi complet ocupat.	

2. Bare de torsiune. Fiindcă suprafaţa lor e foarte curată, barele de torsiune se pot solicita foarte mult . . . . $\tau'_a = 70$ kg/mm² şi mai mult

3. Resoarte elicoidale. Pentru calculele estimative nu se va ţine seamă de o curbură mai slabă a axei sârmei, ci se va calcula cu ecuaţiile simple pentru barele de torsiune, cu . . . . $M_d = PD/2$ (fig. 16, p. 725).

Resoarte elicoidale pentru oscilaţii mai mari, de ex. în vehicule (în poziţie mijlocie)	$\tau'_a = 40...50$ kg/mm²
la oscilaţii mici şi lente	$\tau'_a = 45...60$ kg/mm²
la şocuri rare	τ'_a până la 70 kg/mm².

---

1) Cp. de ex. nota 3), p. 519 ş. u.

2) p. 718, nota 3) l. c. pp. 527 şi 543. — Timoshenko-Lessels, Festigkeitslehre, Berlin 1928, Springer, pp. 207, 215, 219, 221 şi 225. — Enßlin, Sammlg. Göschen, vol. 519 (1921), p. 140. — Pentru secţiuni variabile v. nota 3), l. c., p. 523.

3) Kármán, ZVDI 55 (1911), p. 1889. — H. Lorenz, Dingler 1912, p. 577. — Bantlin, Federnde Ausgleichsrohre, ZVDI 54 (1910), p. 45.

4) Müller-Breslau, Neuere Methoden der Festigkeit, Leipzig 1904, ed. a 3-a. — M. Koenen, D. Bauztg. 19 (1885), p. 607. — Unold, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 235.

5) Göhner, ZVDI 76 (1932), p. 269; tot acolo bibliografie, probleme de preciziune.

6) Göhner, Ing. Archiv 1 (1930), p. 619; 2 (1931), p. 1; 9 (1938), p. 355.

7) Bibliografie: Castigliano, Theorie der Biegungs- und Torsionsfedern, Wien 1888, Gerold. — Groß-Lehr-Speer, Die Federn, Berlin 1938, editura VDI. — Kreißig, Die Berechnung des Eisenbahnwagens, Köln 1937, Stauf.

Scanned with OKEN Scanner

Notăm cu (cp. și p. 637):

f drumul resortului, compresiunea, săgeata [cm],
φ unghiul resortului în radiani,
P forța resortului [kg],
M momentul resortului [kgcm],
D_1, d diametre [cm],
p înălțimea săgeții [cm, mm],
i numărul de spire,
n numărul de foi,
δ coeficientul de formă,
η_G gradul de utilizare a materialului,
$\max \sigma' = \max \sigma_b$ tensiunea normală maximă la încovoiere [kg/cm²],
$\sigma'_a = \sigma_{b\,a}$, $\tau'_a = \tau_{t\,a}$ v. tabela 28, p. 719,
$\max \tau' = \max \tau_t$ tensiunea tangențială maximă la torsiune [kg/cm²],
V volumul resortului [cm³],
E modulul de elasticitate = 2100000 kg/cm²
G modulul de tăiere = 800000 kg/cm²,
$c = 1/C$ rigiditatea resortului [kg/cm].

A. Concepte fundamentale

Caracteristica unui resort fără frecare sau **diagrama forță-drum** e fie rectilinie (resort Hooke, cazul cel mai frecvent), fie curbilinie (fig. 1).

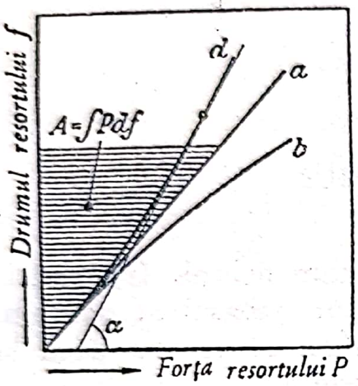


Fig. 1.

Cazul a) Drumul f al resortului crește proporțional cu forța P a resortului, de ex. resortul elicoidal, resortul cu foi și fără frecare sub sarcină verticală, la săgeți mici.

Cazul b) Resortul devine mai rigid pe măsură ce crește deformația (arcuire progresivă), de ex. resoartele de tampon.

Cazul d) Resortul devine mai moale pe măsură ce crește deformația, ceea ce poate surveni de ex. la resoartele în disc.

Inclinarea tangentei la curba forță-drum dă o măsură a **elasticității resortului**:

$$\operatorname{tg}\alpha = C = \frac{df}{dP} \text{ în cm/kg, mm/100 kg, mm/t,}$$

Când caracteristica e dreaptă (cazul a din fig. 1), $C = f/P = \text{const.}$

$1/C = c = \dfrac{dP}{df}$ se numește adesea **rigiditatea resortului**. Mărimea c se numește „constanta resortului" (cp. p. 375) numai dacă c e în adevăr constant, ca în cazul a din fig. 1. Mărimea c se întrebuințează mult în tehnica oscilațiilor (rigiditatea resortului, p. 268).

Energia înmagazinată de resort e

$A = \int P\,df$, dacă lucrează asupra resortului o forță concentrată, de ex. în cazul resorturilor cu foi,

și $A = \int M\,d\varphi$ dacă lucrează asupra resortului un cuplu, ca de ex. în cazul resorturilor din bare de torsiune.

In cazul caracteristicei drepte energia înmagazinată e $A = Pf/2 = cf^2/2 = f^2/2C$ [kgcm] (suprafața hașurată din fig. 1).

Dacă energia elastică A se scrie sub forma

$A = \eta_G \dfrac{\max \sigma^2}{2E} V$ pentru resoartele cari lucrează la încovoiere și $A = \eta_G \dfrac{\max \tau^2}{2G} V$ pentru resoartele cari lucrează la torsiune (elicoidale)

se obține în η_G o măsură a utilizării materialului. η_G e raportul dintre energia elastică (energia de deformație) înmagazinată de fapt în resort și dintre energia pe care ar înmagazina-o un volum egal de resort, solicitat uniform în toate părțile lui.

Scanned with OKEN Scanner

B. Resoarte de încovoiere

a) Resortul de încovoiere drept, simplu (tensiunile tangenţiale neglijate).

Resort dreptunghiular (fig. 2).

$$f = \frac{P l^3}{3 EJ} = \frac{4 P l^3}{E b h^3} = \frac{2}{3} \frac{l^2}{h} \frac{\max \sigma'}{E}; \qquad C = \frac{f}{P} = \frac{l^3}{3 EJ}.$$

Până la $f/l \approx 0{,}2$ eroarea e sub 4 %.

$\eta_G = {}^1/_9$, adică volumul resortului bhl ar înmagazina de nouă ori mai multă energie elastică, dacă fiecare secţiune ar fi solicitată perpendicular pe axa dreaptă a resortului, uniform, cu $\max \sigma'$.

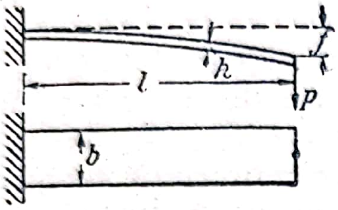


Fig. 2.

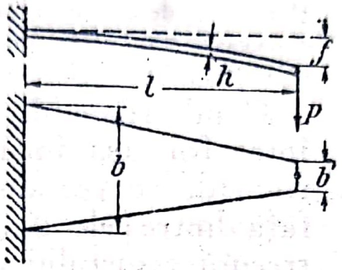


Fig. 3.

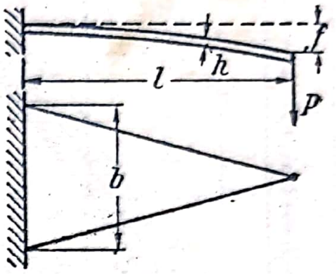


Fig. 4.

Resort trapezoidal (Fig. 3). Pentru săgeţi mici avem aproximativ

$$f = \frac{P l^3}{(2 + b'/b) EJ} = \frac{12 P l^3}{(2 + b'/b) E b h^3} = \frac{2 l^2 \max \sigma'}{(2 + b'/b) h E}; \qquad b' < b.$$

$C = f/P = l^3/[(2 + b'/b) EJ]$. eroarea $\equiv$ 4 %.

Pentru săgeţi mai mari: până la $f/l \approx 0{,}2$ eroarea suplementară sub 4 %

$b'/b = 1$. resort dreptunghiular

$b'/b = 0$. resort triunghiular

$$\eta_G \approx \frac{2}{3 (2 + b'/b)(1 + b'/b)}.$$

Resort triunghiular (Fig. 4).

$$f = \frac{P l^3}{2 EJ} = \frac{6 P l^3}{E b h^3} = \frac{l^2 \max \sigma'}{h E}; \qquad C = \frac{f}{P} = \frac{l^3}{2 EJ}, \qquad \eta_G = \frac{1}{3}.$$

Până la $f/l \approx 0{,}2$ eroarea e sub 4 %.

Bară de egală rezistenţă la încovoiere, de înălţime h constantă. Linia elastică la încovoiere aproximativ arc de cerc.

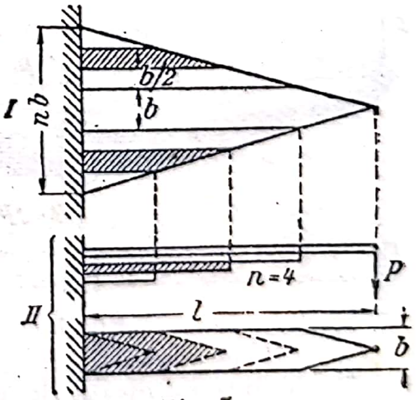


Fig. 5.

b) Resortul cu foi

Cu resoartele de încovoiere simple adesea nu se pot satisface condiţiunile cari se impun în diferite domenii de aplicaţie. Astfel construcţia vehiculelor cere de ex. de cele mai multe ori o mare arcuire specifică (elasticitate C în mm/100 kg) la lăţime mică şi mare forţă portantă la o cât mai bună utilizare a materialului. Resortul triunghiular simplu îndeplineşte aceste condiţiuni, afară de una: e prea lat. De aceea se taie în făşii longitudinale (fig. 5, I) cari se trec una sub alta şi dau resortul triunghiular cu foi (fig. 5, II). Resortul triunghiular cu foi e un corp de egală re-

Scanned with OKEN Scanner

zistenţă la încovoiere; are pretutindeni aceeaşi tensiune de încovoiere ca resortul triunghiular simplu cu lăţimea de încastrare nb, n fiind numărul de foi. Avem

$$f = \frac{6 P l^3}{E n b h^3} = \frac{l^2 \max \sigma'}{h E}, \qquad C = \frac{f}{P} = \frac{6 l^3}{E n b h^3}, \qquad \eta_G = {}^1/_3.$$

Resoartele cu foi din tehnică diferă considerabil de forma fundamentală teoretică a resortului triunghiular cu foi. Capătul foii celei mai lungi, al foii principale, nu e ascuţit, ci tăiat de obiceiu dreptunghiular; adesea e răsucit în ureche, care formează bucşa pentru bulonul resortului. A doua foaie, şi într'o anumită măsură adesea şi a treia, e trecută până sub capătul foii principale, spre a-i da urechii resortului un suport mai bun; astfel lungimile foilor nu le corespund lungimilor teoretice ale foilor resortului triunghiular. Capetele diferitelor foi nu sunt ascuţite, ci de cele mai multe ori trapezoidale, spre a avea o suprafaţă de contact suficientă pentru transmiterea forţei din capătul foii.

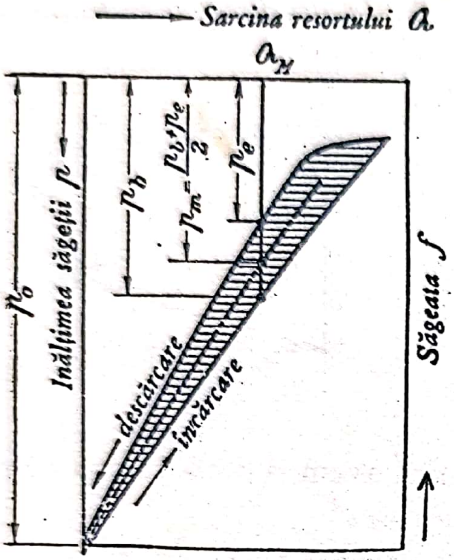


Fig. 6.

Când resortul lucrează, apar f r e c ă r i între foi, aşa încât linia lui de încărcare nu coincide cu cea de descărcare (fig. 6). Suprafaţa dintre cele două curbe reprezintă energia trecută resortului de fiecare joc al încărcării. Fiindcă poziţia liniei mijlocii e independentă de frecare, caracterizarea unui resort cu foi trebue făcută indicând o săgeată m i j l o c i e p_m la o sarcină măsurată Q_M dată: In general, frecarea creşte puţin odată cu creşterea săgeţii; ea nu depinde de vitesa de oscilaţie. Incercări la oscilaţie au arătat că amplitudinile scad mereu cu aceeaşi cantitate, că adică frecarea poate fi considerată constantă. Incă nu există ecuaţii utilizabile pentru calculul ei.

I n ă l ţ i m e a s ă g e ţ i i p a unui resort cu foi e distanţa minimă dintre dreapta de unire a mijlocurilor urechilor resortului şi dintre muchia exterioară a foii principale în dreptul mijlocului resortului. Dacă înălţimea săgeţii p variază din cauza încărcării resortului dela p_0 corespunzător resortului neîncărcat (din cauza frecării de adeziune dintre foi se poate determina adesea mai mult decât o singură valoare pentru p_0) până la p, s ă g e a t a sau drumul resortului e

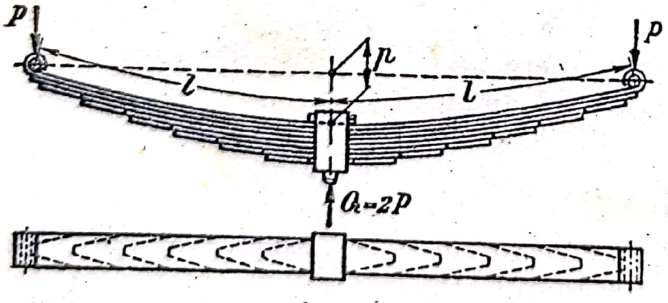


Fig. 7.

$$f = p_0 - p,$$

dacă resortul e recurbat astfel, încât înălţimea săgeţii să scadă când creşte sarcina — cum e cazul de cele mai multe ori.

Intrebuinţare. Resoartele cu foi de aceeaşi grosime, strânse de legătura resortului trasă la cald (fig. 7), se întrebuinţează de preferinţă la vehiculele pe şine şi la camioanele grele.

Pentru încărcare verticală avem în aproximaţie strânsă [1])

$$f = 12 P l^3 / [(2 + n'/n)\, E n b h^3] = 2 l^2 \max \sigma' / [(2 + n'/n)\, E h];$$

Mai sus n' e numărul de foi la capătul resortului şi n numărul total de foi. Pentru

[1]) W i t z i g, Schweiz. Bauztg. 72 (1918), p. 249.

Scanned with OKEN Scanner

cazul din fig. 7 $n' = 3$ şi $n = 8$. Dacă se așează foile una lângă alta ca în fig. 5, I, ele nu formează un triunghiu, ci aproximativ un trapez.

Observaţie. La resoartele slab recurbate trebue trecută drept lungime l distanţa dintre urechea resortului şi mijlocul legăturii (distanţa desfăşurată) şi nu numai până la muchia exterioară a legăturii, fiindcă la resoartele lungi nu se poate constata nicio creştere a rigidităţii din cauza legăturii, iar la resoartele scurte această creştere e cu totul neînsemnată.

Dacă foile resortului nu sunt cintrate în prealabil, adică dacă în repaos toate foile au aceeaşi curbură, t e n s i u n e a   m e d i e e

$$\text{med}\ \sigma = 6\,P\,l/n\,b\,h^2.$$

Şi aici se obişnueşte să se calculeze cu lungimea desfăşurată l. Din cauza abaterilor resortului real faţă de forma originară, adică faţă de resortul triunghiular, repartiţia tensiunii nu e uniformă; cea mai scurtă foaie e solicitată cel mai mult. Proprietăţile de rezistenţă ale oţelului de resoarte în p. 754; la alegerea tensiunii admisibile mijlocii (p. 719) trebue să se ţină seamă şi de condiţiunile de serviciu.

Exemplu de calcul: Resort cu foi slabe curbate, cu braţe egale, încărcat vertical, foile fiind de aceeaşi grosime.

Sarcina maximă în mijlocul resortului $2\,P = 3280$ kg, având ca valoare mijlocie max $\sigma' = 50$ kg/mm², lungimea totală $2\,l = 1320$ mm. Constanta specifică de elasticitate raportată la mijlocul resortului $C = 2{,}7 \ldots 3{,}0$ mm/100 kg.

Se cere: grosimea h a foii, lăţimea b a foii şi numărul de foi n.

Din $C = f/2\,P = 2\,l^2 \max \sigma'/[2\,P\,(2 + n'/n)\,E\,h]$ urmează $h = 2\,l^2 \max \sigma'/[2\,P\,(2 + n'/n)\,E\,C]$; $(2 + n'/n)$ se evaluează provizoriu la 2,3.

$$h = 2 \cdot 66^2 \cdot 5000/(3280 \quad 2{,}3 \cdot 2\,100\,000 \cdot 0{,}002\,85) \doteq 0{,}96 \text{ cm; alegem } h = 10 \text{ mm},$$

$$n\,b = 6\,P\,l/(\max\ \sigma'\,h^2) = 6 \cdot 1640 \cdot 66/(5000 \cdot 1) = 130 \text{ cm; alegem } b = 100 \text{ mm},$$

$$n = 13 \text{ foi, dintre cari } n' = 3;$$

astfel $(2 + n'/n)$ devine egal cu 2,23 şi o recalculare dă $C = 2{,}83$ mm/100 kg.

R e s o a r t e l e   c u   f o i   a v â n d   f o i   d e   g r o s i m i   i n e g a l e (de evitat pe cât se poate!) se mai întrebuinţează uneori în construcţia automobilelor. Pentru egalizarea solicitărilor, foile au în repaus curburi libere (fig. 8); „cintrarea prealabilă“ a foilor urmăreşte şi o descărcare de încovoiere a foii principale, fiindcă ea poate fi solicitată adesea şi la torsiune şi întindere. Repartiţia tensiunii se complică foarte mult prin cintrarea prealabilă şi grosimile inegale; calculul ei e greoiu [1]). De aceea ne mulţumim cu indicarea tensiunii mijlocii

Fig. 8.

$$\text{med}\ \sigma = 6\,P\,l/[b \sum h^2].$$

Săgeata e

$$f = 12\,P\,l^3/[\delta\,E\,b \sum h^3].$$

Coeficientul de formă δ e cuprins pentru cele mai multe resoarte între 2,3 şi 2,4. Pentru resortul triunghiular teoretic $\delta = 2$, pentru un resort dreptunghiular $\delta = 3$; la resortul cu foi de grosime egală expresiunea $(2 + n'/n)$ din numitor îi corespunde coeficientului de formă δ.

Oţelul neted de resoarte şi forma capetelor trapezoidale ale foilor în DIN Kr 4151.

La resoartele cu foi lungi, construite din oţel plat, cari nu sunt ţinute de o legătură, ci de două s c ă r i ţ e, deplasarea laterală a foilor e împiedecată prin brăţări (fig. 9). Scăriţele de resoarte, strânse foarte tare şi combinate cu plăci de resoarte, pot cauza o mărire sensibilă a rigidităţii resortului.

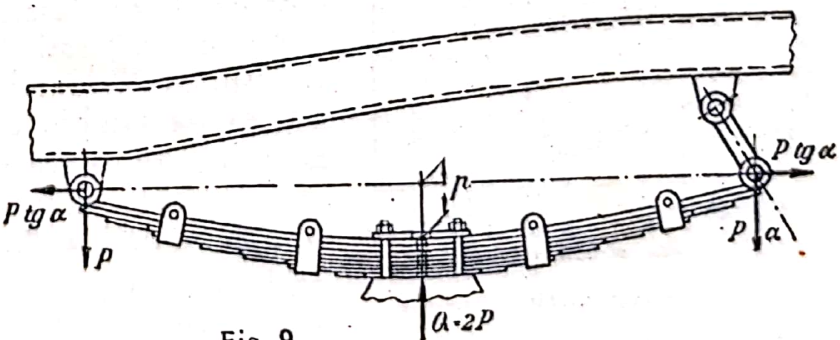


Fig. 9.

Resoartele cu foi se prind adesea de eclise inclinate (fig. 9), aşa încât forţe orizontale suplementare $H = P \operatorname{tg} \alpha$ influenţează caracteristica şi repartiţia tensiunii; calculul e efectuabil exact. El se găseşte în biblio-

[1]) S t a r k, Ermittlung der Biegespannungen in Federn, ATZ 79 (1931), p. 751.

grafia din nota dela p. 719. In aproximație grosieră avem

$$f = \frac{12\,P\,l^2\,(l + p\,\mathrm{tg}\,\alpha)}{(2 + n'/n)\,E\,n\,b\,h^3}$$ pentru resoarte cu foi de grosimi egale,

$$f = \frac{12\,P\,l^2\,(l + p\,\mathrm{tg}\,\alpha)}{\delta\,E\,b\,\sum h^3}$$ pentru resoarte cu foi de grosimi inegale.

Mai sus se poate trece în loc de p înălțimea săgeții p_0 a resortului cu foi neîncărcate, pentru α unghiul eclisei prescris pentru cazul că lucrează sarcina P. Caracteristica resortului cu foi încărcat inclinat nu e de loc rectilinie. Forma ei depinde de unghiul inițial α al eclisei și de poziția ecliselor, adică dacă sunt sus (ca în fig. 9) sau jos. Din cauza încărcării orizontale și suplementare, foaia principală trebue descărcată puțin prin cintrarea prealabilă, și tensiunea admisibilă trebue ținută scăzută; unghiul α al eclisei nu trebue ales prea mare.

L i m i t e l e d e v a l a b i l i t a t e a f o r m u l e l o r. Ecuațiile relatate sunt valabile în ipoteza că asupra resortului cu foi lucrează numai forțe concentrate cuprinse într'un plan, și nu cuple, cum poate fi cazul dacă prin incastrare, de ex. pe axa vehiculului, se adaugă o forțare când lucrează resortul.

c) Resoarte de încovoiere în spirală

Resoartele de încovoiere plane (de cele mai multe ori în spirale Arhimede cu distanțe egale între spire) trebue solicitate pe cât se poate prin cuple, pentru ca să lucreze în toate secțiunile același moment încovoietor. Aceasta presupune că nu e incastrat numai capătul interior pe fus (fig. 10), ci și capătul exterior al resortului (fig. 11). Dacă capătul exterior al resortului e articulat, așa încât să lucreze asupra lui o forță concentrată P (fig. 10), momentul maximum pentru acest caz defavorabil e $\approx P\,2\,r$; materialul nu e utilizat uniform.

Fig. 10.

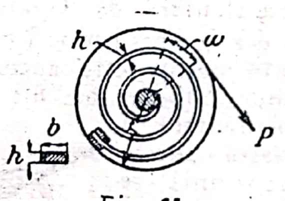


Fig. 11.

Dacă pentru cazul încastrării ambelor capete ale resortului (fig. 11) avem $M = P\,r$, urmează

$$\max \sigma = k \cdot 6\,M/b\,h^2$$ pentru secțiunea dreptunghiulară

$$\max \sigma = k \cdot 32\,M/\pi\,d^3$$ pentru secțiunea circulară

în dreptul celei mai mari curburi, în cazul din fig. 11 la capătul interior al resortului.

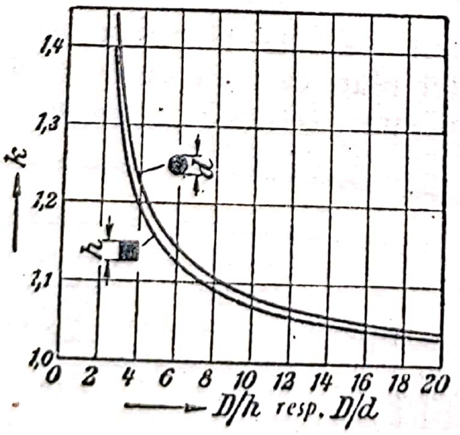


Fig. 12.

Factorul de corecție k ține seamă de influența curburii firului și depinde de raportul dintre diametrul de curbură D și dimensiunea radială maximă a secțiunii, h resp. d. Valoarea lui k în fig. 12. Variațiunea de unghiu e

$$\omega = M \cdot 12\,l/E\,b\,h^3$$ pentru secțiunea dreptunghiulară

$$\omega = M \cdot 64\,l/E\,\pi\,d^4$$ pentru secțiunea circulară,

unde l e lungimea desfășurată a resortului în spirală.

Resoarte de încovoiere cu spire răsucite în spațiu (fig. 13). La cele două capete ale resortului de încovoiere lucrează câte o forță P drept sarcină exterioară. Fiindcă spira dela capăt se aplică pe miez, mai

Scanned with OKEN Scanner

lucrează o forță P pe muchia ultimei spire, așa încât momentul încovoietor poate fi scris $M \approx P r$. Tensiunile se calculează ca pentru resortul plan în spirală. Variațiunea unghiului e

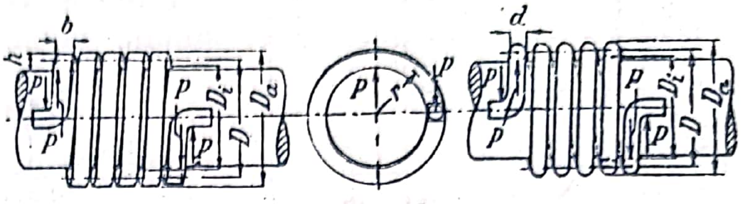


Fig. 13

$$\omega = \frac{12\,\pi\,D\,i}{E\,b\,h^3}\,M = \frac{2\,\pi\,D\,i}{E\,h\,k}\,\max\sigma' \quad \text{pt. secțiunea dreptunghiulară}$$

$$\omega = \frac{64\,D\,i}{E\,d^4}\,M = \frac{2\,\pi\,D\,i}{E\,d\,k}\,\max\sigma' \quad \text{pt. secțiunea circulară.}$$

Mai sus i e numărul de spire arcuitoare. k în fig. 12.

C. Resoarte de torsiune

a) Bare de torsiune drepte (bare de răsucire)

Ele sunt solicitate exclusiv de un cuplu $M = Pr$ cuprins într'un plan perpendicular pe axa barei.

Bare de torsiune cu secțiunea circulară (fig. 14).

$\max\tau' = 16\,M/\pi\,d^3$; $f = r\,\omega = M\,32\,r\,l/G\,\pi\,d^4 = \max\tau' \cdot 2\,r\,l/G\,d$, $\eta_G = 1/2$.

Exemplu de calcul: Bară de torsiune cu secțiunea circulară, $\max\tau' = 40$ kg/mm² sub $\max M = 5150$ kgcm.

Torsiunea specifică e $\omega/M = 0{,}000\,11$ [1/kgcm].

Se cere: diametrul d și lungimea l.

$d^3 = 16\,M/(\pi \max\tau')$
$= 16 \cdot 5150/(\pi \cdot 4000) = 6{,}6$ cm³, se alege $d = 19$ mm.

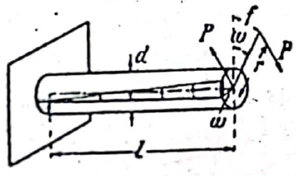


Fig. 14.

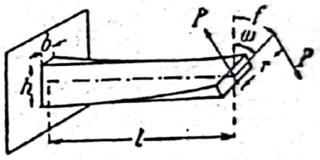


Fig. 15.

$l = \omega/M \cdot M\,G\,d/(2\max\tau') = 0{,}000\,11 \cdot 5150 \cdot 800\,000 \cdot 1{,}9/(2 \cdot 4000) = 108$ cm.

Bare de torsiune cu secțiunea dreptunghiulară (fig. 15). $h > b$.

$\max\tau' = M/\eta_2\,h\,b^2$, $f = r\,\omega = M \cdot r\,l/(G\,\eta_3\,h\,b^3) = \max\tau' \cdot \eta_2\,r\,l/(\eta_3\,G\,b)$.

Valorile lui η_2 și η_3 în tabela 14a, p. 689.

b) Resoarte elicoidale (resoarte de torsiune răsucite în spațiu) [1]

Intr'un resort elicoidal, o secțiune plană e solicitată perpendicular pe axa curbată a sârmei de

o forță normală $N = P \sin\alpha$	un moment încovoietor $M_b = P\,r \sin\alpha$
o forță transversală $T = P \cos\alpha$	un moment de torsiune $M_d = P\,r \cos\alpha$

Mai sus P e forța de încărcare, a cărei dreaptă-suport coincide destul de exact cu axa resortului, $r = D/2$ e raza spirelor și tg α inclinarea elicei. Fiindcă de cele mai multe ori inclinarea e foarte mică, se pot neglija tensiunile normale date de forța normală, ca și momentul încovoietor.

Numărul total de spire al resoartelor elicoidale să se termine pe cât se poate cu $1/2$, pentru ca spirele dela capete să stea față de față; la fiecare capăt al resortului să se prevadă $3/4$ de spiră nearcuitoare, spre a asigura o aplicare favorabilă.

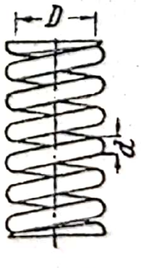


Fig. 16.

Resortul elicoidal cilindric cu secțiunea circulară (fig. 16). Cât spirele arcuitoare nu se ating, avem în aproximație foarte strânsă

$$f = P\,8\,i\,D^3/G\,d^4;$$

mai sus i e numărul de spire arcuitoare, d diametrul sârmei.

[1]) Flambajul resoartelor în p. 711, nota [1]). Oscilațiile libere (resoartele supapelor) ibid. Incărcarea prin forța centrifugă în Tolle, Regelung der Kraftmaschinen, Berlin 1921, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

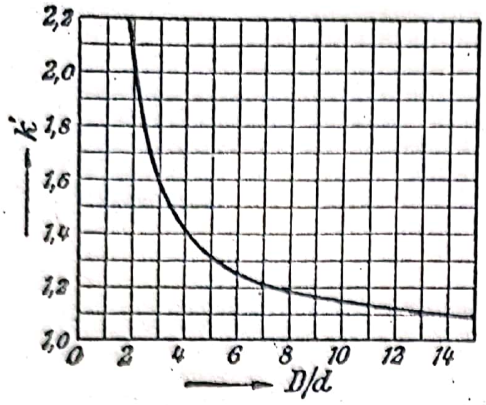


Fig. 17.

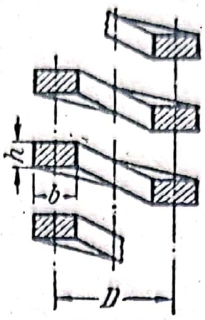


Fig. 18.

Fiindcă axa sârmei nu e dreaptă, tensiunile tangențiale dela margine sunt diferite. Tensiunea tangențială din cauza momentului de torsiune și a forței transversale e maximă în punctul secțiunii care e cel mai apropiat de axa resortului:

$$\max \tau = k' \cdot 8\, D\, P/\pi\, d^3.$$

k' depinde de raportul D/d și se ia din fig. 17.

Resortul elicoidal cilindric cu secțiunea dreptunghiulară (fig. 18). Când o bară dreptunghiulară curbată se încarcă cu un moment de torsiune și o forță transversală, repartiția tensiunilor nu depinde numai de raportul h/b al laturilor secțiunii, ci și de raportul de curbură D/b, unde b e totdeauna latura dreptunghiului perpendiculară pe axa resortului iar h totdeauna latura dreptunghiului paralelă cu axa resortului. Arcuirea f se calculează cu mare precizie din[1])

$$f = \varphi\, i\, D^3 P/(G\, b^2 h^2).$$

Coeficientul φ se ia din fig. 19. In această diagramă se găsesc în stânga valorile pentru resortul elicoidal în dreptunghiu cu latura mai mare în picioare, iar în dreapta valorile lui φ pentru dreptunghiul culcat; în mijloc e φ pentru pătrat.

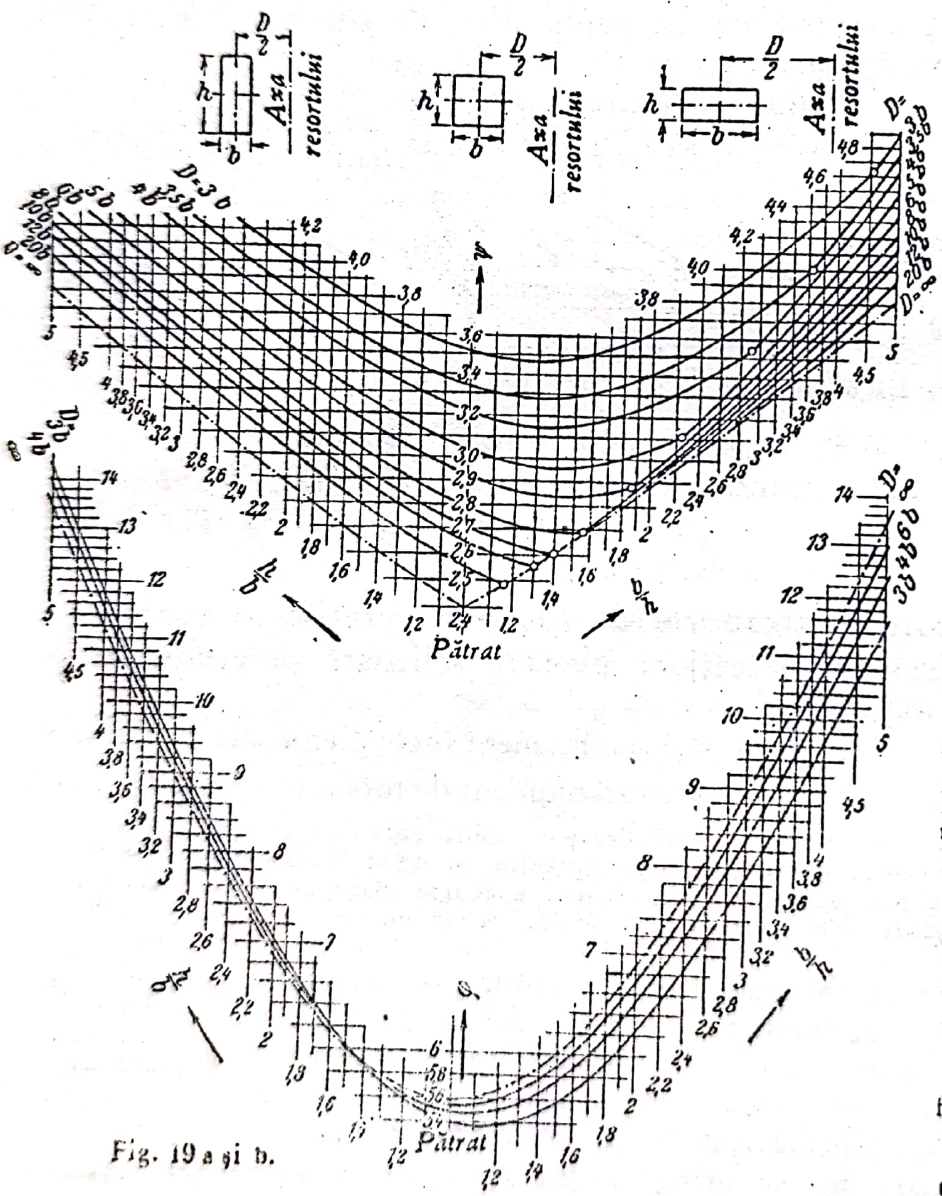


Fig. 19 a și b.

Tensiunea tangențială maximă e $\max \tau = \psi\, P\, D/(b\, h \sqrt{b h})$.

Coeficientul ψ în fig. 19.

Resortul tronconic cu secțiunea circulară (fig. 20). Resortul nu e solicitat uniform; tensiunea tangențială maximă se stabi-

[1]) Liesecke-Göhner, ZVDI 77 (1933), pp. 425 și 892.

Scanned with OKEN Scanner

leşte în secţiunea cea mai îndepărtată de axa resortului

$$\max \tau = k' \, 16 \max r P/\pi d^3.$$

k' din fig. 17, max r e raza maximă a spirelor, min r raza lor minimă. Avem în aproximaţie strânsă $f = \frac{16 (\max r + \min r)(\max r^2 + \min r^2) i}{G d^4} P$, cât nu se ating diferitele spire. i e numărul de spire arcuitoare.

Resortul de tampon (resortul înfăşurat, resortul în desfăşurată) (fig. 21) pentru forţe de resort mari la drum relativ mic al resortului; ocupă volum mic. Secţiunea e de obiceiu un triunghiu alungit cu latura lungă paralelă cu axa resortului. In cursul încărcării resortului de tampon, anumite părţi de spire se aplică pe plăcile resortului şi încetează de a se mai deforma, aşa încât volumul arcuitor scade în continuu. Rigiditatea resortului de tampon creşte odată cu sarcina. Frecarea dintre spire poate fi foarte mare. Calculul e complicat; nu se pot obţine date sigure din formule simple [1]). Fig. 22 reprezintă caracteristica unui resort de tampon.

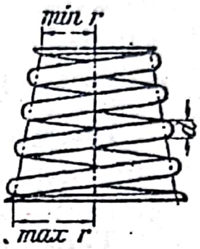


Fig. 20.

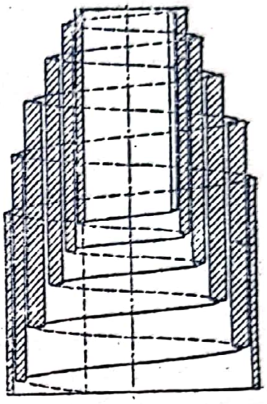


Fig. 21.

Resoartele în talere (resoartele Belleville) (fig. 23) pentru forţe foarte mari; au de cele mai multe ori forma unei coloane de mai multe talere bombate. Nu au frecare şi deci nici capacitate de amortisare. Calculul în ZVDI 81 (1937), p. 1930.

Resoartele în inel (fig. 24) pentru forţe foarte mari şi totodată mare consum de energie din cauza frecării.

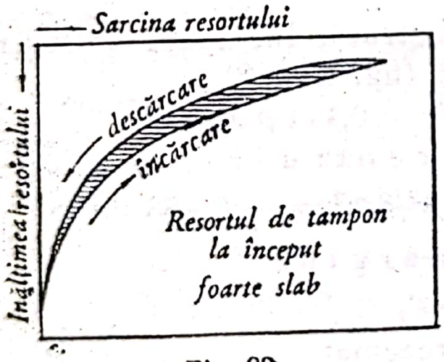


Fig. 22.

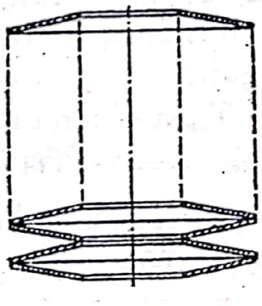


Fig. 23.

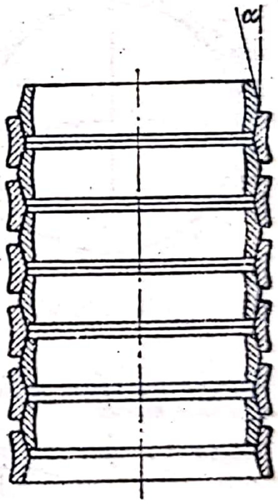


Fig. 24

Inelele exterioare sunt solicitate la întindere; cele interioare la compresiune. Repartiţia tensiunilor e foarte uniformă, aşa încât utilizarea materialului e foarte bună.

$$\sigma = \frac{P}{F \pi \operatorname{tg}(\alpha + \rho)}.$$

Mai sus F e secţiunea inelului interior sau exterior, α e adesea de cca 14° şi unghiul de frecare ρ de 6...9°.

Spre a influenţa asupra caracteristicei, vreo câteva din inelele interioare se execută adesea spintecate; în acest caz sunt solicitate la încovoiere.

[1]) Stark, ZVDI 79 (1935), p. 727.

V. Plăci şi vase

a) Plăci plane rezistente la încovoiere [1])

1. Generalităţi. Notăm cu:

h grosimea plăcii [cm],
f săgeata maximă [cm],
E modulul de elasticitate [kg/cm²],
μ coeficientul lui Poisson (pp. 339/40); la forma a doua, numerică, a formulelor s'a admis $\mu = 0{,}3$,
$N = E h^3/[12(1-\mu^2)] = E h^3/10{,}92$ [kgcm],
σ tensiunile din planul plăcii [kg/cm²],
σ_r tensiunea radială, σ_t tensiunea tangenţială } a plăcii circulare [kg/cm²], după fig. 2,
σ_x tensiunea în direcţiunea x, σ_y tensiunea în direcţiunea y } pentru placa eliptică sau dreptunghiulară sprijinită în puncte [kg/cm²], după fig. 6...8.

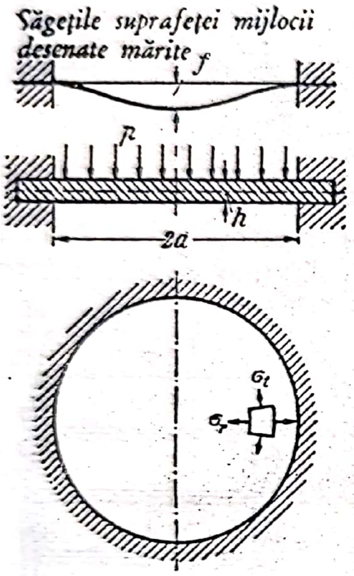


Fig. 1 şi 2.

Ipoteze: Grosimea h a plăcii mică faţă de dimensiunile suprafeţei ei. Săgeata maximă f mică faţă de grosimea h a plăcii.

Tensiunile: Sub **2.** ... **9.** se dau, pentru diferite cazuri de încărcare şi forme de plăci, tensiunile din dreptul locurilor periculoase, în planul de sus al plăcii; pentru planul de jos trebue schimbate semnele. Tensiunile σ_z perpendiculare pe planul plăcii sunt egale cu încărcarea exterioară de pe partea respectivă, pe partea încărcată $\sigma_z = -p$, iar pe cea neîncărcată $\sigma_z = 0$. Astfel sunt determinate pentru toate punctele indicate tensiunile principale de pe partea de sus şi de jos [2]).

2. Placă circulară incastrată, încărcată uniform cu presiunea hidraulică p (fig. 1 şi 2)

Săgeata $f = p\,a^4/64\,N = 0{,}171\,p\,a^4/E\,h^3$

Tensiunile în centru

$$\sigma_r = \sigma_t = -3\,(1+\mu)\,p\,a^2/8\,h^2 = -0{,}488\,p\,a^2/h^2.$$

Tensiunile la margine

$$\sigma_r = 0{,}75\,p\,a^2/h^2;\quad \sigma_t = \mu\,\sigma_r = 0{,}225\,p\,a^2/h^2.$$

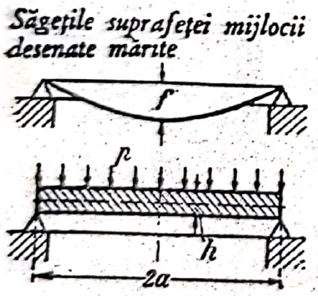


Fig. 3.

3. Placă circulară rezemată liber, încărcată uniform cu presiunea hidraulică p (fig. 6).

Săgeata $f = (5+\mu)\,p\,a^4/[64\,(1+\mu)\,N] = 0{,}696\,p\,a^4/E\,h^3$.

Tensiunile în centru

$$\sigma_r = \sigma_t = -3\,(3+\mu)\,p\,a^2/8\,h^2 = -1{,}24\,p\,a^2/h^2.$$

4. Placă circulară incastrată, încărcată în mijloc cu o forţă P, repartizată uniform pe suprafaţa circulară πb^2 (fig. 4); $b \geqq h/2$.

---

[1]) Beyer, Handbuch für Eisenbetonbau II, Berlin, Ernst & Sohn. — A. şi L. Föppl, Drang und Zwang, vol. I, ed. a 2-a, München şi Berlin 1924, Oldenbourg, pp. 125...232. — Lewe, Pilzdecken, ed. a 2-a, München şi Berlin 1926, Ernst & Sohn. — A Nádai, Elastische Platten, Berlin 1925, Springer.

[2]) Bazele de calcul pentru bride şi pistoanele în disc circulare în Ensslin, Dingler 318 (1903), p. 705 şi 319 (1904), fasc. 39 ş. u., şi ZVDI 76 (1911), p. 830. — ten Bosch, Maschinen-Elemente, Berlin 1929, Springer, V, p. 36.

Scanned with OKEN Scanner

Pe suprafața încărcată avem $p = P/\pi b^2$.

Săgeata

$$f = P[a^2 - 0{,}75\, b^2 - b^2 \ln (a/b)]/\pi\, 16\, N$$
$$= 0{,}217\, P\, [a^2 - 0{,}75\, b^2 - b^2 \ln (a/b)]/E h^3.$$

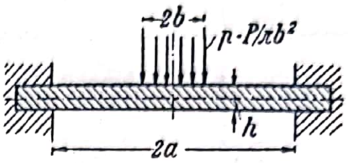


Fig. 4.

Tensiunile în centru

$$\sigma_r = \sigma_t = -3\,(1+\mu)\, P\, [(b/a)^2 + 4 \ln (a/b)]/\pi\, 8\, h^2$$
$$= -0{,}62\, P\, [\ln (a/b) + 0{,}25\, (b/a)^2]/h^2.$$

Tensiunile la margine

$$\sigma_r = 3\, P\, [1 - 0{,}5\, (b/a)^2]/2\pi h^2 = 0{,}477\, P\, [1 - 0{,}5\, (b/a)^2]/h^2,$$
$$\sigma_t = \mu\, \sigma_r = 0{,}3\, \sigma_r.$$

5. **Placă circulară rezemată liber, încărcată în centru cu o forță concentrată, repartizată uniform pe suprafața circulară πb^2 (fig. 5); $b \geqq h/2$.**

Pe suprafața încărcată avem $p = P/\pi b^2$

$$f = P\, [(12 + 4\, \mu)\, a^2 - (7 + 3\, \mu)\, b^2$$
$$- 4\, (1+\mu)\, b^2 \ln (a/b)]/[\pi\, 64\, (1+\mu)\, N]$$
$$= 0{,}217\, P\, [2{,}54\, a^2 - 1{,}52\, b^2 - b^2 \ln (a/b)]/E h^3.$$

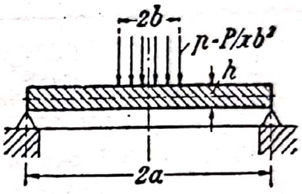


Fig. 5.

Tensiunile în centru

$$\sigma_r = \sigma_t = -3\, P\, [4 - (1-\mu)\, (b/a)^2$$
$$+ 4\, (1+\mu) \ln (a/b)]/\pi\, 8\, h^2.$$

6. **Placă eliptică incastrată, încărcată uniform cu presiunea hidraulică p (fig. 6).**

Coef. fără dimensiune $\zeta = 8/[3 + 2\,(b/a)^2 + 3\,(b/a)^4]$,

Săgeata $f = \zeta\, p\, b^4/64\, N = 0{,}171\, \zeta\, p\, b^4/E h^3$.

Tensiunile în centru

$$\sigma_x = -3\, \zeta\, p\, b^2\, [(b/a)^2 + \mu]/8\, h^2,$$
$$\sigma_y = -3\, \zeta\, p\, b^2\, [1 + \mu\, (b/a)^2]/8\, h^2.$$

Tensiunile la capătul axei mici

$$\max \sigma = \sigma_y = 0{,}75\, \zeta\, p\, b^2/h^2,$$
$$\sigma_x = \mu\, \sigma_y.$$

Tensiunile la capătul axei mari

$$\sigma_x = 0{,}75\, \zeta\, p\, b^4/a^2 h^2,$$
$$\sigma_y = \mu\, \sigma_x.$$

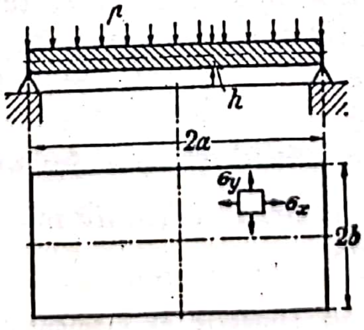


Fig. 7.

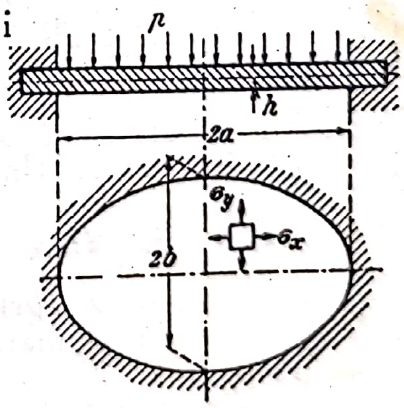


Fig. 6.

7. **Placă dreptunghiulară rezemată liber, cu colțurile împiedecate de a se ridica de pe reazem, încărcată uniform cu presiunea hidraulică p**, fig. 7, tabela 29.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 29. Placă dreptunghiulară rezemată liber

Raportul laturilor a/b	Săgeata f	Tensiunile în mijlocul plăcii pt. $\mu = 0{,}3$		Forța de tracțiune în fiecare colț
		σ_x	$\max \sigma = \sigma_y$	
1,0	$0{,}065\, p\, b^4/N$	$-1{,}16\, p\, b^2/h^2$	$-1{,}16\, p\, b^2/h^2$	$0{,}26\, p\, b^2$
1,5	0,123 ,,	− 1,15 ,,	− 1,95 ,,	0,34 ,,
2,0	0,162 ,,	− 1,10 ,,	− 2,44 ,,	0,37 ,,
3,0	0,195 ,,	− 0,96 ,,	− 2,86 ,,	0,38 ,,
4,0	0,205 ,,	− 0,91 ,,	− 2,98 ,,	0,38 ,,
∞	0,208 ,,	− 0,90 ,,	− 3,00 ,,	0,38 ,,

8. **Placă dreptunghiulară incastrată**, încărcată uniform, cu presiunea hidraulică p. Tensiunea maximă se stabilește la margine, în mijlocul laturilor lungi. Tabla 30 dă valorile pentru $a/b = 1$, $a/b = 1{,}5$ și $a/b = \infty$.

Tabla 30. Placă dreptunghiulară incastrată

Raportul laturilor a/b	Săgeata f	Tensiunile în mijlocul plăcii pt. $\mu = 0{,}3$		Tensiunea σ_y în mijlocul laturii lungi*)
		σ_x	σ_y	
1,0	$0{,}0204\, p\, b^4/N$	$-0{,}53\, p\, b^2/h^2$	$-0{,}53\, p\, b^2/h^2$	$1{,}24\, p\, b^2/h^2$
1,5	0,0352 ,,	− 0,48 ,,	− 0,87 ,,	1,81 ,,
∞	0,0417 ,,	− 0,30 ,,	− 1,00 ,,	2,00 ,,

*) $\sigma_x = 0{,}3\, \sigma_y$, $\max \sigma = \sigma_y$

9. **Placă nelimitată**, încărcată uniform cu presiunea hidraulică p și sprijinită de forțe concentrate, dispuse în colțurile unei rețele patratice cu deschiderea $2a$ a câmpurilor, fig. 8.

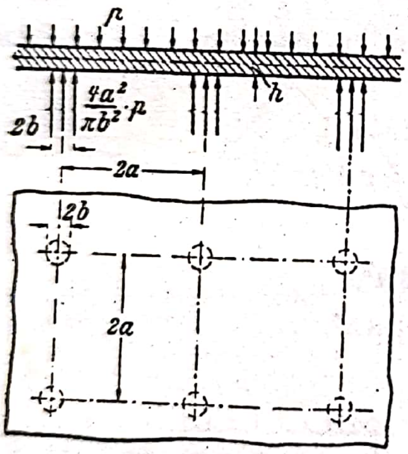


Fig. 8.

Săgeata mijlocurilor pătratelor
$$f = 0{,}092\, p a^4/N,$$
Săgeata mijlocurilor laturilor
$$f_1 = 0{,}75\, f.$$
Tensiunile în mijlocul pătratelor
$$\sigma_x = \sigma_y = -0{,}662\,(1+\mu)\, p a^2/h^2$$
$$= -0{,}861\, p a^2/h^2.$$
Dacă forța de sprijinire $P = 4\, p a^2$ se repartizează uniform pe o secțiune circulară πb^2 și $a \gg b$ și $b \geqq h/2$, tensiunea în mijlocul suprafeței de sprjinire e:
$$\sigma_x = \sigma_y \approx 3\,(1+\mu)\, P\,[\ln(a/b) - 0{,}12]/2\,\pi h^2 = 0{,}62\, P\,[\ln(a/b) - 0{,}12]/h^2.$$

b) Vase de revoluție cu pereți subțiri [1])

Vasul se generează prin rotirea secțiunii meridiane M (fig. 9) în jurul axei z și e ținut la margine.

Notațiuni:

r distanța dintre axa de simetrie și elementul curent al vasului [cm],
R_r raza de curbură a secțiunii meridiane [cm],
R_t raza de curbură perpendiculară pe secțiunea meridiană [cm],

[1]) A. și L. Föppl, Drang und Zwang, vol. 2, ed. a 2-a, p. 2 ș. u. — Solicitarea fundurilor de rezervoare în Höhn și Huggenberger, ZVDI 69 (1925), pp. 155 și 159. — Geckeler, ZVDI 70 (1926), p. 163. — Siebel, St u. E 46 (1926), p. 1181.

Scanned with OKEN Scanner

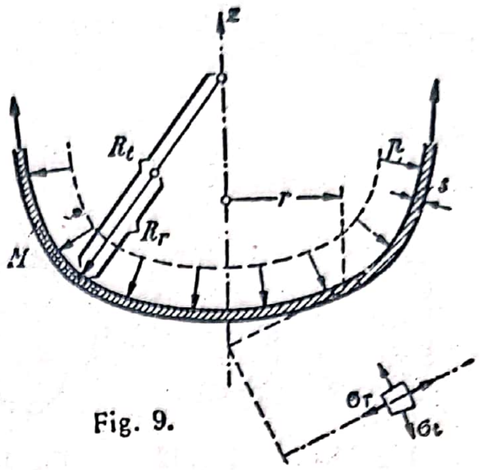


Fig. 9.

s grosimea peretelui, constantă sau variabilă cu r [cm],

p presiunea interioară uniformă [kg/cm²],

σ_r tensiunea în direcțiunea secțiunii meridiane [kg/cm²],

σ_t tensiunea perpendiculară pe secțiunea meridiană [kg/cm²],

$s \ll R_r$ și $s \ll R_t$.

Avem:

$$\sigma_r = p\,R_t / 2s,$$

$$\sigma_t = p\,R_t(1 - R_t/2\,R_r)/s.$$

Dacă R_r variază brusc (s e c ț i u n e a m e r i d i a n ă — a r c d e c o ș), intervine o variațiune bruscă corespunzătoare a lui σ_t, asociată unor tensiuni de încovoiere. E convenabilă o variațiune progresivă a curburii secțiunii meridiane, ca de ex. la elipsă.

c) Cilindri circulari goi

Notațiuni după fig. 10:

r_i raza interioară [cm],

r_a raza exterioară [cm],

$s = r_a - r_i$ grosimea peretelui [cm],

p_i presiunea interioară [kg/cm²],

p_a presiunea exterioară [kg/cm²],

σ_r tensiunea radială [kg/cm²],

σ_t tensiunea după tangentele cercurilor coaxiale [kg/cm²],

σ_z tensiunea în direcțiunea axei cilindrului [kg/cm²],

Z forța longitudinală [kg].

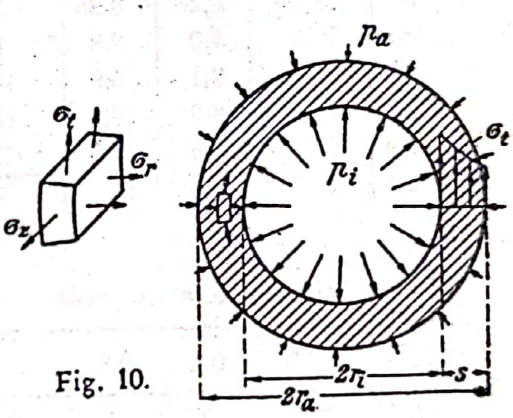


Fig. 10.

Se obține o stare de tensiune triaxială; tensiunile σ_r, σ_t, și σ_z sunt tensiunile principale (p. 638). Avem

în interior: $\sigma_t = p_i(r_a^2 + r_i^2)/(r_a^2 - r_i^2) - 2\,p_a\,r_a^2/(r_a^2 - r_i^2)$,

$\sigma_r = -p_i$;

în exterior: $\sigma_t = 2\,p_i\,r_i^2/(r_a^2 - r_i^2) - p_a(r_a^2 + r_i^2)/(r_a^2 - r_i^2)$,

$\sigma_r = -p_a$.

Forța longitudinală Z se repartizează uniform pe secțiunea inelară

$$\sigma_z = Z/[\pi(r_a^2 - r_i^2)].$$

Dacă Z ia naștere numai prin presiunile p și p_a pe secțiunile circulare corespunzătoare, avem $\sigma_z = (r_i^2\,p_i - r_a^2\,p_a)/(r_a^2 - r_i^2)$.

Punctele p e r i c u l o a s e sunt situate în interior

Dacă grosimea s a peretelui e mică față de r_i avem $r_i \approx r_a \approx r$ și

$$\sigma_t \approx (p_i - p_a)\,r/s, \quad \sigma_r \text{ fără importanță.}$$

Dacă Z ia naștere numai prin presiunile p_i și p_a pe suprafețele circulare terminale, avem

$$\sigma_z \approx (p_i - p_a)\,r/2\,s.$$

Flambajul la suprapresiune exterioară. Un cilindru gol supus unei presiuni exterioare flambează spre interior la presiunea de burdușire p_K.

Dacă fibrele longitudinale sunt articulate de cercuri ale căror puncte sunt deplasabile numai în direcţiune axială, avem [1])

$$p_K = \frac{E}{(n^2-1)[1+(n\,l/\pi\,r)^2]^2}\,\frac{s}{r} + \frac{E}{12\,(1-\mu^2)}\left[n^2 - 1 + \frac{2\,n^2-1-\mu}{1+(n\,l/\pi\,r)^2}\right]\frac{s^3}{r^3}.$$

Fig. 11.

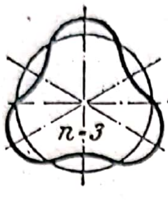


Fig. 12.

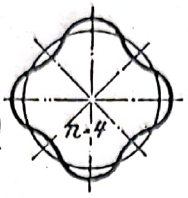


Fig. 13.

Mai sus am notat cu:

r raza interioară a cilindrului gol [cm],
s grosimea peretelui [cm],
l lungimea lui [cm],
E modulul de elasticitate [kg/cm²], după E n g e ß e r mai precis modulul de flambaj (T), p. 713,
n numărul de unde cari se produc la burduşirea spre interior (fig. 11, 12 şi 13), care dă un minimum pentru p_K (v. tabla 31 b).

Tabla 31 a. Valorile lui p_K (în kg/cm²)
pentru diferite grosimi de perete s şi lungimi de tub l la $E = 2\,000\,000$ kg/cm²

$100\,s/2\,r =$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
$r/l = 0$	0,035	0,28	0,95	2,25	4,4	7,6	12	18
0,1	0,18	1,0	2,9	6,6	12,3	17	23	31
0,2	0,37	2,1	5,9	13	21	32	47	66
0,3	0,56	3,2	9,3	18	32	51	76	111
0,4	0,76	4,5	11,6	25	45	70	101	140
0,5	0,97	5,5	15	32	55	87	132	190

Jos în dreapta tablei sunt separate valorile lui p cari corespund unei solicitări mijlocii la compresiune $p\,r/s \geqq 1800$.

Tabla 31 b
Numărul n de unde, cari se produc la burduşirea spre interior

$100\,s/2\,r =$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
$r/l = 0$	2	2	2	2	2	2	2	2
0,1	4	3	3	3	2	2	2	2
0,2	5	4	4	4	3	3	3	3
0,3	6	5	5	4	4	4	4	4
0,4	7	6	5	5	5	4	4	4
0,5	8	6	6	5	5	5	5	4

Jos în dreapta tablei sunt separate valorile lui n cari corespund unei solicitări mijlocii la compresiune $p\,r/s \geqq 1800$

Pentru un tub infinit lung $n = 2$ şi $p_K = 0{,}25\,E\,(s/r)^3/(1-\mu^2)$.

d) Cilindri ovali goi

Dacă cilindrul gol, presupus de lungime infinită şi solicitat de presiune interioară sau exterioară, are secţiunea ovală cu semiaxele a şi b ($a > b$), apar în perete tensiuni normale şi de încovoiere. Secţiunea periculoasă se găseşte în capetele axei mari. După M a y e r - M i t a [2]) tensiunea normală totală din acel loc e

$$\max\sigma = p\,[a/s + 3\,(1 - i_p^2/a^2)\,a^2/s^2],$$

unde s e grosimea peretelui şi i_p raza de inerţie care-i corespunde momentului polar de inerţie J_p al liniei inelare.

[1]) v. M i s e s, ZVDI 58 (1914), p. 750.
[2]) ZVDI 58 (1914), p. 649.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 32 dă pentru diferite valori b/a pentru elipse pe i_p/a resp. pe $(1 - i_p{}^2/a^2)$.

Tabla 32

b/a	i_p/a	$1 - i_p{}^2/a^2$
1 (cerc)	1,000	0,000
0,984 81	0,992	0,016
0,939 69	0,970	0,059
0,866 03	0,933	0,130
0,766 04	0,883	0,220
0,642 79	0,822	0,324
0,500 00	0,752	0,434
0,342 02	0,678	0,540
0.173 65	0,611	0,627
0 (dreaptă)	0,576	0,667

e) Sfera goală

Notăm cu:

r_i raza interioară [cm],
r_a raza exterioară [cm],
$s = r_a - r_i$ grosimea peretelui [cm],
p_i presiunea interioară [kg/cm²],
p_a presiunea exterioară [kg/cm²],
σ_r tensiunea radială [kg/cm²],
σ_t tensiunea perpendiculară pe rază [kg/cm²].

Se obține o stare de tensiune triaxială.

Una din tensiunile principale e σ_r, celelalte două, orientate arbitrar perpendicular pe σ_r, sunt egale cu σ_t.

Punctele periculoase se găsesc în interior. Acolo avem:

$$\sigma_r = -p_i,$$

$$\sigma_t = \{p_i[1 + 2(r_i/r_a)^3] - 3p_a\}/2[1 - (r_i/r_a)^3].$$

Pt. $s \ll r_i$ avem $r_i \approx r_a \approx r$, $\sigma_t = (p_i - p_a)r/2s$ și σ_r e neglijabil

VI. Solicitarea prin forțe centrifuge[1)]

Notăm cu:

γ greutatea specifică a materialului [kg/cm³],
v vitesa [cm/s],
ω vitesa unghiulară [1/s],
g accelerația gravitației = 981 cm/s²,
E modulul de elasticitate [kg/cm²],
μ coeficientul lui Poisson (p. 639),
σ tensiunea normală [kg/cm²],
ε alungirea.

1. Inelul rotitor liber. Solicitarea la întindere care se stabilește din cauza forței centrifuge în secțiunea unui inel ce se rotește liber cu vitesa v e

$$\sigma = v^2\gamma/g.$$

Alungirea inelului în direcțiunea razei e

$$\varepsilon = \sigma/E = \gamma v^2/gE.$$

Astfel raza r se mărește cu

$$\Delta r = \varepsilon r = r\gamma v^2/gE.$$

2. Brațul rotitor liber. Solicitarea maximă la întindere a unei bare prismatice care are lungimea $2r$ și se rotește liber în jurul axei ei transversale mijlocii, astfel încât vitesa capetelor lui să fie v, are în secțiunea mijlocie valoarea

$$\max\sigma = \gamma v^2/2g.$$

Alungirea brațului dintre mijloc și un capăt e

$$\Delta r = r\gamma v^2/3gE,$$

adică numai $^1/_3$ din valoarea cu care tinde să se mărească raza inelului. Dacă inelul e solidarizat cu brațele, inelul e reținut de brațe și e supus

1) In cea mai mare parte după R. Baumann în Bach, Elastizität und Festigkeit, ed. a 9-a, p. 636 ş. u. — Cp. ZVDI 84 (1940), p. 359, și Ing. Arch. X (1939), p. 339.

între fiecare două braţe unei solicitări la încovoiere suplementare; braţele, cari trebue să ia forţele centrifuge ale inelului, sunt solicitate mai mult decât se indică mai sus.

3. Discul rotitor de egală grosime.

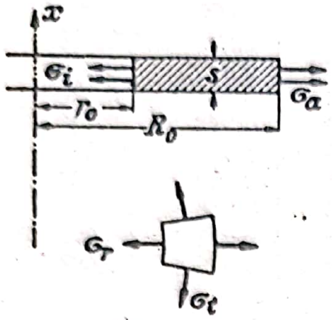


Fig. 14.

Notaţiuni pentru **3** şi **4**:

R_0 diametrul exterior [cm],
r_0 diametrul interior [cm],
s grosimea discului [cm],
r diametrul curent [cm],
σ_a resp. σ_i tensiunea de întindere radială la marginea exterioară resp. interioară [kg/cm²]
B, b lăţimea bucelei resp. a coroanei [cm],
H, h înălţimea bucelei resp. a coroanei [cm].

Tensiunea normală în direcţiunea axei devine $\sigma_x = 0$. In interior apar tensiunile σ_r şi σ_t (fig. 14):

$$\sigma_t = \frac{\gamma}{g}\frac{\omega^2}{8}\left\{(3+\mu)\left(R_0^2 + r_0^2 + \frac{R_0^2 r_0^2}{r^2}\right) - (1+3\mu)r^2\right\}$$
$$+ \sigma_a \frac{R_0^2}{R_0^2 - r_0^2}\left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) - \sigma_i \frac{r_0^2}{R_0^2 - r_0^2}\left(1 + \frac{R_0^2}{r_0^2}\right), \quad . \ . \ . \quad (1)$$

$$\sigma_r = \frac{\gamma}{g}\frac{\omega^2}{8}(3+\mu)\frac{(R_0^2 - r^2)(r^2 - r_0^2)}{r^2}$$
$$+ \sigma_a \frac{R_0^2}{R_0^2 - r_0^2}\left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) + \sigma_i \frac{r_0^2}{R_0^2 - r_0^2}\left(\frac{R_0^2}{r^2} - 1\right). \quad . \ . \ . \quad (2)$$

Primii termeni din σ_t şi σ_r provin din acţiunea forţei centrifuge, cei de al doilea resp. de al treilea din încărcarea la întindere exterioară resp. interioară.

Pentru discul plin trebue scris în aceste ecuaţii $r_0 = 0$.

Când lucrează forţele centrifuge singure, tensiunea de întindere maximă se stabileşte la marginea interioară în direcţiunea tangenţială:

$$\sigma_t = \frac{\gamma}{g}\frac{\omega^2}{4}[(3+\mu)R_0^2 + (1-\mu)r_0^2] \approx \frac{\gamma}{g}\frac{\omega^2}{4}(3+\mu)R_0^2$$

când r_0/R_0 e mic faţă de 1.

Tensiunile σ_r şi σ_x sunt nule, aşa încât acolo există o stare de tensiune uniaxială (liniară).

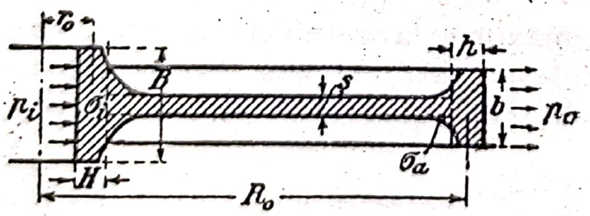


Fig. 15.

In discul plin se stabileşte însă în centru $(r = 0)$ tensiunea biaxială

$$\sigma_t = \sigma_r = \frac{\gamma}{g}\frac{\omega^2}{8}(3+\mu)R_0^2.$$

Fiecare din componentele ei e numai jumătate din tensiunea σ_t din cazul discului cu diametrul interior mic faţă de cel exterior.

4. Discul cu coroană şi bucea slabă.

Ca şi la coroană, diametrul exterior al bucelei diferă numai puţin de cel interior, aşa încât se poate admite o tensiune şi alungire unitară. Diametrul interior al discului se aproximează prin diametrul mijlociu r_0 al bucelei; diametrul exterior al discului prin diametrul mijlociu R_0 al coroanei. Dimensiunile indicate în fig. 15.

Pentru buceaua încărcată cu presiunea interioară p, tensiunea de întindere exterioară σ_i şi forţa centrifugă, avem

$$\sigma_n = p_i r_0/H + \gamma\omega^2 r_0^2/g + \sigma_i s\, r_0/BH. \quad . \ . \ . \quad (3)$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru coroana încărcată cu tracțiunea specifică exterioară p_a, tensiunile de întindere interioară σ_a și forța centrifugă, tensiunea e

$$\sigma_k = p_a R_0/h + \gamma\,\omega^2 R_0^2/g - \sigma_a\, s\, R_0/b\,h \quad \ldots \quad (4)$$

Pentru disc sunt valabile ecuațiile (1) și (2) pentru marginea interioară:

$$\sigma_{ti} = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\omega^2}{4}\left[(3+\mu) R_0^2 + (1-\mu) r_0^2\right] + \sigma_a \frac{2 R_0^2}{R_0^2 - r_0^2} - \sigma_i \frac{R_0^2 + r_0^2}{R_0^2 - r_0^2}, \quad \ldots \quad (5)$$

$$\sigma_{ri} = \sigma_i,$$

pentru marginea exterioară:

$$\sigma_{ta} = \frac{\gamma}{g}\,\frac{\omega^2}{4}\left[(3+\mu) r_0^2 + (1-\mu) R_0^2\right] + \sigma_a \frac{R_0^2 + r_0^2}{R_0^2 - r_0^2} - \sigma_i \frac{2 r_0^2}{R_0^2 - r_0^2}, \quad \ldots \quad (6)$$

$$\sigma_{ra} = \sigma_a.$$

Fiindcă alungirea marginii interioare a discului e egală cu a bucelei iar alungirea marginii exterioare a discului e egală cu a coroanei, avem:

$$\sigma_n = \sigma_{ti} - \mu\,\sigma_i, \quad \ldots \quad (7)$$

$$\sigma_k = \sigma_{ta} - \mu\,\sigma_a. \quad \ldots \quad (8)$$

La dimensiuni date, se pot determina cele șase tensiuni necunoscute σ_n, σ_k, σ_i, σ_a, σ_{ti} și σ_{ta} din cele șase ecuații (3)...(8).

Spre a evita în dreptul racordurilor urcările de tensiune, se vor prevedea t r e c e r i d u l c i.

5. **Discul rotitor de egală rezistență.** Dacă discul rotitor e solicitat la marginea exterioară cu raza $r = R_0$ prin forțe de întindere radiale (fig. 16), așa încât, repartizate pe grosimea s_a, să stabilească tensiunea σ, i se poate da discului o astfel de formă, încât să se stabilească în toate punctele aceleași tensiuni $\sigma_r = \sigma_t = \sigma$. Aici se presupune că linia meridiană rezultantă nu are o inclinare prea mare față de linia mediană a profilului, așa încât se poate scrie pretutindeni $\sigma_x = 0$.

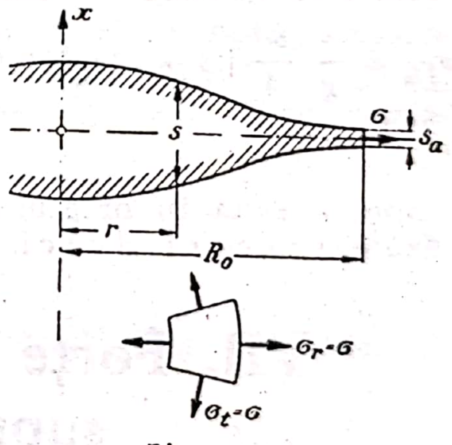


Fig. 16

Grosimea s a discului la distanța r dela axa de simetrie devine:

$$s = s_a\, e^{\gamma\,\omega^2 (R_0^2 - r^2)/2\,\sigma\,g} \quad \text{cu} \quad e = 2{,}718\,28\ldots$$

Legătura dintre încărcarea exterioară a marginii discului, dimensiunile coroanei, încărcarea coroanei și tensiunea ei e aceeași ca în cazul discului de egală grosime [cp. ecuațiile (4) și (8)]:

$$\sigma_k = \frac{p_a R_0}{h} + \gamma\,\frac{\omega^2}{g} R_0^2 - \frac{\sigma\, s_a R_0}{b\,h}$$

și

$$\sigma_k = \sigma\,(1-\mu).$$

6. Disc de egală rezistenţă, cu gaură şi bucea groasă. Dacă discul de egală rezistenţă se prevede cu o gaură, tensiunile σ_t la marginea interioară se dublează aproximativ. Discul trebue să aibă o bucea groasă, aşa încât la marginea de racord dintre disc şi bucea se produce tensiunea de întindere radială σ, egală cu tensiunea care există pretutindeni în disc.

Pentru bucea (fig. 17), considerată ca disc de egală grosime, sunt valabile mutatis mutandis ecuaţiile (1) şi (2), p. 734.

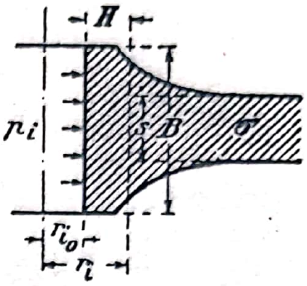


Fig. 17.

Mai jos notăm cu:

r_{i_0} raza interioară [cm],
r_i raza exterioară = raza de racord cu discul de egală rezistenţă [cm],
p_i tensiunea interioară radială [kg/cm²],
$\sigma s/B$ tensiunea exterioară radială [kg/cm²],
s grosimea discului în dreptul racordului [cm],
B lungimea axială a bucelei [cm].

Tensiunile σ_{ti} şi σ_{ri} dela marginea exterioară a bucelei dau alungirea $\sigma_{ti}/E - \sigma_{ri}\mu/E$, care trebue să fie egală cu alungirea $\sigma(1-\mu)/E$, de unde urmează

$$\frac{\gamma}{g}\frac{\omega^2}{4}\left[(3+\mu)\,r_{i_0}^{\,2} + (1-\mu)r_i^2\right] + \sigma\frac{s}{B}\,\frac{r_i^2(1-\mu) + r_{i_0}^{\,2}(1+\mu)}{r_i^2 - r_{i_0}^{\,2}} + p_i\,\frac{2\,r_{i_0}^{\,2}}{r_i^2 - r_{i_0}^{\,2}} = \sigma(1-\mu).$$

După alegerea lui r_{i_0} şi r_i se poate calcula de mai sus mărimea B. Tensiunea maximă din bucea apare la marginea ei interioară; acolo

$$\sigma_{t\,i_0} = \frac{\gamma}{g}\frac{\omega^2}{4}\left[(3+\mu)\,r_{i_0}^{\,2} + (1-\mu)\,r_0^2\right] + 2\,\sigma\frac{s}{B}\,\frac{r_i^2}{r_i^2 - r_{i_0}^{\,2}} + p_i\,\frac{r_i^2 + r_{i_0}^{\,2}}{r_i^2 - r_{i_0}^{\,2}};$$

$$\sigma_{r\,i_0} = -p_i.$$

Spre a evita în dreptul racordurilor urcările de tensiune, trebue prevăzute t r e c e r i d u l c i.

VII. Forţe de compresiune între suprafeţe bombate

1. Ipotezele din ecuaţiile lui Hertz. Dacă două corpuri cu suprafeţe bombate sunt apăsate unul pe altul, se produce un contact într'o s u p r a f a ţ ă eliptică d e p r e s i u n e. Soluţiile exacte au fost date de H e r t z[1]) în următoarele ipoteze:

a) Dimensiunile suprafeţei de presiune sunt foarte mici faţă de dimensiunile celor două corpuri (inclusiv faţă de razele de curbură).

b) Nu se trece de limita de proporţionalitate.

c) In suprafeţele de presiune apar numai tensiuni de compresiune şi nu şi tangenţiale.

E e m o d u l u l d e e l a s t i c i t a t e. Dacă diferă pentru cele două corpuri (E_1 şi E_2) trebue trecut în ecuaţiile cari urmează $1/E = {}^1/_2 \cdot (1/E_1 + 1/E_2)$.

[1]) H e r t z, Gesammelte Werke, vol. I, Leipzig 1894, Barth.

2. Suprafață sferică pe placă plană (fig. 18).

Notăm cu:

r raza suprafeței sferice [cm],
a raza cercului suprafeței de presiune [cm],
P forța de presiune [kg], repartizată după un elipsoid de revoluție.

Presiunea maximă (= tensiunea de compresiune din corpuri)

$$\max p = 1{,}5\, P/\pi a^2; \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

mai avem

$$a^3 = 1{,}5\,(1 - \mu^2)\, P\, r/E \quad \ldots \quad (2)$$

$$\max p^3 = 1{,}5\, P\, E^2/\pi^3 r^2 (1 - \mu^2)^2; \quad \ldots \quad (3)$$

cu

$$\mu = 0{,}3$$

$$\max p^3 = 0{,}0584\, P\, E^2/r^2.$$

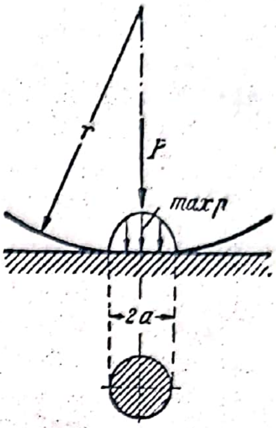


Fig. 18.

Corpurile se apropie unul de altul, măsura u a apropierii fiind produsă mai ales de variațiile dimensiunilor liniare din apropierea locului de contact:

$$u^3 = 2{,}25\,(1 - \mu^2)^2\, P^2/r\, E^2. \quad \ldots \quad (4)$$

3. Două suprafețe sferice de raze oarecari r_1 și r_2. Suprafața de presiune e de asemenea un cerc de raza a. Acest caz se poate reduce la cazul 2. al s u p r a f e ț e i s f e r i c e p e p l a n. Raza r a sferei echivalente se calculează din:

$$1/r = 1/r_1 + 1/r_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Dacă se folosește această valoare r, sunt valabile ecuațiile (1) ... (4). In cazurile de sub 2. și 3. apare în mijlocul suprafeței de presiune, în direcțiunea lui P, tensiunea de compresiune maximă = max p și perpendicular pe ea tensiunile de compresiune 0,5 $(1 + 2\mu)$ max p.

4. Suprafață bombată de curbură variabilă și placă plană. Razele principale de curbură în punctul de contact se notează cu r și r' $(r > r')$, curburile principale (p. 133 și 161) cu $1/r$ și $1/r'$ (fig. 19). Drept suprafață de presiune se obține o elipsă cu semiaxele a și b. Forța de presiune P se repartizează după un elipsoid. Presiunea maximă e

$$\max p = 1{,}5\, P/\pi\, a\, b. \quad \ldots \quad (6)$$

Semiaxele a și b se calculează din

$$a^3 = \xi^3\, 3\,(1 - \mu^2)\, P/E\,(1/r' + 1/r), \quad (7)$$

$$b^3 = \eta^3\, 3\,(1 - \mu^2)\, P/E\,(1/r' + 1/r). \quad (8)$$

ξ și η se scot din tabela 33, iar unghiul auxiliar ϑ se calculează din

$$\cos \vartheta = (1/r' - 1/r)/(1/r' + 1/r). \quad (9)$$

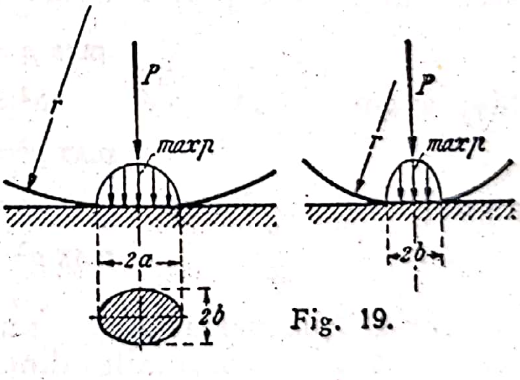


Fig. 19.

In urma variațiilor dimensiunilor liniare în apropierea suprafețelor de presiune, cele două corpuri se apropie unul de altul în măsura u

$$u = \psi\, 1{,}5\,(1 - \mu^2)\, P/E\, a. \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Tabela 33. Valori pentru ξ, η și ψ

ϑ	90°	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°
ξ	1	1,128	1,284	1,486	1,754	2,136	2,731	3,778	6,612	∞
η	1	0,893	0,802	0,717	0,641	0,567	0,493	0,408	0,319	0
ψ	1	1,12	1,25	1,39	1,55	1,74	1,98	2,30	2,80	∞

Scanned with OKEN Scanner

5. Două suprafeţe bombate oarecari. Fie r_1 şi r_1' razele principale de curbură ale unuia din corpuri în punctul de contact, r_2 şi r_2' ale celuilalt (fig. 20), astfel încât $r_1 > r_1'$ şi $r_2 > r_2'$. Fie φ unghiul dintre planele în cari sunt cuprinse razele de curbură r_1 şi r_2. Acest caz se poate reduce la cazul 4:

$$1/r' + 1/r = 1/r_1' + 1/r_1 + 1/r_2' + 1/r_2 \quad \text{. . . . . (11)}$$

$$1/r' - 1/r = \sqrt{(1/r_1' - 1/r_1)^2 + (1/r_2' - 1/r_2)^2 + 2\,(1/r_1' - 1/r_1)(1/r_2' - 1/r_2)\cos 2\varphi} \quad \text{. . (12)}$$

Folosind aceste valori, sunt valabile iarăşi ecuaţiile (6)... (10) şi tabela 33.

Axa a e cuprinsă între planele lui r_1 şi r_2. Unghiul φ' dintre a şi planul r se obţine din:

$$(1/r' + 1/r)\sin 2\varphi' = (1/r_1' - 1/r_1)\sin 2\varphi \quad \text{. . . . . (13)}$$

In cazul profilelor concave, razele de curbură respective devin negative ($-r_2$ în fig. 21). In acest caz valoarea după ecuaţia (12) nu e permis să devină mai mare decât cea după ecuaţia (11).

Ecuaţiile sunt valabile în ipoteza că razele de curbură r_1, r_1', r_2 şi r_2' sunt mari faţă de semiaxele a şi b.

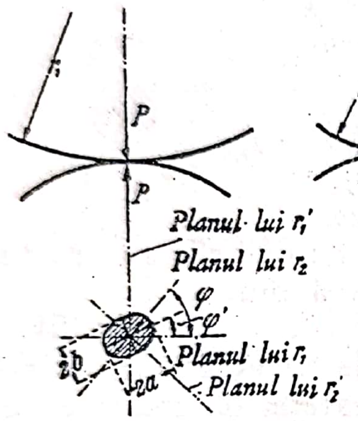


Fig. 20.

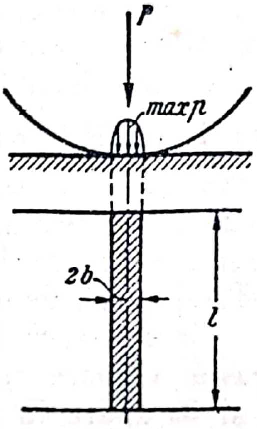


Fig. 22.

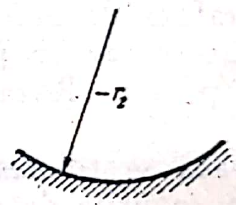


Fig. 21.

6. Cilindrul şi placa plană. Pentru $P = 0$ contactul se efectuează de-a-lungul unei linii drepte. Din cauza forţei de presiune P, suprafaţa de presiune e un dreptunghiu de lăţimea $2b$ şi lungimea l (egală cu a cilindrului), $l \gg b$ (fig. 22). Pe lăţime, presiunea se repartizează după o elipsă. Presiunea maximă e:

$$\max p = 2\,P/\pi\,b\,l \quad \text{. . . . . (14)}$$

Mai avem

$$b^2 = 8\,P\,r\,(1 - \mu^2)/\pi\,E\,l \quad \text{. . . . . . . (15)}$$

$$\max p^2 = P\,E/[2\,\pi\,l\,r\,(1 - \mu^2)]; \quad \text{. . . . . . (16)}$$

cu

$$\mu = 0{,}3$$

$$\max p^2 = 0{,}175\,P\,E/l\,r.$$

Pentru apropierea dintre punctele celor două corpuri nu sunt hotărîtoare numai variaţiunile dimensiunilor liniare din a p r o p i e r e a s u p r a f e ţ e i d e p r e s i u n e, aşa încât nu se poate indica o expresiune a ei valabilă în general.

7. Doi cilindri cu axele paralele. Drept suprafaţă de presiune se obţine ca sub 6. un dreptunghiu de lăţimea $2b$ şi lungimea l (egală cu lungimea cilindrilor). Fie r_1 şi r_2 razele cilindrilor. Acest caz se poate reduce la cazul 6., scriind $1/r = 1/r_1 + 1/r_2$. Cu această valoare a lui r sunt valabile în rest ecuaţiile (14) . . . (16).

Tensiunea de compresiune maximă se stabileşte în cazurile 6. şi 7. în mijlocul suprafeţei de presiune, în direcţiunea forţei P şi perpendicular pe ea în direcţiunea lui b, pe când în direcţiunea lui l tensiunea de compresiune e $2\,\mu \max p$.

VIII. Concentrarea tensiunii prin crestături şi găuri [1])

1. **Generalităţi.** Crestăturile dela suprafaţa organelor de maşini (fac parte din ele strungirile tăioase intrânde, variaţiunile de diametru cu rotunjiri mici ş. a.) şi găurile din interior provoacă concentrări locale ale tensiunilor. Pentru cele mai importane cazuri dăm mai jos cazuri rezolvabile pe cale analitică şi exemple de aplicaţiuni. Creşterea de tensiune calculată e valabilă numai pentru material omogen; materialele reale, numai aparent omogene, constau din cristale, aşa încât există dela început o neuniformitate în repartiţia tensiunilor. Din această cauză influenţa crestăturilor şi a găurilor e mai mică decât cum arată calculul. Cu cât materialul e de granulaţie mai fină, cu atât creşterea reală a tensiunii se apropie mai mult de rezultatele analitice. Când se întrece limita de curgere, se stabileşte curgerea dacă se încarcă o singură dată, aşa încât creşterea tensiunilor se repartizează şi pe alte regiuni. La încărcare alternativă, mai ales la variaţia direcţiunii forţei, efectul de încrestare poate provoca ruperea.

2. Creşterea tensiunilor prin întreruperea tensiunilor normale.

Cazul I. Fie $\sigma_x = \sigma_1$ şi $\sigma_y = \sigma_2$ tensiunea dintr'o placă (fig. 23 a). Presupunem că placa are o mică gaură eliptică de axa $2a$ în direcţiunea y şi $2b$ în direcţiunea x. In aceste condiţiuni se stabilesc următoarele tensiuni

$$\text{în } p:\ \sigma_x = \sigma_1\,(1 + 2a/b) - \sigma_2, \qquad \sigma_y = 0$$
$$\text{în } q:\ \sigma_x = 0, \qquad \sigma_y = \sigma_2\,(1 + 2b/a) - \sigma_1$$

Cazul II. Pentru $a = b$ se obţine gaura circulară (fig. 23 b). Se obţine

$$\text{în } p:\ \sigma_x = 3\sigma_1 - \sigma_2, \qquad \sigma_y = 0$$
$$\text{în } q:\ \sigma_x = 0, \qquad \sigma_y = 3\sigma_2 - \sigma_1$$

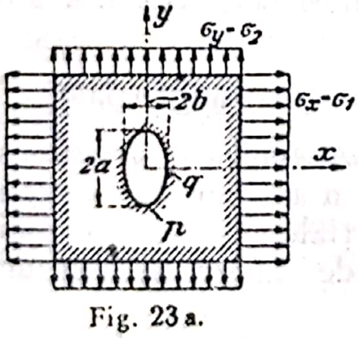


Fig. 23 a.

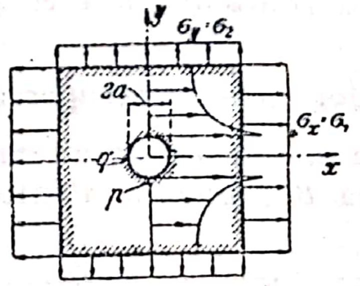


Fig. 23 b.

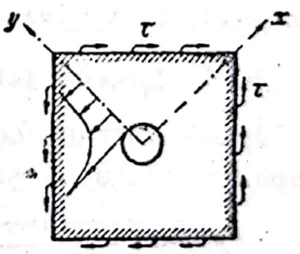


Fig. 24.

Cazul III. Dacă $a = b$ şi $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, adică placa e întinsă uniform în toate direcţiunile, se obţine în toate punctele de pe margine

$$\sigma_t = 2\sigma, \quad \sigma_r = 0$$

Cazul IV. Pentru $\sigma_2 = -\sigma_1$ avem cazul unei tensiuni tangenţiale după fig. 24 cu $\tau = \sigma_1$. La marginea găurii avem

$$\text{în } p:\ \sigma_x = 4\sigma_1, \qquad \sigma_y = 0$$
$$\text{în } q:\ \sigma_x = 0, \qquad \sigma_y = -4\sigma_1$$

---

[1]) V. şi Neuber, Kerbspannungslehre, Berlin 1937, Springer. — Cp. şi p. 769 ş. u.

Scanned with OKEN Scanner

3. Aplicaţii. Fie o bară plată de lăţimea B şi grosimea s, întinsă de forţa S, aşa încât în secţiunea plină se stabileşte tensiunea $\sigma = S/Bs$. Dacă în mijlocul lăţimii se găseşte o mică gaură circulară sau eliptică după fig. 25 resp. 26, cu diametrul resp. axa $2a$ în direcţiunea lăţimii, se produce o creştere a tensiunilor din cauza micşorării secţiunii şi o altă creştere din cauza efectului de încrestare după cazul I sau II. Tensiunea devine $\sigma = S\,(1 + 2\,a/b)/(B - 2\,a)\,s$.

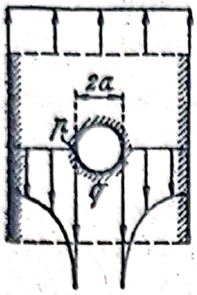


Fig. 25.

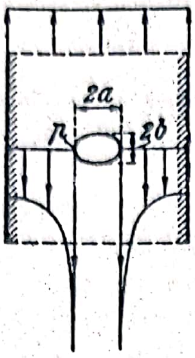


Fig. 26.

Această formulă dă pentru găuri mai m a r i o tensiune prea mare, fiindcă creşterea de tensiune prin efectul de încrestare nu se manifestă în întregime.

Găurile ca în fig. 27 dau creşteri de tensiuni cam egal de mari ca în cazul unei găuri eliptice egal de late, cu rază de curbură egală în p (deci $b = \sqrt{r\,a}$).

In barele cu încrestări semicirculare sau semieliptice după fig. 28 şi 28 a se stabilesc creşteri de tensiune tot atât de mari. In barele telescopice după fig. 29 creşterea tensiunilor e mai m i c ă.

In buloanele solicitate la întindere sau compresiune şi în barele solicitate la încovoiere se stabilesc creşteri corespunzătoare ale tensiunilor.

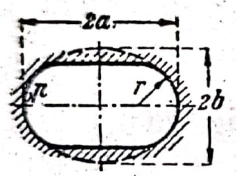


Fig. 27.

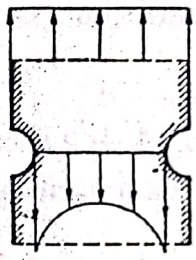


Fig. 28.

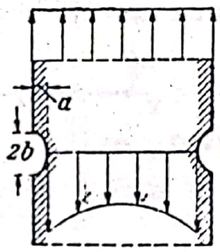


Fig. 28 a.

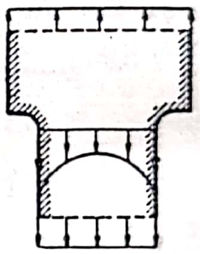


Fig. 29.

Starea de tensiune dintr'un tub s u b ţ i r e s o l i c i t a t l a t o r s i u n e îi corespunde cazului IV. Analog pentru alte bare cu găuri transversale, solicitate prin momente de torsiune.

4. Creşterea tensiunilor prin întreruperea tensiunilor tangenţiale.

Dacă într'un corp ca în fig. 30 există tensiuni tangenţiale, crestătura semicirculară A şi gaura B provoacă o întrerupere a tensiunilor tangenţiale. Se obţin linii de tăiere şi tensiuni

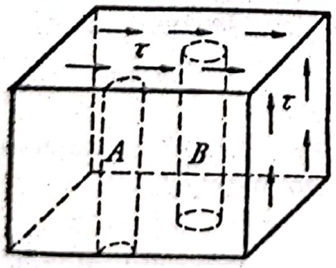


Fig. 30.

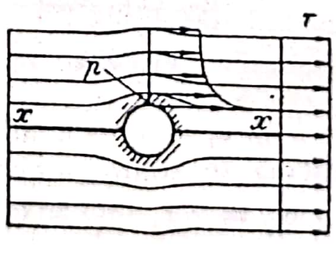


Fig. 31.

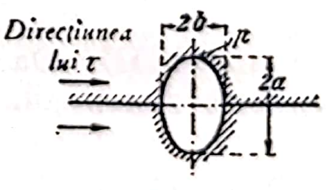


Fig. 32.

după fig. 31 cu $\max \tau = 2\tau$; în cazul unei crestături semicirculare la margine, $x - x$ e linie de margine şi creşterea tensiunilor e aceeaşi.

Dacă gaura are s e c ţ i u n e e l i p t i c ă (fig. 32) sau secţiunea crestăturii e semieliptică, avem $\max \tau = \tau\,(1 + a/b)$. Crestăturile semicirculare

Scanned with OKEN Scanner

adâncite trebue înlocuite prin crestături semieliptice de aceeași adâncime a a crestăturii și aceeași rază de curbură la bază (adică $b = \sqrt{ra}$).

5. **Aplicații.** In barele solicitate la torsiune creșterea tensiunilor se produce din cauza găurilor longitudinale, a crestăturilor longitudinale și a canelurilor transversale (fig. 33 și 34). In ultimul caz trebue calculată mai întâi tensiunea tangențială din cilindrul de diametrul d și să se rapoteze pe urmă la ea creșterea tensiunilor. In arborii cu fus, creșterea tensiunilor e mai mică.

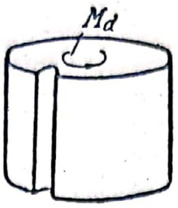


Fig. 33.

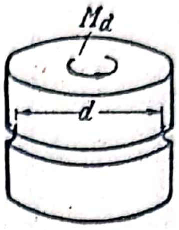


Fig. 34.

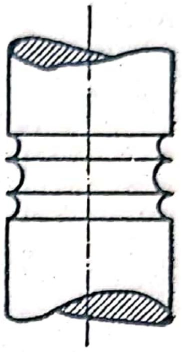


Fig. 35.

In cazul unei serii de crestături sau caneluri consecutive ca în fig. 35, se stabilește de asemenea o creștere mai mică a tensiunilor (crestături sau caneluri de descărcare). Aceasta privește atât torsiunea, cât și întinderea, compresiunea sau încovoierea.

IX. Incercarea de rezistență. Cifre de rezistență

Prelucrare de prof. dr. ing. E. Siebel și ing. dipl. W. Steurer, Stuttgart

A. Incercarea de rezistență[1])

Proprietățile de rezistență ale materialelor sunt caracterizate de:

a) solicitările limită până la apariția deformațiilor permanente sau până la rupere (limita de curgere, rez. la întindere, rez. la obosire);

b) deformațiile limită până la rupere (contracțiunea transversală, alungirea specifică, amortisarea limită);

c) comportarea elastică (modulul de elasticitate, alungirea specifică transversală, limita de elasticitate).

Incercarea de rezist. servește la determinarea acestor caracteristice de material.

Fiindcă comportarea materialelor din punctul de vedere al rezistenței variază cu felul solicitării, încercarea trebue făcută la diferite feluri de solicitări. După felul în care lucrează forța, se deosebesc încercările de rezistență strânse în tabela 1. Incercările de rezistență pot fi efectuate static sau dinamic cu solicitare la întindere sau cu încărcare variabilă (încercări la solicitare alternativă).

La încercarea de rezistență se preferă epruvetele prismatice și acțiuni cât mai simple ale forței. Incercările cu acțiuni ale forțelor după mai multe direcțiuni importă în lămurirea problemelor de teoria rezistenței materialelor.

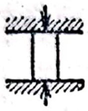
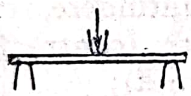
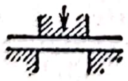
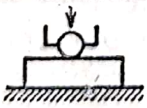
In elementele de construcție survin de cele mai multe ori condițiuni complicate de solicitare, așa încât nu se pot trage totdeauna, din rezultatele încercării materialului, concluziuni privitoare la comportarea materialelor în elementul de construcție.

In acest caz e nevoie de încercări de rezistență efectuate asupra unor întregi elemente de construcție, aplicându-se încărcarea static sau dinamic, după condițiunile din serviciu.

[1]) **Bibliografie:** Martens, Handb. d. Materialienkunde für den Maschinenbau, partea I Berlin 1898, Springer. — Wawrzinìok, Handb. d. Mat.-Prüfungswesens für Maschinen- u. Bauingenieure ed. a 2-a, Berlin 1923, Springer. — Bach și Baumann, Elastizität und Festigkeit, ed.a 9-a, Berlin 1924, Springer. — Das Materialprüfungswesen, publ. de Memmler, ed. a 2-a, Stuttgart 1924, Enke. — Moser, Die Werkstoffprüfung, Handb. d. Eisenhüttenwesens, Walzwerkwesen, Düsseldorf, Berlin 1929, Stahleisen, Springer. — Goerens și Mailänder, Die technischen Verfahren zur Prüfung und Untersuchung der Metalle und Legierungen, Handb. d. Experimentalphysik, Leipzig 1930, Akad. Verlagsges. — Handb. d. Werkstoffprüfung, vol. II, publ. de E. Siebel, Berlin, 1939, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 1. Incercări de rezistență

Acțiunea forței	Schema	Metoda de încercare	Proprietăți de rezistență [1])	Intrebuințare preferată
Intindere		Incercarea la întindere	Rezistența la întindere (σ_B), alungirea la rupere (δ) și contracțiunea transversală (ψ)	Incercarea materialelor metalice
		Incercarea la curgere limitată	Rezistența la curgere limitată σ_D	Incercarea materialelor metalice la cald
		Incercarea dinamică la întindere	Lucrul mecanic specific de rupere dinamică	Intrebuințată rar
		Incercarea la solicitare alternativă	Rezistența la solicitare alternativă (σ_W)	Incercarea materialelor metalice
Compresiune		Incercarea la compres.	Rezistența la compresiune (σ_{dB})	Incercarea materialelor de construcție, a pietrelor etc.
		Incercarea la turtire	Lucrul mecanic specific de rupere dinamică	Intrebuințată rar pt. metale
		Incercarea la flambaj	Rezistența la flambaj (σ_K)	Incercarea părților de construcție
Incovoiere		Incercarea la încovoiere	Rezistența la încovoiere (σ_{bB}), săgeata de rupere (f)	Incercarea materialelor de construcție, a fontei
		Incercarea dinamică la încovoiere	Rezistența la încovoiere dinamică	Incercarea rășinilor artificiale ș. a.
		Incercarea la reziliență	Reziliența	Incercarea oțelurilor de construcție
		Incercarea la obosire prin încovoiere	Rezistența la încovoiere alternativă	Incercarea materialelor metalice
Torsiune		Incercarea la torsiune	Rezistența la torsiune (τ_{tB})	Rară ca încercare de rezistență
		Incercarea la torsiune alternativă	Rezistența la torsiune alternativă	Incercarea materialelor metalice
Forfecare		Incercarea la forfecare	Rezistența la forfecare (τ_{fB})	Incercarea fontei
Presiune locală		Incercarea la duritate	Rezistenta de pătrundere (duritatea H)	Incercarea materialelor metalice

[1]) Simboalele standardizate în DIN 1602, ed. a 4-a, Martie 1936, privitoare la proprietățile de rezistență încă nu s'au introdus pretutindeni în construcția mașinilor. Mai jos trecem față în față notațiunile standardizate și cele întrebuințate în trecut în construcția mașinilor pentru valorile rezistențelor, pentru ușurarea folosirii lor. Simboalele întrebuințate în edițiile mai vechi din DIN 1602 sunt trecute în paranteze:

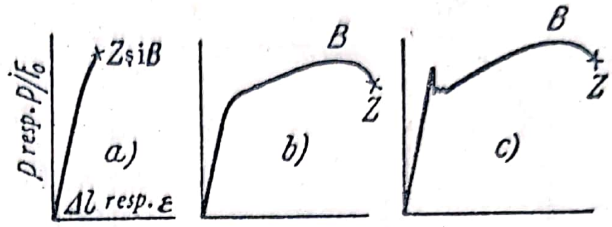
Notațiuni	după DIN 1602	vechi din construcția mașinilor
Rezistența la întindere . . .	σ_B, σ_{zB}	K_z
Rezistența la compresiune . . .	σ_{dB} (σ_{-B})	K
Rezistența la încovoiere . . .	σ_{dB} (σ'_B)	K_b
Rezistența la torsiune	τ_{tB}	K_d

Scanned with OKEN Scanner

a) Incercări de rezistenţă statice

1. Incercarea la întindere (DIN 1605) [1]. La încercarea la întindere se întind succesiv până la rupere probe din materialul de încercat, într'o maşină de încercare, observând încărcările cari se stabilesc.

După felul materialului, se pot deosebi formele din fig. 1. ale diagramei forţă (P) — lungire (Δl) resp., dacă se raportează forţele la secţiunea iniţială F_0, iar alungirile la lungirea iniţială l_0, ale diagramei rezistenţă (σ) — alungire (ε.)



B Sarcina maximă *Z* Sarcina de rupere
Fig. 1. Diagrama de rupere

a) Diagrama forţă — alungire a unui material fragil (fontă, bronz). Incărcarea creşte continuu până la forţa de rupere P_B. Nu apare o limită de curgere şi nici deformaţii permanente remarcabile.

b) Diagrama forţă — alungire a unui material tenace fără limită de curgere (cupru, alamă). De cele mai multe ori forţa creşte mai întâi proporţional cu alungirea (dreapta lui Hooke). In continuare încărcarea creşte pe urmă mai încet decât alungirea, fără ca curba forţă-alungire să prezinte o discontinuitate. După atingerea sarcinii maxime P_B, curba forţă-alungire scade din nou până la rupere, alungirea care urmează fiind limitată la intervalul de strangulare din dreptul locului de rupere.

c) Diagrama forţă-alungire a unui material tenace cu limită de curgere (oţel de fuziune). Oţelul de fuziune moale prezintă o sarcină superioară de curgere şi una inferioară (P_{C_o} resp. P_{C_u}).

Incercarea la întindere simplă permite determinarea următoarelor proprietăţi de rezistenţă:

1. Rezistenţa la întindere σ_B ca rezistenţă de rupere P_B/F_0 în kg/mm²;
2. Limita de curgere σ_C ca rezistenţă [2]) de curgere P_C/F_0 în kg/mm²;
3. Alungirea specifică la rupere δ din diferenţa Δl dintre lungimea de măsură însemnată cu repere de capete, la rupere (l_B) şi la începutul încercării (l_0): $\delta = (l_B - l_0)/l_0 \cdot 100 = \Delta l/l_0 \cdot 100$ în %;
4. Contracţiunea transversală la rupere ψ din diferenţa dintre secţiunea barei la începutul încercării (F_0) şi la locul de rupere (F_B):

$$\psi = (F_0 - F_B)/F_0 \cdot 100 = \Delta_F/F_0 \cdot 100 \text{ în } \%.$$

Spre a obţine valori comparabile ale alungirii, formele epuvretelor prismatice pentru încercarea la întindere sunt normalizate în Germania după tabela 2. Pentru materialele fragile, la cari nu e cazul să se determine alungirea la rupere, nu e nevoie de o lungime de măsură prismatică; în consecinţă se întrebuinţează pentru încercarea la întindere a fontei şi cimentului epruvete scurte cu secţiunea de rupere mult redusă (DIN A 109 resp. 1164).

Tabela 2
Formele de epruvete întrebuinţate în Germania (DIN 1605)

	Diam. d*) mm	Lungimea de măsură l_0 mm	Rap. lung. de măsură $l:d$
Bară normală lungă . .	20	200	10
„ „ scurtă .	20	100	5
„ prop. lungă . . .	—	$10d = 11{,}3\sqrt{F}$	10
„ „ scurtă . . .	—	$5d = 5{,}65\sqrt{F}$	5
„ lungă	—	200	nedeterminat
„ scurtă	—	100	„

*) In cazul secţiunilor diferite de cea circulară contează drept d diametrul cercului cu aceeaşi arie F ca a secţiunii barei.

Pentru determinarea proprietăţilor elastice ale materialelor e nevoie de măsurători fine ale alungirilor cari survin. Modulul de elasticitate E şi limita de proporţionalitate σ_P se determină urcând treptat încărcarea epruvetei, începând cu o mică sarcină prealabilă, şi trecând într'o diagramă după fig. 2 alungirea totală, măsurată cu

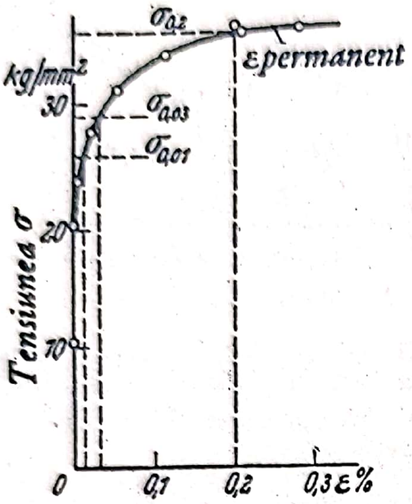
[1]) Sachs şi Fiek, Der Zugversuch, Leipzig 1926, Akad. Verlagsges.
[2]) Obişnuinţele limbii germane au consacrat pentru acest caz numirea de tensiune de curgere, deşi raportarea se face la secţiunea iniţială şi nu la cea actuală (n. tr.).

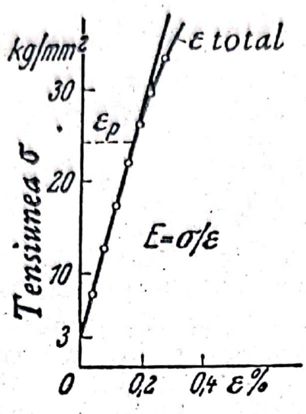
Scanned with OKEN Scanner

aparatul cu oglindă Martens pentru fiecare încărcare. In intervalul de încărcare în care e satisfăcută legea lui H o o k e, toate punctele măsurate se găsesc pe o dreaptă, din a cărei inclinare se poate calcula modulul de elasticitate după formula

$E = \Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ resp. coeficientul de alungire $\alpha = 1/E = \Delta\varepsilon/\Delta\sigma$.

Dacă se prelungește în sus dreapta lui Hooke, se poate determina limita de proporționalitate drept încărcarea la care curba trecută prin punctele măsurate începe să se abată dela dreapta lui Hooke.





Pentru determinarea l i m i t e l o r d e a l u n g i r e se urcă treptat încărcarea, începând cu o mică sarcină prealabilă, coborînd după fiecare încărcare până la sarcina prealabilă și determinând alungirea permanentă. Trecând punctele măsurate ca în fig. 3 într'un sistem de coordonate corespunzător, se pot citi limitele de alungire drept tensiunile la cari alungirile permanente ating anumite valori. Drept limite tehnice de elasticitate se folosesc de preferință limitele de alungire de 0,01°/o și 0,03°/o ($\sigma_{0,01}$ resp. $\sigma_{0,03}$). Pentru determinarea limitei de alungire 0,2°/o, care se întrebuințează drept l i m i t ă d e e t i r a r e în lipsa unei limite naturale de curgere, ajunge un instrument de măsură fin cu raportul de transformare 50 (instrument Kennedy).

2. **Incercări la compresiune.** Pentru încercarea la compresiune a materialelor metalice se întrebuințează după proiectul de normă A 106 epruvete cilindrice de înălțimea $h = D$ (pentru măsurătorile fine $h = 2, 5 \ldots 3\ D$), cari se încarcă între suprafețe plane de compresiune. Pentru ciment și pietre, epruvetele standardizate au formă cubică (DIN 2105). Dacă materialul are un interval de curgere, rezistența corespunzătoare se poate determina drept limita de strivire la încercarea la compresiune. La încercarea la compresiune se poate obține o rupere numai cu materialele fragile. Din încărcarea maximă P_B care se stabilește se poate calcula pe urmă rezistența la compresiune $\sigma_{dB} = P_B/F_0$.

3. **Incercările la încovoiere** se întrebuințează în mod normal pentru încercarea de rezistență a materialelor metalice numai la fontă, fiindcă cu materialele tenace nu se poate obține o rupere. La materialele tenace se poate determina numai rezistența la începutul curgerii (limita de încovoiere σ_{bC}) drept câtul dintre momentul încovoietor corespunzător M_C și modulul de rezistență W al secțiunii (inițiale, n. tr.). Analog se determină r e z i s t e n ț a l a î n c o v o i e r e σ_{bB} a m a t e r i a l e l o r f r a g i l e drept câtul dintre momentul încovoietor M_B care provoacă ruperea și dintre modulul de rezistență. Fiindcă la rupere repartiția tensiunilor nu-i mai corespunde celei ce rezultă din teoria elasticității, în acest fel de calcul rezistența la încovoiere se determină aproape totdeauna cu mult mai înaltă decât rezistența la întindere.

Dacă încercarea la încovoiere se efectuează ca probă tehnologică (î n c e r c a r e a l a p l i a j), se renunță la o măsurare a forței și se determină numai, la încovoierea în jurul unei bare cilindrice de un anumit dia-

Scanned with OKEN Scanner

metru, dacă apare sau nu un început de rupere în partea întinsă, la unghiul de încovoiere prescris. Variante ale probei la încovoiere sunt încercarea la rupere la roșu pentru stabilirea capacității materialului de a fi prelucrat la cald, ca și încercarea la încovoiere la răcire bruscă.

4. **Incercarea la torsiune.** Prin încercări la torsiune cu epruvete de secțiune circulară sau în coroană circulară se poate determina pentru materialele tenace rezistența la începutul curgerii (limita de torsiune τ_{tC}) drept câtul momentului de torsiune corespunzător M_C prin modulul polar de rezistență W_t (al secțiunii inițiale, n. tr.). Pentru materialele fragile, rezistența la torsiune τ_{tB} rezultă în același fel din momentul de torsiune la rupere.

Dacă la încercarea la torsiune se măsoară, afară de momentul de torsiune M_t după fig. 4 și unghiurile de torsiune ψ corespunzătoare, adică torsiunea a două secțiuni perpendiculare pe axă și la distanța l una de alta, resp. torsiunea $\vartheta = \psi/l$, se poate trasa diagrama s a r c i n ă - t o r s i u n e.

Alunecările la suprafața laterală a barei rotunde se pot determina din relațiunea $\gamma = \vartheta r$ și tensiunile tangențiale corespunzătoare în intervalul elastic din $\tau = M_t/W_t$. Modulul de tăiere G și coeficientul de tăiere β se determină pe urmă din

$$G = \tau/\gamma = M_t\, l/W_t\, \psi\, r, \quad \beta = 1/G = \gamma/\tau.$$

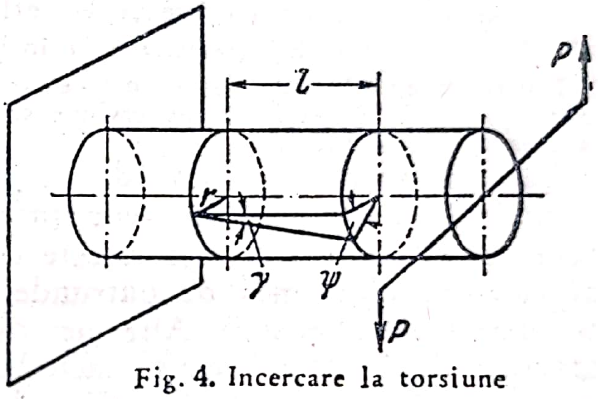


Fig. 4. Incercare la torsiune

5. **Incercarea la forfecare și găurire.** La î n c e r c a r e a l a f o r f e c a r e cu două secțiuni de tăiere se întrebuințează epruvete cilindrice de secțiunea F, cari se trec între trei plăci călite. Dacă se deplasează placa din mijloc față de cele dela capete, se poate calcula rezistența la forfecare τ_{fB} din forța de rupere P_B după $\tau_{fB} = P_B/2\,F$.

La î n c e r c a r e a l a g ă u r i r e se găurește o epruvetă în formă de placă de grosimea a pe un inel de oțel călit de diametrul interior d_1, cu ajutorul unui piston călit de diametrul $d \leqq d_1$ Neglijând tensiunile secundare cari se stabilesc în acest caz, se obține rezistența la forfecare din

$$\tau_{fB} = P_B/\pi\, d\, a.$$

6. **Incercarea la duritate.** La această încercare se determină rezistența pe care materialul o opune penetrării unui corp de probă foarte dur. La î n c e r c a r e a c u b i l a l u i B r i n e l l (DIN 1605) se imprimă sub o anumită încărcare o bilă de oțel călit în suprafața piesei de încercat și pe urmă se măsoară după descărcare suprafața impresiunii bilei. Dacă D e diametrul bilei, P încărcarea și d diametrul suprafeței imprimate, cifra de duritate a lui Brinell H e:

$$H = 2\,P/[\pi\,D\,(D - \sqrt{D^2 - d^2})] \quad [\text{kg/mm}^2].$$

Incărcarea trebue aleasă astfel după t a b l a 3, încât diametrul impresiunii bilei să fie $d = 0{,}2 \ldots 0{,}5\ D$. Pentru oțelul de fuziune încărcarea se alege totdeauna egală cu $30\ D^2$. Pentru a l i a j e l e d e m e t a l e u ș o a r e se recomandă încărcarea $P = 5\ D^2$. Incărcarea se va aplica fără șoc și se va ține de regulă timp de 30 s la valoarea finală.

Condițiunile de încercare trebue indicate precis, de ex.: $H\ 5/250/30$ = duritatea determinată cu bila de 5 mm la încărcarea de 250 kg și durata de încărcare de 30 s.

O modificare a încercării cu bila lui Brinell e încercarea la duritate după L u d w i k și după V i c k e r s, la care se întrebuințează în locul bilei un con de diamant resp. o piramidă de diamant cu unghiul la vârf de 136°.

Cifra de duritate Brinell caracterizează o valoare medie pentru rezistența față de pătrundere, rezistența la întindere însă o valoare medie

pentru rezistenţa faţă de deformaţie a materialului. Fiindcă rezistenţa faţă de pătrundere reprezintă numai o variantă a rezistenţei faţă de deformaţie, există pentru materialele metalice tenace relaţiuni strânse între cifra de duritate şi rezistenţa la întindere. Raportul dintre rezistenţa la întindere şi cifra de duritate Brinell oscilează pentru oteluri între 0,31 şi 0,41, influenţată de aliaj, structură şi deformaţie.

Tabla 3

Diametrul bilei D mm	Incărcarea P în kg *)			
	$30\,D^2$	$10\,D^2$	$5\,D^2$	$2{,}5\,D^2$
10	3000	1000	500	250
5	750	250	125	62,5
2,5	187,5	62,5	31,2	15,6

*) Pentru materialele moi şi încărcări slabe se admite $P = 1{,}25\ D^2$ resp. $0{,}5\ D^2$.

In stare recoaptă avem aproximativ pentru

oţel cu carbon (rezistenţa la întindere 30...100 kg/mm²) $\sigma_B = 0{,}36\ H$

oţel crom-nichel (rezistenţa la întindere 65...100 kg/mm²) $\sigma_B = 0{,}34\ H$.

Pentru *metalele neferoase* se obţin cifre de conversiune cari oscilează între 0,3 şi 0,6. Cifrele de conversiune sunt influenţate în particular şi de deformarea la rece a materialului.

La *încercarea la duritate cu sarcină prealabilă* (după *Rockwell*) se renunţă la determinarea directă a rezistenţei faţă de pătrundere şi se foloseşte drept măsură pentru rezistenţa faţă de pătrundere adâncimea de pătrundere a bilei la încărcare (DIN proiectul de normă DVM A 103). Alte metode de încercare la duritate sunt metoda sgârierii după *Martens*, metoda pendulului după *Herbert*, ca şi metodele de încercare dinamică după *Baumann* şi *Steinrück*, după *Wüst* şi *Bardenheuer*, ca şi după *Shore*.

b) Incercările de rezistenţă dinamice la solicitare de întindere

In principiu toate felurile de încercări de rezistenţă se pot efectua şi dinamic la solicitare de întindere. *Incercării statice la întindere* îi corespunde *încercarea dinamică (prin şoc) la întindere*, *încercării la compresiune încercarea la turtire*, *încercării statice la încovoiere încercarea dinamică (prin şoc) la încovoiere*. La aceste feluri de încercări se foloseşte pentru realizarea forţei energia cinetică a unor mase în mişcare (berbeci, dispozitive cu pendul). De obiceiu se renunţă complet la o măsurare a forţei şi în locul ei se determină consumul de energie la rupere sau deformare.

Incercarea la încovoiere dinamică se întrebuinţează de cele mai multe ori pentru încercarea materialelor, şi se determină rezistenţa la încovoiere dinamică, drept câtul lucrului mecanic necesar pentru ruperea epruvetei prin secţiunea de rupere. Pentru materialele metalice şi în particular pentru oţel, încercarea se efectuează cu epruvete încrestate ca încercare (dinamică) la rezilienţă.

Se măsoară lucrul mecanic de şoc raportat la secţiunea rămasă a locului încrestat, în kgm/cm², care se numeşte rezilienţă şi caracterizează comportarea materialului la solicitări prin şoc. Efectuarea încercării la rezilienţă e standardizată în DIN DVM A 111 resp. 115.

c) Incercări la solicitare alternativă

Incercările de rezistenţă sub sarcină care variază periodic se numesc *încercări la solicitare alternativă*. Ele se pot efectua ca încercări de întindere-compresiune la valori maxime pozitive şi negative ale încărcării egale sau inegale, ca încercări la întindere la încărcare repetată (pulsatoare), ca încercări la încovoiere alternativă sau în fine ca încercări la torsiune alternativă.

Scanned with OKEN Scanner

Se numește **rezistență la solicitare alternativă** σ_W acea jumătate din variația de tensiune între limite pozitive și negative egale, pe care materialul o suportă ori de câte ori, fără a se rupe, iar **rezistență la solicitare repetată** σ_U variația de tensiune suportabilă a unei încărcări care variază între zero și o limită superioară.

Comportarea din punct de vedere al rezistenței materialului la o anumită tensiune prealabilă σ_v cu solicitare la încovoiere suprapusă se poate caracteriza prin diagrame **de rezistență la obosire** după fig. 5. In ele se reprezintă rezistențele limită superioare și inferioare (σ_o resp. σ_u) între cari poate varia oscilația fără ca să intervină o rupere prin obosire, resp. amplitudinea corespunzătoare a oscilației $(\sigma_o - \sigma_u)/2$, în funcțiune de rezistența prealabilă $\sigma_v = (\sigma_o + \sigma_u)/2$.

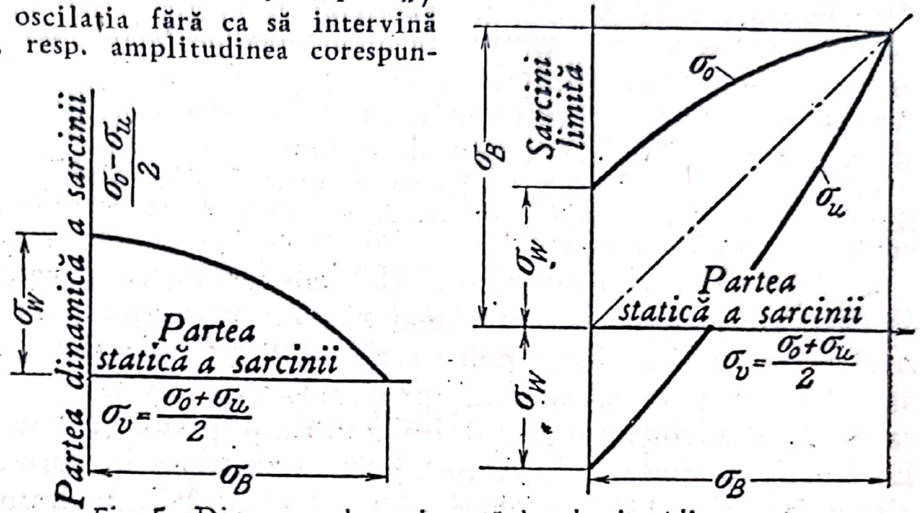


Fig. 5. Diagrame de rezistență la obosire (diagrame cu rezistență prealabilă)

Pentru determinarea rezistenței la solicitare alternativă se supun, după recomandarea lui **Wöhler**, epruvetele la solicitări alternative de mărimi diferite și se determină numărul de alternanțe ale sarcinii până la intervenirea ruperii prin obosire. Dacă se trec aceste puncte experimentale într'o diagramă, se obține **curba Wöhler a materialului**.

Pentru oțelul de fuziune, aceasta e paralelă cu axa absciselor începând cu 5...10 milioane de alternanțe ale sarcinii. De aceea ajunge să se extindă încercarea acestor materiale până la cel mult 10 milioane de alternanțe ale sarcinii, spre a determina rezistența la solicitare alternativă. Pentru metalele neferoase curba Wöhler mai scade adesea și deasupra a 10 milioane de alternanțe ale sarcinii; de asemenea pentru oțelul de fuziune în cazul acțiunilor de coroziune. In acest caz se recomandă să se extindă încercările până la 100 milioane de alternanțe ale sarcinii.

Rezistența la solicitare alternativă a unui material depinde mult de starea suprafeței epruvetelor. Starea rea a suprafeței, cojile de laminare, crestăturile, striațiunile și acțiunile coroziunii o reduc sensibil; cp. fig. 1, p. 769.

După DIN, proiectul de normă DVM A 113, pentru încercarea de obosire la încovoiere cu epruvete rotitoare trebue întrebuințate epruvete șelivisite cu pânză de emeri, la sfârșit cu Nr. 000, până ce nu se mai văd striațiuni. Pentru determinarea sensibilității la încrestare se pot efectua încercări de comparație cu epruvete prevăzute cu legături, sau cu crestături ascuțite practicate în jurul lor.

Rezistența la solicitare alternativă a metalelor e totdeauna considerabil mai joasă decât valoarea corespunzătoare a rezistenței la încercarea statică. Astfel rezistența la încovoiere alternativă se obține egală cu aproximativ jumătate din valoarea rezistenței statice de rupere. Rezistența la solicitare alternativă obținută în încărcarea la torsiune e egală, în cazul materialelor metalice tenace, cu numai aproximativ 0,57, iar la fontă cu numai 0,7...0,8 din cea dela încercarea la încovoiere.

d) Incercări de rezistență la cald

Proprietățile de rezistență ale materialelor metalice se schimbă cu temperatura. Pentru cele mai multe feluri de oțel de fuziune rezistența la rupere crește până la vreo 200° și scade pe urmă, pe când pentru limita de curgere se observă o continuă scădere. Pentru metalele neferoase rezistența scade de obiceiu continuu cu temperatura. Proprietățile de rezistență

Scanned with OKEN Scanner

ale materialelor metalice la temperaturi mai înalte se prezintă în plus ca dependente de timp. De aceasta trebue să se ţină seamă la efectuarea încercării. ~~Se deosebesc~~ încercări de scurtă durată şi încercări permanente la cald. Pentru încercarea statică a proprietăţilor de rezistenţă la cald se folosesc aceleaşi metode de încercare ca la temperatura ambiantă. Importanţă mai mare prezintă numai încercarea la întindere.

Incercarea simplă la rupere la cald se efectuează la fel ca încercarea simplă la întindere. Epruveta de încercat se aduce prin încăl- zire la temperatura dorită. Spre a obţine o repartiţie uniformă a tempe- raturii, epruveta e înconjurată de cele mai multe ori de o baie în uleiu sau sare, încălzită electric sau cu gaz. De influenţa timpului se ţine cel mai simplu seamă prescriind o anumită vitesă de alungire sau o anumită durată a întregului fenomen de rupere.

Fiindcă deasupra a 300° limita de curgere naturală a oţelului de fuziune dispare, limita de curgere la cald trebue determinată drept limită de alungire de 0,2%. Efectuarea încercării e stabilită în DIN, proiectul de normă DVM A 112.

La temperaturi deasupra a 400° determinarea rezistenţei la rupere şi a limitei de curgere descrisă mai sus nu mai ajunge spre a obţine pentru oţelul de fuziune baze pentru calculul de rezistenţă. In acest caz trebue să se încerce să se obţină, prin ridicarea de curbe timp-alungire la încărcare constantă, noi informaţiuni privitoare la influenţa timpului. La încărcare joasă, vitesa de alungire slăbeşte la zero după un timp resp. alungire mai scurtă sau mai lungă, pe când la încărcare mai înaltă alun- girea în căldură nu se mai opreşte, ci duce la rupere. O limită o constitue încărcarea la care alungirea tocmai se mai opreşte după un timp infinit lung. Ea se numeşte rezistenţă de curgere limitată a materialului.

Pentru determinarea rezistenţei de curgere limitată sunt necesare după DIN, proiectul de normă A 118, trei până la cinci încercări de curgere limitată după DIN 117, pentru cari trebue întrebuinţată de fiecare dată o nouă epruvetă. Din diagramele timp-alungire astfel obţinute se determină rezistenţa de curgere limitată drept solicitarea la care vitesa de alungire între ora a 25-a şi a 35-a atinge o valoare de 10^{-3} %/h. Alungirea permanentă nu trebue să întreacă valoarea de 0,2% după 45 h.

e) Incercări de rezistenţă asupra părţilor de construcţie

Fiindcă valorile rezistenţei obţinute cu epruvete netede nu se pot întrebuinţa direct ca bază de calcul în cazul unei forme complicate, se efectuează adesea încercări de rezistenţă asupra unor întregi părţi de construcţie, de ex. cu corpuri de probă de formă corespunzătoare, cari servesc la deteminarea rezistenţei formei.

B. Măsurători de tensiuni

Baza pentru a le da părţilor de construcţie forma corectă din punctul de vedere al tehnicei rezistenţei o constitue cunoaşterea repartiţiei ten- siunilor. Pe lângă calcul, măsurarea tensiunilor cari se stabilesc câştigă o importanţă tot mai mare, fiindcă ea conduce adesea la rezultat şi în cazuri complicate, în cari calculul nu face faţă sau cere un timp disproporţionat de lung. Adesea ajunge să se determine repartiţia ten- siunilor la suprafaţă, fiindcă aici se stabilesc solicitările cele mai mari. Făcând abstracţie de solicitările în serviciu provocate de sarcini exterioare, comportarea unei părţi de construcţie din punctul de vedere al rezistenţei e influenţată şi de tensiunile interioare (tens. proprii).

Pentru determinarea tensiunilor s'au desvoltat următoarele metode de măsură: 1. prin măsurarea alungirii, 2. prin măsurarea curbării, 3. prin determinarea liniilor de alungire, 4. prin măsurare radiografică, 5. prin măsurare elastooptică, 6. prin analogie.

1. **Metode prin măsurarea alungirii** [1]). Dacă se măsoară într'un punct al suprafeței alungirile ε_x și ε_y cari se produc în două direcțiuni perpendiculare una pe alta când se aplică încărcarea, se pot determina tensiunile corespunzătoare σ_x, σ_y cu ajutorul următoarei relațiuni:

$$\sigma_x = E/(1-\mu^2)\cdot(\varepsilon_x + \mu\,\varepsilon_y) \qquad \sigma_y = E/(1-\mu^2)\cdot(\varepsilon_y + \mu\,\varepsilon_x). \quad (1)$$

Cu privire la modulul de elasticitate E v. p. 754; coeficientul lui Poisson μ trebue ales egal cu 0,3 pentru oțel și pentru cele mai multe materiale metalice.

Dacă nu se cunosc direcțiunile tensiunilor principale, se recomandă să se efectueze măsurarea alungirii în punctul respectiv în patru direcțiuni cari formează între ele unghiuri de 45°. Dacă se trec (fig. 1) alungirile măsurate la scară mărită din spre periferia unui cerc în orientarea segmentelor de măsură corespunzătoare, se poate trece o elipsă prin capetele lor, și axele ei principale dau direcțiunile alungirilor specifice principale ε_1 și ε_2, și deci ale tensiunilor principale. Supradeterminarea care există în cazul a patru măsurători de alungiri permite să se compenseze eventualele erori de măsură.

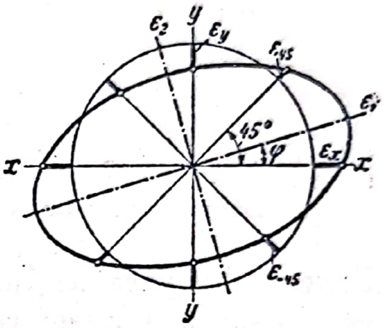


Fig. 1. Elipsa alungirilor specifice

Instrumentele de măsură a alungirii în secț. 7, Măsuri, cap. V. In alegerea raportului de transformare n trebue observat că pentru cele mai multe scopuri tehnice ajunge dacă o deviație a de 1 diviziune de scară pe extensometru îi corespunde unei tensiuni σ de cca 1 kg/mm²; în cazul unei solicitări uniaxiale (liniare) raportul de transformare necesar n e

$$n = E/\sigma \cdot a/l = E/1 \cdot 1/l \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Pentru oțel cu $E = 20\,000$ kg/mm² raportul de transformare necesar, când se întrebuințează lungimea de măsură obișnuită $l = 20$ resp. 10 mm, devine $n = 1000$ resp. 2000. Un astfel de raport de transformare se poate obține simplu cu ajutorul unei duble transmisiuni cu pârghii [tensometrul Huggenberger (fig. 3), tensometrul Okhuizen].

Dacă e să fie întrebuințate lungimi de măsură mai scurte (1...2 mm), cum e nevoie pentru măsurarea repartiției tensiunilor din crestături, trebue să se lucreze cu un raport de transformare mărit corespunzător (extensometrul Berg, Dietrich Lehr ș. a.). Fiindcă se măsoară valoarea medie a alungirilor cari se stabilesc în intervalul segmentului de măsură, vârfurile de tensiuni se determină corect numai dacă lungimea de măsură se alege destul de scurtă.[2])

Dacă se întrebuințează extensometrele curente, trebue să se aplice câte un instrument în fiecare loc de măsură sau, dacă se întrebuințează acelaș instrument de măsură în mai multe puncte, încărcarea trebue repetată la fiecare măsurătoare. Cu ajutorul extensometrelor aplicabile se pot efectua însă măsurătorile în starea descărcată și încărcată, complet independente una de alta. Segmentele de măsură sunt fixate de bile de oțel cu diametrul de 1,5 mm cari se bat cu un ciocan în suprafața piesei. Se pot determina deci și variațiuni ale tensiunilor cari se stabilesc într'o construcție în decursul unor intervale de timp mai lungi. De asemenea se pot determina tensiunile proprii dintr'o piesă.

Se măsoară mai întâi distanțele unei rețele de repere de măsură cu ajutorul extensometrului aplicabil; pe urmă se repetă măsurătoarea după ce s'a desfăcut piesa și s'au liberat tensiunile proprii. Tensiunile proprii se pot calcula din deformațiile elastice după ecuația (1), unei scurtări a lungimii de măsură la liberarea tensiunilor corespunzându-i o tensiune proprie de întindere, unei lungiri o tensiune proprie de compresiune.

[1]) Cp. Lehr, Spannungsmessungen an Werkstücken, Leipzig 1938, Akad. Verlagsges. — Rötscher și Jaschke, Dehnungsmessungen und ihre Auswertung, Berlin 1939, Springer. — [2]) Privitor la o metodă diferențială permițând mari lungimi de măsură v. G. Fischer, Versuche über die Wirkung von Kerben an elastisch beanspruchten Biegestäben, Berlin 1931, ed. VDI.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru m ă s u r a r e a t e n s i u n i l o r t a n g e n ţ i a l e s'au desvoltat instrumente de măsură speciale. Cel mai simplu e să se determine cum s'a arătat mai sus tensiunile normale principale şi să se calculeze, drept semidiferenţă a tensiunilor principale, tensiunile tangenţiale maxime cari se stabilesc sub 45° faţă de direcţiunile tensiunilor principale.

2. **Măsurători de curbare** [1]). Cu ajutorul măsurătorilor de curbare se pot determina solicitările la încovoiere cari se stabilesc în corpurile în formă de plăci. In cazul dispozitivului de măsură reprezentat în fig. 2, curbarea în direcţiunea x corespunzătoare unei deviaţii f pe cadran se obţine din $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{1}{\rho} = \frac{8f}{l^2}$, la dispozitivul de măsură după fig. 3 din $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{1}{\rho} = -\frac{\Delta l}{a l}$.

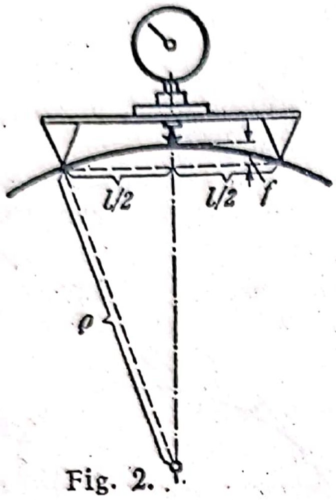


Fig. 2.

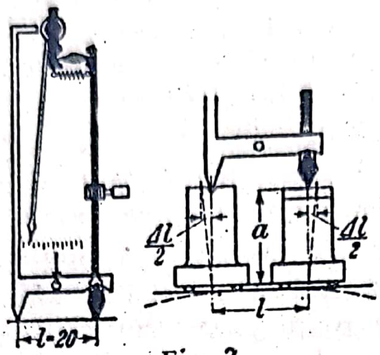


Fig. 3.

Dispozitive pentru măsurarea recurbării

Pentru alungirea de încovoiere pe peretele exterior resp. interior al plăcii de grosimea s avem relaţiunile:

$$\varepsilon_{b_x} = \pm \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{s}{2}, \qquad \varepsilon_{b_y} = \pm \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{s}{2} \quad . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Dacă solicitării la încovoiere a piesei i se mai suprapune o solicitare la întindere sau compresiune, alungirile pe faţa exterioară ε_{a_x} şi ε_{a_y} se pot determina prin simplă măsurare a alungirii. Dacă, afară de aceasta, s'au determinat printr'o măsurare corespunzătoare a curbării şi alungirile de încovoiere ε_{b_x} şi ε_{b_y}, alungirile pe faţa interioară ε_{i_x} şi ε_{i_y} se obţin din

$$\varepsilon_{i_x} = \varepsilon_{a_x} - 2\,\varepsilon_{b_x}, \qquad \varepsilon_{i_y} = \varepsilon_{a_y} - 2\,\varepsilon_{b_y} \quad . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Tensiunile corespunzătoare în exterior şi interior se pot calcula pe urmă cu ajutorul ecuaţiei (1).

3. **Metoda liniilor de alungire** [2]). Locurile solicitate cel mai mult, ca şi direcţiunile tensiunilor principale la suprafaţa unei piese, se pot determina cu ajutorul metodei liniilor de alungire. In acest scop piesa se prevede în stare neîncărcată cu un strat acoperitor fragil dintr'o răşină sau un lac potrivit. La încărcare se formează, începând cu locurile solicitate cel mai mult, fisuri perpendiculare pe direcţiunea tensiunilor de întindere maxime.

Analog se pot folosi liniile de curgere, cari se stabilesc pe piesele necurăţite, la întrecerea limitei de curgere, sub 45° faţă de direcţiunile principale şi se pot pune în evidenţă în secţiuni prin atac chimic după F r y, spre a obţine o idee despre situaţia solicitărilor.[3])

4. **Metode de măsură radiografice** [4]). Acestea folosesc fenomenele de interferenţă cari apar când razele Röntgen cad pe suprafaţa pieselor metalice. In acest caz o rază de lungimea de undă λ e reflectată după

---

[1]) S i e b e l şi K ö r b e r, Mitt. K. W.-Inst. Eisenforsch. 6 (1925), p. 116; apoi S i e b e l, K. W.-Inst. Eisenforsch. 9 (1927), p. 295.

[2]) D i e t r i c h şi L e h r, ZVDI 76 (1932), p. 973.

[3]) S i e b e l şi P o m p, Mitt. K. W.-Inst. Eisenforsch. 8 (1926), p. 63.

[4]) G l o c k e r, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, Berlin 1936, Springer. Apoi W e b e r, Grundlagen und Anwendungen der Messungen innerer Spannungen mit Hilfe von Röntgenstrahlen, Leipzig 1938, Akad. Verlagsges.

Scanned with OKEN Scanner

fig. 4 de cristalele cari se găsesc la suprafaţă, cu distanţa s între planele reţelei, şi anume faţă de raza incidentă sub unghiul α, pentru care e valabilă relaţiunea lui B r a g g:

$$\cos(\alpha/2) = \lambda/2\,s \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (5)$$

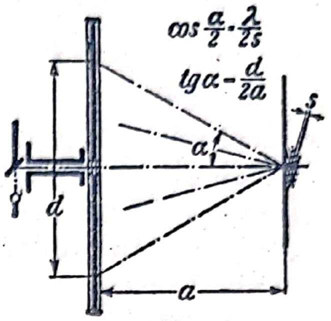


Fig. 4.

Măsurătoare radiografică.

Unghiul α se poate determina prin măsurători făcute asupra inelului de înnegrire de diametrul d, care se produce pe filmul camerei de reflexiune, la distanţa a de suprafaţa radiată

$$\operatorname{tg}\alpha = d/2\,a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6)$$

Pentru determinarea distanţei a e convenabil să se aplice pe suprafaţa radiată o substanţă-etalon (de ex. praf de aur) cu distanţă cunoscută între planele reţelei şi să se fotografieze împreună cu ea. Spre a obţine o înnegrire uniformă, se roteşte camera în cursul fotografierii în jurul axei razei. Spre a obţine o mare preciziune de măsură, e convenabil ca, ţinând seamă de ecuaţia (1), să se întrebuinţeze lumina Röntgen a cărei lungime de undă să-i corespundă aproximativ dublului distanţei dintre planele reţelei (de ex. radiaţiune de cobalt pentru oţel, radiaţiune de cupru pentru aluminiu). Spre a-l determina precis pe d, liniile de înnegrire trebue fotometrate.

Spre a determina suma $\sigma_1 + \sigma_2$ dintre tensiunile principale dintr'un punct al suprafeţei, se radiază perpendicular acest loc şi se măsoară distanţa s dintre planele reţelei perpendicular pe suprafaţă, cu ajutorul relaţiunilor date de ecuaţiile (5) şi (6), în ipoteza că unghiul α e relativ mic. Dacă în starea fără tensiune distanţa dintre planele reţelei e s_0, suma tensiunilor se obţine din

$$\sigma_1 + \sigma_2 = -\frac{E}{\mu}\cdot\frac{s - s_0}{s_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (7)$$

Pentru determinarea fiecărei tensiuni în parte, e nevoie pentru fiecare orientare φ, afară de radiografia perpendiculară, una inclinată sub unghiul ψ faţă de normala din punctul respectiv. Dacă $s_\perp$ e distanţa dintre planele reţelei determinate la radiografia perpendiculară şi s_ψ cea dela radiografia inclinată, tensiunea corespunzătoare σ_φ se calculează din

$$\sigma_\varphi = E/(1+\mu)\cdot(s_\psi - s_\perp)/s_\perp \sin^2\psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8)$$

Trebue o b s e r v a t că în această relaţiune intervin, afară de modulul de elasticitate E şi de coeficientul lui Poisson μ. numai mărimi cari se măsoară în sarcină. Metoda radiografică permite să se stabilească deci valorile absolute ale tensiunilor. De aceea se pretează la determinarea tensiunilor proprii, fără ca să fie nevoie de distrugerea piesei.

A v a n t a j e l e măsurătorii radiografice a tensiunilor sunt mica suprafaţă de măsură (cca 1 mm²) şi posibilitatea de a determina stările de tensiune absolute. Preciziunea de măsură, de 1...2 kg/mm², e mulţumitoare pentru oţelul de fuziune. Metoda n u f a c e f a ţ ă la oţelurile aliate superioare sau ameliorate, sau în cazul structurii cu granulaţie mare. Deoarece indică numai starea de tensiune din stratul superficial. tensiunile proprii cari se stabilesc la prelucrare se pot manifesta în acest strat în mod dăunător pentru măsurătoare.

5. Metode de măsură elastooptice [1]). Se bazează pe faptul că corpurile transparente devin birefringente dacă sunt supuse unei solicitări mecanice, aşa încât se pot determina, prin măsurarea birefringenţei care se stabileşte, stările de solicitare din dreptul locului străbătut de iluminaţie. Astfel de măsurători nu se pot efectua deci pe părţile de construcţie, ci trebue să se folosească în acest scop modele de substanţe transparente şi cu proprietăţi optice corespunzătoare.

[1]) L. F ö p p l, Grundlagen der Spannungsoptik, Spannungsmessungen an Werkstücken, Leipzig 1938. Akad. Verlagsges. — L. F ö p p l şi N e u b e r, Festigkeitslehre mittels Spannungsoptik, München şi Berlin 1935, Oldenbourg. — K u s k e, Berechnung von Fehlern infolge von Vorspannungen in der Spannungsoptik, ZVDI 82 (1938), p. 1445. — M e s m e r, Spannungsoptik, Berlin 1939, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

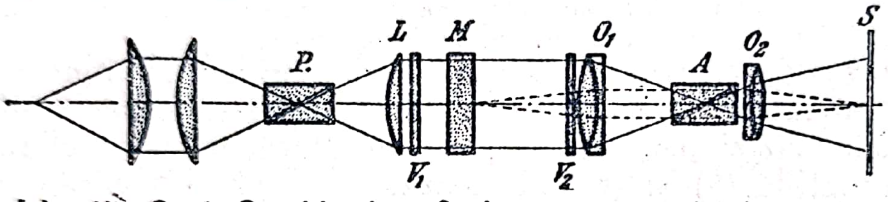
Metoda e limitată în esenţă la cercetarea stărilor de tensiune plane; recent există recomandări pentru întrebuinţarea ei pentru stările de tensiune triaxiale.[1]) Fiindcă starea de tensiune plană e independentă de constanta elastică a materialului, din starea de tensiune a modelului se pot trage concluziuni asupra stării de tensiune a piesei asemenea şi încărcată corespunzător.

O rază de lumină polarizată care trece printr'un model de grosimea d e descompusă în două componente cari vibrează în direcţiunea tensiunilor principale σ_1 şi σ_2, fenomen în care partea razei care vibrează în direcţiunea σ_1 suferă, faţă de cea care vibrează în direcţiunea σ_2, o retardare relativă δ în multipli ai lungimii de undă λ:

$$\delta = (\sigma_2 - \sigma_1)\, d \cdot C/\lambda \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

C reprezintă constanta elastooptică având valoarea de 1,4...3 brewsteri pentru flint, între 45 şi 55 brewsteri pentru bachelită şi trolon; 1 brewster $= 10^{-13}$ cm²/dyn.

Figura 5 reprezintă schematic mersul razelor în cercetările elastooptice. Modelul M, prins într'un dispozitiv potrivit de încărcare, se găseşte între polarizorul P şi analizorul A, al cărui plan de polarizare e totdeauna perpendicular pe al polarizorului. Dacă modelul e străbătut de lumină monocromatică polarizată plan, apar întunecoase toate locurile în cari direcţiunile tensiunilor principale coincid cu direcţiunile de polarizare sau în aceste cazuri raza de lumină străbate modelul fără a fi descompusă. Dacă se repetă de mai multe ori experienţa, rotind de fiecare dată cu un anumit unghiu planul de polarizaţie, se obţine un număr corespunzător de linii (izocline), cari unesc punctele în cari traiectoriile de tensiune trec sub unghiuri corespunzătoare. Din diagrama izoclinelor se determină mersul traiectoriilor de tensiune.



L lentilă, O_1 şi O_2 obiective, S placă sau ecran de observaţie.

Fig. 5. Măsurarea optică a tensiunilor.

Dacă se lucrează cu lumină albă, trecând câte o plăcuţă V de un sfert de lungime de undă în drumul razelor, în faţa şi în spatele modelului, spre a obţine polarizarea circulară, se suprimă de fiecare dată culorile pentru cari retardarea relativă e $\delta = 1$, 2, 3 etc. — şi apare culoarea complementară corespunzătoare. In lumină monocromatică polarizată circular, aceste locuri rămân întunecoase. Se obţine o serie de linii (izocromate) cari unesc toate punctele în cari există aceeaşi diferenţă între tensiunile principale. Dacă se cunoaşte constanta C şi lungimea de undă λ, se poate calcula pentru fiecare izocromată mărimea diferenţei dintre tensiunile principale, folosind relaţiunile date de ecuaţia (9). Spre a realiza o mare preciziune de măsură, se folosesc modele din substanţe cu mare putere de refracţiune.

In loc de a străbate întregul model cu lumină, se determină şi prin puncte direcţiunea tensiunilor principale şi diferenţele dintre tensiunile principale. In acest scop se foloseşte lumină monocromatică polarizată plan şi se roteşte mai întâi polarizorul şi analizorul până ce se ajunge în poziţia de întunecare maximă resp. iluminare maximă, şi se determină astfel direcţiunile tensiunilor principale. Pe urmă se măsoară retardarea δ cu ajutorul unui compensator aşezat în drumul razelor. Determinarea sumei tensiunilor principale, de care mai e nevoie pentru obţinerea mărimii fiecărei tensiuni principale, se poate face printr'o măsurătoare a grosimii modelului înainte şi după încărcare; sau şi prin calcul. Metoda lui F a v r e,[2]) la care se măsoară retardarea razelor la trecerea prin model, faţă de o rază care nu trece prin model, permite determinarea directă a mărimii fiecărei tensiuni principale.

6. Metodele prin analogie. Ele se bazează pe faptul că pentru repartiţia tensiunilor şi pentru anumite fenomene fizice sunt valabile legi cari se pot reprezenta la fel sub formă matematică. O cercetare experimentală a fenomenului respectiv permite deci să se tragă concluziuni asupra repartiţiei tensiunilor. Metodele prin analogie se întrebuinţează mai ales pentru tratarea problemelor de torsiune.

---

[1]) O p p e l, Polarisationsoptische Untersuchungen räumlicher Spannungs- und Dehnungszustände, Forsch. Ing.-Wes. 7 (1936), p. 240. — L. F ö p p l, ZVDI 81 (1937), p. 137. — R. H i l t s c h e r, Forsch. Ing.-Wes. 8 (1937), fasc. 2. — [2]) F a v r e, Schweiz. Bauztg. 90 (1927), p. 291.

Scanned with OKEN Scanner

A n a l o g i a c u d i a f r a g m a [1]). Din constituţia relaţiunii valabile pentru repartiţia tensiunii barelor prismatice solicitate la torsiune:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -2 G \vartheta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

($\tau_x = \partial F/\partial y$, $\tau_y = -\partial F/\partial x$ fiind componentele tensiunii tangenţiale, G modulul de tăiere şi ϑ torsiunea),

analoagă cu relaţiunea valabilă pentru bombarea sub o presiune interioară p a unei diafragme întinsă în toate direcţiunile de forţa specifică S

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{p}{S}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

rezultă pentru repartiţia de tensiune în secţiunea barei

$$\tau_x = c\frac{\partial u}{\partial y} = c\,\alpha_y; \quad \tau_y = -c\frac{\partial u}{\partial x} = -c\,\alpha_x; \quad c = F/u = -2 G \vartheta S/p.$$

Dacă pe deschiderea corespunzătoare a secţiunii barei răsucite se întinde pe o placă plană o diafragmă sub tracţiunea S egală în toate direcţiunile, şi i se aplică dintr'o parte o suprapresiune p, astfel încât să se bombeze slab, spaţiul dintre diafragmă şi planul plăcii formează colina de tensiune, care permite determinarea unghiului de inclinare α şi volumul V prin metode de măsură corespunzătoare [2]) (fig. 6). Volumul V al colinei de tensiune e proporţional cu momentul de torsiune

$$M_d = 2\,c\,V.$$

Liniile de nivel din planul orizontal trecute în fig. 6 caracterizează direcţiunea tensiunilor tangenţiale maxime.

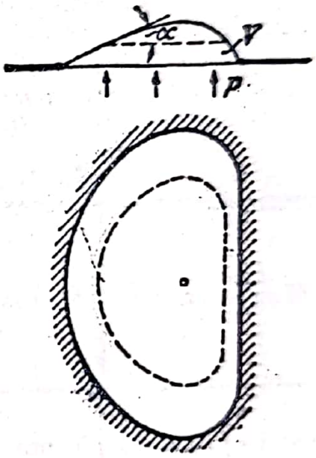


Fig. 6. Colină de tensiune

A n a l o g i a h i d r o d i n a m i c ă. Constituţia condiţiunii de echilibru pentru bara prismatică torsionată

$$\frac{\partial \tau_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_x}{\partial x} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

e analoagă cu a condiţiunii de continuitate pentru câmpurile hidrodinamice plane

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Dacă se cunoaşte repartiţia vitesei v_y, v_x a lichidului într'un vas plat de aceeaşi secţiune cu bara răsucită, avem pentru tensiunile corespunzătoare

$$\tau_y = c\,v_y \qquad \tau_x = c\,v_x,$$

unde c reprezintă o constantă.

Analogia hidrodinamică e potrivită mai ales pentru cercetări privitoare la secţiuni goale şi inelare. Dacă grosimea s a secţiunii goale e mică, se poate admite o aceeaşi vitesă v resp. tensiune tangenţială τ pe toată lăţimea. In acest caz avem (fig. 7)

$$\tau s = c\,v\,s = \text{const},$$

$$M_d = \int_0^f \tau z\,df = \int_0^l \tau z\,s\,dl = 2 F_m \tau s,$$

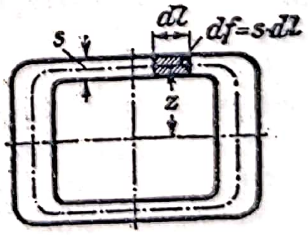


Fig. 7. Secţiune de cutie răsucită

unde F_m reprezintă secţiunea totală până la mijlocul pereţilor.

---

[1]) P r a n d t l, Z. f. Phys. 16 (1903), p. 758.
[2]) Asupra executării măsurătorii cp. A n t h e s, Dingler 321 (1906), p. 342; apoi A. A. G r i f f i t h şi G. J. T a y l o r, Engng. 104 (1917), p. 650, şi K o p f şi W e b e r, ZVDI 78 (1934), p. 913.

Scanned with OKEN Scanner

C. Cifre de elasticitate şi rezistenţă

Lămurirea diferitelor notaţiuni privitoare la rezistenţă în p. 741 ş. u. Cifrele de rezistenţă indicate sunt în general valori mijlocii; valori de garanţie pentru recepţie dau normele privitoare la materiale. Numerele filelor de norme sunt indicate în fiecare loc.

Notaţiuni pentru tabelele cari urmează:

E modulul de elasticitate,
G modulul de tăiere,
σ_B rezistenţa la întindere,
σ_{dB} rezistenţa la compresiune,
σ_C limita de curgere,
σ_{dC} limita de strivire,
σ_{bW} rezistenţa la încovoiere alternativă,
σ_{zW} rezistenţa la întindere-compresiune alternativă,
τ_{tW} rezistenţa la torsiune alternativă,
σ_D rezistenţa de curgere limitată (după DIN DVM A 112),
$\sigma_{0,2}$ limita de etirare echivalentă,
δ_{10} alungirea specifică la rupere ($l = 10\,d$).

a) Oţel şi fontă

După hotărîrea Comitetului German pentru Norme, numirea de „fier de fuziune“ (Flusseisen) se elimină din nomenclatură. Oţelul obţinut din stare lichidă, laminat, se numeşte oţel de fuziune, iar turnat în forme, oţel turnat (oţel dur). Fierul cu un conţinut de peste 2% C se foloseşte numai în stare turnată şi se numeşte fontă.

File de norme pentru oţel şi fontă: Generalităţi în DIN 1600...1609 (încercarea materialelor în 1602...1605); oţel de construcţii în general în DIN 1610...1619; table, tuburi ş. a. în DIN 1620...1629; materiale pentru superstructura căilor ferate în DIN 1630...1639; materiale de construcţie pt. vehicule în DIN 1640...1649; diverse în DIN 1650...1659; oţel special în DIN 1660...1669; oţel de scule în DIN 1670...1679; oţel turnat în DIN 1680...1689; fontă, fontă maleabilă, fontă brută în DIN 1690...1699; cp. şi p. 1006.

Tabela 1. Cifre de elasticitate şi rezistenţă pentru oţel şi fontă

Materialul		Starea	E 1) kg/mm²	G kg/mm²	σ_C 3) kg/mm²	σ_B kg/mm²	σ_{dC} () = σ_{dB} kg/mm²	σ_{bW} kg/mm²	τ_{tW} kg/mm²
Oţel de fuziune	ol 37.11	normalizat	20000—21500	8000—8500	26	37—45	26	18—22	11—14
	ol 50.11		20000—21500	8000—8500	27	50—60	27	23—28	12—17
Oţel de construcţie	ol 52		20000—21500	8000—8500	34	52—64	34	30—32	18—20
Otel ameliorabil nealiat	ol C 45.61	ameliorat	20000—21500	8000—8500	39—47	65—75	39—47	30—34	17—21
aliat	VCN 35		20000—21500	8000—8500	66—78	90—105	66—78	40—47	22—27
Oţel de resoarte Mn-Si . . .		călit	20000—21500	8000—8500	65—115	90—135	65—115	42—62	25—36
Oţel turnat neal.		recopt	20000—21500	8000—8500	22	45	22	20	12
Fontă	fo 12	netratată	7500—4000 2)	3200—2200 2)	—	12	(60)	6	4,5
Fontă superioară			13000—11000 2)	5200—4500 2)	—	26	(90)	12	10
Fontă maleabilă		maleab.	17000	6800	19—21	35—38	19—21	13—15	8,5—10

1) E aproape independent de tratamentul termic şi de deformarea la rece. La temperaturi mai înalte, E scade cum urmează, raportat la modulul E pentru 20° (E_{20}):

Temperatura [°]	100	200	300	400	500
E/E_{20}	0,98	0,95	0,91	0,85	0,70.

2) E scade cu creşterea solicitării la întindere. Pentru solicitarea la compresiune sunt valabile numai limitele superioare.

3) In lipsa unei limite pronunţate (naturale) de etirare, contează ca limită echivalentă de etirare rezistenţa la care alungirea permanentă e de 0,2% din lungimea de măsură iniţială.

Rezistenţa tangenţială $\tau_B = \mu_1 \sigma_B$. Pentru fontă avem $\mu_1 = 1{,}02...1{,}17$, în medie 1,10. Pentru oţel de fuziune avem $\mu_1 = 0{,}84...0{,}87$ *).

*) Valoare confirmată pentru oţelurile de construcţie de încercările la întindere şi torsiune ale firmei Fried. Krupp A.-G., 1929.

Tabela 2. Proprietăți de rezistență ale fontei, oțelului turnat și fontei maleabile la temperatură ambiantă

Materialul		Tratamentul	σ_C kg/mm² minim.	σ_B kg/mm² minim.	$\sigma_b W$ [2]) kg/mm²	$\tau_t W$ [2]) kg/mm²	δ_{10} %
Fontă cenușie . .	fo 12.91	netratată	—	12 (26) [1])	6	4,5	—
,, ,, . .	fo 18.91	,,	—	18 (34) [1])	8,5	7,5	—
Fontă perlitică . .	fo 26.91	,,	—	26 (46) [1])	12	10	—
Oțel turnat . . .	ol t 38.81	recopt	18	38	18	11	20–27
,, ,, . . .	ol t 45.81	,,	22	45	20	12	10—25
,, ,, . . .	ol t 52.81	,,	25	52	22	12,5	12—22
,, ,, . . .	ol t 60.81	,,	28	60	23,5	13	8—20
Fontă maleab. albă	fm 32.92	maleabilizată	18	32	13	8,5	2
,, ,, ,,	fm 38.92	,,	21	38	15	10	4
,, ,, neagră	fm 35.92	,,	19	35	13	8,5	9

„Calitățile speciale" atât de fontă, cât și de oțel turnat, realizează cifre de rezistență mai mari. — Compoziția, proprietățile și întrebuințarea în sect. Tehnologia materialelor p. 821 ș. u., ca și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 226 ș. u.

1) Valorile în paranteze reprezintă rezistența la încovoiere.

2) Determinată cu epruvete de diametrul 7,5...15 mm. Influența coroziunii în p. 769.

Tabela 3. Rezistența la cald a fontei, oțelului turnat și fontei maleabile în kg/mm²

Materialul		Tratamentul	20°		300°		400°		500°	
			$\sigma_{0,2}$	σ_B	$\sigma_{0,2}$	σ_B	$\sigma_{0,2}$	σ_B	$\sigma_{0,2}$	σ_B
Fontă cenușie	fo 12.91	netratată	—	12	—	9	—	10	—	6
,, ,, .	fo 18.91	,,	—	18	—	19	—	20	—	15
Fontă perlitică	fo 26.91	,,	—	26	—	24	—	24	—	19
Oțel turnat	ol t 38.81	recopt	18	38	15	40	13	32	11	21
,, ,,	ol t 45.81	,,	22	45	18	46	16	38	13	25
,, ,,	ol t 52.81	,,	25	52	20	54	18	43	15	28
,, ,,	ol t 60.81	,,	28	60	22	63	20	50	17	33
Oțel Mo. rezist. la cald.		—	31	52	28	55	25	52	21	40
Fontă maleabilă albă	fm 32.92	maleabilizată	18	32	11	32	11	33	8	23
	fm 38.92	,,	21	38	13	38	13	40	8	29
Fontă maleabilă neagră	fm 35.92	,,	19	35	12	35	12	36	9	26

Alte date, în special privitoare la compoziție și întrebuințare, în Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 336...338.

Tabela 4. Proprietăți de rezistență ale oțelurilor de mașini la temperatura ambiantă

Materialul		Tratamentul	σ_C kg/mm² >	σ_B kg/mm²	$\sigma_b W$ kg/mm²	$\tau_t W$ kg/mm²	δ_{10} % >
Oțel comercial .	ol 00.11	laminat	—	—	—	—	—
,, ,, .	ol 37.11	,,	26	37—45	18—22	11—14	25
Oțel de mașini .	ol 34.11	recopt	19	34—42	16—20	10—13	25
,, ,, ,, .	ol 42.11	,,	23	42—50	20—24	11—14	20
,, ,, ,, .	ol 50.11	,,	27	50—60	23—28	12—17	18
,, ,, ,, .	ol 60.11	,,	30	60—70	28—33	16—20	14
,, ,, ,, .	ol 70.11	,,	35	70—85	33—40	24—30	10
Oțel de construcție, rezistent .	ol 52	laminat	34	52—64	30—32	18—20	16

Cifrele de rezistență sunt valabile, mutatis mutandis, și pentru oțelurile corespunzătoare ale seriilor DIN 1612 și 1613. — Proprietățile în sect. Materiale, p. 827. Compoziția, tratamentul termic și întrebuințarea în Stoffhütte ed. a 2-a. p. 319 ș. u.

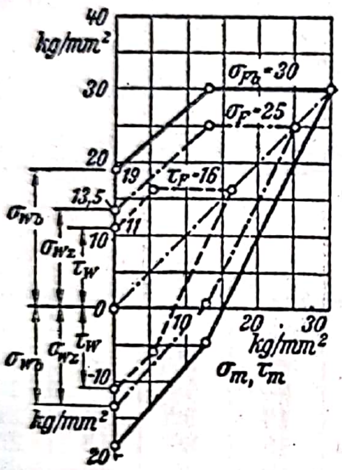
La temperaturi joase limita de etirare, rezistența la întindere și solicitarea alternativă crește, deformabilitatea și reziliența scade; cp. A. Krisch, ZVDI 83, (1939), p. 893.

Tabela 5. Rezistența la cald a oțelurilor neameliorate de mașini, în kg/mm²

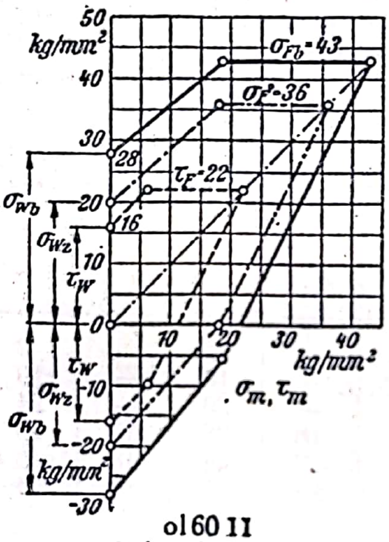
Materialul	20°		200°		300°		400°			500°		
	$\sigma_{0,2}$	σ_B	$\sigma_{0,2}$	σ_B	$\sigma_{0,2}$	σ_B	$\sigma_{0,2}$	σ_B	σ_D	$\sigma_{0,2}$	σ_B	σ_D
ol 34,11	19	34	16	34	12	33	11	28	8	8	17	4
ol 42,11	23	42	19	42	15	40	13	31	9	10	20	4
ol 50,11	27	50	23	50	17	49	15	38	10	11	26	5
ol 60,11	30	60	25	60	20	60	17	44	12	14	30	5
ol 70,11	35	70	30	70	23,5	70	20	51	14	16,5	35	5

Alte date, în particular privitoare la compoziție și întrebuințare, în Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 336...338.

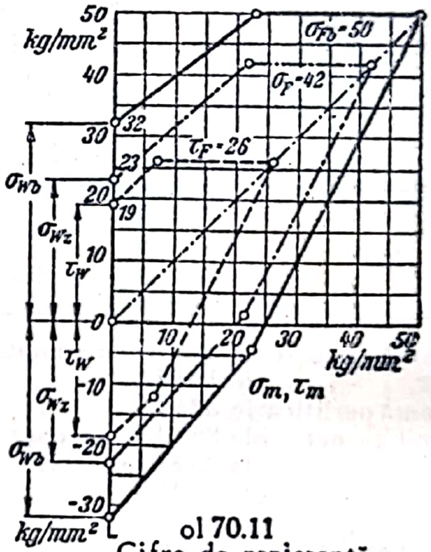
Tabela 6. Diagrame de rezistență la obosire a oțelurilor neameliorate de mașini, la temperatura ambiantă,[1]) determinate cu epruvete de diametrul de 7,5...15 mm. Privitor la valabilitatea pentru diametre mai mari ca și privitor la influența coroziunii, cp. p. 769. Explicația diagramelor de rezistență la obosire în p. 747.



ol 42.11
Cifre de rezistență statice mijlocii
$\sigma_B = 45$ kg/mm²;
$\sigma_C = 25$ kg/mm²; $\delta_{10} = 20\%$



ol 60.11
Cifre de rezistență statice mijlocii
$\sigma_B = 65$ kg/mm²;
$\sigma_C = 36$ kg/mm²; $\delta_{10} = 14\%$



ol 70.11
Cifre de rezistență statice mijlocii
$\sigma_B = 75$ kg/mm²;
$\sigma_C = 42$ kg/mm²; $\delta_{10} = 10\%$

[1]) Stabilite de Comitetul de Specialitate pentru Organe de Mașini al Asociației Inginerilor Germani (VDI).

Tabela 7. Proprietăți de rezistență ale oțelurilor ameliorabile, la temperatura ambiantă

Materialul	Tratamentul	σ_C kg/mm²	σ_B kg/mm²	$\sigma_b W$[1]) kg/mm²	$\tau_t W$[1]) kg/mm²	δ_{10} %
ol C 25.61	ameliorat	28—35	47—55	22—27	12—17	23—19
ol C 35.61	„	33—40	55—65	26—31	15—19	20—17
ol C 45.61	„	39—47	65—75	30—34	17—21	18—14
ol C 60.61	„	45—55	75—90	34—41	19—26	15—10
VCN 15.62	ameliorat m	42—53	65—75	32—37	18—21	16—13
VCN 25.62	„ d	52—60	75—85	36—40	20—23	15—12
	„ m	49—60	70—85	34—40	19—23	14—10
VCN 35.62	„ d	56—66	80—95	38—44	21—25	12—8
	„ m	56—68	75—90	36—42	20—24	14—10
VCN 45.62	„ d	66—78	90—105	40—47	22—27	12—8
	„ m	75—92	100—115	45—52	25—30	10—6
	călit în aer	p. la 130	p. la 160	p. la 70	p. la 40	

[1]) Determinată cu epruvete de diametrul de 7,5...15 mm.

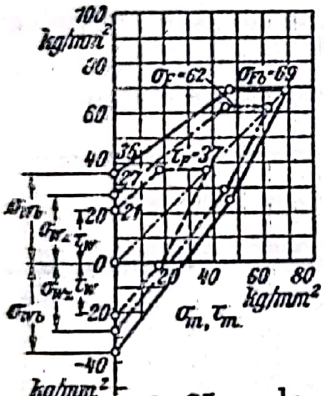
Tabela 7. Proprietăți de rezistență ale oțelurilor ameliorabile, la temperatura ambiantă

Materialul	Tratamentul	σ_C kg/mm²	σ_B kg/mm²	σ_{bW}[1] kg/mm²	τ_{tW}[1] kg/mm²	δ_{10} %
VCMo 125.63	ameliorat	43–53	65–80	32–39	18–23	16–12
VC 135.63	„	49–60	75–90	36–44	20–25	12–8
VCMo 135.63	„	56–72	80–100	38–50	21–39	12–8
VCMo 140.63	„	70–89	95–110	46–54	26–31	10–6
VCMo 240.63	„	86–105	110–130	54–62	31–37	9–5

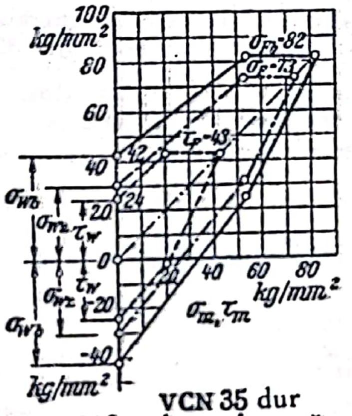
Compoziția, proprietățile, tratamentul termic și întrebuințarea în secț. Materiale, p. 823 ș. u. și Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 324...332. — Pentru scopuri speciale, cifrele de rezistență mai pot fi ridicate prin tratament termic corespunzător.

1) Determinată cu epruvete de diametrul 7,5...15 mm.

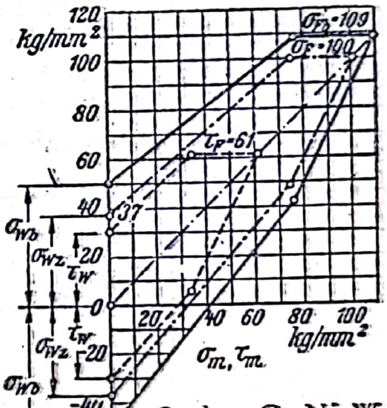
Tabela 8. Diagrame de rezistență la obosire a oțelurilor ameliorabile, la temperatură ambiantă,[1]) determinate cu epruvete de diametrul de 7,5...15 mm. Privitor la valabilitatea pentru diametre mai mari ca și privitor la influența coroziunii cp. p. 769. Explicația diagramelor de rezistență la obosire în p. 747.



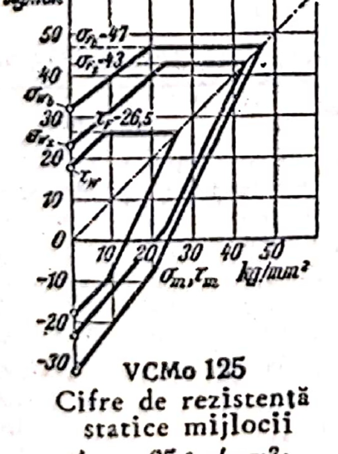
VCN 35 moale
Cifre de rezistență statice mijlocii
$\sigma_B = 83$ kg/mm²;
$\sigma_C = 62$ kg/mm²;
$\delta_{10} = 14 ... 10\%$



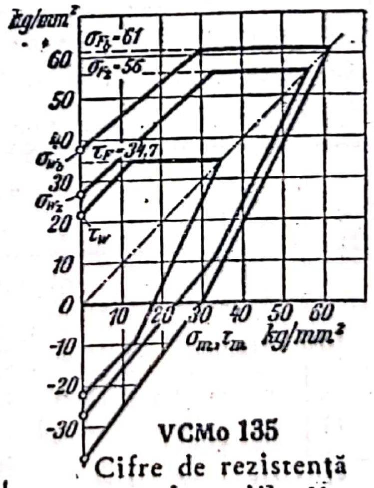
VCN 35 dur
Cifre de rezistență statice mijlocii
$\sigma_B = 98$ kg/mm²;
$\sigma_C = 73$ kg/mm²;
$\delta_{10} = 12 ... 8\%$



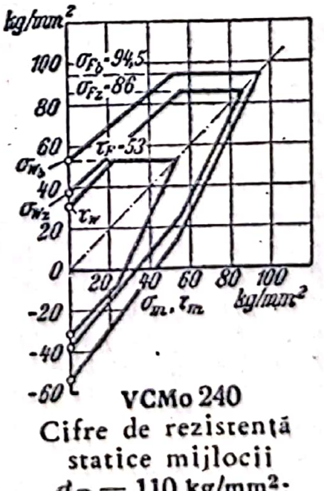
Oțel Cr-Ni-W
Oțel de arbori cotiți
Cifre de rezistență statice mijlocii
$\sigma_B = 120$ kg/mm²;
$\sigma_C = 100$ kg/mm²;
$\delta_{10} = 10\%$



VCMo 125
Cifre de rezistență statice mijlocii
$\sigma_B = 65$ kg/mm²;
$\sigma_C = 43$ kg/mm²;
$\delta_{10} = 16\%$



VCMo 135
Cifre de rezistență statice mijlocii
$\sigma_B = 80$ kg/mm²;
$\sigma_C = 56$ kg/mm²;
$\delta_{10} = 12\%$



VCMo 240
Cifre de rezistență statice mijlocii
$\sigma_B = 110$ kg/mm²;
$\sigma_C = 86$ kg/mm²;
$\delta_{10} = 9\%$

1) Diagramele de rezistență la obosire pentru VCN 35 și oțel Cr-Ni-W stabilite de Comitetul de Specialitate pentru Organe de Mașini al lui VDI.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 9. Proprietăți de rezist. ale oțelurilor cementate și nitrurate, la temp. ambiantă

Materialul	Tratamentul	σ_C[1] kg/mm²	σ_B[1] kg/mm²	σ_{bW} kg/mm² ~	δ_{10} %
ol C 10.61	călit	30	45—60	25	25—20
ol C 16.61	„	33	50—65	27	23—18
EN 15.62	„	39—56	60—80	—	15—8
ECN 25.62	„	56—75	80—100	35	14—10
ECN 35.62	„	67—90	90—120	43	12—6
ECN 45.62	„	90—105	120—140	50	10—5
EC 30.63	„	36—48	55—70	—	15—10
EC 60.63	„	48—63	70—90	—	14—9
EC Mo 80.63	„	63—80	90—110	—	12—8
EC Mo 100.63	„	80—100	110—135	—	9—5
Oțel nitrurat FP 15	ameliorat și nitrurat	45	65—80	42	18—14
„ FPK 13	„	60	80—100	46	14—10
„ FPE 23	„	65—80	85—115	55	16—8
„ N 42	„	60—70	80—120	55	16—9
„ N 54	„	75—90	90—135	61	14—7

[1]) Valabilă pentru sâmbure.

Compoziția, proprietățile, tratamentul termic și întrebuințarea în secț. Tehnologia materialelor, p. 823 ș. u., și Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 320...323 și p. 313.

Tabela 10. Proprietăți de rezistență ale oțelurilor de resoarte ameliorate, la temperatura ambiantă.

Tipul de aliaj		Compoziția %	σ_C kg/mm²	σ_B kg/mm²	σ_{bW} kg/mm²	τ_{tW} kg/mm²	σ_{zW} kg/mm²	δ_{10} %
Oțel de resoarte cu	Mn	2 Mn	95—120	120—145	50—58	28—32	34—39	10—6
	Si	2 Si	105—135	120—150	55—66	30—36	38—45	10—5
	Si-Mn	1 Si 1 Mn	65—115	90—135	42—62	25—36	28—44	12—4
	Cr-Si	1 Cr 1 Si	105—145	120—160	54—68	30—39	36—46	10—6
	Cr-Mn	1 Cr 1 Mn	105—135	120—150	54—66	30—38	36—45	10—6
	Cr-V	1 Cr 0,1 V	110—135	135—155	52—61	29—35	34—42	9—5
	Cr-Si-Ni	1,4 Cr 0,2 Si-		150—165				

Date mai precise despre compoziție, ca și proprietăți, tratament termic și întrebuințare în secț. Materiale, p. 823 ș. u., și Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 331 și 333.

La încercare, resoartele cu foi fabricate gata se pot supune unei solicitări de $\sigma'_a = 120...130$ kg/mm²; solicitarea la încovoiere pe baza căreia se calculează trebue aleasă mai joasă. Modulul de elasticitate și de tăiere în tabela 1.

Tabela 11. Rezistența la cald a oțelurilor de cazan pentru table și tole în kg/mm²

Materialul		20°			300°		400°			500°		
		$\sigma_{0,2}$	σ_B	δ_{10} %	$\sigma_{0,2}$	σ_B	$\sigma_{0,2}$	σ_B	σ_D	$\sigma_{0,2}$	σ_B	σ_D
nealiat	ol 35	21	35-44	24—19	13	35	10,0	28,5	9,0	7,0	17,5	2,5
	ol 41	23	41—50	22—18	15	41	12	32,5	9,5	8,5	20,5	3,0
	ol 44	24	44—53	19—15	16	44	12,5	35	9,5	9,0	22,5	3,0
	ol 47	25	47—56	17—15	17	46	13,0	37,5	10,0	9,5	24,0	3,5
	ol 53	28	53—62	15—13	19	52,5	15	41	11	10,5	26	4,0
	ol 60	31	60—70	14—11	21	59,5	17	47	12	12	28	4,5
Cr Mo „SK 11"		26	44—53	19—15	19	42	17	40	16	13	32	10
Cr Mo „SK 12"		30	47—56	17—15	22	45	20	41	19	17	35	15
Cr Mo „SK 12 h"		34	53—62	15—13	25	51	22	46	21	19	39	15
Cr Mo „SK 12 E"		36	60—70	11	26	58	24	52	22	20	44	15
Cr Mo „SK 12 V"		40	60—70	11	33	56	28	52	26	24	44	20
Cr Ni Mo BCD 54		40	60—70	11	33	56	28	52	26	24	44	18

Compoziția proprietățile și întrebuințarea în secț. Materiale, p. 823 ș. u., și Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 335...339.

Tabela 12. Rezistența la cald a oțelurilor de tuburi în kg/mm² (cp. DIN E 1625)

Materialul	Tratamentul	20°			300°		400°			500°			550°		
		$\sigma_{0,2}$	σ_B	δ_{10} %	$\sigma_{0,2}$	σ_B	$\sigma_{0,2}$	σ_B	σ_D	$\sigma_{0,2}$	σ_B	σ_D	$\sigma_{0,2}$	σ_B	σ_D
ol 35.29	tras	23	35–45	20	15	32	11	24	9	7	16	3	6	12	1,5
ol 45.29	„	26	45–55	17	17	42	13	32	10	9	20	3	7	15	2
ol 55.29	„	30	55–65	14	19	52	15	42	11	11	28	3	8	20	2
Oțel Mo moale	„	26	38–45	20	21	35	17	31	14	13	25	9	11	22	4
„ Mo dur	„	29	45–55	18	24	42	19	38	17	15	32	12	13	27	5
„ Cr-Mo	„	30	45–55	20	26	42	22	38	21	18	32	16	15	27	7
„ Cu-Ni	„	32	45–55	18	24	42	20	34	17	15	27	7	12	22	3
„ Cr-Al	„	30	50–60	15	25	45	21	37	21	18	33	14	16	28	7
„ Cr-Si-Mo	„	34	50–60	20	26	45	22	38	21	18	35	16	15	27	9

Compoziția, proprietățile și întrebuințarea în secț. Materiale, p. 823 ș. u., și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 299 și 335...339

Tabela 13. Rezistența oțelurilor speciale pentru supapele de motoare cu ardere internă, în kg/mm²

Materialul	Tratamentul	20°			400°	500°	600°	700°	800°
		σ_C	σ_B	δ_{10} %	σ_B	σ_B	σ_B	σ_B	σ_B
Oțel Cr-Ni-W	destins	50	90	15	68	65	56	40	24
Oțel Cr	ameliorat	60	85	9	72	60	40	18	12
Oțel Cr-Si	„	75	100	10	80	58	35	16	8
Oțel Si-Cr	„	80	105	9	80	58	34	15	6

Compoziția, proprietățile, tratamentul termic și întrebuințarea în secț. Materiale, p. 823 ș. u., și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 356.

b) Cuprul și aliajele de cupru

Tabela 14. Cifre de elasticitate și rezistență pentru cupru și aliaje de cupru

Materialul	DIN	Starea	E kg/mm²	Rez. statică $\sigma_{0,2}$ kg/mm²	Rez. statică σ_B kg/mm²	Rez. la sol. alt. σ_{bW} kg/mm²	Rez. la sol. alt. τ_{tW} kg/mm²	δ [1] %
Cupru pur . . .		turnat	—	—	15–20	5	3	15–4
	1708	plasticizat	11 500	7–20	15–30	7–11	4–6	50–5
		tras tare	12 500	30–40	35–45	12	5	5–1
Alamă am 63 . .	1709	turnată	8 000	5	15	6,5	3,8	12–7
	1774	recoaptă	—	10	32–40	13	7,5	35–25
		lam. la rece	—	28	47–60	25	14	15–5
Alamă specială . .	1709	turnată	10 000	10	30–60	7	4	45–10
Bronz roșu . . .	1705	turnat	9 000	3	15–20	3,5	2,5	25–6
Bronz de cositor .	1705	turnat	12 000	3	15–20	3,5	2,5	15–3
Bronz de mangan .	—	turnat	9000–12 000	10	30–35	7	4	40–35
Metal Monel . . .	—	forjat	6 600	17–21	44	10	6	—
Bronz de aluminiu .	1714	turnat	—	15	35–45	8	5	18–8
Bronz de arsen . .	1787	turnat	—	—	23	5,3	3,8	38
Bronz de Pb-Sn	—	turnat	—	5	15–18	4	3	15–8
Bronz special super.	—	forjat	12 000	15	50–80	12	7	15–10

Alte date despre compoziție, proprietăți și întrebuințare în secț. Materiale, p. 844 ș. u., și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 379...393.

[1]) Pentru cupru și alamă δ_{10}; pentru bronz roșu și bronzuri δ_5.

Tabela 15. Alămuri

Notația	DIN	Compoziția %			Starea	Rez. statică		Rez. la sol. alt.		δ_{10}
		Cu	Zn	alte		$\sigma_{0,2}$ kg/mm²	σ_B kg/mm²	σ_{bW} kg/mm²	τ_{tW} kg/mm²	%
am t 63	1709	63	34	3 Pb	turnată	> 5	> 15	6,5	3,8	7
am t 67	1709	67	30	3 Pb	„	> 5,5	> 18	7	4,0	20
am t sp A	1709	54 – 62	rest	Mn, Al, Fe, Sn	„	> 10	> 30	14	7,5	10
am t sp B	1709	54 – 62	rest	idem	„	> 12	35 – 60	13 – 21	7,5 – 12	45 – 15
am 58	1709 1776	58	40	2 Pb	moale dură	> 12,5 > 29	42 – 48 48 – 56	17 24	9 14	25 – 10 10 – 5
am 63	1709 1774	63	rest	—	moale dură	> 10 > 28	32 – 40 47 – 60	13 25	7,5 14	35 – 25 15 – 5
am 72	1709	72	rest	—	moale dură	> 8,5 > 26	28 – 35 42 – 52	11 22	6,0 12,0	40 – 30 18 – 8
am 90	1709	90	rest	—	moale dură	> 7,5 > 24	25 – 32 40 – 45	10 20	5,5 13,0	40 – 25 12 – 5

Alte date privitoare la rezistență, ca și alte metale în sect. Materiale și Stoffhütte ed. a 2-a:

Tabela 16. Bronzuri și bronz roșu

Grupul	Notația	DIN	Compoziția %			Starea	Rez. statică		δ_5
			Cu	Sn	alte		$\sigma_{0,2}$ kg/mm²	σ_B kg/mm²	%
Bronz de cositor (Bronz cu fosfor)	bz t 20	1705	80	20	—	turnat	5	15	—
	14		86	14	—	„	6,5	20	3
	10		90	10	—	„	6	20	15
	—					plasticizat	8	25–100	
Bronz roșu	bz 10	1705	86	10	4 Zn	„	6	20	10
	8		82	8	7 Zn, 3 Pb	„	5	15	6
	4		93	4	2 Zn, 1 Pb	„	6	20	25
	—					turnat centrifugal	8	25 – 30	17–13
Bronz plumb-cositor	bz-Pb 10	1716	86	10	4 Pb	„	5,5	18	15
	8	1705	80	8	12 Pb	„	5	15	8
Bronz de aluminiu turnabil	bz Al t 9	1714	91			turnat	10	35	12
	bz M Al t A		76–94		Al 9–5	„	12	40	20
Bronz de aluminiu (aliaj plasticizat)	bz Al 4	1714	96		Al 4	moale dur	10 28	30 – 38 42 – 56	50 8
	bz Al 9		91		Al 9	moale dur	12 38	40—50 56 – 70	30 5
	bz M Al		72–94	13–5	—	fas. la cald	18	45 – 65	30 – 8
	—					presat	35	60 – 70	11
Bronz de cositor	bz Nida d					dur	40	57 – 65	22
Bronz cu arsen	—	1787	99	—	0,5 A	moale	—	23	38

Rezistența la încovoiere alternativă σ_{bW} pentru bronzuri și bronzul roșu cca 0,23 σ_B, rezistența la torsiune alternativă τ_{tW} cca 0,15 σ_B. Compoziția, proprietățile și întrebuințarea în sect. Materiale, p. 812 ș. u. și 848 ș. u. Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 140 și 391.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 17

Rezistenţa la cald a cuprului şi a aliajelor de cupru

σ_B în kg/mm²

Materialul	Starea	20°	100°	200°	300°	400°	500°	600°
Cupru pur	recopt moale	24	21	17	14	11	7	—
	tras tare	41	37	32	14	—	—	—
Alamă am 63 . . .	recoaptă moale	35	32	27	18	9	4	—
	laminată la rece	50	44	36	27	19	9	—
Bronz de aluminiu . .	recopt.	55	55	54	46	29	13	—
Bronz „Delta-Ti" . .	presat la cald	78,5	81,6	76,5	63,6	37,2	21,3	—
Bronz roşu	turnat	20	20	19	11,5	5,1	3,6	—
Metal Monel	laminat	65	—	—	61	53	45	27
Bronz cu 5% mangan	recopt	35	—	35	33	26	—	—
Bronz cu 15% mangan	"	47	—	48	45	30	—	—
Bronz „Delta-HD" .	forjat la cald	44,6	43,2	45,5	41,2	35,5	20,4	—
Ni-Cu pt. palete de turbine cu abur . .		43	43	40	40	37	—	—

c) Metale uşoare

Tabela 18

Cifre de elasticitate şi rezistenţă pentru metalele uşoare

al. = aliaj, m = moale, c = călit, fr = fasonat la rece, sd = semidur, tn = turnat în nisip, tc = turnat în cochilii, om = omogenizat.

Materialul	Starea	E kg/mm²	G kg/mm²	$\sigma_{0,2}$ kg/mm²	σ_B kg/mm²	σ_{bW} kg/mm²	τ_{tW} kg/mm²	δ_{10} %
Duralumin (aliaj de alum. plastic Al-Cu-Mg)	m	6900	2700	7–12	16–22	7,5–10	4–6	25–15
	c	7200	2800	22–33	34–52	13–21	7,5–12	24–8
	c şi fr	7200	2800	28–36	42–58	16–23	9,5–13	15–5
BS-Seewasser (aliaj de alum. plastic Al-Mg)	m	6900	2700	9–25	20–40	9–18	5–11	25–15
	sd	6900	2700	12–32	25–48	12–22	6,5–13	15–10
Silumin (aliaj de alum. turn. Al-Si t)	tn	7600	3000	8,5–9	17–20	6–7	3–4	8–4
	tc	7600	3000	12–13	23–25	8–8,5	4,5–5	5–3
Aliaj de al. pt. pistoane (Al-Cu-Ni t)	tn	7300	2900	13–15	18–20	6,5–7	3,5–4	1–0,5
	tn c	7300	2900	17–20	24–27	8–9,5	4,5–5,5	0,8–0,3
	tc	7300	2900	14–16	19–21	6,5–7,5	3,5–4	1–0,5
	tc c	7300	2900	19–25	26–34	9–12	5,0–6,5	1–0,5
Aliaj de magneziu plastic (Mg-Al)	netratat termic	4300	1800	17–20	24–29	10–11	5–6,5	18–9
	om	4500	1800	22–25	32–38	12–13	7–8,5	12–6
	c	4500	1800	24–30	36–43	13–14	8–9,5	6–2
Aliaj de magneziu turn. (Mg-Al t)	tn netratat termic	4300	1800	10–12	16–20	7–8	3,5–4,5	6–3
	tn om	4400	1800	10–12	23–29	8–10	5–6,5	12–5
	tn c	4400	1800	10–12	24–29	8–10	5–6,5	5–1

Tabela 19. Aliaje de aluminiu plasticizabile

m = moale, c = călit, d = dur

Notația	Starea	$\sigma_{0,2}$ kg/mm²	σ_B kg/mm²	$\sigma_{b\,W}$ kg/mm²	$\tau_{t\,W}$ kg/mm²	δ_{10} %
Al-Cu-Mg	m	7—12	16—26	7,5—12	4—7	25—15
	c	22—33	34—52	13—21	7,5—12	24—8
Al-Cu-Ni	m	7—12	16—22	7,5—10	4—6	25—15
	c	20—26	33—42	13—17	7,5—9,5	20—8
Al-Cu	m	7—12	16—22	7,5—10	4—6	25—15
	c	19—23	34—42	13—17	7,5—9,5	20—8
Al-Mg-Si	m	5—6,5	11—13	5—6,5	3—3,5	27—15
	c	16—25	26—35	10,5—14	6—8	20—10
Al-Mg	m	8—18	20—45	9—20	5—12	25—15
	d	20—38	25—48	12—22	6,5—13	15—10
Al-Mg-Mn	m	6—12	16—24	7,5—11	4—6,5	25—15
	d	17—26	24—38	11—17	6,5—10	5—2
Al-Si	m	6—8	12—15	5—6,5	3—4	25—15
	d	15—20	18—25	7,5—10,5	4,5—7	5—2
Al-Mn	m	4,5—7	10—15	4—6,5	3—4	35—20
	d	15—20	18—25	7,5—10,5	4,5—6,5	5—2

Compoziția proprietățile ca și alte valori ale rezistențelor în sect. Materiale, p. 883 ș. u, și Stoffhütte ed. a 2-a, p. 362.

Tabela 20. Aliaje de aluminiu turnabile

tc = turnat în cochilie, tn = turnat în nisip, c = călit, om = omogenizat

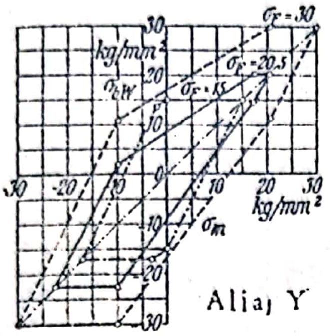
Notația	Starea	$\sigma_{0,2}$ kg/mm²	σ_B kg/mm²	$\sigma_{b\,W}$ kg/mm²	$\tau_{t\,W}$ kg/mm²	δ_{10} %
Al-Cu t	tn	6—11	12—18	4—6	2,5—3,5	4—0,5
	tc	8—13	12—20	4—6	2,5—4	3—0,5
Al-Zn-Cu t	tn	6,5—7,5	12—18	4—6	2,5—3,5	4—0,5
	tc	8—10	12—20	4—6	2,5—4	3—0,5
Al-Cu Ni t	tn c	18—23	24—27	8—9,5	4,5—5,5	0,8—0,3
	tc c	20—25	26—34	9—12	5,0—6,5	1—0,5
Al-Si t	tn	8—10	17—22	6—7,5	3—4,5	8—4
	tc	10—12	18—26	6—9	3,5—5	5—3
Al-Si-Cu t	tn	9—11	17—22	6—7,5	3—4,5	5—2
	tc	10—13	18—22	6—7,5	3,5—4,5	3—2
Al-Si-Mg t	tn c	18—25	25—29	8,5—10	5—6	4—1
	tc c	20—28	26—32	9—11	5—6,5	1,5—0,7
Al-Mg t	tn om	11—15	20—26	7—9	4—5	8—4
	tc om	12—15	22—26	7,5—9	4—5	10—5
Al-Mg-Si t	tn c	10—18	17—28	6—9,5	3,5—5,5	4—1
	tc c	15—25	20—30	7—10,5	4—6	4—1
Al-Mg-Mn t	tn	6—9	14—18	5—6	2,5—3,5	8—3
	tc	8—10	15—19	5—6,5	3—4	8—3

Constituția, proprietățile și alte valori ale rezistențelor în sect. Materiale, p. 811 ș. u. și 833 ș. u., și Stoffhütte ed. a 2-a, p. 364.

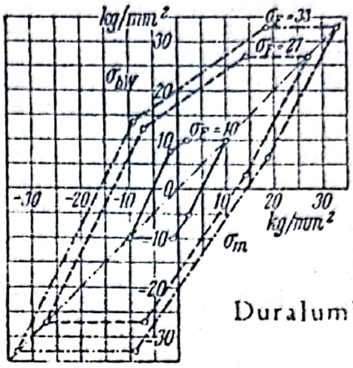
Scanned with OKEN Scanner

Tabela 21. Diagrame de rezistenţă la obosire a aliajelor de aluminiu
(după M. E n ß l i n)

determinate cu epruvete de diametrul de 7,5 ... 15 mm. Privitor la valabilitatea pentru diametre mai mari, ca şi privitor la influenţa coroziunii, cp. p. 769. Explicaţia diagramelor rezistenţei la obosire în p. 747.



Aliaj Y



Duralumin

——— turnat, $\sigma_B = 25$ kg/mm²,
—·— presat longitudin., neameliorat $\sigma_B = 32$ kg/mm²,
– – – presat longitudinal, ameliorat $\sigma_B = 41$ kg/mm².

——— moale, $\sigma_B = 19$ kg/mm²,
– – – călit, $\sigma_B = 44$ kg/mm²,
—·— călit şi fasonat la rece, $\sigma_B = 51$ kg/mm².

Tabela 22. Aliajele magneziului
tn = turnat în nisip, c = călit, lam = laminat

Notaţia	Starea	E kg/mm²	$\sigma_{0,2}$ kg/mm²	σ_B kg/mm²	σ_{dB} kg/mm²	σ_{bW} kg/mm²	δ_{10} %	H_B kg/mm²
Mg-Al t	tn	4300	10 – 11	16 – 20	30	7 – 8	6 – 3	50 – 60
Mg-Al t	c	4400	10 – 11	24 – 29	31	8 – 10	5 – 1	70 – 90
Mg-Al-3 Zn	tn	4000	5,0 – 6,5	14 – 17	29	6 – 6,5	10 – 7	40 – 50
Mg-Al-4 Zn	,,	4200	8 – 9	17 – 22	32	5,5 – 7,5	9 – 5	45 – 55
Mg-Al-6 Zn	,,	4300	9 – 10,5	16 – 20	33	7 – 8	6 – 3	50 – 60
Mg-Mn	,,		3	8 – 11	17		5 – 2	35 – 40
Mg-Si	,,		5 – 6,5	9 – 13	22		4 – 1	40 – 45
Mg-Al 3	lam	4300	18 – 20	24 – 29	34 – 36	10	18 – 8	55 – 60
Mg-Al 6	,,	4500	20 – 22	27 – 33	35 – 38	13	16 – 10	60 – 65
Mg-Al 9	,,	4500	23 – 28	28 – 37	37 – 40	12	12 – 6	70 – 80
Mg-Al 9	c	4600	26 – 30	36 – 43	40 – 45	13	6 – 2	85 – 95
Mg-Zn	lam	4300	16 – 18	24 – 28	34 – 36	9	18 – 14	50 – 60
Mg-Mn	,,	4200	14 – 17	18 – 24	30 – 32	7	8 – 1	40 – 50

Compoziţia, proprietăţile, ca şi alte valori ale rezistenţelor în sect. Materiale, pp. 812 şi 841 ş. u., şi Stoffhütte ed. a 2-a, pp. 374 ş. u.

Tabela 23. Rezistenţa la cald a câtorva metale uşoare
al = aliaj, tt = tras tare, fj = forjat, c = călit, tc = turnat în cochile, om = omogenizat

Materialul	Starea	σ_B în kg/mm² la o temperatură de					
		20°	50°	100°	200°	300°	400°
Aluminiu, pur	tt	14,5	—	14	13	10,5	8,4
Al-Cu-Ni (al. Y)	fj şi c	42	40	38,5	36	28	13
Al-Cu-Ni t (al. Y)	tc c	32	31	30	24	21	8
	tc	21	21	20	19	14	5
Al-Si-Mg t (Silumin Gamma)	tn c	27	27	26	24	16	—
	tc c	32	32	31	26	17	—
Al-Si t (KS 280)	tc	21	21	20	16	6	—
Aliaj de magneziu	om	23	22	20	13,5	6	—

d) Alte metale

Tabela 24. Rezistenţa altor metale industriale

tc = turnat în cochilie, tn = turnat în nisip, tp = turnat sub presiune
t = turnat, p = plasticizat, lam = laminat

Materialul	Starea	σ_B kg/mm²	δ_{10} %	Materialul	Starea	σ_B kg/mm²	δ_{10} %
Plumb pur . .	p	1,1—1,9	70—50	al. turn. zinc	tn	22—24	1—0,5
Plumb dur (DIN 1703) .	p şi t	6—10	2—0		tc	22—25	1,5—1
					tp	27—35	7—4
Pb t sp tp . . (DIN 1741) .	p şi t.	4,4—6,5	8—3	al. zinc	al. pres.	36—50	8—4
					lam long.	25—50	30—15
Metal de litere .	t	6—10	2—0		lam transv.	30—55	50—10
Zinc pur . .	p	19—25	40—20	al. cositor (DIN 1742)	tp 78	11,5	2,5
					tp 70	10	1,1
					tp 50	8	1,9

Alte date privitoare la rezistenţă, ca şi alte metale în sect. Materiale şi Stoffhütte ed. a 2-a:

Argint	Materiale	p. 870;	Stoffh.	p. 428,	Platină	Materiale	p. 873;	Stoffh.	p. 433,
Aur	,,	p. 872;	,,	p. 430,	Plumb	,,	p. 861;	,,	p. 396 şi 402,
Beriliu	,,	p. 843;	,,	p. 377,	Staniu	,,	p. 863;	,,	p. 400 şi 402,
Bismut	,,	p. 864;	,,	p. 405,	Stibiu	,,	p. 864;	,,	p. 404 şi 405,
Cobalt	,,	p. 869;	,,	p. 417,	Zinc	,,	p. 858;	,,	p. 406,
Crom	,,	p. 874;	,,	p. 417,					
Molibden	,,	p. 875;	,,	p. 402,					
Nichel	,,	p. 866;	,,	p. 411,					

v. şi tabela 2, p. 804.

e) Materiale nemetalice

Materiale din răşini artificiale presate. Date privitoare la rezistenţă în sect. Materiale, p. 925 ş. u., tabelele 1, 2 şi 3.

Tabela 25. Cifre de elasticitate şi rezistenţă pentru cauciuc (după Steinborn)

Calitatea	Duritatea [1]	E tens./compr. kg/cm²	E compr. kg/cm²	G kg/cm²	σ_B [2] kg/cm²	δ [3] %
A	22	75	143	120	200	30
B	50	56	84	190	490	15
C	64	30	55	190	550	8
D	79	18	39	180	690	6
E	99	12	26	140	850	4,2

[1] După DVM 3503. — [2] Rezistenţa la întindere după DVM 3504. — [3] Alungirea la rupere după DVM 3504.

Alte date în sect. Materiale, p. 977 ş. u. şi Stoffhütte ed. a 2-a, p. 686 ş. u.

Ebonita: $\sigma_B = 550$ kg/cm², $\sigma_{dB} = 870$ kg/cm², $E = 2630$ kg/cm² (până la $\sigma = 108$ kg/cm²).

Pielărie: Rezistenţa curelelor în sect. Materiale, tab. 1, p. 974.

Rezistenţa materialelor fibroase în sect. Materiale, tab. 1, p. 966.

Hârtia: $\sigma_B = 40 \ldots 180$ kg/cm², $\sigma_B \approx 1000$ kg/cm² pentru materiale de hârtie (în straturi încleite).

f) Esenţe lemnoase

Date în sect. Materiale, p. 916 ş. u.

g) Materiale de construcţie minerale

Modulul de elasticitate al materialelor de construcţie minerale diferă la întindere, compresiune şi încovoiere. Cifrele de elasticitate de mai jos se referă la solicitarea la compresiune.

Tabela 26. Cifre de elasticitate și rezistență pentru minerale
(după experiențele lui E. Siebel și H. J. Krug)

Materialul	Întindere			Compresiune			Încovoiere		
	E kg/cm²·10^3	σ_B kg/cm²	δ %·10^{-3}	E kg/cm²·10^3	σ_{dB} kg/cm²	δ %·10^{-3}	E kg/cm²·10^3	σ_{bB} kg/cm²	δ %·10^{-3}
Bazalt	870	196	22	870	3160	347	970	248	26
Gresie vărgată	15–50	14,5	91	—	260	330	9–65	25	280
Piatră calcaroasă Solnhof	600	104	17	720	2290	32,5	680	180	26
Marmoră	265–425	67	26	580	590	150	152–800	80	52
Masă ceramică	400–550	83–130	15–37	—	—	—	260–400	138–200	50–8
Sticlă de Jena	780	229	29	700	2780	390	810	351	43

Tabela 27. Rezistențele raportate ale pietrelor și mortarelor
Raportul față de rezistența la compresiune, egală cu unitatea.

Materialul	σ_B/σ_{dB}	σ_{bB}/σ_{dB}	τ_B/σ_{dB}	Materialul	σ_B/σ_{dB}	σ_{bB}/σ_{dB}	τ_B/σ_{dB}
Granit	1/35,5	1/14,3	1/14,4	Mortar de var	1/5	—	—
Porfir	1/30	1/15,6	1/9,5	Mortar de ciment	1/12—1/8	1/4	1/6
Gresie	1/34,3	1/12,9	1/10,6	Beton	1/12—1/8	1/1,8—1/2	1/2
Piatră calcaroasă	1/16,9	1/12,1	1/8,4				

Fiindcă pietrele sunt solicitate de cele mai multe ori la compresiune, rezistența lor la compresiune σ_{dB} reprezintă pentru ele cea mai importantă cifră de rezistență. Fiindcă însă rezistența σ_{dB} la care se distruge corpul comprimat scade în general cu creșterea lungimii barei, σ_{dB} se raportează de obiceiu la cuburi sau cilindri cu $h = d$ (rezistența în cub).

Rezistența la compresiune a corpurilor de înălțime mare se numește rezistență în prismă sau în coloană. După C. Bach, aceasta e pentru beton de cca 0,80...0,85 din cea în cub, dacă înălțimea e de 8...12 ori latura bazei.

Modulul de elasticitate al pietrelor și mortarelor (pentru compresiune) depinde în limite largi de tensiune și (la mortare) atât de felul lianților și adauselor, cât și de adausul de apă, de durata de întărire și felul de depozitare. Datele de mai jos caracterizează modulul de elasticitate mediu pentru treapta de tensiune corespunzătoare.

Tabela 28. Elasticitatea și rezistența pietrelor naturale

Roca	E †) kg/cm²	σ_{dB} ††) kg/cm²	Rezistența la șoc †††) kgcm/cm³
Granit	400—600	700—2000—3000	100—200—380
Porfir cuarțos	370—680	1100—2600—5800	230
Bazalt	520—1150	1100—2600—5750	50—400—450
Lavă de bazalt	310—350	140—1650	50—140
Diabas	680—970	1500—2200—2850	120—380
Gresie	100—500	200—1000—3000	80—150—300
Ardezie de acoperiș	900—1000 *)	500—1000	—
Var	600—820	50—1000—3500	50—300
Marmoră	350—500	400—2800	—

†) Pentru solicitarea la compresiune între 20 și 600 kg/cm² × 1000. — ††) După DVM 2105. — †††) După DVM 2107.

*) Din încercări la încovoiere. În stare umedă, cu 10...20% mai puțin. Alte date în secț. Materiale, p. 882, și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 437 ș. u.

[1]) Detalii în O. Graf, Druck- und Zugelastizität des Betons, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 227.

Tabela 29. Rezistenţa la compresiune a pietrelor artificiale σ_{dB} [kg/cm²]

	σ_{dB} kg/cm²		σ_{dB} kg/cm²		σ_{dB} kg/cm²
Pietre de gres. calc.[1]	150	Pietre uşoare de cuptor înalt	15—30	Pietre pline poroase	150
Cărămizi olandeze de var si nisip . . .	200	Ipsos de stuc . . .	50—150	Plăci de acoperiş arse (12,5×20×6 cm³), greut. 3,5 . . . 4 kg	150—300
Gresie artificială[2] .	150—450	Ipsos de pardoseală .	80—250	Piatră de plută[4] .	17
Pietre de sgură . .	20−100[3]	Bucăţi de sgură de cuptor înalt . .	1000—2500	Asfalt artificial (prodorit)[5]	560
Pietre uşoare . .	12—20	Pietre de tavan (Kleine)	100—550		
Pietre de sgură de cuptor înalt . . .	50—200				

[1]) B u r c h a r t z, Die Prüfung und Eigenschaften der Kalksandsteine, Berlin 1908, Springer. — [2]) $\sigma_B = 47$. — [3]) După felul liantului (var sau ciment). — [4]) Tip Grünzweig & Hartmann S.I.N.C. la Ludwigshafen pe Rin. — [5]) După R o š, Schweiz. Bauztg. 93 (1929), Nr. 18. (Greutatea specifică 2,26...2,36 [kg/dm³]) $\sigma_{dB} = 80$ rezistenţa de priză a armăturilor de fier 65. $E_d = 330\,000$ (pentru $\sigma < 150$), $n = 6...10$, după felul prodoritului.

P i e t r e l e d e z i d i t c u l i a n t d e c i m e n t în tabela 1, p. 883, C ă r ă m i z i l e în tabela 3, p. 885. Ţ i g l e l e în tabela 4, p. 887.

Tabela 30. Elasticitatea cărămizilor şi a cărămizilor olandeze

	σ_{dB}	σ_B	Intervalul de tensiune	E	Intervalul de tensiune	E
1. Cărămidă	322	45	6,9 . . . 17,3	119 600	6,9 . . . 48,4	111 100
2. Cărămidă olandeză	437	70	6,8 . . . 27,3	170 800	6,9 . . . 88,8	143 800

Tabela 31. Rezistenţa mortarului şi a betonului

F e l u l m o r t a r u l u i	D e p o z i t a r e zile *)	σ_{dB} **) kg/cm²	σ_B **) kg/cm²
Mortar de ciment 1 : 3 (DIN 1164)			
a) cu ciment normal	1 u + 6 a	180—350	18—30
	1 u + 6 a + 21 c	350—600	30—50
	1 u + 27 a	275—500	25—40
b) cu ciment superior	1 u + 2 a	250—400	25—40
	1 u + 6 a + 21 c	500—700	40—60
	1 u + 27 a	400—600	30—50
Mortar cu var 1 : 3 (DIN 1060)			
a) cu var	28 u	15	3
b) cu var hidraulic	28 u	40	5
c) cu var hidraulic special	28 u	80	9
Mortar cu tras (1+1+1)	3 u + 25 a	70—150	14—25
Beton îndesat (1 : 10 . . . 1 : 3) . . .	3 u + 4 a	60—300	—
	3 u + 25 a	90—350	—
Beton plastic (pt. beton armat)		30% mai puţin decât betonul îndesat	
Beton turnat		50% mai puţin decât betonul îndesat	

*) a = în apă; u = în aer umed; c = în aer de cameră.

**) Limitele inferioare dau valorile de garanţie ale rezistenţei mortarului după norme.

Scanned with OKEN Scanner

Beton. 1. Pentru o solicitare $\sigma = {}^1/_6$ din rezistența în cub σ_{dB} sau $^2/_3$. din rezistența în prismă avem în medie după O. Graf,

dacă σ_{dB}	= 100	200	300	400	500	600	kg/cm²
E	= 205	300	360	410	440	463 × 1000	kg/cm²

2. In tabela 32 înseamnă:

a) Beton îndesat de calitate (1 ciment, 1,5 nisip de Rin, 2 praf de porfir), depozitat umed, 4 săptămâni, rezistența în cub $\sigma_{dB} = 480$, $\sigma_B = 35{,}2$;

b) Beton pregătit moale (1 ciment, 2 nisip de Rin, 3 pietriș de Rin), depozitat umed, 45 zile, rezistența în cub $\sigma_{dB} = 233$, $\sigma_B = 17{,}9$;

c) Ca mai sus (1 ciment, 3 nisip de Rin, 4 pietriș de Rin), rezistența în cub $\sigma_{dB} = 117$, $\sigma_B = 14{,}2$.[1])

Tabela 2. Elasticitatea betonului

Intindere					Compresiune				
σ kg/cm²	E kg/cm² Beton a)	σ kg/cm²	E kg/cm² Beton b)	E kg/cm² Beton c)	σ kg/cm²	E kg/cm² Beton a)	σ kg/cm²	E kg/cm² Beton b)	E kg/cm² Beton c)
25,0	273 300	.	.	.	12,3	353 100	12,2	285 200	240 000
17,5	292 700	11,2	235 600	.	24,6	340 900	24,4	279 200	232 800
10,0	307 200	6,2	257 500	203 800	49,2	324 400	26,7	268 700	221 000
2,5	337 500	1,2	279 000	239 100	73,9	309 400	48,9	257 100	204 600
					98,6	298 500	.	.	.

3. Pentru calculul static se prescrie în Germania pentru determinarea secțiunii și a tensiunii $E = 140\,000$ pentru întindere și compresiune; pentru determinarea sistemelor static nedeterminate și a deformațiilor, $E = 210\,000$ kg/cm².

Pietre de beton (după O. Graf). a) 1 ciment, 5 nisip de Rin, 7 pietriș, după cca 187 zile. Secțiunea 6,9 × 12,6 cm², înălțimea 26 cm. Rezistența în prismă $\sigma_{dB} = 55$; $\sigma_{dB} = 22$ după 3...5 luni, 26 după 5...7 luni.

Intervalul de încărcare	$\sigma = 1{,}2 \ldots 9{,}3$ kg/cm²	$E = 202\,800$ kg/cm²
	$\sigma = 1{,}2 \ldots 18{,}5$,,	$E = 185\,100$,,
	$\sigma = 1{,}2 \ldots 27{,}8$,,	$E = 164\,300$,,

b) 1 ciment, 2 nisip, 3 pietriș după cca 224 zile. Secțiunea 6,8 × 12,5 cm², înălțimea 26 cm. Rezistența în prismă $\sigma_{dB} = 252$; $\sigma_{dB} = 51$.

Intervalul de încărcare	$\sigma = 1{,}2 \ldots 9{,}3$ kg/cm²	$E = 349\,300$ kg/cm²
	$\sigma = 1{,}2 \ldots 18{,}6$,,	$E = 349\,200$,,
	$\sigma = 1{,}2 \ldots 37{,}3$,,	$E = 341\,900$,,
	$\sigma = 1{,}2 \ldots 55{,}9$,,	$E = 330\,500$,,
	$\sigma = 1{,}2 \ldots 111{,}8$,,	$E = 301\,600$,,

Zidărie. După O. Graf [2]) rezistența la compresiune σ_{dB} a zidăriei se poate determina cu aproximație din rezistența σ_1 a pietrelor după proba din norme și rezistența (în cub) σ_2 a mortarului. Dacă h e înălțimea corpului zidului și b cea mai mică din laturile secțiunii lui, se poate scrie

$$\sigma_{dB} = \frac{\sigma_1\,(4 + 0{,}1\,\sigma_2)}{12 + 5\,h/b} + 20 \text{ kg/cm}^2.$$

Elasticitatea zidăriei de cărămidă. 1. Din cărămidă obișnuită dupa tabela 33, cu mortar de var 1 ; 3 (de $\sigma_{dB} = 3$, $E_D = 9770$), după 2 luni:

$$\sigma_{dB} = 82 \text{ pentru } \sigma = 0{,}8 \ldots 2{,}4 \text{ kg/cm}^2 \quad E = 24\,200 \text{ kg/cm}^2,$$
$$\sigma_{dB} = 82 \text{ pentru } \sigma = 2{,}4 \ldots 14{,}1 \text{ kg/cm}^2 \quad E = 36\,400 \text{ kg/cm}^2.$$

---

[1]) O. Graf, Druck- und Zugelastizität des Betons, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 227.

[2]) B u. E 23 (1924), fasc. 6, p. 69.

2. Din cărămidă olandeză după tabela 33, cu mortar de ciment 1 : 3 (de $\sigma_{dB} = 114$, $E_D = 105\,900...109\,100$) după 2 luni:

$$\sigma_{dB} = 174 \text{ pt. } \sigma = 0{,}8... 2{,}4 \text{ kg/cm}^2 \quad E = 125\,900 \text{ kg/cm}^2,$$
$$\sigma_{dB} = 174 \text{ pt. } \sigma = 2{,}4...37{,}9 \text{ kg/cm}^2 \quad E = 107\,500 \text{ kg/cm}^2.$$

Tabela 33. Rezistenţa la compresiune a zidăriei de cărămidă şi gresie calcaroasă în comparaţie cu rezistenţa de corp [2]) şi de material [3]) a cărămizilor

Tipul de cărămidă	Rezistenţa de corp kg/cm²	Rezistenţa de material kg/cm²	Rezistenţa zidăriei în kg/cm² *)			
			Mortar de var		Mortar de ciment	
			28 zile	115 zile	28 zile	115 zile
Cărămidă olandeză galbenă	494	558	—	—	250	—
Cărămidă olandeză brună	382	639	132	157	263	> 263
Cărămidă olandeză Birkenweid	369	655	—	—	178	—
Cărămidă de zidărie clasa I	139	158	54	59	128	142
Cărămidă de zidărie clasa II	95	90	32	—	—	—
Gresie calcaroasă I	185	178	76	78	179	182
Gresie calcaroasă II	147	—	—	—	148	—

*) Rezistenţa zidăriei cu mortar de var e de cca 33%, a celei cu mortar de ciment lungit cca 50% şi a celei cu mortar de ciment 75...100% din rezistenţa de corp. Cărămizile din gresie calcaroasă au, în condiţiuni în rest egale, în general o rezistenţă de material puţin mai mare decât cărămizile, fiindcă au feţele plate mai plane.

[2]) Rezistenţa de corp e rezistenţa la compresiune a corpurilor din două cărămizi zidite una deasupra celeilalte.

[3]) Rezistenţa de material e rezistenţa la compresiune a cuburilor tăiate din cărămizi.

Sticla în secţ. Materiale, p. 911.
Gresiile ceramice, cifrele de rezistenţă în secţ. Materiale, tabela 9. p. 890.

D. Tensiuni admisibile

Baza calculului de rezistenţă al unui element de construcţie o constitue determinarea solicitărilor cari se stabilesc sub influenţa sarcinilor exterioare. Dimensiunile şi forma părţii de construcţie trebue alese pe urmă astfel, încât aceste solicitări să rămână destul de mult dedesubtul cifrelor de rezistenţă corespunzătoare ale materialului, şi încât să se evite cu siguranţă o cedare a părţii de construcţie prin deformări permanente, rupere prin separare, rupere prin alunecare şi rupere prin solicitare alternativă sau prin flambaj. In cazuri particulare şi deformările elastice pot fi hotărîtoare pentru dimensionarea părţii de construcţie.

In cazul solicitării statice tensiunile, respectiv eforturile cari se stabilesc nu trebue să atingă pentru materialele metalice tenace *limita de etirare a materialului* la temperatura în serviciu. Pentru temperaturi mai înalte trebue să se plece dela *rezistenţa de curgere limitată* a materialului. Vârfurile de tensiuni cari apar la găuri etc. pot fi neglijate în calculul de rezistenţă, şi se poate calcula cu tensiunile nominale cât o curgere locală asigură aplatisarea acestor vârfuri de tensiune.

La repartiţie neuniformă a tensiunilor, de ex. la solicitarea la încovoiere şi torsiune, se pot admite în general în părţile solicitate la maximum tensiuni mai mari decât la solicitarea uniformă, fiindcă deformările permanente se pot stabili numai după atingerea stării complet plastice.

La materialele fragile e de aşteptat o rupere prin separaţie sau alunecare, de îndată ce tensiunile de întindere au atins rezistenţa la întindere, resp. tensiunile tangenţiale au atins rezistenţa la tăiere. Aici tensiunile admisibile corespunzătoare diferitelor feluri de solicitare (întindere, compresiune, încovoiere, torsiune) diferă foarte mult unele de altele, potrivit cu cifrele de rezistenţă corespunzătoare.

In cazul **solicitării variabile,** amplitudinea oscilaţiei trebue aleasă după rezistenţa la solicitare alternativă, resp. în cazul unei sarcini de bază statice suprapuse, după diagrama rezistenţei de obosire a materialului respectiv. Trebue să se ţină seamă după fig. 1 de influenţa mare pe care o are starea suprafeţei piesei şi acţiunile coroziunii asupra rezistenţei la solicitare alternativă. Trebue să se ţină seamă şi de influenţa mărimii. După încercări [1]), rezistenţa la solicitare alternativă scade când secţiunea creşte.

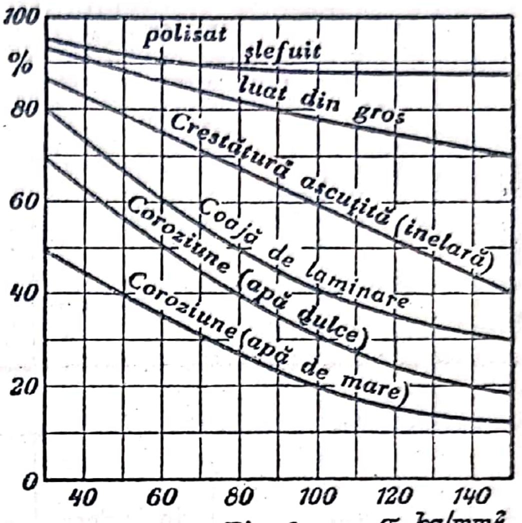


Fig. 1.

Coeficienţi de suprafaţă pentru oţel (L e h r).

Fig. 2 reprezintă schematic determinarea tensiunilor admisibile din diagrama rezistenţei de obosire (cp. p. 747). Pentru organele de maşini de vieaţă limitată, rezistenţa la solicitare alternativă poate fi înlocuită cu o cifră de rezistenţă mai mare, potrivit curbei lui Wöhler a materialului.

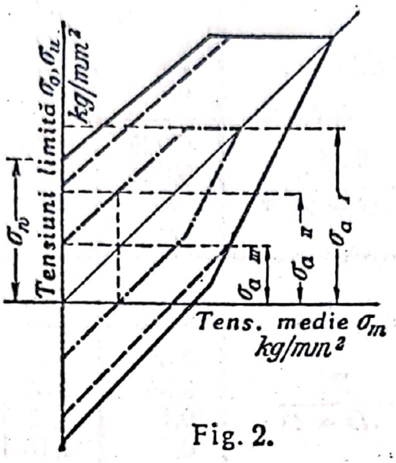


Fig. 2.

In dreptul găurilor, al schimbărilor de secţiune şi incastrărilor, tensiunile maxime max σ cari se stabilesc (fig. 3) ating un multiplu, corespunzător coeficientului de formă α_k, al tensiunii nominale σ_n, care se obţine prin câtul dintre sarcină şi secţiunea minimă în cazul solicitării la întindere sau prin câtul dintre moment şi modulul de rezistenţă minimum în cazul solicitării la încovoiere şi torsiune:

$$\max \sigma = \alpha_k \, \sigma_n .$$

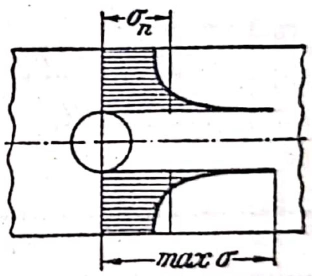


Fig. 3.

Tabela 1 dă o idee despre coeficienţii de formă α_k cari survin. In cazul unor astfel de efecte de încrestare trebue ca la solicitarea la încovoiere să se bazeze calculul fie pe maximele tensiunilor, fie să se reducă tensiunile admisibile potrivit coeficientului de efect de încrestare β_k, dacă se pleacă dela tensiunile nominale. In acest caz tensiunea nominală admisibilă $\sigma_{n\,a}$ se calculează cu ajutorul unui coeficient de siguranţă S din

$$\sigma_{n\,a} = \sigma'_W / \beta_k S .$$

Mai sus rezistenţa la solicitare alternativă σ'_W trebue introdusă ţinându-se seamă de influenţele suprafeţei şi mărimii. Coeficientul de efect de încrestare depinde de forma şi materialul părţii de construcţie, şi satisface inegalitatea

$$\alpha_k > \beta_k > 1.$$

S'a încercat [2]) să se reducă coeficientul de efect de încrestare β_k la coeficientul de formă α_k şi la un coeficient de sensibilitate la încrestare η_k prin care se ţine seamă de capacitatea materialului de a suporta suprasolicitări locale:

$$\beta_k = \eta_k(\alpha_k - 1) + 1.$$

Coeficientul de sensibilitate la încrestare oscilează mai sus între 0,4 şi 0,8 pentru oţelurile cu carbon şi metalele uşoare, şi între 0,6 şi 1,0 pentru oţelurile ameliorabile şi de resoarte.

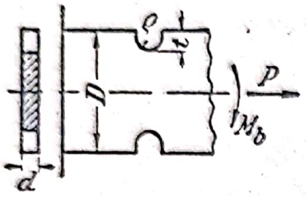
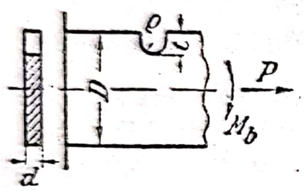
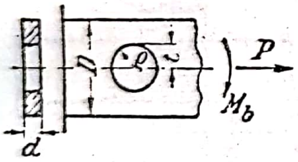
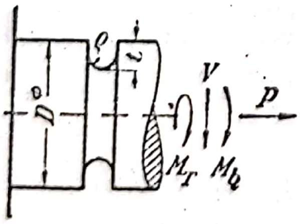
---

[1]) F a u l h a b e r, B u c h h o l t z şi S c h u l t z, St u. E 53 (1933), p. 1106. — L e h r şi M a i l ä n d e r, Arch. Eisenhüttenwes. 11 (1938), p. 563. — [2]) T h u m şi B u c h m a n n, Dauerfestigkeit und Konstruktion, Berlin 1932, editura VDI.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 1. Coeficientul de formă α_k pentru diferite forme de crestături și feluri de solicitare

calculat după H. Neuber pentru o lățime resp. diametru constant al epruvetei $D = 20$ mm ($\rho' = 0,48$ mm)

Forma crestăturii	Felul solicitării	Formula tensiunii nominale	t/D	ϱ/D 0,01	0,05	0,1	0,2
	Intindere	$\frac{P}{d(D-2t)}$	0,025	2,2	1,65	1,45	1,35
			0,05	2,5	1,95	1,6	1,45
			0,1	2,8	2,1	1,8	1,55
			0,2	2,9	2,15	1,7	1,5
	Incovoiere	$\frac{6M_b}{d(D-2t)^2}$	0,025	2,05	1,55	1,4	1,25
			0,05	2,3	1,8	1,5	1,3
			0,1	2,5	1,85	1,5	1,3
			0,2	2,3	1,8	1,45	1,28
				0,025	0,05	0,1	0,2
	Intindere	$\frac{P}{d(D-t)}$	0,025	1,8	1,55	1,32	1,23
			0,05	2,0	1,8	1,55	1,28
			0,1	2,15	1,88	1,6	1,4
			0,2	2,18	1,88	1,6	1,4
	Incovoiere	$\frac{6M_b}{d(D-t)^2}$	0,025	1,92	1,6	1,42	1,31
			0,05	2,2	1,95	1,62	1,43
			0,1	2,45	2,15	1,81	1,52
			0,2	2,58	2,25	1,9	1,6
				0,05	0,1	0,2	0,3
	Intindere	$\frac{P}{d(D-2t)}$	$=\varrho/D$	2,15	2,1	2,03	1,85
	Incovoiere	$\frac{3M_b t}{2d\left[\left(\frac{D}{2}\right)^3 - t^3\right]}$	$=\varrho/D$	1,58	1,62	1,64	1,63
				0,01	0,05	0,1	0,2
	Intindere	$\frac{4P}{\pi(D-2t)^2}$	0,025	2,1	1,55	1,38	1,26
			0,05	2,4	1,85	1,55	1,35
			0,1	2,6	1,95	1,7	1,45
			0,2	2,64	1,9	1,58	1,4
	Incovoiere	$\frac{32M_b}{\pi(D-2t)^3}$	0,025	2,0	1,5	1,32	1,23
			0,05	2,22	1,7	1,43	1,25
			0,1	2,3	1,78	1,48	1,3
			0,2	2,2	1,65	1,42	1,3
	Tăiere	$\frac{4\cdot 1,23\,V}{\pi(D-2t)^2}$	0,025	1,52	1,25	1,15	1,1
			0,05	1,62	1,4	1,22	1,13
			0,1	1,7	1,43	1,3	1,16
			0,2	1,68	1,32	1,2	1,12
	Torsiune	$\frac{16M_T}{\pi(D-2t)^3}$	0,025	1,5	1,22	1,13	1,1
			0,05	1,6	1,35	1,2	1,13
			0,1	1,65	1,4	1,3	1,12
			0,2	1,65	1,3	1,2	1,1

Scanned with OKEN Scanner

a) Tensiunile admisibile în construcția de mașini [1])

C. Bach a încetățenit în construcția de mașini obiceiul de a stabili solicitările admisibile pentru cazurile de încărcare I, II și III al solicitării statice, repetate și alternative (v. fig. 2, p. 769).

In cazul unei sarcini statice e potrivit un coeficient de siguranță de 1,3...2,0 contra atingerii limitei de etirare, această limită trebuind să fie trecută cu cel mult 0,7 din valoarea rezistenței la întindere. Pentru materialele fragile se recomandă să se aleagă un coeficient de siguranță de 3...4 contra survenirii unei ruperi forțate. In cazul solicitării alternative ne putem mulțumi cu un coeficient de siguranță relativ mic, dacă se introduc în calculul de rezistență vârfurile reale de tensiuni cari apar în cazul unui efect de încrestare sau când solicitarea admisibilă se alege ținând seamă de coeficientul real de efect de încrestare. In părțile neinfluențate prin efect de încrestare trebue să se aleagă un coeficient de siguranță 2...3 contra atingerii rezistenței alternative, ținându-se cuvenit seamă de scăderea rezistenței alternative în cazul secțiunilor mai mari.

Tabela 2. Tensiuni admisibile pentru materiale de construcție de mașini

Materiale		ol 37.11	ol 50.11	ol t45.81	fo 14.91	fo 26.91	Silumin[5])	Duralumin[6])
Cifre de rezistență (valori minime) kg/mm²	σ_C	20	28	22	—	—	8	22
	σ_B	37	50	45	14	26	17	34
	σ_{bB}	—	—	—	28[1])	46[1])	—	—
	σ_{bW}	14[2])	19[2])	16[2])	6[2])	10[2])	4,5[2])	10[2])
	τ_{tW}	8[2])	11[2])	9[2])	5[2])	8[2])	2,7[2])	6,5[2])

Tensiunile admisibile în kg/mm²

Felul solicitării		ol 37.11 dela	ol 37.11 p. la	ol 50.11 dela	ol 50.11 p. la	ol t45.81 dela	ol t45.81 p. la	fo 14.91 dela	fo 14.91 p. la	fo 26.91 dela	fo 26.91 p. la	Silumin dela	Silumin p. la	Duralumin dela	Duralumin p. la
Intindere $\sigma_{z\,a}$	I	10,0	15,0	14,0	21,0	10,0	15,0	3,5	4,5	6,5	8,5	3,0	5,0	11,0	16,0
	II	6,5	9,5	9,0	13,5	6,5	9,5	2,7	3,7	5,0	6,7	1,6	2,8	5,0	7,0
	III	4,5	7,0	6,5	9,5	4,5	7,0	2,0	3,0	3,5	5,0	1,3	2,0	3,5	5,5
Compresiune $\sigma_{d\,a}$	I	10,0	15,0	14,0	21,0	11,0	16,5	8,5	11,5	16,0	21,5	4,0	6,0	11,0	16,0
	II	6,5	9,5	9,0	13,5	7,0	10,5	5,5	7,5	10,0	13,5	2,0	2,4	5,0	7,0
	III	4,5	7,0	6,5	9,5	4,5	7,0	2,0	3,0	3,5	5,0	1,3	2,0	3,5	5,5
Incovoiere $\sigma_{b\,a}$	I	11,0	16,5	15,0	22,0	11,0	16,5	5,0	7,0[3])	10,0	13,5[3])	3,5	5,0	12,0	17,5
	II	7,0	10,5	10,0	15,0	7,0	10,5	3,5	5,0[3])	6,5	9,0[3])	2,0	2,8	5,0	7,0
	III	5,0	7,5	7,0	10,5	5,0	7,5	2,5	3,5[3])	4,0	6,0[3])	1,4	2,1	3,5	5,5
Torsiune $\tau_{t\,a}$	I	6,5	9,5	8,5	12,5	6,5	9,5	4,0	5,5[4])	7,5	10,0[4])	2,5	3,5	6,5	9,5
	II	4,0	6,0	5,5	8,5	4,0	6,0	3,0	4,0[4])	5,5	7,5[4])	1,6	2,8	3,2	4,8
	III	3,0	4,5	4,0	6,0	3,0	4,5	2,0	3,0[4])	3,5	5,0[4])	0,8	1,5	2,2	3,2

[1]) Valorile rezistenței la încovoiere a fontei privesc proba normală de încovoiere cu bara rotundă neprelucrată, cu diametrul de 30 mm. — [2]) Din valorile determinate la încercarea la solicitare alternativă a epruvetelor mici s'au scăzut cca 25% spre a se ține seamă de influența mărimii și a suprafeței. — [3]) Valorile privitoare la fontă sunt valabile pentru secțiunile dreptunghiulare. Cum au arătat încercările lui Bach, se pot trece pentru secțiunea circulară valori cu 20% mai înalte, iar pentru cea în I valori cu 20% mai joase. — [4]) Valorile sunt valabile în cazul fontei prelucrate pentru secțiunea circulară. După încercările lui Bach, ele trebue urcate resp. scăzute cum urmează în cazul secțiunilor în alte forme: pentru secțiunea circulară cu 0...—20%, pentru secțiunea eliptică cu 0...+ 25%, pentru secțiunea pătrată cu + 40%, pentru secțiunea dreptunghiulară cu + 40...+ 60%. — [5]) Turnat. — [6]) Călit.

Valorile superioare indicate în tabela 2 se vor folosi numai când e vorba de organe de mașini netede cu suprafața prelucrată îngrijit și cu treceri bine rotunjite, cari evită în mare măsură efectele de încrestare. In toate celelalte cazuri, în cari condițiunile de solicitare nu sunt stabilite precis prin calculul de rezistență, trebue

[1]) Rötscher, Sicherheit und Beanspruchung bei der Berechnung von Maschinenteilen, Maschbau 9 (1930), p. 225. — E. Bock, Zulässige Spannungen der im Maschinenbau verwendeten Werkstoffe, Maschbau 9 (1930), p. 637, cu observații; Maschbau 10 (1931), p. 66.

Scanned with OKEN Scanner

folosite limitele inferioare. Dacă e cazul, pentru materialele turnate trebue să se țină seamă separat de fluctuațiile proprietăților lor de rezistență. In cazul fontei, slaba sensibilitate față de efectele exterioare de încrestare se manifestă favorabil. Acțiunile de coroziune și tensiunile prealabile mari (de ex. în cazul șuruburilor) pot scădea considerabil solicitările admisibile.

Date privitoare la tensiunile admisibile pentru diferitele organe de mașini se găsesc în vol. II, secț. Organe de mașini.

b) Tensiunile admisibile în construcțiile civile și construcția de poduri

1. Materiale metalice.

In construcțiile civile tensiunile admisibile pentru oțel resp. fontă sunt stabilite în DIN 1050 și 1051, în construcția de poduri sunt stabilite în Berechnungsgrundlagen für stählerne Eisenbahnbrücken (ed. de Reichsbahn-Zentralamt). In prescripțiuni se deosebesc următoarele cazuri de încărcare:

C a z u l 1. In calcul se introduc numai forțele principale, adică forța permanentă ca și sarcina de circulație, inclusiv a zăpezii.

C a z u l 2. Se introduc în calcul, afară de forțele principale, forțele adiționale, în particular sarcina vântului, forțele provocate de variațiile de temperatură, forțele laterale și de frânare.

De solicitările alternative se ține seamă calculându-se tensiunile σ_I din de γ ori forța principală S_I și din secțiunea F_a:

$$\sigma_I = \gamma \cdot \max S_I / F_a.$$

Valoarea coeficientului $\gamma \geqq 1$ în vol. III. Analog se ține seamă de solicitări suplementare la șoc prin coeficienți de egalizare ψ resp. coeficienți de șoc φ.

Tabela 3. Tensiuni admisibile pentru elemente de construcție și organe de solidarizare în construcțiile civile după DIN 1050

Tensiunile în kg/cm²

Intrebuințarea în construcție	Solicitare la		ol 00.12, cazul de încărcare 1 și 2	ol 37.12, cazul 1	ol 37.12, cazul 2	ol 52, cazul 1	ol 52, cazul 2	Materiale pt. nituri, șuruburi, ancoraje
Părți de construcție	Intindere și încovoiere	σ_a	1200	1400	1600	2100	2400	
	Tăiere	τ_a	960	1120	1280	1680	1920	
Nituri	Forfecare . . .	τ_{fa}	1200	1400	1600	—	—	ol 34.13
			—	—	—	2100	2400	ol 44
	Presiune pe gaură	σ_{la}[1]	2400	2800	3200	—	—	ol 34.13
			—	—	—	4200	4800	ol 44
Bulonări (buloane ajustate)	Forfecare . . .	τ_{fa}[1])	960	1120	1280	—	—	
			—	—	—	1680	1920	
	Presiune pe gaură	σ_{la}[1])	2400	2800	3200	—	—	
			—	—	—	4200	4800	
	Intindere . . .	σ_{za}[2])	850	1000	1100	—	—	
			—	—	—	1500	1700	
Bulonări (buloane brute)	Forfecare . . .	τ_{fa}[3])	1000	1000	1100	1000	1100	ol 38.13
	Presiune pe gaură	σ_{la}[3])	1600	1600	1800	1600	1800	ol 38.13
	Intindere . . .	σ_{za}[2])	1000	1000	1100	1000	1100	ol 38.13
Șuruburi și buloane de ancoraj	Intindere . . .	σ_{za}[2])	850	850	850	850	850	ol 00.12
			1000	1000	1100	1000	1100	ol 37.12
			1500	1500	1700	1500	1700	ol 52

[1]) Hotărîtoare e secțiunea găurii. — [2]) Hotărîtoare e secțiunea miezului. — [3]) Hotărîtoare e secțiunea corpului.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Tensiuni admisibile pentru piese de palier și articulații în construcțiile civile după DIN 1050

Tensiunile în kg/cm^2

Solicitare la		Fontă fo 14.91		Oțel turnat ol t 52.81 S		Oțel ameliorabil ol C 35.61	
		Cazul de încărcare		Cazul de încărcare		Cazul de încărcare	
		1	2	1	2	1	2
Incovoiere: întindere	σ_a	450	500	1 800	2 000	2 000	2 200
compresiune	σ_a	900	1 000				
Compresiune	σ_a	1 000	1 100	1 000	2 000	2 000	2 200
Presiune de contact [1] [2]	σ_a	5 000	6 000	8 500	10 000	9 500	12 000

Pentru buloanele de articulație, presiunea pe gaură poate fi egală cu de 1,3 ori tensiunea admisibilă la întindere și încovoiere a pieselor de îmbinat.

[1]) După formulele lui Hertz. — [2]) Aceste valori trebue scăzute cu 1000 kg/cm^2 pentru roulourile palierelor mobile cari au mai mult de două rulouri.

Tabela 5. Tensiuni admisibile pentru fontă fo 14.91 în construcțiile civile după DIN 1051

Tensiunile în kg/cm^2

Intrebuințarea	Compresiune	Incovoiere: Compresiune	Incovoiere: Intindere	Observații
In general	900	600	300	σ_a pentru piese de palier și articulații
Pentru coloane	900	900	450	din fontă în DIN 1050 (tabela 4).

Tabela 6. Tensiuni admisibile pentru cusături de sudură în construcțiile civile de oțel după DIN 4100

Tipul cusăturii	Felul tensiunii	Tensiunea admisibilă [1])	Tipul cusăturii	Felul tensiunii	Tensiunea admisibilă [1])
Cusături înfundate	Intindere Compres.	0,75 σ_a 0,85 σ_a	Cusături înfundate	Intindere Forfecare	0,80 σ_a 0,65 σ_a
Cusături în unghiu (frontale și laterale)	Ori ce fel de tensiune	0,65 σ_a	Cusături în unghiu (frontale și laterale)	Ori ce fel de tensiune	0,65 σ_a

[1]) σ_a e tensiunea admisibilă după prescripțiunile în vigoare pentru materialul de sudat (cp. tabela 2).

2. Esențe lemnoase.

Tabela 7. Tensiuni admisibile pentru lemnul de construcție după DIN 1052 [kg/cm^2]

Solicitarea	Conifere	Stejar, fag
a) Compresiune în direcțiunea fibrelor	80	100
b) Incovoiere	100 [1])	110
c) Intindere în direcțiunea fibrelor	90	105
d) 1. Compresiune ⊥ pe fibre [2])	20	40
2. Compresiune ⊥ pe fibre în părți de construcție cari admit turtiri slabe, sau ca presiune pe gaură a organelor de solidarizare cari reclamă numai o fracțiune din secțiunea lemnului, în înălțime și lățime	30	50
e) Forfecare în direcțiunea fibrelor	12	20

[1]) In construcția de locuințe 90 kg/cm^2. — [2]) Traversele trebue să întreacă la ambele capete cu cel puțin 1,5 din înălțimea lor suprafața de compresiune în direcțiunea fibrelor. Altfel tensiunile indicate sub d) 1. și d) 2. trebue scăzute cu $^1/_5$.

Tensiunea trebue scăzută cu $^1/_3$ pentru părțile de construcție expuse umidității și udării neprotejate contra putrezirii, ca și pentru schele, dacă se întrebuințează lemn tăiat de curând.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 8. Tensiuni admisibile la compresiune pentru lemn de construcție solicitat inclinat, după DIN 1052 [kg/cm²]

Unghiul dintre direcțiunea fibrei și a forței °	In ipotezele din tabela 7: Punctul d) 1. Conifere	Punctul d) 1. Stejar, fag	Punctul d) 2. Conifere	Punctul d) 2. Stejar, fag
0	80	100	80	100
10	73	93	74	94
20	67	87	69	89
30	60	80	63	83
40	53	73	58	78
50	47	67	52	72
60	40	60	47	67
70	33	53	41	61
80	27	47	36	56
90	20	40	30	50

Forțele de întindere perpendiculare și inclinate față de fibre trebue luate prin măsuri speciale.

Rezistența la forfecare. După O. Graf $\tau_a = 10$ kg/cm² pentru conifere; pentru organele de întindere cu sarcini repetate mai ales adesea, $\tau_a = 8$ kg/cm².

3. Pietre și zidărie.

Pietre naturale

Coeficientul de siguranță la compresiune:

Pietre de sprijin . . . $S = 10 \ldots 15$
Stâlpi și bolți . . . . $S = 15 \ldots 20$
Stâlpi svelți și coloane $S = 25 \ldots 30$.

Stâlpii și coloanele contează ca svelte dacă dimensiunea transversală minimă $a < 1/10$ din înălțimea h.

Dacă se întrebuințează numai pietre solide și sănătoase și lipsesc cifre de rezistență determinate direct, se folosește tabela 9.

Cu tensiuni admisibile la întindere se va calcula numai excepțional: pentru zidăria de ciment $1/15$ din tensiunile admisibile la compresiune, maximum 2 kg/cm².

Pietre artificiale.

Pentru zidăria din pietre artificiale executată corect, cu mortar potrivit și întărire suficientă a mortarului, e valabilă tabela 10.

Cu tensiuni admisibile la întindere se va calcula numai excepțional:

Cărămizi dure în mortar de var . . . . . 1 kg/cm²
Cărămizi dure în mortar de ciment . . . . 2 kg/cm²
Zidărie cu cărămizi olandeze în mortar de ciment . . . . . . 2 kg/cm²

4. Beton.

Date detaliate în vol. III. Prescripțiunile privitoare la solicitările admisibile ale coșurilor în vol. II, secț. Cazane de abur.

Tabela 9. Tensiuni admisibile la compresiune [1]) pentru zidărie din piatră de talie în mortar de ciment după DIN 1053 [kg/cm²]
(în cazul încărcării excentrice, tensiunea pe muchie maximă admisibilă)

	Fără rosturi în mortar de ciment 1 + 3			Cu rosturi în mortar de ciment 1 + 3				Zidărie în mortar de ciment 1 + 4		
	Pietre de sprijin	Bolți, stâlpi și coloane scunde	Stâlpi și coloane svelte	Ziduri	Bolți	Stâlpi și coloane scunde	Stâlpi și coloane svelte	stratificată, regulată și neregulată	stratificată, din ciocan	de moloane și ciclopiană
								Ziduri, bolți, stâlpi scunzi		
Granit, sienită și bazalt . . .	60	50	20	50	40	30	10	30	25	20
Gresie cu liant cu acid silicic, piatră calcaroasă cochiliană, marmoră și piatră calcaroasă densă . . .	30	25	15	25	20	15	8	15	12	10
Lavă de bazalt . . .	20	15	10	15	12	12	6	12	10	8
Gresie cu liant calcaros sau argilos, piatră calcaroasă . . .	15	12	8	12	10	10	5	10	8	6
Tuf vulcanic . . .	—	8	—	8	6	6	—	6	4	3

[1]) Tensiuni admisibile pentru bolți, suporți, stâlpi, de pod și pile culée în DIN 1073, 1074 și 1075.

Tabela 10. Tensiuni admisibile la compresiune pentru zidărie și stâlpi din pietre artificiale, după DIN 1053 [kg/cm²]

(în cazul încărcării excentrice, tensiunea pe muchie maximă admisibilă)

Nr.	Felul pietrei artificiale	DIN	Rezistența la compresiune min. kg/cm²	Felul mortarului la zidărie [2]) V	VC	C	Felul mortarului la coloane [2]) Mortar [1])	Sveltețа b/d 4	5	6	8	10	12
1	Pietre ușoare de ciment de pietriș de piatră ponce	1059	20	3	4	—	VC	4	2	1	—	—	—
	Pietre ușoare de sgură de cuptor	399											
2	Pietre pline poroase de ex. format german { pietre de sgură	400	30	4	5	—	VC	5	3	1	—	—	—
	{ cărămizi [3])		50										
3	Pietre ușoare speciale de ciment din pietriș de piatră ponce	1059	30	5	6	—	VC	6	4	2	—	—	—
	Pietre ușoare speciale de sgură de cuptor	399											
	Pietre de sgură speciale	400	50										
	Cărămizi de clasa a 2-a	105	100	7	8	—	V	7	5	3	1	—	—
4	Pietre de sgură de cuptor de clasa a 2-a	398											
	Cărămizi de clasa 1	105	150	10	14	16	V	10	7	5	3	2	—
5	Pietre de var și nisip	106					VC	14	10	8	6	5	4
	Pietre de sgură de cuptor de clasa 1	398					C	16	11	9	7	6	5
6	Cărămidă arsă tare	105	250	—	18	22	VC	18	13	11	9	8	7
	Pietre de sgură de cuptor tari	398					C	22	14	12	10	9	8
7	Cărămidă olandeză	105	350	—	—	35	C	35	20	17	13	11	10
8	Pietre pline din agregate minerale (de ex. pietre de beton, mortar, cenușă, sgură și ușoare), cât nu intră sub 1...6			1/5 din rezistența Z 28 [4]) a zidăriei, dar cel mult cât e admis mai sus. Pietrele trebue introduse, după rezistența lor la compresiune, în liniile 1, 2...7, și anume în linia cu rezistența imediat inferioară									
9	Pietre din argilă arsă sau materiale minerale cu goluri			Tensiunea admisibilă la compresiune prin încercări după DIN 4110, pe baza unei încuviințări speciale									

[1]) Valorile intermediare trebue interpolate liniar: stâlpii cu sveltețe pentru cari nu sunt indicate tensiunile, nu e permis să fie executați. — [2]) V = mortar de var, V C = mortar de var și ciment, C = mortar de ciment 1 + 4. — [3]) Incercare analoagă ca în DIN 105. — [4]) Pentru pietrele și cărămizile liniei 8, rezistența zidăriei Z 28 după întărire de 28 zile trebue dovedită, și anume la porțiuni de pereți cu grosimea d și lățimea b prescrisă — pentru pereți cca cât trei lungimi de piatră, dar minimum 0,75 m și pentru pilaștri cât grosimea d a peretelui — cât și cu înălțimea b de cca $2\sqrt{F}$, unde $F = d\,b$; corpurile de încercare trebue să fie din aceeași piatră și același mortar ca în construcție.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 11. Tensiunile admisibile la compresiune pentru beton în coloane comprimate centric, după DIN 1045 [kg/cm²]

	Felul betonului	σ_{da}	Rezist. minimă necesară $W_{b\,28}$
a	Beton cu ciment comercial	35	120
b	Beton cu ciment superior	45	160
c	La dovedirea rezistentei în cub îndeplinirea unor condițiuni speciale și svelteța $h_s/d = 20$	$W_{b\,28}/3$	160
	dar maximum: pentru grosimea minimă sub 40 cm . .	60	180
	peste 40 cm . .	70	210

Tabela 12. Tensiunile admisibile ale fierului de armare la încovoiere simplă și încovoiere cu forță longitudinală, după DIN 1045 [kg/cm²]

	Felul oțelului	Intrebuințarea	Diametrul max. al fierului de armare mm	Rezistența în cub minimă a betonului	σ_{ea} în dale și secț. dreptunghiulare	σ_{ea} în grinzi de dale și alte secțiuni
a	Fier comercial	generală	—	120	1200	1200
b		ca sub a, dar nu în dale sub 7 cm	$\leqq 26$	160	1400	1400
c	Oțel superior pentru beton	generală	—	225	1800	1500
d		pt. sarcini mai ales statice, în construcții neexpuse la intemperii, nu în dale cu grosimea sub 7 cm	—	160	1800	1500
e		ca sub d	$\leqq 26$	225	2000 [1]) 1800 [2])	1800

[1]) Dale. — [2]) Secțiuni dreptunghiulare.

Tabela 13. Tensiuni admisibile la compresiune și încovoiere pentru încovoierea simplă și încovoierea cu forță longitudinală, după DIN 1045 [kg/cm²]

	Felul betonului	σ_{da}	Rezist. minimă necesară $W_{b\,28}$
a	Beton cu ciment comercial	40	120
b	Beton cu ciment superior	50	160
c	La dovedirea rezistenței în cub și îndeplinirea unor condițiuni speciale	$W_{b\,28}/3$	160
	dar nu mai mult decât	65	195

5. Terenuri de construcție.

Nu există prescripțiuni speciale pentru solicitările la compresiune admisibile. Se recomandă:

Nisip fin, neașezat compact	σ_{da}	= 1,5...2,5 kg/cm²
Nisip des, foarte compact	„	= 6,5...7,5 „
Teren cu pietriș fără argilă, uscat, compact . . .	„	= 2,5...5,0 „
Teren lutos cu 30...70% nisip	„	= 0,8...1,6 „
Lut compact amestecat cu nisip fin	„	= 4,0...5,0 „
Marnă tare	„	= 5,4...8,7 „
Pietriș fin șistos, compact	„	= 6,5...8,7 „
Gresie care se sfărâmă în mână	„	= 1,6...1,9 „
Stâncă tare	„	= 9,0...20 „

6. Sticlă.

$\sigma_{da} = 25$ kg/cm². Pentru sticla suflată $\sigma_{ba} = 125$ kg/cm², pentru sticla brută (de grosimea s = 0,5 . . . 1,5 cm) avem după Schwering:

$$\sigma_{ba} = {}^1/_3 \cdot [200 + 160\,(1{,}5\,s)^2]\ \text{kg/cm}^2.$$

Scanned with OKEN Scanner

SECŢIUNEA 6

Materiale

Numele autorilor sunt indicate la diferitele capitole

	Pag.
I. Generalităţi	778
Constituţia materiei	778
Elementele chimice (tabelă)	779
Sistemul periodic (tabelă)	780
Compuşi chimici importanţi (tabelă)	781
Greutăţi specifice ale solidelor, lichidelor şi gazelor (tabelă)	786 ş. u.
Tabela volumelor ocupate	794
Standardizarea	796
Coroziunea şi protecţia suprafeţelor	797
II. Privire asupra metalelor	803
Proprietăţile metalelor (tabelă)	804
Greutăţile sârmei şi plăcilor	805
Reactivi de atac (tabelă)	807
Calibre pt. sârme şi table (tabelă)	808
Procedee de turnare	810
III. Fier şi oţel	820
Calităţi de fontă brută (tabelă)	822
Calităţi de fontă (tabelă)	824
Oţeluri de construcţie (tabelă)	827
Oţeluri de scule (tabele)	830 ş. u.
IV. Metale neferoase	833
Aluminiul şi aliajele lui	833
Magneziul	841
Beriliul	843
Cuprul	844
Aliajele cuprului (bronzuri, tombac, alamă)	848
Zincul şi aliajele lui	858
Plumbul, cositorul, stibiul, bismutul şi aliajele lor	861
Nichelul, cobaltul şi aliajele lor	866
Metalele nobile	870
Alte metale şi aliaje	874
V. Pietre şi soluri naturale	877
Proprietăţile rocelor importante (tabelă)	882
VI. Pietre artificiale şi produse ceramice	882
Pietre de zidit	882
Produse ceramice	885
Proprietăţile pietrelor refractare (tabelă)	889
Pietre artificiale, porţelan, steatită (tabelă)	890
VII. Mortar, beton etc.	891
Normele pentru var de construcţie (tabelă)	894
Normele pentru ciment (tabelă)	896
Mortare	897
Cantităţi de material pentru amestecurile de beton (tabelă)	903
VIII. Sticla	905
Compoziţia sticlelor tehnice (tabelă)	906
IX. Lemnul	915
Proprietăţile lemnelor industriale (tabelă)	918
X. Materiale artificiale	924
Materiale artificiale nestratificate (tabelă)	925
Hârtie tare şi ţesături tari (tabelă)	926
Izolanţi presaţi neceramici fără cauciuc (tabelă)	927
Materiale artificiale din mase nedurcisabile	928
Materiale artificiale din mase durcisabile	932
XI. Apa	937
Grade de duritate (tabelă)	939
Apa potabilă şi de folosinţă	939
XII. Combustibili	942
Combustibili solizi	942
Combustibili lichizi	945
Combustibili gazoşi	950
XIII. Lubrifianţi	952
Uleiuri lubrifiante (tabelă)	954
Unsori consistente (tabelă)	956
XIV. Vopsele, lacuri, materiale de lipit, asfalt, gudron, carton gudronat	957
Materiale de vopsit	957
Materiale de lipit	960
Gudron, bitum, asfalt, carton gudronat	964
XV. Materiale textile	965
Proprietăţile materialelor de tors (tabelă)	966
Ţesături tehnice	971
XVI. Pielărie, gumă, plută	971
Alegerea curelelor (tabelă)	975
Materiale cuiroide	976
Guma	977
Pluta	980
XVII. Produse din cărbuni	981
XVIII. Explozivi	987
XIX. Compuşi chimici importanţi în tehnică	991
Acizi	991
Baze	994
Săruri	996
Solvenţi organici (tabelă)	1002
Materiale de lustruit şi polisat	1004
XX. Produse comerciale standardizate. Diferite	1006
Fier şi oţel	1006
Metale neferoase	1027
Folii metalice	1031
Ţevi	1033
Legături cu cabluri	1054

Scanned with OKEN Scanner

I. Generalități

Prelucrare de dr.-ing. G. Sinner, Berlin

A. Constituția materiei[1])

Elemente și combinații. Substanțele din cari se compune materia ne apar sub formă chimic unitară și chimic neunitară. Primele formează „elementele" sau substanțele simple, cari nu pot fi descompuse prin nici o metodă chimică în substanțe mai simple; ultimele sunt combinații ale primelor. Atomii elementelor (tabela 2), de ordinul de mărime a vreo 10^{-8} cm în diametru, considerați mult timp ca indivizibili, au fost recunoscuți drept sisteme complicate de elemente materiale (modelul lui Bohr al atomului). Actualmente trec drept particule elementare: electronul, protonul, neutronul, pozitronul, neutrino (tabela 1)[2]).

Tabela 1. Particulele elementare [2])

	Masa	Greutatea atomică	Sarcina
Protonul p_1^1 . .	M_1	1,007 57	$+e$
Neutronul n_0^1 .	M_2	1,008 9	0
Pozitronul $\varepsilon+$.	m	0,000 547	$+e$
Electronul $\varepsilon-$.	m	0,000 548	$-e$
Neutrino . .	0	—	0

In tabelă înseamnă:

$m = 0{,}910 \cdot 10^{-27}$ [g +],

$M_1 \approx M_2 \approx 1{,}6715 \cdot 10^{-24}$ [g +],

$e = 4{,}80 \cdot 10^{-10}$ unități electrostatice $= 1{,}591 \cdot 10^{-19}$ coulombi, așa numita sarcină electrică elementară (cuantul electric elementar), cea mai mică sarcină cunoscută.

Fiecare atom constă dintr'un nucleu atomic încărcat pozitiv, din protoni și neutroni, care reprezintă partea principală din masa atomului, și dintr'un înveliș (straturi) de electroni încărcați negativ. Numărul de protoni din nucleu corespunde sarcinii pozitive a nucleului; el coincide cu numărul de ordine al atomului respectiv în sistemul periodic al elementelor[3]) (tabela 3).

Masa unui electron e numai $1/1835$ din a unui atom de hidrogen. Cu privire la constituția electronilor, cari nu sunt considerați nici ei drept ultime unități, concepțiile sunt încă împărțite.

Transmutația elementelor. Naturală, prin desintegrarea atomilor elementelor radioactive (teoria lui Rutherford și Soddy) și artificială prin distrugerea nucleilor atomici resp. transmutația nucleilor prin bombardare cu raze alfa, cu raze de protoni, de neutroni și gamma (domeniul problemelor fizicei și chimiei atomice. Consecințe: echivalența dintre energie și materie). Radioactivitatea artificială v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 4 ș. u.

Există elemente de comportare chimică egală, la număr de ordine egal, dar greutate atomică inegală (mici deosebiri). Astfel de elemente chimic identice, cu sarcină nucleară egală dar masă diferită, se numesc izotopi.

Elementele cu greutate atomică neîntreagă trebue considerate ca amestecuri de izotopi, ale căror greutăți atomice separate se găsesc dedesubtul și deasupra greutății atomice determinate pe cale chimică, numită „greutate de combinație" (greutate atomică mijlocie a amestecului de izotopi care survine în natură). Izotopii sunt „elemente de amestec" prin opoziție cu „elementele pure".

---

1) **Bibliografie:** Indicații detaliate despre teoria atomică în Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 1 ș. u. (Debye-Ramm) — Jordan, Fortschritte der Theorie der Atomkerne in Ergebnissen der exakten Naturwissenschaften 1937. — Debye, Kernphysik, Leipzig 1935, Hirzel. — Diebner-Großmann, Künstliche Radioaktivität, Leipzig 1939, Hirzel. — H. A. Bauer, Grundlagen der Atomphysik, Wien 1935, Springer. — Fermi, Moleküle und Kristalle, Leipzig 1938, Barth. Altă bibliografie în „Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften", Berlin, Springer, cari apar anual. — Eisner și Strigel, Anlagen zur Erzeugung von Beschleunigungsfeldern für atomphysikalische Untersuchungen, ZVDI 83 (1939), p. 889.

2) **Notația simboalelor chimice.** Indicele superior: greutatea atomică (cifra masei izotopului); indicele inferior: numărul de ordine al elementului, de ex. H_1^1, H_1^2 sau și ${}_1^1H$, ${}_1^2H$ hidrogen ușor și greu (hidrogen greu, deuteriu, cifra masei 2,013 63).

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 2. Elementele chimice

Tabelă constituită folosind tabela germană de greutăți atomice, 1939

Simbolul	Elementul	Numărul de ordine	Greutatea atomică[7] O=16
Ac	Actiniu	89	(227,0)
Al	Aluminiu	13	26,97
Ag	Argint	47	107,880
Ar	Argon[1]	18	39,944
As	Arsen	33	74,91
Au	Aur	79	197,2
N	Azot[2]	7	14,008
Ba	Bariu	56	137,36
Be	Beriliu[3]	4	9,02
Bi	Bismut	83	209,00
B	Bor	5	10,82
Br	Brom	35	79,916
Cd	Cadmiu	48	112,41
Ca	Calciu	20	40,08
C	Carbon	6	12,010
Cp	Casiopeiu[4]	71	175,0
Ce	Ceriu	58	140,13
Cs	Cesiu	55	132,91
Cl	Clor	17	35,457
Co	Cobalt	27	58,94
Kr	Cripton	36	83,7
Cr	Crom	24	52,01
Cu	Cupru	29	63,57
Dy	Disprosiu	66	162,46
Er	Erbiu	68	167,11
Eu	Europiu	63	152,0
Fe	Fier	26	55,84
F	Fluor	9	19,00
P	Fosfor	15	30,98
Gd	Gadoliniu	64	156,9
Ga	Galiu	31	69,72
Ge	Germaniu	32	72,60

Simbolul	Elementul	Numărul de ordine	Greutatea atomică[7] O=16
Hf	Hafniu	72	178,6
He	Heliu	2	4,003
H	Hidrogen	1	1,0081
Ho	Holmiu	67	163,5
In	Indiu	49	114,76
J	Iod	53	126,92
Ir	Iridiu	77	193,1
La	Lantan	57	138,92
Li	Litiu	3	6,940
Mg	Magneziu	12	24,32
Mn	Mangan	25	54,93
Ma	Mazuriu	43	—
Hg	Mercur	80	200,61
Mo	Molibden	42	95,90
Nd	Neodim	60	144,27
Ne	Neon	10	20,183
Ni	Nichel	28	58,69
Nb	Niobiu[5]	41	92,91
Os	Osmiu	76	190,25
O	Oxigen	8	16,0000
Pd	Paladiu	46	106,7
Pt	Platină	78	195,23
Pb	Plumb	82	207,21
Ra G	Plumb de uraniu		206,0
Th D	Plumb de toriu		208,0
Po	Poloniu	84	210
K	Potasiu	19	39,096
Pr	Praseodim	59	140,92
Pa	Protactiniu	91	231
Ra	Radiu	88	226,05

Simbolul	Elementul	Numărul de ordine	Greutatea atomică[7] O=16
Rn	Radon[6]	86	222
Re	Reniu	75	186,31
Rh	Rodiu	45	102,91
Rb	Rubidiu	37	85,48
Ru	Ruteniu	44	101,7
Sm	Samariu	62	150,43
Sc	Scandiu	21	45,10
Se	Seleniu	34	78,96
Si	Siliciu	14	28,06
Na	Sodiu	11	22,997
Sn	Staniu	50	118,70
Sb	Stibiu	51	121,76
Sr	Stronțiu	38	87,63
S	Sulf	16	32,06
Tl	Taliu	81	204,39
Ta	Tantal	73	180,88
Te	Telur	52	127,61
Tb	Terbiu	65	159,2
Ti	Titan	22	47,90
Th	Toriu	90	232,12
Tm	Tuliu	69	169,4
U	Uran	92	238,07
V	Vanadiu	23	50,95
W	Wolfram	74	183,92
X	Xenon	54	131,3
Yb	Yterbiu	70	173,04
Y	Ytriu	39	88,92
Zn	Zinc	30	65,38
Zr	Zirconiu	40	91,22
	Elemente încă nedescoperite	61 85 87	— — —

[1]) Ar = A (USA, Anglia). — [2]) N = Az (Franța). — [3]) Be = Gl (gluciniu, Anglia). — [4]) Cp = Lu (lutețiu). — [5]) Nb = Cb columbiu (USA, Anglia). — [6]) In trecut emanație Nt = niton (USA, Anglia). — [7]) resp. greutatea de combinație. Greutățile atomice se raportau în trecut la H = 1; în acest caz O = 15,96.

Sistemul periodic. Lothar Meyer și Mendelejeff au ordonat elementele într'o tabelă cu linii și coloane și au găsit că elementele chimic asemănătoare se găsesc unele sub altele, la distanțe uniforme (tabela 3).

Din tabela 3 reiese că sistemul periodic, care începe cu hidrogenul (numărul sarcinii nucleare 1) conține 92 elemente, dacă uranul (numărul sarcinii nucleare 92) [1])

[1]) Existența elementelor cu numărul de ordine 93 ș. u., a așa numitelor elemente transuranice, e discutabilă; cp. lucrările de cercetare ale lui Hahn și Fermi. — Hahn și Straßmann, Über das Zerplatzen des Urankernes durch langsame Neutronen în Abh. d. Preuss. Akad. d. Wiss. 1939, Math.-naturw. Kl. Nr. 12. (Intre timp, ea a devenit sigură, n. tr.).

Scanned with OKEN Scanner

încheie seria; dintre acestea, actualmente nu există o clarificare definitivă privitoare la elementele 61, 85 şi 87. Sistemul periodic, ordonat după greutăţile atomice, mai prezintă însă unele neregularităţi. In locul ordonării elementelor după greutatea atomică avem deci actualmente mai mult una după numărul lor de ordine (= numărul sarcinii nucleare = numărul de electroni) obţinut cu ajutorul spectroscopiei razelor Röntgen după legea lui M o s l e y [v. L a u e, ZVDI 68 (1924), p. 769].

Tabela 3. Sistemul periodic al elementelor

Cifrele grase reprezintă numărul sarcinii nucleare (numărul de ordine = numărul de electroni) al elementelor.

Nr. per.	Grupul I	Grupul II	Grupul III	Grupul IV	Grupul V	Grupul VI	Grupul VII	Grupul VIII	Grupul 0
1	**1** H								**2** He
2	**3** Li	**4** Be	**5** B	**6** C	**7** N	**8** O	**9** F		**10** Ne
3	**11** Na	**12** Mg	**13** Al	**14** Si	**15** P	**16** S	**17** Cl		**18** Ar
4	**19** K **29** Cu	**20** Ca **30** Zn	**21** Sc **31** Ga	**22** Ti **32** Ge	**23** V **33** As	**24** Cr **34** Se	**25** Mn **35** Br	**26** Fe **27** Co **28** Ni	**36** Kr
5	**37** Rb **47** Ag	**38** Sr **48** Cd	**39** Y **49** In	**40** Zr **50** Sn	**41** Nb **51** Sb	**42** Mo **52** Te	**43** Ma **53** J	**44** Ru **45** Rh **46** Pd	**54** X
6	**55** Cs **79** Au	**56** Ba **80** Hg	**57** La(*) **81** Ti	**72** Hf **82** Pb	**73** Ta **83** Bi	**74** W **84** Po	**75** Re **85** —	**76** Os **77** Ir **78** Pt	**86** Rn
7	**87** —	**88** Ra	**89** Ac	**90** Th	**91** Pa	**92** U	[1]		

(*) Pământuri rare 58...71:

58 Ce, **59** Pr, **60** Nd, **61** –, **62** Sm, **63** Eu, **64** Gd, **65** Tb, **66** Dy, **67** Ho, **68** Er, **69** Tm, **70** Yb, **71** Cp.

Elementele chimice se combină totdeauna în aceleaşi raporturi de greutate (după legea p r o p o r ţ i u n i l o r c o n s t a n t e ş i m u l t i p l e) în molecule; astfel se combină de ex. 12 părţi de carbon (C) cu 16 părţi de oxigen (O) în oxid de carbon (CO), dar şi 12 părţi C cu 32 părţi O în bioxid de carbon (CO_2). Cele mai mici părţi ale combinaţiilor chimice sunt m o l e c u l e l e ; molecula de carbonat de sodiu de ex. constă, după formula ei chimică ($Na_2 CO_3$), din atomi de Na, C şi O. Fiecare element are faţă de hidrogen (unitatea de valenţă) o anumită capacitate de legare, a cărei măsură reprezintă v a l e n ţ a ; prin valenţa unui atom faţă de hidrogen se înţelege deci numărul de atomi de hidrogen cari pot fi legaţi de el. Monovalent e de ex. Na, K, Li etc., adică un atom al acestor elelente poate înlocui numai câte un atom de hidrogen, de ex. într'un acid.

G r e u t ă ţ i l e absolute a l e a t o m i l o r în sistemul CGS prezintă numai interes teoretic. De aceea se determină „g r e u t ă ţ i l e a t o m i c e", adică rapoartele faţă de o x i g e n (O = 16) [2]. G r e u t ă ţ i l e m o l e c u l a r e se calculează din greutăţile atomice pe baza formulelor chimice ale substanţelor.

După proprietăţile lor fizice şi chimice, elementele se împart în m e t a l o i z i, s e m i m e t a l e şi m e t a l e. Cea mai mare deosebire dintre primii şi ultimele constă în faptul că, afară de mici abateri, niciun metal nu e solubil într'un mediu neutru; în plus, metalele sunt toate conductoare de prima clasă. Conductibilitatea lor electrică creşte cu temperatură scăzătoare şi se transformă în apropiere de punctul zero absolut în supraconductibilitate. Afară de aceasta, metalele au structură monoatomică. Caracteristic mai e luciul lor „metalic". Pentru cele mai multe metale produsul căldurii specifice prin greutatea atomică dă constanta 6,4 (regula lui D u l o n g şi P e t i t).

[1]) V. nota [1]) p. 779. — [2]) Masa atomului de hidrogen = $1{,}6615 \cdot 10^{-24}$ (g+).

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Compuși chimici importanți în tehnică [1] [2]

(Numiri industriale ale chimicalelor)

Numirea industrială	Numirea în chimie	Formula	Greut. moleculară	100 părți din combinație conțin
Acetat de plumb	Acetat de plumb	$Pb(C_2H_3O_2)_2 \cdot 3H_2O$	379,30	55 Pb
Acetilenă	Acetilenă	$C_2 \cdot H_2$	26,02	92,3 C
Acetonă	Acetonă	$CH_3 \cdot CO : CH_3$	58,05	61,9 C
Acid acetic pur	Acid acetic (concentrat)	$CH_3 \cdot COOH$	60,03	39,96 C
Acid azotic	Acid azotic	HNO_3	63,02	25,4 N
Acid boric	Acid boric	H_3BO_3	61,84	17,5 B
Acid carbonic	Bioxid de carbon	CO_2	44,00	27,3 C
Acid clorhidric	Acid clorhidric	HCl	36,47	97,2 Cl
Acid cromic	Trioxid de crom	CrO_3	100,01	52,0 Cr
Acid fluorhidric	Acid fluorhidric	HF	20,01	94,5 F
Acid formic	Acid formic	$H : COOH$	46,02	26,0 C
Acid oxalic	Acid oxalic	$(CO_2H)_2 \cdot 2H_2O$	126,05	19,02 C
Acid prusic	Acid cianhidric	HCN	27,02	44,4 C
Acid silicic (cuarț)	Bioxid de siliciu	SiO_2	60,06	46,7 Si
Acid sulfuric	Acid sulfuric	H_2SO_4	98,08	32,7 S
Alaun	Sulfat de potasiu și aluminiu	$K \cdot Al(SO_4)_2 : 12H_2O$	473,37	5,7 Al
Albastru de Berlin (2 feluri: solubil sau insolubil în apă)	Ferocianură ferică	$Fe_4[Fe(CN)_6]_3$	859,02	45,5 Fe
Albastru de munte	Hidrat de cupru	$Cu(OH)_2$	97,59	65,1 Cu
Alb de zinc	Oxid de zinc	ZnO	81,38	80,4 Zn
Alumină	Sesquioxid de aluminiu	Al_2O_3	101,94	52,9 Al
Alumină hidratată v. și bauxită	Hidrat de aluminiu	$Al_2O_3 : 2H_2O$	156,00	34,7 Al
Amoniac	Amoniac	NH_3	17,03	82,3 N
Anhidrit	Sulfat de calciu, v. gips anhidru	$CaSO_4$	136,14	41,2 CaO
Anilină	Anilină (Amidobenzen)	$C_6H_5 : NH_2$	93,06	77,3 C
Anticlor	Tiosulfat de sodiu	$Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$	248,19	25,8 S
Apă	Apă	H_2O	18,016	11,19 H
Apă de lipit (decapantă)	Amestec apos de clorură de zinc (v. a.)			
Apă oxigenată (30%)	Perhidrol	H_2O_2 (30%)	34,016	100 părți dau 100 vol. O
Apă regală	Amestec de acid azotic conc. (NO_3H) și acid clorhidric conc. de 1:3			
Apă tare	v. Acid azotic			
Arsenic (șoricioaică)	Anhidridă arsenioasă	As_2O_3	197,92	75,9 As
Aur evreesc	Sulfură de staniu	SnS_2	182,82	65 Sn
Auripigment	Trisulfură de arsen	As_2S_3	246,10	60,9 As
Azurită	Carbonat bazic de cupru	$2CuCO_3 \cdot Cu(OH)_2$	344,73	55,3 Cu
Barită	Oxid de bariu	BaO	153,36	89,6 Ba
Barită sulfatată	Sulfat de bariu	$BaSO_4$	233,42	65,7 BaO
Bauxită	Hidrat de aluminiu	$Al_2O_3 : 2H_2O$	—	—
Benzen	Benzen	C_6H_6	78,05	92,2 C
Benzină	Benzină	Amestec de diferite hidrocarburi de compoziție $C_n H_{2n+2}$ ($n = 5...12$)		
Bicarbonat de sodiu	Carbonat acid de sodiu	$NaHCO_3$	84,01	52,3 CO_2
Bioxid de mangan	v. Piroluzită			
Bioxid de sulf	Bioxid de sulf	SO_2	64,06	50,1 S
Bismutină	Sulfură de bismut	Bi_2S_3	514,18	81,1 Bi
Blanc fix	Sulfat de bariu	$BaSO_4$	v. Barită sulfatată	
Blendă de zinc	Sulfură de zinc	ZnS	97,44	67,1 Zn
Borax	Tetraborat de sodiu	$Na_2B_4O_7 : 10H_2O$	381,43	16,3 Na_2O
Bromură de argint	Bromură de argint	$AgBr$	187,8	42,6 Br
Calaican	Sulfat feros	$FeSO_4 \cdot 7H_2O$	278,01	25,8 FeO
Calomel	Clorură mercuroasă	Hg_2Cl_2	472,13	85,0 Hg
Caolină	Caolină	$Al_2O_3 : 2SiO_2 : 2H_2O$	258,09	20,9 Al
Caput mortuum	Sesquioxid de fier	Fe_2O_3	159,7	69,9 Fe

[1]) Prelucrare de dr. fil., dr. rer. pol. Hoppmann, Berlin. — [2]) V. și cap. XIX, Substanțe chimice importante în tehnică, p. 991. — [3]) Rotunjit.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Compuşi chimici importanţi în tehnică (continuare)

(Numiri industriale ale chimicalelor)

Numirea industrială	Numirea în chimie	Formula	Greut. moleculară	100 părţi din combinaţie conţin
Carbid	Carbură de calciu	CaC_2	64,07	62,5 Ca
Carbonat de zinc	Carbonat de zinc	$ZnCO_3$	125,38	64,9 ZnO
Carborund	Carbură de siliciu	SiC	40,06	70 Si
Casiterită	Oxid de staniu	SnO_2	150,70	78,8 Sn
Celuloză	Celuloză	$(C_6H_{10}O_5)n$	—	—
Ceruză	Carbonat bazic de plumb	$Pb(OH)_2 \cdot 2PbCO_3$	775,65	80 Pb
Cianură de potasiu	Cianură de potasiu	KCN	65,11	60,1 K
Cinabru	Sulfură de mercur	HgS	237,7	84,8 Hg
Clorură de argint	Clorură de argint	$AgCl$	143,34	24,7 Cl
Clorură de calciu	Clorură de calciu (anhidră)	$CaCl_2$	110,99	36,1 Ca
Clorură ferică	Clorură ferică	$FeCl_3$	162,21	34,4 Fe
Clorură feroasă	Clorură feroasă	$FeCl_2 \cdot 4H_2O$	198,82	28,1 Fe
Clorură de plumb	Clorură de plumb	$PbCl_2$	278,12	74,5 Pb
Clorură de staniu	Clorură de staniu	$SnCl_4$	260,53	45,6 Sn
Clorură stanioasă	Clorură stanioasă	$SnCl_2 \cdot 2H_2O$	225,65	52,6 Sn
Clorură de zinc	Clorură de zinc	$ZnCl_2$	136,29	48,0 Zn
Cocleală	Acetat bazic (subacetat) de cupru	$Cu(C_2H_3O_2)_2 \cdot Cu(OH)_2 \cdot 5H_2O$	369,28	34,4 Cu
Colodiu	Colodiu (soluţie de dinitroceluloză în eter şi alcool)			
Corindon	Sesquioxid de aluminiu	Al_2O_3	101,94	52,9 Al
Cretă	Carbonat de calciu	$CaCO_3$	100,07	56,0 CaO
Crezolit	o-, m-, p-crezolit (oxitoluen)	$C_6H_4 \cdot OH \cdot CH_3$	108,06	90,8 C
Cromat de potasiu galben	Cromat de potasiu	K_2CrO_4	194,20	40,3 K
Cromat de potasiu roşu	Bicromat de potasiu	$K_2Cr_2O_7$	294,23	32,0 K_2O
Dolomită	Carbonat de calciu şi magneziu	$CaMg(CO_3)_2$	184,40	47,7 CO_2
Emetic	Tartrastibiat de potasiu	$SbO(C_4H_4O_6)K \cdot 1/2H_2O$	333,8	—
Eter	Eter etilic	$C_2H_5 : O \cdot C_2H_5$	74,08	64,6 C
Ferocianură de potasiu galbenă	Ferocianură de potasiu	$K_4Fe(CN)_6 \cdot 3H_2O$	422,34	13,2 Fe
Fericianură de potasiu roşie	Fericianură de potasiu	$K_3Fe(CN)_6$	329,20	17 Fe
Fixator	Hiposulfit de sodiu	$Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$	248,19	18,5 Na
Fluorită	Fluorură de calciu	CaF_2	78,08	48,7 F
Formalină	Aldehidă formică (soluţie apoasă de obiceiu 40%)	$H \cdot CHO$	30,02	40,0 C
Galenă	Sulfură de plumb	PbS	239,27	86,6 Pb
Gaz ilariant	Protoxid de azot	N_2O	44,02	63,6 N
Gips	Sulfat de calciu	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$	172,17	46,7 SO_3
Glicerină	Glicerină	$C_3 \cdot H_5(OH)_3$	92,06	39,1 C
Grafit	Grafit, carbon cristalizat	C	—	—
Hidrogen sulfurat	Hidrogen sulfurat	H_2S	34,07	94,1 S
Lapte de var	Hidrat de calciu (soluţie apoasă)	v. Var nestins		
Lardită	v. Talc			
Leşie de potasă	Hidrat de potasiu (soluţie apoasă)	v. Potasă caustică		

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Compuşi chimici importanţi în tehnică (continuare)
(Numiri industriale ale chimicalelor)

Numirea industrială	Numirea în chimie	Formula	Greut. moleculară	100 părţi din combinaţie conţin
Leşie de sodă caustică	Sodă caustică în sol. apoasă v. a.			
Litargă	Protoxid de plumb . .	PbO	223,21	92,8 Pb
Litopon	Amestec de sulfură de zinc (ZnS) şi sulfat de bariu ($BaSO_4$)			
Lizol	Amestec de crezoli (cca 50% în uleiu sau răşină)			
Magnezie	Oxid de magneziu . .	MgO	40,32	60,4 Mg
Marienglas	Sulfat de calciu (varietate de gips) .	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$	172,16	32,6 CaO
Marmoră	v. Piatră de var			
Mercur fulminant .	Fulminat de mercur .	$Hg(CNO)_2 \cdot 1/2\,H_2O$	284,60	70,7 Hg
Metanol	Metanol, alcool metilic, v. spirt de lemn			
Mică	Mică	Diferite componente $Al_3(KNa)H_2(SiO_4)_3$		
Miniu de plumb . .	Plumbat de plumb . .	Pb_3O_4	685,63	90,7 Pb
Naftalină	Naftalină	$C_{10}H_8$	128,1	93,5 C
Negru de fum . . .	Carbon amorf	C	12	—
Ocru de bismut . .	Oxid de bismut . . .	Bi_2O_3	466,00	89,7 Bi
Oildag	Suspensiuni de grafit în uleiu de ungere (lubrifiant)			
Ortofosfat de calciu	Ortofosfat de calciu .	$Ca_3(PO_4)_2$	310,28	45,8 P_2O_5
Oţet	Acid acetic diluat v. Acid acetic			
Oţet de lemn . . .	Produsul primar la distilarea lemnului, amestec de alcool metilic, acetonă şi acid acetic etc.			
Oxid de calciu v. var nestins				
Oxid de carbon . .	Oxid de carbon . . .	CO	28,00	42,9 C
Oxid feric	Oxid feric	Fe_2O_3	159,68	69,9 Fe
Ozocherită	Cerezină = hidrocarburi parafinice saturate			
Pentasulfură de stibiu	Pentasulfură de stibiu	Sb_2S_5	403,82	60,3 Sb
Perborat de sodiu .	Perborat de sodiu . .	$NaBO_3 \cdot 4H_2O$	153,88	14,96 Na
Perfosfat	Amestec de fosfat de calciu primar şi sec.	$Ca(H_2PO_4)_2 + CaHPO_4$	—	—
Permanganat de potasiu	Permanganat de potasiu	$KMnO_4$	158,03	34,6 Mn
Peroxid de bariu .	Peroxid de bariu . .	BaO_2	169,36	90,6 BaO
Piatră emeri . . .	Corindon v. acolo			
Piatra iadului . .	Azotat de argint . .	$AgNO_3$	169,89	63,5 Ag
Piatră vânătă . .	Sulfat de cupru . . .	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	249,71	31,9 Cu
Piatră de var . . .	Carbonat de calciu . .	$CaCO_3$	100,08	56,0 CaO
Piatra vinului . .	Tartrat acid de potasiu	$CH \cdot OH \cdot COOK$ | $CH \cdot OH \cdot COOH$	188,14	—
Piroluzită	Bioxid de mangan . .	MnO_2	86,93	63,2 Mn
Potasă	Carbonat de potasiu .	$K_2 \cdot CO_3$	138,21	68,2 K_2O
Potasă caustică . .	Hidrat de potasiu . .	KOH	56,11	69,7 K
Rongalită	Formaldehidă sulfoxidată	$CH_2O \cdot SO_2HNa \cdot 2H_2O$	154,12	—
Roşu englez v. oxid feric				
Salpetru	Azotat de potasiu . .	KNO_3	101,11	46,6 K_2O
Salpetru de Chile .	Azotat de sodiu . .	$NaNO_3$	85,01	72,9 Na_2O
Salpetru de Chile .	Azotat de sodiu . . .	$NaNO_3$	85,01	16,5 N
Sare amară . . .	Sulfat de magneziu .	$MgSO_4 \cdot 7H_2O$	246,0	9,9 Mg
Sare de bucătărie .	Clorură de sodiu . .	$NaCl$	58,45	39,4 Na
Sare Glauber . . .	Sulfat de sodiu . . .	$Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$	322,21	14,2 Na
Sare de măcriş . .	Tetraoxalat de potasiu	$KH_3(C_2O_4)_2 \cdot 2H_2O$	254,15	15,4 K
Sare Mohr	Sulfat de fier şi amoniu	$Fe(NH_4)_2(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$	392,16	14,2 Fe

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Compuși chimici importanți în tehnică (continuare)
(Numiri industriale ale chimicalelor)

Numirea industrială	Numirea în chimie	Formula	Greut. moleculară	100 părți din combinație conțin
Sare Pink	Perclorură amoniacală de staniu	$(NH_4)_2SnCl_6$	367,52	32,3 Sn
Sare Schlipps	Sulfoantimoniat de sodiu	$Na_3SbS_4 \cdot 9H_2O$	481,22	25,2 Sb
Sare Seignette	Tartrat de sodiu și potasiu	$CH \cdot OH \cdot COONa$ / $CH \cdot OH \cdot COOK \cdot 4H_2O$	282,2	16,98 C
Sgură Thomas	Sare dublă de fosfat și silicat de Ca	$Ca_3(PO_4)_2 Ca_2SiO_4$	—	—
Sodă calcinată	Carbonat (anhidru) de sodiu	Na_2CO_3	106	58,5 Na_2O
Sodă caustică	Hidrat de sodiu	$Na(OH)$	40,00	57,5 Na
Sodă, cristalizată	Carbonat de sodiu	$Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$	286,15	21,7 Na_2O
Spirt	Alcool etilic	$C_2H_5 \cdot OH$	46,05	52,1 C
Spirt de lemn	Alcool metilic, metanol	$CH_3 \cdot OH$	32,03	37,4 C
Sticlă solubilă	Silicat de sodiu	Na_2SiO_3 sau K_2SiO_3	—	—
Sulfat de sodiu	v. Sare Glauber			
Talc (lardită)	Silicat de magneziu	$Mg_3H_2(SiO_3)_4$	379,21	19,2 Mg
Tartrat, piatra vinului	v. și Bitrartrat de potasiu			
Tetra	Tetraclorură de carbon	CCl_4	153,83	92,2 Cl
Tetraetil de plumb	Tetraetil de plumb	$Pb(C_2H_5)_4$	323,38	64 Pb
Tetralină	Tetrahidronaftalină	$C_{10}H_{12}$	132,13	90,8 C
Țipirig	Clorură de amoniu	NH_4Cl	53,50	31,8 NH_3
Tri	Etilen triclorat	$C_2H \cdot Cl_3$	131,38	18,2 C
Trisulfură de stibiu	Hiposulfură de stibiu	Sb_2S_3	339,70	71,7 Sb
Var de albit	Clorură de var	$CaCl(OCl)$	126,99	55,8 Cl
Var nestins	Oxid de calciu	CaO	56,08	71,4 Ca
Var stins	Hidrat de calciu	$Ca(OH)_2$	74,09	75,7 CaO
Verde de crom	Oxid de crom	Cr_2O_3	152,02	68,4 Cr
Verde de Schweinfurt	Acetat de cupru, arseniat de cupru	$Cu(C_2H_3O_2)_2 \cdot 3Cu(AsO_2)_2$	586,35	43,4 Cu
Verdele lui Scheele	Arseniat de cupru	$Cu(AsO_2)_2$ și $Cu_3(AsO_3)_2$	variabilă	—
Vitriol	Acid sulfuric concentrat	H_2SO_4	98,08	32,7 S
Vitriol alb	Sulfat de zinc	$ZnSO_4 \cdot 7H_2O$	287,55	28,3 ZnO
Vitriol albastru	Sulfat de cupru	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	249,71	25,4 Cu
Vitriol verde	Sulfat feros	$FeSO_4 \cdot 7H_2O$	278,01	20 Fe

B. Tabele de greutăți ale unității de volum, tabele de volum ocupat etc.

Masa specifică (densitatea) ρ = masă/volum e masa unității de volum dintr'un corp. Dimensiunea: $[K\,T^2/L^4]$ resp. $[M/L^3]$(cp. și pp. 222 și 312).

Greutatea specifică γ = greutate/volum e greutatea unității de volum dintr'un corp. Dimensiunea $[K/L^3]$ resp. $[M/L^2T^2]$.

Greutatea relativă (s) (masa relativă) (cifra densității resp. a greutății specifice) e câtul: greutatea (masa) unui corp prin greutatea (masa) unui corp de referință de același volum. Greutatea relativă e un număr fără dimensiune. Dacă nu se dau alte indicațiuni, se presupune că pentru corpurile solide și lichide corpul de referință e

Scanned with OKEN Scanner

apa de 4° C și 760 mm coloană de mercur [1]). Pentru gaze, corpul de referință e adesea aerul de 0° C și 760 mm coloană de mercur.

G r e u t a t e a u n i t ă ț i i d e v o l u m (greutatea specifică brută) e greutatea specifică a corpurilor neomogene în starea indicată în fiecare caz în parte.

G r a d u l d e d e s i m e e câtul: greutatea unității de volum a unui corp prin greutatea lui specifică, adică = greutatea unității de volum/greutatea specifică.

Dacă V (sau V') e volumul unui corp (sau gaz) în dm^3 (l), G (sau G') greutatea unui corp (sau gaz) în kg, avem

$$G = V\gamma \text{ și } G' = V'\gamma'\,^{2)},$$

adică 1 dm^3 din corp cântărește γ kg, 1 cm^3 din corp cântărește γ g [1]),
1 l de gaz cântărește 0,001 293 [2]) s kg = 1,293 [2]) s g.

G r e u t a t e a s p e c i f i c ă a p ă m â n t u l u i (determinată de K ö n i g, K r i g a r - M e n z e l și R i c h a r z după metoda lui J o l l y) e în mijlociu de 5,505 kg/dm^3, după alte date 5,53 kg/dm^3, adică greutatea totală a pământului e de cca $5960 \cdot 10^{18}$ t = 5960 trilioane de tone [3]).

Date numerice: Trebue observat că: 1. Valorile numerice ale masei specifice (D) și greutății specifice (W) a unui corp sunt identice, dacă masa specifică se ia în sistemul fizic, iar greutatea specifică în sistemul tehnic de măsură.

2. Valorile numerice sunt diferite, dacă masa și greutatea specifică se măsoară în același sistem de măsură. In acest caz $\gamma = \rho \cdot g$; $\rho = \gamma/g$ [4]). E x e m p l u : DIN 5450. După aceste norme avem pentru aer la înălțimea mării, în sistemul de măsură tehnic greut. spec. (W) 1,2255 kg/m^3; masa spec. (D) 0,124 97 kg s^2/m^4 (= 1,2255 kg/m^3:9,81 m/s^2).

3. Valorile numerice ale masei specifice (D), măsurată în sistemul de măsură tehnic, diferă de ale masei specifice (D) în sistemul de măsură fizic, cum diferă greutățile specifice, după formulele următoare:

valoarea greutății specifice în sistemul de măsură tehnic = valoarea greutății specifice în sistemul de măsură fizic × g.

valoarea masei specifice în sistemul de măsură fizic = valoarea masei specifice în sistemul de măsură tehnic × $1/g$.

$$1\,\frac{g^{+}}{cm^3} = \frac{10^3}{9{,}806\,65}\,\frac{kg\,s^2}{m^4}, \qquad 1\,\frac{kg}{m^3} = \frac{9{,}806\,65}{10}\,\frac{g^{+}}{s^2\,cm^2}.$$

E x e m p l u [4]) : G r e u t a t e a s p e c i f i c ă (W) a fierului

$$\begin{aligned}\gamma &= 7{,}8\ kg/dm^3 \quad \text{sau}\ \gamma = 7800\ kg/m^3\\ &= 7{,}8\ kg^{+}\cdot 98{,}1\ dm/s^2\,dm^3 \quad \text{sau}\ \gamma = 7800\ kg^{+}\cdot 9{,}81\ m/s^2\,m^3\\ &= 765{,}18\ kg^{+}/s^2\,dm^2 \quad \text{sau}\ \gamma = 76\,518\ kg/s^2\,m^2\\ &= 765{,}18\cdot 1000\ g^{+}/100\ s^2\,cm^2 \quad \text{sau}\ \gamma = 76\,518\cdot 1000\ g/10\,000\ s^2\,cm^2\\ &= 7651{,}8\ g^{+}/s^2\,cm^2 \quad \text{sau}\ \gamma = 7651{,}8\ g^{+}/s^2\,cm^2.\end{aligned}$$

M a s a s p e c i f i c ă (D) a fierului

$$\rho = 7{,}8\ g^{+}/cm^3 = 7{,}8\ g\,s^2/(981\ cm\cdot cm^3) = 0{,}007\,951\ g\,s^2/cm^4.$$

Areometre. Dacă n sunt grade areometrice, γ_l și γ_s greutatea specifică a lichidelor mai grele sau mai ușoare decât apa, avem pentru areometrul după

Baumé (la 15° C) . . . . $\gamma_l = 144{,}30/(144{,}30 + n)$ și $\gamma_s = 144{,}30/(144{,}30 - n)$.

Brix (la 15,63° C = 12,5° R) $\gamma_l = 400/(400 + n)$ și $\gamma_s = 400/(400 - n)$.

T a b l a d e c o n v e r s i u n e pentru areometrele după Baumé, Balling, Beck, Brix (Fischer), Stoppani și Cartier în anexă.

---

1) După măsurători recente de cea mai mare preciziune (Procès Verbaux, Com. Intern. des Poids et Mesures 13 (1929), p. 272), apa de 4° C are la presiunea de 760 mm coloană de mercur masa specifică cea mai probabilă de 0,999 972 g^{+}/cm^3. Greutatea unui centimetru cub de apă la accelerația gravitației de 980,665 m/s^2, 4° C și 76 cm coloană de mercur e deci 0,999 972 g. In aceleași condițiuni greutatea unui mililitru de apă e 1 g. Urmează 1 l = 1000,028 cm^3. La cântărirea apei, determinarea volumului se face după g/ml (sau kg/l). La măsurători foarte precise ale greutății specifice trebue observat prin urmare că 1 g/cm^3 = 0,999 972 g/ml. Valoarea numerică a greutății relative e deci mai mare decât a greutății specifice. In cele mai multe cazuri această diferență poate fi neglijată și cele două valori pot fi presupuse egale. — 2) $\gamma' = \gamma_{aer}\cdot s$; γ_{aer} = 0,001 293 kg/l. In calcule foarte precise trebue ținut seamă de variația lui γ_{aer} cu temperatura, corespunzător volumului (p. 792); tabele în anexă. — 3) După numirea franceză a numerelor mari e de 5960 cuintilioane de tone. — 4) Accelerația gravitației (p. 313) g = 9,81 m/s^2 = 98,1 dm/s^2 = 981 cm/s^2.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 5.

Greutăţile unităţii de volum şi specifice ale câtorva solide în kg/dm³ [1] [2]

Date priv. la: Metale v. tabela din p. 804; subst. chimice importante în cap. XIX; Roce v. proprietăţile rocelor importante în tehnică, cap. V, tab. 3; Combustibili v. cap. XII. Combustibili; aliaje de turnat în tab .4, 5 şi 6 p. 836 ş. u.

Acetat de plumb	2.4
Acid arsenios . .	3,718
„ cromic, crist.	5,21
„ fosforic . . .	1,651
„ fosforic orto.	1,884
„ ftalic	1,59
„ oxalic	1,653
„ picric	1,767
„ „ topit . . .	1,68
„ „ presat . . .	1,63
„ salicilic . . .	1,48
„ silicic, crist..	2,653
„ stearic . . .	0,941
Agat	2,5—2,8
Alamă turnată .	8,4—8,7
„ laminată . .	8,5—8,6
„ trefilată . . .	8,43—8,73
„ de şuruburi .	8,5
Alaun	1,71
„ anhidru . . .	2,666
Alb de plumb . .	6,7
Alb de zinc . . .	5,65
Albastru de munte	3,7
Aliaj de aluminiu (v. p. 834) .	4.00
„ „ cupru turnat în cochilii (p.815)	7,6—8,8
„ „ cupru turnat sub presiune (p.817)	7,4—8,5
„ „ tombac (p. 853) . .	8,6—8,8
„ „ tombac turnat în cochilii (p.812)	2,6—3,1
„ „ tombac turnat sub presiune (p. 817)	2,6—2,9
Alumină, crist. .	3,8—4,0
Aluminiu, pur (99,97%)	2,699
„ ciocănit . . .	2,75
„ turnat	2,56
Amalgam, nat. .	13,7—14,1
Amidon	1,53
Amoniac	1,52
Anhidrită	2,96
Antracen	1,25
Antracit	1,35—1,7
Apatită	3,16—3,22
Ardezie	2,65—2,70
„ argiloasă . .	2,77—2,84
„ de acoperiş .	2,77—2,84
„ „ polisat . .	2,1

Argentan (62% Cu, 15% Ni, 22% Zn) . .	8.5
Argilă udă . . .	2,0
„ uscată	1,6
Argint electrolitic	10,50
„ ciocănit . .	10,5—10,6
„ turnat . . .	10,42—10,53
Arsen	5,72
Asbest (p. 968) .	2,1—2,8
Asfalt (p. 794, 964)	1,05—1,38
„ nisipos v . .	2,0—2.2
Asfaltită (p. 964)	1,04—1.20
Aur masiv . . .	15.6—19,4
„ turnat . . .	19,25
Azotat de argint	4,352
„ „ potasiu . .	2,10
„ „ sodiu . . .	2,26
Balata	1,044
Barită sulfatată.	4,25
Beton (p. 900)	
„ de asfalt . .	2—2,2
Bicarbonat de sodiu	2,206
Bismită.	4,3—4,4
Bismut turnat .	9,82
„ lichid	10,055
Bismutită . . .	3,5
Bitumen de asfalt (p. 964) . .	cca 10
Bolus	2,2—2,5
Bor	2,34
Boracită	2,9—3,0
Borax anhidru .	1,721
Bricheţi de carbon . . .	1,25
Bromură de argint . . .	6,47
Bronz (6...20% Sn)	8,7—8,9
„ fosforós . . .	8,80—8,86
„ de magneziu.	8,8—8,9
„ roşu (p. 849).	8,56—8,9
Bronzuri de zinc	8,80—8,86
Calamină . . .	7,4—7,6
„ de cupru . .	5,5—5,8
Calaverită . . .	9
Calcar cu cochilii	2,4
Camfor	0,99
Caolină	2,2—2,6
Cărămidă . . .	2,6—2,7

Cărămidă v. . .	1,6—1,9
„ arsă	2,6—2,7
„ olandeză . .	1,8—2,1
Carbid	2,21
Carbon (p. 981).	1,85—3,514
Carbonat de calciu . . .	2,711
„ „ sodiu crist.	1,458
„ „ „ desh. . .	2,476
Carborund . . .	3,12—3,20
Cărbune de cocos	1,8
Carbură de bor.	2,51
„ „ tantal . . .	14,5
Cartofi	1,06—1,13
Carton de asbest	1,2
Cauciuc	0,91—0,93
„ armat . . .	1,4—1,7
„ brut	0,91—0,93
Ceară	0,98—1,04
„ de munte . .	cca 1,0
Cellon	1,3
Celofan (65% pori) v	1,420
Celuloid	1,38
Ceriu	6,8
Ceruză	6,5
Cesiu	1,87
Chihlibar . . .	1,0—1,1
Cianură de potasiu . . .	1,52
Ciment Portland proaspăt .	3,1—3,2
„ „ întărit v .	2,3
„ de cuptor înalt v . . .	1,03
„ argilos . . .	3,15—3,25
Cinabru	8.0—8,3
Cleíu.	1,27
Clorură de amoniu . .	1,52
„ „ argint . . .	5,56
„ „ „ min. . .	5,5—5,6
„ „ calciu . .	2,15
„ „ calciu anh..	2,152
„ „ cupru anh..	3,054
„ „ fier ($FeCl_2$)	2,528
„ „ „ ($FeCl_3$) .	2,804
„ „ litiu. . . .	2,068
„ „ magneziu anh. . . .	2,32
„ „ mercur . .	7,152
„ „ potasiu . .	1,989
„ „ sodiu . .	2,164
„ „ staniu. . .	3,298
„ „ zinc	2,753

[1] Prelucrare de ing. F. Ludloff.

[2] v înseamnă greutatea unităţii de volum; în lipsa vreunei indicaţii, cifrele indică greutatea specifică. Greutăţile specifice ale elementelor pure se referă la temperatura de 20°, Greutăţile specifice ale elementelor şi compuşilor chimici şi în Stoffhütte ed. a 2-a şi Chemiehütte ed. a 2-a. Greutăţile adoptate oficial pentru materialele de construcţii în vol. III. Anexă, greutăţile corpurilor stratificate în p. 793, tabela capacităţilor în p. 794.

Tabela 5. Greutățile unității de volum și specifice etc. (Continuare)

Cobaltină	6,0—6,3
Cocs	1,6—1,9
Constantan(60% Cu, 40% Ni)	8,8
Copal natural	1,062—1,069
„ fără aer	1,064—1,083
Corindon electr.	3,75—4
„ calcinat	3,9
Cresol	1,048
Cretă	1,8—2,6
Criolit	2,95
Cristal de munte	2,65
Cristobalită	2,30
Cromat de argint	5,625
Cromit	4,5—4,8
Cupriță	5,7—6
Cupru ciocănit	8,9—9
„ electrolitic	8,9—8,95
„ fluid	8,22
„ laminat	8,9—9
„ turnat	8,30—8,92
Cuarț	2,1—2,5
„ pt. electrot.	2,0—2,2
„ pt. pietre de moară	1,25—1,60
Cuarțite	2,56
Diamant	3,5—3,6
„ (carbon)	3,01—3,45
Difenil	1,04
Difenilamină	1,16
Duralumin	2,75—2,87
Ebonită	1,15—1,7
Electrozi grafitați (p. 981) v	1,55—1,60
Esențe lemnoase (p. 961)	
Feldspat	2,5—2,76
Fenol	1,07
Fericianură de potasiu galbenă	1,883
„ „ potasiu roșie	1,8944
Ferociment Portland v	1,040
Fibră de bumbac	1,47—1,5
„ „ capoc	1,32
„ „ cocos(p.966)	1,64
„ „ cânepă (p. 966)	1,48
„ „ „ de Manila	1,35
„ „ hârtie	1,47—1,51
„ „ sisal	1,5
„ „ in (p. 966)	1,47—1,5
„ „ „ de Noua-Zeelandă (p. 966)	1,49
„ „ iută (p. 966)	1,44
„ „ tussa	1,33
„ vulcanică	1,1—1,45
Fier spatic	3,7—3,9
Fildeș	1,83—1,92
Fluorită	3,1—3,2
Fluorură de sodiu	2,766
Fonolit v	2,35—2,65
Fontă brută albă	7,0—7,8
„ „ cenușie	6,7—7,6
„ lichidă	6,9—7,0
„ maleabilă	7,2—7,6
„ solidă	7,25
Fosfor alb	1,82
„ cristalin	2,34
„ roșu	2,20
Fructoză	1,6691
Galalit	1,3—1,4
Galben de crom	6,123
Galiu	5,9
Gelatină fulminantă	1,5
Ghiață (la 0°) și ghiață carbonică	0,88—0,918
„ carbonică teoretică	1,56
„ „ comercială (la —79°)	1,5—1,55
Gips ars	1,81
„ , ca piatră	2,3
„ turnat	0,97
Glucoză	1,544
Grafit natural	2,0—2,5
„ electric	2,22
Granat	3,4—4,3
Grăsimi (p. 956)	0,91—0,96
Gresie	2,59—2,71
Gresii	1,89—1,92
Gumă arabică	1,31—1,45
Gutapercă	1,02
Gutasin	cca 1,55
Hafniu	13,3
Hârtie de carton	1,42
„ pt. tipar (50% pori)	0,970
„ de mică	1,2—1,5
„ sugativă (78% pori)	0,33
Hematită	5,2
Hidrat de potasiu	2,0
„ „ sodiu	2,13
Hornblendă	3,0
Igelită	1,35
Indiu	7,25
Iod	4,93
Iodură de argint	5,674
Itriu	4,57
Kainit	2,1
Karnalit	1,6
Lână	1,3—1,4
„ de oi	1,32
„ „ sgură v	0,05—0,4
Lanolină	0,94—0,97
Lantan	6,15
Lardită	2,6—2,8
Lavă de bazalt	2,25
Lavă bazaltică	2,8—3,0
„ trahitică	2,0—2,7
Lemn impregnat cu metal	0,95—3,83
Lemn presat	1,05—1,45
„ tare	1,2—1,4
Limonită	3,4—3,9
Linoleum în rulouri, în medie	1,1
Litargă naturală	7,83—7,98
„ artificială	9,3—9,4
Magnezie	3,2
Magneziță	3,45—3,65
Magnetită	5,1
Malachită	3,7—4,1
Mangal cu aer	0,4
„ fără aer	1,4—1,5
Manganină	8,4
Manganit	4,3—4,4
Mase de nitroceluloză	1,8
Mătase artificială (p. 966)	1,25—1,60
Materiale sintetice (p. 925)	
Mercur fulminant	4,43
Metal Delta	8,6
„ Rose	10,157
„ Wood	9,7
Metale v. p. 804	
„ albe DIN 1703 p. 865	7,5—10,1
Mică	2,6—3,2
Micalex	3,3
Micanită	1,9—2,6
„ albă	2,5—2,6
Minereuri de argint	5,0—5,12
„ „ fier magn.	4,9—5,1
„ „ „ oligist	5,2
„ „ mangan, dur	4,1—4,4
„ „ „ moale	4,9—5,0
„ „ plumb	6,3—6,9
„ „ zirconiu	cca 3,3
Miniu	9,07
„ v	8,6—9,07
„ de plumb	9,07
Mipolam	1,35
Molibdenită	4,7
Monacite	4,9—5,2
Mortar de var uscat v	1,60—1,65
„ „ „ umed	1,75—1,80
Naftalină	1,145
Negru de fum	1,7—1,8
„ de flacără	0,07—0,20
Neodim	7,0
Nichelină albă	6,4—6,6
„ roșie	7,4—7,7
Nichel turnat	8,35
Niobiu	8,56
Nisip de piatră ponce v	0,7—0,8
„ „ pietriș	1,4—1,6
Nitroceluloză	1,66—1,67
Novotext	1,3—1,33
Oase	1,7—2

Tabela 5. Greutățile unității de volum și specifice etc. (Continuare)

Ocru	3,5
Ortoclas	2,5—2,6
Oțel (p. 823)	
„ nichel-mangan (15% Ni. 5% Mn)	8,03
„ cu nichel (36% Ni)	8,13
„ „ „ (50% Ni)	8,19
„ Invar (64% Fe, 36% Ni)	8,7
„ cu cobalt (15% Co)	7,8
„ „ „ (35% Co)	8,0
„ „ wolfram (6% Wo)	8,2
Oxid de aluminiu	4,00
„ „ bariu	5,70
„ „ bismut	8,824
„ „ calciu	3,3
„ „ crom crist.	5,21
„ „ fier FeO	5,9
„ „ „ Fe_2O_3	5,2
„ „ „ Fe_3O_4	5,1
„ feric	5,24
„ de magneziu	3,6
„ „ mangan (2)	4,726
„ „ plumb	9,3
„ „ sodiu	2,3
„ „ staniu	6,95
„ „ titan	4,26
„ „ toriu	9,861
„ „ zinc	6.8—7,1
„ „ zirconiu	3,3
Paie	0,04—0,07
Pământ (planetă) (v. p. 785 și anexă)	5,53
Pământ cupros	2,0—2,3
„ silicios v	2,66
Păr de cal (coadă)	1,4
„ „ „ (coamă)	1,25
Parafină	0,86—0,92
Pavaj de lemn	1,1
Pechblendă	7,5—9,7
Perii de cărbune	1,4—1,7
Permalloy	8,59
Pertinax	1,3
Piatră de carborund v	1,4—1,8
„ „ construcție (p. 882)	
„ emeri	4,0
„ de magnezită	2,4—2,7
„ „ pavaj	2,6
„ „ plută	0,2—0,35
„ ponce natur.	0.37—0,9
„ „ umedă v	0.8—0,9
„ „ uscată v	0,28—0.32
„ „ de Viena	cca 2,3
„ de silice	2.38—2,43
„ de șosea	2,57—2,83
„ „ var	2,62—2,84
Piele tăbăcită uscată v	0,86
Piele unsă v	1,02
„ „ cromată v	0,8—0,85
Pietre cărbunoase	cca 3
„ „ „ v	1,35—1,40
Pietre concreționate	2,5—2,6
„ ușoare	0,85
„ „ de ciment	2.2—2,4
„ „ „ „ v	sub 0,85
„ „ „ sgură de cuptor înalt v	0,85
„ de șamotă	2,5—2,7
„ „ „ v	1,7—1,9
Pietriș uscat	1,88
„ magnetic	4,5—4,6
„ cupros	4,1—4,3
Pirită	4,9—5,2
„ argentiferă	7,2—7,4
Piroluzită	4,9—5,0
Piroxen	3,2—3,4
Plăci de ciment-asbest v	1,8—2,2
„ fibroase tari v	1.0
„ izol. de turbă	0,1—0,3
„ de pastă de lemn v	0,25—0,5
Plagioclas	2,62—2,76
Platină curată	14—19
„ iridiată (10% Ir)	21,6
„ turnată	21,15
Plexigum	1,18
Plumb lichid	10,64
Plută	0,20—0,35
„ v	0,12—0,25
Ponce de izolație uscată v	0.28—0,32
Porfir	2,62
„ v	2,59
Porțelan (p. 890)	2,45
„ v	2,30
Potasă (p. 995)	2,29
Praseodim	6,6
Presszell	1,0—1,1
„ plăci	1,3—1,5
Produse de cauciuc	1,0—2.0
Produse refractare (p. 887)	
Pulbere neagră v	1,6
Rășină	1,07
„ presată	1,25
Repetită	1,35
Resorcină	1,283
Rocă de tuf v	1,3
Roșu englez	5,24
Rubidiu	1,52
Ruteniu	12,28
Sacâz	1,07—1,09
Salpetru (p. 966)	2,09
„ (azotat de K)	2,11
„ (azotat de Na)	2,265
„ de Chile	2,1—2,25
Sămânță de trifoi	0,85
Samariu	7,7
Sare amară anh.	1,678
„ „ crist.	2,66
„ de bucătărie	2,15
„ gemă	2,1—2.2
Sârmă de cupru	8,9
Scheelită	5,9—6,1
Selen element	4,4
„ metalic	4,8
„ roșu	4,47
Serpentin	2,6
Seu (v. p. 795)	0,9—0,97
Sfeclă de zahăr	1.095—1,1
Sgură v	0,6—0,7
„ de cupt. înalt	2,5—3,0
„ Thomas	3,3—3,5
Sienită	2,50—2,94
Silimanită	2,45—2,5
Silocel sup. v	0,61
Silumin	2,5—2,65
Smoală	1,25—1,33
Sodă caustică	2,13
„ crist.	1,446
„ arsă	2,5
Sol lutos uscat v	1,5
Spat calcaros	2,6—2,8
„ manganos	3,3—3,6
„ de zinc	4,1—4,5
Spermanțet	0,88—0,94
Staniu turnat	7,2
„ lichid	7,025
„ sulfurat (stanină)	3,4—3,5
Steatită	2,6—2,8
„ v	2,35—2,68
Sterhamol v	0,7
Stibină	4,5
Sticlă	2,4—3,0
„ de cuarț	2,2
Substanțe ceramice (p. 890)	1,6—3,9
„ sintetice v. p. 925	
„ pt. tăbăcit	0,36—1,56
Sulf amorf	1,93
„ monoclinic	1,96
„ rombic	2,06
Sulfat de calciu anhidric	2,96
„ „ magn. anh.	2,66
„ „ „ hidrat.	1,68
„ „ potasiu	2,66
„ „ sodiu (sare Glauber)	2,70
„ „ zinc, anh.	3,49
„ „ „ crist.	2,04
Sulfură de arsen	3,43
„ „ mercur (2)	7,67
„ „ nichel	5,8—6,7
„ „ zinc anh.	3,9—4,2
Superdia v	0,9
Surogate de ceară	0,94—0,999
Șelac	1,2
Tablă de alamă	8,5
Table placate (p. 832)	7,80—8,82

Tabela 5. Greutățile unității de volum și specifice etc. (Continuare)

Talc	2,6—2,8	Trolită	1,4—1,7	Var roman v	1,0—1,2
Taliu	11,85	Trolitul	1,05	„ stins	1,15—1,25
Telur	6,24	Tigle	0,64	Vinoflex	1,35
Tenacită	1,6—2,3	Turbă	2,6		
Termoizolanți (v. p. 589)		Uree	1,32	Wolframită	7,2—7,5
Tiosulfat de sodiu (p. 997)	1,734			Zahăr de trestie (15°)	1,588
Topaz	3,51—3,57	Var alb pastă v	1,3—1,4	„ alb	1,61
Toriu	11,7	„ „ și sur (praf) v	0,4—0,5	Zăpadă afânată	0,06—0,2
Trahită v	2,30—2,77	„ ars	0,9—1,3	„ carbonică (—79°)	1,53
Tras	2,3—2,5	„ de ciment v	0,8—1	Zinc topit	6,48
Trinitrotoluen	1,75	„ hidraulic v	0,6—0,7	„ turnat	6,86
Trisulfură de stibiu	4,12	„ nestins	3.3		

Tabela 6. Greutățile specifice ale lichidelor în kg/dm³ [1] [2]

V. și p. 536. Indicații asupra substanțelor chimice importante în tehnică în p. 991.

Numele	kg/dm³	grd
Acetaldehidă C_2H_4O	0,783	20
Acetilenă C_2H_2 (pp. 546, 781, 792, 998)	0,613	—83,6 [3]
Acid acetic $C_2H_4O_2$ (pp. 536, 782, 993)	1,049	20
„ acetic pur $C_2H_4O_2$	1,053	15
„ azotic HNO_3 (pp. 783, 992))	1,512	20
„ butiric	0,96	15
„ carbolic brut	0,95 ...0,97	15
„ clorhidric HCl (pp. 538, 783, 792, 992)	0,908	0
„ fluorhidric HF	0,99	13,6
„ formic CH_2O_2	1,22	20
„ oleic $C_{18}H_{34}O_2$	0,89	20
„ sulfuric H_2SO_4 (pp. 783, 991)	1,834	20
Aer [6] (p. 792)	0,875	—194 [3]
Albumină	1,04	15
Alcool amilic $C_5H_{12}O$	0,81	20
Amoniac NH_3 (pp. 578, 996)	0,680	—33.4 [3]
„ lichefiat (p. 580)	0,6715	—30 [4]
	0,6469	—10 [4]
	0,6341	0 [4]
Anilină C_6H_7N	1,022	20
Apă distilată [8] H_2O	0,999 841	0
	0.999 972	4 [7]
	0,9982	20
„ grea D_2O	1,11	20
„ de mare	1,02 ...1,03	15
„ oxigenată H_2O_2	1,465	0

Numele	kg/dm³	grd
Argon lichefiat, Ar	1,404	—185,9 [3]
Azot N_2	0,810	—195,81 [3]
Benzen de motoare	cca 0,870	20
Benzină grea	< 0,75	
„ din gudron de lignit	0,798 ...0,802	
„ pt. lac	0.76 ...0,81	—
„ de motoare din țiteiu	< 0,780	20
„ din petrol	0,661 ...0,681	20
„ ușoară	0,68 ...0,72	—
Benzine (pp. 625, 946, 1002)		
Benzoat de etil $C_9H_{10}O_2$	1,047	20
Bere	1.02 ...1,04	—
Bioxid de carbon lichefiat CO_2 (pp. 578, 581)	1,6267	—181 [3]
	1,154	— 50 [4]
	1,075	— 30 [4]
	0,981	— 10 [4]
	0,925	0 [4]
„ de sulf lichefiat [5] SO_2 (p. 578, 579)	1,460	— 10 [3]
	1,5572	— 50 [4]
	1,5090	— 30 [4]
	1,4601	— 10 [4]
	1,435	0 [4]
	1,1100	100 [4]

[1]) Prelucrare de F. Ludloff. — [2]) Greutățile specifice ale compușilor chimici în Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 953 ș. u. și în Chemiehütte, ed. 2-a, pp. 136 ș. u. și 166 ș. u. Greutatea specifică a acizilor diluați, soluțiilor alcaline diluate, alcoolului în apă, glicerinei etc. și în p. 991 ș. u. — Combustibilii lichizi în p. 616. — Refrigerenții în p. 578 ș. u. Gazele lichefiate în pp. 538 și 578 ș. u. Greutățile specifice critice în p. 536. — Valorile reciproce, adică volumele specifice, în pp. 578 ș. u. — Procentele dela soluții reprezintă procentele în greutate. — [3]) La 760 mm col Hg. — [4]) La presiunea de satuație. — [5]) V. și pp. 578 ș. u. și Chemiehütte, ed. a 2-a, p. 229. — [6]) Compoziția v. p. 538. — [7]) 1 litru de apă are 1 kg la 4° și $g = 9{,}806\,65$ m/s². 1 litru = 1,000 028 dm³. — [8]) Greutatea și volumul specific al apei între 0° și 370° în pp. 535 și 537.

Tabela 6. Greutățile specifice ale lichidelor în kg/dm^3 [2]) (Continuare)

Numele	kg/dm^3	grd
Bioxid de sulf lichefiat[5])		
„ diluat, 10 %	1,05	15
„ „ 5 %	1,03	15
Brom Br_2	3,120	20
Bromură de etil C_2H_5Br p. 578	1,45	20
„ „ metil CH_3Br p. 578	1,731	0
i-butan lichefiat C_4H_{10} (p. 578)	0,595	—10,2 [3])
n-butan lichefiat C_4H_{10}	0,600	+0,5 [3])
Clor lichefiat Cl_2 (pp. 538, 779, 792)	1,558	—35 [3])
	1,598	—50 [4])
	1,550	—30 [4])
	1,496	—10 [4])
	1,468	0 [4])
Cloral C_2HOCl_3	1,512	20
Clorură de etil C_2H_5Cl (p. 578)	0,90	12
„ de metil CH_3Cl (pp. 578, 579)	0,997	— 24 [3])
Cripton Kr	2.15	—151 [3])
Cis-dicloretilen $C_2H_2Cl_2$ (p. 578)	1,265	20
Trans-dicloretilen $C_2H_2Cl_2$ (p. 578)	1,283	20
Diclortetrafluorentan $C_2F_4Cl_2$	1,53	0
Dietilamină $C_4H_{11}N$	0,711	20
Dimetilamină C_2H_7N (p. 578)	0,680	0
Etan C_2H_6 (p. 578)	0,546	− 88,6 [3])
Etilen C_2H_4	0,568	-103.5 [3])
Etilamină C_2H_7N (p.578)	0,706	0
Ferocarbonil $Fe(CO)_5$	1,45	—
Fluor F_2	1,11	—188 [3])
Formiat de etil $C_3H_6O_2$	0,9550	15
Fotogen	0,78 ...0,85	15
Freon (difluordiclormetan) (pp. 578, 580)	1,3 ...1,4	—
Glicerină v. p. 536, 594, 999.		
Gudron de ardezie	0,855 ...0,860	—
„ „ cuptor de cocs din huilă	1,12 ...1,18	—
„ „ distilare din huilă	0,96 ...1,05	—
„ „ „ „ lignit	0,85 ...0,91	—

Numele	kg/dm^3	grd
Gudron de gaz de huilă	1,18 ...1,25	—
„ „ huilă	1.1 ...1,2	—
„ „ șosele	≦ 1,22 ...1,24	25
„ „ turbă	< 1,0	—
Heliu He	0.125	-268,9 [3])
n-heptan C_7H_{16}	0,684	20
n-hexan C_6H_{14}	0,660	20
Hidrogen lichefiat H_2	0,0708	-252,78[3])
Lapte	1,03	15
Mercur Hg la 760 tor	13,5951	0
„ 760 „	13,5457	20
„ 760 „	13,4723	50
„ 760 „	13,3995	80
„ 760 „	13,3514	100
„ 20 atm.	13,114	200
„ 20 „	12,395	500
Metan CH_4	0,415	-161,7 [3])
Motorină Diesel din gudron de lignit	0.88 ...0.90	20
„ „ din gudron de huilă	1,02 ...1,08	20
„ pt. tractor, din gudron de lignit	0,845 ...0,855	20
Motorine din gudron de lignit (p. 948)	0,880 ...0,890	20
din țițeiuri (p. 945)	0,87 ...0,93	20
„ din gudron de distilare de huilă	0,97	15
„ din gudron de huilă (p. 948)		
Neon Ne	1,207	-246,1 [3])
Nitrobenzen $C_6H_5O_2N$	1,203	20
Nitroglicerină $C_3H_5O_9N_3$	1,60	20
n-octan C_8H_{18}	0,702	20
Oxid de carbon lichefiat[5]) CO (pp.538, 546, 616, 782)	0,801	-191,5 [3])
Oxigen lichefiat O_2	1,131	-182,97[3])
Oxisulfură de carbon COS	1,2	— 48 [3])
i-pentan C_5H_{12}	0,621	20
n-pentan C_5H_{12}	0,626	20
Petrol brut (Nafta)	0,76	19
„ lampant	0,76 ...0,86	—

Notele [2]), [3]), [4]) și [5]) în p. 789.

Tabela 6. Greutățile specifice ale lichidelor în kg/dm³ 2) (Continuare)

Numele	kg/dm³	grd
Propan C_3H_6 (p. 578)	0,585	—42,6 3)
Protoxid de azot lichefiat 7) N_2O	1,000	—20 4)
	0,946	—10 4)
	0,911	0 4)
	0,691	30 4)
Soluție de acetat de plumb $Pb(C_2H_3O_2)_2$		
40%	1,399	18
30%	1,271	18
20%	1,163	18
10%	1,077	18
Soluție de azotat de sodiu $NaNO_3$		
50%	1,42	18
40%	1,319	18
30%	1,227	18
20%	1,144	18
10%	1,0681	18
Soluție de clorură de amoniu NH_4Cl (p. 996)		
20%	1,0573	18
10%	1,0291	18
Soluții de clorură de sodiu NaCl (p. 540)		
20%	1,1487	18
10%	1,0714	18
Soluție de hidrat de potasiu KOH (p. 995)		
„ de hidrat de sodiu NaOH (p. 995)		
„ de azotat de potasiu KNO_3 (p. 996)		
20%	1,133	18
10%	1,0632	18
„ de sare v. p. 540		
„ „ sodă v. p. 994		
„ „ sulfat de cupru $CuSO_4$		
20% suprasaturat	1,23	18
10%	1,108	18
Soluție de sulfat de zinc $ZnSO_4$		
30%	1,383	18
20%	1,234	18
10%	1,108	18
Soluție de zahăr		
60%	1,2874	18
40%	1,1773	18
20%	1,0815	18
10%	1,0386	18
Solvenți v. p. 997 ș. u.		
Tetraclorură de carbon Cl_4C	1,595	20

Numele	kg/dm³	grd
Țițeiuri (p. 945)	0,7 ...1,04	20
Uleiu de alun	0,911 ...0,926	15
„ „ anason	1,00	10
„ de camfor	0,91	—
„ de creozot din gudron de lignit	0,96 ...0,98	20
„ galben din gudron de lignit	0,863 ...0,870	20
„ „ gudron de huilă v. pp. 626, 948		
„ de in	0,930 ...0,936	15
„ de lămâe	0,84	16
„ de mac	0,924 ...0,937	15
„ „ măsline	0,914 ...0,919	15
„ nucă de cocos	0,93	15
„ „ palmier	0,925 ...0,955	15
„ de parafină a) din gudron dist. din huilă	1,02	15
b) din gudron dist. din lignit	0,90	20
„ de rapiță	0,911 0,991	15
„ de recină	0,959 ...0,974	15
„ de sământă de bumbac	0,904 ...0,930	15
„ solar	0,825 ...0,830	20
„ de susan	0,922 ...0,924	15
„ „ terebentină, rășinos	0,865 ...0,878	15
„ succinic	0,80	15
„ ușor dela distilarea huilei	0,89	15
Uleiuri combustibile din țițeiu (p. 947)	0,89 ...0,98	20 și 15
„ din gudron de huilă (pp. 448, 948)	1,02 ...1,08	20
„ grase din gudron	1,1	—
„ de gudron de lignit (p. 948)	0,789 ...1,04	20
„ lubrifiante minerale	0,89 ...0,96	20

Notele 2), 3), 4), 5), și 7) în p. 789.

Tabela 6. Greutățile specifice ale lichidelor în kg/dm³ [2]) (Continuare)

Numele	kg/dm³	grd	Numele	kg/dm³	grd
Uleiuri vegetale (pp. 594, 952)	0,904 …0,974	15	Vin	0,99 …1,0	—
Unsoare de oase	0,92	15	Xenon X	3,52	—109 [3])
Unturi de pește	0,914 …0,933	—	Xilen, orto C_8H_{10}	0,880	20
			„ meta C_8H_{10}	0,864	20
			„ para C_8H_{10}	0,861	20

Nota [3]) v. p. 789.

Tabela 7. Greutățile specifice și relative ale câtorva gaze și vapori [1])

la 0° și 760 mm col. Hg. Alte indicații despre gaze secț. 4. Căldura, tab. 17, p. 538 și tab. 1, p. 546.

Numele	Formula	Greut. spec. g/dm³	Greut. relativă aer = 1	Numele	Formula	Greut. spec. g/dm³	Greut. relativă aer = 1
Abur (p. 560)	H_2O	0,816	0,631	Gaz de cuptor înalt	—	1,28	0,99
Acetilenă	C_2H_2	1,170 9	0,905 7	„ „ generator	—	1,14	0,88
Acid bromhidric	HBr	3,644	2,819	„ „ iluminat	—	0,49	0,38
„ clorhidric	HCl	1,639 1	1,268			0,53	0,41
„ fluorhidric	HF	0,893	0,713	„ mixt	—	1,12	0,87
„ iodhidric	HI	5,789	4,478	„ de oraș (Standard)	—	0,549	0,425
Aer uscat [3]) atmosferic	—	1,292 8	1,0	„ Mond	—	1,03	0,80
Amoniac	NH_3	0,771 4	0,596 6	Heliu	He	0,178 5	0,138 1
Argon	Ar	1,783 9	1,379	Hidrogen	H_2	0,089 87	0,069 51
Azot	N_2	1,250 5	0,967 3	„ arseniat	H_3As	3,48	2,71
Bioxid de carbon	CO_2	1,976 8	1,529	„ fosforat	H_3P	1,530	1,183
„ de sulf (p. 578, 579)	SO_2	2,926 3	2,263 6	„ seleniat	H_2Se	3,664 3	2,834 3
n-butan	C_4H_{10}	2,703	2,09	„ sulfurat	H_2S	1,539 2	1,190 6
Butilen	C_4H_8	2,50	1,936	„ teluriat	H_2Te	5,76	4,46
Cian	C_2N_2	2,32	1,79	Isobutan (p. 578)	C_4H_{10}	2,668	2,064
Clor	Cl_2	3,220	2,491	Metilamină	CH_5N	1,39	1,08
Clorură de nitrosil	NOCl	2,991 9	2,314	Neon	Ne	0,899 9	0,696 1
Cripton	Kr	3,74	2,895	Oxid de azot	NO	1,340 2	1,036 6
Difluordiclormetan (p.578, 580)	CF_2Cl_2	5,083	3,93	„ „ carbon	CO	1,250	0,967
Eter metilic	C_2H_6O	2,109 7	1,632	„ „ metil	$(CH_3)_2O$	2,109 7	1,632
Etilen	C_2H_4	1,260 5	0,975 0	Oxigen	O_2	1,428 91	1,105 3
Fluor	F_2	1,695	1,31	Oxisulfură de carbon	COS	2,72	2,105
Fluorură de bor	BF_3	3,00	2,32	Ozon	O_3	2,22	1,72
„ „ metil	CH_3F	1,545	1,195	Propan (p. 578)	C_3H_8	2,019	1,562
„ „ siliciu	SiF_4	4,69	3,63	Propilen	C_3H_6	1,915	1,481
Gaz aerian	—	1,19	0,92	Protoxid de azot	N_2O	1,978	1,530 0
„ de apă	—	0,71	0,55	Vapori de alcool	C_2H_6	2,05	1,59
„ „ gudron de huilă	—	0,54	0,42	„ „ benzen	C_6H_6	3,48	2,69
„ „ cuptor de cocs	—	0,54	0,42	„ „ eter	$C_4H_{10}O$	3,30	2,25
				„ „ sulfură de carbon	CS_2	3,42	2,64
				„ „ mercur	Hg	9,02	6,98

[1]) Prelucrare de L. Ludloff. — [2]) V. și Chemiehütte, ed. a 2-a, pp. 136 ș. u. și 166 ș. u. — Gaze comprimate și lichefiate, v. pp. 538, 578 ș. u. — Gaze combustibile p. 617. — Substanțe frigorifice p. 578 ș. u. — Greutăți specifice critice în p. 539. — [3]) Compoziția v. p. 538. — Greutăți specifice (γ în kg/m³) și temperaturi (t în °) ale aerului la diferite altitudini (H în km) după DIN 5450:

H	0	2	4	6	8	10
t	15,00	2,00	—11,00	—24,00	—37,00	—50,00
γ	1,225 5	1,006 8	0,819 35	0,659 82	0,525 22	0,412 70
H	11	12	14	16	18	20
t	—56,00	—56,00	—56,00	—56,00	—56,00	—56,00
γ	0,363 89	0,310 78	0,226 68	0,115 34	0,120 59	0,08795 9

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 8.
Greutățile corpurilor stratificate și vărsate în kg/m³ [1])

Corpul	kg/m³
Argilă (DIN) de carieră (5°/o apă)	1800
Argilă (DIN) umedă	2100
„ „ uscată	1600
Balast	1300—1500
„ calcaros	1340
„ de diabas	1380
Bazalt, pietre clădite	1560
„ piatră spartă	1505—1625
Beton, p. 900, vol. 3, Construcții Înalte, anexă; Stoffhütte, ed. 2-a, p. 475.	
Bricheți de huilă	<1200
„ „ lignit:	
așezați	730
rotunzi	820
vărsați	1030
Calcar cochilian sfărâmat	1480
Cartofi (DIN)	750
Cenușă (DIN)	900
„ de cocs (DIN)	700
Cianamidă calcică	900—1000
Ciment (DIN) afânat	1200
„ „ scuturat	1900
Cocs de huilă,	
de mină (DIN)	500
de gaz de retortă (DIN)	450
Deșeu de turbă, presat	210—230
Făină (DIN)	500
„ presată	700—800
„ Thomas	2200
Fân (DIN) afânat	70
„ „ presat	170
Fosfat de amoniu	800
Fructe (DIN)	350
Gips de caulaj,	
scuturat	1300—1700
turnat afânat	900—1200
Grâu (DIN)	760
Gunoiu de casă (DIN)	660
Hârtie (DIN)	1100
Huilă (DIN)	900
Humă umedă	2000
Iarbă și trifoiu (DIN)	350
Ipsos de stuc,	
scuturat	1000—1400
afânat	600—850
Kainit	1000—1200
Kieselgur, vărsat afânat	100—240
Lână (DIN) afânată	450
„ „ presată	1300
Lemne de brad (tăiate)	340
„ „ fag „	400
„ „ molift „	320
„ „ stejar „	420
Ligniți (DIN)	750
Malț (DIN)	530
Mangal	200—400
Mere	300
Mortar (DIN),	
de var și var și gips	1700
„ gips	1200
„ var și tras de ciment	2100
„ ciment de var și tras de var	1900
Nămol	1800
Nisip granulat de sgură de cuptor înalt	1000
Nisip de forme, vărsat	1200
„ „ „ bătut	1650
„ „ piatră ponce (DIN)	700
Nisip (DIN) umed	2100
„ uscat	1500—1650
Orz (DIN)	690
Ovăz (DIN)	550
Paie (DIN)	45
„ „ presate	280
Pământ de terasament, uscat	1400
Pământ de terasament, cu umiditate naturală	1600
Pământ de terasament, saturat de umiditate	1800
Pământ (DIN) uscat	1600
Păstăioase (mazăre, fasole) (DIN)	850
Pere și prune	350
Porfir spart	1385—1450
Praf de cărbune	400—500
Prundiș (DIN) umed	2000
„ „ uscat	1700
Salpetru	1000—1200
Sare (DIN)	1250
Secară (DIN)	680
Sfeclă (DIN)	650
Sfeclă de zahăr	550—650
Sgură (DIN),	
de cărbuni, bătută	1000
„ cuptor înalt, bulgări	1500
Sgură de spumă de cuptor înalt	700
Teren argilos, umed	1900
„ „ uscat	1500
Tocătură de sfeclă de zahăr (DIN)	300
Tras, măcinat	950
Turbă (DIN)	600
Uree	630—670
Var (DIN) în bucăți	1000
„ „ „ saci	1000
„ gras, ars și pulverizat	500
Zahăr (DIN)	750
Zăpadă (DIN)	75
„ de acid carbonic	1530

[1]) Indicațiile din bibliografie variază în limite mari. Alte cifre de greutate în pp. 897 și 904 și în vol. III, secț. Impingerea pământului, Fundații și Anexă; apoi în Eisenhütte, ed. a 4-a, p. 904. Greutățile stabilite prin decretul ministrului de finanțe al Prusiei din 30 August 1934 (DIN 1055) sunt marcate în tabelă prin (DIN).

Tabela 9. Unghiul taluzului natural în grade [2])

a) Vărsat afânat

Corpul	Grade
Argilă uscată	40
Cărbuni și minereuri	45
Cereale	30
Grâu, mazăre, porumb	35
Meiu	23
Nisip umed	27
„ uscat	32
Orz, ovăz	40—45
Pământ de grădină, umed	27
Pământ de grădină, uscat	37
Praf de var, uscat	50
Secară	37
Silice mare și mică	36

b) Vărsat și presat

Corpul	Grade
Balast, umed	35—40
Bucăți mari de stâncă	38
Cărbune de extracție	30—45
„ fin și cât nuca	30—45
„ de retortă	45
Ciment	40
Cocs	35—50
Cărbune brun, lignit	35—50
Malț	22
Marnă și argilă	30—45
Minereu	30—50
Minette	45
Orz, ovăz	25—35
Pământ argilos, umed	20—25
„ „ uscat	40—50
„ bătut	27—40
„ , nisip, pietriș	30—45
Piatră spartă mărunt	45
„ de var	30—45
Pietriș umed	25
Praf de var, uscat	50
Sare gemă	35—50
Secară, grâu, porumb	25—35
Sfeclă de zahăr	30—45
Sgură de cuptor înalt	35—50
Teren argilos, umed	20—25
„ „ uscat	40—46

[2]) Cp. și vol. III, secț. Impingerea pământului și secț. 2, Fundații, ca și Eisenhütte, ed. a 4-a, p. 904. — Unghiul taluzului cărbunilor și în p. 944.

Tabela 10. Tabela capacităților (aproximații) *) [1])

(1 cb'/t engl. = 0,028 m³/t de câte 1000 kg) (v. Anexa, table de conversiunea măsurilor)

Obiectul	Incărcarea	m³/t	Obiectul	Incărcarea	m³/t
Amidon	lăzi [2])	2,6	Cocs	afânat	2,4
Asfalt	pâini [3])	1,0	Copra	saci [29])	2,1—2,4
„	afânat	0,65	„	afânat	2,0
Balast (nisip)	afânat	0,6—0,67	Făină	barreli [30])	1,8
Banane	legături [4])	3,7—4,5	„	saci [31])	1,4
Bauxită	afânată	0,8	„ Thomas	„ [32])	0,88
Benzen	drums		Fân	baloturi [33])	3,6—6,0
	(de fier) [5])	2,0	Fasole	afânată	1,4
„	tambur de f.	1,6	„	saci [34])	1,6—1,7
„	lăzi	1,5	„ soia	„ [35])	1,2—1,56
Benzină	but. de fier [6])	1,6—1,7	Fontă brută	bucăți [36])	0,27
„	lăzi	1,7	Ghiață (brută)	afânată	1,5
Bere	butoaie [7])	1,60	Grafit	butoaie [37])	1,4
Blănuri și piei uscate	balot [8])	2,25—3,75	Grâu [38])	afânat	1,4
„ „ „ sărate	butoaie	1,42—1,60	Grinzi [39])	—	—
Bricheți, cărbuni pr.	afânați	1,1—1,4	„ Pitchpine	standard [40])	—[41])
Bumbac			Gudron	diferit [42])	1,2—1,5
american, nepresat	baloturi [9])	3,1—3,2	Hârtie	baloturi [43])	1,3—1,5
„ presat	„	2,2—2,4	Huilă	afânată	1,15—1,3
egiptean, nepresat	„ [10])	4,8	Iută	baloturi [44])	3,0
„ presat	„	2,63	„	„ [45])	1,6
indian, presat	„ [11])	1,8	Lână nepresată	„	7,0
Cacao	saci [12])	2,1	„ presată	„	2,2—4,0
Cafea	„ [13])	1,5—2,1	Lemn (pin, lariță, mo-		
Cânepă (Noua Zeel.)	baloturi [14])	2,4—3,0	lift, brad alb, brad)	standard	2,1[46])
„ (Manila)	„ [15])	2,0	Ligniți sup.	afânați	1,25
„ (Sizal)	„ [16])	2,6	Mătase	baloturi [47])	2,8
Capoc	„ [17])	7,6	„ țesută	lăzi	3,3
Cărămidă	1000 buc. [18])	0,8	Mazăre	saci [48])	1,2—1,5
„ de șamotă	1000 „ [19])	0,7	Minereuri:		
Cărbuni [21])	—	—	Hematită		
Carne (sărată)	barreli [21])	1,35—1,6	săracă	afânat	0,55
„ congel. și împ.)	afânată	2,8—3,1	bogată	„	0,40
„ atârn. în sfert.	„	3,5	Limonită de:		
Cartofi	saci [22])	2,0	Bilbao	„	0,48
Carton	baloturi [23])	1,7	Lahn	„	0,54
Cauciuc	saci [24])	1,3	Silezia sup.	„	0,74
Ceai	lăzi (dif.)	2,8—3,2	Magnetită de:		
Celuloză	baloturi [25])	1,3—1,6	Suedia	„	2,29—0,33
Cianamidă calcică	but. de tablă	1,3—1,5	Pirită	„	0,53—0,71
„ „	saci		Spat de fier de:		
	de hârtie [26])	0,9—1,1	Bilbao (calc.) gril.	„	0,48
Ciment	butoaie [27])	1,7	Siegerlahn grilat	„	0,53
„	saci		Nisip umed	—	0,5
	de hârtie [28])	1,0—1.2	„ uscat	—	0,66

*) Prelucrare de ing. F. Ludloff, Berlin.

[1]) Indicații amănunțite î. a. în: Rotermund, Die Ladung, Hamburg 1924, Eckard & Messtorff și Schiffahrtsjahrbuch 1929, Seedienstverlag Hamburg, p. 322 ș. u. [2]) Lăzi: 25 kg, 0,07 m³. [3]) Pâinea: 28 kg, 0.016 m³, și în saci de 100 kg, 0,1 m³. [4]) Legătura: 18,5...19 kg. [5]) 1 drum: 360 kg (pt. transp. transoc.). [6]) Butoaie de 200, 300 și 400 kg. [7]) 1 butoiu: 80 kg, 0,13 m³. [8]) Baloturi: 200...400 kg. [9]) 1 balot: în medie 225 kg, 0,45...0,75 m³. [10]) 1 balot: 300 kg, 0,61 m³. [11]) 1 balot: 180 kg, 0,33 m³. [12]) 1 sac: 60 kg, 0,14 m³. Boabe de cacao, 1 sac: 80 kg, 0,17 m³. [13]) 1 sac: 60...80 kg. [14]) 1 balot: 1000 kg, 2,4 m³. [15]) 1 balot: 127 kg, 0,28 m³. [16]) 1 balot: 125 kg. [17]) 1 balot: 55 kg, 0,43 m³. [18]) 1000 bucăți: 2500 kg, 2,2 m³. [19]) 1000 bucăți: 3000 kg, 2,4 m³. [20]) v. bricheți, lignit superior, cocs, huilă. [21]) 1 barrel: 155 kg, 0,23 m³. [22]) Saci: 70,5 kg, 0,14 m³. [23]) 1 balot: 76 kg, 0,13 m³. [24]) 1 sac: 100 kg, 0,13 m³. [25]) 1 balot: 55 kg, 0,43 m³. [26]) 1 sac: 100 kg. [27]) 1 butoiu: 180 kg, 0,2 m³. [28]) 1 sac: 50 kg, cca. 0,035 m³. [29]) Saci: 70...52,5 kg, 0,15...0,125 m³. [30]) 1 barrel: 100 kg, 0,18 m³. [31]) 1 sac: 50,70 sau 100 kg. [32]) 1 sac: 100 kg. [33]) Baloturi: presat 100 și 50 kg. [34]) 1 sac: 60 kg, 0,10 m³ sau 100 kg, 0,17 m³. [35]) 1 sac: 86 kg. [36]) Bine așezate. [37]) Butoaie: 310 kg. 0,44 m³. [38]) Pierde prin umplere în saci 10%; și în bushels: 27,2 kg, 0,03 m³.

Tabela 10. Tabela capacităților (continuare)

Obiectul	Incărcarea	m³/t	Obiectul	Incărcarea	m³/t
Orez	saci	1,4	Sământă de in (turte)	saci [60]	1,3
Orz [49]	afânat	1,6	Scânduri [39]	—	—
Ovăz [49]	afânat	2,0	„ Pitchpine	standard	— [61]
Pământ umed	—	0,5—0,6	Scrumbii	butoaie [62]	1,27
„ uscat	—	0,6—0,9	Secară [38]	afânată	1,4
Pene	baloturi [50]	1,9	Seu	diferite [63]	2,0
Pește uscat	lăzi [51]	1,5	Șine de cale ferată		
„ congelat	„ [52]	1,3	7— 9 m	bucăți [64]	0,22
Petrol	tancuri		10—12 m	„ [65]	0,22
	mari *)		Slănină sărată	butoaie (dif.)	1,5
„ brut la 0°		1,0	Sodă	barreli [66]	1,6
„ „ „ 30°		1,024	Sticlă	lăzi (dif.)	1,1—1,4
„ „ „ 40°		1,033	Sulfat de amoniu	saci [67]	1,9
„	butoaie [53]	1,3—1,8	Superfosfat	afânat	1,0—1,20
„	lăzi [53]	1,55	Teren drenat, greu	afânat	0,5—0,6
Piei [54]	—	—	Trunchiuri de arbori	afânați	1,0—2,3
„	sărate	1,0	Turte de uleiu	baloturi [68]	1,5—1,6
„	uscate, afân.	4,5	Uleiu [69]	butoaie [70]	1,5—1,7
Pietriș (mare, uscat)	afânat	0,6	„	drums [71]	1,4—1,5
Plută	baloturi [55]	6,9—7,9	„ lubrifiant	butoaie [72]	1,5—1,7
Porumb	saci [56]	1,5	Unt	butoaie, lăzi	1,5
Potasă	afânată	0,8—1,2	Untură	diferită [73]	1,5—2,5
Rom	butoaie	1,8	Uree	saci	
Salpetru	saci [57]	0,9		de iută [74]	1,3—1,6
„ de Chile	butoaie [58]	1,16—1,4	Vin	butoaie	1,5—3,0
Sare	saci [59]	1,6	Zahăr brut	saci	1,3—1,4
„ gemă	afânată	0,98	„	lăzi [75]	1,6

*) Despre barrelul de petrol, v. Anexa, Măsuri și greutăți.

[39] v. lemn. [40] 1 standard lemn: 100 kg. [41] 1 standard cântărește cca 3,6 t. [42] 1 butoiu: 125 kg, 0,2 m³. [43] Baloturi: 190...560 kg. [44] 1 balot: 130 kg, 0,4 m³. [45] 1 balot: 181 kg, 0,33 m³; și în bushels de 25,4 kg, 0,3 m³. [46] 1 standard cântărește cca 2,5 t. [47] 1 balot: 60 kg, 0,14 m³. [48] 1 sac: 60...100 kg. [49] Pierde cca 10% din volum prin îndesare în saci; și în bushels de 21,8 kg, 0,03 m³. [50] Baloturi: 196 kg, 0,37 m³. [51] Lăzi de 30...70 kg. [52] Lăzi de 18,5 kg. [53] 1 butoiu: 200 kg, 0,36 m³. [54] v. blănuri. [55] 1 balot: 60...75 kg. [56] 1 sac: 65 kg, 0,08 m³. [57] 1 sac: 90...100 kg, 0,09 m³. [58] 1 butoiu: 100 kg. [59] 1 sac: 100 kg, 0,11 m³. [60] 1 sac: 65 kg, 0,09 m³. [61] 1 standard cântărește cca 4,1 t. [62] Butoaie: 110 kg, 0,14 m³. [63] 1 butoiu: 500 kg, 1 m³ sau 1 pipe: 400 kg, 0,85 m³. [64] 1 buc.: 225 kg, 0,05 m³. [65] 1 buc.: 250 kg, 0,055 m³. [66] 1 barrel: 155 kg, 0,23 m³. [67] 1 sac: 100 kg, 0,19 m³. [68] Baloturi: 102 și 62 kg. [69] v. și la petrol și uleiu lubrifiant. [70] 1 butoiu (barrel) de 215 kg. [71] 1 drum: 180...228 kg. [72] 1 butoiu: 210 kg, 0,28 m³. [73] Felul încărcării pentru untură: 1 tierce: 200 kg, 0,305 m³, 1 barrel: 120 kg, 0,212 m³, 1 firkin: 55,4 kg 0,104 m³, 1 tub (căldare): 27,7 kg, 0.061 m³, 1 pall (găleată): 14 kg, 0,035 m³. [74] 1 sac: 100 kg. [75] 1 ladă: 25 kg, 0,04 m³.

Incărcarea mărfurilor în vagoane de cale ferată. Capacitatea vagoanelor e astfel dimensionată, încât greutatea de încărcare pentru mărfurile ce urmează a fi transportate cel mai frecvent cu ele să fie utilizată la maximum (cp. Vagoane de marfă, vol. III, secț. Căi ferate).

Pentru comandarea vagoanelor sunt valabile dispozițiunile de tarif. Sunt admisibile: V a g o a n e a c o p e r i t e (G, 15 t greutate de încărcare) pentru coletărie rapidă și simplă, coletărie expresă etc., ca și pentru mărfuri al căror transport în vagon acoperit e cerut de expeditor sau prescris de tarif; v a g o a n e a c o p e r i t e, c u m a r e c a p a c i t a t e (Gl, Glt, 15 t greutate de încărcare) pentru mărfuri cari din cauza cantității lor, nu pot fi cuprinse în vagoane G, de ex. sticlărie, mărfuri ușoare cari cer mult spațiu, apoi autovehicule (Glt); v a g o a n e c u o b l o a n e r a b a t a b i l e (K, 15 t greutate de încărcare) pentru var, sodă pulverizată, praf de rocă ș. a. s.; v a g o a n e c u ș c ă (V, 15 t greutate de încărcare) pentru animale mici ca porci, oi, păsări, de asemenea și pentru fructe și legume; vagoane O (O, 15 t greutate de încărcare) pentru cărbuni și toate mărfurile ce intră în considerare;

vagoane Om (Om, greutatea de încărcare 20 t) pentru toate transporturile cari utilizează greutatea de încărcare sau a căror greutate întrece 15 t, pentru transporturile până la 15 t cari nu pot fi încărcate într'un vagon O; vagoane cu cercei (R, 15 t greutate de încărcare) pentru mărfuri cari nu pot fi încărcate într'un vagon O, Om sau H, de ex. fân, paie și mărfuri al căror volum și greutate a diferitelor piese sau calitate nu permit o suprapunere, de ex. butoaie mari și grele, baloane de sticlă, ca și pentru alte mărfuri cari sunt prea lungi pentru vagoane mai scurte; vagoane S (S, 15 t greutate de încărcare, două axe) și vagoane Sm, (Sm, 20 t greutate de încărcare, două axe) pentru șine, grinzi lungi, ca și pentru exportul de mașini agricole dacă încărcătura nu poate fi făcută neîmpărțită în vagoane mai scurte, ca și pentru lână, bumbac, plută; vagoane SS (SS, 35 t greutate de încărcare, cu patru și mai multe axe) folosite, afară de mărfurile numite pentru vagoanele S, și pentru garnituri de treerat, dacă acestea nu se pot încărca neîmpărțite în vagoane S sau în alte vagoane mai scurte; vagoane H (H, 15 t greutate de încărcare pentru trunchiuri de arbori, construcții de fier și alte mărfuri, cari trebue să fie încărcate din cauza lungimii lor pe boghiurile a două astfel de vagoane [1])

C. Standardizarea [2])

Prelucrare de biroul Comitetului German de Standardizare, Berlin

Activitatea germană de standardizare, ale cărei începuturi datează de mulți ani, a obținut o bază unitară abia prin fundarea Comitetului German de Standardizare (Deutscher Normenausschuss, DNA), din care fac parte autorități, producători, consumatori și oameni de știință. Activitatea tehnică de standardizare cuprinde stabilirea de norme generale și norme de specialitate.

Domeniul de activitate. Din marele domeniu de standardizare, care se întâlnește în toate ramurile de gândire și activitate omenească, se tratează anumite secțiuni în Comitetul German de Standardizare, de ex.:

Concepte: Definirea conceptelor;

Numiri: Adoptarea de numiri, termeni, observații pentru concepte;

Semne distinctive: Unificarea semnelor și a simboalelor, de ex. „culori distinctive pentru țevării" și „simboale pentru țevării";

Tipul [3]): Stabilirea unui număr restrâns de tipuri pentru o mulțime de obiecte, astfel încât fiecare tip să aibă proprietăți specifice caracteristice, de ex. pentru buloane tipurile: buloane hexagonale, prizoane, buloane cu capul lenticular etc.; pentru mașinile electrice tipurile: mașini cu palier suport, palier în scut, palier comun etc.;

Alegerea treptelor de mărime: Alegerea unei mărimi sau a unor trepte de mărimi dintr'o mulțime a unui tip, de ex. alegerea a 10 buloane hexagonale din 50 diferite, gradarea tensiunilor electrice, a turațiilor, presiunilor, puterilor etc.;

Forme: Stabilirea de forme și dimensiuni (uneori numai a dimensiunilor de racord);

Materiale: Stabilirea calităților și proprietăților materialelor, ca și măsuri pentru trecerea dela materialele importate la cele indigene prin păstrarea calității, a utilității și siguranței produselor;

Preciziuni: Convenirea de limite între cari o mărime executată poate varia față de o mărime prescrisă, de ex. în cazul unei dimensiuni, a unei compoziții chimice sau a unei proprietăți de rezistență;

Metode de încercare: Convenirea de metode de încercare pentru proprietăți de materiale;

Reguli privitoare la puteri: Unificarea procedeelor de determinare a puterilor mașinilor și aparatelor;

Livrări: Convenirea tipurilor de oferte și livrări, de ex. „regulamentul contractelor de executarea construcțiilor", tipul de ambalaj, convențiuni privitoare la montaj și ambalaj, dacă livrarea se face franco fabrică sau franco locul de montaj etc.;

Procedee de execuție: Stabilirea procedeelor de prelucrare și montaj sau asamblare a obiectelor, de ex. „instrucțiuni de montaj pentru mufe de cabluri până la 10000 volți";

Prescripții de serviciu și administrație: Prescripții de serviciu și deservire pentru serviciul mașinilor și aparatelor, prescripții administrative, de ex. „prescripții juridice și de tehnică administrativă pentru instalații de drenaj";

Prescripții de construcție și de siguranță: Convenirea de condițiuni minimale din motive de siguranță în prescripțiile de calcul și construcție, de ex. „poduri de șosele, dimensiuni, ipoteze de încărcare și a radiațiilor în instalațiunile de radiologie".

[1]) Cp. „Die Güterwagen der DRB ihre Bestellung u. Verwendung", ed. VDI, Berlin 1933. — [2]) Lămuriri priv. la activitatea germană de standardizare dă: Dinorm, Berlin NW 7, Dorotheenstr. 40. — [3]) Un tip e un obiect (mostră, model, formă, speță, sortă, grup etc.) cu proprietăți specifice caracteristice, pe cari le prezintă toți reprezentanții tipului.

Scanned with OKEN Scanner

Cu privire la limitarea secţiunilor şi la obiectele de strâns într'o normă hotăreşte exclusiv nevoia obiectivă, de ex. normele de calitate cuprind: Hotărîri privitoare la materiale, preciziuni, metode de încercare şi reguli privitoare la puteri.

Se deosebesc: Norme fundamentale, cari au importanţă generală (de ex. unităţi şi simboale, formate, filete, ajustaje) şi norme de specialitate, valabile numai pentru anumite domenii (de ex. norme privitoare la construcţii, electrotehnică, gospodărie, construcţia generală de maşini, spitale sau industria textilă).

Filele de norme. Scopul standardizării e mărirea capacităţii şi a siguranţei prin simplificarea lucrului, economisirea de capital prin economisirea de material şi reducerea stocurilor depozitate.

Proiectele de norme se publică în DIN-Mitteilungen (revista „Maschinenbau") şi într'o serie de alte reviste de specialitate în vederea criticei şi se publică sub forma de file de norme, după ce au fost aprobate definitiv de preşedinţia Comitetului German de Standardizare (DNA). Până la sfârşitul anului 1939 se publicaseră cca 6500 norme DIN. Cam în fiecare an apare un registru al activităţii de standardizare, ordonat sistematic [1]).

Introducerea normelor. Prin ordonanţa Ministerului Economiei Naţionale a Germaniei din 12 Nov. 1936, economia industrială a fost obligată să aplice absolut general normele. Prin ordonanţa delegatului pentru planul de patru ani, dată la 8 Sept. 1939, ministrul Economiei Naţionale a Germaniei e împuternicit să declare obligatorii anumite norme adecuate; acest drept îl poate transmite şi altor ministere. Detaliile declarării obligativităţii se orientează după împrejurările de fiecare caz.

Standardizarea internaţională. Din 1926 există o federaţie internaţională a consiliilor de standardizare ale diferitelor ţări (International Federation of the National Standardising Associations, I S A), din care fac parte: Argentina, Belgia, Cehoslovacia, Danemarca, Germania, Finlanda, Franţa, Grecia, Marea Britanie, Italia, Japonia, Letonia, Olanda, Norvegia, Polonia, România, Rusia, Suedia, Elveţia, Spania, Ungaria şi Statele Unite ale Americii.

Dintre lucrările începute de cele 47 comitete tehnice remarcăm următoarele: Fileturi şi şuruburi metrice, ajustaje, paliere cu bile, ţevării, fitinguri, pene, cuple, capete de arbore, înălţimile axelor maşinilor, fier şi oţel, aviaţie, piese de automobil, maşini agricole, ajutaje de măsură şi creste de reţinere, materiale de construcţie refractare, unelte, maşini-unelte, materii prime pentru vopsele, cinematografie, textile, fotografie, acustică, cauciuc, chimie, documentare, curele şi discuri de curea, formate de hârtie.

D. Coroziunea şi protecţia suprafeţelor [2])

Prelucrare de dr. fil. W. Wiederholt, Berlin şi dr. J. Kollwitz, Berlin (pp. 800/801)

a) Generalităţi

Coroziunea şi formele ei. Dacă un corp e modificat din spre suprafaţă prin atac chimic sau electrochimic nedorit, faptul se numeşte „coroziune". Privitor la formele coroziunii v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 93 ş. u.

[1]) De obţinut prin Beuth-Vertrieb G m b H, Berlin SW 68, Dresdener Strasse 97.

[2]) **Bibliografie:** Bauer, Kröhnke, Masing, Die Korrosion metallischer Werkstoffe, vol. 1, Eisen und Legierungen, 1936; vol. 2, Nichteisenmetalle, Leipzig 1938, Hirzel. — Reichskuratorium für Wirtschaftlichkeit, Metallschutz, vol. 1, Leipzig, 1938, Teubner. — Ritter, Korrosionstabellen metalischer Werkstoffe, Berlin 1937, Springer. — Guidi şi Guzzoni, La Corrosione dei metalli, Milano 1937, Hoepli. — Evans, Metallic Corrosion, passivity and protection, London 1937, Arnold & Co. Traducere în limba germană de Pietsch, Berlin 1939, Springer. — Hedges, Protective-films on metals, London 1937, Chapman & Hall Ltd. — Mac Kay şi Worthington, Corrosion resistance of metals and alloys, New York 1936, Reinhold Publishing Corp. — Speller, Corrosion: causes and prevention of corrosion, 1935, Mc Graw-Hill. — Müller, Die Bedeckungstheorie der Passivität der Metalle und ihre experimentelle Begründung, Berlin 1935, editura Chemie. — Freytag, Die Werkstoffe der chemischen Apparate, Berlin 1932, editura Chemie. — Rabald, Werkstoffe und Korrosion, Leipzig 1931, Spamer. — Comunicări: Korrosion I...IV, Berichte über Korrosionstagungen, Berlin, ed. VDI. — 1...3. Report of the Corrosion Committee, London, Iron and Steel Institute. — Comunicări ale comisiilor lui American Society for Testing Materials Philadelphia, Pa. — Stand der internationalen Korrosionsforschung, ZVDI 83 (1939), p. 703.

Reviste: Korrosion und Metallschutz, Berlin, editura Chemie. — Der Bautenschutz, Berlin, Ernst & Sohn. — Dechema-Werkstoffblätter in Chemische Fabrik, Berlin, editura Chemie.

Cauza coroziunii și fenomenul de inițiere a distrugerii materialului rezidă în inclinarea metalelor de a forma ioni în contact cu electroliții și combinații chimice în contact cu neelectroliții. Progresarea atacului e influențată în esență de produsele de reacțiune. Cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 94 ș. u.

b) Comportarea celor mai uzitate materiale

Metalele nu au numai proprietăți mecanice caracteristice, ci și proprietăți chimice caracteristice.

Aluminiul, un metal care nu e nobil după poziția în seria electro-chimică a tensiunilor, e relativ stabil din cauza peliculei dense și aderente de oxid, care se formează dela sine. Comportarea lui chimică depinde deci de stabilitatea peliculei de oxid. Reactivii slabi (apă, soluții apoase neutre, combinațiile organice) nu atacă stratul de oxid; oxidanții îl îngroașă. Ionii de clor străbat stratul; mercurul și sărurile de mercur, soluțiile alcaline, acizii tari și neoxidanți distrug stratul protector.

Argintul e constant în atmosferă normală; se înegrește prin urme de hidrogen sulfurat; în aerul conținând halogeni se acoperă cu un strat de halogenuri de argint; nu e atacat de acizii diluați neoxidanți, dar e atacat de acidul azotic și de alți oxidanți.

Cadmiul se comportă analog ca zincul; e puțin mai stabil în acizii diluați și stabil în soluțiile alcaline.

Cromul e stabil în atmosferă și la temperaturi mai înalte; stabil față de toți oxidanții și mulți alți reactivi.

Cuprul formează la aer patină; e stabil față de acizii neoxidanți, instabil față de reactivii oxidanți și combinațiile conținând amoniu.

Fierul e stabil în soluțiile oxidante și alcaline; formează strat protector în apa dură fără conținut de bioxid de carbon care atacă. Formează rugină în apă, soluții apoase și în atmosferă, favorizată de ionii de clor; instabil față de acizii neoxidanți.

Magneziul e stabil în aer din cauza unui strat protector subțire, la fel ca față de baze tari, acid fluorhidric și soluții apoase conținând fluoruri; e instabil față de acizii diluați și soluțiile apoase de cloruri (desvoltă hidrogen).

Nichelul e rezistent față de influențele atmosferice și la încălzirea în serviciu permanent până la 500° C, ca și față de apă, soluții apoase, soluții alcaline, baze topite și substanțe organice; suferă atac intercristalin în gazele cu conținut de sulf.

Plumbul e stabil la aer contra sulfului și a combinațiilor lui; formează strat protector în apa dură cu conținut de bioxid de carbon; e instabil în soluțiile alcaline și apa moale fără conținut de bioxid de carbon.

Staniul e stabil în atmosfera normală, apa de băut și industrială, soluțiile apoase și cele neutre conținând cloruri; se comportă bine față de acizii slabi (acizi fructici) în absența oxigenului; e sensibil față de combinațiile sulfului, instabil față de soluțiile alcaline și acizii tari. La temperatură mai joasă se transformă în modificația cenușie și se descompune în pulbere (ciuma cositorului).

Zincul devine mat prin atac atmosferic, formează strat protector și în prezența hidrogenului sulfurat; la fel în apă până la vreo 60°; instabil față de acizii slabi, baze, soluții conținând cloruri și sulfați.

c) Protecția contra coroziunii

Posibilitățile de protecție prin măsuri

privitoare la material

spre a realiza: un material dens, fără pori, omogen, cu suprafață corectă, fără tensiuni mecanice, și cu proprietăți chimice potrivite utilizării. Cu privire la realizarea acestor condițiuni pentru metale v. Stoffhütte ed. a 2-a, p. 105.

Betonul obține o mai mare rezistență la coroziune prin adausuri (tras sau alte materiale conținând acid silicic).

privitoare la mediul care atacă

prin îndepărtarea sau neutralizarea componenților cari atacă sau prin adausuri cari moderează atacul sau formează straturi protectoare; cp. Stoffhütte ed. a 2-a, pp. 107 ș. u.

de acoperire.

Generalități. Scopul: Izolarea perfect etanșă a materialului față de mediul care atacă. Stratul acoperitor asigură rezistența contra solicitării chimice. Condițiunea fundamentală pentru alegerea stratului acoperitor e: stabilitate față de atacul chimic respectiv. Alte condițiuni: adaptarea unele la altele a proprietăților fizice ale stratului acoperitor și materialului de bază; proprietăți mecanice ale stratului acoperitor ade-

cuate utilizării, în particular o bună adeziune a stratului la metalul de bază, la nevoie prin înăsprire mecanică sau chimică a metalului de bază. In vederea realizării acestor proprietăţi, stratul acoperitor poate consta din mai multe straturi suprapuse. Tratamentul prealabil în Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 109.

1. Straturi metalice [1]). Intrebuinţarea: Numai pentru protejarea metalelor contra coroziunii.

Straturile acoperitoare de aluminiu, cadmiu, zinc contra solicitărilor atmosferice; cele de crom, nichel contra solicitărilor atmosferice şi pentru estetică; cele de plumb, crom, nichel, argint, cositor pentru solicitări chimice speciale.

Economisirea de metale importate se poate realiza prin întrebuinţarea de straturi metalice intermediare.

Fabricarea straturilor acoperitoare metalice: Prin întrebuinţarea sărurilor metalelor respective în soluţii apoase, sau a înseşi metalelor sub forma de pulbere, sârmă, tablă sau topite.

1. **Procedeul imersiunii.** Metalul de bază se scufundă în soluţia sării metalului respectiv, se scoate după formarea stratului acoperitor, se spală radical şi se usucă.

2. **Procedeul fierberii.** Ca sub 1, cu tratamentul numai la temperatură ridicată a băii.

3. **Procedeul prin contact.** Ca sub 1 resp. 2, cu întrebuinţarea unui al treilea metal care nu e nobil, spre a produce un slab curent electric.

4. **Procedeul galvanostegic.** Ca sub 1 resp. 2, dar cu întrebuinţarea curentului electric al unei surse exterioare.

Ultimul procedeu e răspândit mult şi e important din punct de vedere tehnic ca placaj galvanostegic (electrometalizare). Avantaje: Aplicarea rapidă a straturilor în grosimile dorite; metalul acoperitor relativ pur.

Formele următoare ale metalelor servesc la obţinerea de straturi acoperitoare:

1. **Pulberea metalică** (cementarea). Incălzirea la temperaturi mai înalte a obiectelor cu pulberi metalice şi medii de transmisiune; avantajoasă mişcarea pieselor în tamburi. Mărimea pieselor e limitată de cuptoarele necesare.

2. **Sârmă** (acoperire metalică prin stropire). Sârma se topeşte electric sau prin gaz în „pistol" şi se proiectează cu aer comprimat pe obiectul de protejat. Procedeul reclamă o puternică înăsprire a metalului de bază.

3. **Tablă** (placare). Pe metalul de bază se aplică metalul acoperitor (grosimile celor două părţi într'un anumit raport), cele două metale se unesc prin laminare. Se obţin straturi aplicate relativ groase, aşa încât materialele placate se sudează bine.

4. **Metal topit** (zincuirea în foc etc.) Obiectul de acoperit se scufundă în metalul topit, întrebuinţându-se şi un fondant. Procedeu de foarte largă răspândire. Are nevoie de o cantitate corespunzătoare de material de acoperire topit; astfel întrebuinţarea e limitată la metale cu punct de fuziune scăzut.

Cele mai importante straturi acoperitoare metalice:

Straturi de zinc. Cel mai important procedeu: zincuirea în foc prin imersiunea într'o baie de nu peste 450°. Grosimea de zincuire: pentru table 200...1100 g/m², pentru ţevi 500...1000 g/m², pentru sârme 150...300 g/m². Zincuirea galvanostegică câştigă teren fiindcă stratul are numai 80...100 g/m². Acoperirea e uniformă şi se poate întrebuinţa şi pentru piese călite. Pentru piese mai mici se poate realiza prin sherardizare (încălzirea în pulbere de zinc la vreo 400°). Sunt răspândite şi zincuirile sub presiune.

Straturile acoperitoare se pot deosebi din punctul de vedere al procedeului de executare prin microfotografiile secţiunilor şi analize.

Straturi de aluminiu. Straturi aplicate prin presiune ca protecţie contra acţiunilor atmosferice şi a gazelor de ardere, cu domeniu special de aplicaţie pentru protecţia grătarelor de focare. Tratarea ulterioară a stratului cu un silicat, de ex. silicat de sodiu, se numeşte „alumitare". Calorizarea şi alitarea constă în tratarea cu pulbere de aluminiu; se întrebuinţează ca protecţiune contra gazelor de ardere etc. Alte procedee: placarea aliajelor de aluminiu prin laminarea pe ele a aluminiului pur sau a unor metale uşoare rezistente la coroziune (alautal, albondur, duralplat).

Straturi de cadmiu. Pe cale galvanostegică din băi cu cianuri. Protejează contra coroziunii prin atac atmosferic chiar şi când grosimea e de numai 0,008 mm = 60 g/m².

---

[1]) Birett, Die Praxis der Verchromung, Berlin 1935, Krayn. — Billiter, Prinzipien der Galvanotechnik, Berlin 1934, Springer. — Eisner, Galvanotechnik, Leipzig 1933, Akag. Verlagsges. — Altmannsberger, Der Verchromungsbetrieb, Coburg 1932, Müller und Schmidt. — Pfanhauser, Vercromungstechnik, Leipzig 1931, ed. proprie. — Acelaşi, Die elektrolytischen Metallniederschläge, Berlin 1928, Springer. — Bablik, Grundlagen des Verzinkens, Berlin 1930, Springer.

S t r a t u r i d e s t a n i u. Se aplică de cele mai multe ori prin cositorirea în foc și galvanostegică. Grosimea straturilor după primul procedeu 50 g/m^2, iar la cel galvanostegic 10...20 g/m^2. Utilizarea principală: tablă pentru cutiile de conserve.

S t r a t u r i d e p l u m b. Se obțin ca plumbuire în foc, galvanostegică prin presiune și omogenă. După ultimul procedeu, după o cositorire prealabilă, plumbul se poate topi în strat gros cu flacăra de lipit.

S t r a t u r i d e c u p r u. Se folosesc de cele mai multe ori ca straturi intermediare împreună cu alte straturi metalice acoperitoare. Se obțin galvanostegic cu o bună acțiune în adâncime a băilor, și deci o bună acoperire a metalului de bază.

S t r a t u r i d e n i c h e l. Cel mai important procedeu e cel galvanostegic. Se economisește nichel prin cuprare prealabilă.

S t r a t u r i d e c r o m. Se obțin galvanostegic din soluțiile din acid cromic, întrebuințând anode de plumb.

2. Straturi de compuși organici[1]). I n t r e b u i n ț a r e a: Foarte mult răspândite pentru protejarea fierului și a metalelor neferoase contra colicitărilor chimice slabe (de ex. în atmosferă). Pentru solicitări speciale se întrebuințează straturi speciale. Alte substanțe de bază: lemnul, zidăria (tencuială și ciment), textile.

C e r i n ț e s p e c i a l e: Stabilitate la înmuiere, adică rezistență suficientă la acțiune fizicochimică a apei; rezistență și contra degradării fotochimice prin razele scurte ale luminii solare; adeziune solidă și totuși elastică la baza pe care se aplică. Condițiunea fundamentală e deci tratamentul potrivit al bazei (curățirea de rugină, tratament prealabil al metalelor ușoare), alegerea corectă a mijlocului de protecție potrivit pentru materialul de tratat și solicitarea în chestiune, ca și aplicarea adecuată (pe o formă constructiv corectă a obiectului de protejat prin aplicarea stratului). Straturile se obțin prin sporire, pulverizare, imersiune, impregnare, îmbrăcare și înfășurate a obiectelor de protejat. Straturile se fac din: substanțe de spoit, substanțe chimice, substanțe sintetice, gudroane și bitumen.

I. A p l i c a r e a p r i n s p o i r e

Aplicarea stratului prin: spoirea cu pensula, pulverizare, imersiune și plutire.

Compoziția materialului de spoit:

1. L i a n t (verniu de uleiu de in, uleiu de in stabil, uleiu de in și distilat din lemn, stabil; rășini, rășini artificiale, nitroceluloză, bitumen etc.).
2. C o r p u r i c o l o r a t e (culori minerale, lacuri colorate).
3. M e d i i d e s o l u ț i e sau d i l u a r e (benzină grea, uleiu de terebentină, benzenuri, naftaline hidrurate, alcooli, esteri etc., cp. p. 1002).
4. M e d i i d e e m o l i e r e (camfor, esteri de acid ftalic, fosfat de trifenil etc.).
5. M e d i i d e d i l u a r e ș i a m e l i o r a r e (de ex. blanc fix, cretă).

Uscarea spoielii depinde de liant, la spoelile de uleiu prin oxidare (luarea de oxigen din aer și trecerea liantului lichid uscat în linoxină vâscoasă), la lacuri prin volatilizarea mediului de soluție. Uscarea se poate accelera prin încălzire sau tratare în cuptorul de uscat.

Spoirea metalelor[2]). Straturi protectoare de scurtă durată sunt acoperirile cu vaselină, lanolină, uleiu mineral, uleiu de in (film de uleiu de in); de asemenea cu soluții de colofoniu, rășină tare sau nitroceluloză în medii de soluție potrivite.

Spoiala clasică de protecție a construcțiilor de fier contra ruginii e g r u n d a r e a c u m i n i u d e p l u m b, aplicarea de vopsele, cu u l e i u d e i n resp. uleiu de in stătut, ale căror corpuri colorante constau din alb de plumb, alb de zinc, oxid de zinc, minereu de fier micaceu, amestecuri ale vopselelor uscate numite etc. Spoirile în culori vii constau de preferință din a l b d e p l u m b sau a l b d e z i n c resp. oxid de zinc, tonalizat cu vopsele vii.

Spoirea de protecțiune contra ruginii se împarte în g r u n d a r e și s p o i r e d e a c o p e r i r e. Grundarea trebue să apere fierul, mai ales prin acțiune pasivă,

---

1) Prelucrare de dr. J. K o l l w i t z, Berlin, până la cap. III, p. 801.

2) M o s h a g e, Praktischer Rostschutz, Leipzig 1934, Jänecke. — W e n z e, Handbuch für Maler, Leipzig 1934, Justel u. Göttel. — R a g g, Vom Rost und vom Eisenschutz, Berlin, 1928, Union Deutsche Verlagsges. — Acelaș, Die Schiffsboden- und Rostschutzfarben, Berlin 1925, Union Deutsche Verlagsges. — F a c h b u c h l i s t e d e s M a l e r h a n d w e r k s in „Das deutsche Malerhdwk." 27 (1938), fasc. 7, p. 159.

Prescripții: V e r d i n g u n g s o r d n u n g f ü r B a u l e i s t u n g e n, T. C., secț. XII. — K o l l w i t z, Techn. Lieferbedingungen für Farben- u. Anstrichstoffe. Frbztg. 42 (1939), f. 49/50, p. 1217 ș. u.

de coroziune, iar spoirea de acoperire să protejeze grundarea de acţiunea componenţilor aerului cari atacă etc.

In cazul solicitărilor speciale ale vopsirii, ca de ex. în mine de potasiu, lăptării, abatoare, fabrici chimice, vase-cisterne etc., se folosesc materiale de spoit pe bază de răşini artificiale, nitroceluloză, celuloză benzenică, cauciuc clorurat etc. In astfel de cazuri se recomandă avizul unei fabrici de lacuri.

Pentru vopsirea vehiculelor, a automobilelor, aparatelor şi maşinilor, vopselile şi lacurile de uleiu sunt pe cale de a fi înlocuite cu substanţe de vopsit pe bază de uleiuri sicative preparate special, răşini artificiale, nitroceluloză şi cauciuc clorurat, combinate în parte între ele (v. Lacuri, p. 957 ş. u. şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 799 ş. u.).

Spre a obţine o lăcuire corectă, e nevoie de o bază netedă. Inegalităţile bazei nu se pot umple cu lac. In aceste cazuri trebue să se şpacluească (despre şpacluri p. 960), consistând de cele mai multe ori în aplicarea mai multor straturi de şpaclu, fiecare urmat de lustruire, până ce se obţine o bază complet plană.

Constituţia unei lăcuiri cu uleiu (pentru vagoanele de călători ale căilor ferate): Grundarea cu uleiu cu alb de plumb, şpacluire şi lustruire repetată, până ce s'a obţinut suprafaţa plană, o vopsire cu vopsea de uleiu, o vopsire cu vopsea de lac de lustruit, lustruirea lacului de lustruit, o vopsire cu vopsea de acoperire. Constituţia unei nitrolăcuiri (ca la lăcuirea cu uleiu): Grundarea cu uleiu cu alb de plumb, şpacluirea şi lustruirea ca pentru lăcuirea cu uleiu, aplicarea prin pulverizare a vopselii de izolare resp. de bază, pulverizarea de două ori a nitrovopselei. Durata lucrului pentru lăcuirea cu uleiu în cazul aplicării cu pensula a substanţelor 16 zile, cu pistolul pulverizator 10 zile; durata nitrolăcuirii 6 zile.

Părţile de sub apă ale construcţiilor de oţel pot fi protejate prin medii de spoire bituminoase, aplicate la cald sau la rece. Dacă se grundează cu miniu, trebue observat ca spoiala de miniu să se usuce bine, fiindcă altfel mediile de soluţie ale spoielii de acoperire disolvă din nou spoiala de miniu.

Vopselile pentru vasele de navigaţie conţin săruri de mercur, cupru şi arsen, spre a împiedeca spălarea lor, mai ales în apele tropice.

Spoirea lemnului. In acest scop se folosesc spoieli cu uleiu sau sărace în uleiu, în trecut culori şi lacuri de uleiu, actualmente şi emulsiuni, lacuri fără uleiu, răşini artificiale etc. In cazul spoielii cu vopseli de uleiu şi lac trebue ţinut seamă de constituţia corectă a straturilor. Spoirea de bază grasă, cea intermediară semigrasă, ultima (culoarea de lac) grasă. Spoirea se va aplica numai pe lemnul uscat.

Spoirea tencuielii şi a cimentului. Mijloace potrivite sunt: vopseaua de var, vopseaua cu cleiu, vopseaua cu cazeină, vopseaua cu silicaţi, lianţii amestecaţi (emulsiuni), vopseaua de uleiu, lacurile, gudroanele şi bitumurile. Aplicările se vor face numai pe tencuială uscată. Când se aleg materialele de spoit, trebue să se ţină seamă de bază. Trebue să se ţină seamă de indicaţiile fabricanţilor de emulsiuni şi vopsele cu privire la faptul dacă produsele lor sunt adecuate.

II. Impregnarea

Consistă în tratarea lemnului cu produse chimice (clorură de mercur, sulfat de zinc, de cupru, fluorură de sodiu) uleiuri de gudron (carbolineu) şi hidrocarburi clorurate (xilamon), ca şi cu soluţii de nitroceluloză (p. 920).

III. Căptuşirea

In multe cazuri, de ex. în industria chimică, vasele şi aparatele sunt expuse atacurilor puternice prin acizi sau baze. Materialul se poate proteja acoperindu-se cu cauciuc sau ebonită, mase polimerizate şi fenoplaşti. Cauciucul de acoperire se vulcanizează direct pe suport.

IV. Infăşurarea

Acest fel de protecţiune contra coroziunii se întrebuinţează la protecţiunea ţevilor aşezate în pământ. Ţevile se spoiesc cu gudron sau bitum şi se înfăşoară cu benzi impregnate cu bitum.

3. Straturi acoperitoare din compuşi anorganici nemetalici. I n t r e b u i n ț a r e a : Relativ restrânsă, fiindcă proprietățile lor mecanice nu sunt atât de favorabile ca ale straturilor metalice sau din compuşi organici; intră în considerație silicații și fluorurile. Cele mai importante sunt:

Emailurile, în principal pentru fier. Straturile nu sunt stabile chimiceşte față de baze şi acidul fluorhidric, ca și față de alți acizi tari.

Fluorurile, aplicate pe beton, provoacă formarea unui strat de fluorură resp. de silicat fluorat, prin ceea ce materialul de bază e protejat contra acțiunilor chimice.

Soluțiile de silicat de sodiu măresc capacitatea de rezistență a betonului; se aplică prin spoire.

Straturile de ciment se pot întrebuința pentru țevi și în construcții de beton armat.

Masele refractare sau rezistente la acizi se întrebuințează pentru căptuşiri; stabilitatea lor chimică depinde în esență de mastic, motiv pentru care trebue evitate rosturile inutile și prea largi.

4. Protecțiunea prin tratamentul chimic sau electrochimic al suprafețelor[1]).

La tratament se produc pe material compuşi cu proprietăți chimice speciale. A v a n t a j : Producerea din spre material în caz de înăsprire uşoară a suprafeței lui, și deci mărirea rezistenței de adeziune a stratului. Tratamentul simplu, fiindcă piesele se introduc numai în reactivul care atacă, până ce s'a format stratul protector. Reacțiunea încetează automat când reactivul care atacă nu mai poate ajunge la metalul de bază prin stratul protec[illegible]r format. Constituția straturilor condiționează o mare capacitate de absorpție pe[illegible]substanțele anorganice și organice, prin ceea ce formează o bază potrivită [illegible]pentru straturile protectoare organice.

Procedeele cele mai [illegible] P e n t r u f i e r : F o s f a t a r e a, cunoscută ca procede[illegible]p. Atrament. Prin întrebuințarea de fosfat și azotat d[illegible]rează reacțiunea și deci se scurtează timpul de tratame[illegible] Bonder; Atrament rapid).

P e n t r u a l u m i n[illegible]o c e d e u l M B V, care întrebuințează o soluție apoasă de cromați [illegible] carbonați și prin tratament anodic în acid oxalic, cromic sau sulfuric, cunoscut ca procedeul e l o x a l (electrooxidarea aluminiului).

P e n t r u a l i a j e l e d e m a g n e z i u : P r o c e d e u l c o r o d ă r i i p r i n c r o m a ț i (soluție de 15% bicromat de potasiu sau sodiu și 20% acid azotic, restul apă) și p r o c e d e u l e l o m a g.

5. Protecțiunea prin tratamentul electrolitic.

Scopul: Părțile periclitate se polarizează catodic cu o densitate de curent suficientă, aşa încât nu pot fi atacate. Trecerea curentului electric poate fi obținută prin: a) aplicarea unei surse separate de curent continuu, b) contactul cu metale mai puțin nobile.

Intrebuințări pentru: Cazane, țevării subterane, condensatori, între altele în construcțiile navale.

6. Protecțiunea prin formă potrivită.

Li se dă construcțiilor și aparatelor o astfel de formă, încât să se împiedece o reținere mai îndelungată a soluției care atacă și a produselor coroziunii. La construcții, se va izola cu îngrijire față de apa subterană. Se vor evita colțurile, muchiile și unghiurile ascuțite. Imbinările de metale diferite trebue protejate față de accesul electroliților sau izolate prin izolatoare electrice. La asamblare și montare se vor evita solicitările mecanice (tensiunile) inutile. Se vor deriva curenții vagabonzi.

d) Incercări la coroziune și aprecierea rezultatelor

Dacă există vreo posibilitate, se vor face încercări în laborator ca încercări de comparație. Aprecierea posibilității de utilizare a materialelor se va face însă numai pe baza experiențelor practice, aşa încât e de dorit ca încercările în laborator să se completeze cu încercări de lungă durată în condițiunile din natură.

La executarea încercărilor la coroziune trebue respectate datele din DIN 4850. Pentru atacul uniform se găsesc în DIN 4851 unități de măsură [unitatea de măsură analitică g/(m² zile), unitatea de măsură constructivă an/mm] și îndrumări generale

---

[1]) **Bibliografie**: H e d g e s, Protective films on metals, ed. a 2-a, London 1937, Chapman & Hall Ltd.— K r a u s e, Metallfärbung, Berlin 1937, Springer.— Deutsche Chemische Gesellschaft, Oberflächenbehandlung von Aluminium und Aluminiumlegierungen, T. A., publ. 3, Aluminium, G m e l i n s Handbuch, Berlin 1936, Verlag Chemie.— J e n n y, Die elektrolytische Oxydation des Aluminiums, Dresden și Leipzig 1938, Steinkopff.

privitoare la datele despre coroziune. Alte norme: DIN Vornorm 4852 încercarea la fierbere, DIN Vornorm 4853 procedeele de încercare la coroziune a metalelor uşoare, iar în pregătire procedee de încercare a straturilor acoperitoare metalice ale sârmelor DIN DVM 1213.

II. Privire generală asupra metalelor

A. Tabele generale

Tabela 1. Tabelele cele mai importante asupra metalelor

Generalităţi Pag.

Privire asupra metalelor importante din punct de vedere tehnic . . 804
Vitesa sunetului în metale . . . 253
Pulverizarea metalelor la descărcarea luminescentă 310
Dilataţia liniară termică, retrecisarea liniară . . . 532, 533, 813, 815
Proprietăţi termice (temp. de topire, temp. de fierbere, căld. de vap., căld. specifică) 533, 535
Conductibilităţi termice . . . 589
Coeficienţi de absorpţie termică . 600
Greut. sârmei şi a plăcilor metalice, 806
Calibre pentru sârmă şi tablă 808, 1032
Reactivi de atac 807
Aliaje de turnare în nisip şi sub presiune . . . . 812 ş. u.
Foi metalice 1031
Table ondulate 1026, 1032
Tuburi şi piese fasonate 1034 ş.u., 1038 ş.u.

Fier şi oţel

Standardizarea oţelului 1007
Calităţi de fontă brută şi de fontă de turnătorie (compoziţia) 822, 824
Oţel, fontă, oţel turnat, fontă maleabilă (propr.) . . . 754, 755, 825
Oţeluri ordinare pentru construcţia de maşini (propr.) . . . . 755 ş. u.
Oţeluri ameliorabile, cementate, nitrurate (propr.) . . . 756, 757, 758
Oţeluri de resoarte (ameliorate) . 758
Rezistenţa la cald a oţelurilor de cazane 758
Oţeluri de construcţii, aliate şi rezistente la cald (comp., proprietăţi) 827, 828, 829
Oţeluri pentru tuburi (rezistenţa la cald) 759
Oţeluri speciale de supape pentru motoare (rezistenţa) 759
ol 52 (comp., rezist.) 827
Materiale pentru magneţi permanenţi (comp., propr.) 828
Tole de dinam (compoz., magnetizare) 830
Oţeluri de scule, nealiate şi aliate (comp., propr., întreb.) . 830, 831
Bare profilate (oţel fasonat) . 1013 ş. u.

Aliaje uşoare

Metale uşoare (rezist.) . 761, 763, 834
Aliaje de aluminiu plasticizabile (propr. întreb., comp.) 762, 835, 836
Aliaje de aluminiu de turnare 762, 836
Aliaje de turnare în cochilie, metal uşor 762, 815
Aliaje de aluminiu pentru pistoane (comp., propr.) 838

Pag.

Aluminiu pur (comp., propr., întreb.) 834
Aliaje de magneziu (rezist.) . . . 763
Aliaje de magneziu plasticizabile şi de turnare (comp., întreb.) 841, 842
Aliaje de beriliu (propr.) . . . 843
Profile de aliaje uşoare . . 1028 ş. u.

Cupru şi aliaje de cupru

Cupru şi aliaje de cupru (rezist.) 759, 761
Norme pentru cupru (comp., întreb.) 845
Alămuri (comp., stare, rezist.) . . 760
Bronzuri şi bronz roşu (comp., stare, rezist.) 760, 849
Bronzuri de staniu plasticizabile (întreb. comp.) 850
Sârme de bronz (comp., propr., întreb.) 851
Bronzuri plasticizabile (comp., propr.) 852
Tuburi pentru condensatoare de alamă (comp., stare, propr.) . 854
Aliaje de cupru-zinc (propr. mec.) 854
Alamă şi tombac (formă de livrare şi întreb.) 855
Alamă specială (comp., prop.) . . 856
Brazuri, brazuri cu argint (comp., temp. de top., întreb.) . . . 857

Plumb, zinc, aliaje de cusineţi, ş. a. m. d.

Zinc (rezist.) 764
Calităţi comerciale de zinc, zinc pur (comp., propr., mec.) . . . 764, 859
Aliaje de zinc, de turnare în cochilie (propr.) 860
Aliaje de zinc pentru laminare şi pentru turnare în nisip (propr. mecanice) 860
Aliaje de zinc conţinând aluminiu şi cupru (propr. mec.) . . . 861
Plumb, staniu şi bismut 764, 861, 1032
Brazuri de staniu (comp., întreb.) 865
Aliaje de cusineţi, metale albe, aliaje pentru litere de tipar (compoz. propr.) 865
Aliaje de bismut (comp., temp. de topire) 866

Nichel şi aliaje de nichel

Calităţi comerciale de nichel brut (comp.) 867
Nichel (propr. mecanice) 867
Aliaje de nichel (comp., propr.) 868
Metale dure, uzuale în comerţ (comp., întreb.) 870

Alte metale

Ferocrom (comp.) 871
Aliaje de crom (comp., propr.) . 871

Tabela 2. Proprietățile metalelor mai importante, din punct de vedere tehnic [1])

(Detalii în capitolele următoare)

Elementul (Simbolul)	Greutatea specifică kg/dm³	Temperatura de topire în °	Temp. de fierb. la 760 mm col. Hg în °	Căldura specifică (interval dela / la în °) cal/g°	Căldura de topire cal/g	Conductibilitatea termică (la °) cal/cm° s	Coeficientul de dilatație liniară (interval dela / la în °) [3])	Conductibilitatea electrică la 20° m/Ωmm²	Coeficientul de temp. al rez. electrice 10^{-5}/°	Modulul E kg/mm²	Rezistența la întindere kg/mm²	Alungirea la rupere %	Duritatea Brinell kg/mm²
Aluminiu (Al)	2,70	658	2270	0,212 (0/100)	85	0,53 (20)	$0{,}0_4238$ [3]) (0/100)	36,2 *) 34,8 **)	408	7 200	7–11*) 15–23**)	45–30 8–2	15–25 35–40
Antimoniu (Sb)	6,69	630,5	1640	0,0503 (17/100)	38,9	0,0538 (0)	$0{,}0_4109$ (17/100)	2,4	511	7 900	8,6	1,6	36
Argint (Ag)	10,5	960,5	1950	0,0575 (20/100)	25	1,096 (0)	$0{,}0_41968$ (0/100)	62,5	410	8 000	16	20–50	25
Aur (Au)	19,29	1063	2700	0,031 (20/100)	16	0,7464 (10/97)	$0{,}0_1143$ (17/100)	45	398	8 000	14	50	18,5
Bariu (Ba)	3,76	704	1700	0,068 (–185/+20)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Beriliu (Be)	1,85	1278	3000	0,2442 (0/100)	341	0,393	$0{,}0_4123$	—	42	30 000	—	—	—
Bismut (Bi)	9,8	271	1500	0,0299 (18/100)	14 1	0,0244 (0)	$0{,}0_41345$ (17/100)	0,84	454	3 290	0,5	—	9
Cadmiu (Cd)	8,64	320,9	767	0,0559 (20/100)	12,9	0,0233 (0)	$0{,}0_4297$ (10)	13,1	424	510	6,4	17	16
Calciu (Ca)	1,54	851	1400	0,149 (0/100)	78			9,5	333	—	5	—	—
Cobalt (Co)	8,8	1490	3200	0,105 (0/100)	64		$0{,}0_4181$ (25/350)	11,1	—	20 800	26	—	—
Crom (Cr)	7,1	1800 [2])	2400	0,1208 (0/100)	70		$0{,}0_4084$ (0/100)	35,8 [5])	—	—	—	—	—
Cupru (Cu)	8,93	1083	2330	0,0928 (18/100)	51,0	0,938 (0)	$0{,}0_41698$ (50)	58 *) 56 **)	428	13 000	21 *) 45**)	50 2	35 95
Fer, pur (Fe)	7,876	1530	2500	0,111 (0/100)	49,4	0,161 (18)	$0{,}0_4123$ (0/100)	10	657	21 070	22	50	60
Galliu (Ga)	5,9	29,78	2300	0,079 (12/23)	19,1			1,8	350	—	—	—	—
Iridiu (Ir)	22,5	2454	4800	0,0323 (0/100)	28	0,141 (17)	$0{,}0_4066$ (17/100)	18,2	393	52 000	—	—	—
Litiu (Li)	0,534	180	1400	1,092 (0/100)	32,8	0,155	$0{,}0_4600$ (p la 180)	11	450	500	18	22	—
Magneziu (Mg)	1,74	650	1110	0,2475 (17/100)	46,5	0,411 (0)	$0{,}0_4261$ (17/100)	21,7	390	4 100	20	10	25
Mangan (Mn)	7,3	1250	2100	0,1211 (20/100)			$0{,}0_4228$ (0/100)	21,6	—	—	—	—	—
Mercur (Hg)	13,5457	–38,93	356,95	0,0332 (0/20)	2,7	0,0248 (0)	$0{,}0_3182$ [4]) (0/100)	1,05	099	—	—	—	—
Molibden (Mo)	10,2	2600	3560	0,0647 (20/100)	—	0,346 (18)	$0{,}0_4052$ (0/100)	21	420	—	—	—	—
Nichel (Ni)	8,9	1455	3000	0,1086 (18/100)	73	0,142 (18)	$0{,}0_4130$ (0/100)	11,5 *) 10,5 **)	465	20 500	40*) 80**)	45 2	80 200
Osmiu (Os)	22,48	2500	5300	0,0311 (19/98)	35		$0{,}0_4067$ (40)	9,7	420	—	—	—	—
Paladiu (Pd)	12,0	1555	2200	0,0592 (0/100)	36	0,1683 (18)	$0{,}0_4119$ (50)	9,3	377	11 500	21	55	60
Platină (Pt)	21,45	1773	3800	0,0377 (0/100)	27	0,1664 (18)	$0{,}0_40907$ (50)	9,	392	17 000	20	50	55
Plumb (Pb)	11,34	327,3	1730	0,0309 (18/100)	5,7	0,0837 (0)	$0{,}0_4293$ (17/100)	4,8	428	1 700	1,4	60	4
Potasiu (K)	0,862	63	760	0,173 (0)	15,7	0,23 (5/20)	$0{,}0_483$ (0/50)	13,3	573	—	—	—	0,07
Radiu (Ra)	—	960	1140	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Reniu (Re)	20,5	3150	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Rodiu (Rh)	12,4	1966	2500	0,058 (10/97)	52	0,210 (17)	$0{,}0_4085$ (50)	19,6	443	3 000	—	—	156

Siliciu	(Si)	2,33	1410	2592	0,171	(0/99)	—	—		$0{,}0_4078$	(50)	1	—	—	—	—	—
Sodiu	(Na)	0,971	97,7	880	0,297	(0/20)	27,5	0,321	(5,7)	$0{,}0_4720$	(0/50)	20	530	—	—	—	0,04
Staniu	(Sn)	7,28	231,9	2300	0,0548	(0/100)	14,2	0,1528	(0)	$0{,}0_42703$	(18/100)	8,3	465	4150	2,75	40	5
Stronţiu	(Sr)	2,60	757	1570	—		—	—		—		4	383	—	—	—	—
Tantal	(Ta)	16,6	3000	5300	0,033	(14/100)	—	0,130	(18)	$0{,}0_4065$	(0/100)	6,5	347	1900	—	—	—
Titan	(Ti)	4,53	1800	3000	0,1125	(0/100)	—					0,25	—	—	—	—	—
Uraniu	(U)	18,7	1699	—	0 0286	(0/98)	—	—		—		1,6	—	—	—	—	—
Vanadiu	(V)	6,0	1720	3000	0,1153	(0/100)	—	—		—		—	—	—	—	—	—
Wolfram	(W)	19,5	3380	5000	0,0338	(20/100)	60	0,476	(18)	$0{,}0_4045$	(0/100)	18	464	3700	110	—	—
Zinc	(Zn)	7,15	419,4	907	0,0946	(20/100)	24,1	0,2653	(18)	$0{,}0_42905$	(50)	16,5	417	13000	15	35	35
Zircon	(Zr)	6,55	1900	2900	0,066	(0/100)						—	—	—	—	—	—

[1]) Izvoare: H e n n i n g, Wärmetechnische Richtwerte, Berlin 1938, Edit. VDI. — Landolt-Börnstein, Berlin 1935/36, Springer. — Smithsonian-Physikal Tables, City of Washington 1935. — G u e r t l e r, Metallographie, vol. 2, partea a 2-a: B u r k h a r d t, Die mechanisch-technologischen Eigenschaften der reinen Metalle, Berlin 1935, Gebr. Borntraeger. — [2]) După alte cercetări 1890 ± 10 ° v. ZVDI 81 (1937), p. 442. — [3]) M o d d e a s c r i e : $0{,}0_4238 = 0{,}0000238$. — [4]) Coeficient de dilataţie cubică. — [5]) Rezistenţa specifică a Cr electr. pur concr. $14{,}1 \cdot 10^{-2}\,\Omega$ mm²/m la 20°, sau conductibilitatea electrică 7,1 m/Ω mm². — [*]) recopt moale; [**]) dur.

Tabela 3. Greutatea a 1000 m sârmă în kg după DIN 177, 1757, 1766, DIN VDE 6420

Greut. specif.: sârmă din oţel de fuziune 7,85, cupru 8,9,[1]) alamă 8,5,[2]) aluminiu 2,7 kg/dm³ [3])

Diam.	Oţel de fuziune	Cupru	Alamă	Aluminiu	Diam.	Oţel de fuziune	Cupru	Alamă	Aluminiu	Diam.	Oţel de fuziune	Cupru	Alamă	Aluminiu
0,1	0,0617	0,070	—	—	0,34	0,715	—	—	—	0,95	5,56	6,308	6,024	—
0,12	0,0888	0,101	—	—	0,35	—	0,856	0,818	—	1,0	6,17	6,990	6,676	2,12
0,15	—	0,157	—	—	0,37	0,844	—	—	—	1,1	7,46	8,458	8,078	—
0,18	0,200	0,226	—	—	0,38	—	1,009	0,964	—	1,2	8,88	10,066	9,613	3,05
0,2	0,247	0,280	0,267	0,848	0,40	0,986	1,118	1,068	0,339	1,3	10,4	11,810	11,282	—
0,22	0,298	0,338	0,323	—	0,45	1,25	1,415	1,352	—	1 4	12,01	13,697	13,085	4,16
0,23	0,326	—	—	—	0,5	1,54	1,747	1,669	0,530	1,5	13,87	15,727	15,020	4,77
0.24	0,355	—	—	—	0,55	1,87	2,114	2,019	—	1,6	15,8	17,898	17,090	5,43
0,25	0,385	0,437	0,417	—	0,6	2,22	2,516	2,403	0,763	1,7	17,82	20,201	19,293	—
0,26	0,417	—	—	—	0,65	2,60	2,953	2,821	—	1,8	20,0	22,650	21,630	6,87
0,27	0,449	—	—	—	0,7	3,02	3,425	3,271	1,04	1,9	22,3	25,231	24,100	—
0,28	0,483	0,548	0,523	—	0,75	3,47	3,932	3,755	—	2,0	24,7	27,963	26,704	8,48
0,3	—	0,629	0,601	0,191	0,8	3,95	4,474	4,273	1,36	2,1	—	30,830	29,441	—
0,31	0,592	—	—	—	0,85	4,45	5,051	4,823	—	2,2	29,8	33,828	32,311	10,3
0,32	—	0,716	0,684	—	0,9	4,99	5,662	5,407	—	2,3	—	36,979	35,315	—

[1]) Greutăţile specif. ale sârmei dure şi recoapte se deosebesc puţin între ele. Pentru calcule se poate întrebuinţa valoarea rotunjită 9,0 kg/dm³. — [2]) Greut. specif. a alamei creşte cu conţinutul de Cu. La 58% Cu, ea e aprox. 8,5; la 72% Cu, aproximativ 8,6 kg/dm³. — [3]) Greut. specif. a aluminiului, variază după gradul de puritate şi după componentele aliajului, între 2,6 şi 2,9 kg/dm³. In tabela de faţă s'a luat de bază 2,7 după DIN VDE 6420. In file de norme, izolate, se găseşte încă şi valoarea 2,73.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 3. Greutatea a 1000 m sârmă în kg după DIN 177, 1757, 1766, DIN VDE 6420 (urmare)

Greut. specif.: sârmă din oțel de fuziune 7,85, cupru 8,9,[1]) alamă 8,5,[2]) aluminiu 2,7 kg/dm³ [3])

Diam.	Oțel de fuziune	Cupru	Alamă	Aluminiu	Diam.	Oțel de fuziune	Cupru	Alamă	Aluminiu
2,4	35,5	40,264	38,453	—	4,6	130	—	—	—
2,5	38,5	43,690	41,724	13,3	4,8	—	161,054	153,813	—
2,6	41,7	47,250	45,129	—	5,0	154	174,751	166,897	53,0
2,7	—	50,961	48,667	—	5,5	187	211,446	201,946	—
2,8	48,3	54,806	52,339	16,6	6,0	222	251,638	240,332	76,3
2,9	—	58,784	56,144	—	6,5	260	295,329	282,056	—
3,0	55,5	62,914	60,083	19,1	7,0	302	342,508	327,118	—
3,1	59,2	—	—	—	7,5	—	393,184	375,518	—
3,2	—	71,574	68,361	21,7	7,6	356	—	—	—
3,4	71,3	—	—	—	8,0	395	447,358	427,257	136,0
3,5	—	85,626	81,780	26,0	8,2	415	—	—	—
3,8	89,0	100,926	96,399	30,6	8,8	477	—	—	—
4,0	98,6	111,837	106,814	33,9	9,0	499	—	—	—
4,2	109	123,301	117,762	—	9,4	545	—	—	—
4,5	—	141,546	135,187	42,9	10,0	617	—	—	212,0

Note [1]), [2]) și [3]) pag. 805.

Tabela 4. Greutățile plăcilor metalice în kg/m²

gros. mm	Fontă	Oțel de fuziune	Cupru	Alamă	Bronz	Zinc	Plumb	Aliaj de Al
1	7,25	7,85	8,90	8,50	8,6	7,2	11,34	2,7[1])
2	14,50	15,70	17,80	17,00	17,2	14,4	22,68	5,4
3	21,75	23,55	26,70	25,50	25,8	21,6	34,02	8,1
4	29,00	31,40	35,60	34,00	34,4	28,8	45,36	10,8
5	36,25	39,25	44,50	42,50	43,0	36,0	56,70	13,5
6	43,50	47,10	53,40	51,00	51,6	43,2	68,04	16,2
7	50,75	54,95	62,30	59,50	60,2	50,4	79,38	18,9
8	58,00	62,80	71,20	68,00	68,8	57,6	90,72	21,6
9	65,25	70,65	80,10	76,50	77,4	64,8	102,06	24,3
10	72,50	78,50	89,00	85,00	86,0	72,0	113,40	27,0
11	79,75	86,35	97,90	93,50	94,6	79,2	124,74	29,7
12	87,00	94,20	106,80	102,00	103,2	86,4	136,08	32,4
13	94,25	102,05	115,70	110,50	111,8	93,6	147,42	35,1
14	101,50	109,90	124,60	119,00	120,4	100,8	158,76	37,8
15	108,75	117,75	133,50	127,50	129,0	108,0	170,10	40,5
16	116,00	125,60	142,40	136,00	137,6	115,2	181,44	43,2
17	123,25	133,45	151,30	144,50	146,2	122,4	192,78	45,9
18	130,50	141,30	160,20	153,00	154,8	129,6	204,12	48,6
19	137,75	149,15	169,10	161,50	163,4	136,8	215,46	51,3
20	145,00	157,00	178,00	170,00	172,0	144,0	226,80	54,0
21	152,25	164,85	186,90	178,50	180,6	151,2	238,14	56,7
22	159,50	172,70	195,80	187,00	189,2	158,4	249,48	59,4
23	166,75	180,55	204,70	195,50	197,8	165,6	260,82	62,1
24	174,00	188,40	213,60	204,00	206,4	172,8	272,16	64,8
25	181,25	196,25	222,50	212,50	215,0	180,0	283,50	67,5
26	188,50	204,10	231,40	221,00	223,6	187,2	294,84	70,2
27	195,75	211,95	240,30	229,50	232,2	194,4	306,18	72,9
28	203,00	219,80	249,20	238,00	240,8	201,6	317,52	75,6
29	210,25	227,65	258,10	240,50	249,4	208,8	328,86	78,3
30	217,50	235,50	267,00	255,00	258,0	216,0	340,20	81,0

[1]) Greutatea specifică variază după aliaj, aprox. între 2,6 și 2,9 kg/dm³.

Tabela 5 urmează în pag. 808.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 6. Reactivi de atac *)

Fier și oțel

Reactivi	Preparare sau întrebuințarea
a) pentru examinări microscopice	
Acid clorhidric	1 cm^3 acid clorhidric 1,19 în 100 cm^3 alcool;
Acid azotic	1 cm^3 acid azotic 1,40 în 100 cm^3 alcool;
Acid picric	a) 1 g acid picric în 25 cm^3 alcool, potrivit în deosebi pentru oțel special; b) cu 2 pic. H Cl 1,12 la 50 cm^3 de soluție a);
Iod	1 g iod în 20 cm^3 alcool:
Persulfat de amoniu	1 g persulfat de amoniu în 10 cm^3 apă;
Picrat de sodiu	25 g hidrat de sodiu în 75 cm^3 apă, la 100 cm^3 din această soluție, 2 g acid picric;
Incălzire	Suprafețele polisate se încălzesc la aer până la culoarea galben închis 255° până la violet 285°;
Acid azotic și picrat de sodiu	soluții, ca mai sus;
Acid azotic și încălzire	sol. ca mai sus, cul. de încălzire galben închis 255°.
b) pentru examinări macroscopice	
Atac profund cu acid picric	1 g acid picric în 25 cm^3 alcool, cu 1 picătură de acid clorhidric conc., atac la cald;
Atac pentru fosfor cu clorură de cupru amoniacală	1 g clorură de cupru amoniacală în 12 cm^3 apă; se vor îndepărta depunerile de cupru;
Atac pentru fosfor cu clorură feroasă	500 cm^3 apă distilată, 500 cm^3 alcool etilic, 0,5 g clorură de staniu, 1 g clorură de cupru, 30 g clorură ferică, 50 g acid clorhidric conc.;
Atac pentru fosfor cu clorură mercurică	10 g clorură mercurică, 20 cm^3 acid clorhidric 1,12, 100 cm^3 apă dist. Se pune o cârpă de mătasă imbibată cu această soluție, pe suprafața probei și se lasă să reacționeze câteva min.;
Atacul liniilor de forță	a) Structuri fine: 40 cm^3 H Cl conc., 30 cm^3 apă, 25 cm^3 alcool, 5 g clorură cuprică; b) Structuri grosiere 10 cm^3 H Cl conc., 100 cm^3 alcool, 6 g clorură ferică, 6 g clorură cuprică; c) Atac electrolitic:
Atacul pentru sulf metoda Baumann	Hârtie de bromură de argint imbibată în acid sulfuric și apă 1 : 100; se va aplica pe probă un timp care corespunde cu cantitatea sulfului. După îndepărtare se va fixa cu thiosulfat de Na;
Atacul îmbinărilor sudate	3 g clorură de cupru amoniacală în 25 cm^3 apă dist., 50 cm^3 HCl conc. 1,19, 15 g clorură ferică.

Metale și aliaje [1])

Materialul	Reactivul	Preparare sau întrebuințare
Aluminiu	Acid fluorhidric[2])[3])	0,5 cm^3 acid fluorhidric în 100 cm^3 apă;
Plumb	Acid azotic/ acid acetic[2])[3])	16 cm^3 NO_3H 1,40; 16 cm^3 ac. acetic glacial; 68 cm^3 glicerină; se va dilua la nevoie cu glic.;
Metal dur	Electroliză, soluție	10 g clorură de sodiu în 100 cm^3 apă, 0,3 A.
Cupru	Clorură de Cu amoniacală[3])	10 g clorură de cupru amoniacală în 120 cm^3 apă; se adaugă atâta amoniac, până ce precipitatul format la început, se disolvă din nou; se va dilua la nevoie cu apă.
	Amoniac diluat[4])	Polișarea de atac, pe discul de postav ce se învârtește încet.
Magneziu	Acid azotic alcalin[3])	1 cm^3 acid azotic 1,40 în 100 cm^3 alcool.
Nichel	Acid azotic/ acid acetic	65 cm^3 acid azotic 1,40; 18 cm^3 ac. acetic glacial; 17 cm^3 apă;
Aliaj pentru cuzineți	Persulfat de amoniu/ acid tartric[3])	a) 10 cm^3 persulfat de amoniu în 100 cm^3 apă; b) 30 cm^3 acid tartric în 100 cm^3 apă se va amesteca; 5 părți a) cu 2 părți b).
Zinc	Acid azotic[3])	1 cm^3 acid azotic 1,40 în 100 cm^3 sau mai multă apă;
Staniu	Persulfat de amoniu[3])	10 g persulfat de amoniu în 100 cm^3 apă.

*) Prel. de dr. ing. E. H. Klein, Berlin-Siemensst. — [1]) Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 163; A. Schrader, Ätzheft. ed. a 2-a, Berlin 1939, Inst. f. Metallk., TH Bn. — [2]) Desvoltarea limitelor granulelor, [3]) a structurii fine, [4]) a incluziunilor de prot. și sulfură de cupru.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 5. Calibre pentru sârme și table[1]

Prelucrat de ing. F. Ludloff

Grosimea sârmei *d* în mm											Grosimea tablei *d* în mm				
Calibrul german pt. sârmă DIN 177		Calibrul westfalic pentru sârmă[3]		Cal. francez Paris J d P[4]		American wire gauge[5]		Calibre engleze		Cal. westfalic pt. sârmă de cuie	Table germane de oțel		Calibrul englez BG[8]		
Nr.[2]	*d*	Numele	*d*	Nr.	*d*	Nr.	*d*	B W G[6] *d*	S W G[7] *d*	*d*	Nr.	*d*	*d*	Nr.	*d*
100	10,00	—	—	P_{15}	0,15	7/0	—	—	12,700	—		DIN 1543		33	0,221
94	9,40	—	—	P_{14}	0,16	6/0	14,732	—	11,785	—		Table groase		34	0,196
90	9,00		—	P_{13}	0,17	5/0	13,119	12,70	10,973	—		5 și		35	0,175
88	8,80	—	—	P_{12}	0,18	4/0	11,684	11,53	10,160	—		mai mult		36	0,155
—	—		—	P_{11}	0,20	3/0	10,404	10,80	9,449	—				37	0,137
82	8,20		—	P_{10}	0,22	2/0	9,266	9,65	8,839	—		DIN 1542		38	0,122
80	8,00	—	—	P_9	0,23	0	8,252	8,64	8,229	—		Table medii		39	0,109
—	—		—	P_8	0,25	1	7,348	7,62	7,620	0,60		4,75		40	0,102
76	7,60	Ketten	7,80	P_7	0,27	2	6,544	7,21	7,010	0,68		4,5		41	0,098
70	7,00	Schleppen	6,85	P_6	0,28	3	5,827	6,58	6,401	0,76		4		42	0,078
65	6,50	—	—	P_5	0,31	4	5,189	6,05	5,893	0,80		3,5		43	0,069
60	6,00	Grobrinken	6,00	P_4	0,34	5	4,621	5,59	5,385	0,88		3		44	0,061
55	5,50	Feinrinken	5,55	P_3	0,37	6	4,115	5,16	4,877	1,00				45	0,055
50	5,00	—	—	P_2	0,42	7	3,665	4,57	4,470	1,12	15/0		25,40	46	0,049
46	4,60	Malgen	4,70	P_1	0,46	8	3,264	4,19	4,064	1,20	14/0		24,34	47	0,043
42	4,20	Grobmemel	4,12	P_0	0,50	9	2,906	3,76	3,658	1,30	13/0		23,28	48	0,039
40	4,00	—	—	1	0,60	10	2,588	3,40	3,251	1,40	12/0		22,23	49	0,034
38	3,80	Mittelmemel	3,82	2	0,70	11	2,305	3,05	2,946	1,56	11/0		21,17	50	0,030
34	3,40	Feinmemel	3,40	3	0,80	12	2,053	2,77	2,642	1,66	10/0		20,11	51	0,026
31	3,10	Klinkmemel	2,97	4	0,90	13	1,828	2,41	2,337	1,84	9/0		19,05	52	0,024
30	3,00	—	—	5	1,00	14	1,628	2,11	2,032	2,04	8/0		17,99		
28	2,80	Natel	2,60	6	1,10	15	1,450	1,83	1,829	2,20	7/0		16,93		
26	2,60	—	—	7	1,20	16	1,291	1,65	1,626	2,40	6/0		15,87		
25	2,50	Mittel	2,36	8	1,30	17	1,150	1,47	1,422	2,60	5/0		14,94		
24	2,40	—	—	9	1,40	18	1,024	1,24	1,219	2,92	4/0		13,76		
22	2,20	Dünnmittel	2,15	10	1,50	19	0,9116	1,07	1,016	3,40	3/0		12,70		
20	2,00	3 Schilling	1,96	11	1,60	20	0,8118	0,89	0,914	3,84	2/0		11,31		
19	1,90	—	—	12	1,80	21	0,7230	0,81	0,813	4,20	1/0		10,07		

In această tabelă, s'au luat la bază informațiile date de Westfälische Drahtindustrie, Hamm, Stahlwerksverband, Köln, și Deutscher Normenausschuss. — Pentru calibrul mai vechiu Dillinger, pentru table subțiri și pentru calibrul Halifax (HWG), indicații în Hütte, ed. a 26-a.

[1]) Alte date în: Circular of the Bureau of Standards, Nr. 391; „Standard Thicknesses Weights, and Tolerances of Sheet Metal (Customary Practice)". Washington 1931. — Taylor, Thomas, Gauges, at a Glance, Liverpool 1925. — [2]) Numerele nu sunt cuprinse în foaia DIN. — [3]) Calibrul Westfalic (cel mai vechiu calibru) în regiunea Altena-Iserlohn. — [4]) Jauge de Paris; calibrul francez pentru table subțiri, corespunde aici dela Nr. 1...30. — [5]) Cp. Circular of the Bureau etc. ca sub [1]); corespunde lui Brown and Sharpe gauge. — [6]) Birmingham wire gauge, numit adesea și Stubs' Iron wire gauge (Stubs' gauge). — [7]) Imperial wire gauge. — [8]) Birmingham gauge.

Tabela 5. Calibre pentru sârme şi table [1] (continuare)

Grosimea sârmei d în mm											Grosimea tablei d în mm				
Calibrul german pt. sârmă DIN 177		Calibrul westfalic pentru sârmă [3]		Cal. francez Paris J d P [4]		American wire gauge [5]		Calibre engleze		Cal. westfalic pt. sârmă de cuie	Table germane de oţel		Calibrul englez BG [8]		
Nr. [2]	d	Numele	d	Nr.	d	Nr.	d	B W G [6] d	S W G [7] d	d	Nr.	d	d	Nr.	d
18	1,80	—	—	13	2,00	22	0,6438	0,71	0,711	4,65	1		8,97		
17	1,70	4 Schilling	1,74	14	2,20	23	0,5733	0,64	0,610	5,45	2		7,99		
16	1,60	1 Band	1,55	15	2,40	24	0,5106	0,56	0,559	5,96	3		7,12		
15	1,50	—	—	16	2,70	25	0,4547	0,51	0,508	7,00	4		6,35		
14	1,40	2 Band	1,40	17	3,00	26	0,4049	0,46	0,457	7,60	5		5,65		
13	1,30	3 ,,	1,25	18	3,40	27	0,3606	0,41	0,4166	8,80	6		5,03		
12	1,20	4 ,,	1,12	19	3,90	28	0,3211	0,36	0,3759	9,40	7		4,48		
11	1,10	5 ,,	1,03	20	4,40	29	0,2859	0,33	0,3454	10,00	8		3,99		
10	1,00	6 ,,	0,88	21	4,90	30	0,2546	0,30	0,3150	—	9		3,55		
9,6	0,96	—	—	22	5,40	31	0,2268	0,254	0,2946	—		DIN 1541			
9	0,90	—	—	23	5,90	32	0,2019	0,229	0,2743	—					
8,5	0,85	7 Band	0,83	24	6,40	33	0,1798	0,203	0,2540	—		Table subţiri			
8	0,80	ord Münster (1 Blei)	0,71	25	7,00	34	0,1601	0,178	0,2340	—	10	2,75	3,18		
7,5	0,75	—	—	26	7,60	35	0,1426	0,127	0,2134	—	11	2,50	2,83		
7	0,70	fein Münster (2 Blei)	0,65	27	8,20	36	0,1270	0,102	0,1930	—	12	2,25	2,52		
6,5	0,65	—	—	28	8,80	37	0,1151	—	0,1727	—	13	2,00	2,24		
6	0,60	Gattung (3 Blei)	0,60	29	9,40	38	0,1007	—	0,1524	—	14	1,75	1,99		
5,5	0,55	feine Gattung	0,55	30	10,00	39	0,0897	—	0,1321	—	15	1,50	1,78		
5	0,50	1 Hol sau 4 Blei	0,50			40	0,0799	—	0,1219	—	16	1,38	1,59		
4,5	0,45	2 ,, ,, 5 ,,	0,46			41	—	—	0,1118	—	17	1,25	1,41		
4	0,40	3 ,, ,, 6 ,,	0,42			42	—	—	0,1016	—	18	1,13	1,26		
3,7	0,37	4 ,, ,, 7 ,,	0,39			43	—	—	0,0914	—	19	1,00	1,12		
3,4	0,34	5 ,, ,, 8 ,,	0,36			44	—	—	0,0813	—	20	0,88	1,00		
3,1	0,31	— ,, ,, 9 ,,	0,34			45	—	—	0,0711	—	21	0,75	0,89		
2,8	0,28	6 ,, ,, 10 ,,	0,31			46	—	—	0,0610	—	22	0,63	0,79		
2,7	0,27					47	—	—	0,0508	—	23	0,56	0,71		
2,6	0,26	7 ,, ,, 12 ,,	0,28			48	—	—	0,0406	—	24	0,50	0,63		
2,5	0,25					49	—	—	0,0305	—	25	0,44	0,56		
2,4	0,24	8 ,, ,, 14 ,,	0,26			50	—	—	0,0254	—	26	0,38	0,50		
2,3	0,23	9 ,, ,, 16 ,,	0,24							—	27	0,32	0,44		
2,2	0,22	10 ,, ,, 18 ,,	0,22							—	28	0,28	0,40		
2,0	0,20	11 ,, ,, 20 ,,	0,20							—	29	0,24	0,35		
											30	0,22	0,31		
											31	0,20	0,279		
											32	0,18	0,249		

Note: [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7] şi [8], pag. 808.

B. Metode de turnare[1])

Prelucrare de dr. ing. A. Väth, Berlin

Turnarea corectă în formă are influenţă esenţială asupra reuşitei piesei turnate. Turnarea nu trebue întreruptă în timpul umplerii formei. La solidificare poate avea loc o *retrecisare* mai mare sau mai mică, după felul materialului, care poate provoca formarea incluziunilor de retrecisare.

Turnareà ulterioară precaută la umplerea formei, la pâlnia de turnare şi evacuare, produce curenţi metalici în locurile predispuse la formarea incluziunilor şi împiedecă adesea complet formarea incluziunilor de retrecisare.

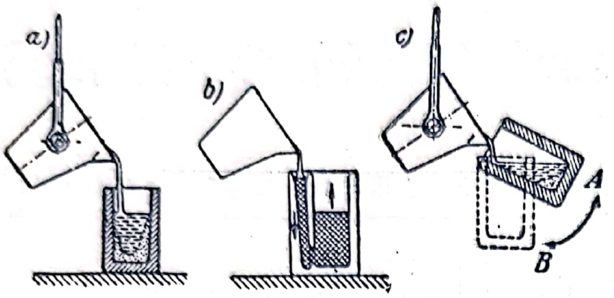


Fig. 1. Metode simple de turnare a lingourilor.

Lingourile pentru laminare sau forjare trebue să fie fără cusur în toată secţiunea. Intrebuinţarea metodelor de turnare indicate necesită o muncă extrem de îngrijită. Turnarea în *cochilie verticală, cu curent în cădere liberă* (fig. 1 a), are desavantajul că în metalul lichid din cochilie se produc curenţi puternici şi peliculele de oxizi — şi sgurele intră în secţiunea blocului. La *turnarea de jos în sus* (fig. 1 b) impurităţile rămân în cea mai mare parte în pâlnia de turnare. *Cochilia basculantă* (fig 1 c), care în timpul turnării se apleacă, ţine suprafaţa lichidului la acelaşi nivel, pentru evitarea curenţilor puternici. Metodele moderne de turnare pentru blocuri evită returnarea în creuzete de turnare. Din cuptor se toarnă direct în cochilie. Afară de aceasta se pune mare preţ pe conducerea precisă a vitesei de turnare şi mărirea vitesei de răcire. De obiceiu metodele de turnare sunt protejate prin brevete.

a) Turnarea în nisip

Turnarea în nisip e întrebuinţată pentru piese turnate, de aproape orice mărime şi formă. Fiecare piesă necesită o formă de nisip[2]), care se distruge după turnare. Turnarea în nisip e economică la un număr mai mic de piese. Există piese potrivite pentru turnarea în cochilii sau cu presiune, astfel că un mare număr de piese, la aplicarea acestor metode de turnare, dau preţuri mai mici de confecţionare.

Nisipul de formă şi miezuri (p. 880)[3]): Nisipul de formă trebue să aibă o bună permeabilitate pentru gaze şi să-i dea formei rezistenţă, ca să poată rezista presiunii metalului lichid. Permeabilitatea faţă de gaze depinde de mărimea granulelor şi de conţinutul de argilă; rezistenţa, de conţinutul de argilă. Aliajele grele cu temperaturi de topire înalte (bronz, alamă) necesită o formă de nisip cu bună rezistenţă la cald. Nisipul nu trebue să conţină de loc, sau numai puţine impurităţi de oxid de calciu, care se descompune la temperatura înaltă de turnare, de 1000 ... 1200°, şi desvoltă bioxid de carbon. Pentru confecţionarea formei, se întrebuinţează *pământul de turnătorie*, care se prepară din diferite nisipuri naturale şi nisip vechiu (pământ de turnătorie deja întrebuinţat) cu 4 ... 8 % apă. Mărirea permeabilităţii sau a rezistenţei se face prin amestec cu adause de praf de cărbune, melasă şi uleiu. *Miezurile* suportă de obiceiu o foarte mare solicitare la permeabilitate şi rezistenţă. Pentru ele se întrebuinţează de regulă nisipul de formă nou. Liantul amestecurilor de nisip pentru miezuri: uleiu de in, dextrină. Miezurile din nisip cu uleiu (amestec de nisipuri naturale, în deosebi nisip de mare şi uleiu de miezuri) posedă permeabilitate şi rezistenţă bună.

[1]) Cp. Satoffhütte ed. a 2-a. Berlin 1937; turnarea sub presiune p. 136; turnarea în cochilii p. 136; fonta p. 226; fonta maleabilă p. 234; oţelul turnat p. 236; aliaje turnabile de zinc, p. 408.

[2]) *Becker*, Die Formpraxis in der Metallgiesserei. Halle 1931, Knapp. — *Irmann*, Aluminiumguß in Sand und Kokille, ed. a 2-a, Leipzig 1939, Akad. Verlagsges.

[3]) *Schiel*. Die Formsande und Formstoffe, Halle 1933, Knapp.

Scanned with OKEN Scanner

Modelele trebue prelucrate precis, ţinând seamă de mărimea retrecisării materialului din care trebue să se toarne piesa. Pentru un mic număr de piese se întrebuinţează modele de lemn, pentru un număr mare modele de metal. Modelele de lemn trebue astfel confecţionate, încât să se poată îndoi cât mai puţin. Părţile solicitate puternic se întăresc cu armături metalice.

Confecţionarea formei cu mâna sau la maşini de formă (vol. II, Maşini unelte).

Turnarea alamei şi a bronzului, necesită un nisip greu (foarte argilos). Formele se usucă de obiceiu (turnarea uscată).

Aliajele uşoare necesită un nisip permeabil, sărac în argilă. Ele se toarnă în forme umede (turnare umedă). In forme uscate se toarnă numai piesele din aliaje uşoare, mari şi foarte complicate. Piesele din aliaje uşoare, cu nervuri, de ex. capete de cilindri răciţi cu aer, se confecţionează în forme din nisip cu uleiu. Oxidarea uşoară a aliajelor de magneziu lichide necesită un adaus la nisipul de formă, de 3...10% sulf şi 0,25...1% acid boric.

Proprietăţile turnării în nisip: Mica vitesă de răcire condiţionează, contrar turnării în cochilie sau sub presiune, o structură granulară grosieră. Suprafaţa pieselor turnate va fi mai mult sau mai puţin lucie, după calitatea pereţilor formei şi nisipului întrebuinţat. Piesele din aliaje uşoare de aluminiu, turnate, se tratează adesea cu un curent de nisip. La piesele turnate mici se admite o preciziune de ± 0,4 ... ± 0,5 mm.

Aliaje de turnare în nisip, tabela 1, p. 812:

Aliaje grele cu temperatura de topire joasă. Piese turnate în nisip din aliaje de plumb şi staniu se execută numai rareori (de ex. modele).

Aliaje grele cu temperatura de topire înaltă.

Bronzuri de turnare: Bronzuri de turnare cu staniu, pentru inele, manşoane şi cusineţi. Bronzurile de aluminiu se întrebuinţează pentru armături rezistente la coroziune, pentru paliere şi cusineţi. Deosebit de rezistente la coroziune şi frecare sunt bronzurile de aluminiu cu adause de Fe, Ni, Si şi Sn, cu rezistenţă dela 40...45 kg/mm² (DIN 1714), potrivite pentru roţi melc (v. şi turnarea centrifugă) şi pentru cusineţi inelari solicitaţi foarte mult.

Bronzul roşu şi alama: Pentru piese de armătură, carcase şi organe de maşini. Alamă specială, după DIN 1709 cu Mn, Al, Fe şi Sn, până la 7,5%, după alegere şi rezistenţe minime dela 35...60 kg/mm², pentru piese de prese, puternic solicitate, pompe şi pentru piese rezistente la apa mării, cum ar fi elicele vapoarelor.

Aliaje uşoare [1]) [2]):

Aliajele de aluminiu (v. şi p. 834 ş. u.), ocupă azi un loc de frunte în întrebuinţare, pentru piesele turnate ale oricărui fel de construcţie de vehicul şi avion. Aliajele de turnare retopite din metale pure cu b a z ă d e A l - S i şi A l - S i - C u (silumin şi silumin de cupru), pentru piese complicate şi pereţi subţiri de rezistenţă bună, cu b a z ă d e A l - C u şi A l - C u - N i (aliaje de cupru şi aliaj Y), pentru carcase şi pentru piese turnate solicitate la căldură (de ex. capete de cilindri).

Aliajele de aluminiu călibile, de categoria: Al Si Mg t (silumin γ) [1]) şi Al Mg Si t. ating rezistenţe între 20 şi 35 kg/mm² şi sunt întrebuinţate pentru piese solicitate foarte mult, în construcţia motoarelor şi avioanelor.

Aliajele de aluminiu şi magneziu de categoria Al Mg (de ex. hidronaliu, KS şi BS-Seewasser) au rezistenţă mare la coroziune şi se întrebuinţează pentru piese expuse intemperiilor şi pentru piese de armătură. Rezistenţa lor la cald este remarcabil de înaltă. Ea permite întrebuinţarea aliajelor pentru capete de cilindru.

Aliajele de aluminiu de retopire. Piese turnate de automobil şi motocicletă, de solicitare mai mică şi mijlocie. Standardizarea încă nu s'a făcut.[3]) Ele se retopesc în parte, în compoziţie analoagă cu aliajele de metale pure, citate.[4]) (tab. 1).

Aliajele de magneziu (v. şi p. 841 ş. u.). Greutate specifică mică, dela 1,8...1,83 kg/dm³. Se întrebuinţează în cantitate crescândă. Proprietăţile lor de rezistenţă permit şi confecţionarea pieselor turnate, solicitate puternic din punct de vedere mecanic, de ex. carcase pentru motoare de avion.[5])

---

[1]) Werkstoffhandbuch Nichteisenmetalle, J 8 Aluminium-Gusslegierungen, K 3 Elektron-Gusslegierungen, Berlin 1936, edit. VDI.

[2]) I r m a n n, Aluminiumguss in Sand und Kokille, ed. a 2-a, Leipzig 1939, Akad. Verlagsges.

[3]) Asociaţia germană pentru condiţiile de livrare, Reichsausschuss für Lieferbedingungen (RAL), a stabilit conceptul şi prescripţiunile de denumire şi notare pentru aluminul pur U (retopit), pentru aluminiul de retopire şi pentru aliajele de aluminiu de retopire, ca materiale brute; v. şi Nr. 631 A din Liste des Reichsausschusses für Lieferbedingungen (RAL), Berlin 1937, Beuth-Vertrieb GmbH.

[4]) I r m a n n, Aluminium 18 (1936), p. 416...421.

[5]) Werkstoffhandbuch Nichteisenmetalle K 3, Berlin 1936, Beuth-Vertrieb GmbH.

Tabela 1. Aliajele

	Felul aliajului	Categoria după DIN sau numirea	Compoziția aproximativă %
Aliaje grele cu temperatură de topire înaltă [1]) [2])	Bronzuri de turnare	bz t 14 bz t 10 Al bz t 9 bz Al m t A bz Al m t B	86 Cu; 14 Sn; 90 Cu; 10 Sn; 91 Cu; 9 Al; 76—94 Cu; 9—5 Al; până la 15 metale grele 73—91 Cu; 12—8 Al; până la 15 metale grele
	Bronz roșu	bz r 10 bz r 5	86 Cu; 10 Sn; 4 Zn 85 Cu; 5 Sn; 7 Zn; 3 Pb
	Alamă	am t 63 am t 67 am t sp A am t sp B	63 Cu; mai puțin ca 3 Pb; restul Zn 67 Cu; mai puțin ca 3 Pb; restul Zn 54—64 Cu; până la 1 Pb; până la 7,5 metale grele; restul Zn 54—64 Cu; până la 0,2 Pb; până la 7,5 metale grele; restul Zn
Aliaje ușoare [2])	Aliaje de aluminiu de turnare, fără tratament termic [3])	Al Cu t Al Zn Cu t Al Si t Al Si Cu t Al Cu Ni t[7])	7—9 (15) Cu; restul Al 8—12 Zn; 2—5 Cu; restul Al 11—13,5 Si; restul Al 11—13,5 Si; 0,7—0,9 Cu; 0,2—0,4 Mn; restul Al 4 Cu; 2 Ni; 1,5 Mg; restul Al
	Aliaje de aluminiu de turnare, călibile, de rezistență mare.	Al Si Mg t Al Mg Si t	9—13,5 Si; 0,4—0,6 Mn; 0,1—0,5 Mg; restul Al 2—5 Si; 0,3—2 Mg; 0—1,5 Mn; 0—1 Sb; 0—0,3 Ti; restul Al
	Aliaje de rezistență mare la coroziune, cu bază de Al—Mg[3])	Al Mg t (a) Al Mg t (b) Al Mg t (c)	2—4 Mg; 0—1,5 Mn; 0—1 Sb; 0—0,3 Ti: 0—1,5 Si; restul Al. peste 4—10 Mg; 0—1,5 Mn; 0—1 Sb; 0—0,3 Ti; restul Al — (b): 0—0,6 Si; (c): peste 0,6—1,5 Si
	Aliaje de magneziu de turnare [4])	Mg Al t Mg Al 4 Zn t Mg Al 6 Zn t	7—11 Al; 0—1,5 Zn; 0—0,5 Mn; restul Mg 3—4,5 Al; 2—3,5 Zn; 0—0,5 Mn; restul Mg 5—6,5 Al; 2—3,5 Zn; 0—0,5 Mn; restul Mg

[1]) Valorile pentru aliaje mai importante, după DIN 1705 (Bronz și bronz roșu), 1709 (alamă) și 1714 (bronzuri de aluminiu). — [2]) Pentru câteva din aceste aliaje, sau pentru întrebuințarea lor, există în țară și străinătate brevete sau anunțări de brevete. — [3]) Valori după DIN 1713 (aliaje de aluminiu). — [4]) Compoziția și rezistența

b) Turnarea în cochilie [1])

Materialul lichid se toarnă într'o formă metalică din două sau mai multe părți, de fontă sau oțel (cochilie). In cochilie se poate confecționa un număr de piese turnate, limitat numai de durata ei. Avantajele principale ale turnării în cochilie față de turnare în nisip sunt: preciziune

[1]) Werkstoffhandbuch Nichteisenmetalle, Aluminiumkokillenguss J 11, Berlin 1936, Beuth-Vertrieb GmbH. — I r m a n n, l. c. — V ä t h, Die Giesserei 25 (1938), p. 177.

Scanned with OKEN Scanner

de turnare în nisip

Valori de rezistență: Rezistența la întindere σ_B kg/mm² min.	Alungirea spec. la rupere δ_5 % minimum	Duritatea Brinell H_B kg/mm² min.	Temperatura de turnare grd.	Retrecisarea [8]) %
20	3—5	85 (90)	1050—1100	1,4—1,6
20	15	60	1100—1150	1,4—1,6
35	12	80	1100—1200	1,6—2,2
40	20	100	1100—1200	1,6—2,2
45	8	130		
20	10	65	1100—1150	≈ 1,5
15	10	60		
15	7	45	aproximativ 1050	aproximativ 1,5—1,75
18	20	40		
30	10	—	—	
35—60	15	80—130	—	
12—18	0,5—4	60—90	700—780	1,25—1,35
12—18	0,5—4	60—90	680—760	1,3—1,4
17—22	4—8	50—60	680—760	1,1—1,2
17—22	2—5	50—60	700—760	1,1—1,2
18—20	0,5—1	80—95	720—780	1,3
25—29 [5])	1—4 [5])	80—100 [5])	700—770	1,1—1,2
17—28 [5])	1—4 [5])	70—100 [5])	700—770	1,2—1,3
14—18 [6])	3—8 [6])	40—60 [6])		
16—19 [6])	3—8 [6])	50—70 [6])	680—780	1,25—1,4
16—19 [6])	2—5 [6])	55—80 [6])		
16—20 (23—29) [5])	3—6 (1—5) [5])	50—60 (70—90) [5])		
17—22	5—9	45—55	720—770	1,2—1,6
16—20	3—6	50—60		

după prospectul DIN pentru aliajele de magneziu. — [5]) Valori de rezistență pentru starea călită. — [6]) Valori de rezistență pentru starea netratată. — [7]) Categoria Al Cu Ni t (aliaj Y) este călibilă. — Piesele din aliaj Y, turnate în nisip, se călesc totuși numai arareori. — [8]) Valori pentru piese turnate, normale.

mai mare, structura granulară fină cu rezistența de obiceiu mai mare și, la un număr mai mare de piese, cost de fabricație mai mic. Limita inferioară a turnării în cochilie utilizabilă economic, la multe piese potrivite pentru acest fel de turnare, e situată deja între 500 și 1000 bucăți.

Confecționarea cochiliei. Material: fontă cenușie cu structura granulară fină. Miezuri de oțel cu carbon cu 0,4 . . . 0,5% C; miezuri solicitate la temperatură înaltă, din oțel-crom-vanadiu, în cazuri anumite din materiale superaliate, rezistente la cald.

Scanned with OKEN Scanner

Grosimea pereților cochiliei și influența pâlniei de turnare și evacuare trebue să garanteze o solidificare uniformă a piesei turnate. O cochilie construită greșit din punctul de vedere tehnic al turnării, produce incluziuni și micșorează rezistența piesei turnate. Modificări la cochilie se pot executa numai în măsură limitată. Piesele turnate complicate impun adesea miezuri mult divizate, cari îngreunează folosirea cochiliei și scoaterea pieselor turnate. In asemenea cazuri se întrebuințează de preferință miezuri de nisip.

Durata unei cochilii pentru aliaje ușoare e cuprinsă între 6000 și 30 000 piese turnate.

Aerisirea se realizează prin canale de aer, prelucrate în suprafețele de compartimentare și în suprafețele de așezare. Vitesa de solidificare poate fi influențată printr'un strat izolator de grosime variabilă. Temperatura cochiliei în timpul turnării nu trebue să coboare sub 300°. Cochilia se așează pe „masă" și se „închide" și „deschide" cu mâna, sau se pune pe un dispozitiv care permite printr'o pârghie o deschidere și închidere ușoară și rapidă. Spre a se putea îndepărta mai ușor, miezul de oțel trebue să aibă o inclinație conică.

Preciziune: In general, la piese turnate de mărime mijlocie ± 0,2... ± 0,25 mm. După Werkstoffhandbuch,[1]) se pot admite următoarele abateri:

până la 100 mm. diam. ± 0,1 mm.
până la 500 mm. diam. ± 0,5... ± 0,8 mm
până la 1000 mm. diam. ± 0,8... ± 0,1 mm.

La pereți laterali peste 30 mm înălțime, 0,2 mm inclinație.

Pentru găuri și miezuri de oțel:

până la 10 mm. diam. interior și exterior ± 0,1 mm.
până la 50 mm. diam. interior și exterior ± 0,2 mm.
până la 100 mm. diam. interior și exterior ± 0,25 mm.

Inclinația miezurilor: până la 10 mm diam. 1 ...2%
până la 40 mm diam. 0,5...1%.

Proprietățile și avantajele turnării în cochilie: Vitesa mare de răcire dă o structură granulară fină și densă, cu bune proprietăți de rezistență. Suprafețele sunt curate și netede. Menținerea dimensiunilor piesei turnate și rezistența mare permit, față de turnarea în nisip, reducerea grosimii pereților (economie la greutatea piesei). O prelucrare mai redusă, posibilă prin preciziunea piesei turnate, coboară costul de prelucrare

Aliajele de turnare în cochilie:

Aliaje grele:

Aliajele de plumb-staniu și zinc (tabela 3), la turnare în cochilie, găsesc o întrebuințare redusă.

Aliajele grele cu temperatura de topire înaltă: Bronzurile de aluminiu, și bronzurile speciale A și B de aluminiu cu Mn, Fe, Ni după DIN 1714 (tabela 1), se pot turna în cochilie. Structura și rezistența sunt mai favorabile ca la turnarea în nisip. Bronzurile cari conțin staniu nu se pretează la turnarea în cochilie.

Aliaje ușoare (tabela 2): Aliajele ușoare cu proprietate bună de umplerea formei, cu mic interval de temperatură, de solidificare, cu retrecisare mică și rezistență bună la cald, sunt potrivite pentru turnat în cochilie. După turnarea cochiliei, ea trebue deschisă repede, spre a împiedeca ruperea piesei turnate. Turnarea în cochilie a aliajelor ușoare, datorită proprietăților bune de rezistență, a găsit o largă întrebuințare în construcția motoarelor de automobil și avion.

Aliajele de silumin (silumin, silumin de cupru) au cea mai mare putere de umplere a formei. Ele se întrebuințează pentru turnarea cu pereți subțiri. Bună rezistență la coroziune și bună rezistență mecanică.

Aliajele de aluminiu călibile. Categoria Al Si Mg t și Al Mg Si t. Ele se supun după turnare, unui tratament termic (călire). Rezistențele lor mari permit utilizarea pentru piese turnate foarte mult solicitate din punct de vedere mecanic.

Categoria Al Mg t. Caracteristicele acestor aliaje sunt: bună rezistență chimică contra influențelor atmosferice, la apa de mare, și la soluțiile de săruri și posibilitate de polisare. Piese de armătură, de aparate și de armare de tot felul reprezintă domeniile lor de întrebuințare mai importante. Rezistența mare la cald permite întrebuințarea lor pentru capete de cilindri.

Aliajele de pistoane.[2]) Rezistența mare la cald și rezistența bună la uzură a acestor aliaje au condus, în construcția motoarelor de automobil și avion, la întrebuințarea aproape exclusivă a pistoanelor de aliaje ușoare. Ele au o bună conductibilitate termică (în deosebi aliajele au conținut mic de Cu). prin care asigură evacuarea bună a căldurii. Ele se toarnă în cochilie cu miez de oțel; în cazuri excepționale

[1]) Nota [1]) p. 811. — [2]) Incă nu s'a realizat o standardizare a aliajelor de pistoane.

Tabela 2. Aliaje ușoare de turnare în cochilie

Felul aliajului		Categoria după DIN sau numirea	Valori de rezistență: Rezist. la întind. σ_B kg/mm²	Valori de rezistență: Alungir. la rupere δ_5 %	Valori de rezistență: Duritatea Brinell H_B kg/mm²	Temperat. de turnare grd	Retrecisarea[8]) %	Grosimea minimă a peretelui[5]) mm
Aliaje de aluminiu[1])[2])	Aliaje de silumin cu cea mai bună capacitate de umplere a formei	Al Si t	18—26	3—5	60—80	700—800[9])	Cochilie cu miez de oțel 0,5—0,9	2—4
		Al Si Cu t	18—22	2—3	60—80	700—770	Cochil. cu miez de nisip 0,8—1,1	2—4
	Aliaje călibile pentru piese turnate de cea mai mare rezistență mecanică	Al Si Mg t[6]) (Silumin γ)	26—35	0,7—1,5	90—110	700—770	0,5—0,9	2,5—4
		Al Mg Si t[6])	20—30	1—4	80—100	700—770	0,8—1,15	2,5—5
	Aliaje de turnare în cochilie cu rezistență chimică mare	Al Mg t (a)[7])	15—19	3—8	50—60	690—770	Cochilie cu miez de oțel 0,8—1,15	2,8—5
		Al Mg t (b)[7])	22—26	5—8	70—85	680—770	Cochil. cu miez de nisip 0,9—1,2	
		Al Mg t (c)[7])	20—26	5—8	60—80			
	Aliaje de pistoane cu bună rezistență la uzură și la cald[3])	Al Cu t (Aliaj american)	12—20	0,5—4	70—100	700—780	Cochil. cu miez de oțel 0,75—1,1; Cochil. cu miez de nis. 1,00—1,2	2,8—5
		Al Cu t (Aliaj bonalit)	12—20	0,3—1	70—85			
		Al Cu Ni t	19—21	0,5—1	80—100	700—820	Cochil. cu miez de oțel 0,8—1,05; Cochil. cu miez de nis. 0,9—1,2	2,5—4
		KS1275: LowEx; EC 124	19—21	0,7	110			
		KS 280	19	0,2	135			
Aliaje de magneziu[2])	Aliaje de magneziu de turnare[4])	Mg Al t	16—24	2—8	55—65	720—780	1—1,3	3—5

[1]) Date despre compoziție și rezistență după DIN 1713, p. 836. — [2]) Pentru câteva din aceste aliaje, sau pentru întrebuințarea lor există în țară și străinătate brevete și anunțări de brevete. — [3]) Valori de rezistență și după Werkstoffhandbuch Nichteisenmetalle, H. Steudel și R. Sterner-Rainer, J 9, Leichtmetallkolbenlegierungen. — [4]) După conceptul DIN, pentru aliaje de magneziu. — [5]) Grosimea minimă posibilă a peretelui se ia după mărimea piesei turnate și întinderea feței cu grosimea minimă. — [6]) Rezistențele valabile pentru starea călită. — [7]) Rezistențe pentru starea netratată. — [8]) Valori pentru piese turnate, normale. — [9]) Temperatura de topire mare, pentru turnare cu pereți foarte subțiri.

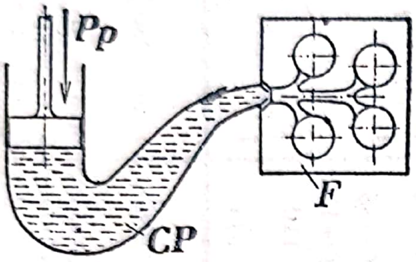
(de ex. pentru un număr mic de piese), cu miezul de nisip. Se pot deosebi două grupuri de aliaje, şi anume: grup cu conţinut mai mare de cupru (categoria Al Cu t şi Al Cu Ni t) şi unul cu conţinut mai mare de siliciu.[1]) Ultimele au coeficienţi de alungire mai mici. Aliajele cu conţinut mai mare de Cu sunt potrivite pentru capete de cilindri răcite cu apă şi cu aer.

Aliajele de aluminiu de retopire: Intrebuinţare pe scară întinsă pentru piesele de automobil şi motocicletă, cu solicitare mai mică. O standardizare a aliajelor încă nu s'a făcut.[2]) Se întrebuinţează aliaje de retopire cu bază de Al-Cu (aliaj american) şi aliaje cu 5...7% Cu şi 3,5...5% Si.[1])

Aliajele de magneziu: [3]) Mai mare întrebuinţare a găsit categoria Mg-Al t. In primul rând e favorabilă greutatea specifică mică.

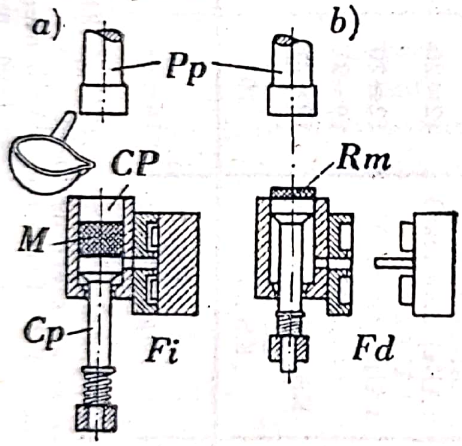
c) Turnarea sub presiune [4])

Prin turnarea sub presiune se înţelege un proces de turnare, la care metalul lichid se introduce cu presiune mare, printr'un ajutaj, într'o formă permanentă. Metalul turnat se solidifică repede, prin vitesa mare de răcire a pereţilor formei. Presiunea mare, sub care stă metalul introdus în formă, permite umplerea perfectă a tuturor părţilor formei. Turnarea sub presiune e o turnare precisă. Ea necesită o formă prelucrată foarte precis, dintr'un material corespunzător. Pentru piese identice, costul formei de turnare sub presiune este de două până la de trei ori mai ridicat decât al unei forme pentru turnare în cochilie. Cu toate acestea, la un număr mare de piese, turnarea sub presiune, prin randamentul ridicat şi prin economia ulterioară la cheltuelile de prelucrare, e preferabilă din punct de vedere al costului, faţă de turnarea în nisip şi în cochilie. După piesa turnată, limita de întrebuinţare economică, e cuprinsă între 2000 şi 10 000 bucăţi.



CP camera de presiune, P_p pistonul de presare, *F* formă cu pâlnie de turnare divizată

Fig. 2. Maşina de turnare sub presiune, cu piston, cu cameră de presiune caldă.



CP cameră de presiune, *Cp* contra piston, *M* metal de turnare, *Pp* piston de presare, *Fi* formă închisă, *Fd* formă deschisă, *Rm* rest de metal; *a*) poziţie înainte de turnare; *b*) poziţie după turnare.

Fig. 3. Maşina de turnare sub presiune, cu cameră de presiune rece.

Metode. Maşina de turnat sub presiune constă din: camera de presiune, forma şi suportul formei. Din camera de presiune, metalul lichid se presează în formă. Se deosebesc maşini de turnare cu cameră de presiune caldă (turnare sub presiune joasă, fig. 2) şi maşini de turnare cu cameră de presiune rece (turnare sub presiune înaltă, fig. 3).

Pentru aliajele cari se topesc uşor, şi în parte şi pentru aliajele uşoare (aliajele de magneziu), se întrebuinţează maşini cu cameră de presiune caldă (turnare sub presiune joasă). Aliajele care se topesc greu (alamă, bronz de aluminiu) şi câteva aliaje superioare de aluminiu se „presează" în maşini cu cameră de presiune rece (turnare sub presiune înaltă). Maşinile cu cameră caldă au, ca mijloc de transmitere a presiunii, un piston (pompă cu piston pentru turnare) sau aer comprimat (maşină de turnare cu aer comprimat). Ele lucrează de obiceiu cu suprapresiuni dela 15...70 kg/cm^2. Metalul de turnat se ţine în camera de presiune la temperatura de turnare, şi se presează în formă. Presiunile mari, la maşinile cu cameră rece de presiune (100...1000 kg/cm^2 suprapresiune), necesită pompe cu piston acţionate mecanic. Inainte de „presare", metalul se introduce în cilindrul pompei (fig. 3). Alama se presează în stare vâscoasă. Aliajele de aluminiu se prelucrează din stare lichidă, fiindcă la presare vâscoasă nu se pot atinge rezistenţe mari [5]).

[1]) Väth, l. c. — [2]) Nota [3]), p. 811. — [3]) Nota [5]), p. 811. — [4]) Werkstoffhandbuch Nichteisenmetalle, J 12 şi K 3, Berlin 1936, Beuth-Vertrieb GmbH. — RKW-Veröffentlichung Nr. 18 Spritzguss, ed. a 3-a, Leipzig 1937. — W. Müller, Spritzgiessen, Die Giesserei 24 (1938), pp. 602 şi 623. — [5]) Incercări au fost făcute de Dornauf, v. şi W. Müller, l. c.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 3. Aliaje de turnare sub presiune

Felul aliajului		Categoria după DIN sau denumirea aliajului	Compoziția aproximativă %	Valori mecanice: Rez. la întindere σ_B kg/mm²	Valori mecanice: Alung. la rupere δ_{10} %	Valori mecanice: Durit. Brinell H_B kg/mm²	Temperatura de turnare grd	Grosimea minimă a peretelui mm	Preciziunea de atins a piesei turnate[5])	Reducerea miezului în % din dimensiunile liniare [5]) (minim)
Aliaje grele cu joasă temperatură de topire[1]) [2])	Aliaje de plumb de turnare sub presiune	Pb tp 97 Pb tp 87 Pb tp 85	96—98 Pb; 2—4 Sb 86—88 Pb; 12—14 Sb 84—86 Pb; 4—6 Sn; 9—11 Sb	5 6 7,5	20 10 8	9 14 18	270—330	0,75—2	până la 5 mm: ± 0,005 mm; peste 5 mm: ± 0,1 %	0,1
	Aliaje de staniu de turnare sub presiune	Sn tp 78 Sn tp 75	77—79 Sn; 16—18 Sb; 3,5—4,5 Cu; p. la 1,5 Pb 74—76 Sn; 16—18 Sb; 4,5—5,5 Cu; 2,5—3 Pb	11,5 10	2,5 1,8	30 30	270—330	0,5—2	până la 10 mm: ± 0,005 mm; peste 10 mm: ± 0,05 %	0,1
	Aliaje de zinc de turnare sub presiune	Zn-Al 4 Cu 3 tp t Zn-Al 4-Cu 1 tp t Zn-Al 4 tp t	3,5—5 Al; 2,4—4 Cu; 0—0,06 Mg; restul Zn 3,5—4,3 Al; 0,6—2,4 Cu; 0—0,06 Mg; restul Zn 3,5—4,3 Al; 0—0,6 Cu; 0—0,06 Mg; restul Zn	32—38 27—33 25—30	2—2,5 2—5 3—6	80—120 70—90 60—70	390—460	0,6—2	până la 1,35 mm: ± 0,02 mm; peste 13,5 mm: ± 0,15 %	0,3
Aliajele grele cu înaltă temperatură de topire[3])		Alamă am 58 Alamă am 60 Bronz de aluminiu bz Al 10	58 Cu; 2 Pb; 40 Zn; 60 Cu; 0,8 Pb; 39 Zn; 90 Cu; 10 Al	34,6 36,6 50—60	3,7 8,6 10	90 90 170	1000—1100	1,5—3	± 0,35 % minimum ± 0,08 %	—
Aliaje ușoare [2]) [4])	Aliaje de aluminiu de turnare sub presiune	Al Cu Ni tp Al Si tp Al Si Cu tp Al Mg tp	92—94 Al; 4,5—6 Cu; 1,5—2 Ni 89,3—91,5 Al; 0,5—0,7 Mn; 8—10 Si 90—94 Al; 2,5—4 Cu; 3,5—6 Si 88,5—96 Al; 4—9,5 Mg; 0—0,8 Mn; 0—1,2 Si	19—24 20—25 20—24 20—24	1,6—2,6 1,6—2,2 1,8—2,2 1—2	70—90 70—90 60—70 70—90	600—700	1—3	până la 15 mm: ± 0,3 mm; peste 15 mm: ± 0,2 %	0,8
	Aliaje de magneziu de turnare sub presiune	Mg Al Zn tp	8—10 Al; 0,2—1 Zn; 0,1—0,5 Mn; restul Mg	18—20	1—2	60—70	600—700	1—3	până la 13,5 mm: ± 0,02 mm; peste 13,5 mm: ± 0,15 %	0,5

[1]) Valorile și rezistențele celor mai importante aliaje grele cu joasă temperatură de topire, după DIN 1741 (aliajele de plumb de turnare sub presiune), 1742 (aliajele de staniu de turnare sub presiune) și 1743 (aliajele de zinc de turnare sub presiune). — [2]) Pentru câteva din aceste aliaje sau pentru utilizarea lor, există în țară și străinătate brevete și anunțări de brevete. — [3]) Date după Stoffhütte, ed. a 2-a, 1937, p. 136/137. — [4]) Date după DIN 1744 (aliajele ușoare de turnare sub presiune). — [5]) După mărimea și forma piesei.

Construcția formei. Forma, împărțită în două jumătăți, e ținută închisă în suportul formei, prin presiunea de închidere, care trebue să fie destul de mare, spre a împiedeca o cădere a formei cu ocazia presării.

Golurile în piesele turnate, se realizează prin miezul de oțel. Anumite goluri necesită miezuri demontabile. Miezurile trebue să aibă inclinație conică. Confecționarea perfectă necesită multă experiență.

Pentru formele de plumb și staniu se ia oțel ordinar de carbon (0,4...0,5% C), pentru aliaje de zinc, aliaje ușoare și pentru aliaje grele cu temperatură de topire înaltă, oțel crom-vanadiu sau crom-molibden. Pentru miezuri se alege oțel cu Cr-V și Cr-Mo, la încărcare foarte mare, oțel superaliat rezistent la cald (de ex. oțel cu wolfram). Pentru mărirea durabilității, se călesc formele foarte mult solicitate la cald. Pentru o bună conducere a aerului, se prevede tăierea canalelor de aer. Așezarea adecuată a pâlniei de turnare și evacuare este hotărîtoare pentru confecționarea fără cusur a piesei turnate. Pâlnia de turnare se așează fie în planul de diviziune al formei (pâlnie ramificată, fig. 2), fie în mijlocul unei jumătăți de formă (pâlnie neramificată, fig. 3).

Durata formelor e nelimitată pentru aliajele de plumb și staniu; pentru aliajele de zinc 100 000...300 000 (500 000), pentru aliajele ușoare 12 000...80 000 (aliajele de magneziu atacă formele mai puțin, aliajele de aluminiu mai mult) și pentru aliajele grele cu temperatură de topire înaltă 8000...30 000 turnări

Proprietățile turnării sub presiune. Netezimea suprafețelor și exactitatea detaliilor piesei turnate caracterizează turnarea sub presiune joasă și înaltă. Efectul mare de călire la pereții răciți ai formei dă o structură granulară foarte fină, cu cele mai bune proprietăți de rezistență. Incluziunile fine de oxid și porii de gaze din secțiunile pereților sunt fără influență prea mare asupra rezistenței și densității piesei turnate. Forma precis prelucrată și presiunea înaltă de turnare îi dau piesei turnate măsura maximă a preciziunii. (Preciziunea de atins a piesei turnate și toleranțele v. tabela 3). Cu cât e mai înaltă temperatura de topire a aliajului, cu atât mai mult scade preciziunea ce se poate atinge.

Aliaje de turnare sub presiune, tabela 3, p. 817:

Aliaje grele cu temperatură joasă de topire: Aliaje de plumb și staniu pentru piese de mare preciziune, fără solicitare prea mare (litere de tipar, piese de contoare).

Aliaje de zinc [1] [2]): Se întrebuințează aliaje de aluminiu de categoria Zn Al Cu tp și Zn Al tp, care prezintă o bună stabilitate volumetrică. Ele trebue refăcute din materiale prime pure. Prin adause de Mg și Li se obține o structură granulară foarte fină, rezistență mare și stabilitate. Aceste aliaje au înlocuit aliajele de zinc cu conținut de staniu, altădată des întrebuințate, cari posedă o bună stabilitate, însă rezistență mică. Se întrebuințează pentru piesele aparatelor de tot felul, la solicitare mecanică mică.

Aliaje grele cu temperatură înaltă de topire: Bronzurile de alamă și aluminiu se presează în mașini cu cameră de presiune rece (turnare sub presiune înaltă). S'au obținut rezistențe mari. Utilizarea pentru piese mici de aparate și mașini, cu solicitare mare.

Aliaje ușoare: S'a introdus mult turnarea sub presiune. Pentru aliajele de aluminiu cu grad mare de puritate se aplică procedeul de turnare sub presiune înaltă.

Aliaje de aluminiu cu bază de Al Cu Ni (aliaje Y), pentru piese rezistente la cald, cu bază de Al Si (silumin și Al Si Cu pentru piese cu pereți subțiri cu bune proprietăți de rezistență. Categoria de aliaj Al Mg tp se întrebuințează pentru piese turnate, cari trebue să posede o cât mai mare rezistență la coroziune.

Aliajele de magneziu se întrebuințează astăzi pe scară întinsă pentru piese de aparate cari nu sunt expuse coroziunii. E avantajoasă rezistența bună și greutatea specifică mică.

d) Turnarea centrifugă [3])

Metode. Metalul topit e expus în timpul turnării la o mișcare de rotațiune. Forța centrifugă presează metalul pe pereții formei, unde se solidifică. Ca regulă, mișcarea de rotațiune i se transmite metalului topit

---

[1]) Anderson și Werley, Zinc die casting alloy (aging data), Metals and Alloys I (1937), p. 97.

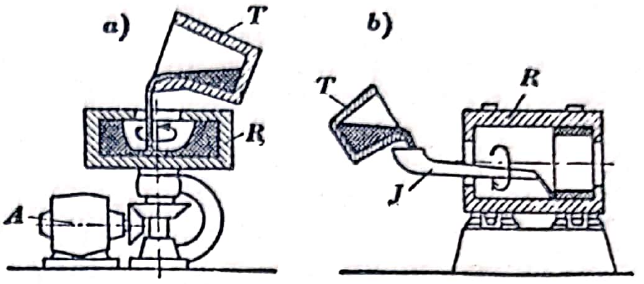
[2]) Dornauf, Neue Erkenntnisse über Zink-Spritz- und Preßguß unter besonderer Berücksichtigung amerikanischer Erfahrungen, Z. f. Metalik 29 (1937), fasc. 2, p. 53/60.

[3]) Väth, Der Schleuderguß, Berlin 1934, editura VDI.

prin forma de turnare, care se roteşte în jurul unei axe. Turnarea centrifugă se pretează la fabricarea corpurilor de revoluţie, ca tuburi, inele şi manşoane. După poziţia axei de rotaţiune a formei, se deosebesc:

Turnare centrifugă verticală, cu axă de rotaţiune verticală (fig. 4a),

Turnare centrifugă orizontală, cu axă de rotaţiune orizontală (fig. 4b).



a) turnare centrifugă verticală (forma rotativă în jurul unei axe verticale).
b) turnare centrifugă orizontală (forma rotativă în jurul unei axe orizontale).
A acţionarea, *R* forma rotativă,
T oala de turnare, *J* jghiab de turnare.

Fig. 4. Metode de turnare centrifugă.

Procedeele de turnare centrifugă verticală servesc în primul rând la confecţionarea inelelor cu înălţimea mai mică decât raza. Tuburile, cusineţii şi manşoanele se toarnă aproape exclusiv cu axa de rotaţiune orizontală. Ca formă rotitoare se alege o cochilie de fontă cenuşie sau de oţel (efect mare de călire), sau o formă căptuşită cu nisip (mică vitesă de răcire).

Avantaje şi utilizare: La număr mare de piese, turnarea centrifugă e mai ieftină decât turnarea în nisip. Afară de aceasta, proprietăţile de rezistenţă ale pieselor turnate centrifugal sunt bune şi de mare uniformitate. Fabricaţia tuburilor de fontă se face astăzi, în cea mai mare parte, după metoda de turnare centrifugă [1]).

Alama, bronzul roşu şi bronzurile: Proprietăţile mai favorabile ale unei alame speciale şi ale unui bronz fosforos [2]), turnat centrifugal, faţă de turnarea în nisip, rezultă din următoarea tabelă.

	Rezistenţa la întindere σ_B kg/mm²		Alungirea spec. δ_5%	
	Turnare centrifugă	Turnare în nisip	Turnare centrifugă	Turnare în nisip
Alamă specială DIN 1709 .	51	43	32	24
Bronz fosforos	34	20	21	10

După metodele de turnare centrifugă se fabrică: Manşoane de protecţie pentru arbori la vasele marine, dela 150...1000 mm diam., din bronzuri speciale, valţuri de presare din cupru şi bronzuri (fără pori), coroane dinţate din bronzuri speciale de aluminiu şi manşoane rezistente la uzură, din diferite aliaje de cupru.

Aliaje de paliere: Se toarnă centrifugal cusineţi din aliaje de cusineţi cu conţinut mare de plumb şi staniu în cazul unui număr mai mare, sau chiar în cazul cusineţilor izolaţi cu diametre mari. Rezultă o structură granulară fină şi coeziune mare şi omogenă.

Aliaje uşoare: Pentru scopuri diferite, se toarnă centrifugal tuburi, cercuri şi cusineţi inelari din aliaje cunoscute de aluminiu, spre a obţine rezistenţă bună şi uniformă şi densitate mare.

e) Pulberi metalice

Pentru fabricarea corpurilor din metale sau aliaje greu de topit şi de turnat, se întrebuinţează pulberi metalice. Corpurile se presează din pulbere, şi apoi se concreţionează (se încălzesc la temperatura eutecticului, n. tr.) (ceramică metalică) [3]). Granulaţiile principale ale pulberii sunt cuprinse între 0,0001 şi 0,1 mm. Cele mai importante feluri de fabricaţie a pulberii sunt:

1. **Mărunţirea** metalelor casante. Sfărâmarea bucăţilor mai mari şi măcinarea în mori de pulverizare. Ex.: stibiu, zinc, staniu, crom.

2. **Acţionarea mecanică** asupra metalelor lichide. Scuturarea metalelor semi-topite (vâscoase) în maşini vibratoare (de ex. obţinerea „grişului de aluminiu"). — Tur-

¹) Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 293.
²) S i m o n, Gießereizeitung 26 (1929), p. 700.
³) S k a u p y, Metallkeramik, Berlin 1930, ed. Chemie.

narea unei vine metalice în apă sau pe roată învârtitoare (fabricarea alicelor) [1]. — Pulverizarea metalelor topite prin curenți de gaze neutre, sau prin aer.

3. Fabricație prin vaporizare și condensare rapidă (ex. praf de zinc).

4. Fabricație prin proces chimic. O combinație în formă de praf, de ex. un oxid al metalului, se reduce printr'un reductor, de ex. hidrogen, oxid de carbon, carbon sau metale pronunțat pozitive (metale alcaline sau alcalino-teroase). Rezultă pulberi metalice de granulație fină. Ex. wolfram[2]), molibden, tantal, toriu, zircon, nichel, fier.

III. Fier și oțel [3])

Prelucrat de prof. dr. ing. E. H. Schulz, Dortmund

a) Clasificare și definiții

Conceptul. „Fier" înseamnă de-o parte metalul pur (elementul chimic) Fe, de altă parte „fierul tehnic", care conține întotdeauna adause de alte elemente (în deosebi C, Si, Mn, P, S și Cu) și e deci un aliaj. Fierul tehnic cuprinde fonta brută și fonta de turnare (ambele neforjabile) și oțelul (forjabil).

Pentru delimitare e hotărîtoare în primul rând conținutul de carbon, care determină în mare măsură proprietățile fierului tehnic. In lipsa influenței altor adause, forjabilitatea și deci domeniul oțelului încetează la cca 1,7% carbon (fig. 1) (diagrama de echilibru Fe-C).

1. Fier pur și aliaje fier-carbon. Proprietățile fizice ale fierului pur v. tabela 2, p. 804. Gr. spec. a fierului pur, 7,876 kg/dm³, scade cu sporirea conținutului de carbon; la 1% C e 7,82. Conductibilitatea termică a fierului pur e de cca 62 kcal/mh°, scade cu creșterea temperaturii; la 700 ° e cca 33 kcal/mh°; prin carbon și alte adause la fier se micșorează, de ex. la 1% C la temperatura normală e cca 44, la 0,5% C, 0,5% Si și 0,5% Mn cca 33, oțelul inoxidabil (> 12% Cr) cca 20, fonta de turnare 40...55. Căldura spec. v. tabela 1 și tabela 9, p. 535. Coeficienții

Tabela 1. Căldura specifică mijlocie a fierului c_0^t între 0 și t° [4])
Cantitatea de căldură Q_0^t kcal pt. încălzirea unui kg fier dela 0 la t° după Oberhoffer

t	300	400	500	600	700	800	900	1000	1200	1400
c_0^t	0,126	0,131	0,137	0,142	0,159	0,170	0,170	0,168	0,167	0,167
Q_0	37,7	52,2	68,3	85,0	111,6	136	153	168	200	233

de dilatație în p. 532. Coeficienții de radiație în tabela 16, p. 600. Punctul de topire, căldura de topire, punctul de vaporizare și căldura de vaporizare v. tabela 6, p. 533. Conductibilitatea electrică tabela 2, p. 804 (o sârmă de 1000 m lungime și 1 mm² secțiune are la 0° rezistența de cca 100 Ω). Fierul e magnetic, peste 770° devine nemagnetic. Forma cristalelor: regulată, dispoziția atomilor sub 900° și peste 1400° cubică centrată spațial, între 900° și 1400° cubică centrată superficial.

Peste 720° aliajele fier-carbon își modifică constituția internă la temperaturi diferite, după conținutul de carbon (diagrama de echilibru Fe—C, fig. 1). Explicația denumirilor structurale, a punctelor de transformare, etc v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 207 ș. u.

---

[1]) Alicele au în general diametrul de câțiva mm. Ele se întrebuințează pentru aliare (de ex. adaus de nichel sub formă de alice la fabricarea fontei cu nichel).

[2]) Sârma de wolfram pentru becuri de iluminat se fabrică din vergele de wolfram.

[3]) **Bibliografie:** Date amănunțite în Eisenhütte, ed. a 4-a, Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 201, și Werkstoffhandbuch Stahl und Eisen, ed. a 2-a, Düsseldorf 1937, editura Stahleisen.

[4]) Amănunte v. în Eisenhütte, ed. a 4-a.

2. Fonta brută şi fonta de turnare. Conţinutul de carbon de cele mai multe ori peste 2,6%, neforjabilă, practic fără alungire la încercarea de rupere la întindere, la încălzire se topeşte direct (fără transiţie prin starea pastoasă).

După cum se prezintă conţinutul în carbon, deosebim:

F o n t ă b r u t ă c e n u ş i e, la care, după solidificare, partea mai mare a carbonului apare ca grafit, suprafaţa spărturii cenuşie;

f o n t ă b r u t ă a l b ă, la care aproape întreaga cantitate de carbon e combinată în formă de carbură de fier (Fe_3C); suprafaţa de spărtură albă, mai dură şi mai fragilă decât fonta brută cenuşie.

Fonta brută de compoziţie potrivită, care e turnată în forme — de cele mai multe ori după o nouă retopire — pentru o utilizare directă, e f o n t a d e t u r n a r e.

Pentru ameliorarea proprietăţilor mecanice şi a rezistenţei la coroziune, se fac fonte de turnare cu adause: f o n t a d e t u r n a r e a l i a t ă.

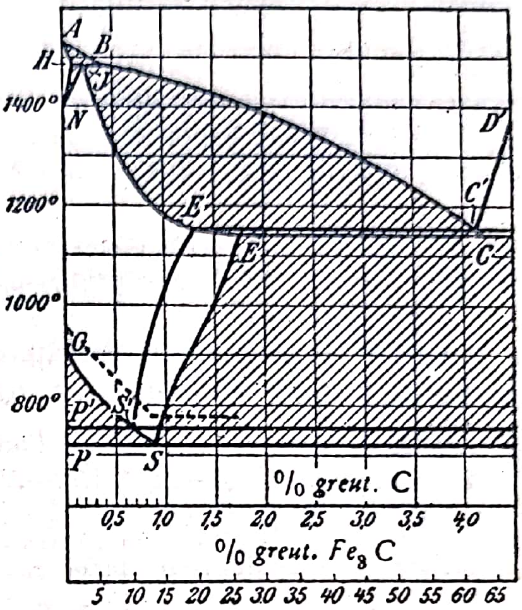


Fig. 1. Diagrama fier-carbon

3. Oţelul. a) O ţ e l u r i c u c a r b o n — denumite şi oţeluri nealiate — au un conţinut de carbon dela cca 0,02% până la practic cca 1,3%; alte adause — variind în parte după modul de fabricaţie şi după utilizare — sunt:

siliciu	urme ... cca 0,35%	sulf	0,01 ... cca 0,06%
mangan	cca 0,3 ... 0,8%	cupru	urme ... cca 0,15%
fosfor	0,01 ... cca 0,10%		

b) In o ţ e l u r i l e a l i a t e unele din adausele ce există în oţel, afară de carbon, întrec cu mult valorile maxime indicate sub a) sau sunt adăugate şi alte elemente; în ambele cazuri proprietăţile oţelului sunt modificate.

b) Producerea fierului tehnic

1. Fierul pur. Se fabrică prin electroliza sărurilor de protox. de fier (fier electrolitic), sau prin reducerea oxizilor de fier în curent de hidrogen şi apoi prin topirea în vid a pulberii de fier (fierului buretos) astfel obţinută, sau prin metoda carbonilului (carbonil de fier), după metoda obişnuită la nichel.

2. Fonta brută. La topirea în cuptorul înalt se reduc întotdeauna din minereu, afară de fier, şi anumite cantităţi de siliciu, mangan, fosfor, cupru şi arsen, cari se amestecă cu fierul; tot aşa sulful din minereu şi din cocs trece în metal (prin adăugarea de oxid de calciu trecerea se moderează); din cauza solubilităţii carbonului în fierul lichid rezultă mai ales un conţinut mare de carbon a fontei brute. Compoziţia diverselor calităţi de fontă brută v. tab. 2, p. 822.

Pentru producerea o ţ e l u l u i T h o m a s, fonta obţinută din mai multe cuptoare înalte e adunată lichidă în melanjoare de fontă brută (capacitate până la 1000 tone). Prin aceasta se egalizează deosebirile în compoziţia diferitelor turnări şi se micşorează mult conţinutul de sulf. Când se întrebuinţează minereuri predominant acide (bogate în silice), cari ar reclama un adaus prea mare de var, se produce o fontă brută cu un conţinut supranormal de sulf, care e apoi desulfurată după turnare, prin tratarea cu baze, în stare lichidă.

Oţelul. Procedeul convertisării cu curent de aer. Pentru producerea oţelului de fuziune Thomas, se toarnă fontă brută bogată în fosfor în stare lichidă, adăugându-se var în vase în formă de pară (convertisori) căptuşite cu dolomită (masă bazică) şi apoi se suflă în metalul lichid aer, prin baza prevăzută cu orificii. Prin oxigenul aerului ard (se gazeifică sau se scorifică) Si, Mn, C şi P; fosforul se combină cu calciul şi trece în sgură (sgura Thomas importantă ca îngrăşământ agricol). Din cauza utilizării unei fonte brute bogată în fosfor la producerea oţelului Thomas, conţinutul de fosfor a acestui oţel e în general mai mare decât la oţelul Siemens-Martin. Aceasta tocmai pentru o convenabilă realizare a procedeului, deoarece o reducere prea mare a conţinutului de fosfor ar duce la o prea mare şi vătămătoare creştere a conţinutului de oxigen. Fierul astfel obţinut e desoxidat, adus la conţinutul dorit prin adaus de carbon (recarburare) şi turnat în lingouri.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 2. Calități de fontă brută

(Conținutul în %)

C	Si	Mn	P	Spărtura	Adause	Conținutul de Fe	Cocsul necesar[1])
1. Fontă brută albă de pudlare. Calitatea loreno-luxemburgheză							
3,3–3,6	0,2–0,8	0,3–0,6	1,50–2,0	albă truitată	5,30–7,0	94,70–93,0	90–100
2. Fontă brută de pudlare, superioară							
3,5–3,8	0,3–1,0	3,0–5,0	0,10–0,3	albă truitată	6,90–10,1	93,10–89,9	90–100
3. Fontă brută pentru oțel							
3,5–4,0	0,3–1,0	3,0–6,0	0,08–0,3	albă	6,88–11,3	93,12–88,7	95–110
4. Fontă brută Thomas							
3,5	0,15–0,6	1,0–1,5	1,70–2,0	albă truitată p. la albă semicenușie	6,50–8,0	93,50–92,0	90–110 din minotte până la 125
5. Fontă brută Bessemer							
3,5	1,5–2,0	1,0	0,1	cenușie	6,10–6,6	93,90–93,4	110
6. Fontă brută de turnătorie: a) săracă în fosfor							
4,0	2,0–3,0	1,0	0,1	cenușie	7,10–8,1	92,90–91,9	110–130
b) cu conținut de fosfor mijlociu							
4,0	2,0–3,0	0,6	0,6	cenușie	7,20–8,2	92,80–91,8	110–130
c) cu conținut de fosfor mare							
4,0	2,0–3,0	0,5	1,7	cenușie	8,20–9,2	91,80–90,8	110–130
7. Fontă miroitantă							
4,0–5,0	1,3–0,2	10,0–30,0	0,1	albă	14,60–36,4	85,40–63,6	110–130 și mai mult
8. Feromangan							
5,0–7,0	1,3–0,2	20,0–80,0	0,2	albă	26,50–87,9	73,50–12,1	140–275
9. Ferosiliciu							
1,6–3,8	12,0–16,0	1,0	0,1	amestecată	14,70–17,9	85,30–82,1	250–300
10. Siliciu miroitant							
1,4	12,0	19,0	0,2	albă	32,6	67,4	250–300

[1]) In kg pentru 100 kg fontă brută.

Convertisarea cu curent de aer în covertisoare căptușite cu gresie sau cuarț măcinat (masă acidă) (metoda Bessemer), reclamă fontă brută săracă în fosfor și de aceea e utilizată numai puțin în Germania pentru producerea oțelului turnat. Și oțelul Bessemer, obținut prin metoda acidă, are adesea un conținut de fosfor mai mare decât oțelul normal Siemens-Martin.

Oțelul de fuziune Siemens-Martin. Fontă brută și fier vechiu se topesc în cuptoare cu vatră și cu recuperare de căldură, apoi se afinează prin arderea înceată a impurităților și adăugându-se piatră de var. Metoda poate fi realizată exclusiv cu șarjă de fier vechiu ca *simplu proces de retopire* sau ca „proces fontă brută-minereu“, unde fonta brută introdusă în stare lichidă e afinată prin minereuri pure de fier. Căptușeala cuptorului e cele mai multe ori bazică, arareori acidă.

Oțelul de creuzet. Cantități precise de oțel pur sunt retopite în creuzete, împreună cu eventualele adause dorite (Ni, Cr, W, Mo, V etc.), și apoi turnate. Produsul e deosebit de pur (conținut redus de oxid). Din cauza prețului ridicat de revenire, se mai realizează numai în măsură redusă.

Scanned with OKEN Scanner

Oţelul electric. Produs prin acţiunea termică a curentului electric, prin arc voltaic sau inducţiune asupra unei şarje lichide, sau reci. Şarja lichidă provine din cuptorul S-M, unde se face preafinarea, şarja solidă constă din oţel vechiu şi fontă brută. Căptuşeala cuptoarelor e bazică, uneori şi acidă.

Oţelul sudabil sau **pudlat** (produs încă numai în cantităţi reduse). Fontă brută e topită în contact cu sgure ce pot ceda oxigen (oxid de fier) în cuptoare cu flacără (cuptoare de pudlare) de o capacitate de 300...500 kg, e amestecată (pudlată) cu nişte bare de fier şi astfel afinată. Oţelul acesta conţinând multă sgură şi obţinut în stare de pastă, e reunit în blocuri (lupe) de cca 60 kg, forjat (eliminarea unei mari părţi din sgură) şi laminat în „bilete". Apoi e pachetat (uneori şi cu resturi de oţel pudlat sau de fuziune), trecându-se la laminarea definitivă. Materialul conţine foarte multă sgură.

Oţelul cementat. Oţel moale (de obiceiu oţel sudat) este împachetat în cărbune de lemn şi recopt cca 8 zile în cutii sau cuptoare de recoacere. Astfel absoarbe carbon (până la 0,9...1,5%), de şarjă pentru procesul în creuzet.

c) Compoziţia chimică, structura şi proprietăţile fierului tehnic

1. **Fierul** (p u r), cea mai pură formă practică: F i e r u l e l e c t r o l i t i c. Cantitatea impurităţilor foarte reduse, conţinutul de fier e de 99,95 . . . 99,98%.

Fierul electrolitic e foarte maleabil la rece şi la cald. Se deosebeşte practic de oţelul cel mai moale, adică cu cel mai redus conţinut de carbon, numai printr'o şi mai redusă duritate şi rezistenţă şi printr'o mai mare maleabilitate şi alungire. Aproape nu are importanţă practică.

2. **Fonta brută:** Constituenţii importanţi pentru proprietăţile fontei brute sunt carbonul în forma combinată şi necombinată, siliciul, manganul, fosforul. Compoziţiile diferitelor calităţi de fontă brută sunt date în tabela 2. Despre fonta de turnare v. p. 824.

3. **Oţelul:** In oţelurile nealiate c a r b o n u l, în formă de carbură de fier (Fe_3C), e cel mai important element. Rezistenţa la întindere a oţelului laminat creşte cu conţinutul de carbon dela cca 30 kg/mm² până la 100 kg/mm², dela 0 la 1% C, în mod corespunzător alungirea scade, în stare recoaptă rezistenţa creşte dela 30 la 60 kg/mm². Temperatura de topire scade cu creşterea conţinutului de carbon după linia *ABC* (fig. 1). Cu creşterea conţinutului de carbon sporeşte până la o anumită limită şi posibilitatea de călire a oţelului.

S i l i c i u l micşorează desvoltarea de gaze în oţelul topit şi determină de aceea reducerea porozităţilor (oţel necalmat, semicalmat, calmat). Mărimea conţinutului de siliciu e limitată deoarece odată cu sporirea conţinutului de siliciu scade forjabilitatea şi sudabilitatea. Un oarecare conţinut de m a n g a n e neapărat necesar, acesta având rolul de desoxidant pentru realizarea ireproşabilă a procesului metalurgic al oţelurilor. S u l f u l, peste un anumit conţinut, scade forjabilitatea şi sudabilitatea, oţelul devenind casant la cald pentru un anumit interval de temperatură. Limita superioară admisibilă diferă după calitatea oţelului. F o s f o r u l în conţinut mai mare scade rezilienţa. De altă parte, un conţinut mai mare de fosfor şi în deosebi de sulf până la 0,2% sporeşte posibilitatea de prelucrare cu unelte tăietoare (oţel de automate). Un conţinut de c u p r u de cca 0,2% şi mai mult reduce mult repeziciunea de ruginire în atmosferă. De altfel repeziciunea de ruginire la oţel e independentă de compoziţia chimică (v. însă oţeluri inoxidabile, p. 828). Oţelul conţine de asemenea intotdeauna cantităţi reduse de o x i g e n (ca FeO, la cantităţi mai mari face oţelul casant la cald), a z o t (în oţelul Thomas de cele mai multe ori cca 0,01, în oţelul electric cca 0,008...0,016, în oţelul Siemens-Martin 0,03...0,008%) şi h i d r o g e n.

A d a u s e l e pentru oţeluri aliate, în esenţă mangan, siliciu, nichel, cupru, crom, wolfram (tungsten), molibden şi vanadiu pentru **oţeluri de construcţii**; crom, wolfram (tungsten), molibden şi vanadiu (elemente ce formează carburi) pentru **oţeluri de scule.**

La o ţ e l u r i l e a l i a t e se deosebesc două grupuri: oţeluri slab şi mijlociu aliate şi oţeluri cu mare conţinut de adaus; la ultimele structura oţelului e adesea complet schimbată faţă de oţelurile cu carbon sau slab sau mijlociu aliate (oţeluri austenitice). Aceste oţeluri reclamă un tratament termic cu totul diferit. Tabelele 6...10 şi 12, pp. 827...831 dau exemple de cele mai importante grupuri de oţeluri aliate. Se pot vedea acolo cantităţile de adause ce intră în mod practic în considerare.

d) Operaţiile de prelucrare [1]

1. Fonta turnată. Fontă brută de diferite compoziţii şi fier vechiu se retopesc în cubilouri sau în cuptoare cu flacără şi apoi totul e turnat în forme de nisip, utilizabile o singură dată, în forme permanente sau după procedee speciale (turnare centrifugă).

Fonta dură. Fontă de compoziţie deosebită e turnată în cochilii feroase. Din cauza răcirii mai rapide, pătura superficială se solidifică sub forma de fontă albă şi dură.

Fonta perlitică. Fontă de turnare produsă după o metodă specială cu bune proprietăţi de rezistenţă (formare deosebită a structurii perlitice şi a repartiţiei grafitului).

Fonta maleabilă. Fontă turnată albă, decarburată printr'un tratament oxidant de recoacere.

Tabela 3. Compoziţia calităţilor de fontă turnată %

Utilizarea	C total	Si	Mn	P	S ≤	
Fontă de construcţii şi comercială	3,3—3,6	2,0—2,5	0,4—0,8	0,6—1,2	0,120	
„ „ maşini obişnuită . . .	3,4—3,6	2,0—2,5	0,6	0,8	0,120	
Fontă de maşini după prescr. spec.: Fontă de maş. uşoară	3,4—3,6	2,0—2,2	$>$ 0,80	$<$ 0,6	0,120	
„ „ „ mijlocie	3,2—3,4	1,8—2,0	$>$ 0,80	$<$ 0,5	0,120	
„ „ „ grea	3,1—3,3	1,6—1,8	$>$ 0,80	$<$ 0,4	0,120	
Fontă superioară	2,8—3,2	1,2—1,8	0,8—1,2	$<$ 0,30	0,120	
Fontă dură: în toată masa . . .	2,8—3,3	0,6—1,2	0,4—1,2	0,50	0,120	
la supr. (supr. călită) . .	3,0—3,4	0,5—1,0	0,4—1,2	0,10	0,05	
în role	2,8—3,2	0,5—1,5	0,6—0,8	0,03	0,05	
Fontă rezistentă la acizi	—	12—14	—	—	—	
„ „ „ baze	3,0—3,4	1,2—1,6	0,80	0,20	0,12	Ni 1—2%
„ „ „ foc	3,1—3,3	1,4—1,6	$<$ 0,5	$<$ 0,5	0,12	ev. adaus de Cr

Fonta de turnare [2]). Compoziţie şi proprietăţi v. tabela 3, tabela 3 şi 6, pp. 532 şi 533 şi tabela 1...3, pp. 754 şi 755, retrecisările liniare tabela 4, p. 533. Fonta rezistentă la acizi conţine până la 14% Si (nu poate fi prelucrată de loc sau cu greutate cu unelte de tăiere); fonta rezistentă la foc cu adaus de crom până la 30% Cr.

Detalii asupra condiţiilor de recepţie a fontei, proprietăţi etc. DIN 1691.

Oţelul turnat. Se topesc fier vechiu şi fontă brută în cuptorul Martin acid sau bazic, în cuptoare cu creuzete sau în cuptoare electrice, sau se afinează fonta brută topită în cubilou în mici convertisoare Bessemer şi se toarnă oţelul în forme refractare.

Oţelul turnat, fără un tratament ulterior, are o structură cu granule mari şi deci o foarte redusă rezilienţă; de aceea după turnare piesele de oţel turnat sunt aproape întotdeauna recoapte scurtă vreme deasupra lui A_3, ceea ce face ca structura să se transforme, obţinându-se o granulaţie fină, şi rezilienţa să sporească considerabil [3]). Oţelul turnat e forjabil fără vreun tratament prealabil. In DIN 1681 sunt arătate proprietăţile, clasificarea şi încercările oţelului turnat (tabela 4). Afară de calităţile standardizate de oţel turnat, se fabrică oţel turnat pentru deosebite domenii de utilizare v. tabela 5. Piese turnate din fontă de turnare, care urmează să obţină proprietăţi asemănătoare oţelului, printr'un tratament în cuptoarele de temperare (fontă maleabilă), nu pot fi denumite oţel turnat (DIN 1681).

[1]) Date detaliate despre instalaţii şi exploatare v. Eisenhütte, ed. a 4-a, 1930.
[2]) Jungbluth, Hochwertiges Gusseisen. Die Giesserei 15 (1928), p. 457...466 şi 486...493. — V. şi Eisenhütte, ed. a 4-a, p 561.
[3]) V. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 207 ş. u.

Tabela 4 a și b. Calități de oțel turnat (DIN 1681). Valori minime

a) Calități normale

Notația	σ_B kg/mm²	δ %
olt 38·81	38	20
olt 38·81 R	38	25
olt 45·81	45	16
olt 50·81 R	50	19
olt 52·81	52	12
olt 60·81	60	8

olt 38·81 R și olt 50·81 R numai pentru construcția de locomotive și vagoane după prescripțiile căilor ferate germane

b) Calități speciale

Notația	σ_B kg/mm²	σ_F kg/mm²	δ %
olt 38·81 S	38	18	25
olt 45·81 S	45	22	22
olt 52·81 S	52	25	16

olt 38·81 S și olt 45·81 S corespund în ceea ce privește rezistența minimă la întindere și alungirea spec. la rupere prescripțiilor Lloyd-ului german.

Tabela 5 a...c Oțeluri turnate speciale

a) Oțel turnat cu proprietăți magnetice deosebite

Notația	σ_B kg/mm²	δ %	Inducția magn. AS/cm	B_{25} 25	B_{50} 50	B_{100} 100
olt 38·81 D	38	20	unități CGS (Gauss)	14 500	16 000	17 500
olt 45·81 D	45	16		14 500	16 000	17 500

b) Oțel turnat pentru cementare

Numirea	Starea	σ_B kg/mm²	σ_F kg/mm²	δ $L=5\,d$ %
Oțel turnat moale pt. cementare . .	recopt	40	22	25
	călit	50	30	18
Oțel turnat aliat cu nichel pt. cementare	recopt	45	28	25
	călit	60	40	18

c) Oțel turnat pentru piese de construcții foarte mult solicitate

Numirea	Starea	σ_B kg/mm²	σ_F kg/mm²	δ $L=5\,d$ %
Oțel turnat special (nealiat)	ameliorat	50	28	18
,, ,, moale cu siliciu	,,	50	30	18
,, ,, dur ,, ,, ...	,,	55	35	16
,, ,, moale ,, mangan . . .	,,	52	30	18
,, ,, dur ,, ,, ...	,,	58	33	16
,, ,, cu nichel și mangan . . .	,,	55	33	18
,, ,, ,, 2—3 % nichel . . .	,,	60	35	18
,, ,, moale cu crom și nichel .	,,	65	40	15
,, ,, dur ,, ,, ,, ,, .	,,	75	45	12

Proprietățile de rezistență arătate reprezintă valori minime în epruvete turnate.

2. **Prelucrarea plastică.** L a c a l d : l a m i n a r e a : Cea mai mare parte a oțelului, în deosebi a oțelului Thomas și SM, e laminată în șine, traverse, profile, bare, sârme, table, fier lat. F o r j a r e a c u c i o c a n u l : In special pentru oțeluri de scule sau de construcții de calitate superioară, pentru piese greu de laminat. Asemănătoare e și forjarea în matrițe. P r e s e d e f o r j a r e pentru piese mari forjate. T r a g e r e a pentru fabricația tuburilor și cilindrilor cu pereți groși.

Scanned with OKEN Scanner

b) La rece: laminarea: Fier lat mai subțire și table de dimensiuni precise. Lame de ras, eclise pentru lanțuri, etc. Trefilarea: Mai ales sârmă, de asemenea bare profilate și tuburi. Ștanțarea și presarea sunt utilizate la oțeluri cu rezistență mai redusă, însă cu o mai mare alungire și dimensiuni mai subțiri. Ambutisare.

Comparația metodelor. Prelucrarea pe cale rece are față de prelucrarea la cald, avantajul păstrării dimensiunilor și al unei suprafețe curate. Desavantajul constă în necesitatea intercalării unor tratamente termice în timpul procesului. La trefilarea, laminarea sau presarea la rece se ridică duritatea, așa încât, fără o recoacere, apar fisuri la prelucrarea mai departe. De aceea sunt necesare recoaceri după fiecare treaptă a prelucrării la rece. Cuptoare de recoacere pt. material curat.

La piesele prelucrate la cald e recomandabilă, după prelucrare, o recoacere de normalizare, spre a realiza o uniformizare a structurii.

e) Tratamente termice

Recoacerea e încălzirea unei piese în stare solidă la o anumită temperatură, urmată de o răcire, de regulă înceată. La tratamentul termic al oțelului deosebim:

Recoacerea de normalizare (normalizare): Incălzirea oțelurilor subeutectoidice [1]) la o temperatură imediat deasupra punctului superior de transformare, urmată de o răcire în aer liniștit. Prin recoacerea de normalizare se elimină influențele tratamentelor termice anterioare.

Recoacerea pentru maleabilizare (recoacere pentru obținerea cementitei globulare): Recoacerea oțelului prin încălzire îndelungată la o temperatură imediat sub punctul inferior de transformare, urmată de o răcire înceată spre a se obține cementita globulară, una din cele mai moi structuri, preferată pentru prelucrarea ulterioară prin așchiere.

Recoacerea pentru reducerea tensiunilor interioare: Incălzire și staționare la o temperatură de cele mai multe ori sub 650°, întotdeauna însă sub Ac_1, spre a reduce tensiunile interioare, fără modificări importante sau intenționate ale proprietăților de rezistență.

Răcirea bruscă: Răcire bruscă a unei piese, de cele mai multe ori cu scopul de a o căli.

Călirea: Printr'o răcire bruscă din domeniul soluției solide (dela temperaturi peste A_1, de cele mai mult ori peste A_3), oțelurile se pot căli (sporirea rezistenței). Duritatea obținută e în funcțiune de aliaj și de mijlocul de răcire bruscă, adică de vitesa de răcire. Oțelurile nealiate sunt răcite brusc, de cele mai multe ori în apă, la fel uneori și oțelurile mijlociu aliate, pentru cari însă adesea se prescrie răcirea în uleiu. Oțelurile cu concentrație mare de adause (oțeluri rapide) se călesc în aer sau uleiu.

Revenirea: Incălzirea după călire sau după prelucrarea la rece, la o temperatură sub Ac_1. Uneltele călite se supun la o revenire pentru echilibrarea tensiunilor și anume oțeluri nealiate la 100...350°, oțeluri rapide până la cca 550°. Revenirea oțelurilor de construcții v. ameliorarea.

Ameliorarea: Călirea urmată de o revenire la temperaturi atât de înalte, încât se obține o importantă sporire a tenacității în deosebi la oțelurile de construcții. Revenirea se face la temperaturi de cca 450...650°

Călirea superficială: Cementarea. Pentru obținerea unei suprafețe dure cu un miez moale și tenace, oțeluri nealiate cu un conținut redus de carbon, sau oțeluri aliate se încălzesc la o temperatură în apropiere de punctul de transformare superior, fiind împachetate într'un mediu ce poate ceda carbon. Zonele superficiale absorb carbon: adâncimea zonei carburate e funcțiune de temperatură, timp și mediul carburant. Urmează o răcire bruscă, în cursul căreia zonele exterioare mai bogate în carbon și călesc cu mult mai puternic decât miezul cu mai puțin carbon.

Nitrurarea. Oțelurile aliate special (v. tabela 7), încălzite lungă vreme la 550° în curent cu amoniac și apoi răcite în cuptorul însuși, formează o pătură superficială de azoturi de fier de o duritate extraordinar de mare. Nu mai e necesară nicio răcire bruscă; de aceea se evită complet tensiunile și modificările de formă.

f) Calitățile tehnice de oțeluri

1. Ca oțel pentru construcții mari (construcții de poduri, hale, construcții navale, etc.) vine în considerare în special oțelul ol 37 după DIN 1611, 1612 și 1621, câte o dată cu adaus de cupru spre a reduce vitesa de ruginire. Intr'o măsură mai redusă se utilizează oțeluri cu carbon ceva mai dure, până la o rezistență minimă de cca 50 kg/mm²,

[1]) Notarea elementelor structurii v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 207 ș. u.

pentru nituri oțelul ol 34.13. Se utilizează în măsură crescândă oțelul ol 52, un oțel slab aliat cu minimum 36 kg/mm² limită de curgere, 52...62 kg/mm² rezistență la întindere și 20 % alungire. Compoziția chimică și proprietățile de rezistență v. tabela 6; utilizarea de cele mai multe ori în stare laminată, tablele precum și dimensiunile mai groase de fier lat, fier laminat, etc. de cele mai multe ori recoapte.

Tabela 6. Compoziția și proprietățile de rezistență ale oțelului ol 52

Conținutul maxim în %

C	Si	Mn	Cu	P	S	Σ(P+S)
0,20	0,50	1,2	0,55	0,060	0,060	0,100

La aceasta se admite suplementar 0,30% Mn sau 0,40% Cr sau 0,20% Mo.

Valori minime ale proprietăților de rezistență
σ_F = limita de curgere, σ_B = rezistența la întindere, δ_{10} = alungirea specifică

Grosimea	σ_F kg/mm²	σ_B kg/mm²	δ long.	δ transversal	Înc. la îndoire DIN 1605 long.	Înc. la îndoire DIN 1605 transversal
p. la 13	36	52–62	20	18	2 *a*	2 *a*
18,1—30	35	52—62	19	17	2 *a*	3 *a*
30,1—50	34	52—62	18	16	2 *a*	3 *a*
50,1—80	32	52—62	18	16	2 *a*	3 *a*

2. Oțeluri pentru construcția de mașini. Ca oțeluri de mașini nealiate (recoapte, ameliorate sau după cementare) se întrebuințează oțelurile după DIN 1311 și 1661. Ca oțeluri aliate pentru construcția de mașini mai de mult oțelurile după DIN 1662 (oțel cu nichel și oțel cu crom și nichel), acum după proiectul de normă DIN 1663 (oțel cu crom și oțel cu molibden și crom). Valorile de rezistență v. tabelele 4...9, p. 755 ș. u. Despre alte câteva oțeluri de construcții, în deosebi și despre cele cu conținut mare de adaus v. tabela 7.

Tabela 7. Oțeluri aliate de construcție (continuare)

cem = cementare, *am* = ameliorare, *c* = călire, *ul* = călire în uleiu, *ni* = nitrurare. Punctul din fața numerelor din coloana „compoziția“ înseamnă 0.

Felul oțelului	Compoziția %	Tratamentul termic	σ_B kg/mm²	Proprietăți deosebite
Oțel cu crom-nichel	v. DIN 1662	*cem* și *am*	v. DIN 1662	1)
Oțel cu crom-molibden	v. DIN 1663	*cem* și *am*	v. DIN 1663	
O el cu mangan-siliciu	C .4/.5, Si 1/1,5, Mn 1/1,5	*am* și *c*	80–90	bună fluiditate 2)
	C .4/.5, Si 1/1,5, Mn 1/1,5		130—150	tenacitate bună 3)
Oțel cu nichel	C .1/.2, Mn .5/.6, Ni 1/.3/.5	*cem*		4)
	C .1/.2, Mn .5/.6, Ni 1/.3/.5	*am*		5)
	C .2/35, Mn .5/.6, Ni 1/.3/.5	*am*	65–85	6)
Oțel cu crom	C .15/.2, Mn .5/6, Cr 1	*cem*	Miezul 70–80 supraf. cca 100 Shore	durit. superfic. și rez. miezului înalte 7)
	C .3/.5, Mn .5/.6, Cr 1/2,0	*am*	80–95	bună tenacitate 8)
	C .1/.2, Cr 13/17	*am*		inoxidabil 9)

La tabela 7. **Utilizare:** 1) Pentru piese de construcții în industria autovehiculelor și aviatică. — 2) Pentru piese de construcții la solicitări mijlocii. — 3) Resoarte — 4) Roți cu lanț, șuruburi pentru cârme, buloane de transmisii (angrenaje). — 5) Palete de turbină, manivele. — 6) Axe anterioare, arbori excentrici, piese de articulație. — 7) Pentru arbori, buloane, calibre. — 8) Pentru cilindri, axe, brațe de distribuție. — 9) Palete pentru turbine.

Tabela 7. Oțeluri aliate de construcții (continuare)

cem = cementare, *am* = ameliorare, *c* = călire, *ul* = călire în uleiu, *n* = nitrurare. Punctul din fața numerelor din coloana „compoziția" înseamnă 0.

Felul oțelului	Compoziția %	Tratamentul termic	σ_B kg/mm²	Proprietăți deosebite
Oțel cu crom și molibden	C M Cr Mo .3/.5 .5 1/1,5 .2/.5	*am*	80—100	se amelior. bine în adânc. stab. la rev. [10])
	.15 2. 3/.5	recopt	50	Rezistență statică mare. [11])
	.3/.5 .5 1/1,5 .2/.5	*ul.*	150—170	foarte mare rezistență la uzură. [12])
Oțel cu crom și vanadiu	C Mn Cr V .3/.5 .6 1 .2	*am* și *c*	80—100	[13])
	.3/.5 .6 1 .2		130—150	bună rigiditate pt. resoarte [14])
Oțel de nitrurare	Al .3/.4 .5 1-1,5 1,0 (resp. nichel sau molibden)	*n*	60—130	mare duritate superficială, chiar la temp. până la 500°; miez foarte tenace. [16])
Oțel inoxidabil Grupa V 2 A	Ni .1/.2 18-20 7/9		70—80	rezistență mare la rugiaire și la acțiunea acizilor. [16])
Oțel rezistent la temperaturi înalte	C Cr .5 Si .1 6,5 .9 Al	*am*	45—55	rezistent până la 800°
	.1 23 1 Si 2 Al		60	,, ,, 1200°
	.12 25 20 Ni		55	(idem) [17])
	1 Si .1 20-30 5-9 Al			,, ,, 1300°
Oțel cu mangan dur	C M Si 1/1,4 12/15 <0,35	*c*	90—110	rezistență maximă la uzură

La tabela 7. **Utilizare:** [10]) Pentru axe cardanice, arbori cotiți și piese speciale de construcție. — [11]) Pentru temp. înalte p. la 500°. — [12]) Pentru roți de transmisie, fusuri. — [13]) Pentru arbori, resoarte și piese speciale de construcții. — [14]) Pentru resoarte. — [15]) Pentru piese de construcții supuse la uzuri mari; nu pentru solicitări dinamice. — [16]) Pentru orice piese cari necesită rezistență la coroziune și la acizi. — [17]) Pentru tuburi, grătare, cutii de cementat mufe, etc.

Afară de aceasta, sunt o serie de oțeluri de construcție cari reprezintă combinațiuni de grupuri citate în tabela de mai sus. Acestea au fost produse pentru cazuri speciale.

Tabela 9. Compoziția în % și

Restul în-

	C	Cr	W	Co	Mo
Oțel pentru magneți, cu crom .	0,9—1,2	1,8—5,0	—	—	—
Oțel pentru magneți cu wolfram .	0,7—0,8	0—1,0	5—6	—	—
Oțel pt. magneți cu Co aliat cu Cr-Co-Mo	0,9—1,2	8—11	—	6—17	1—2
Oțel pentru magneți cu cobalt aliat cu Co-W-Cr	0,8—1,0	1,5—6,0	5—9	30—36	0—1
Oțel cu fier, cobalt și wolfram .	max 0,03	—	16—22	8—16	—
Oțel cu fier, cobalt și molibden .	max 0,03	—	—	9—16	13—18
Aliaj fier-nichel-aluminiu . . .	pe cât	—	—	—	—
Aliaj fier-niche -aluminiu-cobalt .	posibil 0	—	—	5—10	—
Aliaj fier-nichel-cobalt-titan . .	max 0,03	—	—	28—35	—

[1]) După Werkstoff-Handbuch Stahl u. Eisen, ed. a 2-a, B_r = remanența, H_c = Pu-

3. **Oțeluri pt. generatoare de abur și pentru industria chimică.** Condiție specială de cele mai multe ori bună rezistență la cald (rezistență statică) și adesea rezistență față de anumite atacuri chimice. Rezistența statică înaltă se obține în deosebi prin adaus de vanadiu sau molibden, pe lângă care se poate adăuga și crom sau wolfram. Asupra rezistențelor statice ce se pot obține la diferite temperaturi v. tabela 8, tabelele 11 și 12, pp. 758 și 759. Ca oțeluri pentru industria chimică sunt importante în primul rând oțelurile inoxidabile (v. tab. 7). Contra atacului hidrogenului la presiune și temperaturi înalte, se vor utiliza oțeluri aliate cu molibden.

Tabela 8. Oțeluri de construcții rezistente la cald

Compoziția în %, σ_D = rezistența de curgere limitată în kg/mm²

C	Si	Mn	Cr	Ni	Mo	V	σ_D la 400°	σ_D la 500°
0,10/0,15	< 0,35	0,3/0,5	—	—	0,4/0,6	—	14	9
0,10/0,15	< 0,35	0,3/0,5	0,8/1,0	—	0,4/0,6	—	18	15
0,10/0,15	< 0,35	0,3/0,5	0,7/0,9	1,4/1,6	0,8/1,0	—	35	20
0,15/0,20	0,5	0,3/0,5	1,0/1,2	—	0,8/1,0	0,15/0,25	38	22
0,20/0,30	< 0,35	0,5/0,7	0,8/1,0	—	1,1/1,2	—	42	28

4. **Oțeluri pentru electrotehnică. Oțeluri pentru magneți.** Oțeluri cu crom sau wolfram în stare călită, oțeluri aliate cu mai multe elemente, în concentrații mari și cu un tratament termic special și în sfârșit, pentru prestațiuni maxime, aliaje de turnare cu mare concentrație în adause (în deosebi cu Ni și Al), v. tabela 9.

Oțeluri pentru dinamuri și transformatori. Pentru obținerea unui material moale din punct de vedere magnetic (pierderi mici), un oțel sărac în carbon e aliat cu 1...4% siliciu, v. tabela 10, p. 830.

5. **Oțeluri de scule.** Oțeluri de scule, nealiate v. tabela 11. Ca adause la oțelurile slab aliate vin în considerare în special cromul și wolframul. Oțelurile rapide sunt oțeluri cu mare concentrație de adaus. Oțeluri aliate pt. scule v. tabela 12, p. 831.

proprietățile materialelor pentru magneți permanenți ¹)

totdeauna fier.

Ni	Al	Ti	Caracteristice magnetice			
			B_r	H_c	$10^{-3} B_r H_c$ ²)	10^{-3} max BH ²)
—	—	—	9 500—10 500	75—60	645	260
—	—	—	9 500—11 000	70—60	670	300
—	—	—	7 000—9 500	200—140	1250—1500	450—650
—	—	—	8 000—9 000	250—200	1900	900
—	—	—	9 500—12 000	160—75	600—1500	350—700
—	—	—	9 500—12 000	300—175	1750—2500	850—1200
24—32	9—15	0—1	6 000—7 000	550—450	3300	1250
24—30	9—15	(Cu)4—6	5 800—7 000	700—500	4000	1400
15—20	0—8	(Ti)6—12	5 800—7 000	900—700	5000	1750

terea, forța coercitivă, BH = prod. caracteristic puterii magnetice. — ²) Valori medii.

Tabela 10. Compoziţia, cifra pierderilor în waţi (la grosimea de 0,5 mm) şi magnetizarea tolelor de dinam după DIN 6400 [1])

Felul		Tole de dinam norm. (Dinam A)	Tole slab aliate (Dinam B)	Tole mijlociu aliate (Dinam C)	Tole super-aliate (Tole de transformatori)
Compoziţia %	C maximum	0,10	0,10	0,10	0,08
	Si	0,4—0,8	0,6—1,2	1,8—2,3	3,6—4,2
	Mn	0,20—0,35	0,20—0,35	0,20—0,35	0,10—0,20
	P maximum	0,04	0,04	0,04	0,025
	S maximum	0,04	0,04	0,04	0,052
Limita sup. adm. a pierderilor în W	V_{10}	3,6	3,0	2,3	1,7
	V_{15}	8,6	7,4	5,6	4,0
Inducţia magnetică (Valori minime)	B_{25}	15 300	15 000	14 700	14 300
	B_{50}	16 300	16 000	15 700	15 500
	B_{100}	17 300	17 100	16 900	16 500
	B_{300}	19 800	19 500	19 300	11 500
Îmbătrânirea în % (sporir. maxim. adm. a pierd.)		9	7,5	6,5	5

[1]) După Werkstoffhandbuch Stahl und Eisen, ed. a 2-a.

Tabela 11. Oţeluri de scule nealiate [1])

Conţinutul de C în %	Utilizarea
	Oţeluri cu 0,4 . . . 0,8 % Mn
0,35—0,45	seceri, foarfeci, furci, brăzdare, trepane de sondaj
0,45—0,55	ciocane, coase, foarfeci, cuţite, oţel de sudat, furci de gunoiu, brăzdare
0,55—0,75	ciocane, baroase, pânze de fierăstrău, burghie fine, unelte de prelucrarea lemnului, poansoane de marcat
0,75—1,10	şine, maşini de tuns, brice, laminoare
	Oţeluri cu 0,15 . . . 0,30 % Mn
0,55—0,75	ciocane, matriţe, coase, oţel de sudat, instrumente chirurgicale, cuţite de foarfecă
0,75—0,95	cuţite de foarfecă, ciocane, coase, ştemuitoare, matriţe
0,95—1,05	sfredele pentru piatră, matriţe, poansoane de găurit
1,05—1,20	unelte diferite de tăiat şi matriţat, ştanţe, poansoane de găurit, poansoane pentru monede, unelte de presat
1,20—1,50	brice, sfredele pentru rocă, freze
1,50—3,00	filiere

[1]) După Werkstoffhandbuch Stahl und Eisen, ed. a 2-a.

g) Date asupra câtorva produse [1])

Calibre pentru sârme şi table, tabela 5, p. 808.

Oţel laminat. Oţel profilat, în formă de bară, lat, de ex. oţel rotund, pătrat, cornier cu aripi egale şi neegale, fier T, I, Z, fier cuadrant, fier Zorès; fier hexagonal, semirotund, oval, fier pentru bare de grătare, fier pentru cuie (pentru cuie de şină), fier pentru cercuri de butoaie, etc.

Prescripţiuni în ce priveşte rezistenţa, încercarea, recepţia, precum şi dimensiunile, v. DIN 1620, iar pentru fierul de şuruburi şi nituri, DIN 1613.

Fier I cu tălpi late, pentru stâlpi şi (în cazul înălţimilor limitate de construcţie) pentru grinzi. **Tuburi** de fontă sau oţel, v. sub cap. XX, Produse comerciale standardizate, şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 293.

Fier balot. Fier lat, laminat la cald şi la rece la dimensiuni precise, sub 5 mm grosime şi până la 500 mm lăţime, se vinde, la lungimi mai mari, depănat în mănunchiuri (nu în bare).

[1]) V. cap. XX. Produse comerciale standardizate, p. 1006 ş. u.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 12. Oțeluri aliate de scule (compoziția în %)

Felul oțelului	C	Si	Mn	Cr	W	V	Mo	Co	Proprietăți	Călirea
Oțeluri cu Mn	1,0	0,3	1—1,5	—	—	—	—	—	Deformare redusă la tratamente termice. 1)	apă
„ „ „ (oțel dur)	1,20	0,5	12,0	—	—	—	—	—	Mare rezistență la uzură, mare tenacitate. 2)	apă
Oțeluri cu Si	0,8—1,0	1,0—1,5	0,50	—	—	—	—	—	Unelte foarte dure; nu se deformează la călire. 3)	uleiu
Oțeluri Cr-Si	1,0	1,5	0,5	1,0	—	—	—	—	Duritatea cea mai mare în stare călită, păstrează forța de tăiere, nu se deformează. 4)	uleiu
Oțeluri cu Cr	0,9—1,2	0,3	0,30	0,5—3,0	—	—	—	—	Călire în adâncime, bună; mare tenacitate. 5)	uleiu sau apă
„ „ „	1,5—2,2	0,3	0,5	12,0	—	—	—	—	Mare duritate, mare rezist. la uzură, nu se deformează la călire în aer. 6)	aer sau uleiu
„ „ „	0,3—0,5	0,3	0,5	14—18	—	—	—	—	Rezistent la coroziune, după călire duritatea sticlei, păstrează bine forța de tăiere. 7)	aer sau uleiu
Oțeluri cu W	1,0	0,3	0,3	—	1—2	—	—	—	Păstrează bine forța de tăiere, duritate mare. 8)	apă
„ „ „	0,6	0,3	0,3	—	5—6	—	—	—	Duritate bună, bune proprietăți magnetice. 9)	apă
„ „ „	1,3—1,5	0,3	0,3	—	5—8	—	—	—	Cea mai mare duritate. 10)	apă
Oțeluri cu Cr-W	1,0	0,30	0,30	0,6—1,3	1—2	—	—	—	Mare duritate, tenacitate, nu se deformează. 11)	uleiu
„ „ „	0,3	0,30	0,5—0,6	1,0	2—3	—	—	—	Mare tenacitate, bună duritate. 12)	apă sau uleiu
„ „ „	0,3	0,25	0,30	3,0	8—10	—	—	—	Rezistență înaltă la temperaturi mai mari. 13)	uleiu sau aer
„ „ „	1,5	0,25	0,30	10—12	1—2	—	—	—	Înaltă rezistență la uzură, nu se deformează. 14)	uleiu sau aer
Oțeluri rapide	0,65	0,3	0,3	3—4	16	0,2	—	—	15)	uleiu sau aer
Oțeluri rapide	0,70	0,3	0,3	4—4,5	18	1,0	—	—	16)	uleiu sau aer
„ „	0,80	0,3	0,3	4,5	2,2	1,2	8	—		uleiu sau aer
„ „	0,80	0,3	0,3	4,5	2,5	2,5	2,5	—		uleiu sau aer
Oțeluri rapide	0,75	0,3	0,3	4—5	22—24	1,5	—	—	17)	uleiu sau aer
„ „	0,75	0,3	0,3	4—5	22—24	1,0	1,0	—		uleiu sau aer
„ „	0,75	0,3	0,3	4—5	18—20	1,0	—	10		uleiu sau aer
„ „	0,75	0,3	0,3	4—5	13	2,5	—	—		uleiu sau aer
„ „	0,75	0,3	0,3	4—5	25	1,5	—	—		uleiu sau aer
„ „	0,80	0,3	0,3	4—5	6	2,2	4,5	—		uleiu sau aer

Utilizare: 1) Fusuri. — 2) Piese supuse la uzură: buloane, șine, contrașine, inimi, piese de macaze. — 3) Freze de alezoare. — 4) Freze, cuțite de strung și raboteze, calibre. — 5) Cilindri, rulouri, bile, unelte de presat; matrițe, ciocane fasonate, matrițe pentru prese, magneți. — 6) Filiere, cuțite, matrițe, conuri de supape. — 7) Cuțite, fusuri, rulouri, etc. — 8) Alezoare, cuțite de strung, burghie, unelte de tăiere, plăci de tras sârme. — 9) Magneți, matrițe. — 10) Cuțite speciale, unelte de prelucrarea materialelor sintetice, matrițe, poansoane. — 11) Burghie de antretoaze, alezoare, cuțite, filiere, calibre. — 12) Unelte de prelucrare la rece prin lovire, dalte pneumatice, scule de matat, poansoane. — 13) Unelte de presare la cald: priboaie, matrițe, bacuri, poansoane, etc. — 14) Matrițe, poansoane. — 15) In special pentru burghie și cuțite de strung, pentru prestațiuni reduse. — 16) Cel mai întrebuințat oțel pentru strungire și rabotare, freze și burghie. — 17) Oțelurile de vârf, de cele mai înalte prestațiuni.

Sârmă de oțel de duritate diferită, cu aprox. până la 0,9% C, cu secțiune circulară (diametrul după un calibru pentru sârme, p. 808), obișnuit se laminează la cald până la un diametru de cca 5 mm; la dimensiuni mai mici se trefilează la rece. Greutatea sârmelor, în p. 805. Dacă secțiunea sârmei nu e circulară, ci semirotundă, ovală, pătrată, poligonală, în formă de stea, etc., sârma se numește profilată. Rezistența sârmelor trase la rece se mărește prin prelucrare la rece.

Tablele netede (tabla neagră) se laminează din lingouri speciale de oțel. Sub 5 mm grosime se numesc table mijlocii, sub 3 mm, table subțiri și, la grosime de 5 mm sau mai mult, table groase (DIN 1620). In cazul tablelor groase, după întrebuințare, deosebim: tabla de cazan (pentru cutia de foc și manta), pentru vapoare, locomotive, rezervoare, construcții și table speciale. Dimensiunile și toleranțele pentru greutăți și grosimi, v. DIN 1542 și 1543. Prescripțiuni de calitate se găsesc (table de construcții) în DIN 1621.

Tablele perforate sunt table subțiri, cu găuri circulare, pătrate, dreptunghiulare, triunghiulare, sau în fantă; când au un număr oarecare de calibru pentru table subțiri, cu lățime sub 2,5 m și sub 6 m lungime, ele servesc pentru ciururi de tot felul (DIN 1170). Gaura rotundă se execută cu un diametru de 0,5...100 mm. Tablele pentru ornament sunt table perforate în diferite desene, cu grosimea dela 0,75 la 2 mm. Ele se întrebuințează pentru îmbrăcarea corpurilor încălzitoare și astuparea deschiderilor în ziduri. Toate tablele perforate se livrează zincate sau plumbuite.

Plăcile arcuite (table în formă de albie) din oțel de fuziune, pentru podirea podurilor etc., asemănătoare bolților de mănăstire cu săgeata de 1/10...1/15 și cu borduri laterale plane de 40...80 mm lățime pentru nituire la grinzi, se livrează în toate dimensiunile (lungimea laturilor dela 500 la 1800 mm) în formă pătrată, dreptunghiulară și trapezoidală, cu grosimea dela 5...10 mm. Capacitatea de susținere a plăcilor se stabilește prin încărcări de încercare. La calculul greutății, curbarea acestor plăci e de cele mai multe ori neglijabilă (v. vol. III, Secțiunea Constucția podurilor).

Tablele de butoaie din oțel de fuziune, pentru poduri etc. se fabrică după modelul capacelor plate cu arcuirea de 1/8...1/12 și cu borduri laterale plane de 60...80 mm lățime, pentru nituire (lungimea: 500...3000 mm, lățimea 500...2000 mm, de formă principală dreptunghiulară, cu grosimea de 5...10 mm). Greutatea se stabilește din secțiune și lungimea mijlocie.

Table striate. Plăcile sunt prevăzute pe o parte cu striațiuni de 1,5...3 mm înălțime și 4...5 mm lățime, cari se întretaie romboidal în linii drepte (raportul diagonalelor cca 20 : 30 mm). Ele se laminează până la 450 kg greutate, cu lățimea până la 1350 mm și grosimea de 4...25 mm (exclusiv striațiunile). Ele se întrebuințează pentru podiri și acoperiri de tot felul, de ex. plăci pentru podire (în deosebi pentru galerii în uzine, în construcția vapoarelor și în exploatarea minieră), trepte, pentru acoperirea canalelor, la paserele etc. Tablele striate după alt model decât cel romboidal (de ex. table cu negi etc.) cu grosimi dela 1.5...5 mm au întrebuințare asemănătoare.

Table protejate cu straturi metalice. Pentru multe scopuri tabla subțire se acoperă cu un strat subțire metalic, greu oxidabil, de cositor, zinc, plumb, cupru, cobalt și nichel, pe cale galvanică sau la cald. Pe tablele din oțel se mai aplică prin laminare, straturi subțiri de cupru, nichel, oțel inoxidabil, etc. Stratul trebue să acopere în întregime tabla, uniform și cu adeziune mare, v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 292.

Tablele albe sunt table de oțel de fuziune bune, băițuite și apoi puternic cositorite. In comerț ele se găsesc ca:

I. Tablă de format mic 530 × 760 mm² grosimea dela 0,2 la 2 mm,
II. Tablă de format mijlociu 650 × 870 mm² grosimea dela 0,42 la 1,45 mm,
III. Tablă de format mare 1000 × 2000 mm² grosimea dela 0,45 la 2,5 mm.

Tabla albă în formă de bandă se livrează până la o lățime de 400...500 mm.

Table de fier zincate și plumbuite, se livrează în orice dimensiuni corespunzătoare standardizării tablelor subțiri. Pentru o tablă de 1 m², pentru ambele fețe, e nevoie de 0,5 kg plumb sau 0,4...0,6 kg zinc.

Table arămite pe o parte sau pe ambele părți (prin galvanizare). Stratul de cupru e de 5...10% din greutatea fierului. Tablele au până la 1 m lungime și până la 0,6 m lățime.

Table placate. Pe una sau pe ambele părți ale tablei de fier se sudează table subțiri de cupru, nichel, oțel inoxidabil, alamă, tombac sau argint, și apoi totul se laminează. Stratul de acoperire e de 3...25% din grosimea totală.

Table ondulate. Forma secțiunii, momentele de inerție și modulele de rezistență sunt cuprinse în tabela 15 p. 1026. Tablele ondulate se întrebuințează negre vopsite sau plumbuite, mai adesea însă zincate. Ultimele se consideră cu 1 kg/m² mai grele decât cele negre la aceeași grosime. Ele se livrează adesea și arcuite. Condiții de livrare: Deutsche Wellblechnomalprofile des VDEh, ed. 1930.

Materiale de construcție de cale ferată. Detalii vol. III. Secțiunea: Căi ferate.

Nituri și șuruburi. Dimensiuni și calcule v. vol. II. Secțiunea: Organe de mașini. Estimarea greutății șuruburilor cu piuliță (fără rondeaua inferioară) cu cap pătrat: se ia la lungimea totală a bulonului (inclusiv înălțimea capului) un adaus egal cu de 4 ori diametrul; cu această lungime în metri și cu greutatea fierului rotund, respectiv, în kg/m (p. 1009), se determină greutatea căutată.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplu: Un bulon de ancorare de fundație, de 1,5 m lungime totală și 30 mm grosime (greutatea fierului rotund după p. 1009 este 5,55 kg/m) cântărește cu piulița și cu capul pătrat: (1,50 + 4 · 0,03) 5,55 = 8,99 kg.

Cabluri metalice și lanțuri. Amănunte în p. 1045 și vol. II. Secțiunile Organe de Mașini și Tehnica transporturilor.

Cuiele se fabrică din sârmă sau tablă cu ajutorul mașinilor, sau pot fi forjate cu mâna la cald, din fier pătrat. Cuiele de sârmă, lungi de 5...250 mm și 0,5...10 mm grosime se fac din sârmă de fier dură, nerecoaptă, de cele mai multe ori rotundă (uneori cu secțiunea pătrată sau triunghiulară). Cuiele tăiate se taie la rece cu mașina (fără rămășiță), din tablă în formă de pană, și se prevăd cu un cap presat la rece. Secțiunea dreptunghiulară se termină cu un vârf relativ tocit, tronconic.

Cuiele pentru scânduri subțiri, pervaze și scânduri groase, pentru grosimi de scândură dela 3 la 8 cm, au 70...130 m lungime. Cuiele pentru mori, vapoare și șine se livrează până la lungimea de 500 mm.

IV. Metale neferoase

A. Metalele ușoare și aliajele lor.

Prelucrare de prof. dr. fil. Masing, Göttingen și K. Miething, Göttingen

a) Aluminiul [1])

1. Generalități. Materiile prime pentru preparare sunt mai ales bauxitele. Prepararea: 1. Producerea aluminei pure din bauxită prin metode chimice, 2. Separarea metalului din alumină prin electroliza sărurilor topite (vezi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 360).

Mărcile comerciale v. tabela 1. Pentru utilizări speciale se prepară acum un aluminiu foarte pur, cu o puritate de cca 99,99%.

2. Proprietăți (fizice, tehnologice și chimice) tabela 2 și 3, v. și tabela 23, p. 763. Conductibilitatea electrică depinde în mare măsură de compoziția chimică și de tratamentul termic. Mai ales formarea cristalelor de soluție solidă cu Si diminuează conductibilitatea. E de remarcat buna reziliență a Al și aliajelor sale la temperaturi scăzute.

Tabela 1. Aluminiu pur în semifabricate (după DIN 1712)
(table, benzi, tuburi, profile, piese presate, sârmă).

Aluminiu pur	Simbolul 1)	Adausuri admisibile % ≦	din cari Si + Fe <	din cari Ti <	din cari Cu+Zn ≦	Utilizarea
99,7	Al 99,7	0,3	0,3	0,03	0,03	Industria chimică cerințe deosebit de mari
99,5	Al 99,5	0,5	0,5	0,03	0,05	Industria chimică, electrotehnică, construcții navale
99	Al 99	1	1	0,03	0,1	Utilizări generale
98/99	Al 98/99	2	2	0,05	0,1	Utilizări generale

1) Pentru Al 99,7, Al 99,5 și Al 99 v. și Al pur H (aluminiu de uzină), DIN 1712, fila 1. Pentru Al 99,5 Al 99 și Al 98,90 v. și Al pur U (retopit), DIN 1712, fila 2.

2) Alte adausuri la Al 99,7, 99,5, 99 în limitele comerciale obișnuite; la Al 98/99 (în afară de Mn), maximum 0,1.

1) **Bibliografie:** Zeerleder, Technologie des Aluminiums, ed. a 3-a, Leipzig 1938, Akad. Verlagsges. — Sachs, Praktische Metallkunde, partea 1...3 Berlin, editura VDI. — Werkstoffhandbuch Nichteisenmetalle, editată de Deutschen Ges. f. Metallk, Berlin 1936, ed. VDI. — Aluminium-Taschenbuch, ed. a 8-a, Berlin 1938, Aluminium-Zentrale. — Stoffhütte, ed. a 2-a, 1937, p. 359 ș. u.
Reviste: Aluminium, Berlin, Aluminium-Zentrale. — Metallwirtschaft, Berlin. — Zeitschrift. f. Metallk, Berlin.

Tabela 2. Proprietăți fizice,
în măsura în care nu sunt trecute în tabela 2, p. 804, și tabela 4, p. 553

Coeficientul de dilatație liniară $\times 10^{-6}$	la 0°	22,5
	200°	26,5
	400°	30
	600°	31
Modulul de alunecare [kg/mm²]		2700
Coeficientul de reflexiune pentru lumina albă:		
laminat, lustruit sau curățat [%]		85
fără lustru [%]		75

Conductibilitatea electrică	m/Ωmm²
Sârmă de aluminiu 99,97	37,5
Aluminiu turnat	33
Aluminiu dur	35—35,5
Aluminiu recopt moale la 300°	36—36,5
Aluminiu recopt moale la 500°	34—35
Al de conductori laminat dur	34,8
" " " recopt moale	36,2

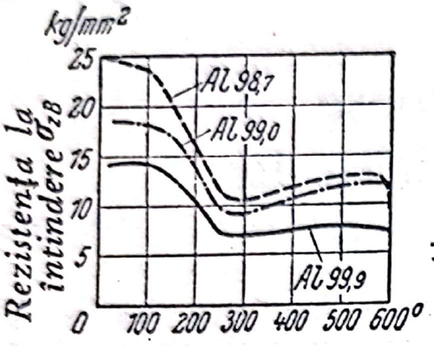


Fig. 1.

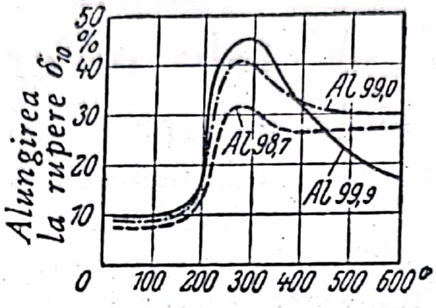


Fig. 2.

Rezistența la întindere și alungirea la rupere a aluminiului de diferite grade de puritate; trefilat dela 5 la 0,97 mm diam. (reducerea de secțiune = 96,2%) și recopt ½ h la diferite temperaturi. Peste 250° răcit brusc în apă. (Werkstoffhandbuch Nichteisenmetalle (după R ö h r i g).

Tabela 3
Cifre de rezistență ale aluminiului pur (99,5%)

		turnat	laminat dur ¹)	recopt moale ¹)
Rezistența la întindere	[kg/mm²]	9—12	15—23	7—11
Limita de curgere	[kg/mm²]	3—4	14—20	2,5—3,5
Alungirea	[%]	18—25	2—8	30—45
Contracțiunea transversală	[%]	40—55	60—85	80—95
Duritatea Brinell $P = 2{,}5D^2$	[kg/mm²]	24—32	35—40	15—25
Rezist. la forfecare	[kg/mm²]	7—8	7—10	4—7
Adâncirea Erichsen la table de grosimea	0,5 [mm]			9,0 [mm]
	1,0 "			10,4 "
	1,5 "			11,4 "
	2,0 "			12,5 "

¹) inclusiv sârmă.

Stabilitatea chimică a Al, determinată prin formarea unei pelicule aderente de oxid pe suprafața sa, crește cu gradul său de puritate, în vreme ce rezistența scade, fig. 1 și 2. Prin adause eterogene se deranjează formarea uniformă a acestei pături protectoare.

1. Aliajele aluminiului. Marele număr de aliaje plasticizabile și turnabile e clasificat în categorii după DIN 1713 (Sept. 1937) (tabela 4 și 5). Pentru aliajele de pistoane standardizarea încă nu e încheiată (tabela 6). Asupra aliajelor de turnare sub presiune v. tabela 3, p. 817. Proprietăți fizice și tehnice v. și capitolele: metode de turnare, p. 810 și cifre de elasticitate și rezistență, p. 761 ș. u.

4. **Prelucrarea.** C ă l i r e a. Bazele teoretice ale călirii v. și Stoffhütte, p. 152. Cel de al doilea și al treilea metal ce se aliază cu aluminiul, poate să pătrundă la temperaturi mai înalte în microstructura sa, formând cristale de soluție solidă. Scăzând temperatura, se reduce însă și această posibilitate de absorpție; la răcire lentă, ele se separă din cristalele de soluție solidă ca al doilea sau al treilea fel de cristal. Prin răcire bruscă se pot menține cristalele de soluție solidă și la temperatura obișnuită. Prin depozitare mai multă vreme sau prin încălzire la temperaturi reduse, survin apoi fenomene de descompunere (formarea de puncte de încolțire, regrupări de atomi), cari sunt însoțite de o sporire apreciabilă al durității

Scanned with OKEN Scanner

Prima parte a tratamentului de călire e pentru toate categoriile de aliaje aceeași: încălzirea la anumite temperaturi înalte și răcirea rapidă (de ex. răcire bruscă în apă). Aliajele din categoria Al - Cu - Mg își sporesc apoi duritatea prin simplă depozitare. Revenirea aliajelor fără Mg se face la cca 120...170°. Călirea poate fi în parte sporită printr'o laminare ulterioară.

Tabela 4. Aliaje de aluminiu plasticizabile

Extras din DIN 1713 (Septemvrie 1937) [1])

Starea: 1 moale, 2 semidur, 3 dur, 4 călit, 5 călit și eventual îndreptat, 6 călit și întărit la rece, 7 răcit brusc și eventual îndreptat

Categoria și simbolul	Compoziția în % Restul Al	Starea	Duritatea Brinell ($P=10D^2$) kg/mm²	Proprietăți caracteristice	Indicații asupra utilizării
Al-Cu-Mg	3,5—5,5 Cu 0,2—2,0 Mg 0,2 - 1,5 Si 0,1 - 1,5 Mn	1 5 6	40—60 90—140 120—150	călibil, rezistență înaltă	piese supuse la solicitări mecanice foarte mari
Al-Cu-Ni	3,8—4,2 Cu 1,2—2,2 Ni 1,3—1,6 Mg	1 4	40—60 100—120	călibil, rezistență la cald	mai ales pt. piese forjate supuse la solicitări mari și rezistente la cald (200...300°)
Al-Cu	4,5—6,0 Cu 0,4—0,6 Mn 0,2—0,5 Si	1 7 5 6	50—60 70—90 100—120 120 - 140	călibil, rezistență înaltă	piese supuse la solicitări mecanice mari.
Al-Mg-Si	0,3—2,0 Mg 0,3—1,5 Si 0—1,5 Mn	1 7 5 6	30—40 50—70 60—100 100—120	călibil, rezistență mijlocie cu bună maleabilitate, se polisează bine, bună rezistență la coroziune	piese cu rezistență mecanică și chimică bună
Al-Mg 3	2,5—4 Mg 0—1,5 Mn 0—1,2 Zn	1 2	50—60 55—65	rezistență înaltă, foarte bună stabilitate chimică față de apa de mare și soluții alcaline grele, mai rezistent chimicește ca Al pur și alte aliaje de Al. Se polizează bine, la un conț. mic de Mn, bună eloxare	piese supuse la solicitări mecanice mari și cu rezistență mare la atacul apei de mare; un conținut mai mare de Mn, condiționează o rezistență mecanică mai mare
Al-Mg 5	4—6 Mg	1 2	60—75 70—85		
Al-Mg 7	6—8 Mg	1 2	70—85 90—105		
Al-Mg 9	8—10 Mg	1 2	80—100 95—110		
Al-Mg-Mn	2—2,5 Mg 1—2,0 Mn 0—0,2 Sb	1 2 3	50—60 60—80 70—90	rezistență mai înaltă ca la Al pur, stabilitate chimică și contra apei de mare ca la categoria Al-Mg	în locul Al pur, atunci când se cere o mai mare rezistență la deformație și o bună rezistență mecanică chimică
Al-Si	12—13,5 Si	1 2 3	40—50 50—60 60—80	rezistență mai înaltă ca la Al pur, bună rezistență chimică și contra coroziunii	în locul Al pur, atunci când se cere o mai mare rezistență la deformație
Al-Mn	1—2 Mn	1 2 3	20—40 40—50 50—60	rezistență mai înaltă ca la Al pur, bună rezistență la coroziune	în locul Al pur, atunci când se cere o mai mare rezistență de deformație

[1]) Alte valori de rezistență v. tabela 19, p. 762 și tabelele 1 și 2, p. 812 ș. u.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Aliaje de aluminiu plasticizabile (continuare)

Categoria şi simbolul	Greutatea specifică kg/dm³	Temperatura de topire °	Conductibilitatea termică cal/cm s °	Coeficientul de dilataţie liniară $\times 10^{-6}$	Conductibilitatea electrică m/Ω mm²	Coef. de temp. al rezistenţei electrice $\times 10^{-3}$
Al-Cu-Mg	2,8	650	0,33—0,45	22—26,2	19—30	2,1—3,5
Al-Cu-Ni	2,8	640	0,36	22,10	20—21	2
Al-Cu	2,8	630—650	0,34	22,9—24,0	22—30	cca 2,0
Al-Mg-Si	2,7—2,75	630—650	0,37—0,50	22—23	24—33	2,8—3,6
Al-Mg	2,59—2,67	580—630	0,22—0,35	20—27	13—18	1,8
Al-Mg-Mn	2,7	620—630	0,29—0,346	23—24	20—25	2,4
Al-Si	2,65	570	0,38	22	26	4
Al-Mn	2,7—2,75	640—650	0,29—0,38	22—23	19—28	2,1—3,1

Tabela 5. Aliaje de aluminiu turnabile

Extras din DIN 1917 (Septembrie 1937) [1]

Starea: tn c = turnat în nisip şi călit, tn om = turnat în nisip şi omogenizat, tn = turnat în nisip fără tratament, tc c = turnat în cochilie şi călit, tc om = turnaţ în cochilie şi omogenizat, tc = turnat în cochilie fără tratament.

Categoria şi simbolul	Compoziţia în % restul Al	Starea	Duritatea Brinell ($P = 5D^2$) kg/mm²	Proprietăţi caracteristice	Date asupra utilizării
Al-Cu t	7—9 (15) Cu	tn tc	60—90 70—100	rezistenţă mai mare ca la Al pur, se toarnă bine, rezistenţă la cald	piese turnate cu bună rezistenţă la cald
Al-Zn-Cu t	8—12 Zn 2—5 Cu	tn tc	60—90 70—100	rezistenţă mai mare ca la Al pur, se toarnă bine	piese turnate de toate felurile şi pt. sarcini variabile. Piese pt. vehicule cu motor
Al-Cu-Ni t	4 Cu 2 Ni 1,5 Mg	tn tn c tc tc c	80—95 100—115 85—100 100—120	călibil, rezistenţă la cald	mai ales pentru piese foarte solicitate şi rezistente la cald
Al-Si t	11—13,5 Si	tn tc	50—60 60—80	aliajele eutectice cu excelente proprietăţi de turnare, bună rezistenţă chimică	piese complicate rezistente la şoc
Al-Si-Cu t	11—13,5 Si 0,7—0,9 Cu 0,2—0,4 Mn	tn tc	50—60 60—80	aliajele eutectice cu excelente proprietăţi de turnare	piese complicate rezistente la oscilaţii
Al-Si-Mg t	9—13,5 Si 0,4—0,6 Mn 0,1—0,5 Mg	tn c tc c	80—100 90—110	aliajele eutectice şi subeutectice cu excelente proprietăţi de turnare, călibile, bună rezistenţă chimică	piese complicate rezistente la oscilaţii

[1]) Alte valori de rezistenţă v. tabela 20, p. 762 şi tabelele 1 şi 2, p. 812 ş. u.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 5. Aliaje de aluminiu turnabile (continuare)

Categoria și simbolul	Compoziția în % restul Aluminiu		Starea	Duritate Brinell ($P=5D^2$) kg/mm²	Proprietăți caracteristice	Date asupra utilizării
Al-Mg t (a)	2—4 Mg	0—1,5 Si	tn	40—60	călibil, foarte bună rezistență chimică; mai rezistent față de apa de mare și soluții alcaline slabe decât Al pur și alte aliaje de Al, se polizează bine, la un conținut redus de Mn, se eloxează bine	piese de rez. mijlocie,
	0—1,5 Mn		tn c	80—90		„ „ „ înaltă,
	0—1 Sb		tc	50—60		„ „ „ mijlocie,
	0—0,3 Ti		tc c	80—90		„ „ „ înaltă și alungire mare
Al-Mg t (b)	> 4—10 Mg	0—0,6 Si	tn	50 70		piese solicitate la șocuri (bună rezistență și alungire)
			tn om	60—70		
			tc	70—85		
			tc om	75—85		
Al-Mg t (c)	0—1,5 Mn	> 0,6 —1,5 Si	tn	55—80		piese etanșe la lichide (bună rezistență, se toarnă bine)
	0—1 Sb		tn om	55—65		
			tu c	80—90		
			tc	60—80		
			tc om	60—65		
	0—0,3 Ti		tc c	80—90		
Al-Mg-Si t	2—5 Si 0,3—2 Mg 0—1,5 Mn 0—1 Sb 0—0,3 Ti		tn	60—70	aliaj subeutectic ce se toarnă bine, călibil, polizabil, bună rezistență chimică	piese turnate complicate supuse la solicitări mari
			tn c	70—100		
			tc	60—80		
			tc c	80—100		

Categoria	Greut. specifică kg/mm³	Intervalul de topire si solidificare °	Temperatura de turnare °	Retrecisarea [1]) %	Conductibilitatea termică cal/cm s °	Coeficientul de dilatație liniară × 10⁻⁶	Conductibilitatea electrică m/Ω mm²
Al-Cu t	2,85—2,9	640—544	700—720	1,25—1,40	0,34	24,6	20
Al-Zn-Cu t	2,9—2.95	630—530	680—700	1,35—1,50	0,315	24,0	19
Al-Cu-Ni t	2,8	640—550	710—780	1.0—1,25	0.36	22,0	
Al-Si t	2,65	570	700—800	n 1,0—1,4 c 0,5—0,8	0,386	22,0	20—2
Al-Si-Cu t	2,65		700—750	1,0—1,4	0,32	22,0	
Al-Si-Mg t	2,65	570	700—750	1,0—1,4	0.37	22,0	
Al-Mg t	2,6—2,63	630—520	680—750	1,0—1,4	0,34	20—24	17
Al-Mg-Si t	2,7	640—560	680—770	1,1—1,4	0,33—0,47	23	

[1]) Pentru piese normale. n = turnat în nisip, c = turnat în cochilie.

C u p t o a r e p e n t r u t r a t a m e n t e t e r m i c e. Sunt în uz cuptoare electrice și cuptoare încălzite cu gaz. Se recomandă însă, din cauza temperaturilor precise ce trebue menținute la călire, utilizarea băilor de săruri (p. 535) și cuptoare cu insuflare de aer.

Imbinări. L i p i t u r a t a r e (b r a z u r a) și s u d u r a. Păturile de oxid sunt distruse cu fluxuri decapante. Suflaiul se utilizează adesea și la lipitura tare.

Ca material de adaus servesc aliaje cu 70...95% Al, cu o temperatură de topire de 540...620 °.

L i p i t u r a m o a l e. Materialele de adaus constau mai ales din metale grele cu punct de topire scăzut și nu conțin deloc sau numai până la 50% aluminiu. Temperatura de topire între 180 și 500°. Stratul de oxid e îndepărtat prin frecarea cu materialul de adaus topit. Lipiturile moi posedă numai o slabă rezistență chimică.

Tabela 6. Aliajele de aluminiu pentru

σ_B = rezistența la întindere, $\sigma_{0,2}$ = limita de curgere, δ_{10} = alungirea specifică turnat în ochilie și călit, tc p = turnat în cochilie și presat, tp = turnat sub pre-

Numele aliajului	Compoziția % restul Al	Starea	$\sigma_{0,2}$ kg/mm²	$\sigma_B \approx$ kg/mm²	$\sigma_B \approx$ la 200° kg/mm²	$\sigma_B \approx$ la 300° kg/mm²
Aliaj american variat	9–16 Cu, 0,5 Mg, 0,5 Si, 1–0,5 Fe	tc net	²)	15–18	—	—
Nüral 122	9,5–10,2 Cu, 0,15–0,35 Mg, 0,8–1,5 Fe	tc net	—	18–26	—	—
Nelson-Bohnalite	9–10 Cu, 0,1–0,5 Mg, 0,3 Si	tc net tc c	16	18 25–30	18	12,5
Y	3,5–4,5 Cu, 1,8–2,3 Ni, <0,6 Si, 1,2–1,7 Mg, <0,6 Fe	tc net	20	22	22	14
		tc c		30		
		tc p	15,5	32		
		tc c p		44		
RR 53	2,25 Cu, 1,3 Ni, 1,25 Si, 1,6 Mg, 1,40 Fe, 0,1 Ti	tp tp c	—	24–29 30–35	—	—
RR 59	2,25 Cu, 1,3 Ni, 0,5 Si, 1,6 Mg, 1,40 Fe, 0,1 Ti	tc net		20	20	13
		tc c	—			
		tc p		30		
		tc c p		40		
KS 1275 } EC 124 } Nüral 132 }	1 Cu, 1–2,6 Ni, 12,5–13 Si, 1 Mg, 0,8 Fe	tc net	14	19–21	18	10,5
		tc c		27–30		
		tc p	12	23		
KS 245	4,5 Cu, 1 Mn, 14 Si, 1,5 Ni, 0,5 Fe, 0,7 Mg	tc net	17,6	21	21	12,5
		tc c		25		
		tc p		23		
		tc c p		37		
Alusil	1,5 Cu, 20–22 Si, 0,6 Fe	tc net	²)	15–20	15–18	10
KS 280	1,5 Cu, 0,5 Mg, 20–22 Si, 0,6 Mn, 0,6 Fe, 1,25 Co, 1,5 Ni	tc net	18,5	19	18	14
		tc c		22		
		tc p	16	21		
		tc c p		29		

¹) V. și tabela 2, p. 815. — ²) Imediat sub rezistența la întindere. — ³) După E. W. H. Koch.

Scanned with OKEN Scanner

pistoane, proprietăți fizice și tehnice [1])

($l = 10\ d$). H_B = duritatea Brinell, tc net = turnat în cochilie fără tratament, t c c = siune, tp c = turnat sub presiune, călit, tc c p = turnat în cochilie, călit și presat.

$\delta_{10} \approx$ %	$H_B \approx$ kg/mm²	Greutatea specifică kg/dm³	Intervalul de topire și solidificare °	Retrecisarea %	Conductibilitatea termică cal/cm s °	Dilatația la căldură 20 – 250° × 10^{-6}	Cifra de uzură[a])
0,2	80 – 120	2,8 – 3,1	630 – 540	–	0,36 – 0,33	24 – 25	1,03
0,1 – 1,5	70 – 120	3,00	625 – 525	1,0	0,34	22,8	–
0,2 – 0,1	70 – 120	2,9	630 – 525	1,3	0,35	25	1,00
1,0 0,25 18,0 5 – 6	90 154 98 140	2,8	640 – 540	1,3	0,36	25	0,84
0,2 0,2	110 – 120 120 – 140	2,7	650 – 525	–	0,36	25	–
0,2 10 – 11 2 – 3	90 – 100 120 – 130 80 – 90 130 – 140	2,78	640 – 540	–	0,36	24,3	–
0,2 – 1,0	110 135	2,68	620 – 520	1,0 – 1,25	0,33	22	–
0,4 0,2 3,4 0,7	130 175 85 143	2,73	620 – 520	1,2	0,27	20 – 21	0,81
0,2	90 – 120	2,6	700 – 570	1,1	0,28	18 – 19	0,60
0,2 1,0	135 178 78 121	2,68	700 – 540	1,1	0,27	17 – 18	0,72

Scanned with OKEN Scanner

Nituirea. Din cauză că la sudare și lipire e inevitabilă diminuarea efectelor călirii și laminării la rece, se utilizează la aceste materiale mai ales nituirea. La aliajele călibile, niturile sunt de cele mai multe ori răcite brusc înainte de nituire. Ele trebue bătute timp de 4 ore; altfel trebue repetată încălzirea și răcirea bruscă.

Prelucrarea prin așchiere. Aluminiul pur după DIN 1712 și aliajele de Al după DIN 1713 pot fi prelucrate ireproșabil cu scule speciale și cu o vitesă de tăiere suficient de mare. Posibilitatea de prelucrare a aliajelor de Al depinde și de compoziția lor chimică. Pentru aliajele bogate în Si e recomandabilă prelucrarea cu aliaje dure.

Spre a înlesni utilizarea metalelor ușoare în locul alamei de automate, s'au desvoltat aliaje de automate din metale ușoare cu baza de Al-Cu-Mg, Al-Mg-Si și Al-Mg. Mașinile potrivite pentru prelucrarea alamei sunt utilizabile, condițiile de lucru aceleași. E avantajoasă o vitesă de tăiere cât mai mare.

Tratamentul suprafețelor. Al și aliajele sale se pot polisa cu luciu perfect și se pot acoperi cu straturi de vopsele sau de lacuri.

Pentru sporirea rezistenței la coroziune (p. 798), aliajele cu o mare rezistență mecanică din categoria Al-Cu-Mg sunt placate cu un strat de aluminiu pur sau dintr'un aliaj de aluminiu fără Cu, când sunt supuse la mari solicitări chimice (v. p. 779 și Stoffhütte, p. 111). Prin oxidare anodică (metoda Eloxal, p. 802 și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 115), se obține un strat protector de cea mai mare rezistență. Pentru Al și pentru aliajele de aluminiu fără Cu de asemenea protecțiunea prin oxidare chimică (metoda MBV, v. p. 802 și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 115).

5. Produse comerciale (Norme) v. și p. 1028 ș. u.

Table și benzi de aluminiu. DIN 1788, table și benzi până la 5 mm grosime, laminate la rece. Condițiuni tehnice de livrare, prescripțiuni asupra proprietăților mecanice și chimice ale materialului. — DIN 1753, table dela 0,2 la 5 mm grosime laminate la rece. Dimensiuni, greutăți și moduri de livrare. — DIN 1763, benzi dela 0,1 la 4 mm grosime, laminate la rece, tăiate pentru ștanțare și trefilare.

Aluminiu plat, tras cu muchii ascuțite. DIN 1769, dimensiuni (lățime × grosime): 5 × 2...50 × 20 mm. Modul de livrare: bare de 2...4 m.

Aluminiu plat, presat cu muchii rotunjite. DIN 1770, dimensiuni (lățime × grosime): 10 × 3...120 × 20 mm. Modul de livrare: bare de 2...4 m.

Aluminiu cornier, presat, cu muchii rotunjite. DIN 1771,

$a : b = 1 : 1$	dimensiuni:	10 × 10 × 2...60 × 60 × 6 mm
$a : b = 2 : 3$	„	15 × 20 × 2...30 × 45 × 6 „
$a : b = 1 : 2$	„	10 × 20 × 2...25 × 50 × 5 „ .

Modul de livrare: bare de 2...4 m.

Tuburi de aluminiu trase fără cusătură. DIN 1794. Diametrul exterior 2...120 mm, grosimea peretelui 0,4...5 mm. Modul de livrare: în lungimi de minimum 2 m sau în lungimi fixe. Norma preliminară 1789, condiții tehnice de livrare.

Tuburi din aliaje de aluminiu, trase fără cusătură. DIN 1795. Diametrul exterior 2...120 mm, grosimea peretelui 0,4...6 mm. Modul de livrare: în lungimi de minimum 2 m sau în lungimi fixe.

Bare de secțiune patrată din Al și aliaje de Al, trase, cu muchii ascuțite. DIN 1796, deschiderea cheii 4...30 mm. Modul de livrare: bare de minimum 2 m lungime.

Bare hexagonale, ca mai sus. DIN 1797, deschiderea cheii 3...50 mm. Modul de livrare: bare de minimum 2 m lungime.

Bare rotunde din Al și aliaje de Al trase. DIN 1798, diametrul 1...56 (60...100) mm. Modul de livrare: bare de minimum 2 m lungime.

Bare rotunde din Al și aliaje de Al, presate. DIN 1799, diametrul 10...120 mm. Modul de livrare: bare de minimum 2 m lungime.

DIN 1747, bare masive din aliaje de Al. DIN 1748, bare profilate din aliaje de Al.

Prescripțiuni asupra utilizării aluminiului în aviație

Denumiri, compoziții și proprietățile materialului. Handbuch Flieg-Werkstoffe a Ministerului german al Aviației (RLM), Technische Lieferbedingungen des Reichsverbandes der Deutschen Luftfahrt-Industrie (RDLI).

Afară de normele generale DIN, sunt valabile pentru aviație următoarele file L din DIN:

Table din aliaje de Al. DIN L 23, table de 0,3...40 mm grosime.

Tuburi de aliaje de Al și Mg. DIN L 24, diametrul ext. 10...120 mm, grosimea peretelui 0,75...6 mm. Execuția pentru aliaje de Al: trase fără cusătură și îndreptate, pentru aliaje de Mg: presate și îndreptate. Modul de livrare: în lungimi de minimum 2 m sau în lungimi fixe.

Table și benzi din aliaje de Al. DIN L 25, 0,2...3 mm grosime.

Bare rotunde din aliaje de Al, presate, laminate și forjate. DIN L 42, diametrul 55...150 mm. Modul de livrare: bare de lungimi variabile.

Benzi de articulație, semifabricate. DIN L 72. Modul de livrare: lungimi de cca 2 m.

Sârmă de nituri, trasă. DIN 446, diametrul 2...13 mm. In colaci sau după înțelegere.

Benzi de manșoane, benzi de întindere, laminate la rece. DIN L 602, dela 30 × 0,8 ...50 × 1,2 mm.

Tuburi profilate. DIN L 92, raportul dintre adâncime și înălțime = 2,15 resp. 2,8.

Metal ușor hexagonal, tras și presat. Proiectul 3, DIN L 492, deschiderea cheii: 10...50 mm tras, 55...85 mm presat. Modul de livrare: în lungimile fabricate.

Prescripțiuni asupra utilizării aluminiului în electrotehnică

Condiții tehnice de livrarea semifabricatelor de aluminiu, pentru electrotehnică
DIN VDE 501

Dimensiuni și material:
- DIN VDE 8200, sârme pentru conducte aeriene de curenți tari.
- DIN VDE 8201 și 8204, sârme tordate pt. conducte aeriene de curenți tari.
- DIN VDE 8300, sârme pentru conducte de telecomunicație, sârme pentru antene.
- DIN VDE 0202, sârme pentru cabluri și conducte izolate.
- DIN VDE 6420, sârme de aluminiu, rotunde, trase.

Dimensiuni:
- DIN VDE 6421, bare de aluminiu, rotunde, trase.
- DIN VDE 6422, bare de aluminiu, plate, trase.
- DIN VDE 6423, tuburi de aluminiu.
- DIN 1753, table. DIN 1793, benzi.

b) Magneziul [1])

1. Minereuri și extracție. Materii prime: Magnezita ($MgCO_3$), carnalita ($MgCl_2 \cdot KCl$), dolomita ($MgCO_3 \cdot CaCO_3$). Producerea metalului prin electroliză, electrolitul utilizat fiind $MgCl_2$. Mg produs în mod normal posedă o puritate de peste 99,7%.

2. Proprietăți fizice, tehnologice și chimice. Vezi tabela 2, p. 804. Față de soluțiile de săruri și față de acizi, Mg e în general foarte sensibil (p. 798). Foarte stabil e Mg în leșii (soluții alcaline) (spre deosebire de Al) și față de multe materii organice, întru cât acestea nu au un caracter acid. Protecția prin pătura oxidică superficială e cu mult mai redusă decât la aluminiu; oxidul de mag-

Aliajele de magneziu plasticizabile după DIN 1717 [1])

Tabela 7

Categoria și simbolul	Compoziția în % restul Al	Indicații asupra utilizării
Mg-Al 3	2—4 Al 0—1,5 Zn 0—0,5 Mn	aliaj plastic ce se prelucrează bine
Mg-Al 6	6—7 Al 0—1,5 Zn 0—0,5 Mn	aliaj obișnuit pt. bare, tuburi, profile și piese forjate; aliaj de table cu sudabilitate limitată
Mg-Al 9	8—11 Al 0—1,5 Zn 0—0,5 Mn	aliaje pentru piese forjate supuse la solicitări mari
Mg-Zn	4—5 Zn 0—0,2 Mn	aliaje pentru articole de masă ce se băițuiesc în culori. Bună plasticitate
Mg-Mn	1—2,5 Mn	aliaje obișnuite pentru table, bine sudabile, cea mai bună rezistență la coroziune dintre toate aliajele de magneziu

[1]) Valori de rezistență, v. tabela 22, p. 763.

[1]) Werkstoffhandbuch. Nichteisenmetalle, Berlin 1936, ed. VDI — Z. f. Metallk. 28 (1936), p. 220. — Werkstoff Magnesium, Berlin 1938, ed. VDI. — Metallwirschaft 18 (1939), p. 235 ș. u. și 377 ș. u.

Tabela 8. Aliajele de magneziu de turnare după DIN 1717 [1])
tn = turnat în nisip fără tratament, tn c = turnat în nisip, călit, tn om = turnat în nisip, omogenizat, tc = turnat în cochilie fără tratament

Categoria și simbolul	Compoziția în % restul Mg	Starea	Indicații asupra utilizării
Mg-Al t	7—11 Al	tn	piese turnate solicitate static,
	0—0,5 Zn	tn om	piese supuse la mari solicitări dinamice și alungiri,
	0—0,5 Mn	tn c	piese cu pretenții mari de duritate și limită de curgere,
		tc	piese de tot felul turnate în cochilii
Mg-Al 3-Zn t	2,5—3,5 Al 0,5—1,5 Zn 0—0,5 Mn	tn	piese etanșe la lichide și gaze (v. și Mg-Si)
Mg-Al 4-Zn t	3—4,5 Al 2—3,5 Zn 0—0,5 Mn	tn	piese solicitate dinamic
Mg-Al 6-Zn t	5—6,5 Al 2—3,5 Zn 0—0,5 Mn	tn	piese solicitate static
Mg-Mn t	1—2,5 Mn	tn	piese solicitate la coroziune și ce se asamblează prin sudură
Mg-Si t	0,5—2 Si	tn	unde Mg-Al 3 Zn nu poate fi utilizat din cauza greutăților de turnare

[1]) Cifre de rezistență v. tabela 22, p. 763.

neziu e cu mult mai moale decât oxidul de aluminiu și nu s'a reușit să fie produs în straturi suficient de aderente și de rezistente din punct de vedere mecanic. Metoda Elomag, p. 802.

3. Aliajele magneziului. Clasificarea aliajelor de magneziu plasticizabile și de turnare în categorii după DIN 1717 (Mai 1938), tabelele 7 și 8. Asupra aliajelor de Mg pentru turnare sub presiune v. DIN 1740, în parte în loc de DIN 1744, tab. 3, p. 817 ș. u. Alte date despre proprietățile fizice se găsesc în cap. Metode de turnare, p. 810 ș. u. și cap. Cifre de elasticitate și rezistență, p. 761 ș. u.

4. Prelucrarea. Călirea. O parte din aliajele de Mg sunt, ca și cele de Al, călibile prin răcire bruscă și revenire.

Intru cât temperatura de răcire bruscă se află imediat sub temperatura de topire, e necesară menținerea foarte precisă a temperaturii (spre a se evita începerea topirii) și împiedecarea pătrunderii aerului (spre a se evita arderea). Acestea se pot realiza în cuptoare electrice cu băi de săruri într'un amestec de bicromat de sodiu și potasiu, sau în cuptoare cu recipienți etanși, ce se încarcă cu SO_2.

Asamblările. Din cauza păturii de oxid, se utilizează ca flux decapant diferite amestecuri de săruri potrivite, ce se găsesc în comerț.

Dintre metodele de sudură electrică corespund: sudura în capete, prin puncte și prin cusătură, dintre metodele de sudură cu gaz: sudura oxiacetilenică. Sudabilitatea depinde întru câtva de aliaj; AM 503 (categoria Mg-Mn), cel mai ușor sudabil. Dacă sudura se face cu material de adaus, se va utiliza sârmă din același aliaj.

Lipirea nu vine în considerare. Nituirea construcțiilor din aliaje de Mg se face cu Hy 5 (categoria Al-Mg 5), care se poate bate la rece.

Prelucrarea prin așchiere. Aliajele de magneziu se prelucrează ușor, e admisibilă cea mai mare viteză de tăiere; prin aceasta, o prelucrare mai economică față de prelucrarea altor metale grele sau ușoare.

Măsuri de protecție, sunt necesare din cauza pericolului de aprindere [1]). Așchii fine, ca și praful de șlefuire, pot să se aprindă din cauza încălzirii prin utilizarea unor scule necorespunzătoare sau tocite. Incendiile se înăbușe prin acoperire cu așchii de fontă cenușie sau, la nevoie, cu nisip uscat. Stingătorul de magneziu Minimax. Apa și celelalte mijloace de stingere a focului nu trebue utilizate.

[1]) Metalltechnik 18 (1939), p. 833.

c) Beriliul (gluciniul) [1])

Extracția prin electroliza sărurilor topite, materia primă fiind beriliul brut.

Proprietăți fizice v. tabela 2, p. 804.

Aliaje. Beriliul se adaugă în cantități mici metalelor grele ca: cupru, nichel, cobalt, fier sau aliajele lor și sporește puternic posibilitatea de călire. Se obțin durități ca la oțel, cu aproximativ aceleași proprietăți chimice ca ale metalului de bază.

Călibilitatea se bazează pe reducerea solubilității beriliului în metalul de bază, pe măsură ce scade temperatura.

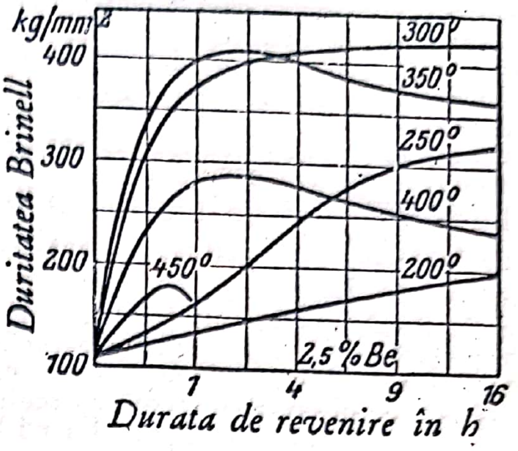


Fig. 1. Ameliorarea funcțiune de temperatura de revenire la aliajul de Cu cu 2,5% Be.

Tabela 1. Proprietăți fizice și tehnice ale aliajelor de beriliu (după Hessenbruch)

$\sigma_{0,2}$ = limita de etirare, σ_B = limita de rupere, δ_{20} = alungirea la 200 mm lungime, E = modulul de elasticitate, H_B = duritatea Brinell, R = reziliența, CE = conductibilitatea electrică, CD = coeficientul de dilatație.

Aliaje	Tratamentul prealabil	$\sigma_{0,2}$ kg/mm²	σ_B kg/mm²	δ %	E kg/mm²	H_B kg/mm²	R kgm/cm²	CE m/Ω mm²	CD 20–200 ° ×10⁻⁶
Cu-Be 2,5% Be	răcit brusc, moale	33,8	62,0	22,8	11 800	105	13,70	10,3	
	ameliorat din stare moale	62,4	87,6	7,03	13 200	280	2,96	18,9	
	laminat la rece, dur	77,8	81,0	0,38	—	265	0,94	9,2	
	ameliorat din stare dură	107,0	123,3	4,12	—	365	0,81	11,6	17,2
Ni-Be 1,7% Be	răcit brusc, moale	35,95	81,1	41,7	17 500	140	> 15, incasabil	3,0	
	ameliorat din starea moale	76,6	123,9	19,7	18 300	365	4,01	4,7	
	laminat la rece, dur	147,7	154,3	0,8	18 000	350	4,58	3,1	
	ameliorat din starea dură	150,0	182,5	7,0	19 000	460	4,47	5,2	13,9
Be contracid 0,6% Be*)	răcit brusc, moale	41,7	88,0	27,65	15 500	195	13,9	0,84	
	ameliorat din starea moale	49,6	93,2	23,15	16 100	320	8,14	0,82	
	laminat la rece, dur	105,0	110,5	1,25	16 900	390	3,34	0,97	
	ameliorat din starea dură	118,0	129,0	6,4	18 500	430	2,83	0,92	13,9
34 Co 50 Fe 15 Cr 1 Be	răcit brusc, moale					225			
	răcit brusc, laminat la rece					470			
	ameliorat din starea dură					680			

*) Beriliu-contracid: cca 61% Ni, 15% Fe, 15% Cr, 2% Mn, 7% Mo, ca aliaj de bază, cu adaus de 0,6...1,0% Be.

[1]) Bibliografie: Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konzern, vol. VIII, fasc. I (1929). — Hessenbruch, Festchrift Heraeus-Vakum-Schmelze, 1923...1933, p. 201. — Același, Z f. Metallk. 25 (1933), p. 245.

Scanned with OKEN Scanner

Adausul în nici un caz mai mare ca cca 2,5%. Inainte de călire, aliajele se pot fasona uşor la rece sau la cald. Pentru utilizare trebue să se dea de aceea atenţie îndeosebi ca prelucrarea plastică, cum e îndoirea arcurilor, să se facă înainte de revenire, în stare moale după răcirea bruscă.

Tratamentul de călire: încălzire la temperatură înaltă (la aliajele de Cu, peste cca 700°, la aliajele de Ni peste 1000°), şi răcire bruscă; apoi, eventual după fasonarea la rece, revenirea la temperaturi joase, (la aliaje de Cu cca 200...300°. la aliaje de Ni cca 400...500°), fig. 1.

Pe lângă aliajele binare, se întrebuinţează şi cele ternare; în general, prin adausul al treilea, e posibilă în acelaşi timp o micşorare a conţinutului de beriliu.

Indicaţiuni asupra utilizării: Aliajele de cupru şi beriliu se întrebuinţează pentru cusineţi speciali, pentru piese expuse uzurii, pentru arcuri spirale inoxidabile, pentru arcuri de foi tari, solicitate la uzură, pentru piese de ceasornice amagnetice şi pentru scule fără scântei.

Aliajele de nichel-beriliu şi nichel-beriliu-crom. Pentru rezistenţă la coroziune şi acizi, cum ar fi pentru instrumentele medicale.

Beriliu-contracid. Pentru resoarte amagnetice şi rezistente la coroziune şi acizi pentru ceasornice şi instrumente de măsură.

B. Cuprul[1])

Prelucrare de ing. dipl. H. Bröking, Deutsches Kupfer-Institut E. V. Beriln

1. Prezenţa: ca cupru în stare nativă în U. S. A. Mai ales însă ca minereu, adesea împreună cu alte metale (fier, plumb, staniu, arsen, nichel) şi în combinaţie cu alte elemente, în deosebi, sulf. Se găseşte în toate părţile globului.

Calcopirită ($CuFeS_2$ — aproximativ 34% Cu), minereul cel mai important al cuprului; galena de cupru (Cu_2S — aproximativ 80% Cu); burnonita ($CuPbSbS_3$ — aproximativ 13% Cu); enargita ($3\ Cu_2SAs_2S_3$ — 48% Cu); covelina (CuS — cca 66% Cu); malachita ($CuCO_3Cu(OH)_2$ — aprox. 57% Cu); şi piritina (sulfură, minereu Cu-Ni).

Prezenţa minereurilor de cupru germane: şisturile cuproase Mansfeld, în valea Mansfeld ($CuFeS_2$, Cu_3FeS_3, Cu_2S), Mitterberg (Salzburg) ($CuFeS_2$), Unterharz, ($CuFeS_2$, $CuPbSbS_3$), prov. renană ($CuFeS_2$, $CuFeS_3$, Cu_2S, $CuCO_3$), $Cu(OH)_2$; Richelsdorf (Kurhessen) şi Silezia.

Minereurile de cupru conţin mineralele amintite, amestecate cu mai multă sau mai puţină gangă şi cu minereuri străine, astfel că conţinutul real de cupru e mai mic. De ex.:

conţinutul de cupru al minereului Rio-Tinto e	cca	1½...2 %
„ „ „ al şisturilor cuproase dela Mansfeld	„	2...3 %
„ „ „ al minereurilor jugoslave e	„	5...6 %
„ „ „ al minereurilor Katanga e	„	6½...7½ %
„ „ „ al minereurilor rodeziene e	peste	7½ %.

2. Extracţia. V. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 379 a) din minereuri, din reziduuri cuproase şi din produse intermediare, în mai multe faze:

Tratarea minereurilor şi produselor mai sărace prin îmbogăţire (flotaţie) până la 20...30% a concentratelor de cupru. Inlăturarea sulfului prin grilări oxidante în cuptoare de grilare, şi prin topire reductoare în cuptoare cu flacără se ajunge la mata de cupru, cu 35...45% Cu; restul S şi Fe; sau prin topire directă în cuptoare turn, se ajunge la cuprul negru cu 90...95% Cu, restul S şi Fe. Convertisarea matei de cupru în cupru de convertisare cu 96...98% Cu, respectiv turnarea în anode. Afinarea cuprului de convertisare, respectiv a cuprului negru, în cuptoare cu flacără în cupru metalurgic cu conţinutul de cupru după DIN 1708, sau în cupru anodic (de puritate ceva mai mică).

Afinarea mai departe a anodelor prin electroliză în cupru catodic cu aproximativ 100% Cu (cupru electrolitic). Anodele sunt disolvate prin curentul electric şi cuprul se depune în puritate maximă la catodă. Toate impurităţile rămân în soluţia electrolitică, care conţine cca 100 g/l acid sulfuric liber, şi 120 g/l sulfat de cupru, în timp ce metalele nobile se depun în nămolul anodic, pe fundul băii.

[1]) **Bibliografie:** Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 379; Tafel, Lehrbuch der Metallhüttenkunde, Leipzig 1927, Hirzel. — G. Sachs, Praktische Metallkunde, partea a 3-a, Berlin 1933/35, Springer. — Waehlert, Kupferraffination, Halle 1927, Knapp. — Werkstoffhandbuch Nichteisenmetalle, secţiunea D, E, F, Berlin 1939, ed. VDI. — Copper, Zirkular Nr. 73 des Bureau of Standards, Washington, USA 1922, ed. a 2-a, Berlin 1926, editura VDI.

Scanned with OKEN Scanner

In Chile, Arizona, Katanga etc., cuprul metalic pur se extrage şi direct din minereu prin disolvare şi electroliză cu anode insolubile.

b) Şi d e ş e u r i l e d e c u p r u (cupru vechiu) pot fi intercalate, după calităţi, în circuitul procesului de afinare. Ele dau metal nou preţios şi sunt de foarte mare importanţă economică.

Scopul afinării e îndepărtarea impurităţilor, cari influenţează foarte mult proprietăţile cuprului. Adause de As, P, Sb, Ni, Fe, Mn, Mg, Si, îmbunătăţesc, în anumite condiţiuni, proprietăţile mecanice ale cuprului (v. aliajele cuprului). Pb ca şi O_2 (> 0,10 %), S, seleniul, telurul şi în primul rând bismutul (> 0,003%), contează ca impurităţi dăunătoare. Toate elementele amintite influenţează conductibilitatea electrică (v. fig. 1 şi Stoffhütte, ed. a 3-a, p. 380).

P u r i t a t e a c a l i t ă ţ i l o r d e c u p r u şi impurităţile admisibile, în DIN 1787 şi DIN VDE 500.

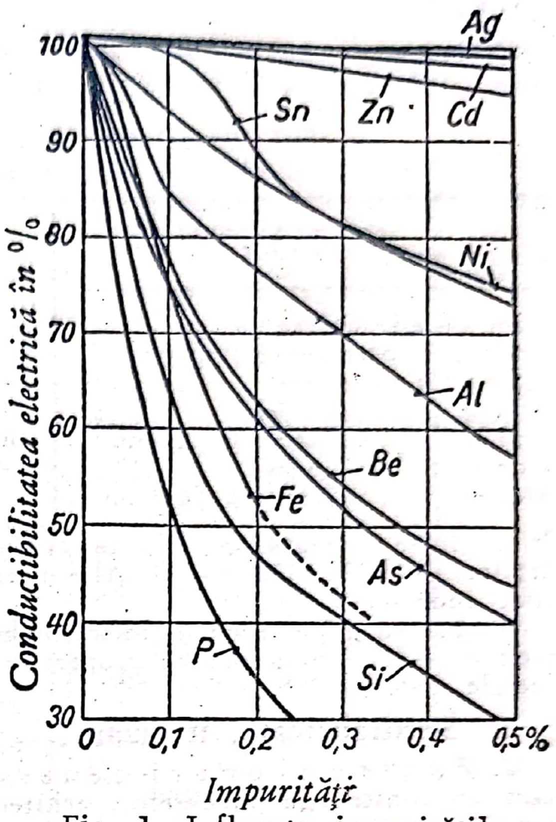


Fig. 1. Influenţa impurităţilor asupra conductibilităţii electrice a cuprului. [După C. D. A.-Publication 12 (1935).]

Tabela 1. Normele privitoare la cupru după DIN 1708

N u m i r e a	Simbolul	Cu min. %	E x e m p l e d e u t i l i z a r e
Cupru metalurgic A (conţine As şi Ni)	Cu-A	99,0	Cutii de foc, antretoaze
Cupru metalurgic B (sărac în As)	Cu-B	99,0	Aliaje pentru produse turnate Aliaje cu mai puţin de 60% Cu, pentru produse laminate, presate şi forjate
Cupru metalurgic C	Cu-C	99,4	Tuburi şi table de cupru
Cupru metalurgic D	Cu-D	99,6	Aliaje cu mai mult de 60% cupru, pentru produse laminate, presate şi forjate
Cupru E [1])	Cu-E	— [2])	Conducte electrice, aliaje superioare

[1]) Prin cupru E se va înţelege cuprul electrolitic, precum şi oricare alt cupru, care corespunde condiţiunilor din nota [2]), ca de ex. cuprul electrolitic vechiu, retopit şi afinat, ca şi cuprul Hekla şi cuprul de Rodezia.

[2]) Pentru caracterizarea cuprului E, e hotărîtoare numai conductibilitatea electrică, v. VDE 0201/1934 „Vorschriften für Kupfer für Elektrotechnik".

Livrarea: în blocuri, bare, catode etc.

Profile pline de cupru, trase, condiţii tehnice de livrare v. DIN 1773. Cupru în semifabricate v. DIN 1787. Semifabricate pentru electrotehnică, condiţii tehnice de livrare v. DIN VDE 500.

3. Proprietăţi tehnice şi fizice. Mare conductibilitate electrică (depăşită numai de Ag); mare conductibilitate termică (aproximativ de 6 ori mai mare decât a fierului); extrem de flexibil, fasonare uşoară şi variată şi prelucrare uşoară în stare rece şi caldă; mare rezistenţă la coroziune, datorită în parte potenţialului înalt, de + 0,34 V, faţă de hidrogen. Rezistent la intemperii şi preţios, chiar după decenii de întrebuinţare; suprafeţe de calitate bună şi culoare frumoasă, arămie. (Utilizare pentru

Scanned with OKEN Scanner

multe aliaje de cupru de culoare frumoasă); aliere ușoară cu cele mai multe metale neferoase, dând materiale valoroase (bronz, bronz roșu, alamă, etc.). Proprietăți fizice v. tabela 2, p. 804; proprietăți tehnologice, v. tabela 2.

Tabela 2. Proprietăți tehnologice
(după puritate și grad de întărire)

Starea		moale	Tras, resp. laminat dur
Lim. de etirare (0,2% alungire permanentă)	[kg/mm²]	4— 8	25— 40
Rezist. la întindere .	[kg/mm²]	20—25	30— 45
Alung. spec. la rupere	[%]	40—30	6— 2
Dur.Brinell (2,5/62.5/30)	[kg/mm²]	40—50	80—100
Contracțiunea transv.	[%]	≧ 50	≧ 45
Modulul de elasticitate	[kg/mm²]	10 000—13 000	

4. Prelucrarea:

a) In deosebi pentru s e m i f a b r i c a t e: din blocuri pentru laminare, din bare pentru sârme și blocuri rotunde turnate se fabrică: table și benzi, precum și sârme, profile pline, piese presate și tuburi de orice forme și dimensiuni, prin laminare, presare, trefilare la rece sau la cald; se livrează în diferite dimensiuni, grade de duritate și calități ale suprafețelor, v. DIN 1750, fila 3. Alte prelucrări fără așchiere: presare, imprimare, ciocănire, îndoire.

b) Pentru piese turnate (electrotehnică sau armături speciale) și în g a l v a n o t e h n i c ă ca bază pentru acoperirea cu alte metale. In plus, pentru placarea altor metale.

5. Semifabricate, utilizare:

a) P e n t r u s c o p u r i g e n e r a l e: In industria chimică, a hârtiei, alimentară, în construcția vapoarelor, arhitectură, construcția vehiculelor, pentru aparate de termotehnică, etc.; amănunte, tab. 3 și 4.

b) P e n t r u e l e c t r o t e h n i c ă: Mașini, transformatori, redresori, conductori, piese de distribuție, în construcția telefoanelor și a posturilor de radioemisiune etc.; amănunte tab. 3 și 4.

c) P e n t r u c u t i i d e f o c d e l o c o m o t i v ă și a n t r e t o a z e. Amănunte în tab. 3 și 4.

Tabela 3. Cuprul în semifabricate după DIN 1787

1. Cuprul în table, tuburi, profile pline și sârme.

a) P e n t r u s c o p u r i g e n e r a l e. Notația cuprului plat, tras, lat de 10 mm și gros de 4 mm, din cupru C, după DIN 1768: Cupru plat 10 × 4 DIN 1768 Cu C.
Puritatea trebue să atingă minimum 99,4% Cu (material brut ·Cu-C DIN 1708). Conținutul de oxigen poate fi de maximum 0,1%. Cuprul trebue să fie lipsit de componente dăunătoare.*) **)
V. și DIN 1773, profile pline de cupru, trase, condițiuni tehnice de livrare.

b) C u p r u p e n t r u e l e c t r o t e h n i c ă. Notația sârmei rotunde de cupru trasă, cu diam. 0,25 mm după DIN 1766, din Cu-E: Sârmă de cupru 0,25 DIN 1766 Cu-E.
Pentru caracterizare e hotărîtoare în primul rând, conductibilitatea electrică (fig. 1, p. 845) (material Cu-E DIN 1708).
Pentru conductibilitatea cuprului pentru electrotehnică, sunt hotărîtoare: VDE 0201 „Prescripțiuni pentru cupru pentru electrotehnică", cum și DIN VDE 500, semifabricate din cupru pentru electrotehnică.

2. Cuprul în plăci pentru cutii de foc; țevi pentru cutii de foc, antretoaze, precum și semifabricate. Notația cuprului rotund, tras, de 20 mm diam. după DIN 1767 din Cu-A (pentru antretoaze): cupru rotund 20 DIN 1767 Cu-A.
Puritatea trebue să fie de minimum 99% Cu (materialul brut Cu-A DIN 1708). Conținutul de arsen nu trebue să depășească 0,50%, iar cel de arsen + nichel 1%. Conținutul de oxigen maximum 0,1%. Tehnic, cuprul trebue să fie lipsit de impuritățile dăunătoare *).
V. și DIN 1773 profile de cupru pline, trase, condițiuni tehnice de livrare.
Conținutul de metale nobile contează drept conținut de cupru.

*) Cuprul se consideră tehnic lipsit de componentele dăunătoare, când impuritățile lui nu depășesc următoarele valori maxime: stibiu 0,08%, bismut 0,01%, aluminiu 0,01%, selen + telur 0,01%, sulf 0,05%.

**) Alte adause și componente sunt limitate numai prin puritatea și conținutul de oxigen prescris.

Tabela 4

Proprietățile tehnologice ale semifabricatelor de cupru

(Valori standardizate, completate cu valori de orientare)

m = moale, d = dur, înd r = îndreptat la rece, g = grosime

Numirea și simbolul	Starea	σ_B kg/mm²	$\sigma_{S_{0,2}}$ kg/mm²	δ_{10} 1) %	D kg/mm²	Rezistența specifică la 20° maximum: Ω mm²/m — Sârme	Rezistența specifică la 20° maximum: Ω mm²/m — Prof. pline 2) Tuburi 3) Table 4) etc.	DIN-Nr.
a) Pentru electrotehnică								
Cu-E F 20	m	20—25	4—8	30—40	40—65	$1/57$ = 0,017 54	$1/56$ = 0,017 86	VDE 500
Cu-E F 25	înd r (d)	>25—30	—	6—15	60—80	$1/57$ = 0,017 54	$1/56$ = 0,017 86	„
Cu-E F 30	înd r (d)	>30—37	25—30	2—6	75—85	$1/56$ = 0,017 86 la Ø ≧ 1 mm	$1/55$ = 0,018 52 la g ≧ 1 mm	„
Cu-E F 37	înd r (d)	>37—45	30—38	2—4	>85	$1/55$ = 0,018 18 la Ø ≦ 1 mm	$1/54$ = 0,018 18 la g ≦ 1 mm	„
Cu-E F 45	înd r (d)	>45	>40	>2	>90			
Fire de cale	d	32—40	—	2,5—3,5	Torsiunea: 5	$1/56$ = 0,017 86	—	VDE 3140
Cond. aeriene pt. curenții tari	d	≧ 40	—	2—4	—	$1/56$ = 0,017 86	—	VDE 8200
Idem pt. telecomunicații	d	43—47	38—42,5	≧ 2	—	$1/55$ = 0,018 18	—	VDE 8300
b) Pentru scopuri generale								
Table de Cu-C 4)	m	22—26	4—8	>38	45	Adâncire: 0,5 mm 10,8...11,5 mm	—	1752
	1/2 d	25—32	10—15	>14	60—70	≈ 7,5 mm	—	1752
	d	30—36	20—30	>6	80—90	≈ 6 mm	—	1752
Tuburi de Cu-C 3)	m	21—25	4—8	>38	45	—	—	1754
	1/2 d	25—32	>10	15—25	60—70	—	—	1754
	d	28—34	>15	6—10	>90	—	—	1754
b) Pentru scopuri speciale (cutii de foc etc.)								
Table de Cu-A; Bare de Cu-A	m	≧ 23	≧ 4	≧ 38				1773
Tuburi de Cu-A pt. manşoane	1/2 d	≧ 28	—	≧ 10				1773

Modulul de elasticitate 10 000...13 000 kg/mm², contracțiunea ≧ 50% pentru starea moale, ≧ 45% pentru starea dură.

---

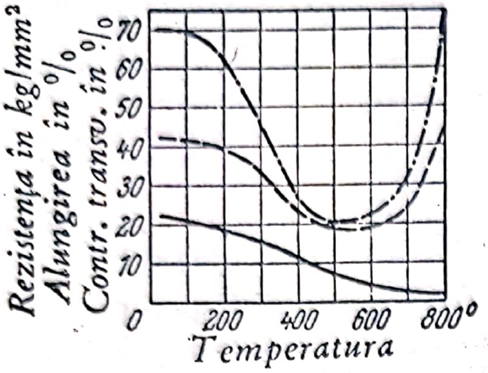
1) La dimensiuni ≦ 6 mm lungimea e l = 100 mm, pentru dimensiuni mai mari l = 10 d adică δ_{10}. Incercări la întindere după DIN 1605.

2) Secțiunea se determină din greutatea semifabricatului în ipoteza unei greutăți specifice de 8,9 kg/dm³.

2) Tuburile se taie pe cât posibil ca probe rotunde (utilizând priboaie), sau ca secțiuni longitudinale de 15...20 mm lățime, la cari părțile incastrate sunt aplatizate.

4) Tablele și benzile sub 5 mm grosime nu se încearcă la σ_B. Tablele mai groase v. DVM, metoda de încercare A 114.

6. Comportarea la temperaturi înalte: Cea mai favorabilă temperatură de încălzire în condițiuni normale e 600°. La cuprul care conține oxigen trebue evitată încălzirea în atmosferă reductoare sau hidrogen. Incălzirea la alb se face cu excluderea aerului, sau sub un gaz de protecție convenabil. Cuprul poate fi lipit moale sau dur, precum și autogen (flacără neutră și decapant), cu arcul electric (electrozi înveliți și tensiune înaltă), ca și prin rezistență electrică. Proprietățile de rezistență ale cuprului la temperaturi înalte în fig. 2.



——— Rezistență, — — — — Alungire, —·—·— Contracțiune transversală

Fig. 2.
Rezistența la cald a cuprului (după S i e b e).

Cuprul complet desoxidat, la temperaturi înalte, e insensibil față de acțiunea gazelor reductoare, deci se poate suda și braza mai ușor. Afară de aceasta, e mai flexibil și posedă o contracțiune transversală cu aproximativ 50% mai mare.

7. Comportarea la temperaturi joase: Se poate utiliza fără alte tratamente, deoarece rezistența la întindere e mărită și alungirea abia schimbată. La cupru nu intervine fragilitatea.

8. Comportarea la coroziune (p. 797 ş. u.). Cuprul posedă un potențial de + 0,34 V față de hidrogen. Disolvarea lui se efectuează numai prin combinațiunile oxidice. Prezintă numai mică solibilitate în apă de mare și în soluțiile de săruri (excepție sărurile de amoniu), mai ales când nu are acces O_2. Foarte bună comportare la coroziune: rezistența statică la îndoire obținută prin fasonare la rece se păstrează și după o acțiune îndelungată a coroziunii. Cuprul e rezistent la acțiunea apei de alimentare și intemperii, prin formarea unui strat protector, care are la bază oxidul cupros cristalin. Elementele ce formează duritatea apei, respectiv componentele atmosferei, dau cocleala.

C. Aliajele cuprului [1])

a) Bronzurile

Prelucrat de dr. ing. H. M a n n, Bad Godesberg

1. Generalități. B r o n z u r i l e sunt aliaje cari au drept component de bază cuprul, după DIN 1705 minimum 78% Cu. Aliajele de cupru și staniu (altădată bronzuri „veritabile"), se numesc b r o n z u r i d e s t a n i u sau b r o n z u r i f o s f o r o a s e. Ultima numire, obișnuită în practică, arată că lichidul metalic a fost desoxidat cu P; ca dovadă e faptul că conținutul de P în piesa turnată sau semifabricat, a fost dusă până la aproximativ 0,5% ceea ce se și cere în parte. Aliajele cu minimum 78% Cu, și cu adause substanțiale cu sau fără staniu (afară de zinc) (mai adesea Al, Ni, Mn, Fe, Si) se numesc b r o n z u r i s p e c i a l e.

---

[1]) Bibliografie: L e d e b u r - B a u e r, Die Legierungen für gewerbliche Zwecke, Berlin 1924, Krayn. — S c h i m m e l, Metallographie der technischen Kupferlegierungen, Berlin 1930, Springer. — D a h l - W u n d e r, Kupfer und Kupferlegierungen din „Die Korrosion metallischer Werkstoffe", vol. II, Leipzig 1938, Hirzel. — M a n n, Lagerwerkstofflegierungen auf Grundlage Kupfer din „Monographie der Lagerwerkstoffe". Berlin 1939, Springer.
R e v i s t e : Z f. Metallk., Berlin. — Metallwirtschaft, Berlin.

Scanned with OKEN Scanner

Adesea ele poartă numirea după adausul principal, de ex. bronz de aluminiu, de nichel, de siliciu, sau după întrebuințarea lor, de ex. bronz pentru conducte, bronz pentru electrozi. Un loc excepțional îl ocupă bronzurile de plumb (DIN E 1716), la care conținutul de cupru poate fi sub 78%...50%. Bronz roșu sunt denumite aliajele de cupru de turnare cu adause de staniu, zinc și plumb.

Numirea de bronz pentru alămurile speciale, de ex. bronzul întrebuințat în marină, bronzul pentru mașini, bronzul de oțel, de fier, de mangan, în Anglia manganese bronze se caută să se abandoneze pentru a realiza o unitate și a evita neînțelegeri, iar aliajele respective, cât conțin zinc în cantitate mare, se caută să se prezinte univoc sub numirea de alămuri speciale (p. 855).

Proprietăți. Bronzurile prezintă mare rezistență la coroziune, bună comportare la alunecare și conductibilitate electrică mare.

Utilizarea bronzurilor în arhitectură cum și pentru turnarea clopotelor (cu cca 20% staniu) e sistată aproape complet.

2. Prelucrare. Fasonarea bronzurilor se face după natura aliajului, după forma semifabricatului și după solicitarea în serviciu, prin turnare, forjare, presare, laminare, trefilare, iar mai nou și prin aglomerare (p. 819).

După cele mai sus se deosebesc: bronzuri de turnare, bronzuri forjabile, bronzuri de laminare, bronzuri aglomerabile, fără ca o astfel de numire să excludă posibilitatea unei alte prelucrări. Deosebiri caracteristice există, în parte, în ce privește compoziția aliajelor destinate turnării și a celor pentru prelucrare prin forjare.

Metode de turnare (v. p. 810 ș. u.).

Având în vedere segregația mare a granulelor, de ex. la bronzurile de staniu, lingoul, înainte de forjare, e supus unei recoaceri de omogenizare. Prelucrarea la cald prin forjare și laminare, mai ales în stadiul întâiu, trebue făcută cu mare precauțiune, spre a evita crăparea blocurilor. Din aceleași motive prelucrarea sub ciocan se face cu lovituri slabe. O presare prealabilă ușurează prelucrarea ulterioară.

3. Bronzuri de staniu și bronz roșu. a) Bronzuri de turnare după DIN 1706 cu 10, 14 și 30% Sn, mai adesea se utilizează turnarea în nisip uscat.

bz t 10 mai ales pentru armături (supape) pretențioase în privința rezistenței mecanice și la coroziune. Adesea se poate înlocui, de ex. prin bronz roșu (bz r 9 și bz r 5. Proprietăți de alunecare mijlocii.

bz t 14 un bronz foarte bun la alunecare. La piese bune cu segregație redusă, conținutul de staniu poate fi coborît fără pericol până la aproximativ 12%. Valori mari de rezistență și proprietăți bune de alunecare se obțin prin turnarea sub presiune în nisip uscat, sau în cochilii de cupru răcite cu apă (coroane de roți dințate, și în deosebi pentru șuruburi melc). Pentru turnarea sub presiune, conținutul de staniu e de 12% din care 0,5...1% poate fi înlocuit cu Ni pentru ridicarea limitei de etirare.

bz t 20 un bronz ce se comportă bine la frecare, dur, sfărâmicios și se întrebuințează pentru crapodine și plăci de presiune. Conținutul de staniu pote fi redus, adeseori, cu 2...3%. Domeniu de întrebuințare redus.

b) Bronz roșu. Aliajele de cupru și staniu cu adause de zinc, poartă denumirea de bronz roșu (DIN 1705 cu informații asupra compoziției și utilizării v. tabela 16, p. 760). Prin afinarea aliajelor topite, prin

Tabela 1. Valori de rezistență ale bronzului roșu și bronzurilor de staniu

Aliajul	Valori minime după DIN 1706			Valori pt. turnare în forme, în stare de repaos			Valori pentru turnarea sub presiune		
	σ_B kg/mm²	δ %	H kg/mm²	σ_B kg/mm²	δ %	H kg/mm²	σ_B kg/mm²	δ %	H kg/mm²
bz r 5	15	10	60	20—26	27—22	60—70	24—28	15—12	75—85
bz r 9	20	12	60	25—30	32—25	60—75	25—30	11—7	85—95
bz r 10	20	10	65	28—35	22—15	65—80	27—33	11—8	90—100
bz t 10	20	15	60	28—35	25—15	60—80	28—34	15—8	80—95
Bronz de staniu 88/12	—	—	—	25—30	15—10	80—95	28—35	12—6	90—110
bz t 14	20	3	85	25—30	10—6	90—110	28—35	4—2	105—125

alegerea deosebită a materialelor pentru construcția formelor și prin turnarea centrifugă, se pot atinge rezistențele din tabela 1, mai mari decât rezistențele minime din DIN 1706.

Valorile rezistenței, în cazul pieselor turnate, complicate și cu diferență mare de grosime a pereților, prezintă o dispersiune mai mare.

In Anglia și USA se utilizează în mod obișnuit numai „bronzul roșu standard" „admiralty gun metal" respectiv „government bronze" cu compoziția 88% cupru, 10% Sn, 2% Zn, e înlocuit în parte prin „PGM-Metal, Grad 18" (asemănător bronzului de siliciu).

c) **Bronzuri plasticizabile** cu 1,5 până la 10% Sn, pentru fabricația barelor, a sârmelor și benzilor, cum și a tuburilor. Prelucrarea e dificilă în deosebi în primele faze ale deformării și mai ales la conținut mai mare de staniu, din cauza segregației puternice a granulelor și a prezenței eutectoidului casant $\alpha + \delta$. Amănunte v. tabela 2 și 4.

Bronzurile de staniu, abia dacă intră în considerație ca b r o n z u r i f o r j a b i l e. Prelucrarea lor cu presa și ciocanul posibilă până la conținutul de aproximativ 10% staniu (peste 6% cu mari dificultăți).

Tabela 2. Domeniile de întrebuințare a bronzurilor de staniu plasticizabile

Compoziția % Sn	P	Cu	Utilizarea
1,5	<0,05	R (98,5)	Benzi laminate la cald și rece (pt. tuburi flexibile metalice) bare și profile laminate și trase (de ex. pentru mașini de hârtie).
4–5	<0,05	R (96–95)	Table laminate la cald și rece, îndeosebi pentru piese solicitate la coroziune (intemperii și apa de mare).
6–10	0,3	R (93,7–89,7)	Bare și sârme, din barete turnate laminate la cald și trase, în deosebi pentru resoarte.
6–7	<0,03	R (94–93)	Bare și sârme din barete turnate laminate și trase la rece și la cald cu conductbilitate electrică mare bz W 6 cu $\lambda > 8{,}5$ m/Ω mm²)
8,5	0,3	R (91,2)	Profile în formă de benzi, laminate la rece, pentru cuțitele mașinilor de hârtie.
8–9	0,3	R (91,7–90,7)	Mai ales tuburi cu pereți subțiri pentru cusineți, din tuburi groase și scurte presate inițial la cald și trase la rece.
6–10 mai ales 7–9	0,3	R (93,7–89,7)	Sârme < 4 mm și benzi din discuri laminate la rece și tăiate la foarfecă spirală, în deosebi pentru pânze metalice și resoarte (industria electrotehnică, chimică și industria hârtiei).

4. **Bronzurile de aluminiu.** a) **Bronzuri de turnare** după DIN 1714 și în plus aliaje binare cu < 9% Al, pentru cazuri speciale în industria chimică. A l i a j e l e b i n a r e au rezistență bună și la cald, cum și stabilitate chimică mare de ex. contra hidratului de potasiu, contra acizilor grași, acidului clorhidric diluat, a acidului sulfuric rece concentrat. A l i a j e l e d e m a i m u l t e e l e m e n t e au rezistență mare și bună comportare de alunecare (pentru cusineți r ă c i ț i). Materiale de formă: nisipul uscat și cochilia. In deosebi turnarea în cochilie conduce la rezistențe foarte mari, atingându-se rezistențele bronzurilor forjabile. In cochilii în stare de repaos sau centrifugale se fabrică în deosebi corpuri de roți dințate și șuruburi melc, înlocuind bronzul de staniu cu 12% staniu.

Din cauza inclinației de a include gazele și de a forma pelicule de oxizi, tehnica topirii și turnării bronzurilor de aluminiu necesită un tratament deosebit de topire și o absorpție puternică, bine realizată din punct de vedere al tehnicei scurgerii.

Bronzurile de aluminiu pot fi înlocuite în multe cazuri de bronzurile de staniu, în deosebi la un număr mare de piese turnate, când construcția cochiliei e justificată.

b) **Bronzuri plasticizabile** (DIN 1714). bz Al 5 pentru sârme și foi de resoarte; din cauza proprietăților elastice mai nesatisfăcătoare, acesta încă

nu poate înlocui cu succes deplin bronzurile de staniu. bz Al 6 şi bronzurile de mai multe elemente cu 8 până la 11% Al şi adause de Fe, Mn, Ni, Si, în total până la 15%, sunt aliaje forjabile de foarte mare valoare pentru piesele forjate cu formă liberă, de orice mărime şi formă, în greutate până la mai multe mii de kg (arbori, inele, roţi). Piese mai mici (scaune de supape) se presează în matriţe cu ajutorul preselor cu fus cu fricţiune. Barele şi profilele se fabrică, respectiv se trag la prese, pentru bare. Rezistenţele (tabela 4, p. 852) pot fi influenţate în parte prin tratamente termice.

5. **Bronzuri de nichel**, cari conţin 8 . . . 16% nichel, 1,5 . . . 3% Al, restul cupru, sunt bronzuri forjabile, cu domeniu de întrebuinţare asemănător bronzurilor de aluminiu plasticizabile, şi cele aliate mai mult au rezistenţele maxime ce se pot atinge la aceste bronzuri.

6. **Bronzurile de siliciu**, conţin dela 0,5 . . . 4,5% Si, şi adausuri de 0,2 . . . 2% Sn, 1,5 . . . 2,5% Ni, 0,2 . . . 1,5% Mn, 0,5 . . . 3% Fe, 1 . . . 2% Zn. Aliajele de cupru, ce conţin Si (ca bronzurile Isima), au şi conţinuturi mai mari de Mn (până la 15%) şi adause de zinc (2...40%). Conţinutul de zinc formează tocmai trecerea la un fel de bronz roşu fără staniu (bronz roşu-Isima, metal PGM nr. 18) sau la alămurile speciale. Bronzurile de siliciu slab aliate, nu numai cele plasticizabile ci şi cele de turnare, se întrebuinţează mai ales în USA (Everdur, Herculoy). In Germania sunt cunoscute în deosebi bronzurile călibile prin siliciură de nichel Ni_2Si (Cuprodur). Bronzurile de siliciu se caracterizează prin mare rezistenţă la coroziune şi în parte, datorită călibilităţii lor, prin valori mari ale rezistenţei.

7. **Bronzurile de plumb** (DIN pr. de normă 1716) sunt bronzuri de cusineţi recunoscute cu o foarte bună comportare la alunecare. Conţinutul lor de plumb de 5...35% şi mai mult, în anumite cazuri pentru mărirea rezistenţei se adaugă în deosebi Sn şi Ni. Bronzurile binare de plumb cu mai mult de 15% Pb se comportă foarte bine la alunecare, dar le lipseşte rezistenţa necesară, pentru a fi întrebuinţate ca piese fasonate (cusineţi masivi) şi sunt turnate la fel ca metalele albe în şabloane cari sunt obişnuit de oţel de fuziune moale.

Cusineţii de legătură din bronz de plumb sunt actualmente cusineţii de frecare cari se pot încărca cel mai mult, pentru mecanisme uşoare. Utilizarea bronzurilor de plumb pentru cusineţi oferă în mare măsură posibilitatea înlocuirii materialelor de import (metal alb cu staniu, bronzuri de staniu), adesea cu realizarea unor mai bune proprietăţi de încărcare sau rulare.

8. **Bronzurile pentru conducte** (tabela 3) prezintă faţă de cupru rezistenţă mai mare, cu scăderi cât mai mici ale conductibilităţii electrice.

Tabela 3. Sârme de bronz pentru telecomunicaţii după DIN VDE 8300

Simbolul	Exemple pt. compoziţie %	Diam. sârmei mm	σ_B kg/mm²	Cond. electrică la 20° m/Ωmm²	Utilizare
bz I	99,9 Cu, 0,1 Mg	2-5	52–50	48	In locul conductelor de Cu-E pentru cazuri de rezistenţă mai mare
bz II	99,2 Cu, 0,8 Mg 98 Cu, 1 Sn, 1 Cd	1,5-5	68–56	36	Pentru conducte scurte. In locul conductelor de Cu-E şi bz-I, în regiuni cu chiciură
bz III	97,6 Cu, 2,4 Sn 97,6 Cu, 1,2 Sn, 1,2 Zn	2–5	74–66	18	Pentru conducte solicitate deosebit din punct de vedere mecanic (deschideri mari)

9. **Bronzurile pentru electrozi** pentru maşinile de sudură prin puncte şi cusătură trebue să aibă rezistenţă mare chiar la temperaturi înalte, şi

Scanned with OKEN Scanner

conductibilitate termică și electrică bună; afară de aceasta trebue să prezinte o tendință de aliere (lipire) minimă. Ele au 85 . . . 30% din conductibilitatea electrică a cuprului pur și duritatea Brinell 130 . . . 150 kg/mm² și mai mult. Pentru sudarea aliajelor ușoare și a cuprului pur, întărit la rece, duritate aprox. 90 . . . 95 kg/mm². Adausele aliajului de ex. Ag, Cd, Cr, Zn în cantitate de 1 . . . 2% și mai mult.

10. **Bronzurile de beriliu** v. p. 844.

11. **Bronzuri concreționate** sunt fabricate prin presare din pulbere metalică, urmată de o încălzire de difuziune (în atmosferă reductoare) v. p. 819. Compoziția de ex. 90% Cu, 10% Sn; în anumite cazuri 1 . . . 2% C (grafit). Corpurile astfel fabricate pot fi poroase și sunt imbibate cu uleiu. Sunt utilizate în deosebi pentru cusineți când ungerea și îngrijirea nu sunt asigurate. Vitese și încărcări reduse.

12. **Bronzurile de mangan** au în parte adause de Sn, Ni, Al, Si (v. și bronzuri de siliciu). Prezintă rezistență mare la cald și la coroziune, în deosebi contra aburului supraîncălzit, apei de mare, și hidratului de potasiu. Compoziția obișnuită, între altele: 5% Mn, 95% Cu și 15% Mn, 85% Cu (Resistin). Sunt importante ca a l i a j e p e n t r u r e z i s t e n ț e în electrotehnică.

Sunt întrebuințate de exemplu resistinul, cu rezistivitatea $\rho = 0{,}5\ \Omega\ mm^2/m$ și mai ales manganinul (aprox. 12% Mn. 4% Ni. 84% Cu) cu $\rho = 0{,}45\ \Omega\ mm^2/m$ la coeficienți de temperatură foarte mici 0,000 01. Manganinul, din cauza insensibilității la îmbătrânire, e întrebuințat în special pentru rezistențe standard. Afară de acestea, ca aliaje pentru rezistențe sunt întrebuințate aliajele cu Ni și Cu (42...46% Ni, 0,4...0,8% Mn, 0,2...0,3% Fe, restul Cu) cum și cele cu Al, Cu, Mn (84,2% Cu; 4,2% Al, 11,5% Mn, Ni și Fe Sp) (Isabelin).

Tabela 4. Compoziția și proprietățile câtorva bronzuri plasticizabile
(v. și tabela 16, pagina 760)

Grupul de aliaje	Simbolul	Greutatea specifică kg/dm³	Compoziția⁶) %	σ_B kg/mm²	σ_S kg/mm²	δ_{10} %	H_B kg/mm²
Bronz de staniu [1])	—	8,8	91,5 Cu 8,2 Sn 0,3 P	35—40 45—60 60—90	15—25 30—50 50—85	75—55 35—15 15— 3	80— 90 110—150 150 - 200
Bronz de aluminiu [2])	bz Al 5	8,2	95,0 Cu 5,0 Al	35—45 42—54 50—63	10—25 20—45 40—60	55—30 40—15 20— 8	70— 85 110—135 150—170
Bronz de aluminiu	bz Al M	7,5	87,5 Cu 10,5 Al 2,0 Fe	60—80	25—40	20—12	155—185
Bronz de aluminiu	bz Al M	7,4	84,0 Cu 11,0 Al 5,0 Fe	70—95	40—55	15— 5	175—225
Bronz de nichel	—	8,5	82,2 Cu 15,0 Ni 2,8 Al	80—100	60—85	14— 8	240—260
Bronz de nichel-siliciu	—	8,9	97,3 Cu 2,0 Ni 0,7 Si	30—35[3]) 50—60[4]) 60—80[5])	7—15 35—45 55—70	38—30 25—15 15— 8	60— 70 140—160 160—210

Valorile diferite din tabela de mai sus, pentru același aliaj, corespund la grade crescătoare de întărire la rece.

[1]) Valorile de rezistență sunt valabile pentru bare și tuburi trase, de dimensiuni mici. Rezistențele pentru bz W 6 pentru foi de resoarte din DIN 1779. — [2]) Rezistențe valabile pentru dimensiunile mici, în deosebi sârme și benzi. — [3]) Recopt moale. — [4]) Recopt moale și călit. — [5]) Intărit la rece și călit. — [6]) In parte ca exemplu.

b) Tombacul şi alama

Prelucrare de dr. ing. A. S c h i m m e l, Finow

După compoziţia chimică şi utilizare, aliajele de cupru cu zinc se împart în următoarele grupuri:

1. Alamă de laminare.
A l i a j e d e t o m b a c, conţinutul de cupru 67...90⁰/₀ în parte cu adause reduse de staniu.
A l ă m u r i, conţinutul de cupru 56...67⁰/₀ în parte cu conţinut redus de plumb, până la 3⁰/₀.
A l ă m u r i s p e c i a l e, adause: mangan, aluminiu, siliciu, fier, staniu, nichel.

2. Alamă de turnare.
A l ă m u r i p u r e, conţinutul de cupru 60...68⁰/₀.
A l ă m u r i s p e c i a l e, adause: plumb, staniu, aluminiu, fier, nichel.

3. Alamă pentru lipire.
A l a m ă p e n t r u l i p i r e (lipire tare sau sudobrazură), aprox. 42 până la 54⁰/₀ Cu, după DIN 1711.
A l a m ă c u a r g i n t p e n t r u l i p i r e (sudobrazură cu argint),
conţinutul de cupru 30...50⁰/₀ }
,, ,, argint 4...45⁰/₀ } după DIN 1710.
,, ,, zinc 25...52⁰/₀ }

O b s e r v a ţ i e : Aliajul de zinc-cupru, cu conţinutul de cupru de 58⁰/₀ şi mai mult se poate lamina şi trage la rece.

1. Alama de laminare.

Aliajele de tombac sunt standardizate în DIN 1709, cu numirile:

am 67 semitombac (alamă pt. lipit)
am 72 tombac galben (alamă pt. palete)
am 80 tombac roşu deschis
am 85 tombac roşu mijlociu (tombac auriu)
am 90 tombac roşu [1])

Compoziţie şi utilizare v. tabela 7, p. 855. Proprietăţi v. tabela 6, p. 854; la fel şi tabela 14 şi 15, p. 759/60. Table placate, p. 832.

Alămuri. a) T a b l e. Trebue să se facă deosebire între alama pentru tras şi pentru presare, şi alama pentru o prelucrare prin aşchiere. In timp ce prima trebue să conţină minimum 60⁰/₀ Cu, ultimele aliaje au un conţinut de cupru de 58 până la maximum 60⁰/₀ şi afară de aceasta un conţinut de plumb de 1...2,5⁰/₀. Notaţiile după DIN 1709:

am 60; se prelucrează uşor la cald, din contra la rece prelucrarea este limitată.

am 63; satisfăcătoare, când nu sunt depăşite solicitările normale la presare, tragere şi ştampare.

am 67 şi am 72; la pretenţii deosebit de mari sau maxime, în ce priveşte întinderea şi solicitarea dinamică.

Se prelucrează uşor prin aşchiere aliajele cu 58⁰/₀ Cu şi 1,5...2⁰/₀ Pb (alamă pentru ceasornice) şi cele cu 60⁰/₀ Cu şi până la 1,5⁰/₀ Pb (alamă pentru încuietori).
Toleranţe în DIN 1774. Rezistenţe v. tabela 6, şi tabela 14 şi 15, p. 759/60.

b) P r o f i l e p l i n e. Din lingouri, aproape întotdeauna prin presare la cald. Urmează adeseori o prelucrare la rece prin tragere (trefilare).

Barele de alamă, sârmele sau profilele trase au aproape totdeauna un conţinut de cupru de minimum 56,5⁰/₀, deoarece la conţinuturi de cupru mai mici, din cauza prezenţei abundente a cristalelor beta, nu se poate întreprinde o prelucrare la rece, cum ar fi trefilarea. De aceea aliajele cu mai puţin de 56,6⁰/₀ Cu sunt livrate aproape exclusiv presate.

Barele rotunde, hexagonale şi pătrate, sau profilele şi sârmele se confecţionează din am 58, cu adaus de plumb de aproximativ 1,5...3⁰/₀.

Aliaje standardizate şi aci: am 58, am 60, am 67 şi am sp.; toleranţe şi adause v. din 1776; compoziţie şi întrebuinţare v. tabela 7, p. 855. Proprietăţi mecanice v. tabela 6, deasemenea şi tabela 14 şi 15, p. 759/60.

[1]) In normele germane Ms = Messing în loc de am = alamă, n. tr.

Scanned with OKEN Scanner

c) Tuburi. Tuburile comerciale de alamă cu secțiune rotundă sau cu muchii și tuburile profilate se livrează mai ales din următoarele aliaje standardizate: am 70, am 63, am 60, am 58 și am sp. după DIN 1709 și 1775.

Pentru flexibilitate deosebită, se recomandă am 70. Aliajul normal pentru prelucrare prin așchiere, este am 60 cu aproximativ 1,2% plumb. La pretențiuni mari de prelucrare prin așchiere, am 58 cu 2...2,5% plumb, care totuși se poate fabrica numai în dimensiuni mai mari, deci nu cu pereți subțiri. Alama specială se întrebuințează pentru duritate deosebit de mare, pentru rezistență mai mare la coroziune sau frecare.

Tuburile pentru condensatori se fabrică din următoarele aliaje: am 63, am 70, am K și am Al v. și tabela 5.

Ordinea acestei enumerări dă în același timp o imagine a rezistenței la coroziune, în înțelesul că un tub din am 63 este cel mai puțin rezistent și rezistența crește în ordinea aliajelor citate. Alegerea aliajului depinde de condițiile de exploatare: calitatea apei reci, vitesele de curgere, condițiile de temperatură, etc.

Tabela 5. Tuburi pentru condensatori după DIN 1785 (completat)

σ_B = rezistența la întindere, δ_{10} = alungirea specifică la rupere, $l = 10d$

Simbolul		Starea	Compoziția % Cu	Sn	Al	Zn	$\sigma_B \geq$ kg/mm²	$\delta_{10} \geq$ %
am K	F 36	revenită	70+2	1 ± 0,25	—	resturi	36	35
am K	F 40	„	63 +2 −1				40	25
am 63	F 36	„		—	—	resturi	36	28
am-Al	F 29	moale	76 ± 1	—	2 ± 0,5	resturi	29	40
am-Al	F 40	revenită					40	25

Starea revenită înseamnă că tuburile prin încălzire au fost eliberate de tensiunile interioare.

Impuritățile admisibile la am K F 36 și am K F 40 în total maximum 0,4%; Mn și Ni până la 0,5% nu contează ca impurități (DIN 1785); am F 36 v. DIN 1775; am-Al ca am K.

Tabela 6. Proprietățile mecanice ale aliajelor de Cu-Zn [1])

σ_B = rezistența la întindere, δ_{10} = alungirea spec. la rupere, H_B = duritatea Brinell, m = moale, sd = semidur, d = dur, fd = foarte dur.

Simbolul	Starea	σ_B kg/mm²	δ_{10} %	H_B kg/mm²	Conductibilitatea electrică m/Ωmm²
I. Aliaje de tombac					
am 67	m	28—34	45	50—70	15
	sd	33—42	25	70—90	
	d	40—50	15	90—120	
am 72	m	27—35	50	50—70	16
	sd	32—40	30	70—90	
	d	40—50	15	90—120	
am 85	m	25—32	40	45—70	20
	sd	30—38	20	70—90	
	d	35—50	10	85—120	
II. Alămuri. a) table					
am 60	m	34—42	30	75—95	14
	sd	41—50	18	95—130	
	d	48—58	10	125—150	
am 63	m	29—35	45	60—85	15
	sd	35—43	25	85—120	
	d	41—50	15	105—135	
	fd	>52	5	>140	
b) profile pline					
am 58	m	37—45	25	58—100	14
	sd	44—54	10	100—125	
	d	51—63	5	125—150	
am 60	m	34—42	30	75—95	14
	sd	41—50	18	95—130	
	d	48—58	10	125—150	
am 63	m	29—35	45	60—85	15
	sd	35—43	25	85—120	
	d	41—50	15	105—125	
c) tuburi					
am 60	m	>34	35	75—95	14
	d	>45	15	125—150	
am 63	m	>29	40	60—85	15
	d	>41	15	105—135	

[1]) v. tabela 14 și 15, p. 759/60.

Scanned with OKEN Scanner

Alama specială cu rezistențe mari, prezintă după DIN 1776, următoarea **compoziție:**

55 . . . 62% cupru + nichel. Adause admisibile: Mn + Al + Fe + Sn până la 7,5% după alegere; Ni până la 5%, plumb până la 0,8%.

Adausul de nichel și staniu, pe cât posibil trebue evitat, pe considerațiunea economiei de cost.

Alama specială e întrebuințată de preferință pentru bare și tuburi cu rezistențe prescrise, mari, de exemplu două calități de alamă specială, des întrebuințate:

1. $\sigma_B > 45$ kg/mm², limita de etirare > 18 kg/mm², $\delta_{10} > 15\%$ $H_B > 90$ $(P=10d^2)$
2. $\sigma_B > 60$ kg/mm², limita de etirare > 25 kg/mm², $\delta_{10} > 15\%$ $H_B > 120$ $(P=10d^2)$

Tabela 7. Forma de livrare și utilizare alamei și a tombacului, după DIN 1709 (completată)

Aliajul, compoziția %	Forma de livrare	Utilizare și prelucrare
Tombac roșu-închis tombac emailat 95 Cu, 5 Zn	table, benzi	Obiecte de artă, mărfuri metalice
am 90 Tombac roșu 90 Cu, 10 Zn	table, benzi	Obiecte de artă, mărfuri metalice, instrumente, construcția vagoanelor
am 85 Tombac roșu mijl. 85 Cu, 15 Zn	table, benzi	Obiecte de artă, mărfuri metalice și electrotehnice. Laminat dur, pentru fabricarea resoartelor. Rezistență deosebită contra intemperiilor.
am 72 Tombac galben 72 Cu, 28 Zn	table, benzi	Pentru solicitări deosebit de mari de întindere, utilizare pentru mărfuri metalice și pentru fabricarea muniției.
	profile	Palete de turbină
70/30 70 Cu, 30 Zn	tuburi	Pentru aparate în tehnica căldurii, tuburi de condensatori, țevi fierbătoare în construcția locomotivelor, industria zahărului
70/29/1 aliaj de marină 70 Cu, 29 Zn, 1 Sn	tuburi	Tuburi speciale de condensatori, cu rezistența cea mai bună la coroziune. Frigorifere cu uleiu, aer și apă
76/22/2 alamă de aluminiu 76 Cu, 22 Zn, 2 Al	tuburi	Tuburi de condensatori, speciale, mai rezistentă ca 70/29/1 în deosebi contra apei de mare
am 67 semitombac, alamă pentru lipit 67 Cu, 33 Zn	table, benzi	Foarte ductil, deosebit de bun pentru sudobrazură, utilizare în fabrici de mărfuri metalice
	sârme	Bună pentru sudobrazură. Fabricația împletiturilor
64/36 alamă pentru atac 64 Cu, 36 Zn	table, benzi	Atac chimic, armături pentru mobile, cadrane
am 63 alamă de presiune 63, Cu, 37 Zn	table, benzi	Calități normale de presare și laminare, utilizare în cazul prelucrării fără așchiere
	bare, sârme profile trase	Foarte flexibil la rece, nu se strungește și găurește bine. Utilizare în electrotehnică. Șuruburi de lemn și rulouri
	tuburi	Bună pentru tuburi normale și tuburi pentru aparate cu lichide nu prea corozive. Utilizare în fabrici de zahăr, uzini electrice, construcția preîncălzitoarelor și frigoriferelor
am 63 cu plumb 63 Cu, apr. 0,4 Pb, aprox. 36,6 Zn	table, benzi	Ca și am 63, totuși în urma adausului de Pb, se poate prelucra prin așchiere, până la un anumit grad
	bare, sârme profile trase	

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 7. Forma de livrare şi utilizare a alamei şi tombacului, după DIN 1709 (completată) (continuare)

Aliajul, compoziţia %	Forma de livrare	Utilizare şi prelucrare
am 60 alamă forjabilă 60 Cu, 40 Zn	table, benzi	Pentru piese ştanţate plat
am 60 cu plumb 60 Cu, 1,2 Pb, 38,8 Zn	benzi	Fabricaţia liniilor de alamă
	bare (alamă plată), tuburi piese presate la cald	Flexibilitate bună, alături de proprietatea de prelucrare prin aşchiere. In plus forjabil la cald
Alamă dură am 58 alamă pt. şuruburi 58 Cu, 1...3 Pb, restul Zn	table	Pentru ceasornice şi pentru lucru de găurire, strungire şi frezare la obiecte necesare
	bare, sârme, profile presate şi trase	Calităţi normale pentru găurire, strungire, frezare, îndeosebi pentru automate cu mişcări repezi. Se forjează bine la cald
	tuburi	Bune proprietăţi de prelucrare prin aşchiere. Executabil numai în dimensiuni mai mari.
	piese presate	Armături. Piese forjate în matriţă la cald
Alamă specială 55...62 Cu, Mn+Al+Fe+Sn până la 7,5%, după alegere, Ni până la 3%	bare şi profile presate şi trase	Aliaje de alamă pentru construcţia vehiculelor. pentru construcţii navale şi maşini. Proprietăţile mecanice şi cele chimice de rezistenţă, se îmbunătăţesc prin adause de exemplu de Mn, Al, Ni, Fe, Si
	tuburi	Tuburi, cu rezistenţă şi alungire spec. mai mare
	piese presate	Piese de armătură, piese forjate la cald în matriţă, cu capacitate de rezistenţă deosebită şi cu proprietăţi mecanice înbunătăţite
Alamă pentru presare la cald, 53 Cu, aprox. 1 Pb. restul Zn	profile presate	Aliaj exclusiv pentru presare la cald, pentru profile complicate cu pereţi subţiri şi puţin solicitate. Flexibile la cald dar nu la rece

1. **Alama de turnare.**

Alămuri pure: Alămurile pure sunt aliaje de cupru-zinc cu 62...69% Cu. Spre a mări putinţa de prelucrare prin aşchiere a acestor aliaje, se mai adaugă, adeseori, câteva procente de plumb sau staniu (v. am t 63). La conţinuturi mai mari de zinc (peste 50%), se obţine „a l a m a a l b ă“, foarte dură şi casantă, şi care găseşte utilizare în multe cazuri, pentru piese turnate.

Alama specială turnată.

Tabela 8. Compoziţia şi proprietăţile alamei speciale în raport cu alama de turnare pură

Numire şi simbol	Compoziţia %	Proprietăţi deosebite	Utilizare
Alamă specială	56 Cu, 1,4 Fe, 0,7 Sn, 0,5 Al, 0,1 Mn, cca. 41 Zn	Rezistenţă mare şi stabilitate la coroziune	Elice, material pt. vapoare
am t 63	63 Cu, 3 Pb, 34 Zn	Se prelucrează uşor prin aşchiere	Carcase, Armături
am t 67	67 Cu, 3 Pb, 30 Zn	Idem	Idem

DIN 1709, fila 2, deosebește două calități de alamă specială: A (am t sp A) și B (am t sp B) cu 54...64 % Cu, Mn + Al + Fe + Sn până la 7,5 %, după alegere și restul Zn. La A se admite un conținut în plumb, mai mare decât la B. Pentru rezistențele minime, sunt valabile următoarele valori:

Rezistențele alăturate sunt valabile pentru piese turnate cu grosimea pereților până la 25 mm, precum și pentru epruvetele de probare turnate, a căror grosime trebue să fie conformă cu grosimea pereților piesei turnate. Temperatura de turnare și mărimea retrecisării v. tabela 1, p. 817.

	σ_B kg/mm²	δ_{10} %	H_B 10/500/30 kg/mm²	Incovoierea
am t 63	15	7	45	—
am t 67	18	20	40	33
am t sp B	30	10	—	—
am t sp A	35—60	30—15	80—130	50—20

3. Alama de lipire.

Aliaje pentru lipirea tare (sudobrazură): pentru lipirea cuprului, a bronzului și a alamei (lipirea moale p. 864). Aceste aliaje sunt în așa fel constituite, ca temperatura lor de topire să fie sub aceia a metalului de lipit, ceea ce se realizează printr'un conținut de zinc mărit corespunzător. Alama de lipire conține 40...60 % Cu. Pentru mărirea fluidității aliajului de lipire, se adaugă de multe ori staniu și adeseori chiar argint, care în plus mărește maleabilitatea.

Tabela 9. Aliaje pentru lipirea tare, DIN 1711

Simbolul	Compoziția % Cu	Compoziția % Zn	Temp. de topire Grade	Utilizarea
am L 42	42	restul	820	Lipirea alamei cu mai mult de 60 % Cu
am L 45	45	„	835	2 și 3, lipirea alamei cu peste 67 % Cu
am L 51	51	„	850	Lipirea aliajelor de cupru cu 68 % Cu și mai mult
am L 54	54	„	875	Ca am L 51 și pentru cupru, bronz roșu, bronz, fier și panglici de ferestrău

Pentru conținutul de cupru și zinc se admite o toleranță de ± 1 %.

Aliaje de lipire cu argint. Pentru table de alamă și sârme, de ex. 42 % Cu, 50 % Zn, 8 % Ag. Pentru tombac și alte aliaje greu fuzibile: 53 % Cu, 43 % Zn, 4 % Ag.

Tabela 10. Aliaje de lipire cu argint, DIN 1710

Forma	Simbolul	Compoziția % Cu	Zn	Ag	Temperatura de topire Grade	Exemple de utilizare
Granule	Ag L 4	50	46	4	855	Lipirea alamei cu 58 % Cu și mai mult; pentru lucrări fine, când trebue realizată o lipire curată fără multă prelucrare ulterioară, precum și pentru lipirea pieselor de cupru și bronz.
	Ag L 9	43	48	9	820	
	Ag L 12	36	52	12	785	
Fâșii	Ag L 8	50	42	8	830	
	Ag L 25	40	35	25	765	
	Ag L 45	30	25	45	720	

Pentru conținutul de cupru și zinc se admite o toleranță de ± 1 %. La comandă trebue totdeauna să se indice, dacă aliajul de lipit trebue livrat în granule sau fâșii.

Scanned with OKEN Scanner

D. Zincul și aliajele de zinc[1])

Prelucrare de dr. ing. A. Burkhardt, Berlin

a) Zincul

1. **Extracția.** Cel mai important minereu de zinc e blenda de zinc (ZnS); afară de aceasta mai sunt: smithsonita ($ZnCO_3$), minereuri silicioase de zinc, de ex. wilemita, și minereuri de zinc oxidice, de ex. franclinita. Minereul preparat e transformat prin oxidare în oxid de zinc și din acesta, prin reducere și distilare, se fabrică zincul brut. Prin topire în cuptoare cu flacără, zincul brut, poate fi transformat în zinc afinat cu gradul de puritate de 99%. Zincul pur cu 99,99% Zn se obține prin distilare sau pe cale electrolitică.

Zincul pur se fabrică în două grade de puritate. Zincul de 99,975% conține 0,01...0,03% Pb, 0,002...0,008% Cd și 0,001...0,005% Fe. In zincul de puritate 99,99% se mai găsesc 0,002...0,007% Pb, 0,001...0,005% Cd și 0,001...0,005% Fe.

Zincul de retopire obținut din zinc vechiu prin topire e foarte impur, fără ca impuritățile să fie precizate detaliat. Zincul de topire A (Zn rt A DIN 1706) cu 2,5%, iar zincul de retopire B, cu 4% impurități în total.

Standardizarea în tabela 1 și 2; calități comerciale de zinc în tabela 3.

Tabela 1. Schiță de standardizare a zincului (DIN E 1706)

Numirea	Simbol	Zn minim în %	Impurități % maximum admisibile					Îndrumări asupra utilizării
			Pb	Cd	Sn	Fe	în total	
Zinc pur A_0	Zn 99,995	99,995	—	—	—	—	0,005	Aliaje de turnare sub presiune cu Al; aliaje cu Al rez. la îmbătrânire pt. pret. max, Zn pt. laminare
Zinc pur A	Zn 99,99	99,99	0,006	0,003	0,001	0,003	0,010	Aliaje de turnare sub presiune cu Al; aliaje cu Al rez. la îmbătrânire.
Zinc pur B	Zn 99,975	99,975	0,020	0,010	0,001	0,005	0,025	Table și tuburi de alamă, zinc pt. laminare, aliaje fără Al după pretenții de puritate
Zinc pur C	Zn 99,9	99,9	0,09	0,025	0,001	0,02	0,1	
Zinc pur D	Zn 99,7	99,7	0,25	0,03	0,003	0,02	0,3	
Zinc pur E	Zn 99,5	99,5	0,45	0,03	0,003	0,03	0,5	Alamă pt. pres. și tuburi.
Zinc metalurgic afinat A[1])	Zn 99,0	99,0	—	—	—	—	1,0	Culori, zinc laminat, zincare specială după pretențiune.
Zinc metalurgic afinat B[1])	Zn 98,75	98,75	—	—	—	—	1,25	
Zinc metalurgic afinat C[1])	Zn 98,5	98,5	—	—	—	—	1,5	
Zinc metal. brut	Zn 97,5	97,5	—	—	—	—	2,5	Culori, Zn lamin., zincare.
Zinc de retopire A[2])	Zn Rt A	97,5	—	—	—	—	2,5	
Zinc de retopire B[2])	Zn Rt B	96,0	—	—	—	—	4,0	

[1]) Zinc metalurgic afinat, fabricat din minereuri prin distilare fără a utiliza zinc vechiu.

[2]) Zinc de retopire fabricat din zinc vechiu prin retopie.

2. **Proprietăți.**

Proprietăți fizice v. tabela 3, p. 532, tabela 6, p. 534, tabela 2, p. 804, retrecisarea p. 533, comportarea la coroziune, p. 798.

Constantele rețelei hexagonale $a = 2{,}670$ Å,

Tabela 2. Normele americane pentru zinc

Numirea	Impuritatea maximă în %			Pb + Fe + Cd ≦ %
	Pb	Cd	Fe	
1. High Grade	0,07	0,07	0,03	0,10
2. Intermediate	0,20	0,50	0,03	0,50
3. Brass Special	0,60	0,50	0,03	1,10
4. Selected	0,80	0,75	0,04	1,25
5. Prime Western	1,60	[1])	0,08	[1])

[1]) până la 4 nu trebue să conțină aluminiu.

[1]) fără limită.

Bibliografie: Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 406. — Burkhardt, Zink und seine Legierungen, Berlin 1935, editura NEM. — Zinksonderhefte d. Metallwirtschaft 18 (1939), p. 513/60, 723/50, p. 1005/42.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 3. Calități comerciale de zinc

Uzina	Calitatea de zinc	Impurități % Pb	Cd	Fe	altele
Duisburg .	Zinc brut	1,2—1,5	0,04—0,08	0,07—0,15	0,05
Hohenlohe .	Zinc afinat	1,12	0,12	0,92	0,02
Hudsonbay .	Zinc afinat	0,8—1,0	0,001—0,005	0,015—0,3	0,02
Tadanac . .	Zinc afinat	0,5	0,02	0,006	0,02
Tadanac . .	Zinc pur	0,015	0,006	0,001	0,002
Sable . . .	Zinc pur	0,032	0,002	0,009	0,002
Berzelius .	Zinc pur	0,003—0,007	0,001—0,003	0,003—0,005	0,001
Giesche . .	Zinc pur 99,99%	0,003—0,007	0,001—0,005	0,001—0,003	0,001

$b = 4{,}966$ Å, deformarea de solidificare 4,5%. Proprietăți mecanice v. și tabela 4, p. 765. Zincul are o culoare albă-albăstrue, are granule cu atât mai mari cu cât e mai pur, și cu cât a fost mai mare temperatura de turnare. Contrar afirmațiunilor mai vechi, el se prezintă într'o singură modificare.

Cu cât metalul e mai pur, cu atât prelucrarea e mai ușoară. Prelucrarea trebue executată la temperaturi mai înalte, între 100 și 200°. Prin forjare la cald și la rece apare o îmbunătățire esențială a proprietăților de rezistență a zincului turnat (tabela 4).

Tabela 4. Proprietățile mecanice ale zincului pur

	turnat	presat	laminat (>90%)	laminat și recopt
Rezistența la întindere . . [kg/mm²]	3	14	20—25	12—16
Alungirea . . . . [%]	1	25	20	35—45
Duritatea . . . . . . [kg/mm²]	25	35	55	30—35
Limita de etirare . . . . [kg/mm²]	2	10	15—18	8—10
Adâncimea Erichsen . . [mm]	—	—	11	9
Coeficientul de încovoiere	—	—	6	12
Rezist la încov. dinam. [kgcm/mm²]	0,1	0,5	0,9	0,6

3. **Utilizarea:** ca tablă de zinc (p. 1032), ca foi de zinc (p. 1031), laminat și tras în sârme. Prin prescripțiile oficiale germane pentru metale, e interzisă utilizarea pentru anumite scopuri arhitectonice.

A c o p e r i r i c u z i n c: ca protejare contra coroziunii v. p. 798. Fierul se introduce într'o baie lichidă, caldă, de zinc, acoperindu-se cu un strat subțire de zinc.

Se acopere cu zinc în cantități mari: tablele de fier, cablurile, barele și cuiele. Și aci utilizarea este îngrădită prin prescripțiuni. Table placate, în p. 832.

D o m e n i i s p e c i a l e: Vase pentru elemente, în arta grafică (table de zinc în zincografie [1]) și pentru Offset), fabricarea cablurilor unde zincul servește ca înveliș al conductelor izolate pentru așa numitele sârme tubulare.

Pentru fabricarea tablelor de alamă se întrebuințează numai zincul pur; pentru alamă forjabilă și cea pentru automate, mai des zinc brut, iar pentru piesele turnate din alamă și tombac, zinc afinat.

b) Aliajele de zinc

Aliajele de zinc se utilizează în deosebi ca materiale de schimb pentru metalele de culori vii. In deosebi alama poate fi deplin înlocuită; aliajele pentru presare joacă un rol deosebit în această privință.

1. **Aliaje de turnare ale zincului.** Domeniul principal de utilizare: turnarea sub presiune. In DIN 1743 sunt standardizate trei tipuri. Proprietățile aliajelor v. tabela 5 și 7 precum și tabela 3, p. 817.

Aliajele de zinc nu sunt suficient de stabile din cauza procedeelor de extracție. In deosebi e periculoasă apariția coroziunii selective (cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 94), care depinde de prezența anumitor impurități ca plumb, cadmiu, bismut, staniu.

[1]) Utilizarea interzisă pentru tipografiile germane; material de schimb aliaje de magneziu.

De aceea pentru fabricarea aliajelor de zinc trebue întrebuinţat numai zinc pur de 99/99% Cu. Conţinutul maximum admis al impurităţilor 0,007% Pb, 0,005% Cd şi 0,001% Sn, iar conţinutul total de impurităţi nu trebue să depăşească 0,008%. Pentru compensarea plumbului şi cadmiului, cari se găsesc şi în zincul pur, trebue să se adauge magneziu. Impurităţile de plumb mai mari de 0,02%, totuşi, nu se mai pot compensa prin magneziu.

La turnarea în cochilie (pag. 812) intervalul de temperatură cel mai favorabil pentru formă, e 150...200°. Temperatura de turnare trebue să fie cât mai joasă posibil; să nu treacă peste 450°. La turnarea în nisip, turnarea umedă e preferată turnării uscate (p. 810). In cel mai bun caz e întrebuinţat un nisip de formă semi-umed, cu 8...10% conţinut de argilă; umiditatea trebue să însumeze 8...12%:

2. **Aliaje plasticizabile de zinc.** In ultimii ani s'au desvoltat două feluri de aliaje pentru presare pe bază de zinc, la cari pe de-o parte e adăugat aluminiul drept component principal al aliajului, iar pe de altă parte cuprul.

Aliajele cari conţin aluminiu îmbătrânesc ca şi aliajele de turnare ale zincului şi sunt tot atât de sensibile contra impurităţilor (tabela 8). Prelucrarea deşeurilor, de cele mai multe ori cu alte metale şi aliaje ca impurităţi, e din această cauză, grea; insensibile în această privinţă sunt aliajele de zinc cari nu conţin sau sunt sărace în aluminiu şi cu conţinut important de cupru (tabela 9).

Presarea aliajelor cari conţin aluminiu se face la 270...300°. Aliajele cari conţin cupru sunt presate la 260...380°. — Aliajele de zinc s'au desvoltat şi pentru fabricarea tablelor (tabela 6).

Aliajele de zinc cari conţin aluminiu nu se întăresc la presare, în timp ce acele cari conţin cupru ating o mărire a rezistenţei până la 47 kg/mm². Trebue să se mai aibă în vedere că adâncimea Erichsen e în legătură numai cu alungirea şi nu reprezintă nicio măsură directă pentru rezistenţa la presare. Aliajele cari conţin cupru pot fi mai greu presate în stare laminată netratată, decât în starea tratată termic, cu toate că adâncimea Erichsen e în primul caz de 12...14 mm şi în cazul al doilea numai de 8...10 mm.

Utilizare. Tablele din aliaje de zinc pot fi utilizate pentru toate mărfurile de galanterie, obiecte de artă, butuci de roţi, capace, corpuri de iluminat şi pentru toate lucrările simple de ştanţare. Mai mică e rezistenţa la încovoiere a tablelor din aliaje de zinc. Trebue să se evite la ambutisare, fălţuire, presare şi ştanţare muchile ascuţite. Aliajele de presare se întrebuinţează în primul rând ca materiale pentru automate, unde pot fi păstrate aceleaşi condiţiuni de aşchiere ca la alamă. Tuburile sunt întrebuinţate în industria iluminatului şi în construcţia armăturilor, iar profilele în industria caroseriilor.

Tabela 5. Proprietăţile aliajelor de zinc, pentru turnare în cochilie

Rezistenţa la rupere . . [kg/mm²]	22—25	Rezist. la compresiune . [kg/mm²]	45—51,4
Alungirea δ_{50} . . . . [%]	1—2	Săgeata *) . . . . [mm]	2—3
Rezistenţa la încovoierea dinamică . . . . . . [kgcm/mm²]	5—6	Rezistenţa la forfecare . [kg/mm²]	25—28
Duritatea Brinell *H* 10/500/30 [kg/mm²]	80—100	Rezistenţa de rupere la încovoiere . . . . [kg/mm²]	48,1—55

*) Deschiderea 50,8 mm, la probe diam. 6,35 mm.

Tabela 6. Proprietăţile aliajelor de zinc laminate; adausele în %

Proprietatea	10 Al	10 Al, 0,3 Cu	10 Al, 0,3 Cu, 0,01 Mg	4,8 Cu, 0,2 Al
Rezistenţa la întind. [kg/mm²]	18—22	24—28	34—38	34—38
Alungirea . . . . . [%]	100—120	60—80	20—30	20—30
Adâncimea Erichsen . . [mm]	15—17	13—14	10—11	8—10

Tabela 7. Proprietăţile aliajelor de zinc pentru turnarea în nisip

Rezist. la rupere . . . . [kg/mm²]	18—23	Rezistenţa la încovoierea dinamică . . . . [kgcm/mm²]	1,5—3
Alungirea . . . . [%]	0,5	Duritatea Brinell *H* 10/500/30 [kg/mm²]	70—90

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 8. Proprietățile aliajelor de zinc, cari conțin aluminiu; adausele în %

Categoria	Zn-Al 4	Zn-Al 4-Cu 3-Si	Zn-Al 4-Cu 1	Zn-Al 10 Cu 1
Proprietatea	4 Al, 0,5 Cu	4 Al, 3 Cu	4 Al, 1 Cu	10 Al, 1 Cu
Rezistența la întindere . [kg/mm²]	38—42	49—55	36—40	46—50
Alungirea . . . . [%]	10—15	5—8	4—6	5—8
Duritatea Brinell . . . [kg/mm²]	85—95	110—125	85—96	105—115
Contracțiunea transversală . [%]	20—30	10—20	15—30	45—50
Rezistența la încovoiere dinamică . . . . [kgcm/mm²]	30	15—20	18—23	13—15

Tabela 9. Proprietățile aliajelor de zinc cari conțin cupru; adausele în %

Categoria	Zn-Cu 4 A	Zn-Cu 4	—
Proprietatea	4Cu, 0,6(Bi și Mn)	4 Cu, 0,2 Al	4Cu, 0,4(Al și Cd)
Rezistența la întindere . . . . [kg/mm²]	33—36	30—34	39—43
Alungirea . . . . . . [%]	10—20	30—35	20—30
Duritatea Brinell . . . . [kg/mm²]	80—90	75—85	85—95
Contractiunea transversală . . . . [%]	20—30	80—90	60—70
Rezistența la încovoiere dinamică . . . . [kgcm/mm²]	7—10	30	15—20

E. Plumbul, staniul, stibiul, bismutul și aliajele lor

Prelucrare de prof. C. F. Brenthel, Freiberg

a) Plumbul

1. Extracția. Cel mai important minereu de plumb e galena, Pb S.

Plumbul moale metalugic se obține prin: oxidarea și reducerea minereului care conține argint, îndepărtarea cuprului prin segregație sau cu sulf, a Sn, As, Sb-ului. prin afinarea cu aer în cuptoare cu flacără, sau cu silitră și baze în cazane, desargintarea cu zinc sau pe cale electrolitică, îndepărtarea bismutului, când e necesar, prin metale alcalino-teroase sau pe cale electrolitică. Minereurile curate de plumb și concentratele după metoda oxidare-reacțiune, pot da direct plumb moale metalurgic. Din plumb vechiu și cenușă de plumb; plumb afinat; din produse afinate: staniu-plumb și stibiu-plumb (plumb dur).

2. Proprietățile. Proprietățile fizice v. tabela 2, p. 804, retrecisarea liniară tabela 4, p. 533.

Tabela 1. Proprietățile tehnologice ale plumbului (v. și pag. 764)

Rezistența la compresiune	. 5 kg/mm²	Duritatea Brinell .	4 kg/mm²
Rezistența la întindere . .	. 1,4—1,8 kg/mm²	Retrecisarea . .	¾—1%
Alungirea la rupere . . .	. 60%		

Plumbul e mai moale decât celelalte metale grele, se taie și se prelucrează ușor prin așchiere. Din cauza tempraturii joase de topire, se sudează și lipește bine. Plumbul moale e tenace și se îndoaie ușor. Capacitatea de alungire nu e în raport cu flexibilitatea. Plumbul moale nu revine totdeauna la dimensiunile inițiale, după dilatația termică.

Plumbul moale posedă o vitesă considerabilă de recristalizare la temperatura ambiantă. Cu ridicarea temperaturii are loc o mărire a granulelor: la calitățile cele mai pure de plumb (plumb electrolitic) la 100°, la plumbul metalurgic normal (*plumb Parkes*) la cca 200°, la plumbul cu cupru (*plumb Pattinson*) abia la aprox. 300°, și această mărire a granulelor e favorizată prin solicitările mecanice, de ex.: trepidație. Intărirea prin întindere la rece e imposibilă, din cauza recristalizării. Cuprul și nichelul împiedecă mărirea granulelor. Prin adaus de stibiu (și arsen), plumbul moale câștigă în duritate: *plumbul dur*. Aliajul eutectic plumb-stibiu cu 87% Pb și 13% Sb, se topește la 246° și e casant. Aliajele dure de plumb, fabricate obișnuit cu 1...10% Sb, au flexibilitatea mai mult sau mai puțin ridicată, iar duritatea și rezistența la compresiune mărită.

Proprietăți chimice. Plumbul e rezistent la intemperii și la apa dură. Apa moale de băut, în deosebi cea cu conținut mai mare de

bioxid de carbon şi oxigen, atacă plumbul. Prezintă rezistenţă mare contra acidului sulfuros, a gazelor nitrice diluate, a acidului sulfuric, ca şi contra amoniacului, a sărurilor de amoniu, a hidraţilor alcalini şi alcalino-teroşi, a sodei, a potasei, a cianurii de potasiu, boraxului, acidului fluorhidric, fosforic, clorului şi contra unui mare număr de acizi organici şi uleiuri, precum şi contra acidului clorhidric diluat până la vreo 60°, în timp ce acidul clorhidric fierbinte şi concentrat, cum şi acidul azotic disolvă plumbul. Anumite impurităţi de ex. bismutul, pot dăuna rezistenţei chimice a plumbului.

3. Utilizarea. Plumbul moale, sau aliat cu stibiu până la 10%, ca plumb dur, se întrebuinţează sub formă de table, tuburi, sârme şi profile, precum şi la acoperiri metalice şi pentru turnare.

a) Table de plumb (p. 1032). Table de plumb moale în lăţimi de până la 4 m şi greutate pe bucată până la mai multe tone. Greutatea la grosimea de 1,0 mm, 11,3 kg/m².

Tabla de plumb serveşte la îmbrăcarea încăperilor şi a construcţiilor de clădiri, pentru protecţia contra lichidelor şi gazelor corozive, pentru construcţia recipienţilor de reacţiune, pentru scopuri de chimie şi construcţia aparatelor chimice de tot felul, în deosebi când nu trebue să se lucreze la temperaturi mai înalte sau diferenţe de presiuni prea mari. Foi de plumb v. p. 1031.

Imbinările tablelor de plumb. Metale de lipire: Plumb de aceeaşi compoziţie ca şi tablele ce urmează a fi îmbinate. Flacăra de lipire: hidrogen-oxigen sau hidrogen-aer.

Table de plumb dur cu 1, 1,5, 2, 4, 6 şi 10% Sb pentru industria chimică şi electrochimică. 2% Sb dă tocmai duritatea dublă faţă de plumbul moale, iar 6% Sb, duritatea întreită. La plumbul dur aliat mai mult, e importantă stabilitatea formei, cu ocaziunea variaţiilor de temperatură.

b) Tuburi de plumb. Tabela pentru tuburi în p. 1048. Conductele cu diametrul mai mare de 300 mm sunt fabricate din table de plumb, prin rulare şi lipire, cele cu diametrul sub 300 mm, prin presare din blocuri tocmai solidificate, cu ajutorul unui dispozitiv special (diam. exterior) şi a unui priboiu (diam. interior).

Tuburile de plumb cositorite, sau cu sulf în interior, utilizate în locul tuburilor obişnuite. de plumb moale pentru conducte de apă, oferă o protecţie incompletă. Tuburile de staniu cu pereţi groşi de aprox. ½ mm şi cu manta de plumb garantează o protecţie sigură contra apei de băut corozive. — Utilizarea nu e permisă, în momentul de faţă pentru conducte de apă din plumb şi staniu.

Pentru rezistenţa la compresiune a tuburilor de plumb sunt determinante, diametrul şi grosimea pereţilor. Tuburile din plumb dur sunt considerabil mai rezistente decât cele din plumb moale. Rezistenţa la compresiune scade cu creşterea temperaturii, mai întâi încet, iar la 150 . . . 200° mai repede.

Tuburile de plumb sunt utilizate pentru conducerea la distanţă a lichidelor şi a gazelor, cum şi în formă de serpentine pentru frigorifere şi calorifere. Conductibilitatea termică pentru plumb:

$$30{,}6 \pm 5\%\ \text{kcal/m h}^\circ \text{ la } t = 0^\circ \text{ şi } 28{,}8 \pm 5\% \text{ la } t = 100\ldots200^\circ;$$

nu difera esenţial de a fierului şi oţelului.

Pentru serpentine de abur se utilizează tuburi de plumb dur, până la 5 at suprapresiune şi mai mult. Atenţiune căci şocurile de aburi provoacă bombări supărătoare. Este mai sigură întrebuinţarea la presiuni sau depresiuni mai mari, a tuburilor de fier sau cupru plumbuite omogen.

Profilele de tot felul, sârmele şi benzile de plumb, sunt presate hidraulic.

Cămăşile de plumb ale cablurilor se presează hidraulic în jurul cablurilor confecţionate, ca şi tuburile de plumb. Pentru evitarea ruperii datorită creşterii granulelor la vibraţii repetate, se întrebuinţează adesea plumb aliat.

c) Plumbuiri.

Căptuşirea din plumb laminat se întrebuinţează când construcţia din tablă de plumb a unei aparaturi nu poate oferi rezistenţa mecanică necesară, sau o oferă numai utilizând grosimi prea mari de tablă de plumb. Recipienţii sau aparatele sunt căptuşite cu tablă de plumb, şi aceasta e legată pe alocurea de metalul de bază prin ambutisare, prin înşurubare şi plumbuirea capetelor de şuruburi, sau prin lipire directă.

Plumbuirea omogenă e potrivită pentru aparatele în cari se lucrează la presiuni înalte, depresiuni mari, temperaturi variabile și solicitări mecanice importante. La plumbuirea omogenă, plumbul e legat puternic și intim în fiecare loc cu metalul de bază. Aceasta se execută prin topirea obișnuită a plumbului pe suprafața metalului de bază, curățită prin băițuire și cositorită adesea cu un strat foarte subțire, sau tratată cu un lichid de lipire, care conține staniu. Oțelul, oțelul turnat și cuprul sunt deosebit de potrivite pentru plumbuirea omogenă. Plumbuirea omogenă întregește avantajele constructive ale acestor materiale cu rezistența chimică la coroziune a plumbului.

Plumbuirea în baie lichidă se execută ca zincarea și dă un strat acoperitor subțire; nu e satisfăcătoare pentru solicitări puternice. Se utilizează pentru piese de construcții, tuburi de izolare electrică, rezervoare pentru combustibil și pentru alte scopuri, la cari nu intervin solicitări chimice puternice, însă zincul e impropriu.

Plumbuirea cu presiune. Fără a lua măsuri speciale de pază, e pericol de oxidare a plumbului care se injectează din pistol, de formare a incluziunilor de oxid și locuri neetanșe ușor corodabile și înveliș casant.

Plumbuirea electrolitică e introdusă deocamdată puțin în practică. Pericol de coeziune slabă cu metalul de bază și de apariție a unei structuri poroase.

d) P l u m b u l t u r n a t. Se întrebuințează plumbul tare mai ales pentru turnarea în nisip și cochilie, parțial prelucrat cu scule de așchiere, pentru confecționarea pieselor de închidere ca: sertare, supape și robinete pentru lichide și gaze corozive, pentru aparate și recipienți, cât timp grosimea mare a pereților piesei turnate de plumb nu face economică plumbuirea; la confecționarea pompelor, ventilatoarelor și a pieselor în masă pentru organe de mașini, ecrane protectoare etc. Tabela aliajelor de turnare sub presiune în p. 817.

e) A l t e p r o d u s e d e p l u m b.

Garnituri de plumb pentru etanșarea bridelor și îmbinărilor cu manșoane, ca lână de plumb, inele de plumb, inele și benzi de etanșare. Cepuri de plumb. Alice de plumb cu 0,2% As la alice fine până la 0,4% As la alice grosiere. Plombări de plumb cu până la 8% Sb.

4. **Ingrădiri pentru utilizare și posibilități de schimb.** Institutul german pentru metale a publicat o serie de prescripțiuni de îngrădire în utilizarea plumbului și a staniului. Pentru conducte de apă potabilă, de apă pentru nevoi obișnuite și de apă utilizată se recomandă în loc de plumb moale plumbul dur cu 1% Sb. Dimensiuni după DIN 1397 U.

P l u m b u l poate fi î n l o c u i t prin materiale ceramice, aliaje de fier rezistente la acizi și în parte prin aliaje ușoare. Ca material pentru solicitări chimice, de ex. igelitul (p. 931) în formă de tuburi, cu posibilitatea de lipire, în aer cald, de sudare și la 100° plastic, și ca foi în îmbinările prin lipire pentru căptușirea rezervoarelor. Din cauza proprietăților termoplastice, conductele nu sunt utilizabile la mai mult de 60°. Desvoltarea e în plin progres; din această cauză, la cererile către firmele de livrare, e strict necesară descrierea completă a condițiilor de exploatare.

5. **Produse comerciale.** Plumbul nu e încă standardizat; în prezent sunt notate oficial:

- Plumbul moale metalurgic, original, și plumbul afinat minimum 99,9% Pb,
- Plumbul afinat minimum 99,75% Pb,
- Plumbul dur metalurgic cca 13% Sb,
- Calități mai pure de plumb, de ex. plumb electrolitic cu 99,99% Pb, se caută deosebit.
- Forma comercială pentru plumbul metalurgic: bare de 50 kg cu marca imprimată a fabricantului.
- Semifabricate de plumb corespund tabelei din p. 1032.

b) Staniul

1. **Extracție.** Cel mai important minereu de staniu e casiterita, SnO_2, 78,6% Sn; minereul primar are adesea sub 1% Sn ca minereu de mină, secundar în sedimente de nisip sau pietriș.

Imbogățirea prin prepararea minereului sau prin procedeul de volatilizare, se îndepărtează impuritățile și se reduce în staniu brut. Afară de aceasta, staniul se recuperează din metal vechiu, din cenușă și pulberi plutitoare conținând staniu și din deșeurile de tablă albă.

2. **Proprietăți.** Valorile fizice v. tabela 2, p. 804. Staniul pur are culoarea albă și luciu metalic, e moale, flexibil, maleabil, mai dur decât plumbul, la 200° sfărâmicios și casant, la temperaturi sub 18° poate apare altă modificare prin transformare: staniul cenușiu cu greutatea specifică 5,85 (ciuma staniului). Staniul e foarte rezistent la influențele atmosferice. Nici apa pură nu atacă staniul. Halogenii și combinațiile halogene atacă puternic staniul, la fel acidul sulfuric și azotic, precum și bazele (p. 798). Despre coroziune în p. 798 [1]).

3. **Utilizarea** pentru fabricarea sau protejarea obiectelor, rezervoarelor, aparatelor și conductelor în industria alimentară, pentru conservarea alimentelor. Rezervoarele se confecționează din tablă albă (tablă de fier cositorită mai ales prin scufundare în baie lichidă). Cositorirea omogenă a aparatelor solicitate puternic e utilizată în industria alimentară. In prezent există diferite interdicții de utilizare.

4. **Produse comerciale.** Sunt notate oficial:
Staniu-standard min. 99,75% Sn și diferite patente de staniu străine;
Aliaj de staniu 54,5% Sn
Aliaje de staniu pt. lipire 35% Sn și diferite alte aliaje de staniu pentru lipire.
Standardizarea pentru staniu în DIN 1704.

c) Stibiul

1. **Se găsește** în minereuri de stibiu propriu zise: stibina, Sb_2S_3, cu 71,77% Sb și în minereuri antimonioase de plumb și cupru. Din minereurile cu sulf se obține prin segregație Sb_2S_3 (antimonium crudum).

2. **Proprietățile** stibiului metalic v. tabela 2, p. 804. Stibiul are luciul metalic viu, e alb ca argintul, casant și poate fi pulverizat ușor.

3. **Utilizarea.** Stibiul metalic e impropriu ca material de prelucrare; e important ca component de aliere și poate fi înlocuit prin Ca, Na, Si și As.

d) Bismutul

1. **Extracție.** Se obține din minereuri de bismut: bismut nativ, bismutină, Bi_2S_3 și ocru de bismut (oxizi impuri), în cea mai mare parte însă din minereuri de plumb, cupru și staniu, cari conțin și bismut.

2. **Proprietăți** v. tabela 2, p. 804. Greutatea specifică pentru starea lichidă 10,06 kg/dm³. Are culoare roșietică-albă-argintie; e sfărâmicios și de aceea impropriu ca material de prelucrare. Dintre toate metalele, Bi posedă cea mai mică conductibilate electrică și termică și tensiune termoelectrică înaltă, de ex. Bi-Ag.

3. **Utilizare:** Ca subnitrat și subgalat în medicină, ca component de aliere pentru aliaje ușor fuzibile și stabile în vopsitorie, în industria cauciucului, în pirotehnie, la fabricarea vopselelor pentru porțelanuri etc.

e) Aliajele tehnic importante ale plumbului, staniului, stibiului și bismutului

1. **Plumbul dur.** Plumbul dur e un aliaj de plumb cu stibiu. Materie primă plumbul dur comercial cu aproximativ 13% Sb și adesea mai mult, sau pentru scopuri deosebite plumb moale + stibiu. Proprietăți și utilizare v. p. 862.
Plumb pentru acumulatori: Plăci cu 5...8% Sb; aci Bi e dăunător.

2. **Aliaje pentru lipirea moale.** Materie primă mai des aliaj de staniu cu 54,5% Sn, 3,6% Sb și 41,9% Pb. Raportul Sb : Sn poate fi de maximum 3,6 : 54,5. Pentru calități foarte pure, alierea plumbului moale cu staniu sau pe cale electrolitică.

[1]) Corodarea tablei albe prin alimente și comportarea diferitelor alimente în cutii din tablă albă v. Mantell și Lidle, Zinn, Halle 1937, Knapp.

Aliajele de staniu pentru lipire se prezintă în bare, în tuburi sau în formă de pastă. Numirea și temperaturile de topire, după conținutul de staniu. Eutecticul și deci temperatura cea mai joasă de topire a unui aliaj plumb-staniu, corespunde la 64,1% greutate Sn și 181°. Standardizate sunt numai aliaiele de lipire plumb-staniu și nu cele speciale cu bismut, mercur și alte adause.

Tabela 2. Aliaje de staniu pentru lipire DIN 1707

Numirea	Simbolul	Compoziția % Sn	Pb	Utilizarea
Staniu pt. lipire 25	Sn L 25	25	75	Pentru lipire cu flacără, nu pentru lipirea cu ciocanul
,, ,, 30	Sn L 30	30	70	Tinichigerie grosieră și de construcție
,, ,, ,, 33	Sn L 33	33	67	Table de zinc și table zincate
,, ,, ,, 40	Sn L 40	40	60	Lipirea tablelor albe și de alamă
,, ,, ,, 50	Sn L 50	50	50	Lipirea tablelor de alamă și a tablelor albe pt. contoare electrice, gazometre și industria conservelor [1])
,, ,, ,, 60	Sn L 60	60	40	Pentru lipirea obiectelor metalice ușor fuzibile, lipiri fine de ex. în industria electrică
,, ,, ,, 90	Sn L 90	90	10	Utilizări speciale, condiționate prin considerațiuni de sănătate

[1]) La lipirea cutiilor de conserve, cari au adesea îndoituri la fețele exterioare.

Toleranța admisibilă la conținutul de Sn ± 0,5%. Impurități: aliajele de staniu pentru lipire trebue ca tehnic să nu conțină elemente străine dăunătoare în deosebi zinc, fier și arsen.

3. Metalele albe sunt aliaje de staniu și stibiu cu plumb și cupru. Metalele albe cu conținut mare de plumb, sau pe bază de plumb, staniu, stibiu, sau plumb aliat cu metale alcaline sau alcalino-teroase, sunt în parte călibile. Sunt utilizate pentru cusineți și glisiere DIN 1703.

Tabela 3. Metal alb după DIN 1703

Numirea	Simbolul	Compoziția % Sn	Sb	Cu	Pb	Toleranțele admisibile ±% Sn	Sb	Cu	Pb	Greutatea kg/dm³
Metal alb 80 F[1])	MA 80 F	80	11	9	—	1	1	1	0,5[2])	7,5
Metal alb 80	MA 80	80	12	6	2	1	1	1	1	7,5
Metal alb 10	MA 10	10	15,5	1	73,5	0,5	1	0,5	1	9,7
Metal alb 5	MA 5	5	15 5	1	78,5	0,5	1	0,5	1	10,1

[1]) MA 80 F trebue utilizat numai când e neapărată nevoie ca plumbul să lipsească. — [2]) Conținutul de plumb până la 0,5% la MA 80 F e admisibil numai ca impuritate neintenționată.

Impurități admisibile: Fier până la 0,10%, zinc până la 0,05%, aluminiu până la 0,05%, arsen până la 0,15%, împreună maximum 0,15%.

Forma de livrare: după greutate, în blocuri, bare și plăci.

U t i l i z ă r i n e p e r m i s e. In Germania nu e permisă utilizarea metalelor de cusineți cu mai mult de 12% staniu și a acoperirilor cu mai mult de 80% staniu. Pentru metalele albe sărace în staniu, sau fără staniu, cu bază de plumb, în prezent cu adause de Na, Li, Ca și cu bază de zinc: DIN 1703 U.

Bronzuri de plumb cu 25...30% Pb, restul Cu p e n t r u s o l i c i t ă r i m a r i l a p a l i e r e d e a l u n e c a r e (p. 851).

Cusineți din aliaje ușoare cu bază de aluminiu p e n t r u s o l i c i t ă r i m i j l o c i i p â n ă l a s o l i c i t ă r i m a r i.

Cusineți din aliaje ușoare cu bază de magneziu p e n t r u s o l i c i t ă r i m i c i

Metale pentru cusineți plumb-arsen, p e n t r u t o a t e s o l i c i t ă r i l e.

Cusineți din mase artificiale.

4. Metale pentru litere de tipar. Elementele de bază ale aliajului: plumb, staniu, stibiu.

Conţinutul de plumb 35...93%, de staniu 3...60%, de stibiu 4...30%.

5. Aliajele de turnare sub presiune ale plumbului v. p. 817.

6. Aliaje cu temperaturi de topire joase. Aliajele de bismut cu plumb, staniu, cadmiu şi uneori şi cu stibiu au temperaturi foarte scăzute de topire (tabela 4).

Tabela 4
Aliaje de bismut cu temperatura de topire joasă şi retrecisare mică *)

	Numirea germană	Numirea americană	% Bi	% Pb	% Sn	% Cd	% Sb	Punctul de topire
I.	Bi 580	Basealloy	58	42	—	—	—	125–130°
II.	Bi 494	Bendalloy	49,4	27,7	12,9	10	—	71°
III.	Bi 400	Safealloy	40	40	11,5	8,5	—	78°
IV.	Bi 490	Cerrodent	49	28	13,7	5,0	4,3	70°
V.	Bi 480	Matrixalloy	48	28,5	14,5	—	9	105°

*) Din lista Sächsisches Hauptblaufarbenlager, Leipzig C 1.

Proprietăţi şi utilizare.

I. Nu se retrecisează, maleabil, ductil, mai dur decât plumbul. Pentru confecţiodarea negativelor foarte exacte ale modelelor; suficient de dur pentru ca pe scară redusă să poată fi prelucrat în forme de presare din oţel şi şabloane. Pentru legarea metalului cu porţelanul.

II. Aliaj de încovoiere, ca material de umplere pentru încovoierea serpentinelor din tuburi de cupru sau alamă cu pereţi foarte subţiri şi cu diametru mic. Aliajul topit în apă fierbinte e turnat în tubul de încovoiat. După solidificare se pot încovoia spire de diametru mic, fără ca tubul să se turtească. După utilizare, aliajul de încovoiere e suflat în apă clocotită sau abur.

III. Aliaj ce se retrecisează puţin, mai dur decât II, mai moale decât IV şi V, pentru piese fine turnate în forme metalice, de lemn, hârtie, sau în gips.

IV. Retrecisare foarte mică. Turnare de modele rezistente pentru dentistică.

V. Aliaj pentru matriţe, dur şi fără retrecisare, se pretează pentru fabricaţia în masă şi la piese fasonate neregulat chiar din materiale artificiale sau lemn, pentru prinderea în mandrina maşinilor de prelucrat. Piesa de prelucrat se acoperă cu aliaj de bismut, suprimându-se astfel centrarea care cere mult timp. După terminarea prelucrării se topeşte în apă clocotită sau în abur, fără acţiune dăunătoare asupra piesei.
Mai e utilizat ca formă-suport pentru încovoierea sau presarea pieselor metalice şi, în urma temperaturii joase de topire şi a retrecisării inexistente, pentru îmbinarea fără şuruburi a materialelor artificiale sau a lemnului cu un metal.

F. Nichelul, cobaltul şi aliajele lor [1])

Prelucrare de dr. ing. M. W a e h l e r t, Frankfurt a. M.

a) Nichelul [2])

1. Extracţie. Minereurile de sulf conţin pirită-fier-nichel cu calcopirită.
Prin preparare umedă, separarea cuprului, grilare şi topire se obţine mata de nichel. Minereurile oxidice conţin adesea silicatul de nichel-magneziu, garnierită, fără cupru. Acestea prin topire directă dau mata de nichel [3]). Din mata de nichel se obţine prin diferite procedee de afinare nichelul cu conţinuturile minime de metal pur ce urmează şi impurităţile maximum admisibile. V. DIN 1701.

[1]) Bibliografia: G m e l i n s Handbuch der anorg. Chemie, 1933, System p. 9. — Reviste: Z f. Metallk., Berlin, — Metallwirtschaft, Berlin.

[2]) Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 411. — Esenţialul asupra nichelului şi asupra aliajelor sale cu date în privinţa isvoarelor în Nickelhandbuch, editat de Nickel-Informationsbüro, Frankfurt a. M.

[3]) V. T a f e l, Lehrbuch der Metallhüttenkunde, vol. 2, Leipzig 1929, Hirzel.

Tabela 1. Calităţi comerciale de nichel brut

Calităţi comerciale	Exemple de compoziţia chimică % Ni	Fe	Si	Cu	S	C
Nichelul de turnătorie, cuburi de nichel	99*)	0,4	0,03	0,15	0,01	0,2
Nichelul electrolitic / Nichelul din carbonil **)	99,65*	0,01 — 0,04	urme	0,01—0,03	urme	urme
Nichelul Mond / Nichelul pulbere .	99,90	0,04	0	0,03	0	0,04

*) Inclusiv 0,3...0,4% Co. — **) Metallwirtschaft 18 (1939), p. 467.

2. Proprietăţile nichelului pur. P r o p r i e t ă ţ i f i z i c e v. tabela 2, p. 804. Comercial: greutatea specifică 8,8 kg/dm³, temperatura de topire 1440°, căldura specifică 0,13 cal/g° (20/400). P a r a m e t r u l r e ţ e l e i s p a ţ i a l e cubice centrate 3,525 Å. Transformarea magnetică la 356°; v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 413.

P r o p r i e t ă ţ i m e c a n i c e (tabela 2). Date detaliate, inclusiv rezistenţa la cald v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 413.

Tabela 2. Proprietăţile mecanice ale nichelului

σ_B = rezist. la întindere, σ_F = limita de etirare, δ_{10} = alungirea la rupere ($l = 10d$). B = duritatea Brinell 5/250/30, E = modulul de elasticitate.

Starea	Temp. de încercare	σ_B kg/mm²	σ_F kg/mm²	δ %	B kg/mm²	E kg/cm² · 10^{-6}
turnat	Temp. ambiantă	30—35		15—20	140	
laminat şi recopt moale		40—45	12	45	80—90	2,1
laminat, ½-dur		60	52	10		
laminat, dur, lucios		80	76	2	180—200	
laminat la cald	− 191°	86	57	46,7		
laminat la cald	− 185°	60		22		

¹) Rezistenţa statică kg/mm²: Intind./compr. 17,5; Incovoiere 23; Torsiune 18,5...21

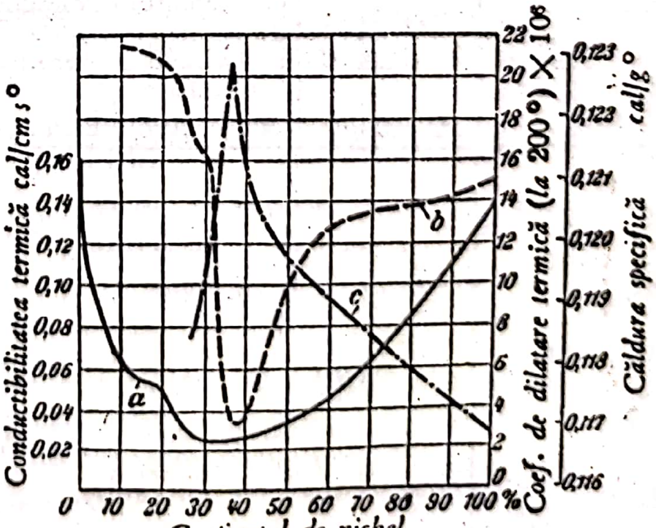
Rezistenţa statică: temp.° 500, 600, 700; kg/mm² 17, 9, 3 [J. Cournot şi M. S. Silva, Rev. Metallurg. 25 (1928), p. 82.]

P r o p r i e t ă ţ i t e h n o l o g i c e. Maleabil la cald şi rece, ductil, sudabil cu gaz şi electric, se poate lipi tare sau moale (v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 412). Placarea se execută prin laminare la cald (v. Stoffhütte p. 292). Nichelarea prin electroliză (v. p. 800 şi Stoffhütte, p. 113).

P r o p r i e t ă ţ i c h i m i c e. Nichelul nu se oxidează. Date asupra rezistenţei la coroziune contra diferiţilor reactivi v. p. 798 şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 96 ş. u.

Adausele de aliere produc următoarele schimbări: stabilitate mărită prin cupru, contra acidului sulfuric ş. a., prin crom adesea cu alte elemente, rezistenţă contra oxidării.

3. Utilizare. Construcţia aparatelor pentru industria chimică, vopsitorie, industria alimentară etc.; în prezent există şi diferite interziceri ale utilizării lui.



a conductibilitatea termică, b dilătaţia c căldura specifică.

Fig. 1. Aliajele fier-nichel.

Tabela 3. Aliaje de nichel. Compoziție și proprietăți

a) Compoziție, caracteristici și utilizare

	Grupul	Compoziția % aprox. Ni	Cu	Restul	Caracteristici și utilizare
1.	Nichel-Cupru	15	85	Fe, Mn	Ductibilitate mare; proectile
2.		20—30	80—70		Rezistent la apa de mare; tuburi pentru condensatori
3.		30—45	70—55		Constantan; rezistențe electrice
4.		67	30		Monel, rezistent la coroziune; construcția aparatelor
5.	Argentan	12—26¹) 8—22²)	50—65 50—65	Zn Zn	Rezistent la atac; vopsea albă Tacâmuri, rezistențe electrice, instrumente muzicale
6.	Crom-Nichel	80	Cr 20		Rezistențe electrice, elemente de încălzire, piese de cuptoare rezistente la cald și coroziune,
7.		60—67	Cr 25—15	Fe	Oale de încălzire aparate rezistente la coroziune
8.		8—35	Cr 15—25	Fe	Rezistent la cald și coroziune, oțeluri austentice, amagnetic
9.	Fier-Nichel (fig. 1)	25—50		Fe	Proprietăți termice foarte bune, coef. de dilatație interesant (36% Ni-O), termobimetale, rigle de măsurat, pendule pentru ceasornice, instrumente de măsură
10.		30—36		Fe etc.	Cu modul de elasticitate independent de temperatură; resoarte și pendule pentru ceasornice
11.		36—80		Fe etc.	Proprietăți magnetice deosebite de ex. Permalloy, Isoperm, Perminvare etc. electrocomunicații, instrumente de măsură
12.	Diferite	24—28	12—16 Al	Fe etc.	Aliaje pt. magneți permanenți, forță coercitivă maximă
13.		10—25	15—36 Co		

¹) Aliaje de laminare. — ²) Aliaje de turnare.

b) Proprietăți fizice și mecanice

	Grupul	Rezistivitatea Ω mm²/m	Coeficientul de temperatură al rezistivității × 10⁻⁵/grd	Conductibilitatea termică cal/cm s°	Dilatația termică (0—100°) × 10⁻⁶	laminat și recopt σ_B ¹) kg/mm²	δ ¹) %	H_B ¹) kg/mm²
1.	Nichel-Cupru					31	35	
2.				0,07	15,7	32—35	40	60
3.		0,4—0,5	± 0,5 la 0—100°	0,07—0,05	15,7—14,6	35—40	40	60—80
4.		0,42		0,06	13,9	50	35	120
5.	Argentan	0,3—0,4 (20—26 Ni)	31 (0—200°)	0,1—0,5	18—21	40	40	80
6.	Crom-Nichel	1,10	10 (0—200°) 5(200—1000°)	0,03—0,04	13,6	75	28	
7.		1,10—1,16	17 (0—100°) 36 (0—1000°)	0,03—0,04	13,5—14,5	75—80	28—27	
8.		0,8—1,4			16	60—70	50—30	

¹) Rezistența la întindere σ_B; alungirea la rupere δ_{10}, $l = 10\ d$; duritatea Brinell $H_B = 1/10/30$.

Scanned with OKEN Scanner

b) Aliajele nichelului

Proprietăţi şi utilizare în tabela 3.

Oţelurile cu nichel şi cu crom-nichel. Oţeluri de construcţii, oţeluri de scule, oţel turnat, Ni 1...5%, de asemenea cu Cr, Mo şi altele după DIN 1662, oţeluri de construcţii amagnetice, 25...28% Ni v. p. 827; oţeluri inoxidabile, rezistente la coroziune şi temperaturi înalte, 8...35% Ni, alături de 15...25% Cr, v. p. 754 ş. u., 823 ş. u. şi Stoffhütte ed. a 2-a. p. 351 ş. u.

Fonta cu nichel. Austernitică cu 12...35% Ni nemagnetizabilă, rezistentă la coroziune. Construcţia maşinilor electrice şi aparatelor. Perlitică până la 3% Ni, de asemenea Cr, Mo şi altele, călită şi ameliorată. Construcţia maşinilor de forţă, bucelelor de cilindri, arborilor cotiţi şi arborilor cu came şi altele, rezistenţă foarte ridicată la acţiunea bazelor. Fonta foarte dură cu nichel pentru laminare la cald sau rece, unelte rezistente la uzură, v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 415.

Diferite aliaje cu nichel v. tabela 4.

Săruri de nichel. Sulfat de nichel, sulfat de nichel şi amoniu şi clorură de nichel pentru nichelare galvanică.

Tabela 4. Diferite aliaje de nichel

	Norme DIN	Compoziţia în %					Utilizarea
		Ni	Cu	Sn	Pb	Restul	
Aliaje de nichel-aluminiu . .	1713	1—5	1—4,5	—	—	Mg, Si, Al	Piese pentru motoare, rezistente la cald, capace de cilindri, biele, pistoane etc.
Bronzuri de aluminiu [1]) .	1714	4—12	78—90	—	—	4—12 Al	Piese rezistente la apa mării, elice pentru vapoare, armături pentru abur supraîncălzit, roţi dinţate etc.
Bronzuri de plumb [1]) . .	1716	0,5—4	59—70	0—8	20—33	—	Paliere, armături pentru presiuni mijlocii.
Alămuri speciale	1709 fila 2	1—10	54—62	şi altele			Armături, elice pentru vapoare, bucele de paliere, roţi dinţate etc.

[1]) Retrecisarea p. 533.

c) Cobaltul

1. Extracţia.

Ţările principale cu minereuri: Congo belgian şi Rodezia de Nord, Marocul francez, Finlanda, Burma, Canada (în rezidii dela extracţia cuprului şi în resturi de pirite), în Germania numai în mică măsură.

Calităţi comerciale: cuburi, rondele, alice cu 97...99% Co, 0,05...2% Ni, 0,1...0,2% C, 0,05...0,2% Cu, 0,1...0,4% Fe (As, Sb, P şi S dăunătoare pentru oţel, e de dorit să lipsească), pulbere metalică cu 90...94% Co (ca material aglomerabil).

2. **Proprietăţi fizice, chimice şi tehnologice,** asemănătoare acelora ale nichelului (culoarea albă roşietică). Rezistenţă la coroziune puţin mai mică, prelucrarea mai grea decât a nichelului, Proprietăţi fizice tabela 2, p. 804. Transformarea magnetică la 1150°.

3. **Utilizare principală** drept component în aliaje, de asemenea drept catalizator la sinteza combustibililor motori.

4. **Aliaje.** Aliaje fier-nichel-cobalt. Perminvare cu o bună constanţă a permeabilităţii. Aliajul cel mai cunoscut: 25% Cu, 45% Ni, 30% Fe, v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 417.

Aliaje magnetice: Oţeluri pentru magneţi permanenţi cu 5...40% Co şi adause de Cr, Mo, W (p. 828). Forţa coercitivă 85...250 Ø: Aliajele cu 15...36% Co şi 10...25% Ni şi deasemenea mult Ti, dau 500...800 Ø. Co ridică saturaţia magnetică a fierului. Valoarea maximă la 34,6% Co (pentru electromagneţi puternici). Oţeluri rapide: p. 829 şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 341, aliaje dure: p. 870.

5. **Din oxid sau săruri:** albastrul de cobalt pentru vopsirea emailurilor, sticlei şi obiectelor de ceramică, Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 779

d) Aliajele dure

1. Calităţi, compoziţie şi proprietăţi [1]. Cobaltul serveşte ca liant pentru carburi şi determină (ca şi nichelul) tenacitatea. Carburile produc rezistenţă la uzură, rezistenţă la cald şi durabilitate. Fabricarea prin aglomerare sau topire.

Fasonarea aliajelor dure după fabricarea prin aglomerarea pulberii metalice, respectiv din aliaje topite, e posibilă numai prin şlefuire cu discuri de carbură de siliciu sau cu discul pentru şlefuirea diamantului.

Se deosebesc următoarele feluri de aliaje (tabela 5): Aliaje dure de aglomerare cu carburi de wolfram, pentru temperaturi joase de tăiere şi materiale cu aşchierea scurtă, şi cu adause de carbură de titan pentru materiale dure şi tenace şi temperaturi de tăiere mai înalte. Ambele calităţi sunt foarte casante, însă cu o capacitate de prelucrare extraordinară (de ex. prelucrarea fontei foarte dure, aliate, cu peste 100° Shore!). Aliajele turnate asemănătoare stelitului, prezintă tenacitate mai mare şi pericol de rupere mai mic; ele servesc pentru solicitări mai multiple, de ex. maşini de prelucrat oţel (utilizare preferată în USA). Cp. vol. 2, Secţ. Maşini unelte.

Duritatea la 20° aproximativ 80...90° Rockwell. Rezistenţa la compresiune mare până la aproximativ 400 kg/mm². E rezistent la coroziune şi de aceea se poate utiliza şi în industria chimică.

2. Capacitatea de prelucrare şi utilizare. Pentru capacitatea de prelucrare e determinantă în primul rând alegerea celei mai potrivite calităţi pentru un anumit material (tabela 5).

AWF [2]) împreună cu fabricanţii de aliaje dure au publicat în fila AWF 118, *îndrumări pentru caracterizarea sculelor din aliaje dure*, valabile din 1 Octomvrie 1939. Ele cuprind grupările F_1, S_1, S_2, S_3, G_1, G_2, G_3, H_1, H_2, după domeniile de utilizare.

Valori comparative între aliajele dure şi oţelurile rapide: cu 1 kg aliaj dur se poate obţine în mijlociu aceeaşi prelucrare ca şi cu 40 kg de oţel rapid.

Numiri comerciale: Akrit, Böhlerit, Caedit, Celsit, Miramant, Rheinit, Titanit, Widia ş. a.

Tabela 5. Calităţi de aliaje dure

Compoziţia (Componente principale)			Utilizarea
95% carbură de wolfram		6% Co	Pentru materialele cu aşchiere scurtă şi temperaturi de tăiere joase, (pentru fonta cenuşie, cupru, aliaje de cupru, aliaje uşoare, materiale pentru presare şi pentru lucrări de artă, lemn tare şi pentru obiecte de artă, sticlă, porţelan, piatră) capacitate maximă de prelucrare.*)
80% carbură de wolfram	16% carbură de titan	până la 10% Co,	Pentru materiale tenace şi temperatură înaltă de tăiere (pentru solicitări variate.)*)
2—3% C, 26—33% Cr, 38—55% Co, 9—25% W, 0—10% Ni			Pentru materiale cu aşchiere scurtă şi tenace (pentru solicitări multiple).

*) Subgrupurile cu denumirile comerciale v. fila AWF 118, resp. DIN E 4971 [2]).

G. Metalele nobile

Prelucrare de dr. ing. O. Proske, Berlin

a) Argintul (Ag)

Prezenţa. In minereuri pure de argint, metalul e component predominant. In minereurile de plumb şi cupru, argintul se găseşte în cantitate mai mică; în metodele de extracţie, el se obţine alături de metalele nenobile.

[1] Rapatz, Pollak şi Holzberger, St. u. E. 58 (1938), p. 272 ş. u. — Techn. Mitt. Krupp, Forschungsberichte 1, Mai 1938, p. 25. — v. şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 922. — [2]) AWF - Mitteilungen 21 (1939), fasc. 8.

Topirea împreună a argintului și cuprului în procente diferite, spre a fabrica aliaje comerciale, se face în creuzete de grafit, sub un strat de praf de cărbune. Afară de Cu pot fi utilizate și alte metale nenobile, și anume ca adaus, cum sunt Cd, Zn, Ni; aliajele de argint cu aceste componente se prelucrează ușor în parte și la aer își pierd luciul mai încet decât aliajele pure de Ag-Cu.

Conținutul de argint al aliajului diferă după țară, de ex. 80 %, 83 %, 83,5 %, 90 %, 92,5 % Ag, restul Cu ș. a. m. d. Creșterea durității până la cca 100 %, la aliajele de Cu-Ag, prin revenire la 300°.

Germania utilizează mai ales aliaje cu 80 % Ag; pentru standardizare sunt prevăzute două aliaje: 83,5 % Ag și 92,5 % Ag.

Monedele germane dinainte de războiu aveau un conținut de 90 % Ag, restul Cu; cele de după războiu 50 % Ag și 50 % Cu. In 1933 s'au bătut monedele de 5 mărci cu 90 % Ag și 10 % Cu, cu o greutate 13,889 g, și de 2 mărci cu 62,5 % Ag și 37,5 % Cu, cu o greutate de 8 g. Așa numitul argint standard și argint-sterling are 92,5 % Ag.

Pentru lipirea aliajelor de argint, cum și a aliajelor de cupru, a fierului, oțelului, în special la construcția aparatelor, se folosesc de cele mai multe ori aliajele de lipire cu argint cu 5...80 % Ag, cu temperatura de topire între 600 și 800°. Ele se fabrică pe bază de argint-cupru-zinc, cu adause de Cd, Sn, Ni, Mn, v. și p. 857, DIN 1710.

Conținutul de argint, ca și de aur și platină e stabilit în practică prin proba dokimastică (în foc).

Proprietăți. Argintul pur are un luciu metalic perfect și o culoare pură albă, e extraordinar de ductil și se prelucrează în sârme și foi extrem de fine.

Proprietăți fizice tabela 2, p. 804.

La temperatura obișnuită și la temperaturi înalte, argintul e foarte rezistent contra oxigenului și bazelor; în schimb sulfurile înegresc repede argintul. Despre coroziune v. p. 798.

Dacă argintul vine în contact cu sulfuri (reacțiune Hepar), se obține așa numitul argint oxidat (resp. argintul Tula).

Sunt de importanță deosebită sărurile de argint: azotatul de argint, sărurile halogene de argint și combinațiile argintului cu cianul. Pentru obținerea tuturor sărurilor de argint se pleacă dela azotatul de argint, cu 63,53 % Ag. Acesta se găsește în comerț sub formă de cristale, table topite, bare de 2...8 mm diametru și sub formă de pulbere. Azotatul de argint se prepară prin disolvarea argintului în acid azotic și evaporarea soluției până la cristalizare.

Acest azotat de argint se utilizează în primul rând în industria fotografică și cinematografică, pentru aceasta se transformă într'o emulsiune, care e o combinație halogenă sensibilă la lumină. Prin reducerea soluției amonicale de azotat de argint, argintul e precipitat pe o sticlă ca o peliculă fină, și în acest caz e utilizat pentru oglinzi sau pentru sticle termos.

Influența oligodinamică a argintului e folosită în operația de purificare a apei; chiar și în concentrații neglijabile, ea se manifestă printr'o nimicire a bacteriilor.

Argintul pur e folosit în electrotehnică, pentru rezistența sa în aer și la căldură, în formă de foițe și sârme, de dimensiuni de 0,03...1 mm diametru. Pentru curenți tari, aliaje cu 50 % Ag și 50 % Cu. Contacte din sârme de argint pur (aproximativ 1 mm), în industria curenților slabi. Table de argint pur de grosime de câțiva milimetri servesc ca anode în băile galvanice, în prezența unei soluții cian-argint, ca electrolit la argintarea a aproape tuturor obiectelor din argentan, cupru, alamă, fier spre a opri oxidarea lor repede.

La argintare se deosebesc: 1. argintarea foarte ușoară prin așa numitul procedeu al imersiunii; 2. de preferat, o argintare mai durabilă prin precipitare galvanică; 3. o argintare foarte durabilă consistă în placarea cu

argint pur și laminarea tablelor de cupru sau de alt metal (doublé de argint). Astfel de table se folosesc în industria optică. Sârmele de cupru astfel argintate se folosesc în industria țesăturilor.

Mărfuri comerciale. La bursă, argintul e notat ca argint pur. Barele au o stampilă a laboratorului de probă și un număr, cari ambele trebue să corespundă cu certificatul de analiză (certificatul de probă); ca bază de calcul servește puritatea cuprinsă în certificatúl de analiză. Cel mai curat argint ca a r g i n t e l e c t r o l i t i c, în comerț între altele în bare, alice, table, sârme cu o puritate de 99,90...99,99% Ag.

La standardizare s'a prevăzut argintul electolitic cu 99,9% ca argint-A, a doua calitate, argintul-B, conține cel puțin 99,6% Ag.

Puținele impurități sunt în general Cu și Pb. Datele certificatelor de analiză le dau în părți la mie: astfel 100% = 1000 părți

Legea din 1884 fixează norme pentru puritatea metalelor nobile și prescripțiuni asupra mărcării lor. In Germania, pentru obiectele de argint se admite o puritate de numai $^{800}/_{1000}$ părți sau mai mult; bijuteriile trebue marcate fiecare cu puritatea respectivă. Puritatea efectivă nu e permis să se găsească, nici la marfă în general, nici la diferitele piese constitutive, la obiecte de argint, cu mai mult de $^{8}/_{1000}$ părți dedesubtul purității date. Sub rezerva acestei abateri, obiectul trebue să aibă întreg, și topit cu lipitură cu tot, puritatea dată. La bijuterii abaterea nu e permis să depășească $^{10}/_{1000}$ părți, când obiectul e topit întreg.

b) Aurul (Au)

Prezența. Cea mai mare parte a aurului, care se găsește în natură sub formă metalică, ca aur de mină sau nisip aurifer, se scoate prin cianurare (cu cianura de sodiu). Acuma se obține de asemenea o mare parte de aur la electroliza cuprului în mâlurile anodice.

Proprietăți. Aurul pur are o culoare caracteristică galbenă, e foarte moale și se poate de ex. obține în foițe de aur de o grosime de 0,0001 mm. Pe cale galvanică s'a reușit să se obțină foițe transparente de o milionime de cm grosime.

In stare topită, culoarea aurului bate în verde, încălzit la incandescență e foarte volatil. Lumina trecută prin foițe foarte subțiri de aur le lasă să apară într'o culoare albastră, albă-verde. Aurul e sudabil la rece. Față de oxigen, aurul nu are decât o foarte mică afinitate și e foarte rezistent față de acizi. solubil numai în apă regală. Nu se oxidează nici chiar încălzit. Se alterează foarte puțin în prezența gazelor ce conțin hidrogen sulfurat.

P r o p r i e t ă ț i f i z i c e tabela 2, p. 804.

Utilizare. Aurul pur e foarte moale și trebue aliat, pentru cele mai multe scopuri, cu alte metale. Aurul cu diferite adause, în primul rând cu Ag, Cu, Ni, Pt și Pd, se întărește fără a-și pierde tenacitatea.

Aliajele cu 90% aur și 10% Cu sunt utilizate pentru monede. Pentru industria bijuteriilor sunt propuse spre standardizare trei calități:

75% Au, 58,5% Au și 33,3% Au.

La aur se obișnuește numirea de **carat**, astfel încât 24 carate = 1000 părți = 100%.

Cantitatea de adause de Cu, Ag ș. a. m. d. se stabilește după culoarea dorită, respectiv după scopul pentru care va fi utilizat. Aurul alb, în giuvaergie, ca înlocuitor al platinei, se compune din aur cu adause de metale cari colorează puternic în alb ca Pd și Ni. Aliajele de aur se folosesc în mare măsură, din cauza rezistenței lor chimice, sub formă de table, ca aliaje de mare valoare, între cca 20 și 22 carate, în chirurgia dentară. Cantități mici de plumb, de exemplu 0,06%, fac aurul foarte casant și inutilizabil.

După scopurile, pentru care vor fi utilizate, aliajele de lipire cu aur sunt aliaje de aur cu conţinut mai mic de aur decât aliajele înseşi, şi cu adaus mai mare de Ag, Cu, Zn şi Cd, deci cu punct de topire mai scăzut. Aliajele de lipire cu aur trebue să aibă aceeaşi culoare ca şi aliajul de aur care se va lipi.

Mărfuri comerciale. In comerţ aurul se găseşte sub formă de bare, alice, benzi, table şi sârme. Un certificat de analiză dă date asupra purităţii aurului. Pe lângă aurul pur, sunt comercializate în mare măsură şi aliajele; e obişnuit aliajul de aur cu 90% Au în formă de bare mai mari. Afară de aceasta, Au în formă de table şi sârme aproape de acelaşi număr de carate.

Pentru standardizare s'a prevăzut: aur-A, cu cel puţin 99,96% Au, şi aur-B, cu cel puţin 99,90% Au. Aurul A marcat de obiceiu cu puritatea 1000, e aur electrolitic.

Clorurile de aur, cu 49,5...51,5% Au, se folosesc în industria fotografică la colorarea fotografiilor, iar cianurile de aur în industria galvanică pentru aurirea altor metale. O mare durabilitate a acoperirii cu aur se obţine prin aurirea prin imersiune în baie lichidă. In industria optică şi a bijuteriilor se folosesc sub denumirea de „doublé de aur" metale nenobile, în special aliaje de cupru, placate cu aliaje de aur. Prin arderea pulberii foarte fine de aur sau aliajelor de porţelan se obţine o acoperire cu aur foarte aderentă, eventual polisabilă.

c) Platina (Pt)

Prezenţa. Pt se extrage în Urali, America şi recent în Africa de Sud.

P r o p r i e t ă ţ i f i z i c e tabela 2, p. 804.

Are culoare albă închisă şi se poate prelucra foarte uşor mecanic. Are o foarte mică afinitate pentru oxigen. Din cauza rezistenţei faţă de acizi şi substanţe chimice se foloseşte în industria chimică şi în laboratoare sub formă de creuzete, talere şi sârme. In industria acidului sulfuric serveşte catalitic pentru transmisiunea oxigenului.

La prepararea catalizatorului se pleacă dela clorura de platină, se udă asbest sau alte materii cu clorură de platină disolvată, şi se descompune apoi clorura prin încălzire, aşa încât platina metalică se repartizează în formă fină pe o suprafaţă mare.

Cea mai cunoscută sare a platinei este clorura de Pt cu cca 40% Pt; clorura de platină nu are un conţinut invariabil de platină; în cantităţi mai mari vânzarea se face numai după o analiză prealabilă. Afară de aceasta se utilizează în fotografie clorura de platină şi potasiu cu cca 47,5% Pt.

Termoelementul Le Chatelier, pentru măsurarea temperaturilor până la 1600°, se compune din două sârme topite împreună la capete, dintre cari o sârmă e de platină pură iar cealaltă dintr'un aliaj de 90% Pt şi 10% Rh. Sârmele trase fin din platină, ţesute într'o pânză foarte fină, se utilizează în industria azotului. Foiţele de platină, pentru cuptoarele cu rezistenţă de platină.

Mărfuri comerciale: platina-A, platină fizic pură (gradul de puritate 4, maximum 0,01% impurităţi).

Platina-B, platină chimic pură, (gradul de puritate 3, max. 0,1% impurităţi).

Platina-C, platină de aparate (gradul de puritate 2, minim. 99,7% Pt, max. 0,3% Ir, şi max. 0,1% alte metale).

Platina-D, platină tehnic pură (gradul de puritate 2, min. 99,5% Pt metalică, de o puritate de min. 99% Pt chimic pură).

Platina-E, platină de bijuterii, (gradul de puritate 1, min. 95% Pt marcată obişnuit în comerţ cu 96% Pt).

Gradele de puritate menţionate mai sus sunt după M y l i u s. In opoziţie cu acestea, industria bijuteriilor distinge:

Calitatea a III-a tehnic pură cu 99,5% Pt; calitatea a IV-a 96% Pt, 4% Cu; calitatea a V-a 96% Pt, 4% Pd.

Pentru aliaje de platină încă nu există standardizare.

d) Paladiul (Pd), Rodiul (Rh), Iridiul (Ir) [1]

Aceste metale sunt conţinute aproape toate în mineralele de platină. Culoarea paladiului aduce puţin cu a argintului, e ceva mai alb decât

[1]) Proprietăţi fizice tabela 2, p. 804.

platina. Aliaje cu Au, Ag, Cu și Pt. Acțiunea de colorare în alb a paladiului apare caracteristic la aurul alb. In dentistică aliajele de Pd cu Ag, cu adause de Au și Cu, se prelucrează bine. Ele corespund deplin acestui scop, și din cauza prețului lor redus, înlocuesc aurul dentar scump.

Rh se întrebuințează la poleirea cu aur; aci el determină coeziunea dintre stratul de aur și masa ceramică.

Ir în aliajele de platină, împrumută acestora rezistență mecanică mare și rezistență contra acizilor. Metrul etalon conține 90% Pt și 10% Ir.

H. Alte metale și aliaje

Prelucrare de dr. ing. O. Proske, Berlin

a) Cromul (Cr)

Prezența. In natură ca cromat de fier (oxid de crom Cr_2O_3 și oxid feric Fe_2O_3); culoare albă cu nuanță cenușie ca oțelul.

Proprietăți [1]). Greutatea specifică 7,1 kg/dm³, datele privitoare la proprietățile fizice și temperatura de topire variază în limite largi. Despre coroziune v. p. 798.

Cele două combinații mai cunoscute servesc: bicromatul de potasiu la colorarea obiectelor metalice, iar oxidul de crom la șlefuirea și poleirea metalelor. Fero-cromul (tabela 1) e utilizat la fabricarea oțelului cu crom (p. 827 ș. u.).

Tabela 1. Compoziția fero-cromului [2])

Fero-crom	Cr	Fe	C	Mn	Si	S + P
1. In creuzet	19,8	76,1	3,8	0,3	—	—
2. In cuptor înalt	45,4	44,9	8,6	0,4	0,6	0,1
3. In cuptor electric	65,9	28,25	5,6	—	0,2	0,05
4. Afinat	68,1	29,9	1,9	—	0,1	0,02

Cromarea electrolitică v. p. 800. Se obține o cromare bună, durabilă, după o nichelare prealabilă. Din cauza stabilității chimice a cromului, se cromează în special piesele expuse unor influențe puternice atmosferice ca: piese de caroserii la automobile, piese de vapoare ș. a. m. d.

Cele mai cunoscute aliaje de crom neferoase se găsesc în tabela 2.

Tabela 2. Aliaje de crom [2])

Numirea	Ni	Cr	Au	Ag	Cu	Zn	Proprietăți
Aliaj Cr-Nichel	65—67,5	30	0,5—5	0,24—2	—	—	înaltă rezistență la solicitări mecanice și chimice
Cr-Nichel	80—95	5—20	—	—	—	—	sub formă de sârmă și benzi, pentru cuptoarele de încălzire sau cuptoarele de topire
Cr-Ni-Zn după Parker	10	10	—	—	60	20	pentru organe de mașini

[1]) V. și tabela 2, p. 804.

[2]) Schwartz, Legierungen, Stuttgart 1920, Enke. — V. și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 423.

Scanned with OKEN Scanner

b) Molibdenul (Mo)

Prezenţa combinat cu sulful, ca molibdenită (MoS_2) şi wultenită ($PbMoO_4$).

Proprietăţi [1]).

Greutatea specifică 10,2 kg/dm³, temperatura de topire 2620°

Molibdenul e amagnetic, culoarea în pulbere cenuşie, topit e alb, aproape argintiu. In aer îşi pierde treptat luciul metalic. Se oxidează la circa 600° în trioxid de molibden (MoO_3); e solubil în acid sulfuric concentrat sau acid azotic.

Utilizarea. Cea mai mare parte a acestui metal se foloseşte în industria oţelului, sub formă de fero-molibden (Stoffhütte ed. a 2-a, p. 424). Afară de aceasta e folosit în fabricaţia becurilor cu incandescenţă, la execuţia suportului pentru filamentul de wolfram. De asemenea se foloseşte Mo ca înlocuitor al platinei. Se pot atinge, în cuptoarele electrice cu rezistenţă, cu sârmele de molibden, temperaturi mai înalte decât cu sârmele de platină. Molibdenul mai e un component al aliajelor rapide, (p. 831).

c) Wolframul (W)

Prezenţa în natură ca Scheelită ($CaWO_4$) şi wolframită ($mFeWO_4 + nMnWO_4$).

Proprietăţi [1]).

Greutatea specifică 19,2 kg/dm³, temperatura de topire cca 3370°

Metalul se obţine prin reducerea trioxidului de wolfram (WO_3). Culoarea cenuşie ca oţelul, lucios, nu variază la temperatura obişnuită. Pulberea de wolfram încălzită se transformă din nou în trioxid de wolfram. Dintre toate metalele, wolframul are cel mai ridicat punct de topire. E amagnetic, e oxidat de acizi în acid wolframic. Carburile de wolfram sunt foarte dure, aproape ca diamantul. Se folosesc la bacurile filierelor pentru sârmă. Sârmele subţiri de wolfram se folosesc la fabricarea becurilor cu incandescenţă. Sunt în special cunoscute: aliajele de fier-wolfram şi oţelurile rapide de wolfram (p. 831).

Aliaje speciale [2]) sunt:

Bronzul de wolfram cu 90% Cu şi 10% W,

Alama de wolfram cu 60% Cu, 22% Zn, 14% Ni şi 4% W.

Utilizare. Wolframatul de sodiu (Na_2WO_4) uşor solubil, se foloseşte la impregnarea ţesăturilor metalice, spre a le apăra contra arderii. Wolframul se foloseşte, pentru contactele electrice, unde se pot atinge prin producerea de scântei puternice, temperaturi înalte; aici se folosesc, pe lângă W pur, şi comprimate de pulbere de wolfram cu argint sau pulbere de wolfram cu cupru. Când wolframul e tras în sârme până la diametrul de 0,005 mm, se utilizează de asemenea şi la suspensia acelor galvanometrelor, la reticule în cruce etc.

d) Mercurul (Hg)

Prezenţa. Cinabru, sulfură de mercur cu cca 86% Hg, din care se obţine prin încălzire. Afară de aceasta se recuperează mercurul din resturile de amalgam din dentistică. Afinarea obişnuită a mercurului se face prin presarea metalului prin piele sau postav.

Proprietăţi [1]).

Greutatea specifică 13,5457 la 20°, temperatura de topire — 38,83

Mercurul e alb-argintiu, lichid la temperatura obişnuită. Totuşi volatil chiar la temperatura ambiantă. Deoarece vaporii de mercur sunt foarte

---

[1]) V. şi tabela 2, p. 804.

[2]) Schwarz, Legierungen, Stuttgart 1920, Enke.

otrăvitori, se cere o deosebită precauțiune când se lucrează cu mercur. Mercurul se disolvă în acid azotic diluat și în apă regală și se oxidează puțin înaintea punctului de fierbere în oxid roșu, HgO, pe când pelicula cenușie dela suprafața metalului, care se formează în aer umed, e de Hg_2O

Mercurul se aliază ușor cu cele mai multe metale (amalgame). Amalgamele de argint se utilizează în tehnica dentară, ca plombe; se amestecă cu mercurul un aliaj, fin pilit, de argint-staniu, cu 40 . . . 70% Ag, 30 . . . 55% Sn și Cu, Zn, Au și Pt în total până la 5%. După 1 . . . 2 ore, aceste aliaje devin atât de dure, încât suportă sarcina masticării.

In ultimul timp, utilizarea amalganului de cupru a fost din ce în ce mai mult evitată în dentistică din cauza efectului său otrăvitor în gură.

Pentru aurirea prin imersiune în baie lichidă a metalelor, se folosește amalgamul de aur, iar la fabricarea oglinzilor amalgamul de staniu.

Utilizare: Metalul e utilizat în termometre și barometre; în serviciul pompelor de vid și în laboratoarele științifice, pentru diferite scopuri. In lămpile cu vapori de mercur se volatilizează mercurul prin descărcări electrice. Razele ultraviolete ce se produc aci luminează foarte tare. Mercurul metalic și coloidal se folosește în medicină; la fel și cele două săruri cunoscute ale mercurului: calomelul, Hg Cl, și sublimatul, $Hg\,Cl_2$. Fulminatul de mercur e de cea mai mare importanță în industria explozivilor.

e) Tantalul (Ta)

Prezența aproape totdeauna cu niobiu ca acid tantalic Ta_2O_5.

Proprietăți [1]).

Greutatea specifică 16,6 kg/dm³, temperatura de topire 2850°

Ta e un metal lucios, cenușiu platinat, se oxidează ușor chiar la temperaturi de peste 100° și arde la temperatură foarte înaltă în acid tantalic, Ta_2O_5.

Aliajele posibile cu un număr mare de metale, sunt de mică importanță în practică. Numai acidul fluorhidric atacă tantalul; altfel nu e disolvat de niciun acid, nici chiar de apa regală. Față de cărbune și metale în stare topită, tantalul e la fel de sensibil ca Pt.

Utilizare. Ta e utilizat în ultimul timp ca înlocuitor al platinei. El poate fi laminat în table subțiri și tras în sârme fine. De aceea tantalul se folosea mai de mult la fabricarea becurilor cu incandescență, în care a fost înlocuit însă mai târziu prin wolfram.

Din cauza stabilității sale chimice, tantalul e utilizat pentru instrumentele chirurgicale și de dentistică. Mai servește pentru conducte și redresori de curent, cum și ca înlocuitor al platinei pentru electrozi în electroliză.

f) Ceriul (Ce)

Prezența ca ceriură cu cca 60% ceriu.

Proprietăți [1]).

Greutatea specifică 6,77 kg/dm³.

Ceriul e un metal cenușiu ca fierul și foarte ductil. Parte componentă a aliajelor de magneziu. Bioxidul de ceriu e folosit la fabricarea lămpilor de iluminat cu gaz. Ca metal se utilizează în primul rând pentru fero-ceriu. Acesta din urmă e utilizat din cauza proprietăților sale pirotehnice, ca metal pentru aprindere, pentru cele mai diferite scopuri. Fero-ceriul se oxidează ușor în aer umed și de aceea, pentru expediere, se acopere cu un strat protector, prin înmuiere în lac, petrol sau prin galvanizare.

---

[1]) V. și tabela 2, p. 804.

V. Roce și pietre naturale[1])

Prelucrare de prof. dr. B e r n a u e r, Charlottenburg

Generalități [2]). La alegerea pentru construcție trebue să ținem seamă de rezistența rocelor la intemperii (umiditate, îngheț, căldură), la solicitări mecanice (compresiune, întindere, încovoiere, uzură) precum și la acțiuni chimice.

Tabela 1. Prima estimație a rezistenței la intemperii (după B r e y e r)

Nr.	Caracteristica	Roce bune	Roce inferioare
1	Sunetul	clar	surd, zornăit
2	Rezist. dinamică	greu de sdrobit	ușor de sdrobit
3	Rezist. muchiilor	puțin sfărâmicioasă	ușor sfărâmicioasă
4	Uzura de frecare	neînsemnată	mare; face praf, nisip, se macină
5	Scoarță protectoare contra intemperiilor	lipsește, de grosimea unei foițe	coajă tare
6	Culoarea	pronunțată, închisă	mată, deschisă
7	Luciul	mineral lucind, miroitant	mineral mat, spălăcit
8	La pipăit	tari, aspre	moi, unsuroase
9	Consistența	granuloasă	pământoasă, cretoasă, argiloasă
10	Spărtura	în formă de scoică, netedă, uniformă	zgrunțuroasă, aspră, neuniformă
11	Structura	compactă, densă	despicată, șistoasă cu spărturi, cu vine
12	Constituția	uniformă	neuniformă
13	Legătura granulelor	strânsă	slabă
14	Higroscopicitatea	slabă, nehigroscopice	mare, higroscopice
15	Durit. la sgâriere	se sgârie greu	se sgârie ușor

Mai prezintă importanță e x a m i n a r e a l o r î n c a r i e r ă ș i e x p e r i e n ț e l e f ă c u t e l a c o n s t r u c ț i i v e c h i. Detalii prin încercarea în laborator cu privire la structura petrografică, porozitate, higroscopicitate, rezistență la îngheț, rezistență la compresiune și la întindere, uzură, tenacitate, rezistență chimică. Date numerice tab. 3, p. 882 și DIN DVM 2100, 2101, 2108 și 2109, încercarea rocelor naturale.

Clasificare

A. Roce eruptive

a) R o c e d e a d â n c i m e (roce plutonice). Magma s'a cristalizat încet în adâncimea pământului; de aceea au granule mari. Granit, sienit, diorit, gabbro.

b) R o c e f i l o n i e n e. Solidificate ulterior în filoane din magma rocelor de adâncime. Compoziția unora ca și a rocelor de adâncime (roce filoniene neutre), a altora bazică sau acidă.

c) R o c e d e s u p r a f a ț ă. Magma s'a solidificat repede la suprafața pământului, sub apă sau chiar în interiorul unui sediment proaspăt depus. Structură porfirică, granuloasă, densă, sticloasă.

R o c e d e s u p r a f a ț ă m a i r e c e n t e: (terțiare sau mai noi): liparită, trahită, fonolită, dacită, andesită, bazalt.

R o c e d e s u p r a f a ț ă m a i v e c h i: porfir cuarțos, porfir fără cuarț, porfirită, melafir, diabas.

Anexă: T u f u r i v u l c a n i c e, mase vulcanice de erupțiune solidificate, inițial mai puțin dense.

[1]) Date mai detaliate v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 437 ș. u.

[2]) **Bibliografie:** H e r r m a n n, Steinbruchindustrie und Steinbruchgeologie, ed. a 2-a, Berlin 1916, Borntraeger. — H i r s c h w a l d, Die bautechnisch verwendbaren Gesteinsvorkommen des preussischen Staates, Berlin 1910, Borntraeger. — Idem, Handbuch der bautechnischen Gesteinsprüfung, Berlin 1912, Borntraeger. — Idem, Leitsätze für die praktische Beurteilung, zweckmässige Auswahl und Bearbeitung natürlicher Bausteine, Berlin 1915, Borntraeger. — K l o c k m a n n, Lehrbuch der Mineralogie, ed. a 2-a, publ. de R a m d o h r, Stuttgart 1936, Enke. — K r ü g e r, Mineraltechnik für Bauingenieure, Berlin 1929, Allg. Industrie-Verlag. — R i n n e, Gesteinskunde, ed. a 4-a, Stuttgart 1923, Schweizerbart. — S t i n y, Technische Gesteinskunde, Wien 1935, Springer. — Idem, Die Auswahl und Beurteilung der Strassenbaugesteine, Wien 1935, Springer. — T e r z a g h i, Erdbaumechanik, Leipzig și Wien 1925, Deuticke. — W i e l a n d și S t ö c k e, Merkbuch für den Strassenbau, Berlin 1934, Ernst & Sohn. — Handbuch der Steinindustrie, publ. de W e i s s, vol. I: Die nutzbaren Gesteinsvorkommen Deutschlands, Berlin 1935, Union Deutsche Verlagsges. — Die natürlichen Bausteine und Dachschieder der Schweiz. Beiträge zur Geologie der Schweiz, Geotechnische Serie, publ. V. Bern 1915, Francke.

Scanned with OKEN Scanner

B. Roce sedimentare

Formate prin desagregarea în atmosferă și îngrămădirea din nou a rocelor mai vechi — depuse de cele mai multe ori în straturi.

a) Sedimente mecanice. Clastice grosiere: nisip, pietriș, gresie, cuarțit, arcoze, grauwacke, conglomerate, brecie. Cu granulație fină: argilă, lut, marnă, loess, șist argilos.

b) Sedimente chimice. Anorganice: gips, anhidrită. In esență organice: calcar, dolomită, silex (cremene).

C. Roce metamorfice
provenite din A sau B

a) Roce de contact (influența temperaturii ridicate): marmoră, șist nodulos corniene (Hornfels).

b) Șisturi cristaline propriu zise (transformate sub efectul presiunii și prin dislocare): gneis, micașist, amfibolit șiștos.

A. Roce eruptive

a) Roce de adâncime

Dela granule mari până la mijlocii, structură neorientată.

1. **Granit.** Compoziția mineralogică: ortoză, plagioclaz, cuarț în granitul normal (granitit) în plus și biotită. In granitul cu două mice, granitul cu muscovită, granitul cu amfibol, granitul cu sugit, biotita e înlocuită ±[1]) cu mineralele respective, după cari e numit grrnitul.

Culoarea: cenușie deschisă, cenușie închisă, roșie, verzuie, albăstruie. Alterat sub acțiunea agenților externi: gălbuie, spălăcită, cu pete ruginii.

Intrebuințarea: pavaj, pietriș, construcții înalte și hidraulice, sculptură.

Răspândirea: Pădurea Neagră, Odenwald, Munții Fichtel, Pădurea Bavareză, Harz, Silezia, Dunărea de Sus și de Jos, Boemia, Gotthard, Bornholm, Suedia.

2. **Sienita.** Compoziția mineralogică: ortoză, plagioclaz și amfibol (sienită normală); în loc de amfibol și ± biotită sau augit.

Culoarea: roșie până brună, cenușie, verzuie, negricioasă.

Intrebuințarea: ca granitul.

Răspândirea: Dresden, Meissen, Nimptsch în Silezia, Pădurea Neagră, Dunărea de Jos.

Varietate: Sienită eleolitică: feldspat înlocuit parțial cu eleolită (nefelină). Sienitele nefelinice cu augit sclipind multicolor, din Norvegia de Sud, se șlefuesc mult pentru fațade.

3. **Diorit.** Compziția mineralogică: plagioclaz cu hornblendă, biotită sau augit; în parte puțin cuarț. Cu numiri corespunzătoare.

Culoarea: cenușie, cenușie-verde, cu pete negre și albe.

Intrebuințarea: ca granitul.

Răspândirea: Pădurea Neagră, Odenwald, Kyffhäuser, Ilmenau în Turingia, Langenbielau în Silezia, Suedia, Klausen în Tirol.

4. **Gabbro.** Compoziția mineralogică: plagioclaz bazic și dialag (gabbro) sau amfibol (gabbro cu a.) sau piroxen rombic (norit). Un adaus de olivină dă gabbro olivinic. Tractolitul e un amestec de plagioclaz și olivină. O cantitate mai mare de minerale bazice dă amfibolit șiștos, piroxenită, peridotită.

Culoarea: verde închisă, negricioasă, parte sclipind albăstrui.

Intrebuințarea: pavaj, pietriș. constr. înalte. In unele cazuri se șlefuește.

Anexă: Serpentină. Provenită adesea din gabbro etc.; pe lângă serpentină conține și resturi de olivină, amfibol, dialag.

Culoarea: verde-gălbuie, verde-cenușie, brun-roșcată; adesea vărgată, pătată, strălucitoare.

Intrebuințarea: șlefuită pentru căptușirea pereților și obiecte de artă.

Răspândirea: Zöblitz în Saxonia, Frankenstein în Silezia, Wurlitz lângă Hof, Krabath în Stiria.

b) Roce filoniene

1. **Granit porfiroid.** Mineralogic = granit, dar cu structură porfirică. Piatră cioplită, pavaj

Răspândirea: Beucha lângă Leipzig, Pădurea Neagră de Sud, Munții Uriași.

2. **Aplită și pegmatită.** Roce filoniene mai bogate în cuarț provenite din magmă granitică, sărace în biotită. Aplita cu granulație fină dă pietriș și pavaj, pegmatita cu granulație foarte mare se șlefuește uneori.

3. **Minette** (= ortoză + biotită) și kersantită (= plagioclaz + augit + hornblendă) sunt roce filoniene bazice. Minette nu rezistă la intemperii din cauza unui conținut mai mare de mică. Kersantita dă în unele locuri un balast excelent (Heppenheim lângă Bergstr., Leutenberg în Turingia).

[1]) ± înseamnă mai mult sau mai puțin.

c) Roce de suprafață

Structura — în cele mai multe cazuri — e porfirică, la roce bazice e și granuloasă sau ofitică. Dela granulație mare până la mijlocie, și solidificate sticlos.

1. Liparită și porfir cuarțifer. Compoziția mineralogică: masă cu granule fine (± sticloasă). incluziuni de cuarț, feldspat potasic, biotită. Felsitporfirul are o structură deosebit de densă cu puține incluziuni. Asemănător e cheratofirul cuarțos (Lenneporphyr). Culoarea: roșcată, brună, cenușie-violetă, verzuie. Intrebuințarea: balast, pietre cioplite, se poate polisa. Răspândirea: porfir cuarțifer: Pădurea Neagră, Odenwald, Turingia, Harz, Munții Metalici, lângă Halle Lugano. Bozen. Liparit: Lipari, Transilvania.

Obsidiană = Rocă sticloasă bogată în cuarț fără apă. Retinită idem cu apă, Tufuri porfirice: în parte o piatră de construcție bună (Rochlitz în Saxonia), cele silicioase ca pietriș (Triberg în Pădurea Neagră).

2. Trahit și porfir fără cuarț. Compoziția mineralogică: incluziuni de feldspat potasic, plagioclaz și biotită ev. și amfibol; masă sticloasă adesea poroasă. Culoarea: trahit de culoare cenușie, porfir fără cuarț — colorat în brun sau roșcat. Intrebuințări: piatră cioplită (trahit, nu totdeauna rezistent la intemperii); balast. Răspândirea: trahit în Siebengebirge și Westerwald, porfir fără cuarț în teritoriul Saar-Nahe, Nassau, Turingia.

Piatra ponce din trahit poros din Neuwied pentru pietre de construcție ușoare și straturi izolante. Tuful trahitic consolidat de culoare galbenă sau gălbuie, parte piatră cioplită excelentă (Eifel, Ries) și pentru căptușirea cuptoarelor și căminelor (piatră de zidit pentru cuptoare de pâine, în Siebengebirge). Despre tras, ca mortar v. p. 897 notă, și p. 900.

3. Fonolit. Compoziția mineralogică: incluziuni de feldspat potasic sticlos (sanidină), nefelin sau leucit, diopsid; magma cu granulație fină sau pâslită. Culoarea: cenușie deschisă, gălbuie, brună, verde cenușie. Intrebuințarea: balast, pietre cioplite. table de acoperiș, consolidarea malurilor. materie primă pentru fabricarea sticlei. Răspândirea: Kaiserstuhl, Hegau, Röhn. Westerwald, Eifel, Lausitz, Boemia de Nord. Tufuri fonolitice: colorate deschis, de Weibern (Eifel) = piatră cioplită bună.

4. Andezită și porfirită. Compoziția mineralogică: incluziuni de plagioclaz, augit ± bază sticloasă. Cuarțifere sunt dacitul și porfirita cuarțiferă. Culoarea: dacit și andezită: cenușie deschisă până la închisă; porfirit și porfirit cuarțifer: brună, roșiatică, verzuie. Intrebuințarea: pavaj. în al doilea rând și ca pietre cioplite. Răspândirea: andezită: Siebengebirge. Ungaria. Porfirit: teritorul Saar Nahe, Harz, Turingia, Meissen, Lugano. Din această categorie fac parte porfido verde din Grecia și porfido rosso din Egipt. Porfirita cuarțiferă din Quenast (Belgia) = piatră de pavaj. Varietăți: kuselită, weiselbergită. Propilită = andezită transformată într'un fel de diabas verde.

5. Grupul bazaltelor, melafirelor, diabaselor.

a) **Bazalt.** Compoziția mineralogică: La bazalt fesdspatic în mare parte augit și feldspat, de multe ori olivină și amfibol, biotică, sticlă de culoare închisă. Structura porfirică, granuloasă, sau ofitică (feldspat dispus radial). Dacă plagioclazul e înlocuit parțial cu leucit resp. nefelin, avem tefrit-l, resp. -n, sau în prezența olivinei bazanit-l, resp. -n. Inlocuirea totală a feldspatului dă bazalt-l, resp. -n, bazaltul melilitic conține melilit calcaros în loc de feldspat.

Culoarea: neagră cenușie, neagră albăstruie, soiuri poroase de culoare mai deschisă. Intrebuințarea: balast, stâlpi de construcții hidraulice și pietre de hotar. Varietăți cu granulație mai mare pentru pavaj; bazalturile poroase dau pietre pt. cioplit. Locurile arse de soare sunt periculoase; la influența intemperiilor obțin în scurt timp pete deschise și apoi se desfac în bucăți (grus). Răspândirea: Kaiserstuhl, Hegau, Schw. Alb, Odenw., Vogelsbg, Rhön, Westerw., Turingia, Saxonia, Silezia, Stiria etc. Lava bazaltică în Eifel și Vogelsberg. Tufurile de sgură bazaltică din Vogelsberg dau pietre cioplite.

b) **Melafir.** Corespunde bazaltului, dar arată începuturi de formări noi de clorit, serpentină, limonită; cu incluziuni de calcar și calcedonă (melafir amigdaloid). Culoarea: neagră, brună-roșcată, brună-verzuie. Intrebuințarea: ca bazalt, se prelucrează mai ușor. Răspândirea: terit. Saar-Nahe, Harz, Turingia, Silezia, Saxonia

c) **Diabas.** Transformat mai mult, bogat în clorit și calcar. Structura în mare parte granuloasă sau ofitică. Culoarea: verde-cenușie. Intrebuințarea: balast tenace. pavaj, după șlefuire și ca pietre funerare. Răspândirea: terit. Saar Nahe, Munții de Ardezie (Renania), Harz, Frankenw.. Munții Metalici, Lausitz, Silezia.

B. Roce sedimentare

a) Sedimente mecanice (clastice)

1. **Nisip și pietriș.** Compoziția mineralogică a nisipului: predominant cuarț, plus muscovită fin solzoasă, parte feldspat (nisip spatic), augit, amfibol, olivină, granat, minereu de fier. Adesea cu impurități de argilă sau lut (mai cu seamă nisip de carieră). Intrebuințare: Mortar, industria gresiilor calcaroase și a sticlei, material de forme de turnătorie. Pietriș: Ingrămădirea frânturilor mai mari de pietre rostogolite, de mai multe ori amestecate cu nisip (nisip cuarțos). Intrebuințare: Constr. drumurilor și liniilor ferate, beton. Amestecarea potrivită a granulelor de diferite mărimi v. de ex. „Richtlinien für Fahrbahndecken", edit. DRAB. Notarea mărimii granulației după DIN 1170 și 1171:

Diam. (mm)	< 0,2	0,2...1	1...3	3...30	30...70
Nomenclatura.	Nisip fin	Nisip mijlociu	Nisip grosier	Pietriș fin	Pietriș grosier

Nisip pt. material de formă[1]) (nisip verde). Proprietăți nec.: Plasticitate depinde de conținutul de apă și argilă (nisip gras, sărac); permeabilitatea pt. gaze depinde de mărirea granulelor, refractavitatea de conținutul de Fe_2O_3, CaO, MgO, Na_2O+K_2O.[2])

Tabela 2. Compoziția nisipurilor de forme, mai importante[3])

	Felul nisipului	SiO_2	Al_2O_3	CaO	Fe_2O_3
Nisip din	Aschersleben, cenușiu . . .	84,35	5,96	0,44	6,45
	„ , galben . . .	78,45	7,22	1,84	4,22
	Halberstadt (Frohwein), verde	86,70	4,20	0,60	3,95
	Olfleben (Frohwein), galben .	83,07	3,11	0,50	6,25
	Elsterwerda, verde	82,90	10,28	0,01	2,76
	Harburg, gras	89,84	7,02	-	3,14
	„ , sărac	96,16	1,48	—	2,36
	Rendsburg	93,18	4,23	—	2,59
	Bottrop, gras	87,50	8,30	—	2,30
	„ , sărac	89,70	5,20	—	1,10
	Alt-Ranft, gras	75,18	3,80	5,35	2,40
	„ „ , sărac	80,10	2,96	9,84	2,00
	Ellrich, roșu	85,76	6,00	2,60	3,30
	Harz, nisip de cuarț cristalin (pentru miezuri)	98,58	0,76	0,123	0,27

SiO_2=silice, Al_2O_3=alumină, CaO=var, Fe_2O_3=oxid de fier

Pietriș, grand: Ingrămădire de granule mai mari și mai fine, pietriș diluvial pentru beton.

Balast natural. Ingrămădire de grohotiș de roce desfăcute de îngheț și dislocate de pe munți de apa curgătoare. Grohotiș calcaros pentru ardere de var, grohotiș silicios pentru drumuri și suprastructura liniilor ferate.

2. **Gresie.** Componente: Boabe de nisip (v. m. s.) cimentate prin cuarț, argilă, calcar, dolomită, oxizi de fier. Adesea cu incluziune de sfărâmături sau bucăți de argilă. Conținutul de pirită desavantajos; multă mică contribue la desfacerea prin îngheț.

Culoarea: Albă, cenușie, verzuie (glauconită), roșie (oxid de fier), gălbuie sau brună (oxihidrat de fier), cenușie închisă (cărbune). Cea mai importantă piatră de construcție germană. Exemple: Gresie cu grauvacke, de cele mai multe ori cenușie închisă, deosebit de tare, pavaj. Gresie cărbunoasă (gresie din Ruhr): cenușie-roșietică, ciment argilos cu mică. Gresie feruginoasă adesea roșie, cu ciment argilos sau silicios, conținând și fier. Adesea cu incluziuni argiloase și cu goluri cristaline brune umplute cu nisip. Foarte răspândite de ex. în Neckar, Main. Gresie marnoasă (Keuper): Galbenă, brună, cenușie-violetă, ciment argilos-marnos. Gresie Wälder: Gresie silicioasă, fin grăunțoasă, din Oberkirchen, cenușie sau gălbuie. Gresie argiloasă sau silicioasă: albă, cenușie, gălbuie: Elbsandsteindebirge Heuscheuer. Gresie Hils, albă sau gălbuie. Gresie calcaroasă din Alpii Inferiori: verde cenușie, brună-galbenă, ciment argilos, calcaros, cu rezistență mică la intemperii. Arcoză bogată în feldspat mai mult sau mai puțin descompus.

Cuarțită = ± gresie cuarțiferă solidă pură (p. la 99% SiO_2). Pentru pietre linas și de silice, la fabricarea sticlei, varietăți poroase pt. pietre de mori. Balast.

Coglomerate: Mase rostogolite și întărite, ciment ca la gresie. Constr. hidraulice, constr. monumentale. Aici Nagelfluh calcaros din Alpii de N, d. e. Brandenburg.

Brecie: Dărâmături de pietre colțuroase cimeitate. Breciile calcaroase se șlefuesc des (parte marmoră colorată) de ex. Untersberg.

3. **Argilă.** Compoziția mineralogică: Amestec de particule fine minerale amestecate cu produse chimice descompuse, mai ales caolin ± boabe de nisip

[1]) Răspândire: Behr, Karte der deutschen Formsandlagerst. 1:300 000. Berlin, Preuss. Geol. Landesanstalt. — Indicarea mărimii granulelor și examinarea nisipului de formă v. DIN Vornorm VDM 1401. — [2]) Prepar. nisipului de formă v. Eisenhütte, ed. a 4-a, p. 583 și u. — [3]) Deutsches Giesserei-Taschenbuch, Berlin-München 1923, Oldenbourg.

Scanned with OKEN Scanner

și mică. Colorare prin materiale cărbunoase (neagră), bitum (brună), pirită (cenușie albastră), compuși feroși (gălbuie, brună, roșie), glauconită (verde cenușie); caolin pur (albă). Mare capacitate de umflare și scădere.

I n t r e b u i n ț a r e : La construcții subterane, pt. etanșare; pt. cărămizi și în olărie. Argila săracă în calcar și fier pt. capsule de aprindere, caolin pur pt. porțelan.

M a r n ă : Rocă argiloasă întărită din cauza unui conținut mai mare de calcar, dolomită sau gips. Chiar și soiuri în aparență mai rezistente, rezistă puțin la intemperii. Intrebuințarea marnei bogate în calcar la fabricarea cimentului.

M a r n a adunată în locuri secundare (morene din ep. glacială, din Germania de N.), bogată în nisip și sfărâmături. L o e s s : praf purtat de vânt, bogat în calcar din ep. glacială.

L u t ; argilă sau marnă fără calcar și oxidată (ruginită).

L u t c u l o e s s. I n t r e b u i n ț a r e : construcții din lut, etanșări.

A r g i l ă h u m o a s ă : soluri descompuse prin influența intemperiilor, amestecate cu resturi organice.

A r g i l ă ș i s t o a s ă : argilă puțin întărită, stratificată.

4. Șist argilos. Mai bine întărit prin transformări inițiale, se desface în straturi într'o anumită direcțiune (clivaj) independentă de planul formării păturilor. C o m p. m i n e r a l o g i c ă : clorit, sericit, minereuri de fier, rutil, boabe de nisip, toate fine. C u l o a r e : cenușie-albastră, negricioasă (materiale cărbunoase), roșietică, verde, violetă; la un conținut bogat de serizit cu sclipire metalică (filit). I n t r e b u i n ț a r e : varietăți despicate în straturi subțiri pt. material de acoperit case și pereți, pt. table de ardezie, tablouri de distribuție. R ă s p â n d i r e : Turingia (Lehesten), Renania, Anglia.

b) Sedimente chimice

1. Calcar. C o m p o z i ț i e m i n e r a l o g i c ă : în esență carbonat de calciu, apoi gresie, mică, argilă. Col. prin sulfură de fier (cenușie-albastră), oxizi de fier, mat. cărbunoase, glauconită. De struct. densă sau poroasă (tuf calcaros, calcar poros), adesea bogat în resturi de scoici. I n t r e b u i n ț a r e : piatră cioplită, sculptură, var ars.

E x e m p l e : C a l c a r c ă r b u n o s, așa numitul granit belgian cenușiu negru, cu corali etc. se șlefuește mult. C a l c a r b i t u m i n o s, cenușiu sau gălbui, bituminos. C a l c a r s c o i c o s, albastru cenușiu, de struct. densă sau cristalină. Plăci ferestruite pt. căptușeli de pereți (Kirchheim-Würzburg). C a l c a r de J u r a : galben-cenușiu, alb, roșu (Adneth). C a l c a r l i t o g r a f i c (Solnhof) pt. plăci de pardoseală și de acoperiș, pietre de litografie. C a l c a r P l ä n e r : alb în formă de plăci. C a l c a r de Leitha (basinul vienez) și c a l c a r g r o s i e r (Paris): poros, cu multe scoici.

T u f c a l c a r o s (travertin): de structură spongioasă, precipitat în jurul resturilor vegetale. Pietre de construcție, fațade.

C a l c a r o o l i t i c : compus din boabe mici de var (parte din nisip). Piatră cioplită, pavaj. R ă s p â n d i r e : Rüdersdorf, Turingia, Pădurea Neagră de Sud.

C r e t ă : calcar alb friabil, în mare parte compus din resturi de cochilii de foraminifere. Material de curățit, colorant, chituri.

M a r m o r ă c o l o r a n t ă = calcar polisabil, deosebit adesea prin diverse culori, vărgat spumos, de structură neregulată (marmoră brecie). R ă s p â n d i r e : Tegernsee, Salzburg, Rübeland, Munții Fichtel, Eifel.

2. Dolomita se deosebește de calcar printr'un conținut variabil de $MgCO_3$, cu densitate și rezistență mai mare decât calcarul. I n t r e b u i n ț a r e la construcții înalte și hidraulice.

3. Pământel (Kieselgur). Rocă friabilă constând din carapacele mici silicioase de unor alge, impurități argiloase și nisipoase. Alb, cenușiu, verzui, încălzit e alb. I n t r e b u i n ț a r e : termoizolant, chit, mat. de lustruit, pentru fabricarea dinamitei. R ă s p â n d i r e : Lüneburger Heide, Altenschlirf-Hessen. L i d i t (șist silicios): f. tare, sfărâmicios, negricios, din cauza mat. carb. Balast. C r e m e n e (silex, piromac): îngrămădiri de calcedonă, adesea fosilifer. Intreb. pt. mori cu bile: hârtie de cremene.

4. Gips = $CaSO_4 + 2\,H_2O$, adesea alb, cenușiu p. la negricios; pătat, cu vine, nouros. Se prelucrează ușor, puțin solubil în apă. A l a b a s t r u = gips fin granulos, translucid, se poate șlefui, dar numai în strat subțire. P i a t r ă s t r ă v e z i e = gips cu solzi mari, limpede ca apa, ușor de despicat. G i p s f i b r o s = cu fibre paralele, cu luciu mătăsos, alb-galben, cenușiu, roșietic, pt. obiecte de artă. Mortar de ipsos pp. 891 ș. u. și 897.

A n h i d r i t = $CaSO_4$, cu mult mai tare decât gipsul, parte utilizabil ca marmoră, dar nu rezistă la intemperii.

C. Roce metamorfice

a) Roce de contact

1. Marmoră propriu zisă, calcar devenit grăunțos sub influența temperaturii ridicate. Albă, gălbuie, cenușie-albastră, roșie; translucidă; parte vărgată sau spumoasă prin serizit, grafit, granat etc. R ă s p â n d i r e : Wunsiedel, Grosskunzendorf (Silezia), Auerbach (Hessa), Tirol, Carintia, Carrara, Grecia. M a r m o r a d o l o m i t i c ă la Rothenzechau (Silezia). I n t r e b u i n ț a r e : piatră de construcție, sculptură.

2. Şist nodulos. Mai rezistent şi dens decât şistul argilos, cenuşiu închis cu pete negre. Pt. plăci, bănci, albii rezistente la acizi. Tirpersdorf (Munţii Metalici).

3. Corniene. Recristalizare pronunţată, transformare de cristale f. dentritice de mică, andaluzită, feldspat. Cu luciu de corn. Tenace! Răspândire: Harz, Kunnersdorf (Saxonia). corniene în grauwacke bogate în cuarţ din Koschenberg (Lausitz).

b) Şisturi cristaline propriu zise

1. **Gneis.** Compoziţia mineralogică ca a granitului, ± granat şi cordierită, dar mică depusă în straturi, de aceea ± clivaj. Culoare: cenuşie, roşietică. Întrebuinţare: plăci, trepte pt. scări, pietre de zidit, pietriş (numai la structură mai puţin paralelă). Soiurile bogate în mică au rezistenţă mai mică la intemperii. Răspândire: Pădurea Neagră, Kyffhäuser, Munţii Metalici, Eulengebirge (Munţii Sudeţi), Alpii Centr.

2. **Micaşist.** Compoziţie mineralogică: cuarţ şi muscovită, sau biotită, alături feldspat, granat etc. Pentru pietre sfărâmate, plăci, plăci de acoperiş, piedestale. Răspândire: Munţii Metalici, Alpi.

3. **Amfibolit** şistos; constă din plagioclaz, amfibol în formă de beţişoare şi ± granat, negru verzui, tenace. Pietriş. Răspândire: Munţii Metalici, Munţii Fichtel, Odenwald, Pădurea Neagră.

Tabela 3. Proprietăţile rocelor mai importante în industrie [1])

Felul rocilor	Greutatea unităţii de volum (uscat) kg/dm³	Greut. spec. kg/dm³	Higroscopicitatea în % de greut.	Rezistenţa la compresiune kg/cm²	Pierdere la uzură a [2]) cm³	b [3]) cm³	Rezistenţa muchiilor [4]) c Pierdere de mat. în %	d
Granit	2,26—2,67	2,60—2,69	0,1—0,7	800—2700	2—5	4—7	3—5	5—8
Sienită	2,46—2,75	2,70—2,78	0,1—0,7	1500—2000	2—5	4—7	3—5	5—8
Diorită	2,52—2,96	2,70—2,98	0,1—0,5	1800—2400	2—5	4—7	3—5	5—8
Gabro	2,55—2,95	2,75—2,96	0,1—0,4	1000—2800	3—4	4—7	3—5	5—8
Porfir cuarţifer	2,19—2,62	2,59—2,67	0,1—0,5	1900—3500	2—6	4—7	3—5	5—8
Diabas	2,53—2,89	2,78—2,95	0,1—1,0	1300—3000	3—4	4—7	2—6	3—7
Bazalt	2,60—3,06	2,93—3,15	0,1—0,7	1000—5800	1,5—4	4—7	2—3	3—5
Melafir	2,51—2,68	2,66—2,80	0,1—0,7	1200—3800	2—4	5—10	1,5—3	3—7
Porfirit	2,40—2,66	2,62—2,70	0,1—0,5	1200—2400	2—6	4—7	3—5	3—7
Gneis	2,60—2,70	2,66—2,72	0,2—0,8	1500—2300	3—4	4—7	3—6	5—8
Gresie	1,90—2,65	2,59—2,71	0,5—10,0	150—3200	20—80	6—10	5—7	6—9
Şist argilos	2,70—2,76	2,77—2,84	0,2—0,8	250—300 [5])	—	30—100	—	—
Grauwacke	2,58—2,71	2,67—2,74	0,3—1,0	1800—3600	4—6	—	—	—
Corniene cu grauwacke	2,72—2,74	2,73—2,77	0,2—0,5	1800—4000	4—6	7—12	3—5	5—9
Calcar	1,87—2,82	2,62—2,84	2,0—8,0	250—1900	7—10	7—12	3—5	5—9
Marmoră	1,95—2,82	2,62—2,84	0,1—0,5	400—2800	5—10	30—40	—	—
Dolomită	2,10—2,95	2,85—2,95	0,3—0,8	500—1600	7—10	20—40	—	—
						30—40	—	—

[1]) V. şi pp. 765 şi 774. — [2]) Stabilite cu ajutorul suflajului de nisip. — [3]) Stabilite prin procedeul Böhme (prin şlefuire). — [4]) Stabilite la cuburi (c) şi balast (d) după condiţiunile de preparare şi furnizare a sgurii de cuptoare înalte destinată construcţiilor, drumuri şi ca balast la terasamentul liniilor fer. — [5]) Rezist. la încovoiere.

VI. Pietre artificiale şi produse ceramice

Prelucrare de dr.-ing. F. Maune, Berlin

A. Pietre nearse şi alte materiale de construcţie

a) Pietre de zidit

1. **Piatra de var şi nisip** (DIN 106) e piatră de zidit preparată dintr'un amestec de nisip cuarţos şi var care, după presare în forme, se întăreşte într'un cazan sub presiune de abur. Dimensiuni normale: $25 \times 12 \times 6{,}5$ cm³: rezistenţă minimă la compresiune 150 kg/cm² (v. p. 766). Greutatea unităţii de volum 1,89...1,92 kg/dm³, higroscopicitate min. 10%. Pietrele să reziste la înghet, granulaţie şi duritate ca la gresie, de cu-

loare albă, dar ușor de colorat, de volum constant; de aceea o consumație mică de mortar la zidării. Prețul aproape peste tot mai mic decât al cărămizilor comune arse.

Oficial, din punct de vedere al solicitării admisibile la presiune și al greutății, piatra cu var și nisip și zidăria cu cărămizi sunt estimate egal.

2. **Pietre de beton și blocuri goale** din ciment și nisip pentru mortar amestecate dela 1 : 6...1 : 10 (p. vol.), se fabrică mecanic sau prin bătătorire cu mâna. Fiind mai bune conducătoare de căldură și mai grele decât cărămizile de argilă, pietrele pline se utilizează numai în cazuri speciale (la pavaj, fundații, fântâni etc.). Aceste inconveniente se combat prin practicarea de goluri în piatră, când dimensiunile se măresc considerabil (bloc de construcție). Dimensiunile unui bloc normal se urcă la 51 × 25 × 22,5 cm³, sunt și bucăți mai mici pentru legarea zidăriei.

3. **Pietre de sgură de cuptor** (DIN 398) sunt pietre de construcție (pietre pline) cu dimensiuni normale preparate din sgură de cuptor înalt granulată și ciment, uneori și var și făină de sgură. După rezistență se deosebesc trei feluri (Tab. 1).

4. **Pietre ușoare de beton,** din piatră ponce naturală și lianți hidraulici, ca ciment, sau „Eibi" — un liant cu ciment preparat special în acest scop (varul singur nu mai are nici o utilizare la pietrele ușoare de beton).

Pietrele sunt cenușii, sunt bune izolatoare termice și se utilizează (chiar și netencuite) la construirea caselor de locuit. Rezistențele, formele, greutatea unității de volum și coeficientul de conductibilitate termică al pietrelor ușoare de beton după DIN 1059 (tabela 1 și 2).

5. **Pietre ușoare de sgură de cuptor** (DIN 399), sunt pietre pline, poroase, fabricate din spumă de sgură de cuptor înalt (piatră ponce metalurgică) și din lianți hidraulici (ciment, var și făină de sgură).

Dimensiunile sunt egale cu ale pietrelor ușoare de beton standardizate (tab. 2). Rezistențele, densitatea și coeficienții de conductibilitate termică v. tabela 1.

Tabela 1. Pietre de zidit cu lianți de ciment.

Felul pietrei	Rezist. min. la compresiune în medie*) kg/cm²	Greutatea 1 cm³ a pietrei uscate max g/cm³	Coef. de conduct. termică la o temp. medie de 20° max kcat/mh°
Pietre de sgură de cuptor calitate tare	250		
P. de sgură de cuptor clasa 1	150		
„ „ „ „ „ clasa 2	100		
„ „ „ speciale . . .	50	1,40	0,28
„ „ „	30	1,20	0,25
P. uș. de sg. de cupt calit spec.	30	} 1	0,25
„ „ „ „ „ „	20		0,2
„ „ „ beton calitate spec.	30	} 0,80	0,15
„ „ „ „	20		

*) Din examinarea a 10 pietre.

Tabela 2. Formatele pietrelor ușoare de piatră ponce

Notația pietrei nouă	Notația pietrei veche	Dimensiuni cm³	Volum cm³	Greut. maximă kg
	pietre standardizate (DIN 1059)			
6,5	2½"	25 × 12 × 6,5	1950	1,56
9,5	**format normal 4"**	**25 × 12 × 9,5**	**2850**	**2,28**
14	5"	25 × 12 × 14	4200	3,36
	Se fabrică și următoarele formate :			
7,5	3"	25 × 12 × 7,5	2250	1,91
	6½"	30 × 12 × 14	5040	4,28
16	7"	25 × 14 × 16	5600	4,75

6. **Pietre de sgură** (DIN 400), pietre pline ușoare și poroase din lianți hidraulici și resturi nearse de huilă sau cocs. Mai întâi rămășițele trebue preparate și nu trebue să conțină mai mult de 15% p. greut. nearse și 1% SO_3 și 0,2% compuși sulfuroși.

Dimensiunile sunt egale cu ale pietrelor ușoare de beton, standardizate (tab. 2). Rezistențele, greutățile unităților de volum și coeficienții de conductibilitate termică v. tab. 1, p. 883 și p. 766.

7. **Pietre de gips** apar ca pietre de sgură cu gips (gips pentru stuc sau pentru pardoseală și sgură), și ca pietre ușoare de gips (adaose: ce-

nușă, pământ infuzoriu sau asemănătoare, în unele cazuri și cu adăugarea unui mediu spumant). Se pot prelucra ușor; din cauza solubilității gipsului în apă se utilizează numai la construcții interioare.

8. **Cărămizi** uscate (vălătuci) — se formează din lut umed și se usucă la aer, ca liant servește mortarul de lut (lut cu apă). Diferite dimensiuni; rezistență mică. Se utilizează la zidirea clădirilor cu schelete de lemn și la pereții interiori ai construcțiilor agricole; formează pereți ieftini, uscați și calzi.

b) Plăci de construcție

1. **Plăci de tavan,** de obiceiu plăci de construcție încărcate, confecționate din beton armat, cari se împing între grinzile tavanului. Forma cea mai utilizată: plăci de ciment cu canale și pene laterale. Lățimea 25, 33, uneori 50 cm, lungimea 1...2,50 m, grosimea 6, 8, 10, 12 cm.

2. **Plăci de pereți** pentru pereți de grosime mai mică, cu o mică solicitare statică. Răspândite sunt plăcile de ipsos, de obiceiu cu canal și pană și cu suprafețe vălurite pentru aderarea mai bună a tencuielii. Rezistența la încovoiere se mărește adesea printr'o plasă de sârmă sau prin interpunerea unui strat de iută sau de un alt material fibros. Adaus de sgură: plăci de sgură cu ipsos.

Lungimea 2...2,5 m, lățimea 25...50 cm, grosimea 2,5...10 cm. Plăci de ciment cu piatră ponce din pietriș de piatră ponce și ciment, lungimea 1 m, lățimea 33 cm, grosimea 5...10 cm.

3. **Plăci pentru construcții ușoare,** plăci de dimensiuni mai mari, izolatoare termice și acustice pentru pereți intermediari, umpluturi și căptușeli; mai ușoare decât betonul cu pietriș. Ele constau fie exclusiv din materii minerale (î. a. beton ușor) fie din materiale fibroase organice, ca lemn, turbă, paie, cu lianți minerali sau organici. Plăci pentru construcții ușoare din lână de sgură cu liant mineral (ciment sau mortar de magnezie) trebue să aibă după DIN 1101 [1]): lungimea 200 cm, lățimea 50 cm, grosimea 1,5, 2,5, 3,5, 5, 7,5 și 10 cm, greutatea unității de volum după grosimea plăcii 570 (pentru cele mai subțiri) până la 360 kg/m³ (pentru cele mai groase), rezistența la încovoiere 17 (pentru cele mai subțiri) până la 4 kg/cm² (pentru cele mai groase), coeficientul de conductibilitate termică la o temperatură medie de 20° — la plăci uscate natural — max. 0,08 kcal/m h° (cu excepția plăcilor foarte subțiri).

4. **Plăci de pardoseală.** Se disting: **plăci de beton de ciment** (pentru solicitare mică), plăci de mozaic, plăci de terrazzo și plăci din pietre tari (pentru solicitare mare, DIN 485).

5. **Plăci de căptușit pereții** cu un liant de ciment sau ciment de magnezie, parte acoperite cu un strat ca glazura (smalț rece), nu au putut înlocui decât în măsură restrânsă plăcile de pereți din faianță arsă.

c) Alte produse

1. **Pietre de ciment pentru acoperișuri** se prepară din ciment și nisip, de obiceiu cu un strat acoperitor colorat. Dozajul 1:3...1:2,5, grosimea stratului colorat cca 2 mm, durata depozitării 6...8 săptămâni, mai bine 1/4 an. Există pietre plane, pietre semirotunde, țigle în formă de oală și țigle cu falțuri.

2. **Pietre de acoperiș din ciment asbestat** (DIN 274). Plăci impermeabile presate din ciment și firișoare de asbest. Densitatea 1,8...2,2 g/cm³, higroscopicitatea max. 18%, rezistența la încovoiere perpendicular pe fibre minimum 380 kg/cm², paralel cu fibrele minimum 290 kg/cm², rezistente la îngheț și căldură.

Afară de plăcile pt. acoperiș cu dimensiuni mici, se confecționează pt. toate sistemele de acoperire și plăci mari, netede și ondulate de diferite grosimi.

Materiale de acoperit îmbibate cu gudron și bitumen ș. as. v. p. 964.

[1]) Reichssgesetzblatt 1939, Nr. 238, p. 2320.

3. **Tuburi de beton** pentru canalizări și apeducte, de secțiune circulară sau ovală (vârful în jos, raportul lungimilor axelor 2:3) obțin pe suprafața interioară prin impregnare și vopsire un strat impermeabil, rezistent la uleiuri și acizi, standardizate în DIN 4032. Confecționarea prin bătătorire sau prin centrifugare. Dimensiunile v. Cap. XX. Produse comerciale standardizate.

4. **Tuburi de ciment asbestat** în loc de tuburi de fontă și de oțel; cele confecționate normal rezistă la presiuni de regim de 2,5...15 kg/cm². Grosimea minimă a pereților 10 mm, diametrul interior 5...100 cm.

5. **Piatra cioplită din beton** (numită odinioară piatră artificială); interiorul constă din ciment și adause normale, stratul exterior din ciment și din piatră naturală sfărâmată (adesea colorată). Părțile proeminente se prelucrează, se șlefuesc și se polisează așa încât să aibă efectul unei pietre naturale. Aci intră și treptele de scări din beton (dimensiuni standardizate DIN 489), cari sunt prevăzute de obiceiu cu o armătură de fier.

6. **Terrazzo și mozaic de terrazzo** se prepară dintr'un amestec de ciment și granule de pietre colorate, cari se șlefuesc și se polisează după întărire. Se întrebuințează ca îmbrăcăminte de pardoseală și pereți, precum și la confecționarea obiectelor de terrazzo (de ex. căzi de baie, cuvete de spălat vase sau asemănătoare).

B. Produse ceramice

Generalități. Produsele ceramice se clasifică, după proprietatea materialului, în trei grupuri: argilă comună (produse ceramice poroase din argilă), produse concreționate (produse ceramice compacte) și steatită. Argila comună e permeabilă și netransparentă; produsele concreționate sunt impermeabile (dense) și în parte translucide (porțelan); steatita are aproape aceleași proprietăți ca și produsele concreționate.

Primele două grupuri se pot subîmpărți în materiale de construcții (de obiceiu produse mai ordinare de grosime mai mare) și poterie (produse de grosime mai mică).

Cele mai importante produse din materialele de construcții din argilă comună sunt: cărămizile pline, cărămizile cu găuri și goluri, căptușelile, plăcile goale de argilă (hourdis), cărămizile poroase, țiglele (de acoperiș), tuburile de drenaj și produsele refractare (pietre de șamotă etc.). Vasele de argilă comună sunt: oalele comune și faianța. Dintre piesele de produse concreționate cele mai importante sunt: cărămida olandeză, lespezile, tuburile de canalizare și pietrele rezistente la acizi. Vasele confecționate din produse concreționate cuprind vase pentru industria chimică, produsele concreționate fine și porțelanul. Steatita, materia primă e lardița naturală (silicatul de magneziu) se utilizează ca material izolant electric în înalta și joasa tensiune, pentru bujii (motoare cu explozie), becuri pentru aparate cu gaz ș. a.

a) Produse din argilă comună

Cărămizile de zidărie se clasifică după DIN 105 în: cărămizi olandeze (klinker) pentru construcții hidraulice și zidărie, cărămizi tari, cărămizi de zidărie cl. 1 și cărămizi de zidărie cl. 2; afară de cărămida olandeză (klinker) ele aparțin produselor din argilă comună. Sunt produse arse, formate din lut, argilă sau mase argiloase, în parte cu un adaus de nisip, sfărâmături de cuarț, făină de argilă uscată, argilă arsă sau cu un alt material degresant.

Tabela 3. Rezistențele minime la compresiune (kg/cm²) ale cărămizilor de zidărie după uscare naturală (la aer)

Felul cărămizii	In medie*)	unele bucăți
Căr. ol. pt. constr. hidr.	350	300
Căr. ol. pt. zidărie	350	300
Cărămidă arsă tare	250	200
Căr. de zidărie cl. 1	150	120
Căr. de zidărie cl. 2	100	90

*) Din examinarea a 10 cărămizi.

Ele trebue să aibă formă paralelepipedică și dimensiunile de 25 × 12 × 6,5 cm³ stabilite în anul 1872 pt. Germania ca format normal. Abaterile sunt admisibile, dacă dimensiunile de mai sus nu corespund din cauza obiceiurilor locale sau în urma proprietăților speciale argilei din care se face cărămida. Rezistențe minime admisibile, v. tab. 3 și p. 766.

Cărămizile cari nu au rezistența medie la compresiune prescrisă pentru cărămizile de zidărie cl. 2, nu se pot numi cărămizi de zidărie. Higro-

scopicitatea cărămizii olandeze utilizată în construcțiile hidraulice e de max. 4%, în construcțiile de zidărie max. 6% și la cărămizile tari max. 8%. Pentru cărămizi de zidărie cl. 1 și 2 higroscopicitatea admisibilă nu e limitată (pentru clădiri locuite, normal să nu fie sub 8%. Cărămizile olandeze, cărămizile tari și cărămizile cl. 1 și 2, cari se utilizează la căptușire și la zidării pentru fațade, trebue să reziste la îngheț.

Greutatea proprie a cărămizilor e cuprinsă în medie între 3,37 (cărămizi pt. zidărie cl. 1) și 3,7 kg (cărămizi olandeze); greutatea unității de volum e în medie de 1,84 (cărămizi pt. zidărie cl. 1) până la 2,00 kg/dm³ (cărămizi olandeze).

C ă r ă m i d a g o a l ă cu goluri longitudinale pentru acoperișuri masive, pereți ușori, balcoane, căptușeli etc. C ă r ă m i z i l e c u g ă u r i perpendiculare pe suprafața de așezare au rezistența mai mare (cărămizile cu multe găuri prezintă până la 150 de găuri); ele sunt potrivite și pentru pereții încărcați. Cărămizile goale se fabrică adesea în formate mai mari cu diferite dimensiuni, iar cărămizile cu găuri se furnizează în format normal. Cărămizile cu găuri se fabrică cu cinci sau cu toate suprafețele închise.

P i e t r e l e p o r o a s e p l i n e ș i c u g ă u r i (cărămizi tufoase) pentru pereți ușori, balcoane etc. se fabrică din lut ars, care se amestecă a treia parte până la jumătate cu combustibil (rumeguș, lignit superior, praf de cocs, argășeală). Au jumătate din rezistența cărămizilor comune de zidărie, izolează deosebit de bine termic și sunt ușoare (o piatră de dimensiuni normale cântărește 2,25...2,75 kg). Componenții cenușei rămase în piatră dau uneori eflorescențe.

P i e t r e l e d e c ă p t u ș e l i se fabrică din argilă mai grasă de diferite nuanțe, adesea și cu găuri. Suprafețele de așezare se înăspresc cu șănțulețe sau altfel. Suprafețele exterioare trebue să fie plane; se fac vioaie prin înăsprire sau prin sablare, și obțin prin engobe (vopseli acoperitoare, nămol argilos aplicat înainte de ardere) sau prin glazuri (ardere repetată) un luciu și culori vii. D i m e n s i u n i l e: 25,2 × 12,2 × 6,9 cm³, cu o toleranță max. de ± 0,5 mm, sau pentru construcții monumentale din cărămizi formatul numit de mânăstire (28,5 × 13,5 × 8,5 cm³).

Fac parte din ele pietrele profilate (pt. ciubucuri, pervaze de uși și ferestre etc.), pietrele cuneiforme formate după curbura bolții, numite pietre de bolți, plăcile de pereți acoperite cu glazură, utilizate la căptușirea fațadelor, furnizate adeseaori împărțite în sferturi sau jumătăți. Pt. construcții monumentale c ă p t u ș e l i c u b i c e (suprafața exterioară 15,6 × 25,6 cm²) cu sau fără dințare.

Teracotele: Produse de cărămizi de formă artistică din argilă foarte grasă, care obține după ardere o culoare uniformă; se lucrează în forme de ipsos.

Olanele de sobe constând dintr'o placă dreptunghiulară acoperită ulterior cu un strat de glazură, și dintr'un corp interior în formă de bordură îndoită în pătrat, se formează integral din aceste părți, din argilă, cu mâna sau mecanic (presă). Soiurile de calitate superioară se ard de două ori. După prima ardere suprafața exterioară se șlefuește și se acopere cu o masă sticloasă (v. vol. IV, Cap. Ceramică). Forma și dimensiunile olanelor pentru sobe: DIN 409.

Hourdis, plăci goale din argilă arsă (DIN 278) pentru căptușirea pereților verticali din când în când și pentru pereți exteriori. Lungimea până la 1 m, lățimea până la 25 cm, înălțimea 3,5 . . . 10 cm.

Țiglele de acoperiș (DIN 453, 454, 456, DIN DVM 2250), sunt fie netede, ca țiglele plane (Biberschwanz), fie recurbate, ca olane (țigle) în formă de S, de coamă, de vârf sau goale, fie crestate și cu falțuri, caracterizate de o secțiune profilată special, cu unul sau cu două falțuri laterale.

Forma şi dimensiunile olanelor semirotunde şi ale ţiglelor plane sunt standardizate. Ţiglele de acoperiş trebue să reziste la îngheţ şi să corespundă unor condiţiuni de impermeabilitate. Rezistenţele minime în tabela 4.

Ţiglele de acoperiş se aşează după uzul local; cu sau fără mortar calcaros, pe căpriori, inclinarea acoperişului depinzând de felul ţiglelor şi de felul de acoperire (tabela 5).

Tabela 4
Rezistenţa minimă a ţiglelor
(după uscare naturală). Sarcina de rupere minimă [kg] DIN 456

Felul ţiglei	în *) medie	Valoarea minimă
Ţigle plane după DIN 453	50	40
Olane semirotunde } după DIN 454	200	150
Ţigle semir. cu falţ } după DIN 454		
Ţigle cu falţuri	125	100

*) Din cinci încercări.

Tuburile de drenaj (DIN 1180) servesc la scopuri agro-tehnice, asanarea solului şi irigaţii. Lungimea 33 cm, celelalte dimensiuni precum şi solicitări la rupere în tabela 6.

Plăcile de pereţi acoperite cu glazură din faianţă şi şamotă se utilizează la căptuşirea pereţilor în bucătării, camere de baie, casele scărilor, spitale etc. Formele şi dimensiunile sunt standardizate prin DIN 1399. Mat. este mai dens şi mai puţin higroscopic decât la celelalte feluri de faianţe.

Faianţa sanitară cu mat. aproape impermeabil şi foarte rezistent (semiporţelan) serveşte la confecţionarea bazinurilor, căzilor, cuvetelor.

Faianţa semifină (Feuerton) este o variantă a faianţei din piatră de şamotă, care după ce a fost acoperită cu o vopsea pământoasă de culoare albă (engobe) se acopere cu o glazură, din care se fac căzi de baie, lavabouri, scaune de closete etc.

Tabela 5
Inclinări minime pt. acoperişuri cu ţigle
inclinarea > °

a) Acoperiş cu ţigle plane
 1. Acoperiş în coroană 30
 2. Acoperiş dublu 30
 3. Acoperiş simplu cu ţigle plane 40
b) Acoperiş cu ţigle în formă de S 40
c) Acoperiş cu plane semirotunde . 35
d) Acoperiş cu ţigle cu bordură . . 35
e) Acoperiş cu ţigle cu falţuri de capăt 35

Tabela 6. Dimensiunile şi rezistenţele la rupere ale tuburilor pentru drenaj (după DIN 1180)

Diam. inter.	Gros. pereţilor		Rezistenţa minimă la rupere a tuburilor
	min	max	
mm	mm	mm	kg
40	7,5	11	280
50	8	12	370
65	8,8	14	540
80	9,5	16	740
100	10,5	18	1000
130	12	20	1400
160	14	23	2000
180	15	24	2400
200	16	26	2800

Pietrele refractare [1]) au rezistenţă deosebită la foc. Temperaturile înalte în cuptoarele industriale topesc şi înmoaie pietrele; schimbarea deasă şi bruscă a temperaturii, ridicarea prea rapidă a temperaturii, mai ales la pietrele proaspăt aşezate, provoacă desprinderea. Sgurele lichide, praful sburător şi vaporii metalici pătrund la temperaturi ridicate în suprafaţa pietrei şi provoacă scorifierea şi disolvarea pietrelor refractare: e modul de distrugere cel mai frecvent. Temperaturile ridicate de lungă durată la o răcire insuficientă provoacă dilatarea sau contractarea pietrelor. La deformarea căptuşelii cuptoarelor apar crăpături şi neetanşeităţi.

Concepte: Se consideră refractare pietrele al căror punct de fuziune după DIN 1063 nu e sub con Seger 26 (1580°). Felurile de distrugere amintite se prezintă de mai multe ori la temperaturi sub punctul de fuziune. In primul rând o sgură cu un punct de fuziune mai jos poate ataca şi distruge complet la temperatura de 1200...1400° chiar şi pietre cu refractabilitate mare.

S e d e o s e b e s c după DIN 1061:

a) S u b s t a n ţ e r e f r a c t a r e n a t u r a l e, de construcţii, cari se prepară mecanic, fără ardere, numai din materii prime naturale. Astfel sunt pietrele din şist cuarţos, nisipurile verzi şi minereurile de crom;

b) S u b s t a n ţ e r e f r a c t a r e a r t i f i c i a l e, cari se prepară printr'o singură ardere sau prin arderi repetate.

[1]) Prelucrare de dr. F. H a r t m a n n, Dortmund.

Scanned with OKEN Scanner

1. Pietre de silice din cuarțite (în cea mai mare parte cuarț) și puțin var sau argilă ca liant (2 . . . 3%). Conțin 90 . . . 98% SiO_2, 1,5% Al_2O_3 și 2 . . . 3% CaO.

2. Pietre cu alumină:

a) Pietre de șamotă din argilă refractară arsă (șamotă) cu granule de 0,5 . . . 4 mm diametru și argilă refractară ca liant (rapotrul normal 2:1). Pietrele de calitate superioară se prepară la presiune înaltă dintr'un amestec de 90% șamotă și puțină argilă de liant, cu un adaus de substanțe alcaline spre a se lichefia. Se deosebesc calitățile A_1 până la A_6.

b) Pietrele de șamotă cu cuarț se prepară din șamotă și argilă (2 : 1) cu un adaus de cuarțită măcinată sau nisip cuarțos. Se deosebesc calitățile B_1 până la B_5.

c) Pietrele de argilă se prepară prin formare și ardere din argilă bogată în cuarț fără adaus de șamotă.

d) Pietrele bogate în alumină conțin bauxită, diaspor, alumină topită electric sau silimanită (64% Al_2O_3) și argilă ca liant (raportul 2:1).

e) Pietrele de magnezită și dolomită se prepară din roce de magnezită sau dolomită, arse la 1800°, pietre de magnezită cu crom cu un adaus de minereu de crom la masa de magnezită. Pietrele cu minereuri de crom cu un liant argilos (5 . . . 10%) sunt mai puțin refractare, dar mai rezistente la scorifiere.

f) Pentru scopuri speciale servesc pietrele cărbunoase (cocs măcinat calcinat, cu gudron ca liant), pietrele de carborund, de silicat de zirconiu și cele turnate din substanțe cu punct de fuziune ridicat (de obiceiu pietre bogate în alumină, de ex. pietre Corhard).

Utilizare. Pietrele naturale se utilează numai la cubilouri și pentru scopuri speciale, cu minereuri de crom amestecate cu pietre de silice și magnezită. Din cauza punctului lor de fuziune ridicat, pietrele de silice se utilizează mai ales la bolțile, pereții laterali și capetele încălzite la temperaturi mai înalte ale cuptoarelor Siemens-Martin, de cocsificare, de încălzire, de topit sticlă etc. Prin schimbări brusce de temperatură, ele se distrug repede, ca și prin atacul sgurelor lichide de natură alcalină, bogate în var și magnezie.

Tabela 7. Norme pentru pietrele refractare

1. Forma:

DIN 1081	Pietre întregi, pietre de trei sferturi, plăci de nivelare.	DIN 1082	Pietre de bolți împărțite în două, pietre de bolți întregi, pietre de bolți transversale.
		DIN 1083	Pietre pt. cubilouri (în pregăt.).

2. Metodele de încercare:

DIN 1061	Generalități, concepte, luarea probei.	DIN 1067	Stabilirea rezistenței la compresiune la temp. normală.
DIN 1062	Analiză chimică.	DIN 1068	Stabilirea rezistenței la variații brusce de temperatură; stabilitatea la variații de temperatură (TWB), proc. cu piatră normală, proc. cu cilindri.
DIN 1063	Determinarea refractabilității după conuri Seger.	DIN 1069	Stabilitate la atacul subst. solide și lichide la temp. ridicate, stab. la scorifiere (VB), procedeul cu creuzet (VBT).
DIN 1064	Inmuierea la temperaturi ridicate, sub sarcină (stabilitatea termică sub presiune DFB).		
DIN 1065	Greutate specifică, densitate, porozitate.		
DIN 1066	Retrecisare și dilatare ulterioară.		

3. Normele de calitate:

DIN 1086	Generalități și toleranțe admisibile.	DIN 1088	Pietre pentru cuptoare S. M.
DIN 1087	Pietre pt. cuptoare înalte.	DIN 1089	Pietre pt. cuptoare de cocsificare.

In pregătire: Norme de calitate pt. pietre de căptușit focarele cazanelor.

Scanned with OKEN Scanner

natură alcalină, bogate în var şi magnezie. Pietrele de şamotă rezistă bine la influenţa sgurelor şi sunt insensibile la variaţii brusce de temperatură. Până la temperaturi destul de ridicate ele nu prezintă nicio tendinţă de înmuiere. Numai cele de calitate superioară ating punctul de topire ridicat al pietrelor de silice. Pietrele de şamotă cu cuarţ, cu o temperatură de fuziune puţin inferioară şi cu rezistenţă mai mică la influenţa sgurei se utilizează mai ales pentru cuptoarele de încălzit la temperaturi mijlocii, pentru recuperatoare şi zidirea cazanelor în zone cu temperaturi mai reduse. Pietrele bogate în alumină au o refractabilitate mare sub presiune, un punct de fuziune înalt şi o stabilitate bună la influenţa sgurei. Din cauza preţului urcat, utilizarea e limitată. Numai pietrele de silimanită, deşi necesită materii prime importante, se utilizează în cantităţi mai mari la cuptoarele de încălzit cu solicitări deosebit de mari. Pietrele de magnezită şi dolomită se utilizează la convertizoarele Thomas, melanjoare, cuptoarele Siemens-Martin şi adesea, împreună cu pietre de magnezită cu crom, la capetele, bazele şi părţile de jos ale cuptoarelor de topit metale şi ale cuptoarelor cu flacără, din cauza punctelor lor de fuziune ridicate şi a rezistenţelor lor la influenţa sgurelor bazice şi bogate în var şi oxid de fier.

Tabela 8. Proprietăţile pietrelor refractare

Felul pietrei	Analiza chimică						Pct. top.	Stabilitatea termică sub presiune		Stabilitatea de volum		Vol. tot. al porilor
	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	MgO	Cr_2O_3	con Seger	t_a°	t_e°	la °	Alungire max %	
Silice I¹)	> 94,5*	< 2*	1,5–3,5	< 3,5*	—	—	32/33*	1630*	—	—	—	< 25*
Silice II¹)	> 92*	1,5–3	1,5–3,5	< 3,5	—	—	30*	1560*	—	1550*	+ 1,5*	< 26*
Piatră de silice legată cu argilă	> 90*	2–5	2–4	0,5–3	—	—	29*	1470*	1520*	1500*	± 1,5*	< 27*
Pietre de şamotă A0	—	> 44*	< 2,5	—	—	—	34*	1350	1650	1500	± 1,5*	25–30
„ „ „ A2	—	40–42*	< 2,5	—	—	—	33*	1300	1600	1500	± 1*	24–28
„ „ „ A4	—	33 35*	< 3,5	—	—	—	31*	1220	1500	1450*	± 1*	< 28*
„ „ „ A6	—	< 30*	< 3,0	—	—	—	< 29*	1150	1400	—	—	< 30*
„ „ „ B4	—	—	< 3,0	—	—	—	> 33*	—	—	—	—	25–32
„ „ „ B4	—	—	< 3,5	—	—	—	28/29*	—	—	—	—	25–30
Piatră de silimanită	30–35	60–65	0,5–3	—	—	—	> 35	> 1600	1650–1750	—	—	20–25
„ „ magnezită	1–5	0,5–3	2–9	—	80–95	—	> 40	> 1450	1600–1800	1600	± 1*	20–26
„ „ dolomită	1–4	1–3	2–7	cca. 45	cca. 45	—	> 40	> 1200	1600–1800	1700	± 1*	20–27
„ „ cromită	2–15	10–30	10–30	0,1–4	10–25	30–45	> 38	1200–1450	1300–1600	—	—	20–25
„ „ cr. şi mag.	2–15	5–25	10–30	1–5	20–40	20–45	> 40	1550	1700	1600	± 1,5*	22–27

¹) Greut. spec. la silice I, 2,38...2,43, la silice II, 2,43 kg/dm³, — * Valori stabilite prin standardizare sau convenţiune.

Din pietre cărbunoase se zidesc bazele cuptoarelor înalte. Pietrele de carbură de siliciu se pot utiliza până la temperaturi de 1600°, dacă nu ajung în contact cu sgura. Din cauza conductibilităţii termice mari, ele formează un material de construcţie de mare valoare pentru cuptoarele de încălzit, retorte şi pentru cuptoarele cu încălzire indirectă.

Pietrele turnate se utilizează numai pentru cuptoarele de topit sticla sau în locurile expuse unui atac mai concentrat al sgurei.

Mortar refractar: Pentru pietrele de silice şi şamotă se utilizează mai ales nisipuri verzi, şamotă măcinată fin cu un amestec de argilă, sau var şi nisip. Pietrele de magnezită, dolomită, minereu de crom şi de magnezită cu crom, cum şi pietre cu silimanită se întrebuinţează pentru zidăriile cu mortar fin măcinat de aceeaşi compoziţie. Proprietăţile mortarului vor fi, pe cât posibil, identice cu ale pietrelor de zidit.

b) Produse concreţionate

Cărămizile olandeze sunt pietre de zidit, arse până la calcinare, cu structură densă, cu sunet tare; oţelul nu le sgârie, de culoare roşie-brună, roşie-albastră sau neagră (mai rar galbenă sau verde închisă). Ele se utilizează în construcţiile înalte, în construcţia canalelor, a drumurilor şi ca material de construcţie rezistent la acizi. Cărămida olandeză trebue să corespundă prescripţiunilor DIN 105 (v. p. 885).

De mai multe ori se mai cer culori frumoase (cărămizi olandeze multicolore). Pt. cărămizile olandeze utilizate în construcţia canalelor sunt valabile dimensiunile DIN 4051. Cărămida olandeză utilizată în construcţia drumurilor trebue să aibă, pe lânga o rezistenţă mare la compresiune, o rezistenţă pronunţată la şoc şi uzură. Cărămizilor olandeze li se cere o completă calcinare şi o rezistenţă chimică.

Plăci din produse concreţionate, ca plăci de acoperit pardoseala şi pereţii, netede sau cu nervuri, monocrome sau cu desene policrome (plăci de mozaic), şi din cauza arderii pronunţate, foarte rezistente la uzură, Format şi dimensiuni v. DIN 1400.

Tuburi de canalizare din produse concreţionate (DIN 1230) sunt tuburi cu manşoane, de secţiune circulară, cu piese anexe (ramificaţii, de trecere etc.), din cari se construesc conducte pentru diferite lichide, servind în oraşe mai ales la scurgerea apelor utilizate.

In acest scop ele corespund mai bine decât tuburile de fier, fiindcă au o rezistenţă mai mare. Rezistenţa la presiune exterioară cca 3500 kg şi la presiune hidraulică 60 kg/cm² (tensiune tangenţială). Higroscopicitatea calităţii 1 max. 7...8%, a calităţii a 2-a max. 9% şi a calităţii a 3-a nelimitată.

Din produse concreţionate se mai fabrică tuburi de ventilaţie cu secţiunea dreptunghiulară, apărătoare de coşuri, instalaţii sanitare, pietre rezistente la acizi, izolatori electrici, căzi, albii, iesle, precum şi aparate pentru industria chimică. Proprietăţi tab. 9.

Tabela 9. Proprietăţile fizice ale produselor concreţionate

		Produse concreţionate	Produse concreţ. fine	Porţelan	Steatită
Greutatea specifică . . .	[kg/dm³]	2,44—2,65	2,53	2,4—2,5	2,6—2,8
Greutatea unităţii de vol.	[kg/dm³]	2,08—2,37	2,32	2,30	2,36—2,68
Porozitatea	[% vol.]	0,3—5,1	0,2	0	0
Rezistenţa la compresiune	[kg/cm²]	3300—5800	5600	4000—5500	6550—7530
Rezistenţa la întindere .	[kg/cm²]	80—120	160—180	150—400	500—800
Rezistenţa la încovoiere .	[kg/cm²]	230—416	—	400—900	1200—1300
Rezistenţa la torsiune . .	[kg/cm²]	130—250	226	400—600	—
Duritatea Brinell	[kg/cm²]	470—1040	—	700—1400	—
Rezistenţa la încovoire dinamică	[kgcm/cm²]	1,3—1,7	1,7	1,9—2,0	3—5
Modulul de elasticitate .	[kg/mm²]	4000—6000	5000—6000	6000—9000	9000—10000
Uzura (curent de nisip)	[% vol.]	3,0—10	2,4	2—3	2,1
Coeficientul de dilatare		$4{,}3 \cdot 10^{-6}$	$5{,}7 \cdot 10^{-6}$	$3—4 \cdot 10^{-6}$	—
Conduct. termică . . .	[kcal/m h °]	1,0—1,4	1,2—1,3	0,7—0,9	—
Constanta dielectrică		—	—	5—6	5,4

Porţelanul (v. vol. IV): Un nume colectiv pentru produsele ceramice de structură densă cu materialul ars complet până la calcinare, de culoare albă, translucid, cu o mare rezistenţă mecanică şi chimică. Porţelanul e rigid şi prezintă o spărtură granuloasă fină, în formă de scoică. Materii prime esenţiale: caolină, feldspat şi cuarţ. Se deosebesc: porţe-

lan tare și porțelan moale, numiri cari nu privesc duritatea materialului, ci înmuierea la ardere.

Din cauza rezistenței foarte mari la variații de temperatură, porțelanul tare se utilizează mai ales pentru produse chimic-tehnice și articole de menaj. Produse de porțelan: căptușeli, plăci de pardoseală și pereți, țevi etc. Porțelanul chimic-tehnic servește la fabricarea vaselor de laborator și industrie, precum și pentru izolatori și armături electrice.

Izolatori. Norme: DIN VDE 8001...8005, 8007, 8009...8011, 8018...8020, 8060 și 8100...8103. Izolatorii trebue să aibă, pe lângă rezistență mare la întindere și la compresiune, o insensibilitate față de intemperii. Celelalte prescripțiuni privesc rezistența electrică, rezistența de străpungere, constanta dielectrică, pierderile dielectrice și rezistența de suprafață.

c) Steatita

Steatita se fabrică din steatită naturală prin ardere până la calcinare. E un material de structură densă, de culoare albă pură, cu mare rezistență mecanică și dă o bună izolare electrică, pierderi dielectrice mici și o rezistență de străpungere mare, de aceea se utilizează ca material electric izolant (pentru armături electrice, corpul bobinelor, bujii și as., v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 889 ș. u.).

VII. Mortar, beton etc.[1]

Prelucrare de dr. ing. F. Maune, Berlin

Mortarul e un amestec de lianți, nisip și apă. Betonul e un amestec de lianți (de cele mai multe ori ciment), nisip, adause grosiere (nisip grosier, piatră spartă și as.) și apă.

A. Materiale de bază

a) Lianți

Lianții cei mai importanți pentru mortar și beton sunt ipsosul, varul și cimentul. Pregătiți și amestecați cu apă, ei se întăresc, unii numai la aer (ipsosul, varul aerian) iar alții fără prezența aerului, sub apă (varul hidraulic slab, varul hidraulic și cimentul).

1. **Ipsosul**[2]. Materia primă e piatra naturală de gips (sulfat de calciu cristalin cu două molecule de apă $CaSO_4 \cdot 2\,H_2O$, p. 881), care încălzită mai mult sau mai puțin își pierde parțial sau total apa (tabela 1).

Ipsosul de stuc (ipsos de sculptură, ipsos de modele) se prepară prin încălzirea moderată a gipsului natural măcinat, la 120...200° în căldări sau în cuptoare rotitoare, când apa de cristalizare se evaporează până la vreo 6%. Ipsosul de stuc, în diferite finețe, amestecat cu apă, are capacitatea de a se combina din nou cu ea, și de a se solidifica după 15...20 min, formând la încălzire o ușoară masă care nu rezistă la apă (nu rezistă la intemperii). Considerând că masa se dilată cu cca 1%, ea umple formele de turnat repede și complet (construcția ornamentațiilor interioare în forme de încleire). Pentru stuc și modele, precum și pentru ornamentarea pereților și fațadelor, ipsosul de stuc se utilizează fără nisip. Rezistența la întindere după 7 zile > 16 kg/cm². Prin amestec cu cleiu, dextrină, alaun, borax, rădăcină de nalbă mare ș. a., timpul de priză se poate prelungi ameliorând duritatea (stuc tare); prin apă încălzită, timpul se poate scurta.

---

[1]) Bibliografie: Stoffhütte, ed. a 2-a, 1937. — Dieckmann, Kleine Baustoffkunde Braunschweig 1936, Vieweg.

[2]) Anweisung für Mörtel und Beton (AMB), Berlin 1936, Deutsche Reichsbahn. — Vorschrift zur einheitlichen Prüfung von Stuckgips, 1934, și alte publicații, Fachgruppe Gipsindustrie, Berlin W 15. — Nacken și Fill, Zur Chemie des Gipses, Berlin 1931, ed. Tonind. — Das Gipsbaubuch, Bauberatungsstelle der Deutschen Gipswerke e. V., Arnstadt 1929. — Goslich, Die Wasserbindestufen des Gipses, Berlin 1929, ed. Tonind. — Moye, Das Gipsformen, Berlin 1911, ed. Tonind. — Schoch, Die Mörtelbindestoffe Zement, Kalk, Gips, Berlin 1928, ed. Tonind.

Scanned with OKEN Scanner

Ipsosul se presară în apă și se amestecă uniform, prin ceea ce se prepară o pastă care se poate turna dacă s'a potrivit cantitatea de ipsos presărată. Turnarea apei peste praful de ipsos provoacă o priză prea rapidă.

Greut. unit. de volum: scuturat 1000...1400 g/l, umplut simplu 600...850 g/l.

Tabela 1. Temperatura de ardere, numirea și utilizarea produselor de ipsos (după D i e c k m a n n). Materia primă: piatră de gips $CaSO_4 \cdot 2H_2O$

107—150°	107—300°	107—650°	650—1200°
Numirea:			
ipsos de modele, de alabastru, de forme	ipsos de ștuc, ipsos ars în cuptoare sau în căldări	ipsos de construcție ipsos, de sobe	ipsos de pardoseală diara
Utilizarea:			
forme ptr. industria ceramică, pt. sculptură, pt. medicină	lucrări de stuc, pardoseli, plăci, ornamentarea pereților și tavanelor	ornamentarea pereților și a tavanelor	pardoseală sub linoleu și cauciuc ornamentarea pereților, pardoseli

Ipsosul de construcție (ipsos de sobe și căldări, avalită, numită greșit și var economic) se arde în cuptoare cu puț în intervalul de temperatură dintre 180 și 700°. El face priză și se întărește numai încet și se utilizează mai ales la lucrări de ornamentare.

Ipsosul de pardoseală (Estrich, ipsos de pereți, diara), din bucăți de gips natural ars la temperatura de 850...1000° și măcinat, face priză și se întărește mult mai încet (18...24 ore) decât cel de stuc, obține însă o duritate mult mai mare (o rezistență la întindere de cca 25 kg/cm² după 28 zile și o rezistență la compresiune de cca 150 kg/cm² după uscare completă). Cu toate că rezistă mai bine la umezeală, decât ipsosul de stuc, utilizarea lui pentru lucrări exterioare e redusă. Greutatea unității de volum: scuturat 1300...1700 g/l, umplut simplu (afânat) 900...1200 g/l.

Prelucrarea lui seamănă cu a ipsosului de stuc; se presară în apă și se amestecă intim. Masa pastoasă turnată face priză după câteva ore, și la prepararea plăcilor de pardoseală se bate cu un maiu de lemn sau fier înainte de întărirea definitivă, până ce lasă apă la suprafață, după care aceasta se netezește și se menține umedă câteva zile.

Ipsosul cu alaun (alabastru tare, numit adesea greșit ciment de marmoră), se prepară din ipsos de stuc prin îmbibare cu o soluție de alaun, ardere repetată la 500° și măcinare fină. Are o rezistență de cca 30 kg/cm² și duritate. Utilizat pentru produse de tipul marmorei, pentru astuparea rosturilor plăcilor de pereți etc.

Observație: Ipsosul nu trebue prelucrat niciodată cu ciment, fiindcă se produc umflături! — In locuri umede ipsosul favorizează ruginirea fierului, de aceea la lucrările Rabitz se va utiliza numai țesătură de sârmă zincată!

2. Varul [1]). Varul de construcție și cimentul se prepară din aceeași materie primă calcarul, care se arde fără nicio preparare prealabilă până sub limita de calcinare și se transformă în var de construcție; la fabricarea cimentului se amestecă însă mai întâi intim cu argilă, sgură de cuptor înalt ș. a. și se încălzește totdeauna până la calcinare sau până la topire (tabela 2).

La arderea pietrei de var (în esență carbonat de calciu $CaCO_3$) bioxidul de carbon se evaporă sub limita de calcinare și rămâne var ars CaO, care se livrează atât în bucăți, cât și măcinat. Prin tratare cu apă (stingere) se transformă în var stins $Ca(HO)_2$, care se prezintă, după cantitatea de apă adăugată, sub formă de pulbere sau cu consistență păstoasă (p. 898).

[1]) Norme pentru var de construcție DIN 1060, Berlin 1939. — Anweisung für Mörtel und Beton (AMB), Berlin 1936, Deutsche Reichsbahn. — U r b a c h, Die Verwendung des Kalkes in Industrie, Gewerbe, Landwirtschaft und Ernährung, 1931; S e e g e r, Praktische Wärmewirtschaft beim Kalkbrennen, 1931; E i s e m a n n, Kalklöschen, 1925; K l e h e, Das Kalkwerk, 1927, toate în Kalkverlag, Berlin W 62. — S c h o c h, Die Mörtelbindestoffe Zement, Kalk, Gips, Berlin 1928, Tonind.-Verlag. — K ü h l și K n o t h e, Die Chemie der hydraulischen Bindemittel, Leipzig 1915, Hirzel. — B u r c h a r t z, Luftkalke und Luftkalkmörtel, Berlin 1908, Springer.

Tabela 2. Varuri şi cimenturi după compoziţia chimică

Varietăţi de var (nearse până la calcinare)	Cimenturi (arse până la calcinare sau topite)
A. Varuri, cari se întăresc la aer 1. Var alb: CaO min. 90%; MgO până la 5% 2. Var dolomitic (var negru): $CaO + MgO$ minimum 90%; MgO peste 5%. B. Varuri, cari se întăresc şi sub apă 3. Var hidraulic slab: cu mai mult de 10% comp. ac. sol. Cu mai mult de 5% MgO „dolomitic" 4. Var hidraulic: min. 15% părţi sol. acide — capacitate de întărire mai mare decât la varul hidraulic slab. 5. Var superhidr. (incl. var roman): ca şi 4, dar cu rezistenţe mai mari.	1. Ciment Portland, amestec intim de materii prime calcinate, măcinate fin: $\frac{CaO}{SiO_2 + Al_2O_3 + Fe_2O_3} > 1{,}7$ { 60...67,1% CaO; 18...23,7% SiO_2; 4,5...8,1% Al_2O_3; 2,1...4,7% Fe_2O_3; 0,7...4,9% MgO; 0,9...2,5% SO_3; 0...6,9% mat. insolubile. Nu are peste 5% MgO, 2,5% SO_3 2. Cim. nat., fără amestec în stare brută, în cele mai multe cazuri adausuri străine (sgură de cuptor înalt) 3. Ferociment Portland, cel mult 30% sgură de cuptor înalt, restul ciment Portland 4. Ciment de cupt. înalt, 31...85% sgură de cuptor înalt, restul ciment Portland 5. Ciment cu alumină (ciment topit) 35...50% CaO 3...10% SiO_2 38...48% Al_2O_3 1...18% Fe_2O_3 1, 3 şi 4 sunt „cimenturi stand." (DIN 1164).

Tabela 3. Varietăţi de var şi forme de livrare

+ = produse calcaroase comerciale. Toate varurile incadrate gras se livrează în saci

			Felul varului					
			se întăreşte la aer		se întăreşte sub apă			
			var alb	var dolomitic (var negru)	var hidraulic slab	var hidraulic	var superhidraulic	var roman (ciment roman)
		Se stinge	puternic	puţin mai lent	lent, dar se mai descompune complet	se descompune parţial	se descompune parţial	nu se stinge de loc
Forme de livrare	var ars	var în bucăţi	+	+	+			
		var ars măcinat	**+**	**+**	**+**	**+**	**+**	**+**
	var stins	**var stins în praf**	**+**	**+**	**+**	**+**	**+**	
		pastă de var	+					

Varietăţi de varuri şi forme de livrare v. tab. 3 şi 4. Diferitele produse de var au provocat uneori confuzii, mai ales că se livrează în formă de praf împachetat în saci. Consumatorul caracterizează toate aceste varuri drept „var de sac". fără a ţine seamă că un var ars măcinat, care urmează să mai fie stins, nu se poate prelucra după preparare atât de repede ca un var stins. Considerând că prin prelucrare greşită se pot provoca pagube mari prin tencuire, numirea de var de sac nu se mai admite (DIN 1060).

Varul stins absoarbe încet din nou bioxid de carbon din aer în prezenţa apei şi se întăreşte prin formare de carbonat de calciu. In lipsa aerului (de ex. sub apă) nu poate surveni o întărire prin efectul bioxidului de carbon. Afară de întărirea, prin bioxid de carbon, se produce la unele feluri de var şi o altfel de întărire, care se provoacă şi sub apă resp. în lipsa aerului; ea provine din cauza unor cantităţi mai mari (mai mult de 10%) de componente silicioase şi argiloase solubile în var, şi a formării de silicaţi şi aluminaţi de calciu.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Extras din normele pentru varuri de construcţie (DIN 1060)

Definiţia generală			Varurile sunt lianţi pentru mortare, cari se produc, când diferite varietăţi de carbonat de calciu se ard sub limita de calcinare. Ele se grupează după gradul de desagregare la stropirea cu apă şi considerând compoziţia lor chimică şi după capacitatea lor de întărire sub apă, cum urmează:
Definiţii în particular	se întăresc la aer	var alb	Varurile albe conţin min. 90% CaO [1]) şi max. 5% MgO. Ele se sting viu şi prezintă pe urmă o culoare albă.
		var dolomitic (negru)	Varurile dolomitice (var negru) conţin min. 90% $CaO + MgO$[1]). Ele se sting mai lent decât varul alb şi prezintă pe urmă o culoare mai închisă.
	se întăresc şi sub apă	var hidraulic slab	Varurile hidraulice slabe conţin peste 10% componente solubile acide (SiO_2, Al_2O_3, Fe_2O_3).[1]) La un conţinut de peste 5% MgO, ele se numesc „dolomitice". Se sting lent; la tratament corespunzător, sunt stabile faţă de apă.
		var hidraulic	Varurile hidraulice conţin min. 15% componente solubile acide, se întăresc sub apă şi devin mai tari decât varurile hidraulice slabe. Se sting numai parţial. Produsele de altă origine, cari constau în mare parte din varuri arse sub temperatura de calcinare, se numesc varuri hidraulice artificiale, dacă se întăresc sub apă şi ating rezistenţe corespunzătoare.
		var superhidraulic	Varul superhidraulic are rezistenţe mai mari decât cel hidraulic. De el ţine şi varul (cimentul) roman preparat din calcar bogat în silicaţi; nu se descompune când i se adaugă apă; de aceea se livrează măcinat.
Forma de livrare			V. tab. 3. Varul stins, ca praf, poate conţine până la 10% componente nestinse. Varul în praf trebue să aibă indicată pe ambalaj varietatea varului şi specificaţia „nestins" sau „stins". Pe ambalaj vor fi indicate greutatea şi modul de întrebuinţare, cum şi fabrica producătoare.
Prescripţiuni de prelucrare			Prescripţiunea de prelucrare trebue să-i corespundă unuia din următoarele patru grupuri: 1. De prelucrat în starea în care e livrat, fără stingere resp. timp de depozitare. 2. p. la 4. de prelucrat după 12 h resp. 24 h resp. 48 h durată de stingere resp. timp de depozitare
Sporul			De fiecare 5 kg var ars se cer următoarele sporuri medii: la varul alb . . . . 11 l pastă de var la varul dolomitic . . . . 11 l praf de var îndesat la varul hidraulic slab . . . . . . 7 l praf de var îndesat
Fineţa de măcinat			Varurile pulverizate nu trebue să lase niciun reziduu la ciurul de 0,6 (DIN 1171) şi cel mult un reziduu de 10% la ciurul de 0,20 (DIN 1171). Varurile pentru tencuieli nu trebue să lase mai mult reziduu decât 10% la ciurul 0,090 (DIN 1171) şi 2% la ciurul 0,20 (DIN 1171).
Constanţa volumului			Fiecare var stins complet şi corect nu-şi schimbă volumul prin întărire la aer. Varurile cari se întăresc sub apă să nu-şi schimbe volumul prin această întărire.
Intărirea			Intărirea se stabileşte şi la varurile cari se întăresc sub apă (depozitare la aer umed, mortar constând din 1 p. greutate de var + 3 p. greutate de nisip standard) şi trebue să atingă următoarele rezistenţe minime în kg/cm²:

	Compresiune	Intindere
după zile	28	28
Var hidraulic slab	15	3
Var hidraulic	40	5
Var superhidraulic	80	9

[1]) Raportat la cantitatea totală a componentelor, care determină felul varului (CaO, MgO, SiO_2, Al_2O_3, Fe_2O_3).

Scanned with OKEN Scanner

Varurile cari, din cauza unui prea mic conţinut (p. la 10%) de substanţe cari formează silicaţi, se întăresc numai la aer, prezintă următoarele avantaje: se sting uşor, sunt spornice şi dau un mortar maleabil. Celelalte varuri, cari se întăresc atât la aer cât şi în apă, se sting mai greu la o capacitate mai mare de întărire şi un spor şi o maleabilitate mai mică, aşa încât faţă de avantaje — rezistenţă mecanică mai mare, capacitate ca după o scurtă întărire la aer să rămână neatacat şi sub apă, şi de a continua să se întărească avem desavantajul, că dau mortaruri „mai scurte".

3. Cimentul[1]). Prin ardere cel puţin până la calcinare a unor mase brute din var, bioxid de siliciu, alumină, şi oxid de fier, se formează un material care, amestecat cu adause (ipsos, sgură de cuptor înalt), şi măcinat pe urmă fin, dă cimentul (tab. 2). La calcinare varul formează cu substanţele silicioase diferiţi compuşi chimici (de ex. $3\,CaO \cdot SiO_2$, $2CaO \cdot SiO_2$, $3CaO \cdot Al_2O_3$, $4CaO \cdot Al_2O_3 \cdot Fe_2O_3$) cari, în stare măcinată şi amestecaţi cu apă, au capacitatea de a se întări ca piatra şi de a-şi mări rezistenţa sub apă.

Clasificare: C i m e n t u r i n a t u r a l e, la cari marnele calcaroase de compoziţie corespunzătoare se calcinează fără preparare anterioară, c i m e n t u r i s t a n d a r d i z a t e, c i m e n t u r i a r g i l o a s e şi c i m e n t u r i s p e c i a l e.

Cimenturi standardizate (tab. 5). Cimentul şi ferocimentul Portland şi cimentul de cuptor înalt, care necesită preparare şi amestec îngrijit al materiilor prime. Cu toate că cimenturile standardizate se prepară diferit şi sunt de diferite compoziţii, totuşi ele trebue să corespundă aceloraşi prescripţiuni de rezistenţă. Acelaşi lucru pt. c i m e n t u r i l e s t a n d a r d i z a t e s u p e r i o a r e, cari au o rezistenţă mecanică mai mare în urma unei preparări deosebit de îngrijite şi din cauza unei măcinări mai fine.

Cimentul Portland se prepară din calcar şi argilă sau din marne argiloase corespunzătoare. La procedeul uscat făina brută se arde fin măcinată şi umezită puţin în cuptoare cu tuburi rotitoare (cca 1450°). Materialul astfel obţinut şi amestecat cu 2...3% gips crud se macină în făină. Cimentul Portland e de culoare verde cenuşie, foarte fin şi are o gr. spec. de 3,1 kg/dm³. Greut. litrică variază, după fineţa făinei, între 900 şi 1200 g/l vărsat simplu şi 1600...1800 g/l scuturat. Apa necesară pentru „întărirea standard" a cimentului pur, pentru determinarea timpului de priză, 23...30%.

Din grupul cimenturilor Portland s'au desvoltat cimenturi speciale pentru anumite scopuri practice: C i m e n t u l P o r t l a n d a l b (din cauza lipsei de fier, aproape alb), c i m e n t u l m i n e r a l (sărac în alumină şi bogat în fier; deaceea rezistă la apa de mare şi de baltă, prin opoziţie cu cimentul normal Portland, c i m e n t F e r r a r i (raportul $Al_2O_3 : Fe_2O_3$ cca 0,64, rezistenţă la apă de mare, retrecisare favorabilă), c i m e n t c u p r i z ă i n i ţ i a l ă r a p i d ă şi c i m e n t u r i p e n t r u b e t o n î n m a s ă (desvoltare de căldură moderată).

Ferocimentul Portland şi cimentul de cuptor înalt, constau din cim. Portland, măcinat cu o anumită cantitate de sgură bazică granulată de cuptor înalt (tabela 5).

Cimentul de alumină[2]), se prepară prin arderea unui amestec constând din calcar şi bauxită. Dacă se atinge temperatura de topire, se numeşte şi c i m e n t t o p i t. Cimentul german de alumină, topit, care se obţine la cuptoarele înalte prin amestecul corespunzător al minereurilor cu fondanţi, e de culoare deschisă, iar produsele din alte ţări sunt colorate în brun. Cimenturile de alumină obţin foarte repede rezistenţe extraordinar de mari (la examinările standard după 24 ore, la compresiune, peste 500 kg/cm², iar la întindere 30 kg/cm²). Afară de aceasta, ele au un timp de priză normal, nu trebue să fie însă amestecate pe şantier cu alte cimenturi sau var. Ele desvoltă — la priză şi întindere — o căldură mai mare decât celelalte cimenturi şi permit o betonare cu succes şi la îngheţ. Afară de aceasta, sunt insensibile la mai multe materiale dăunătoare pentru ciment.

---

[1]) Zem.-Kal. 1939, Berlin, Zementverl. — Lea şi Desch, Die Chemie des Zementes, Berlin 1937, Zementverl. — Internat. Normtabelle für Portlandzemente, 1937. — Kühn, Konjunktur und Bilanz der Zementindustrie, Berlin 1937, Heymann. — AMB, Berlin 1936, D. R. — Forsèn, Zur Chemie des Portlandzem., Berlin 1935, Zementverlag. — Guttmann, Die Verw. der Hochofenschlacke, Düsseldorf 1934, Stahleisen. — Dorsch, Chemie des Zem., Berlin 1932, Springer. — D. N. für Portlandzem., Eisenportlandzem. und Hochofenzem., Berlin 1932, Zementver. — Bussmeyer, Wärmewirtschaft in der Zementindustrie, Dresden 1931, Steinkopf. — Eisenhütte, ed. a 4-a, 1930. — Wecke, Zement, Berlin 1930. — Grün, Der Hochofenzem., Berlin 1929, Tonind.-Verl. — Kühl, Zementchemie, Berlin 1929, Tonind.-Verl. — Schoch, Die Mörtelbindestoffe, Berlin 1928, Tonind.-Verl. — Wecke, Handb. d. Zementliteratur, Berlin 1927, Zementverl. — Killig, Laboratoriumsbuch für die Portlandzementfabrikation, Berlin 1925, Zementverl.

[2]) Der Tonerdezement, Lübeck-Herrenwyk 1936, Hochofenwerk Lübeck AG.

Tabela 5. Extras din normele pentru cimenturi (DIN 1164...1166)

Definiţii	Ciment Portland	Cimentul Portland e un liant hidraulic, — o masă minerală preparată prin ardere — care conţine pentru 1,7 părţi de greutate de var cel mult 1 parte de greutate bioxid de siliciu (SiO_2) + alumină (Al_2O_3) + oxid de fier (Fe_2O_3). Se prepară prin măcinarea fină şi amestecarea intimă a materiilor prime, prin ardere cel puţin până la calcinare şi apoi prin măcinare fină a materialului ars. Pierderea prin ardere nu trebue să depăşească 5% la livrarea din fabrică. Conţinutul de magnezie (MgO), să nu depăşească 5%, cel de anhidridă sulfurică (SO_3), 2,5% — total de raportat la cimentul Portland ars. Cimentului Portland nu i se pot adăoga după ardere decât 3% materii străine.
	Ferociment Portland	Ferocimentul Portland e un liant hidraulic, constând din cel puţin 70% gr. cim. Portland şi cel mult 30% gr. sgură bazică granulată, de cuptor înalt. Cimentul Portland se fabrică cum s'a arătat la cim. Portland. Sgurele de cuptor înalt (silicaţi de var şi de alumină, cari se produc în serviciul cuptoarelor înalte) să nu conţină în total mai mult de 1 p. gr. bioxid de siliciu solubil (SiO_2) + $^2/_3$ alumină (Al_2O_3), raportate la 1 p. gr. a conţinutului total de var (CaO) + magnezie (MgO) + $^1/_3$ alumină (Al_2O_3) adică: $\frac{CaO + MgO + {}^1/_3\, Al_2O_3}{SiO_2 + {}^2/_3\, Al_2O_3} \geqq 1.$ Cimentul Portland se macină şi se amestecă cu ciment de cuptor înalt. Se pot adăuga cel mult 3% materii străine.
	Ciment de cuptor înalt	Cimentul de cuptor înalt e un liant hidraulic, care constă din 15...69% gr. cim. Portland şi din cant. corespunzătoare de 85...31% gr. sgură bazică granulată, de cuptor înalt. Proprietăţile cimentului Portland şi ale sgurei de cuptor înalt sunt identice cu cele arătate la ferocimentul Portland. Sgura să nu conţină mai mult de 5% oxid de mangan (MnO). Se pot adăuga cel mult 3% materii străine.
Date comune pentru toate cimenturile standardizate	Priză	In cimentul cu priză normală solidificarea să nu înceapă înainte de o oră după lucrare. Afară de „examinarea definitivă“ e prescrisă o „examinare prealabilă“ cu unghia.
	Constanţa volumului	Cimentul trebue să-şi menţină volumul; el are volum constant când turta preparată şi păstrată după priză sub apă rămâne cu muchii ascuţite, cu suprafeţe netede şi fără crăpături chiar şi după 28 zile.
	Măcinarea	Cimentul să fie măcinat atât de fin, încât să nu producă mai multe reziduuri decât 2% pe ciurul 0,20 DIN 1171 (900 ochiuri/cm²) şi 25% pe ciurul 0,090 DIN 1171 (4900 ochiuri/cm²).
	Rezistenţe minime kg/cm²	Proba după DIN 1164; cuburi şi romboedri cu muchii de 7 cm din amestec umed 1 p. gr. ciment + 3 p. gr. nisip standard sau după DIN 1165/66 prisme 4 × 4 × 16 cm³ amestec moale 1 p. gr. ciment + 1 p. gr. nisip fin + 2 p. gr. nisip standard.

	Ciment ordinar DIN 1164		DIN 1165/66	Ciment superior DIN 1164		DIN 1165/66
	înt.	compr.	încov.	înt.	compr.	încov.
după 3 zile sub apă ¹)	—	—	—	25	250	25
„ 7 „ „ „	18	200	25	—	—	—
„ 28 „ „ „	25	300	50	30	400	55
„ 28 „ la aer şi sub apă	30	400	—	40	500	—

¹) 24 ore la aer, restul timpului sub apă.
²) 24 ore la aer, 6 zile sub apă, restul timpului la aer; se suprimă în viitor.

Cimenturi speciale. Pentru anumite scopuri i se mai adaugă cimentului Portland adause şi peste măsura admisibilă pentru cimenturile normale. Aci intră cimentul cu tras (măcinare de tras împreună cu masa calcinată de ciment Portland), cimentul bituminat (cu adaus de bitumen pentru micşorarea retrecisării) şi ciment-Aquadom (impermeabil pentru beton impermeabil).

4. **Adause hidraulice** (puzzolane). Silicaţii de alumine naturali sau artificiali descompuşi prin ardere cari, amestecaţi cu var aerian, se transformă în lianţi hidraulici cu priză sub apă, şi cari se adaugă adesea ci-

mentului pentru neutralizarea varului stins, devenit liber la întărirea cimentului (efect densifiant).

a) P u z z o l a n e n a t u r a l e : Pământ de puzzolană (Italia), santorin (Grecia) şi tras [1]) (tuf vulcanic de ex. Eifel). Acest material de construcţie, utilizat de mult, se vinde de obiceiu sub formă de făină (norme pentru tras DIN 1043). b) P u z z o l a n e a r t i f i c i a l e : tot felul de argilă sub formă de făină (adică î. a. de cărămidă), sgură granulată de natură bazică, de cuptor înalt [1]) de compoziţie corespunzătoare, material silicios (produse secundare din fabricarea alaunului).

b) Agregate

Clasificare:

a) N i s i p : din pietre naturale (cari se găsesc gata în natură sau concasate artificial), nisip de sgură artificial; trece prin ciurul de 7 mm;
b) P i e t r i ş, (dărâmături prundiş): pietriş fin 7...30 mm, pietriş grosier 30...70 mm;
c) S p l i t (7...30 mm) şi b a l a s t (30...70 mm) din roci naturale (bazalt, granit, calcar etc.), sau din pietre artificiale (cărămizi, bucăţi de sgură de cuptor înalt etc.);

afară de acestea se utilizează ca agregate şi rămăşiţele de ardere a cocsului şi cărbunelui (cenuşă, sgură, spuză) şi pentru scopuri speciale (beton uşor Secţ. 6, p. 905) şi lână de sgură, rumeguş de ferestrău, lână de lemn, etc.

Greutatea unităţii de volum a nisipurilor naturale (umiditate de carieră) 1200...1500 kg/m³, a pietrişului 1400...1600 kg/m³, a balastului din pietre naturale şi din bucăţi de sgură de cuptor înalt 1300...1500 kg/m³, a nisipului resp. pietrişului de piatră ponce cca 700...900 kg/m³, a sgurei de cărbune (cenuşă sau spuză) 600...850 kg/m³.

Agregatele trebue să fie fără impurităţi pământoase, cărbune, pirită, gips, acizi şi săruri. Componentele pământoase şi argiloase sunt în deosebi dăunătoare, dacă înconjoară granulele agregatului şi se lipesc de ele.

Proprietăţile mortarului şi betonului sunt influenţate în mare parte de compoziţia granulometrică a agregatului. Nisipurile cu granule de diferite mărimi aduc o economie de lianţi la prepararea mortarului, deoarece au mai puţine spaţii goale între granule. Golurile unui nisip scuturat, bun pentru mortar, nu vor depăşi 30%. De altă parte, nisipul pentru mortar cu var aerian nu va fi prea dens, deoarece mortarul nu poate absorbi bioxid de carbon în cantitatea necesară pentru întărire.

La lucrări din beton se utilizează un amestec de granule cu mai puţine goluri care se prepară prin amestecul granulelor de diferite mărimi (Tab. 9 şi 10, p. 901). P r e s c r i p ţ i u n i l e în „Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton" Partea A (DIN 1045).

B. Mortarul

1. Mortarul de argilă constând din argilă albă, umezită şi amestecată cu paie tocate etc. se întăreşte prin simplă uscare, deaceea e puţin rezistent şi se poate spăla uşor cu apă. Se poate utiliza numai pentru pereţi interiori, pentru pereţi exteriori bine protejaţi cum şi pentru instalaţii de încălzire (cuptoare de copt). E cel mai ieftin mortar, se usucă repede, ţine căldura, se utilizează şi la acoperirea lemnului împotriva incendiului.

Utilizat ca argilă pentru pardoseală (Estrich) pentru şoproane, popicării etc., materialului tare şi puţin elastic i se adaugă argilă amestecată cu scamă de forjă, îmbibată pe urmă cu sânge, şi se bătătoreşte bine.

2. Mortarul de ipsos. Ipsosul se prelucrează cu un adaus de nisip (mortar de ipsos) sau fără nisip (pastă de ipsos).

I p s o s u l pt. s t u c se utilizează ca a d a u s l a m o r t a r u l c u v a r la ornamentarea tavanului şi pereţilor. El favorizează aderenţa tencuielii, aşa încât se poate drişcui imediat după tencuire. Mai întâi se prepară o pastă de ipsos prin presărarea ipsosului în apă; ea se agită bine, şi se amestecă pe urmă cu mortar de var (cca 1 p. vol. ipsos: 2 p. vol. var: 5 p. vol. nisip). Mortarului de ipsos cu var i se adaugă şi păr de viţel (aderenţă mai mare) şi apă argiloasă (întârzierea prizei). Mortarul de ipsos cu var se utilizează şi la lucrări Rabitz, când serveşte la tencuirea unei ţesături metalice.

[1]) Bibliografia amănunţită în R o d t : Über das chemische Verhalten von Trass und Hochofenschlacke, Zement 27 (1938), Nr. 14, 15, 21. — Physikalische und mechanische Einflüsse von Trass und Hochofenschlacke auf Mörtel und Beton, Tonind.-Ztg. 62 (1938), Nr. 41, 42, 44, 45/46. — Die technische Verwendung von Trass und Hochofenschlake, Chemiker-Ztg. 62 (1938), Nr. 58.

Pasta de ipsos de stuc fără adaus de nisip se utilizează pentru lucrări de stuc și Rabitz, mai ales drept ultim strat de tencuială drișcuit, cum și la fabricarea plăcilor de pardoseală din ipsos și pentru reparații mai mici.

Ipsosul pentru sobe, amestecat cu părți egale de nisip, se utilizează ca mortar de tencuială; se acopere de mai multe ori cu pastă de ipsos.

Ipsosul de pardoseală (Estrich) s'a utilizat în trecut ca mortar pentru zidărie. Azi se utilizează aproape exclusiv fără adaus de nisip, mai ales la confecționarea pardoselilor durabile, ignifuge și inatacabile de rozătoare și de insectele dăunătoare pentru lemn, care se pot acoperi după uscare cu linoleu.

De observat p. 892.

3. **Mortarul cu magnezie** (Sorel) din magnezie arsă, din agregate (făină de piatră, făină de lemn, rumeguș de fierestrău etc.) și din soluție de sare de magneziu (de obiceiu $MgCl_2$), se utilizează mai ales la confecționarea plăcilor de pardoseală din piatră artificială. Raportul de amestec între $MgCl_2$ și MgO, la piatra artificială e 1:2,5...1:2,7, la tencuiala de ornamentare (aderență la lemn bună) până la 1:3,5.

4. **Mortarul cu var (calcaros).** Prepararea propriu zisă a mortarului calcaros e precedată în cele mai multe cazuri de stingerea resp. stingerea ulterioară a varului (p. 892 ș. u.).

La stingerea varului în bucăți se deosebește procedeul umed (mai ales pentru var alb în bucăți) și procedeul uscat (pentru var dolomitic [negru] în bucăți). La „stingerea la umed" varul în bucăți, sfărâmat la mărimea pumnului, se împrăștie într'o groapă de stingere și apoi, se adaugă atâta apă, încât varul să rămână puțin deasupra suprafeței ei libere. Varul începe să se descompună și să se încălzească mult, volumul crescând considerabil (sporire). Numai la începutul acestei sporiri i se poate adăuga o cantitate nouă de apă, căldura desvoltată trebuind să fie menținută. Excesul de apă provoacă o răcire mare, prin ceea ce procedeul de stingere se termină prea curând („înecarea" varului). Bucățile de deasupra suprafeței libere nu trebue să fie multă vreme în contact cu aerul, deoarece nu se pot stinge complet („arderea" varului). De aceea varul trebue nivelat cu o unealtă de amestec și amestecat pe urmă bine. Se adaugă apă, până ce se formează lapte de var subțire, care se scurge printr'o sită în groapa de stins, unde părțile nestinse cad la fund. Conținutul gropii începe să se solidifice în curând, așa încât trebue să evităm o vărsare ulterioară de lapte de var, deoarece părțile nestinse, cari cad din el, ar rămâne în mijlocul conținutului gropii. Pasta de var se poate utiliza pentru zidit după 3...4 săptămâni, pentru tencuit după 6...8 săptămâni. Pentru tencueli, stratul inferior (cca 15 cm) al conținutului gropii nu se poate utiliza din cauza părților nestinse adunate acolo (pericol de umflare). Varul stins pregătit pentru prepararea mortarului se subțiază cu apă, și laptele de var se amestecă bine cu nisip.

La stingerea uscată i se adaugă varului numai atâta apă, încât produsul final să formeze o pulbere uscată. Varul sfărâmat în mărimea pumnului, așezat în coșuri cu ochiuri mai rare, se introduce într'o putină cu apă, până ce bulele de aer nu se mai ridică. Apoi se așează varul în grămezi de 1 m înălțime și se acopere cu nisip. După o depozitare de 2 zile, el e stins suficient pentru lucrări de zidărie. Pentru tencuieli, el trebue să stea cel puțin 8 zile; pe urmă trebue cernut prin ciururi cu cca 400 ochiuri/cm^2. Varul stins uscat se amestecă bine cu nisip, fără adaus de apă, și pe urmă se lucrează bine cu apă.

Există varuri albe și dolomitice (negre), la cari procedeele de stingere descrise mai sus trebue modificate puțin. Trebue respectate prescripțiunile fabricii furnizoare.

Tabela 6. Amestecuri de mortar cu var (în p. vol.)

Mortar din	Fundație	Ziduri verticale	Mortar pt. tencuială
Pastă de var			
Var alb	1:4	1:4	1:2...3*)
Praf de var			
Var dolomitic (negru) . .	1:3...4	1:3½	1:2...3
Var slab hidraulic	1:3...4	1:3	1:3...4
Var hidraulic.	1:4...6	1:4...5	1:3...5**)
Var superhidraulic	1:6...7	1:5...6	1:4...5

*) Exterior 3 p. vol. nisip, int. 3 p. vol. nisip + 1/3 p. vol. ipsos, tavan 1 p. vol. nisip + 1/2 p. vol. ipsos.
**) Exterior 3...4, interior 4...5 p. vol. nisip.

La varurile furnisate în praf, felul prelucrării depinde de faptul dacă e var ars sau stins (p. 893). Ele se sting fie 1. numai cu apă și apoi după o durată de stingere prescrisă se transformă cu nisip în mortar utilizabil imediat, fie 2. mai întâi amestecat bine cu nisip, apoi amestecat cu apă și prelucrat bine. Mortarul astfel preparat trebue să stea neutilizat un timp prescris (timpul de repaus al mortarului). Pentru simplificare normele pentru varuri de construcție DIN 1060 nu permit decât patru feluri de prescripțiuni de prelucrare v. tab. 4, p. 894.

Scanned with OKEN Scanner

Raportul de amestec al mortarului: nisipul cu multe goluri necesită mai mult var decât unul cu granule de diferite mărimi cu goluri mai mici. Raporturile indicate în tabela 6 servesc numai pentru orientare.

In orașele mari, mortarul obișnuit de zidit și tencuit se furnizează preparat gata de anumite fabrici de mortare, la locul de construcție, unde se prelucrează cu o cantitate mică de apă necesară pentru obținerea consistenței corespunzătoare.

Utilizare. Mortarele cu var se disting prin supleță bună (prelucrare ușoară, astuparea bună a îmbucărilor): se pot utiliza pentru construcțiile civile când rezistența la compresiune nu depășește 10 kg/cm². La un îngheț mai tare (limita prescrisă pentru construcții — 3°) să nu se utilizeze mortarul de var, chiar și cu respectarea măsurilor de precauțiune, ca utilizarea unor materiale preîncălzite sau adausul de sodă (Atențiune! Un adaus prea mare provoacă eflorescență sau tencueli vărgate). Uscarea accelerată a tencuielii de perete prin coșuri cu cocs (pe postament neinflamabil) dă suprafețe mai puțin rezistente, adesea crăpate; gazele periclitează sănătatea; de aceea sunt interzise în încăperi lucrările cu coșuri arzând cocs.

5. Mortarul de ciment. Pasta de ciment fără adaus de nisip servește numai pentru scopuri speciale: astuparea izvoarelor, stropirea în spații goale (pietrificarea solului), protejarea fierului de rugină și turnarea fontei și a pietrei. De altfel, pentru evitarea crăpăturilor de retrecisare se utilizează totdeauna un adaus de nisip. Nisipul cuarțos de granulație medie cu apă moale e preferat, ambele fiind fără lut, materiilor organice, sărurilor etc. Nisipul uscat se amestecă mai întâi bine cu ciment și se adaugă apă, amestecându-se în continuu. Când nisipul e umed, se recomandă ca cimentul să fie bine lucrat cu apă și amestecat apoi cu nisip.

Se ia numai atâta cantitate de apă, încât mortarul să obțină supleța necesară, abia prin amestec puternic de lungă durată. O cantitate mai mare, care nu s'ar putea prelucra înainte de priză, nu va fi amestecată, deoarece resturile de mortar nesolidificate devin inutilizabile. Pietrele trebue bine umezite înainte de zidire, suprafețele de tencuit trebue bine umezite după o curățire îngrijită, și tencuiala (ciubuce, ornamente etc). trebue să fie ținute umede încă mult timp (2 săptămâni) după așezare, spre a evita crăpăturile și desprinderile. Mortarul cu ciment ajunge la o rezistență mai mare, crapă însă mai ușor (e mai puțin suplu) decât mortarul cu var.

Un ciment curat crapă mai ușor decât unul amestecat cu nisip, și prin urmare corespunde mai puțin la lucrări de etanșare decât mortarul cu ciment, care rămâne destul de impermeabil la un dozaj (p. vol.) de 1 ciment cu 1...1½ nisip fin, sau 1 ciment cu 2 nisip și ½ pastă de var, sau 1 ciment cu 3 nisip și 1 pastă de var. Grosimea stratului 1,5...2,5 cm. Suprafața obține o etanșeitate mai mare prin vopsire cu fluat de ciment Kessler sau cu materii bituminoase resp. asfaltoase. Există și materiale speciale de etanșare, cari i se adaogă mortarului. Părerile sunt divergente în ce privește durabilitatea acestor mijloace.

Rezistențele cimentului și ale varului p. 766. Materii dăunătoare v. p. 902.

Dozajul mortarului de ciment (p. vol.): 1 ciment cu 1 nisip (f. gras, dă rezistență maximă, duritate și impermeabilitate); 1 ciment cu 2...3 nisip (pentru părți de construcție cu sol umed); 1 ciment cu 3...4 nisip (normal); 1 ciment cu 5 sau mai multe nisip — se înlocuește mai bine cu mortar de ciment cu var (mortar cu ciment cu priză prelungită, v. m. j.).

6. Mortarul de ciment cu var (mortar de ciment cu priză prelungită) se obține prin amestecul cimentului cu mortar de var. Se poate prelucra ușor și e indicat când nu se cere întreaga rezistență a mortarului cu ciment pur, care se prelucrează mai greu. Indeplinește toate condițiunile prescrise pentru un mortar aerian și în ce privește supleța, aderența la pietre, întărirea rapidă și rezistența; corespunde și ca mortar hidraulic.

Dozajul mortarului de ciment cu var (mortar de ciment cu priză prelungită) în p. vol.: 1 ciment, 6...7 nisip, 1 pastă de var (ef. 6...6,8) sau 1 ciment, 8 nisip, 1½ pastă de var (ef. 7,8) sau 1 ciment, 10 nisip, 2 pastă de var (ef. 9,45); pentru construirea coșurilor: 1 p. vol. ciment + 2 p. vol. var hidraulic (praf) + 6...7 p. vol. nisip (v. și DIN 1053).

Tabela 7. Eficiența și nevoia de material pentru diferite amestecuri de mortar
M = mortar, N = nisip, A = apă, C = ciment
Greutățile unității de volum: Ciment 1,059 kg/dm³, nisip cu umiditate de mină 1,200 kg/dm³ uscat 1,594 kg/dm³

Amestecul	Compoziția		Adaus de apă		Greutatea mortarului preparat	Gr./dm³ M umplut	Volumul mortarului	Nevoia de material pe 1 m³ M			
	C r_C	N r_N	A_n	%*)	$r_C + r_N + A_n = G$	r_m	G/r_m	C	N		A
p. vol.	kg	kg	kg		kg	kg	dm³	kg	kg	dm³	kg
Nisip umed											
1:1	1,059	1,200	0,457	20,2	2,716	2,091	1,299	815	924	770	352
1:2	1,059	2,400	0,575	16,6	4,034	2,073	1,946	544	1212	1027	296
1:3	1,059	3,600	0,650	14,0	5,309	2,066	2,570	413	1400	1167	253
1:4	1,059	4,800	0,800	13,7	6,659	2,032	3,277	324	1467	1223	244
Nisip uscat											
1:1	1,059	1,594	0,532	20,1	3,185	2,172	1,466	723	1088	683	363
1:2	1,059	3,188	0,764	18,0	5,011	2,062	2,430	436	1312	823	314
1:3	1,059	4,782	0,964	16,5	6,805	2,023	3,364	315	1422	892	286
1:4	1,059	6,376	1,189	16,0	8,624	1,977	4,362	243	1461	917	273

*) Nu s'a ținut seamă de conținutul de apă al nisipului.

7. **Mortarul de tras cu var** constă din var stins, tras, nisip (tab. 8). La construcții aeriene el trebue ținut mult timp umed.

8. **Mortarul de tras cu ciment.** Un adaus de tras la mortarul de ciment resp. la beton (0,3...0,5 tras la 1 ciment) mărește rezistența și densitatea. La cimenturile mai bogate în var, cantitatea adausului poate fi mai mare decât la cele mai sărace în var.

9. **Mortarul uscat** (tencuieli nobile), amestecuri de lianți, nisip, vopseli pământoase sau adause de materiale colorate, preparate în fabrici și furnizate în saci. Amestecate cu apă, dau un mortar bun și durabil.

Tabela 8. Amestecuri de mortaruri de tras cu var experimentate după Buchartz (în p. vol.)

Scopul utilizării	Tras	Var ca pastă	Var ca praf	Nisip
Construcții sub apă (impermeabile)	1	2/3 ... 1	1 ... 1 1/2	1 ... 1 1/4
Ziduri (întărire rapidă)	1 1/4 ... 1 1/2	1	1 1/2	1 1/2 ... 2 1/2
Ziduri (întărire mai lentă) . . .	1	2	3	4 ... 5
Lucrări de tencuieli la aer . . .	1 1/4	1	1 1/2	2 1/2 ... 3 1/2

C) Betonul și betonul armat[1])

Betonul se deosebește de mortarul care constă din lianți, nisip și apă, întru cât, afară de nisip, conține și alte agregate mai grosiere (Mărimea maximă: Trece prin site cu ochiuri de 70 mm diam.) (tabela 9).

[1]) Hummel, Das Beton-ABC, Berlin 1939, Tonind-Verl. — Grün, Der Beton, Berlin 1937, Springer. — Anweisung für Mörtel und Beton (AMB), Berlin 1936, Reichsbahn. — Richtlinien für Fahrbahndecken, Berlin 1936, Direktion der Reichsautobahnen. — Siedler, Bauforschungen, vol. I, Eberswalde 1935, Müller. — Leichtbeton für Mauerwerk von Wohnhäusern, Berlin 1935, Zementverl. — Probst, Grundlagen des Beton- und Eisenbetonbaues, Berlin 1935, Springer. — Leitsätze für die Bauüberwachung im Eisenbetonbau, Obercassel 1933, Deutscher Beton-Verein. — Herrmann, Ueber Mörtel und Beton, Berlin 1932, Allg. Industrie-Verlag. — Kleinlogel, Einflüsse auf Beton, Berlin 1930, Ernst & Sohn. — Graf, Aufbau des Mörtels und des Betons, Berlin 1930 Springer Beton-Kalender 1939, Berlin, Ernst & Sohn. — Zement-Kalender 1939, Berlin, Zementv.

Scanned with OKEN Scanner

Granulozitatea agregatelor e de importanță hotărîtoare pentru rezistența, densitatea și durabilitatea betonului (tab. 10 și 11).

Tabela 9. **Mărimea granulelor agregatelor de beton** (după DIN 1045)

Rezidii pe ciurul cu diam. găurilor mm.	Trece prin	Stare naturală	Materii sfărâmate
—	1	nisip fin pt. beton	nisip fin sfărâmat
1	7	,, grosier pt. beton	,, grosier pt. beton
7	30	pietriș fin pt. beton	split pt. beton
30	70	,, grosier pt. ,,	piatră spartă pt. beton

nisip fin pt. beton + nisip grosier pt. beton = nisip pt. beton
pietriș fin pt. beton + pietriș grosier pt. beton = nisip pt. beton
nisip pt. beton + pietriș pt. beton = nisip cu pietriș pt. beton

Tabela 11. **Limitele adausului total al agregatelor pentru beton** (după DIN 1045)

Ochiurile ciurului	Cant. trecută prin ciur în % gr. dela	p. la	utiliz. în deosebi
0,2	1	17	9
1	8	56	24
3	22	70	43
7	40	80	60
15	63	92	82
30	100	100	100

Tabela 10. **Date de orientare pentru compoziția betonului în nisip și agregate grosiere** (după „Leitsätze" des Deutschen Beton-Vereins)

Numirea	Site limitrofe	Date favorabile % greut.
a) Nisip de mină, de râu, sfărâmat, de sgură, trece prin ciururi cu ochiuri rotunde de 7 mm		
fin ca praful	trece prin ciururi cu 900 ochiuri pe cm² (ciur pt. încercări 0,20 DIN 1171)	pe cât posibil 0, deoarece se util. ca lian
nisip fin	trece prin ciururi cu ochiuri rotunde de 1 mm	10...30%
nisip grosier	rezidiu pe ciururi cu ochiuri rotunde de 1 mm	90...70%
b) Agregat pentru beton armat, trece prin ciururi cu ochiuri rotunde de 30 mm		
nisip (ca sub a)	trece prin ciururi cu ochiuri rotunde de 7 mm	40...50% 1 : 1,5 1 : 1
Pietriș, Split, Piatră spartă } grosier	rezidiu pe ciururi cu ochiuri rotunde de 7 mm	60...50%
c) Agregat pentru beton nearmat, trece prin ciururi cu ochiuri rotunde de 70 mm		
nisip (ca sub a)	trece prin ciururi cu ochiuri rotunde de 7 mm	33...50% 1 : 2 1 : 1
Pietriș, Split, Piatră spartă } grosier	rezidiu pe ciururi cu ochiuri rotunde de 7 mm	66...50%

Agregatele trebue examinate prin cernere și, dacă e cazul, și îmbunătățite prin adăugarea granulelor cari lipsesc (linii de cernere ideale după F u l l e r, G r a f, H u m m e l etc., modulul de finețã după A b r a m s). Prescripțiunile exacte în „Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton" Sect. A (DIN 1045).

Scopul acestei îmbunătățiri e micșorarea volumului golurilor agregatelor, prin ceea ce se ajunge și la o influențare favorabilă a nevoii de apă (nevoia mai mare de apă influențează nefavorabil rezistențele). Nevoia de apă se indică prin raportul apă-ciment (factorul apă-ciment).

Ca liant pentru beton se utilizează aproape exclusiv cimentul, uneori cu un mic adaus de var, pentru mărirea supleței.

In practica construcțiilor e adesea uzul de a indica astfel amestecurile de beton prin raportul volumelor cimentului și agregatului, încât cantitatea de ciment să se considere ca unitate, iar a agregatului ca multiplu al acestei unități. Aceste raporturi nu dau o orientare precisă asupra conținutului adevărat al betonului în materii principale. Tendința în tehnica betonului e înlocuirea acestor raporturi prin date mai sigure, și anume fie prin indicarea greutății cimentului raportată la 1 m³ agregat liber, fie prin indicarea conținutului de ciment din 1 m³ beton gata preparat.

Dozajul betonului corespunde scopului și condițiunilor stabilite pentru solicitarea. impermeabilitatea etc. construcției. Pentru părți de construcții, de ex. bolți mici, pasaje, se utilizează amestecuri mai slabe, cca 1 : 8...1 : 12 corespunzând unei cantități de ciment de 250 resp. 200 kg la 1 m³ agregat, pentru părți de construcții mai importante din beton armat, suporți (stâlpi), grinzi, subsoluri, se utilizează amestecuri mai grase, cari, afară de o capacitate mai mare de solicitare, garantează și protecția construcției de fier interpuse. După DIN 1045, betonul gata trebue să conțină minimum 300 kg ciment/m³. La construcții înalte conținutul de ciment se poate reduce pentru părțile betonate, cari nu sunt expuse efectului umezelii și intemperiilor, la 270 kg și în cazuri extrem de favorabile la 240 kg. La poduri trebue utilizată o cantitate minimă de 300 kg ciment de 1 m³ beton gata. 1 m³ beton pentru autostrade trebue să conțină min. 300 kg și max. 400 kg ciment.

Amestecurile mai bogate în ciment se utilizează și pentru părți de construcții al căror beton trebue să fie impermeabil, ca stăvilare, baraje și alte construcții hidraulice (cca 1 : 3...1 : 5 corespunzând unei cantități de 380 resp. 300 kg ciment/m³ agregat).

Pentru betonul de tras cu ciment au corespuns următoarele dozaje în p. de vol.: 2 ciment, 2 tras, 1 pastă de var, 6 nisip, 11½ pietriș (pentru beton sub apă); 1 c., 1½ t., ¾ var, 4 n., 11½ p., (pentru beton aerian); 1 c., ½ t., 2½ n., 6 p., (pentru beton armat); 1 c., ½ t., 3n., 4 p., (pentru stâlpi de beton armat).

Nevoia de material a unui amestec depinde de dozaj, de felul materiei prime, de adausul de apă și de pierderea de material (factorul de îndesare, raportul dintre amestecul de beton neprelucrat și betonul bătătorit sau turnat). Tabela 12 servește pentru orientare.

Prepararea betonului. Lianții de nisip se amestecă bine în stare uscată, apoi se umezesc cu apă, astfel încât după al doilea amestec intim să se formeze o masă omogenă. Se adaugă pe urmă agregate, umezite în prealabil în caz de nevoie.

Cel mai bun amestec se face mecanic [1]), pentru construcții mai mari e prescris de obiceiu un amestec mecanic. Prelucrarea maselor proaspăt preparate trebue terminată înainte de priză. Betonul gata trebue să fie ținut mai multă vreme umed, spre a împiedeca o uscare rapidă, o solidificare imperfectă și o retrecisare mare. Betonul proaspăt și în deosebi umed trebue să fie protejat contra înghețului puternic. După prescripțiuni nu se poate betona la ger, decât „când efectele dăunătoare ale gerului sunt excluse prin măsuri potrivite". Dacă după betonare vine ger, terminarea lucrului în părțile construcției cari au suferit un ger în stare proaspătă trebue amânată cel puțin cu durata înghețului. Gerul are un efect mai dăunător asupra amestecurilor mai slabe decât asupra celor mai grase. Pagubele pricinuite de ger se prezintă normal în exterior numai dacă betonul e cu totul proaspăt; după aceea gerul întârzie doar întărirea, dar efectele lui desavantajoase abia dacă apar sau lipsesc cu totul.

R e z i s t e n ț a betonului depinde de: 1. proprietățile materialelor componente (lianți, agregate, apă); 2. dozaj; 3. adausul de apă; 4. modul de amestec al materiilor prime (cu mâna, mecanic, durata amestecului) și al preparării; 5. starea proaspătă a amestecului de beton la prelucrare; 6. felul cofrajului; 7. felul bătătoririi (înălțimea stratului bătătorit, greutatea maiului, durata bătătoririi); 8. dimensiunile construcției (mărimea și forma probelor pentru încercările de rezistență); 9. felul întăririi și tratamentul betonului (depozitare sub apă, la aer, în pământ umed sau uscat, intemperii); 10. condițiunile de temperatură; 11. vechime (durata întăririi). Efectul maximum asupra rezistenței îl are — afară de proprietățile materiilor prime și dozajul — c a n t i t a t e a a d a u s u l u i d e a p ă. Practic, efectele asupra întăririi și rezistenței betonului realizate de fiecare factor de mai sus nu se pot stabili decât prin încercări (Incercarea la compresiune DIN 1048). Valorile rezistențelor, p. 767.

Cimentul e sensibil față de a) apă și teren conținând sulfat, magnezie și bioxid de carbon, cum și față de sulfați și săruri cu magnezie (apă de baltă, apă de mare, apă subterană cu gips, apă de mină etc.), b) față de acizi minerali, acidul tanic, lactic și asemănători, c) față de hidrogenul sulfurat, d) față de grăsimi, adică uleiuri animale și vegetale.

Nu există instrucțiuni generale valabile pentru protecția contra influențelor amintite. Măsurile (cari depind de construcție și de împrejurări locale) sunt 1. executarea îngrijită a lucrului, 2. utilizarea amestecurilor grase, resp. cari dau un beton cât mai impermeabil, 3. utilizarea unui ciment metalic, sau ciment Portland resp. ciment Portland cu un adaus de tras sau ciment cu sgură sau ciment cu alumină, 4. acoperiri

[1]) Vol. III, Mașini de construcție.

Tabela 12. Nevoia de material a amestecurilor de beton din ciment și nisip [1] (după Burchartz)

Ciment Portland

	Dozajul p.vol. [2]	Adaus de apă %	Gradul de întărire [3] cm	Greut. 1 dm³ a bet. gata preparat [4] kg/dm³	Nevoia de material: 1 m³ beton preparat conține în greut. [kg] – Ciment	Nisip	Apă
Cu umid. norm. (beton bătător.)	1:2	6,5		2,440	590	1700	150
	1:4	5,5		2,420	330	1960	130
	1:6	5,0		2,380	240	2030	110
	1:8	4,5		2,330	170	2060	100
	1:10	4,0		2,280	140	2050	90
	1:12	3,5		2,200	110	2010	80
moale [5] (beton armat)	1:2	9,9	45	2,380	560	1610	210
	1:4	8,0	45	2,350	320	1860	170
	1:6	7,5	45	2,330	220	1950	160
	1:8	7,0	45	2,300	170	1980	150
	1:10	6,5	45	2,200	130	1930	140
	1:12	6,0	45	2,130	110	1900	120
lichid (beton lichid)	1:2	11,3	55	2,380	550	1590	240
	1:4	9,1	55	2,350	310	1860	190
	1:6	9,0	55	2,340	220	1930	190
	1:8	8,7	55	2,300	170	1950	180
	1:10	8,5	55	2,270	130	1960	180
	1:12	8,3	55	2,220	110	1940	170

Ferociment Portland

	Dozajul p.vol. [2]	Adaus de apă %	Gradul de întărire [3] cm	Greut. 1 dm³ a bet. gata preparat [4] kg/dm³	Nevoia de material: 1 m³ beton preparat conține în greut. [kg] – Ciment	Nisip	Apă
Cu umid. norm. (beton bătător.)	1:2	6,5		2,470	500	1820	150
	1:4	5,5		2,400	280	1990	130
	1:6	5,0		2,350	190	2050	110
	1:8	4,5		2,300	140	2060	100
	1:10	4,0		2,270	120	2060	90
	1:12	3,5		2,180	90	2010	80
moale [5] (beton armat)	1:2	9,9	45	2,380	470	1700	210
	1:4	8,0	45	2,350	260	1910	180
	1:6	7,5	45	2,300	180	1960	160
	1:8	7,0	45	2,270	140	1980	150
	1:10	6,5	45	2,150	110	1910	130
	1:12	6,0	45	2,120	90	1910	120
lichid (beton lichid)	1:2	11,3	55	2,380	460	1680	240
	1:4	9,1	55	2,350	260	1890	200
	1:6	9,0	55	2,320	180	1950	190
	1:8	8,7	55	2,280	140	1960	180
	1:10	8,5	55	2,160	110	1880	170
	1:12	8,3	55	2,130	90	1880	160

Ciment de sgură

	Dozajul p.vol. [2]	Adaus de apă %	Gradul de întărire [3] cm	Greut. 1 dm³ a bet. gata preparat [4] kg/dm³	Nevoia de mat.: 1 m³ beton preparat conține în greut. [kg] – Ciment	Nisip	Apă
Cu umid. norm. (beton bătător.)	1:2	6,7		2,420	490	1780	150
	1:4	5,5		2,370	280	1970	120
	1:6	5,0		2,320	190	2020	110
	1:8	4,5		2,270	140	2030	100
	1:10	4,0		2,200	110	2000	90
	1:12	3,5		2,120	90	1960	70
moale [5] (beton armat)	1:2	10,6	45	2,370	460	1680	230
	1:4	8,4	45	2,330	260	1890	180
	1:6	7,0	45	2,300	180	1970	150
	1:8	6,5	45	2,250	130	1980	140
	1:10	6,0	45	2,200	110	1970	120
	1:12	5,7	45	2,080	90	1880	110
lichid (beton lichid)	1:2	11,6	55	2,370	460	1660	240
	1:4	9,4	55	2,330	260	1870	200
	1:6	8,5	55	2,300	180	1940	180
	1:8	7,7	55	2,250	140	1950	160
	1:10	7,0	55	2,200	110	1950	140
	1:12	6,6	55	2,100	90	1880	130

[1]) Compoziția granulelor nisipului corespunde prescripțiunilor din „Bestimmungen des DAE" (partea A).
[2]) Pe baza greutăților unității de volum a materialelor vărsate, arătate mai jos (greut. pt. 1 litru sau dm³). ciment Portland 1,290 kg, ferociment Portland 1,040, ciment de sgură 1,030 kg, nisip (uscat) 1,880 kg.
[3]) Stabilirea gradului de dilatare după prescripțiunile stabilite în „Vorläufige Leitsätze für die Baukontrolle im Eisenbetonbau" (Deutscher Beton-Verein 1928).
[4]) Pentru stabilirea greutății unității de volum betonul preparat cu umiditatea naturală s'a bătătorit în forme metalice după „Eisenbetonbestimmungen" (partea D), iar betonul moale și lichid s'a vărsat și bătut cu maiuri.
[5]) Nu se mai poate bătători.

resp. izolații de asfalt, resp. mat. asfaltoase, 5. la construcții de canale utilizarea unui mat. ars până la calcinare și rezistent la acizi sau căptușirea bazei (în cazul utilizării de tuburi din beton) cu un înveliș de argilă, 6. la construcții pe stâlpi utilizarea așa numiților stâlpi umpluți (Mastpfähle) (cu capsule din tablă de fier vopsite în interior cu asfalt, care se înfig în teren, și apoi se umplu cu beton) [1]).

Căldura accelerează, frigul întârzie priza resp. întărirea cimentului. La îngheț mortarul de ciment e insensibil după priză; de aceea pentru lucrări la frig e de preferat cimentul cu priză rapidă. Incălzirea apei și a nisipului, utilizarea unei cantități cât mai mici de apă, ca și a sodei în apă, accelerează priza (p. 896).

După modul de lucru se deosebesc beton îndesat, vibrat, turnat, sub presiune, sau centrifugat. Prin beton armat se înțelege beton cu o armătură de fier destinată compensării tensiunilor de întindere și încovoiere. Dacă armăturile se întind înainte de introducerea betonului și se țin întinse până la întărire (care se favorizează prin măsuri speciale), se obține beton cu tensiuni.

Betonul îndesat și cel vibrat se prepară — prin comparație cu celelalte feluri de betoane — cu puțină apă, pentru ca să obțină umiditatea naturală. Betonul armat se prepară cu mai multă apă (moale) și betonul turnat cu multă apă (lichid). Betonul vărsat se prepară lichid la vărsări la uscat și utilizând aer comprimat — cu umiditate naturală la vărsări în apă sau sub apă.

Domeniul de utilizare al betonului preparat cu multă apă (moale sau lichid) s'a desvoltat acum câțiva ani, deoarece se poate lucra repede și e mai impermeabil decât cel bătătorit, care prezintă de cele mai multe ori îmbucări cari permit intrarea și trecerea dăunătoare a apei. Recent se lucrează din nou cu amestecuri mai uscate: lichefierea betonului prin vibrare prin mijloace speciale (2000...4000 vibrațiuni/min.).

Betonul cu sgură e un beton slab din sgure (de cărbune, cocs și arderea gunoiului) și ciment. E interzis pentru betonul armat, dar admis pentru betonul îndesat, unde nu vine în contact cu părți metalice solicitate [2]). Betonul de sgură de cuptor înalt va fi utilizat pretutindeni [3]).

Greutatea unității de volum a betonului e f. variată și depinde de calitatea lucrului executat prin bătătorire, de cantitatea adausului de apă și de calitatea materiilor prime; alegerea dozajului e de mică influență [4]). Ea e cu atât mai mare, cu cât munca de bătătorire e mai mare, cantitatea de apă adăugată mai mică și amestecul mai gras. Cuburile de probă au în gen. o greutate mai mare pt. unitatea de volum, care ar corespunde betonului pt. construcția respectivă, deoarece proba se îndeasă mai bine prin bătătorire. Cu cât greut. un. de vol. e mai mică, scade și rezistența betonului.

Tabela 13. Greutățile medii ale unităților de volum pentru diferite feluri de beton

Beton din ciment și	Greut. unit. de volum kg/m³	Valoarea medie kg/m³	Beton din ciment și	Greut. unit. de volum kg/m³	Valoarea medie kg/m³
pietriș (nisip)	1800—2400	2200	pietriș din cărămidă	1500—2000	1800
pietriș din granit	2000—2500	2300	pietriș din piatră ponce	900—1400	1100
pietriș din bazalt	2200—2800	2400	sgură de cărbune	800—1500	1200
calcar, gresie	2000—2200	2100			

Greutatea unității de volum a betonului armat se ia normal 2400, adesea 2500 kg/m³; această valoare se poate considera ca suficientă pentru tavanuri, stâlpi subțiri, bolți etc. Pentru corpuri de fundații, construcții de pereți, reazeme mai puțin armate etc. e suficient dacă se calculează o greutate a unității de volum de 2300 kg/m³.

Betonul îndesat are o utilizare răspândită în industria pietrelor artificiale, pentru toate felurile de pietre cioplite din beton, de ex. pietre

[1]) Trimitem la: Richtl. f. d. Ausführung v. Bauwerken im Moor usw., Berlin 1931, Ernst & Sohn, și Richtl. über die Ausführung von Betonbauten im Meerwasser, Berlin 1931, Ernst & Sohn; v. vol. III, Anexa. — [2]) Min. Erl. din 25 Martie 1908. Ztrbl. Bauv. 28 (1908), p. 193. — [3]) Richtl. f. die Herstellung u. Liefrung v. Hochofenschlacke als Zuschlagstoff f. Beton u. Eisenbeton, stab. de Ausschuß z. Untersuchung v. Hochofenschlacke, ed. de Reichsverkehrsmin., Berlin 1931, Ernst & Sohn.

[4]) Pt. un beton cu pietriș normal s'ar putea considera cam următoarele valori medii:

Dozajul	1:3	1:5	1:7	1:10	1:12	1:15
Greut. unit. de volum în kg/cm³	2300	2250	2200	2170	2150	2140

din blocuri goale, ţigle, pardoseli de ciment cu sau fără armături de fier, pietre pentru ciubuce şi borduri, scări, plăci pentru trotoare etc.

Betonul tare constă din ciment şi dintr'un agregat foarte tare (în trecut aşchii de metal, actualmente de obiceiu granule de carbură de siliciu), care-i dă betonului rezistenţă mare mecanică şi la uzură; potrivit pentru pardoseli şi de scări.

Terrazzo (pardoseală), preparat prin amestecul bucăţilor de marmoră de diferite culori cu mortar de ciment (ev. colorat), aşezarea masei, şlefuirea şi polisarea după întărire.

Betonul armat [1]). O construcţie din beton armat constând din beton cu armături interpuse din bare de oţel, ţesături de sârmă, metal întins, s. as. întruneşte rezistenţa la compresiune a betonului cu cea la întindere a fierului şi se bazează pe următoarele fapte: 1. A d e r e n ţ a betonului la fier e considerabilă; r e z i s t e n ţ a l a t ă i e r e a betonului de asemenea corespunde solicitărilor. 2. Betonul şi fierul au coeficienţi de dilataţie termică aproape egali. 3. La acoperire intimă (de aceea amestecul trebue să fie destul de gras şi umezit suficient) fierul e protejat de ruginire, dar nu poate fi prea aproape de suprafaţă. Utilizat pentru tavanuri plane şi boltite, pereţi, scări, rezervoare, poduri, vapoare etc., betonul armat dă construcţii mai rezistente, ignifuge cu o mai mare economie de spaţiu decât betonul nearmat. S t â l p i i d e b e t o n a r m a t prezintă mai multe avantaje faţă de cei de lemn (v. vol. III., secţ. Fundaţii). Recent se utilizează şi b e t o n a r m a t c u s â r m ă d e o ţ e l (grinzi de beton cu armătura de sârmă de oţel, care se întinde în prealabil cu 12 000 kg/cm²). Sarcina utilă admisibilă 275 kg/cm²) ca material care înlocueşte grinzile de lemn.

Tabela 14. Termenele de decofrare pt. beton armat după DIN 1045

z = zile, s = săptămâni

a) pt. cofrajul lateral al grinzilor şi cofrajul întreg al stâlpilor sau pilaştrilor;
b) pt. cofrajul plăcilor de tavane;
c) pt. rezemarea grinzilor şi a plăcilor de tavane cu deschidere mare.

Felul cimentului	a	b	c
Ciment comercial .	3 z	8 z	3 s
Ciment superior .	2 z	4 z	8 z

Corpuri goale de beton armat, obţinute prin centrifugare, se utilizează pentru stâlpi şi ţevi pentru înalte presiuni hidraulice şi de pământ.

Betonul uşor (beton poros pentru construcţii de locuinţe) cu o greut. a unit. de vol. de cca 0,3...1,8 kg/l se prepară fie prin utilizarea agregatelor mai uşoare ca piatra ponce, piatra ponce artificială ş. a., fie prin formarea nenumăratelor bule de gaz în amestecul de beton prin adăugarea unui material sau unei spume, care provoacă porozităţi (v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 478).

VIII. Sticla [2])

Prelucrare de prof. dr. ing. K. Q u a s e b a r t, Berlin

a) Generalităţi

1. Conceptul: Prin sticlă se înţelege în sensul chimico-tehnic o masă preparată prin topirea simplă sau complexă de silicaţi, parte conţinând

[1]) Cp. Secţ. Beton armat, vol. III. — Valori de rezistenţă, p. 766.
[2]) Bibliografie: Dralle-Keppeler, Die Glasfabrikation, 2 vol., ed. a 2-a, München şi Berlin 1925/31, Oldenbourg. — Eitel-Pirani şi Scheel, Glastechnische Tabellen, Berlin 1932, Springer. — Gehlhoff şi Quasebart, Das Glas in Einzeldarstellungen, vol. 1, 6, 7, 8, 10, Leipzig 1928 ş. u., Akad. Verlagsges. — Archiv der Deutschen Glastechn. Ges. u. Hüttentechn. Ver. d. deutschen Glasindustrie. — Reviste: Glastechnische Berichte, Deutsche Glastechnische Gesellschaft (DGG), Frankfurt a. M. — Sprechsaal, Coburg. — Glashütte, Dresden. Indicaţii mai amănunţite v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 543 ş. u.

şi boraţi, care se găsesc într'o stare amorfă subrăcită. Sticla nu are un punct de fuziune definit, e uşor fluidă la incandescenţa albă, şi la scăderea temperaturii devine vâscoasă şi tenace în stare solidă (între 400 şi 600°). In stare vâscoasă, sticla se poate fasona prin diferite procedee (v. vol. II, Secţ. Ceramică şi Sticlă).

Materii prime[1]. Materiile prime cele mai importante: cuarţ (nisip), substanţe alcaline (sodă sau potasă) şi var; apoi borax, barită, alumină, acid fosforic, salpetru şi compuşi de plumb (miniu); arsen ca mijloc de limpezire; piroluzită, arsen, selen, oxid de cobalt, pământuri rare ca decoloranţi. La colorarea sticlei servesc oxizii metalici şi coloizii, de ex. compuşi de mangan (violet), cobalt (albastru), cupru (albastru şi verde), fier (verde), selen (roşu), aur şi cupru (roşu), argint şi sulf (galben) ş. a. Prin criolită, fluorină, fluorsilicat de sodiu, fosfaţi şi eventual arseniaţi, sticla lichidă devine mai tulbure (sticlă mată sau opalină). Smalţurile — aparţinând sticlelor din punct de vedere ştiinţific dar nu tehnic — se opalizează în prealabil cu fluoruri. Opalizarea propriu zisă se efectuează cu oxid de ceriu („Opaline"), stibiat de sodiu („stibiat Degussa", „I. G. Weiss", „Leuconin", „Pentamon" ş. a.), oxid de zirconiu („Terrar") sau prin bule de gaze dispersate („mijloc de opalizare pentru sticla G. T. M."), ev. şi prin arseniat de plumb. Sticlele colorate de semnalizare (roşii sau verzi) vor fi standardizate, iar pentru sticlele mate sau opaline se vor stabili clasificări[2].

2. **Compoziţia.** Formule generale pentru compoziţia sticlelor nu se pot stabili; totuşi compoziţia se alege după anumite reguli cari, după ce au fost găsite empiric, au fost verificate mai târziu. Astfel de reguli sunt: „Conţinutul de silice al sticlelor de var şi sodiu se urcă la 74%" sau „conţinutul de substanţe alcaline al sticlelor de plumb şi var se calculează după formula $(76 - \%\, PbO) \cdot 0{,}27 = \%\, K_2O$"[3]. Limita maximă pentru silice se alege cum permite prelucrarea şi pericolul de devitrificare.

In confecţionarea obiectelor în serie (butelii, sticle concave şi geamuri pentru ferestre) se utilizează de obiceiu sticle alcaline cu var.

Tabela 1. Compoziţia sticlelor tehnice în %

	Sticlă de cristal cu plumb	Sticlă de butelii	Sticlă goală super.	Sticlă de geamuri *) Fourcault	Sticlă de geamuri *) Libbey	Sticlă de oglinzi	Sticlă de aparate	Sticlă de aparataj chimic I	Sticlă de aparataj chimic II
SiO_2	56,1	65,1	76,9	72,3	72,8	71,50	70,2	75,9	64,7
B_2O_3	—	—	—	0,9	1,0	—	—	6,5	10,9
Al_2O_3	—	5,8	0,4	—	—	0,48	3,15	4,2	4,3
Na_2O	3,5	6,1	12,8	14,3	13,4	12,70	14,4	6,4	7,6
K_2O	9,2	2,8	1,2	—	—	—	5,0	1,3	0,4
CaO	—	16,3	8,7	10,2	10,8	14,50	7,25	1,1	0,7
BaO	—	—	—	—	—	—	—	3,6	—
ZnO	—	—	—	—	—	—	—	—	10,9
PbO	31,1	—	—	—	—	—	—	—	—
Fe_2O_3	—	3,7	—	—	—	0,15	—	—	—
MgO	—	—	—	2,3	2,0	urme	—	—	—
SO_3	—	—	—	—	—	0,85	—	—	—

*) Arthur, Chem. Zusammensetzung des Fensterglases, Journ. Amer. Cer. Soc. 1926, p. 203, Ref. 91., Ber. IV., 1926, p. 71.

3. **Proprietăţi**[4]. Calitatea sticlelor tehnice e determinată de structura amorfă; la cele mai multe sticle, transparenţă pentru spectrul vizibil; conductibilitate electrică şi termică mică; rezistenţa mare la aer, apă etc.;

[1]) Dralle, l. c.

[2]) Lax şi Pirani, Normung von roten und grünen Signalgläsern, Bericht 8 der Fachausschüsse der Deutschen Glastechn. Ges. — Pirani şi Schönborn, Klassifikation lichtstreuender Gläser, Bericht 5 der Fachausschüsse der D. Glastechn Ges.

[3]) Zimmer şi Dietzel, Sprechsaal 62 (1929), fasc. 36, p. 659; W. Hirsh, Glastechn. Ber. 10 (1932), p. 632.

[4]) Gehlhoff, Lehrb. d. techn. Physik, vol.III, 7. Das Glas, Leipzig 1929, Barth.

duritatea mare și rezistența. Desavantajele sticlei sunt rigiditatea și rezistența mică la variații de temperatură.

Vâscozitatea [1]) este proprietatea cea mai importantă a sticlei. Posibilitatea de prelucrare a unei sticle e condiționată de temperatura la care e prelucrată și de vâscozitatea dela această temperatură. Prin schimbarea compoziției se poate influența vâscozitatea și de aceea și capacitatea de a fi prelucrată.

Vâscozitatea în Poise [g+/cm s] la scoaterea din cuptor și turnare cca 10^2, la înfășurarea sticlei dela fluier $10^{2,5}...10^3$, la suflare 10^7, la lămpi $10^5...10^{10}$. Limpezirea la 10^2. Drept „temperatură de prelucrare" se consideră temperatura sticlei, la care vâscozitatea are valoarea 10^3 g+/cm s.

Impiedecarea devitrificării. Pentru transformarea masei topite în sticloasă de structură solidă, e nevoie de o anumită vitesă de răcire spre a împiedeca formarea cristalelor (devitrificare) (condiționată de compoziția sticlei).

Răcire, tensiuni. Pentru compensarea tensiunilor reziduale produse de răcirea bruscă (o coajă față de interior) piesele turnate trebue să fie răcite lent. „Temperatura de suprimarea tensiunilor" se numește temperatura dedesubtul căreia tensiunile nu se pot elimina nici după un timp mai îndelungat. Limita inferioară se găsește la vâscozitatea de 10^{13}.

Prin respectarea unor temperaturi critice, procedeul de răcire se scurtează (răcire bruscă). Măsurarea tensiunilor se face prin aparate optice polarizante (p. 296 și 751) Sticla cu tensiuni devine mai transparentă în lumina polarizată cu un nicol, sau prezintă o nuanțare de culori.

Greutatea specifică. Afară de sticlele de cristal cu plumb cu greutatea specifică de 3...6, greutatea specifică a celor mai multe sticle tehnice e de cca 2,5 (sticla de silice 2,21) kg/dm³.

Duritatea (Mohs) 4...8, sticlele tehnice 6. Duritatea absolută [2]) (Auerbach): presiunea limitată (1-a crăpătură) 130...300 (250) kg/mm².

Modulul de elasticitate: 4500...10000 kg/mm²; cifra de elasticitate a sticlelor de Iena [3]).

Cifre de rezistență p. 911.

Căldura specifică depinde de temperatură, $t = 10...50°$: 0,11...0,19. Sticla de silice 17...100° : 0,18, 0...600° : 0,2420 kcal/kg°.

Coeficientul de dilatare (coef. de dilatare liniară v. și p. 531), sticla de cuarț $4 \cdot 10^{-7}$ (sticla pentru oglinzi $80 \cdot 10^{-7}$, sticla cu silice $5,5 \cdot 10^{-7}$. Sticla de Iena [4]). De mare importanță pentru prelucrarea sticlei: Diferite sticle cu diferență mare între coeficienții de dilatare, nu se pot uni. Sticlele cu metale (becuri electrice), numai dacă dilatarea totală între temperatura de suprimare a tensiunilor și temperatura normală e aceeași (p. 532, tabela 3). Un coeficient mai mic de dilatare condiționează insensibilitatea sticlelor de aparate la variațiile de temperatură.

Conductibilitatea termică pentru sticlele tehnice 0,6...0,9 kcal/mh° (pentru pereții de cărămidă 0,7 kcal/mh°) (cp. și p. 589).

Coef. de trecere a căldurii depinde de construcția pereților și ferestrelor. Ferestrele simple cu ramă de lemn au o pierdere de căldură de 4 ori mai mare decât un zid de cărămidă de 38 cm; la geamuri duble (distanța 10 cm între geamuri) pierderea se reduce la de 1,5 ori.

Constanta dielectrică. Sticla de silice 3,5...3,6, sticla pentru becuri 7...9, sticla moale de sodiu cu var 8,4, sticla de flint 7,41, în medie 7.

---

[1]) Gehlhoff, Lehrbuch d. techn. Physik, vol. III, p. 348, Leipzig 1929, Barth. — [2]) Landolt și Börnstein 1923, p. 91. — [3]) Același, 1923, p. 27. — [4]) Același, 1923, p. 1220.

Conductibilitatea electrică [1]) creşte cu ridicarea temperaturii. Capacitatea de izolare e cu atât mai mare, cu cât sticla rezistă mai bine la apă, adică cu cât e mai săracă în baze. Rezistivitatea sticlelor comune la 20° e $8 \cdot 10^{11} \ldots 3 \cdot 10^{14}$ [$\Omega cm^2/cm$].

Indicele de refracţiune al SiO_2 pur : 1,46, şi creşte odată cu celelalte substanţe cari compun sticla; al sticlei crown de silice 1,5175, al sticlei flint mijlocii 1,613.

Proprietăţi acustice [2]) v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 546.
Proprietăţi fizice v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 547.

b) Sticlele tehnice uzuale

I. Sticla de construcţii

1. **Sticla de geam**, fabricată prin procedeul de întindere mecanică, la care se trag table în formă definitivă dintr'o masă sticloasă în stare de pastă. Tablele nu necesită nicio prelucrare (v. vol. IV.).

Produse comerciale. Sticla de geam se vinde în lăzi cu „dimensiuni fixe", „benzi" şi „dimensiuni speciale". Dim. fixe se grupează în categorii pt. fixarea preţurilor după mărimea tablelor. Prima categorie sticla de geam până la 60 centimetri „adunaţi sau reuniţi" (înălţimea+lăţimea tablelor) urmează categoriile: p. la 90, p. la 120 ş. a. m. d., p. la 400 cm adunaţi. Dimensiunile fixe sunt stabilite direct pt. punerea geamurilor, fără ca comerciantul sau sticlarul să fie nevoit să facă vreo schimbare. Lăzile pt. benzi se împart în trei categorii: prima categorie p. la 34, a doua p. la 50, a treia p. la 70 cm lăţime, toate în lungimi p. la 160 cm. Benzile se depozitează de comercianţi şi se taie cum se cere. „Dimensiunile speciale" au acelaşi scop (lungime până la 160 cm). Prima categorie 72...80 cm. a 2-a până la 90 cm . . ., a 12-a până la lăţimea de 190 cm. Suprapreţuri la lungimi până la 300 cm.

Deosebire calitative. Sticla de construcţie (DIN 1249), cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 550. Dimensiuni comerciale:

geam de $^4/_4$ = 2,2...2,5 mm gros.	160 × 200 cm²	suprafaţa maximă	
„ „ $^6/_4$ = 2,8...3,3 mm „	160 × 200 cm²	„	„
„ „ $^8/_4$ = 3,8...4,4 mm „	180 × 300 cm²	„	„

Clasificare. Sticlă de construcţie clasa 1, cu defecte mici, greu de constatat, după DIN 1249 pentru geamuri de locuinţe mai bune, clădiri publice, instalaţii de magazii şi as. Sticlă de construcţie clasa a 2-a, pentru pretenţiuni mai mici: fabrici, locuinţe mai simple, magazii, ferestre pentru pivniţe şi poduri. Sticla, care nu mai satisface condiţiunile pt. cl. a 2-a, se utilizează ca sticlă de grădină pt. sere şi răsadniţe.

2. **Sticla ordinară subţire, netedă, striată paralel sau în romburi.** Confecţionarea sticlelor dela punctele 2...5 se face prin laminarea unei mase pastoase de sticlă în table subţiri de formă pătrată. Ea nu are nevoie de niciun tratament după răcire şi tăiere.

Sticla comună subţire serveşte pentru geamurile laterale în fabrici, la punerea geamurilor de acoperiş, dacă nu se preferă geamuri armate cu sârmă, pentru geamurile de birouri şi la construirea caselor de locuit, şi anume unde transparenţa nu e de primă importanţă, de ex. la ferestre de pivniţe, de acoperişuri de closet, cum şi pentru geamurile de sere şi răsadniţe.

Sticla comună subţire se fabrică în grosimi de 3...4 mm, 4...6 mm, 7...9 mm şi 9...10 mm. Lungimi până peste 4 m (lungimea max. 4,32 m) şi în lăţimi până la 1,2 m.

3. **Sticla ornamentală, de catedrală şi clară, antică, opalescentă,** cu modele foarte variate, de obiceiu geometrice, imprimate sau ciocănite, sau de tipul geamurilor antice de biserici, cu grosimea de 3...4 mm.

Modelele se imprimă în sticlă caldă prin cilindri de imprimare. Sticla în flori de ghiaţă reprezintă un geam pt. ferestre sau oglinzi, prevăzut cu figuri în flori de ghiaţă. Dim. p. la 3,60 × 1,02 m² (excepţional 2½...3 mm şi 5...6 mm gros.). Sticla ornam. şi cu armături de sârmă (v. sticla cu armături).

Sticla antică e sticlă suflată, aparţie însă acestui grup, după utilizare; grosimea sticlei mai mică (1,8...3 mm).

Utilizarea pentru sticle interioare, de ex. pereţi de despărţire în vestibule, pereţi exteriori de vestibule, geamuri pentru ferestre (cu toate că permit trecerea razelor de lumină, totuşi nu sunt transparente), geamuri pentru mobile etc.

[1]) Smekal, Elektrisches Leitungsvermögen und Konstitution der Gläser, Glastechn. Ber. 1929, p. 265...277.

[2]) E. Meyer, Schalltechnische Eigenschaften des Flachglases, Glastechn. Berichte 1932, pp. 200 ş. u.

4. Sticla armată cu sârmă prod. prin laminare. Ţesătura de sârmă din tablele de sticlă cu ochiuri pătrate sau hexagonale; sârma de 0,5...0,6 mm gros.

Avantajele sticlei armate cu sârmă: La geamurile de luminatoare din sticlă comună trebue să fie montate sub luminatoare plase protectoare din sârmă ca să împiedece căderea geamurilor sparte. Sticla armată cu sârmă rămâne solidară şi după spargere. şi rămâne în rame sub formă de bucăţi. Ea prezintă siguranţă la incendii. In foc şi la stingere, bucăţile rămân solidare datorită plasei de sârmă. Rezistenţa la încovoiere nu e mai mare decât a sticlei comune. Se pot monta geamuri mai mari; de aceea economie la construcţii metalice, la luminatoare şi îmbrăcarea cu sticlă a pardoselei.

Dimensiuni utilizate. Mărimea obişnuită: până la 103 cm lăţime, şi 360 cm lungime. Excepţional până la 132 cm lăţime şi 550 cm lungime. Dimensiunile obişnuite pt. acoperişuri 72...84 cm lăţime, 200...240 cm lungime.

Grosimea sticlei: pentru acoperişuri 6...8 mm, la o presiune mai mare a vântului şi zăpadă până la 8 şi 10 mm; pentru ferestre verticale 4...5 mm; pt. construcţii grele până la 6 şi 8 mm; pt. construcţii uşoare până la 3 şi 4 mm.

Sticla armată cu sârmă se livrează cu suprafaţa netedă, excepţional şi cu suprafaţ: striată. Deoarece porozităţile, structura inegală, crăpăturile provocate de căldură ş. a. nu influenţează durabilitatea şi condiţiunile de transparenţă, se poate indica o singură categorie. O sticlă armată cu sârmă de 6...8 mm grosime e cu cca 30% mai scumpă decât sticla comună de aceeaşi grosime. — Sticla armată şi polisată (sticlă armată cu sârmă pt. oglinzi), cu o plasă de sârmă cu ochiuri hexagonale, se confecţionează din sticlă pentru oglinzi (v. acolo), e transparentă şi cu mult mai scumpă.

5. Sticla comună de oglinzi, turnată şi laminată, serveşte în grosimi de 9...13 mm ca produs intermediar pentru sticla de oglinzi turnată; se utilizează mai ales în grosimi mai mari la acoperirea pardoselilor, pereţilor de închidere ai luminatoarelor, acuarii ş. a., adică unde se cere transparenţă şi rezistenţă mecanică. Soliditatea sticlei comune e destul de importantă; pe o tablă de 20 mm cu deschiderea de 1 m se poate umbla cu paşi uşori. Pentru siguranţă mai mare se montează rame la distanţe de 40...55 cm. Sticla brută comună de 10...15 mm grosime; tablele netede pentru pardoseli de 20, 25, 30, 35 mm grosime. Sticla comună pentru oglinzi, suflată, aşa numita sticlă comună $^3/_4$ pentru oglinzi, albă; din ea se fabrică sticlă alba şlefuită $^3/_4$ pentru oglinzi.

6. Sticla de oglinzi. a) Sticlă de oglinzi aşa numită de cristal (pentru oglinzi, o tablă groasă fabricată prin turnare, apoi şlefuită şi polisată). Avantajele faţă de sticla de geamuri: Suprafeţe plane paralele, dimensiuni mai mari, grosime mai mare, practic fără defecte, porozităţi sau inegalităţi etc. fără imagini deformate.

Utilizarea sticlei de oglinzi pentru vitrine, construcţii publice, case particulare mai bune, instalaţii de magazii, dulapuri cu geam, sticlă plată, vagoane de căi ferate şi de tramvaie, ochiuri de observatoare în industria chimică şi alte scopuri industriale. Cele de calitate superioară, pentru confecţionarea oglinzilor (argintare) în toate dimensiunile.

Produse comerciale. Se deosebesc 4 calităţi: Calitatea de montare. Marfă nesortată, cum iese după fabricaţia normală. Calitatea de montare superioară. puţin mai bună decât 1-a, mai ales în ce priveşte puritatea sticlei şi luciul. Pt. lucrări mai fine şi decorări. Se fac şi oglinzi, dar nu se garantează că pot fi acoperite. Calitatea pt. acoperire. Se distinge prin puritatea sticlei şi prin luciul cât mai fără defecte. Cu calităţi speciale spre a fi acoperite, cum şi pt. tot felul de decorări mai bune. Calitatea aleasă pt. acoperire. Superioară în ce priveşte puritatea sticlei şi frumuseţea luciului. Satisface cele mai mari exigenţe.

Grosimea normală a sticlei e 6...8 mm; se livrează şi până la 3 mm şi 32 mm. Lăţimea maximă cca 4 m, lungimea până la 6 m şi mai mult. Dimensiunea într'o direcţiune e limitată prin gabaritul căilor ferate. Suprafaţa maximă actualmente cca 40 m^2; suprafaţa normală până la 24 m^2.

b) Sticlă de oglinzi suflată. Aşa numita sticlă albă $^{3}/_{4}$ pentru oglinzi se fabrică mai ales în regiunea Nürnberg şi Fürth. Grosimea sticlelor polisate e de 2...4 mm.

Calităţi comerciale: a)...d) ca şi la sticlele de cristal pentru oglinzi.

7. **Sticle încovoiate.** Din cauza cheltuelilor mai mari se fabrică din sticlă de oglinzi, dar şi din sticlă de ferestre şi sticlă groasă.

Cele mai simple sunt încovoierile circulare până la $^{1}/_{3}$ din forma circulară şi $^{1}/_{4}$ din forma circulară cu prelungire dreaptă; mai greu de fabricat $^{1}/_{4}$ din forma circulară cu prelungire dreaptă la ambele capete şi încovoieri circulare până la $^{1}/_{2}$ din forma circulară. Cele mai mari greutăţi provoacă încovoierile bilaterale ⌒ semicilindrice cu prelungiri drepte ∩, forma în S şi sticlele cu dimensiuni mai mari încovoiate uşor, deoarece acestea îşi pierd din nou încovoierea uşoară după răcire. Preţurile de vânzare sunt eşalonate ţinând seamă de suprafaţa totală şi raza curburii.

8. **Sticla presată.** Obiecte utile confecţionate prin presare de ex.: călimări, mânere de sticlă, socluri de piane şi sticlărie cu gâtul larg. Inlocueşte sticla de cristal şlefuită de ex. ceşti, vase, borcane pentru compoturi, pahare. Prin cizelare îngrijită şi întreţinerea formelor (cromatizarea ridică durabilitatea şi netezimea) se poate obţine o suprafaţă corespunzătoare, încât se ajunge aproape la frumuseţea sticlelor şlefuite.

9. **Sticla ca material de construcţie.** Plăci de pardoseală pentru acoperirea încăperilor subterane şi boltite, caneluri, ornamente, ridicături sau prisme la suprafaţa inferioară pentru dispersarea luminii, ridicături la suprafaţa superioară pentru împiedecarea alunecării. Plăcile de 20 mm se livrează în mărimi până la $1 \times 1\ m^2$, cele de 40 mm până la $0,5\ m^2$.

Ţigle şi pietre presate pentru acoperişuri. Translucititatea recomandă utilizarea lor alternativă cu ţiglele obişnuite; astfel hambarele se pot ilumina simplu. Dimensiunile $36,5 \times 25\ cm^2$ şi $36 \times 21\ cm^2$. Ţigle plane din sticlă armată cu sârmă de 7 mm, cu nas din tablă de fier zincată.

Pietre de construcţie, din sticlă. In locul pietrelor goale, foarte des utilizate în trecut, se construesc astăzi pietre groase, foarte transparente, răcite cu îngrijire, adică fără tensiuni. Prin ridicături prismatice presate sau aplicate după alte mostre se obţine o bună dispersare a luminii şi se pot ilumina astfel încăperile etajelor inferioare ale caselor din oraşele mai mari. Mărci germane cunoscute: pietre sau prisme Luxfer, Stern, Siemens, Sunfix.

Pietre goale de construcţie, din sticlă. Sistemele „Falconnier", „Faust", ş. a., de diferite forme şi dimensiuni, se utilizează unde e nevoie de multă lumină şi de menţinerea unei temperaturi uniforme, în încăperi industriale, unde se desvoltă vapori corozivi şi în centrale electrice ca pereţi despărţitori izolanţi. Pentru zidurile contra incendiului sunt armate cu sârmă.

Se utilizează pentru geamuri verticale mai ales pentru iluminarea pivniţelor şi luminatoare peste cari se umblă. Lespezi de 15×15, 25×15 şi până la $30 \times 30\ cm^2$; geamuri pentru luminatoare până la $2,5 \times 1,1\ m^2$.

Sticla câştigă în importanţă ca material de construcţie. Construcţiile de sticlă cu stinghii se înlocuesc cu pietre de construcţie din sticlă, montate între nervuri de beton armat: beton armat cu sticlă. Utilizând aşa numitele sticle de beton Solfac, Rotalith, Keppler, Luxfer se pot construi transparente cupole şi acoperişuri carosabile rezistente.

Pentru pereţi despărţitori, plăci de pardoseală, acoperiri de mese etc. se utilizează sticle de piatră, sticle opace, adică sticle plane devitrificate, de obiceiu din sticlă de oglinzi, care se livrează în diferite culori dela alb până la negru, de dimensiuni obişnuite pentru sticlă de oglinzi. Avantajul faţă de produsele ceramice e că plăcile sunt complet lipsite de pori (mese de disecţie, instalaţii sanitare) şi uşor flexibile.

1) Liese. Das Glas als Baustoff, Die Braunschweiger G. N. C.-Monatsschrift, März 1923. p. 162. — K. W. Schulze. Glas in der Arhitektur der Gegenwart, Stuttgard 1929, Dr. Zaugg & Co. — Poljvka, Glas im neuzeitlichen Bauwesen, Glastechn. Ber. (1936), p. 247 ş. u.

Scanned with OKEN Scanner

Electrovitrajul e o reunire de plăci mici prin late subțiri de cupru (produs electrolitic). Se utilizează ca separator ignifug pentru uși de comunicație în magazii de comerț.

Elasticitatea și rezistența sticlelor de construcție[1]). Coeficientul de alungire α = alungirea longitudinală [cm], pe care o sufere o bară de sticlă lungă de 1 cm și cu secțiunea de 1 cm^2 sub sarcina de 1 kg.

Valorile coeficienților de alungire pentru geamuri de ferestre sticle armate cu sârmă, sticlă comună și sticle pentru oglinzi sunt cuprinse de obiceiu între 1/800 000 și 1/700 000, în medie 1/750 000, pt. simplificare se ia în calcule 1/700 000[2]).

Rezistența la încovoiere σ'_B e condiționată de grosimea și mărimea sticlei, de calitatea suprafeței și a muchiilor, de condițiunile de răcire la fabricație, de vitesa și durata încărcării.

După O. Graf s'a găsit pentru probe cu lățimea de 20 cm, din

sticlă suflată pentru geamuri	σ'_B = 279...591 kg/cm²	în medie 447 kg/cm²,
„ trasă „ „	„ = 409...520 „	
„ comună	„ = 266...493 „	„ 384 „ ,
„ de oglinzi	„ = 213...476 „	„ 355 „ ,
„ armată cu sârmă	„ = 266...403 „	„ 313 „ .
„ de oglinzi armată cu sârmă	„ = 356...588 „	„ 483 „ ;

Probele cu lățimea de 40 cm au dat cca 0,6 ori ca valorile de mai sus, probele cu lățimea de 10 cm au dat cca 1,3 ori ca valorile de mai sus.

Pentru plăcile de sticlă comună rezemate de jur împrejur (luminatoare peste cari se circulă) cu suprafața liberă de 47 × 47 cm² rezistența la încovoiere a fost σ'_B[3]):

la grosimea de	24	37	40 mm
în medie	244	206	152 kg/cm²

adică 0,5 din valorile stabilite la probele cu lățimea de 20 cm.

Pentru geamurile de sticlă comună și armată cu sârmă, utilizate la acoperișuri de sticlă, O. Graf[4]) a găsit rezistențe la încovoiere 100...260 kg/cm²; el recomandă o solicitare maximă de 70 kg/cm².

La încărcare statică, rezistența se reduce cu 20...50%[5]).

In interiorul aceluiași geam rezistențele la încovoiere diferă cu ± 40%.

Rezistența la compresiune a sticlei e mare. După O. Graf[6]) prismele cu secțiunea de 5 × 5 cm² și înălțimea de 10 cm au în medie 5000 kg/cm²; după A. Föppl[7]), la probe mai mici, 4090...11 550 kg/cm².

In construcții combinate din sticlă și beton armat, sticla ocupă zona de compresiune. Eforturile provocate se pot stabili prin calcul[8]). La transmiterea forțelor de compresiune se vor evita supraîncărcări locale.

Rezistența dinamică e mică, ca la toate materialele rigide. Rezistența crește cu rezistența la încovoiere. Aici tensiunile interioare sunt deosebit de desavantajoase.

Rezistența la uzură (de ex. la luminatoare, peste cari se circulă) e aproape aceeași ca a bazaltului și a mortarelor cu ciment de calitate superioară[9]).

II. Sticla pentru optică

Prin „sticlă pentru optică" se înțeleg în sens mai larg toate felurile de sticlă utilizabile pentru instrumentele optice, sticle albe și de oglinzi, și cea pentru ochelari, ochelari fără ramă, condensoare, oglinzi de reflectoare. Pentru instrumentele optice de precizie însă, de exemplu telescoape, microscoape, obiective pentru aparate fotografice, pentru instrumentele optice militare, sticla plană și sticla pentru oglinzi e complet neutilizabilă (omogenitate insuficientă și colorare, ca și tensiuni interioare, de aceea trecere neregulată a razelor de lumină).

---

[1]) După indicațiile date de Materialprüfungsanstalt an der TH Stuttgart. — [2]) O. Graf, Glastechn. Ber. 3 (1925/26), p. 153 ș. u. — [3]) O. Graf, B u E 26 (1927), fasc. 4, p. 77 ș. u. — [4]) ZVDI 72 (1928), p. 566 ș. u. — [5]) O. Graf, Glastechn. Ber. 7 (1929), fasc. 4, p. 143. — [6]) O. Graf, Glastechn. Ber. 3 (1925/26), p. 171 ș. u. — [7]) K. B. Akademie der Wissenschaften, München 1911, p. 516. — [8]) O. Graf, Glastechn. Ber. 4 (1926), p. 336 ș. u. — [9]) O. Graf, Kristall-Spiegelglas, Z d. Ver. deutsch. Spiegelglas-Fabrikanten (1927), p. 178 ș. u.

Scanned with OKEN Scanner

Deosebirea fundamentală dintre sticlele veritabile pentru optică şi sticla comună consistă în compoziţia lor; pentru obţinerea imaginilor de culoare curată şi distincte, trebue combinate sticle de diferite proprietăţi optice.

O astfel de diversitate nu se poate obţine numai cu oxizi, cari formează sticla (silice, var, alumină, plumb, potasiu, sodiu), de aceea sticlele pentru optică moderne mai conţin acid boric, barită, oxid de zinc, oxid de stibiu, iar sticlele speciale şi acid fosforic şi fluor. Pentru anumite scopuri, de ex. absorpţia razelor ultraviolete din lumină, se adaudă oxid de ceriu, pentru absorpţia razelor infraroşii suboxid de de fier, pentru filtrul galben fotografic sulfură de cadmiu etc.

Schott din Jena a cercetat şi valorificat prin lucrări sistematice, cu succes interacţiunea dintre compoziţia chimică şi proprietăţile fizice şi chimice ale sticlei. După felul şi raportul de amestec al oxizilor cari formează sticla se obţin sticle cu anumite refractabilităţi şi difuzibilităţi optice.

Grupuri principale. Tipul vechiu: crown (sticle silicato-calcice, asemănătoare sticlelor de oglinzi, plane şi cu goluri), cu o refracţiune şi difuzibilitate optică mică, flint (sticle silicato-plumbice, asemănătoare sticlelor de cristal cu plumb, dar până la conţinuturi de plumb foarte mari) cu o mare refractibilitate şi difuzibilitate optică. Tipul nou: crown greu de barită (cu barită în loc de var, acid boric, zinc etc., de obiceiu fără baze) cu mare refracţiune, dar cu difuziune optică mică, ceea ce a permis construirea primelor obiective corectate anastigmatic pentru aparate fotografice; crown borosilicat (cu silice şi acid boric), care se distinge prin transparenţă optică, durabilitate mare şi se utilizează deci pentru prismele de reflexiune ale instrumentelor optice (de ex. binoclu cu prisme), flint cu barită (cu plumb, barită, adesea şi acid boric), care ocupă un loc intermediar între crown cu barită şi flint, crown cu fluor (cu conţinut de fluor), care are o refracţiune şi difuzibilitate optică extraordinar de mică.

III. Sticle speciale

Sticlă pentru aparate chimice. Pe când la sticlele optice sunt importante proprietăţile fizice, sticla comună (butelii, geamuri) trebue să reziste în general la influenţe chimice. Apa tinde să disolve bazele din sticlă. Umiditatea aeriană e cauza deteriorării vechilor sticle de cristal preţioase. Sticlele utilizate în laboratoare trebue să fie rezistente la acizi şi baze, la temperaturi mai înalte. Sticla de Jena pentru aparate satisface cel mai mult aceste condiţiuni, ca şi cea de rezistenţă termică. O măsură a rezistenţei la acţiunea apei o dă alcalinitatea soluţiei (tabela 3, p. 914).

Sticle cu rezistenţă termică [1]), cu un coeficient de dilatare minimum, insensibile la variaţii brusce de temperatură, în trecut numai sticlă de Jena (Durax ş. as. dela Schott & Gen.), actualmente de diferite fabricate, Pyrex (America), Silex şi Resista (Cehoslovacia), Vulcanit (Germania). Coeficient de dilatare liniară $31 \ldots 43 \cdot 10^{-7}$.

Desavantaj: Grosime mai mare a pereţilor din cauza fuzibilităţii grele; de aceea transmisiune termică slabă. Puţin rezistente la baze din cauza conţinutului mare de acid boric.

Pentru sticle de nivele (schimbare bruscă de presiune şi temperatură) Schott & Gen. livrează sticla Duborax. Sticle de nivel cu reflexiune, plăci de sticlă de oglinzi prevăzute pe suprafaţa interioară cu caneluri se fac din sticlă Maxos. Prin călirea superficială a suprafeţei lor, sticlele se pot transforma pentru diferite scopuri, încât devenind insensibile la apa de mare, intemperii, şocuri etc.

Incă nu există o înţelegere cu privire la numirea de „sticlă dură". Deutsche Glastechnische Gesellschaft a propus: Sticla dură e o sticlă de compoziţie oarecare, a cărei uzură prin şlefuire, încercată conf. procedeului după DIN 2108, nu întrec înăl-

---

[1]) Thiene, Z. ang. Chem. 39 (1926), p. 193/94. — Sprechsaal 57 (1924), p. 627. — Ref. in Glastechn. Ber. 3 (1925/26), p. 63.

ţimea de uzură de 0,33 cm[1]). Sticlele care nu se călesc prin răcire bruscă, nu se pot numi sticlă dură, ci sticlă tare, sticlă cu un singur strat (Einschichtglas), sticlă scufundată (Tauchglas) etc.[2]).

Sticle speciale pentru raze ultaviolete[3]). a) Netransparente, pentru protecţia ochilor; se obţin, cu menajarea spectrului vizibil, prin adaose de crom, plumb şi pământuri rare (ceriu, neodim), titan. Sticla Umbral. b) Transparente[4]) pentru geamuri în clinici, încăperi mari de lucru, sere; pentru a utiliza efectul curativ al razelor, sticla să nu conţină fier şi titan; oxidul de nichel şi cel de cobalt diminuează cel mai puţin trecerea razelor utraviolete. In comerţ ca sticlă Vita (Anglia), Bios, Ultraviolet, Uviol, Brephos (Germania), Corex (U. S. A.).

Sticle speciale pentru accentuarea contrastelor culorilor:

Sticla neofan se utilizează la ochelari pentru aviatori, automobile şi sport, cum şi pentru corpuri de iluminat.

Sticle de siguranţă. Sticlă cu un singur strat prin tratament termic preparată astfel, încât la spargere să nu dea ţăndări, ci să se desfacă în granule.

Sticlă cu mai multe straturi, se fabrică prin reunirea a două table de sticlă comună sau din sticlă de oglinzi, şi anume prin intermediul unei plăci de celuloid la o presiune de 90 kg/cm^2 (sticlă Kinon), sau prin intermediul unor compuşi organici nesaturaţi, cari se pot polimeriza (Röhm & Haas). Se utilizează pentru geamuri de automobile, ochelari de protecţie şi as.

Prin tragerea sticlei în fire se fabrică lână de sticlă (cristalco), utilizată pentru izolarea termică a conductelor (p. 589).

Sticla solubilă[5]). Prin sticlă solubilă se înţeleg masele sticloase solubile în apă, cari se prepară prin topirea unor baze cu mai multe molecule de silice (adică fără adaus de var).

Produse comerciale. In comerţ se găseşte sub formă de bucăţi solide sticloase sau disolvate în apă de 37...40° Bé cu cca 70% SiO_2. Soluţiile trebue să fie ferite de aer.

Sticla solubilă se utilizează ca liant (culori de pictură, stereochimie), ca vopsea ignifugă pentru echipamente de teatru, la impregnarea lemnului, prepararea pietrelor artificiale, imprimarea stofelor, glazuri, conservarea ouălor.

Sticlă cu silice-vitreosil. Silice topită la 1725° — sticlă de cuarţ — e transparentă, sau netransparentă, dar translucidă. Mare rezistenţă la acizi (afară de acidul fosforic până peste 400°, şi acidul fluorhidric); de aceea se utilizează în loc de platină la instalaţii de concentrare şi denitrurare în industria sulfului, sărurilor şi acidului azotic, la instalaţii de clorurare şi procedee de oxidarea amoniacului. Compuşii bazici distrug sticla cu silice.

Un coeficient de dilatare extrem de mic ($^1/_{10}$ din al sticlei comune) justifică utilizarea la procedee cu răcire bruscă.

Din cauza rezistivităţii mari, e un material de construcţie pentru cuptoarele electrice. Nefiind higroscopică, nu dă condensare, şi are deci o pierdere electrică superficială mică. Mare transparenţă pentru razele ultraviolete, material pentru lămpi cu vapori de mercur (lămpi de cuarţ). Având constanţă optică, se utilizează pentru lentile şi prisme.

IV. Ţesături de sticlă, mătase de sticlă, vată de sticlă, lână de sticlă[6])

1. Prepararea din sticlă comună după trei procedee:

a) Procedeul de filare. Sticla se trage din cuptor prin bare de sticlă încălzite sau ajutaje, şi se înfăşoară pe un tambur, în rotaţiune rapidă. Fire de sticlă lungi, mătăsoase, elastice, de 0,01...0,03 mm grosime (ţesătură de sticlă, mătase de sticlă).

b) Procedeul prin centrifugare. Sticla topită se scurge pe un disc refractar, care se roteşte repede şi se centrifughează în fire subţiri neuniforme cu uşoare ondulaţii (vată de sticlă).

[1]) Glastechn. Ber. 13 (1935), p. 253. — [2]) Glastechn. Ber. 12 (1934), p. 255. — [3]) Sprechsaal 58 (1925), p. 93...96 — Ref. în Glastechn. Ber. 3 (1925/26), p. 268. — [4]) Jaeckel, Ultraviolettes durchlässiges Flachglas, Glastechn. Ber 6 (1928/29), p. 281. — Revised circular on ultraviolet glas. Letter circular 235. — Ref. în Glastechn. Ber. 6 (1928/29), p. 320. — W. Turner şi colaboratorii săi. Journ. Soc. Glass Techn. vol. XII, pp. 27, 306. 324. — Rüttenauer Phys. Unters. an Gläsern erhöhter UV-Durchlässigkeit. 61 (1928), p. 453. — [5]) Ullmann. Encyklopädie der techn. Chemie, vol. IX, p. 518, Wien 1932, Urban & Schwarzenberg. — [6]) v. Pazsiczky, Herstellung, Verarbeitung und Verwendung von Glasfäden, Glastechn. Ber. 14 (1936), pp. 206 ş. u.

c) Procedeul prin suflare. Desvoltat în USA, s'a utilizat în ultimul timp și în Germania. Suflând sticla lichidă ce iese din ajutaje cu aer sau abur comprimat, se obțin fire lungi foarte fine (până la 0,008 mm) și uniforme, ca de lână (lână de sticlă).

2. **Proprietăți.** Greutate mică a unității de volum: 20...120 kg/m³ după confecționare și utilizare; cel mai ușor produs e lâna de sticlă; cea mai grea e țesătura de sticlă; termoizolant excelent; conductibilitatea termică în stare neîndesată cca 0,03 kcal/mh° la 0°, până la 0,09 la 300°. Utilizabilă până la 400°. Bun izolator acustic: un strat de 2...3 cm absoarbe 60...70%.

3. **Utilizare.** a) Termoizolant pentru conducte, cazane, cuptoare industriale. Izolator contra frigului, la instalații frigorifere, răcitoare, vagoane frigorifere etc., ca și pentru pereți și acoperișuri. b) Izolant acustic pentru pereți, oale de eșapament pentru autovehicule. c) Material de filtrat pentru uleiu, acizi, baze, aer. Plăci intermediare pentru acumulatori. d) Straturi intermediare pentru geamuri termolux (v. acolo). e) Podoabe pentru pomi de Crăciun, peruci și alte articole de modă. f) Se tinde să se confecționeze textile din vată fină de sticlă, toarsă. Țesătura din lână de sticlă cu grosimea de 0,5...1 mm se utilizează în USA ca material ignifug în industria cablurilor și ca strat intermediar în plăcile de bitumen sau de rășini artificiale (piele mamut impermeabilă contra umidității).

4. **Forme comerciale.** Material pentru umplutură (lățimea 50 cm, lungimea până la 10 m, în toate grosimile), prins pe o față pe mucava, iută, sârmă de fier zincată. Saltele între țesături de sârmă zincată sau de asbest, învelișuri izolante, benzi și sfori de diferite dimensiuni.

c) Incercările chimice ale sticlei [1]

1. Proba la intemperii după Mylius, la 20°: Acțiunea aerului saturat cu vapori de apă, timp de 7 zile. Stabilirea alcalinității prin metoda cu iodeosină. 2. Proba de extracție după Mylius, la 100°: Acțiunea apei timp de 3 ore. Stabilirea bazelor disolvate prin titrare cu 1/100 acid clorhidric normal. 3. Proba standard cu granule după DGG. Incercarea comportării materialului sticlos proaspăt sub forma de mici granule. Fierbere a 4 cm³ de sticlă (între 0,30 și 0,49 mm) 5 ore în 100 cm³ apă la 100°. Stabilirea cantității pierdute prin disolvare. 4. Metoda de încercare a sticlei plane după Keppeler. Placa de sticlă se suspendă într'o albie umplută cu apă și se stabilește prin titrare trecerea în apă a bazelor. 5. Procedeul rapid cu granule, ca probă informativă. 6. Proba în autoclavă, pentru sticle cari vor fi expuse la abur de peste 100°. 7. Proba la acizi și baze. Stabilirea scăderii de greutate a sticlei încercate la încălzire cu acid clorhidric sau sodă. 8. Proba de sensibilitate la pătare după Zschimmer pt. sticlele de optică. Umezirea piesei de probă cu acid acetic și glicerină.

Tabela 3. Clasificarea sticlelor după durabilatatea hidrolitică

Calitatea	Probă de rezistență la intemperii *)	Probă de extracție**	Probă Standard de granulație ***)
I: Sticle rezistente la apă	0—5	0—50	0—10
II: Sticle cu rez. mecanică	5—10	50—150	10—15
III: Sticle mai dure de aparataj	10—20	150—400	15—25
IV: Sticle mai moi de aparataj	20—40	400—1600	25—50
V: Sticle inferioare de aparataj	peste 40	peste 1600	peste 50

*) Calitatea pt. rezistența la intemperii, mg iodeosină/m².
**) Bază dizolvată în apă (sub formă de Na_2O) în mg/1000 la 1 dm².
***) Clasificare numai la sticla de aparataj, mg rezidiu.

Pentru caracterizarea unei sticle trebue executate cel puțin două probe, și anume proba standard cu granule pentru examinarea substanței, și proba de extracție după Mylius la 100°, pentru examinarea suprafeței sticlei (tabela 3).

[1]) Merkblatt über Methoden zur Prüfung des Glases und chemische Widerstandsfähigkeit (Fachausschuß der Deutschen Glastechnischen Gesellschaft (DGG), F. Späte), Glastechn. Ber. 7 (1929), fasc. 11.

Scanned with OKEN Scanner

IX. Lemnul[1])

Prelucrare de profesor dr. ing. F. K o l l m a n n. Eberswalde

A. Structura şi defectele lemnului

1. Generalităţi. Lemnul e un ţesut de celule foarte diferite. Structura lui se recunoaşte prin trei secţiuni:

S e c ţ i u n e a t r a n s v e r s a l ă, perpendiculară pe axa trunchiului; inelele anuale se prezintă în cercuri mai mult sau mai puţin concentrice.

S e c ţ i u n e a r a d i a l ă prin axa longitudinală şi printr'un diametru; arată inelele anuale sub formă de linii paralele, razele medulare ca benzi.

S e c ţ i u n e a t a n g e n ţ i a l ă (în coardă) paralelă cu axa longitudinală, tangentă la inelele anuale, cari se prezintă aproximativ ca porţiuni de parabole sau elipse.

2. Structura grosieră (caracteristice exterioare). I n e l e l e a n u a l e reprezintă secţiuni prin învelişurile de lemn cari se formează anual, trase ca manşetele unul peste altul. In interiorul fiecărei zone de creştere anuală, l e m n u l d e p r i m ă v a r ă, de structură mai rară şi de culoare mai deschisă e urmat de l e m n u l d e t o a m n ă. Lăţimea inelelor anuale variază.

Greutatea unităţii de volum şi rezistenţa nu depind numai de lăţimea inelelor anuale; totuşi pinul are lemnul cel mai greu şi rezistent la o lăţime de 1...2 mm a inelelor anuale; la o lăţime de 3 mm, rezistenţa e mică; invers, la arborii foioşi cu vase repartizate inelar (de ex. frasin, hickory) inelele anuale de 2...4 mm indică o rezistenţă mare, iar cele de 1 mm şi mai înguste un lemn de calitate inferioară.

3. Structura fină[2]) şi compoziţia chimică. Scheletul de celuloză al lemnului constă din cristalite submicroscopice (m i c e l ă d e c e l u l o z ă) cu lungimea[3]) de cca 500...1000 Å şi grosimea de 50 Å. Micimea micelei condiţionează o s u p r a f a ţ ă i n t e r i o a r ă foarte mare (după densitatea lemnului, 75...500 m^2/cm^3).

Astfel aceasta explică, împreună cu deplasabilitatea micelei, multe proprietăţi fizice ale lemnului: higroscopicitatea, umflarea şi scăderea, proprietăţi termotehnice, electrice şi anumite proprietăţi de rezistenţă.

Tabela 1. Componentele chimice ale lemnelor germane (după C. G. S c h w a l b e şi E. B e c k e r)

Părţi componente (% din lemnul fără apă)	Molid	Pin	Fag	Mesteacăn	Plop
Celuloză (fără pentosan) .	57,84	54,25	53,46	45,30	47,11
Lignină	28,29	26,35	22,46	19,56	18,24
Pentosan	11,30	11,02	24,86	27,07	23,75
Proteină	0,69	0,80	1,05	0,74	0,63
Răşină, ceară, grăsime .	2,30	3,45	1,78	1,80	3,16
Cenuşă	0,77	0,39	1,17	0,39	0,32

Din punct de vedere chimic, c e l u l o z a constă din macromolecule[4]) filiforme cu un grad de polimerizare de 2000 şi mai mult, adică de o lungime de 10.000 Å şi mai mult.

C o m p o z i ţ i a e l e m e n t a r ă a lemnului e aproape aceeaşi şi constă din cca 50% carbon, 6,1% hidrogen, restul aproape exclusiv oxigen.

4. Defectele lemnului[5]). T r u n c h i u l s t r â m b (curb sau răsucit) se întâlneşte adesea şi micşorează valoarea de utilizare. T r u n c h i u l c o n i c e un defect tehnic, când grosimea se micşorează spre vârf, începând cu al doilea metru, cu mai mult de 1 cm pe 1 m lungime. T r u n c h i u l b i f u r c a t (cu mai multe măduve) e de obiceiu putred şi se

[1]) Bibliografie: K o l l m a n n, Technologie des Holzes, Berlin 1936, Springer. — Mitt. Fachausschuß f. Holzfragen, Berlin. — Date mai detaliate v. Stoffhütte ed. a 2-a, p. 562 ş. u.

[2]) L ü d t k e, Technol. u. Chem. Papier- u. Zellstoff-Fabrikation, vol. 30 (1933), p. 71.

[3]) Unitatea Ångström, p. 221.

[4]) S t a u d i n g e r, Holz als Roh- u. Werkstoff 1 (1938), fasc. 7, p. 259 ş. u.

[5]) K n u c h e l, Holzfehler, Bern 1934, Bücher & Co. — F a b r i c i u s, Forstbenutzung, ed. a 13-a, Berlin 1935, Parey.

desface la ferestrău. Crăpături date de ger (gelivuri), arsurile coajei provocate de soare, degradările cauzate de ciuperci şi întinderea lemnului nesănătos micşorează valoarea lemnului după amploarea atinsă. Creşterea excentrică dă o scădere şi rezistenţă neregulată (tendinţa de crăpare transversală, rezistenţa la rupere redusă, duritate mare). Creşterea în spirală devalorizează trunchiurile, dacă fibrele prezintă o tură completă pe lungimea de 10 m sau mai puţin. Crengile să fie normale şi urcătoare; desavantajoase sunt nodurile căzătoare şi putrede (se astupă cu dopuri!). Pungile de răşină şi crăpăturile micşorează valoarea lemnului în raport cu mărimea şi frecvenţa lor.

B. Proprietăţi fizice şi de rezistenţă

1. Greutatea unităţii de volum a lemnului variază în stare uscată între 0,08...1,40 g/cm³. Materialul pereţilor celulelor are o greutate specifică de cca $\gamma = 1{,}50$ g/cm³. Partea c a porilor se poate calcula deci din greutatea unităţii de volum r: $c = 1 - r/1{,}50 = 1 - 0{,}667\, r$.

Tehnic e importantă relaţiunea dintre greut. unit. de volum şi umiditatea lemnului [1]) (fig. 1). Greutăţile unit. de volum fără indicarea umidităţii lemnului nu sunt concludente. Fluctuaţiile şi valorile medii ale greut. unit. de volum v. tab. 4, p. 918.

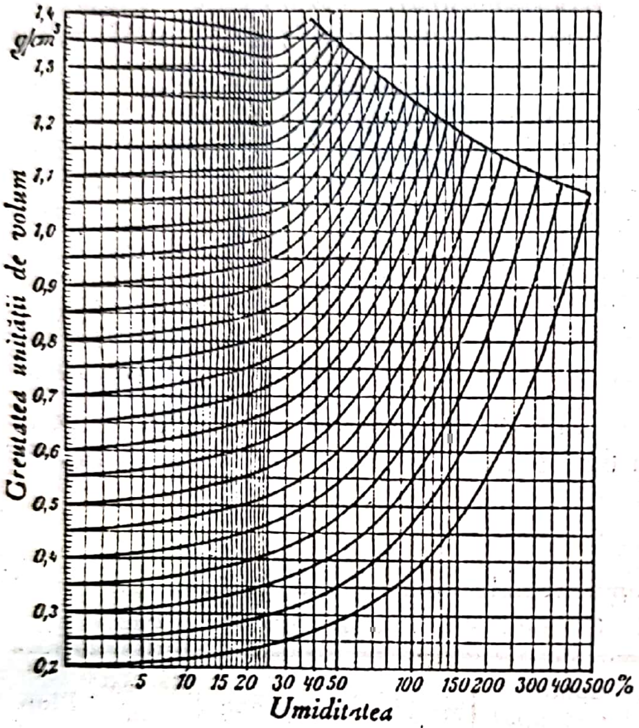


Fig. 1. Greutatea unităţii de volum în funcţiune de umiditatea lemnului

2. Umiditatea lemnului. Umiditatea naturală a lemnului coniferelor proaspăt doborîte (în Germania) e de 40...170%, la foioase 35...130%; în măduvă de obiceiu numai 30%. Conţinutul de umiditate u se raportează la greutate în stare uscată G_d; dacă G_u e greutatea în stare umedă avem: $u = (G_u - G_d)/G_d \cdot 100$ [%].

Tab. 2. Conversiunea metrului ster în metru cub plin

1 m³ lemn rotund, lemn despicat, neecarisat	.	0,8 m³ plini *)
1 m³ „ „ cu diam. mai mic sau lemn de foc (din trunchiuri şi ramuri)		0,7 „ „
1 m³ „ „ (ramuri)	. . . .	0,5 „ „
1 m³ scoarţă	. . . .	0,3 „ „
1 m³ lemn pentru celuloză (lung. 1 şi 2 m)	. .	0,8 „ „ *)**)
1 m³ „ „ „ (lung. 3 şi 4 m)	. .	0,7 „ „ *)**)

*) ecarisat cu 10% mai mult **) ecarisat complet cu 15% mai mult.

Stabilirea umidităţii lemnului v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 568.
La confecţionarea şi utilizarea obiectelor de lemn trebue luat în considerare conţinutul de umiditate prescris după tabela 3.

Tabela 3. Conţinutul de umiditate prescris la obiecte de lemn

Placaj	5...6 %
Mobilă, piese de mobilă, parchete, uşi în camere cu încălzire centrală .	6...8 %
Obiecte ca mai sus, în încăperi cu încălzire cu sobe	10...12%
Rame pt. ferestre, porţi de intrare, roţi, spiţe de roţi, piese de avion . . .	12...14%
Vagoane de cale ferată, obiecte utilizate exclusiv în aer liber	13...16%

[1]) Kollmann, ZVDI 78 (1934), p. 1399.

Scanned with OKEN Scanner

3. **Umflarea și scăderea** [1]) cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 568. In medie generală, la coniferele semigrele, raportul dintre umflarea în lungul fibrelor α_l, umflarea radială față de inelele anuale α_r și umflarea tangențială la inelele anuale α_t e de 1 : 10 : 20. Umflarea cubică α_v se calculează din

$$\alpha_v = (1 + \alpha_t)\ (1 + \alpha_r)\ (1 + \alpha_l) - 1.$$

Valoarea maximă a umflării la 28% umiditate a lemnului la punctul de saturare al fibrelor e la un prim calcul:

$$\alpha_v \approx 28\, r_0.$$

Coeficientul de umflare și de scădere al lemnului industrial v. tab. 4, p. 918.

4. **Proprietăți termice** [2]).

D i l a t a r e a t e r m i c ă a molidului, bradului, stejarului, paralel cu fibrele e de cca 1/3...1/2 din a oțelului omogen, a cișmirului (rigle de măsurat) cu un coeficient de dilatare minimă de $0{,}25 \cdot 10^{-5}$. Practic legile scăderii și umflării sunt valabile peste 0°.

C o n d u c t i b i l i t a t e a t e r m i c ă λ a lemnelor cu o umiditate de 10% și la temperatura de 20°, la trecerea căldurii în direcțiunea perpendiculară pe fibre, e la un prim calcul:

$$\lambda_\perp = 0{,}15\, r^{1,5} + 0{,}04\ \text{[kcal/mh°]},$$

unde greutatea unității de volum r, corespunde conținutului de umiditate momentan în g/cm³; $\lambda_{||} = 2\lambda_\perp$. In intervalul higroscopic de fiecare 1% apă absorbită, conductibilitatea termică crește în medie cu 1,2% (v. p. 589).

C ă l d u r a s p e c i f i c ă medie c a lemnului uscat artificial (între 0 și 100°) e 0,324 kcal/kg°, la 15% umiditate cca 0,40, la 30% cca 0,45.

P u t e r e a c a l o r i f i c ă a lemnului fără apă e de 4500 kcal/kg, a lemnului uscat natural între 3200 și 4000 kcal/kg.

5. **Proprietăți electrice.** R e z i s t i v i t a t e a lemnului uscat artificial $\rho = 5 \cdot 10^{11}\ \Omega$ cm [3]); scade brusc cu urcarea umidității și la 15% nu e decât $3{,}5 \cdot 10^8\ \Omega$ cm, la 30% cca $2{,}5 \cdot 10^5\ \Omega$ cm. Parafinarea dă un bun efect de ecran electric.

C o n s t a n t a d i e l e c t r i c ă ε a lemnului uscat artificial: $\varepsilon_\perp = 3{,}6$, $\varepsilon_{||} = 2{,}5$; la 10% $\varepsilon_\perp \approx 5$.

6. **Elasticitate și proprietăți de rezistență.** Valorile v. p. 918 și 921. M o d u l u l d e e l a s t i c i t a t e ș i r e z i s t e n ț e l e d e r u p e r e s t a t i c ă cresc proporțional cu g r e u t a t e a u n i t ă ț i i d e v o l u m și, între 5 și 25% umiditate, scad liniar cu ea [4]).

Tabela 5. Rezistență și umiditate

Creșterea umidității cu 1% provoacă	pentru	o scădere de
Modulul de elasticitate	E	2%
Rezistența la compresiune	$\sigma_{d\,B}$	5
Rezistența la întindere*)	σ_B	3
Rezistența la încovoiere	$\sigma_{b\,B}$	4
Rezistența la alunecare și torsiune	τ	3
Rezistența la forfecare*)	τ_S	3
Duritatea — lemn tranversal	$H_{B\,||}$	3
Duritatea — lemn longitudinal	$H_{B\,\perp}$	2,5

*) După cercetări noi se ajunge, la maximum pentru umiditatea de 7,5% a lemnului.

Micșorarea rezistenței la s o l i c i t a r e o b l i c ă față de d i r e c ț i u n e a f i b r e l o r e considerabilă. In general e valabilă următoarea formulă:

$$\sigma_\gamma = \sigma_{||}\, \sigma_\perp / (\sigma_{||} \sin^n \gamma + \sigma_\perp \cos^n \gamma),$$

1) M o r a t h, Studien über die higroskopischen Eigenschaften und die Härte der Hölzer, Hannover 1932, Schaper.

2) C a m m e r e r, Holz als Roh- und Werkstoff 1 (1938), fasc. 6, p. 209. — K o l l m a n n, Gesundh.-Ing. 57 (1934), p. 224.

3) 1 Ω cm = 10⁴ Ω mm²/m.

4) M a r k w a r d t și W i l s o n, Strenght and related properties of woods grown in the United States, Washington 1935, US. Dept. Agric., Technical Bulletin No. 419.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Proprietățile lemnelor industriale mai importante (la uscare naturală $u \approx 15\%$)

Esența	∥ paral. cu fibrele ⊥ perp. pe fibre	Greutatea unității de volum g/cm³	Scăderea medie α_r 1) %	Scăderea medie α_t 2) %	Modulul de elasticitate mediu E kg/cm²	Rezistența la compresiune σ_{dB} kg/cm²	Rezistența la întindere σ_B kg/cm²	Rezistența la încovoiere σ_{bB} kg/cm²	Rezistența la forfecare τ_S kg/cm²	Reziliența a kgm/cm²
Molift (Picea excelsa)	∥	0,33—**0,47**—0,68	3,6	7,8	110 000	300—**430**—670	400—**900**—2450	420—**660**—1160	54—**67**—120	0,10—**0,50**—1,10
	⊥				5 500	20—**58**—95	15—**27**—40		260	
Pin (Pinus silvestris)	∥	0,33—**0,52**—0,89	4,0	7,7	120 000	300—**470**—800	350—**1040**—1960	350—**870**—2060	60—**100**—150	0,20—**0,70**—1,60
	⊥				4 600	40—**77**—140	10—**30**—44		210	
Larice (Larix europaea)	∥	0,44—**0,59**—0,85	3,3	7,8	120 000	350—**530**—690	**1070**	540—**840**—1320	45—**90**—100	0,40—**0,70**—1,30
	⊥					**60**	**23**		250	
Pitchpine (în comerț) (Pinus palustris)	∥	0,49—**0,67**—0,90	5,1	7,5	132 000	350—**490**—830	**1050**	**910**	**96**	**0,70**
	⊥					**70**	**32**			
Brad (Abies pectinata)	∥	0,35—**0,45**—0,75	3,8	7,6	110 000	260—**400**—500	480—**840**—1180	400—**620**—1000	40—**50**—65	0,40—**0,60**—1,10
	⊥				4 900	**42**	**23**		**275**	
Pin alb (Pinus strobus)	∥	0,34—**0,40**—0,50	2,3	6,0	85 000	220—**280**—600	**800**	320—**540**—720	**55**	0,30—**0,38**—0,50
	⊥					**32**	**21**			
Paltin (arțar) (Acer platanoides)	∥	0,56—**0,66**—0,83	3,2	8,4	113 000	420—**525**—650	560—**1000**—1950	500—**1170**—1400	**90**	**0,65**
	⊥				11 000	**100**	**35**		**330**	
Mesteacăn (Betula verrucosa)	∥	0,51—**0,65**—0,83	5,3	7,8	165 000	325—**430**—850	350—**1370**—2700	650—**1250**—1400	**120**	0,45—**1,00**—1,30
	⊥				8 000	**90**	**70**			
Stejar (Quercus pedunculata și Q. sessiliflora)	∥	0,43—**0,69**—0,96	4,0	7,8	130 000	420—**540**—870	500—**900**—1790	460—**910**—1540	60—**110**—130	0,10—**0,75**—1,60
	⊥				10 000	**105**	26—**40**—96		**320**	
Frasin (Fraxinus excelsior)	∥	0,48—**0,72**—0,94	5,0	8,0	120 000	250—**480**—630	340—**1040**—2200	500—**1020**—1780	**65**	0,10—**0,80**—2,60
	⊥				11 000	52—**105**—165	**70**			
Hickory (Hicoria alba)	∥	0,70—**0,81**—0,99	7,8	11,0	140 000	**520**	**1500**	**1190**	**110**	**1,54**
	⊥					**130**	**97**			
Teiu (Tilia parvifolia și T. grandifolia)	∥	0,35—**0,53**—0,60	5,5	9,1	74 000	220—**440**—660	230—**850**—1450	390—**900**—1250	40—**45**—60	0,20—**0,50**—0,80
	⊥				2 500		85—**125**—170		**215**	
Nuc (Juglans regia)	∥	0,63—**0,68**—0,73	5,4	7,5	125 000	375—**575**—715	**1000**	800—**1190**—1430	—	**0,95**
	⊥					**120**	**35**			
Plop (negru) (Populus nigra)	∥	0,41—**0,45**—0,56	5,2	8,3	88 000	220—**370**—480	430—**770**—1100	400—**550**—800	40—**50**—60	0,30—**0,50**—0,70
	⊥									

Scanned with OKEN Scanner

Salcâm (Robinia pseudoacacia)	‖	0,58 – 0,77 – 0,90	4,4	6,9	136 000	590	1475	1200	160	1,14
	⊥					130	43			
Fag (Fagus silvatica)	‖	0,54 – 0,73 – 0,91	5,8	11,8	160 000	350 – 525 – 840	570 – 1350 – 1800	630 – 1050 – 1800	65 – 80 – 190	0,80
	⊥				15 400	90	70		340	
Ulm (Ulmus campestris)	‖	0,48 – 0,68 – 0,86	4,6	8,3	110 000	300 – 410 – 600	650 – 800 – 2100	450 – 700 – 1600	70	0,20 – 0,60 – 1,10
	⊥					100	40		250	
Carpen (Carpinus betulus)	‖	0,54 – 0,83 – 0,86	6,8	11,5	130 000	440 – 660 – 800	470 – 1070 – 2000	470 – 1070 – 1400	85	0,80
	⊥								320	

1) r = radial. — 2) t = tangențial.

unde σ_γ e rezistența pentru un unghiu γ între forță și fibre, $\sigma_{\parallel}$ rezistența paralel cu fibrele ($\gamma = 0°$) și $\sigma_{\perp}$ rezistența perpendicular pe fibre ($\gamma = 90°$).

Ecuația e valabilă pentru rezistența la compresiune cu $n = 2{,}5...3{,}0$, pt. rezistența la întindere cu $n = 1{,}5...2{,}0$ și pt. rezistența la încovoiere cu $n = 2{.}0$. La compresiune perpendicular pe fibre se mărește rezistența cu cca 100% dacă forța e transmisă printr'o traversă sau un priboiu.

R e z i s t e n ț a l a î n c o v o i e r e d i n a m i c ă (kgm/cm²) are importanță pentru piesele de avion din lemn, pentru vehicule, scânduri de bărci, unelte de sport, antene etc. (v. tab. 4). Influența umidității asupra ei se poate neglija.

R e z i s t e n ț a l a o b o s i r e, adică limita la care sau sub care lemnul rezistă la un număr oarecare de alternențe ale sarcinii, fără a se rupe, e la încercarea la încovoiere de cca 25...30% din rezistența statică la încovoiere (tab. 6).

Tabela 6. Cifrele de rezistență ale lemnului de construcție de avioane (după O. Kraemer)

σ_{dB} = compresiune, σ_B = întindere, σ_{bB} = încovoiere, σ_W = incovoiere alternativă.

Esența	Greut. un. de vol. r_u g/cm³	Umiditatea u %	Cifre de rezistență la solicitări parlel cu fibrele: σ_{dB} kg/cm²	σ_B kg/cm²	σ_{bB} kg/cm²	σ_W kg/cm²
Pin lemn perf.	0,65	10,8	748	1700	1160	420
Pin alburn	0,56	11,3	609	1190	955	360
Spruce (molift)	0,48	10,8	473	1140	1020	300
Frasin	0,65	9,5	600	1330	1220	360
Nuc	0,60	8,1	681	1260	1400	420

Din cauza unei structurii neuniforme, d u r i t a t e a lemnelor, încercată după J a n k a sau B r i n e l l, e variabilă și valorile discutabile. R e z i s t e n ț a l a u z u r ă crește în următoarea ordine: brad, pin, paltin, stejar, fag, valorile pentru brad și fag fiind în raportul de 1 : 3.

Î n c e r c a r e a l e m n u l u i după DIN 2180...2190 și 2192. Tensiuni admisibile pentru lemnul de construcție v. p. 773.

C. Distrugerea lemnului, protejarea și uscarea lui

1. Coroziunea chimică [1]. Durata esențelor de conifere, fag, stejar, ulm în aer liber, neprotejate e de 30...80 ani, la construcții sub acoperiș 50...150 ani, uscate în continuu aproape nelimitată, sub apă 100...500 ani. Dintre compuși chimici, lemnul rezistă la baze slabe până la $pH \leqq 11$, la acizi până la $pH \geqq 2$ [2]).

2. Paraziții vegetali ai lemnului [3]). S c h i m b a r e a c u l o r i i l e m n u l u i. Invinețirea micșorează valoarea coniferelor (alburn), dar nu influențează greutatea unității de volum și rezistența la compresiune. Rezilienta scade cu cca 10%. Prevenire prin cât mai grabnică transportare din pădure, a trunchiului doborît, depozitare la aer, mijloace otrăvitoare pt. ciu-

[1]) Liese și Mörath, Holzschutz i. d. Landw., Mitt. Fachaus. f. Holzfr. 5, Berlin 1933, ed. VDI. — [2]) pH = concentrația ionilor de H. Cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 30. — [3]) Mahlke-Troschel, Handb. d. Holzkonserv., ed. a 2-a, Berlin 1928, Springer.

perci (fungimors) sau depozitare sub apă. Lemnul sănătos și roșu de fag e protector pt. izolarea locurilor alterate și a rănilor. Greutatea și rezistența nu sufere, impregnabilitatea da. Putrezirea trunchiului (ciuperca pinului, putregaiu roșu sau alb) apare în gen. în pădure, nu la lemnul industrial. Putrezirea de depozitare (babiță, barba caprei, pălăria șarpelui, buretele de rouă etc.) apare în gen. în aer liber (traverse, stâlpi de telegraf, garduri, pari), în case umede și la construcții în mine. Putreziri de casă. Buretele de casă (merulius domesticus) atacă în case coniferele și foioasele (afară de lemnul sănătos de stejar). La uscare lemnul scade, crapă și se desface în cuburi sfărâmicioase. Combatere: Mișcarea și reînoirea aerului, îndepărtarea totală a locurilor alterate și vopsirea de protecție. Alte putregariuri de casă: văcăliile (polyporus) și buretele de pivniță (merulius lacrimans).

3. Paraziții animali ai lemnului. Anobiide, gornici sau croitori (cerambycidae), carii, xilofagi, viespi de lemn, furnici uriașe și animale de mare: scoici, izopode, amfipode (raci fără foarfeci).

4. Procedee de protecția lemnului. Lixivația, carbonizarea și vopsirea au efect nul sau redus:

Procedeul de imersiune (cianizare). Imersiunea într'o sol. de sublimat de 0,66%; durata impregnării pt. pin min. 192 ore, pt. molift și brad min. 240 ore. Se absoarbe în acest timp 0,6...1,0 kg sare/m³ lemn. Adâncimea de pătrundere 4...10 mm. Sarea se fixează în lemn.

Procedeul de eliminarea sevei (după Boucherie). Sol. de impregnare e sulfatul de cupru cu conc. de 1...5% (recent și săruri Wolman), îndepărtează o mare parte din sevă și iese peste 8...10 zile prin vârful trunchiului.

Procedeul de vid și presiune. Cel mai important e procedeul economic al lui Rüping: Lemnul uscat natural se supune întâi în cazane de impregnare unei presiuni de 0,5...4 at. și aerul comprimat pătrunde în spațiile intercelulare. Sub aceeași presiune se introduce în cazan uleiu de gudron preîncălzit la 70...100°. El pătrunde numai când se pompează în cazan o nouă cantitate de uleiu de gudron, și anume la o pres. de 6...8 at. După cca 30 min. presiunea încetează și se produce un vid de 60...65 cm col. Hg., timp de 2...8 ore. Cant. minimă de uleiu de gudron absorbit la impregnarea traverselor: pt. pin 63 kg/m³, lariță 45 kg/m³, fag 145 kg/m³, stejar 45 kg/m³.

Procedeul de difuziune și osmoză utilizează un mat protector, în pachete, cu care se înconjoară piciorul trunchiului și vârful; sarea intră prin difuziune în apa care se ridică în lemn (impregnarea ulterioară a trunchiurilor vechi). O impregnare totală se face prin procedeul de osmoză: lemnul proaspăt și decojit complet se acopere cu sare de impregnare în formă de pastă (10 kg la 6 l apă); lemnele depozitate, îndesate și acoperite cu o hârtie creponată impermeabilă stau astfel min. 3 luni.

5. Mijloace de protecția lemnului. (Încercarea după DIN 2176, fila 1.) Mijl. de protecție contra atacului ciupercilor (putregaiu): clorură mercurică (sublimat), clorură de zinc, sulfat de cupru (proc. Boucherie), compuși ai fluorului, fluorură de sodiu, amestecați cu fenoli nitrurați: bazilit, microzol, minolit (amestecat cu săruri ignifuge), osmolit, pastă protectoare contra ciupercilor tip. I. G. Farbenind., mat. protector contra ciupercilor al lui Rütgers, tanalit, triolit. Silicofluorură de zinc (fluralsil).

Cele mai răspândite dintre mijloacele de impregnare sunt uleiurile de gudron (uleiu de impregnare, creosol, carbolineu). O anumită importanță au câștigat și hidrocarburile clorurate (xilamoni).

Mijloacele de protecție contra animalelor. Au dat rezultate sărurile de arsen.

Preparate ignifuge[1]). Soluții apoase de săruri (fără sticlă solubilă); efectul lor se bazează pe desvoltarea de gaze (de ex. NH_3, CO_2, SO_2) asfixiante cari sting flacăra și topituri. O protecție eficace de suprafață o dau amestecurile de sticlă solubilă cu mat. spumante organice, cari formează în foc bule de spumă.

Mijloace contra umflării[2]). Cea mai mare garanție o dau acoperirile exterioare (folii de aluminiu, praf de aluminiu cu asfalt sau cu o vopsea de smoală, o vopsea de plumb sau de uleiu, lacuri de bărci).

6. Uscare și aburire. Uscarea naturală a lemnului progresează încet până la uscăciunea de atmosferă. Avantaje: se reduce atacul ciupercilor, scade greut. unit. de volum, crește rezistența și capacitatea de a fi vopsit și impregnat.

Aburirea lemnului proaspăt de fag, nuc și mahon urmărește o colorare închisă.

Uscarea artificială[3]) executată corect nu provoacă o pierdere de valoare mai mare decât uscarea naturală. Pericolele prin depozitarea unei cantități mai mari cad. Cheltuelile la lemn prelucrat se urcă la cca 3...15% din valoarea lemnului brut, v. Stoffhütte, p. 581.

---

[1]) Metz, Herabsetzung d. Brennb. d. Holzes, Mitt. Fachaussch. f. Holzfr., fasc. 13, Berlin 1936, ed. VDI. — DIN 4102. — [2]) Graf, Versuche über d. Eigensch. d. Hölzer nach der Trocknung, Mitt. Fachaussch. f. Holzfr., fasc. 1/2 și 10, Berlin 1932 și 1934, ed. VDI. — [3]) Kollmann, Künstl. Holztrocknung u. -lagerung, AWF-Merkh. 250, Berlin 1932, ed. Beuth; Arch. Wärmewirtsch. 16 (1935), fasc. 12, p. 329.

D. Valorificarea chimică a lemnului[1])

1. **Pasta mecanică de lemn** v. vol. IV.

2. **Celuloza de lemn** (sulfitică, alcalină şi sulfatică) v. vol. IV.

3. **Zahărul din lemn**[2]).

4. **Carbonizarea lemnului**[3]). Distilare uscată în retorte. Produse în părţi de greutate cca 37% cărbune de lemn, 5% acid acetic, 1,5% alcool metilic (conc. 100%), 8% (la pin 16%) gudron de lemn şi uleiu de gudron de lemn. Mai reprezintă valori importante fabricarea de acetonă, metanol, solvenţi, aldehidă formică, ester acetic.

E. Prelucrarea mecanică şi înobilarea lemnului

1. **Maşinile de prelucrat lemnul** v. vol. II, secţ. Maşini unelte.

2. **Deformarea lemnului.** I n c o v o i e r e a lemnului aburit după T h o n e t (zona întinsă descărcată cu o bandă de oţel) până la $d/r \geqq 1$, pentru $r \geqq 50$ mm, unde r = raza de curbură, d = grosimea lemnului.

In deosebi potriviţi: fagul, frasinul, hickory, paltinul, mesteacănul, ulmul, stejarul, salcâmul, cireşul, alunul. Presiunea aburului 1...2 at, durata 1 oră pentru fiecare 25 mm grosime. Intrebuinţarea la mobile, construirea avioanelor, vagoanelor, maşinilor, uneltelor, bastoanelor, umbrelelor etc. Presarea în matriţe de plăci subţiri de lemn, când surplusul de material trebue fălţuit şi refulat (cutii de ţigări).

3. **Incleire**[4]). Un rezumat privitor la cleiurile mai importante pentru lemn v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 583.

4. **Foi de placaj, placaj, lemn lamelat.** Confecţionarea f o i l o r d e p l a c a j cu ferestrăul, raboteza sau strungul (DIN 4079). La placaje direcţiunea fibrelor alternează din strat în strat, de obiceiu cu 90°. Plăci de placaj (DIN 4078, DINL 182, DIN L 183) constând din 3, 5, 7 etc. foi de placaj, plăci de lemn cu late încleite interpuse (plăci încleite în bloc sau în bare).

Pentru scopuri speciale (avioane, vapoare, vagoane de căi ferate şi caroserii) se utilizează lemn lamelat din plăci de placaj de 0,1...0,3 mm, imbibate cu un material sintetic şi presate la o presiune mare[5]).

Tab. 7. Proprietăţile lemnului lamelat după O. Kraemer

Proprietăţi	Dir. fibrelor la probe	Fag		Mesteacăn	
		neînobilat	înobilat (45×)	neînobilat	înobilat (50×)
Greut. unit. de vol. [g/cm³]		0,65	0,94	0,67	1,00
Umiditatea [%]		9,0	6,0	10,0	6,5
Rezist. la întind. [kg/cm²]	∥	1 400	1 290	1 380	1 280
	⊥	100	215	75	383
Rezist. la compr. [kg/cm²]	∥	600	1 350	700	1 150
	⊥	—	540	90	540
Rezist. la încov. [kg/cm²]	∥	1 300	2 200	1 400	2 200
	⊥	120	360	100	550
Rezist. la tors. [kg/cm²]	∥	200	320	200	—
	⊥	110	200	—	—
Modulul de elast. [kg/cm²]	∥	150 000	185 000	160 000	215 000
	⊥	9 000	34 000	5 000	48 000
Modulul de tăiere [kg/cm²]	∥	9 200	15 000	8 000	—

[1]) Hägglund, Holzchemie, Leipzig 1928, Akad. Verlagsges. — [2]) Luers, Holz als Roh- und Werkstoff 1 (1937), f. 1/2. p. 35. — [3]) Klar, Holz als Roh- und Werkstoff 1 (1938), f. 4, p. 139. — [4]) Blankenstein, Holzbearbeitung vol. III, Leimen von Holz, RKW 8/AFW 264, Berlin şi Leipzig 1937, Teubner. — [5]) Brenner şi Kraemer, Holzvergütung durch Kunstharzverleimung, Mitt. Fachausschuss f. Holzfragen, f. 12, Berlin 1935 ed. VDI.

5. **Lemn presat, metalizat şi imbibat cu uleiu.** Prin presarea lemnului de fag de secţiune pătrată, fără noduri, la o presiune de 300...350 at se obţine lignostone [1]), greut. un. de volum 1,05...1,45 g/cm³, rezistenţa la compresiune ‖ cu fibrele 1500 kg/cm², ⊥ pe fibre 1000...1100 kg/cm², rez. la întindere 2500 kg/cm², rez. la încovoiere 2500 kg/cm², modulul de elasticitate 280 000 kg/cm², rez. la înc. din. 1,5 kgm/cm², rez. la tăiere, radial 160 kg/cm², tangenţial 265 kg/cm². Utilizare: Piese de maşini (cusineţi, suveici, bătători de războaie de ţesut, segmente dinţate pt. roţi, ghidaje de gatere, piese de transmisie, armături etc.). Aceleaşi proprietăţi le are lignofolul, din foi de placaj de fag, aşezate paralel şi solidarizate printr'un cleiu sintetic.

Lemn metalizat [2]) prin imbibarea unui lemn uscat cu un metal lichid cu un punct de fuziune coborît: Greut. un. de volum a lemnului de nuc imbibat în zone, între 0,95 şi 3,83; de rezistenţă mare la compresiune şi duritate mare, umflare redusă. Lemnul metalizat se poate rabota, fĕrestrui, găuri şi înclei; utilizare pentru paliere; aici şi lemnul imbibat cu uleiu.

6. **Lemn flexibil** [3]). Prin fierbere, aburire în vid şi comprimare în direcţiunea fibrelor, după un anumit procedeu brevetat, lemnul devine permanent flexibil (modulul de elasticitate 15 000...30 000 kg/cm²). Lemnul plastic, rumeguş de lemn amestecat cu lianţi (de obiceiu ester de celuloză), se solidarizează intim cu lemnul şi după întărire (lucrări de restaurare în tâmplăriile de construcţie şi de mobile, la modele de turnătorie, la construirea avioanelor, pentru scopuri ortopedice, membre artificiale etc.) se poate prelucra, băiţui şi polisa uşor.

7. **Plăci de construcţie conţinând lemn** [4]) v. cap. VI, p. 884.

F. Utilizarea lemnului

1. **Lemnul industrial** se clasifică în [5]):

Lemn industrial lung: Trunchiuri (lemn lung şi bucăţi tăiate), care imediat lângă capătul mai gros, au peste 14 cm Ø, stâlpi până la 14 cm Ø. Calcularea cubajului trunchiului fără scoarţă în metri cubi plini, clasificarea după calitate creşte cu diametrul pentru foioase, pin, larice, pin alb sau strebe, clasa 1 sub 20 cm, clasa 6 dela 60 cm şi mai mult). Calităţi:

Calitatea A: Piese cari se disting prin proprietăţi bune, din material sănătos cu fibre paralele, dens, fără noduri sau aproape fără noduri, fără defecte, sau cu alteraţiuni şi defecte mici, cari nu influenţează valoarea de utilizare; pentru lemnul de foi de placaj, după necesitate, subclase.

Calitatea B: Piese normale, sănătoase, din trunchiuri uscate, atinse numai de neînsemnate alteraţiuni şi defecte, cari nu influenţează valoarea de utilizare.

Calitatea C: Piese cu multe noduri, din trunchiuri cu secţiuni diferite, sau crescute cu fibre răsucite, cum şi tăiate din părţile de sus ale trunchiului, cu secţiuni diferite, şi piese alterate, atât cât se mai pot utiliza ca lemn industrial, în deosebi piese cu noduri adânci, vicioase, cu putregaiu roşu şi alb (dar exclusiv petele mici putrezite) sau cu alte feluri de distrugeri însemnate provocate de ciuperci, cum şi piese cu o coajă circulară mai adâncă; în caz de nevoie calitatea C se poate subîmpărţi.

Stâlpi: Lemn industrial cu sau fără vârf, care la o distanţă de 1 m dela capătul mai gros au până la 14 cm Ø. Clasificarea după diametru şi lungime.

Pentru stâlpi de telegraf v. Lieferungsbed. der Reichstelegraphenverw. u. des Reichspostministeriums. Bulumaci sub 7 mm Ø.

Lemn industrial ca lemn despicat, lemn rotund (14 cm Ø), lemn rotund (7...14 cm Ø) şi lemn în pachete se vinde în metri cubi plini.

Scoarţa industrială pentru scopuri industriale 1 m³ = 0,3 m³ plini, cântăreşte 200 kg (uscată în pădure).

---

[1]) Procedeu brevetat de Holzveredelungs-G m b H in Haren/Ems. — [2]) Naeser, Umschau 34 (1930), p. 250; Fabricarea (şi a lemnului îmbibat cu uleiu) Öl-Los G m b H. — [3]) Gesellschaft für Holzveredelung G m b H, Essen-Altenessen. — [4]) Kollmann, Mörath und Zeller, Holzhaltige Leichtbauplatten, Mitt. Fachausschuss f. Holzfragen, f. 7, ed. a 3-a, Berlin 1938, ed. VDI. — [5]) Reichs-Holzmessanweisung din 1 Aprilie 1936.

2. **Lemn de foc:** Lemn despicat, lemn rotund, crengi, vreascuri.

3. **Lemnul de mină** se utilizează ca stâlpi lungi și tăieturi; trebue să fie sănătos și cu puține noduri; se admite lemn uscat în trunchiu și lemn vânăt, întru cât au rezistență suficientă și rezistă la tăierea cu toporul și la baterea cuielor.

Stâlpi lungi, dela 4 m lungime în sus, până la diametrul mijlociu de 20 cm, fără scoarță. Lemnul de mină (scurt) se calculează după bucată în metri cubi plini, sau în stive.

4. **Lemn pentru traverse** (v. Vol. III., Secț. Căi ferate). Condițiunile de livrare pentru Căile Ferate Germane:

Traversele din material perfect sănătos, necariate, fără crăpături provocate de ger, fără noduri putrede, fără rămășițe de ramuri și fără lemn prea răsucit. Ele vor fi fără noduri proeminente și fără ramuri și nu vor avea locuri atacate de mucegaiu și de ciuperci. Traversele de fag pot avea lemn sănătos roșu (până la noi dispozițiuni până la 30% din secțiune). Crăpături mai mari (cu o adâncime mai mare de 30 cm) nu sunt admise.

I.	Traverse de căi ferate Cal A.	$l = 2,60$ m, $b = 0,26$ m, $h = 0,16$ m;
II.	,, ,, ,, ,, ,, B.	$l = 2,50$ m, $b = 0,24$ m, $h = 0,14$ m;
III.	,, ,, ,, ,, ,, C.	$l = 2,50$ m, $b = 0,20..\ 0,22$ m, $h = 0,14...0,15$ m;
IV.	,, pentru macazuri	$h = 3...7,2$ m, $b = 0,26$ m, $h = 0,16$ m.

Traversele nu vor avea în înălțime și lățime decât 2 cm muchii știrbite. Se vor proteja în general după procedeul Rüping, cu gudron (p. 920).

5. **Lemn pentru celuloză.** Lemn rotund (de obiceiu molift, brad, plop tremurător) în lungimi de 1...4 m, tăiat cu fierăstrăul la ambele capete, sănătos, fără multe noduri, măsurat în metri cubi. Categoriile A, B, C cu diametrul de 14, 10...14 și 7...10 cm cu scoarță.

6. **Lemn de construcție** (cherestea) [1]) se subîmparte în 1. necioplit (m^3 plini), 2. cioplit (m^3 plini) după forma muchiilor: cu muchii ascuțite, cu muchii neîntrerupte (numai la o lungime de $^2/_3$ cu muchii ascuțite) și cu muchii naturale (cu muchii ascuțite la o lungime mai mică de $^1/_3$).

Secțiunile lemnului dreptunghiular după DIN 4070

6	8	10	12	14	16	18
6/10 6/12	8/8 8/10 8/14	10/10 10/12 10/16	12/12 12/14	14/14 14/16	16/16	18/18

Secțiunile grinzilor

8	10	12	14	16	18	20
8/20	10/20 10/22	12/24 12/26	14/20	16/20 16/22 16/24	18/22 18/24	20/20 20/24

3. Lemnul prelucrat la ferestrău: Lemnul secționat în jumătate, în sferturi sau în cruce; grinzi ușoare 10...15 cm (m^3 plini).

După DIN 4071 grinzi (dulapi) 45...100 mm, scânduri (tivite sau netivite) 10, 12, 15, 18, 20, 24, 26, 30, 35 și 40 mm. Eșalonarea în lungime pe metru cu câte 0,25 m la arbori cu frunze din 10 în 10 cm.

Pentru scânduri și grinzi importate după măsuri engleze sunt valabile normele comerciale ale lui Verein Deutscher Holzeinfuhr-Häuser e. V., Bremen.

4. Late (m): Late pentru acoperiș după DIN 4070:
24/28 30/50 40/60 și 50/80 mm (late duble).

Dimensiunile rosturilor și profilelor (cep și bucea) scândurilor brute rindelate (în grosimi după DIN 4071) sunt standardizate în DIN 4072. Lemnul de parchete în DIN 280 (dimensiuni, calitate, prelucrare), grinzi de lemn pentru acoprirea caselor mai mici în DIN 104, condițiuni de recepție pentru case de lemn în DIN 1990 (încercarea următoarelor proprietăți: protecția contra umezelii de fundație, protecția contra incendiului, ținerea căldurii, amortisarea sgomotului, stabilitatea și durabilitatea, materialul, execuția). Dispozițiunile pentru execuția construcțiilor înalte din lemn DIN 1052. Poduri de lemn în DIN 1074.

7. **Lemn de tâmplărie.** Tâmplărie de construcție: Uși (DIN 281, 1139...1141), ferestre (DIN 1240...1248), scări (DIN 287...294). Tâmplărie pentru mobile: prelucrarea diferitelor feluri de lemn ca lemn plin și ca lemn de placaj.

---

1) Bauholz, Gütebedingungen DIN 4074.

Scanned with OKEN Scanner

8. **Lemnul în construcția de mașini**[1]), vehicule, avioane, etc. Pentru alegerea materialului e hotărîtoare utilizarea. Rezistența (stejar, frasin, larice, fag), duritatea (lignostone, carpen), uzura (plop, teiu), rezistența chimică (conifere), mai cu seamă lemn ales, cu proprietăți optime controlate prin încercări în laboratoare. Lemn pentru bascule în DIN 1922, modelele de turnătorie în DIN 1511, fila 2.

9. **Utilizarea deșeurilor** mai ales prin arderea rumegușului, țăndărilor și a cojii. Sunt recomandabile procedeele de înobilare, până în prezent brichetarea e neeconomică. Cantități mici se pot utiliza la confecționarea plăcilor de pardoseală, fără îmbucături și se pot vinde pentru afumare. Se cercetează prelucrarea ca material de construcții ușor ca și transformarea chimică (zahăr, acid tanic, acid oxalic).

X. Materiale artificiale[2])

Prelucrare de ing. dipl. W. Zebrowski, Berlin

A. Clasificare, proprietăți

Conceptul. Prin numirea de „materiale sintetice" nu se înțelege după uzul limbii de azi totalitatea substanțelor organice și anorganice preparate artificial, ci materialele de construcție fasonabile, cari se prepară artificial pe bază de compuși organici polimoleculari.

Gradul artificialului poate fi diferit; în unele cazuri materialul artificial se formează direct din elementele componente de ex. carbon și hidrogen (grad maximum) în alte cazuri se utilizează la prepararea lor compuși intermediari existenți (grad mediu) și în fine și substanțe organice polimoleculare existente în natură de ex. rășină naturală și bitum sub forma de amestecuri artificiale cu adause corespunzătoare (grad minimum). Exemplu pentru cazul 1, trolitul și plexigum, pentru al 2-lea derivatele celulozei și pentru al 3-lea mase presate din copaluri.

Materiale artificiale sunt „masele plastice" cari se prelucrează mai ales fără așchiere; de aceea se numesc în acest caz m a s e p r e s a t e resp. s t r o p i t e.

1. **Clasificarea după stabilitatea formei.** După comportarea lor la temperatura ambiantă se deosebesc materiale artificiale dure și moi. Intre cele dure există unele la cari durcisarea executată sub presiune și influența căldurii e atât de înaintată prin polimerizare, încât ele nu se mai înmoaie considerabil la căldură (mase durcisabile) și altele, cari se înmoaie din nou sub influența căldurii (mase nedurcisabile sau termoplastice).

Materialele moi la temperatura ambiantă posedă ca atari această proprietate sau o obțin numai prin adăogarea unor materiale cari provoacă înmuierea.

2. **Clasificarea după structură.** După natura materialelor de umplere cari pot fi dispuse în materialul artificial ca praf, sdrențe sau straturi, se deosebesc materiale artificiale nestratificate (cărora le aparțin și materialele artificiale fără umplutură) și materiale artificiale stratificate (DIN 7701).

---

[1]) K o l l m a n n, Holz im Maschinenbau, Mitt. Fachausschuß f. Holzfragen, f. 16, Berlin 1936, ed. VDI.

[2]) **Bibliografie:** S o m m e r f e l d, Plastische Massen, Berlin 1934, Springer. — B r a n d e n b u r g e r, Preßtechnik, Pressen und Preßverfahren, Preßwerkzeuge und Verarbeitung von Kunstharzmassen, Berlin 1934...1936, Springer. — F a u s t, Celluloseverbindungen und ihre besonders wichtigen Verwendungsgebiete, Berlin 1935, Springer. — M e h d o r n, Kunstharzpreßstoffe und andere Kunststoffe, Berlin 1939, editura VDI. — P a b s t, Kunststofftaschenbuch, ed. a 4-a, Berlin 1939, edit. Physik. — S c h e i b e r, Kunststoffe, Leipzig 1934, Akad. Verlagsges. — D r e h e r, Zur Chemie der Kunststoffe, München 1939, Lehmann. — H o u w i n k, Chemie und Technologie der Kunststoffe, Leipzig 1939, Akad. Verlagsges. — R ö h r s, S t a u d i n g e r, V i e w e g, Fortschritte der Chemie, Physik und Technik der makro-molekularen Stoffe, München 1939, Lehmann. — Deutsches Jahrbuch f. d. Industrie der plastischen Massen, Berlin 1939/40, Pansegrau.

R e v i s t e: Kunststoffe, München, edit. Lehmann. — Kunststoff-Technik und Kunststoff-Anwendung, Berlin, edit. Physik.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 1. Proprietățile și procedeele de încercare a materialelor presate nestratificate

RI = Rezistența la încovoiere, RID = rezistența la încovoiere dinamică, R = reziliența, RC = rezistența la compresiune, RIn = rezistența la întindere, D = duritatea, E = modulul de elasticitate, RT = rezist. termică, DT = dilatația termică liniară.

Felul materialului	Tip[2])	RI[1])	RID[1])	R[1])	RC[1])	RIn[1])	D[1])[3])	E[3])[6])	RT[1])[5])	Temperatura max. admisibilă [7])	[8])	[9])	[10])	Cifra de calitate[4])	DT[11])	Greut. specif.
		kg/cm²	kgcm/cm²	kgcm/cm²	kg/cm²	kg/cm²	kg/cm²	kg/cm²	°	°	°	°	°		°	kg/dm³
Rășină fenolică cu umplutură anorganică	1_1 1_2 M	500 500 700	3,5 3,5 15,0	1,0 2,0 15,0	1200 1200 1200	150 250 250	1800 1500 1500	60–150 90–150 90–160	150	150	215	215	200	4	15–30	1,8
Rășină fenolică umplută cu făină de lemn	S	700	6,0	1,5	2000	250	1300	55–80	125	100	135	130	130	3	30–50	1,4
Rășină fenolică umplută cu fibre textile	T_1 T_2 T_3[12])	600 600 800	6,0 12,0 25,0	6,0 12,0 18,0	1400 1400 1200	250 250 500	1300 1300 1300	50–90 70–100 40–90	125	100	100	125	165	[illegible]	15–30	1,4
Rășină fenolică umplută cu celuloză	Z_1 Z_2 Z_3[12])	600 800 1200	5,0 8,0 15,0	3,5 5,5 10,0	1400 1000 1600	250 250 800	1300 1300 1300	40–80 60–100 80–130	125	100	135	115	130	3	15–30 10–30 10–30	1,4
Rășină ureică umplută cu substanță organică	K	600	5,0	1,2	1800	250	1500	50–100	100	65	90	90	80	3	40–50	1,5

[1]) Valori minime. — [2]) Simbolul corespunde cu cel adoptat de Fachgr. 7, Isolierstoffe, der Wirtschaftsgr. El.-Industrie. — [3]) La stabilirea durității după VDE 0302 adâncimea imprimării se măsoară sub încărcare, adică se ia în considerare deformarea totală, prin opoziție cu stabilirea durității Brinell conf. condițiunilor uzuale de încercarea metalelor, la care nu se măsoară decât deformarea permanentă. — [4]) Rezistența la incandescență servește la stabilirea inflamabilității, celuloidul are de ex. rezistența la incandescență 0, lemnul de stejar 2, cimentul 5. — [5]) Rezistența termică Martens înseamnă că bucățile de probă se deformează într'un anumit grad la temp. indicată sub o solicitare la încovoiere de 50 kg/cm². Produsele slab solicitate mecanic se pot utiliza în anumite cazuri la temperaturi mai ridicate. — [6]) Valori de orientare. — [7]) La o solicitare termică permanentă, temperatura pe care o poate lua permanent materialul fără ca să i se înrăutățească proprietățile mecanice după răcirea la temperatura ambiantă. — [8]) La solicitare termică de scurtă durată, ținând seamă la rezistența la încovoiere, fără ca rezistențele să scadă cu mai mult de 10% din valorile inițiale. — [9]) La solicitare termică de scurtă durată, ținând seamă de rezistența la încovoiere dinamică, fără ca rezistențele să scadă cu mai mult de 10% din valorile inițiale. — [10]) La solicitare termică de scurtă durată, ținând seamă de contracțiune, care nu poate depăși 0,6%. — [11]) Între 0 și 50°. — [12]) Materiale stratificate după VDE 0318.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 2. Proprietățile și rezultatele încercării [1]) hârtiei tari și țesăturii tari

RI = Rezistența la încovoiere, R = Rezistența la încovoiere dinamică, RIn = Rezistența la întindere, RC = Rezistența la compresiune, CD = Capacitatea de a fi despicat, RS = Rezistența superficială, RInt = Rezistență interioară, FD = Factor de pierdere dielectrică, PC = Proba la cald.

Felul materialului	Greut. spec. [2]) kg/dm³	RI [2]) nepre-lucrat kg/cm²	RI [2]) pre-lucrat kg/cm²	R [2]) kgcm/cm²	R In [2]) kg/cm²	RC kg/cm²	CD [3]) kg	RS [2]) după preparare ant. a MΩ	RS [2]) b MΩ	R Int [2]) a MΩ	R Int [2]) b MΩ	FD [5]) tg δ (la 800 Per/s)	P.C. Temperatura [3]) °	Higroscopicitatea [3]) %
Plăci din hârtie tare Cl. I	< 1,42	1300	1000	25	1000	1000	200	10^6	10^3	10^4	10^3	0,1	130	11
„ II	< 1,42	1500	1300	25	1200	1500	200	10^5	10^2	10^4	10^2	—	130	11
„ III	< 1,42	1300	1000	15	1000	—	—	10^6	10^3	10^4	10^3	0,1	150	8
„ IV	< 1,42	800	700	8	700	—	—	10^6	$5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^3$	0,1	150	1,5
Plăci din țesături tari Cl. G	< 1,42	1000	800	25	500	2000	300	10^4	10^2	10^3	10^2	—	130	—
„ F	< 1,42	1300	1000	30	800	2000	250	10^4	10^2	10^3	10^2	—	130	3
Tuburi circ., înfăș.	> 1,05 [4])	800	—	—	500	400	—	10^4 [5])	10^2 [5])	10^4 [5])	10^2 [5])	[6])	130	—
Tuburi, presate . .	> 1,15	—	—	—	—	700	—	10^4 [5])	10^3 [5])	10^4 [5])	10^2 [5])	[6])	130	—
Piese pres. din nou.	—	—	—	—	—	—	—	10^4 [5])	10^3 [5])	—	—	[6])	130	—
Bare pline	> 1,3	1000	—	15	500	800	—	10^4 [5])	10^3 [5])	10^4 [5])	10^2 [5])	—	130	—
Lanțuri plate . . .	> 1,15	800	—	15	500	500	—	10^4 [5])	10^2 [5])	10^4 [5])	10^2 [5])	—	130	—
Piese profilate . .	> 1,15	—	—	—	—	[6])	—	—	—	10^4 [5])	10^2 [5])	[6])	130	—

[1]) Tensiuni aplicate la încercare v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 901. — [2]) Valori minime (la plăci valori maxime). — [3]) Valori maxime; la absorpție de apă pentru 3 mm gros. — [4]) Nu este valabilă la preparare cu rășină naturală. — [5]) Nu sunt valabile pentru țesături tari. — [6]) După înțelegere.

3. **Grupare după compoziție.** Dacă nu luăm în considerare materialele cari conțin cauciuc, seamănă cu cauciul sau sunt de felul cauciucului, tratate în cap. XVI, pe baza structurii chimice, mat. artificiale se pot subgrupa după tabela 4, care arată și stabilitatea lor de formă.

Tabela 4. Clasificarea materialelor artificiale după materiale fundamentale și după stabilitatea lor de formă

Materii sintetice cu bază de		Stabilitate de formă după prelucrare: la temp. normală	la temp. ridicată
Rășină naturală, asfalt, smoală . . .	ne-durcisabile	dure	se pot înmuia
Derivate de celuloză	ne-durcisabile	dure	se pot înmuia
Compuși vinilici cu grad mare de polimerizare	ne-durcisabile	duri și moi	se pot înmuia
Albumine	durcisate	dure	se pot înmuia puțin
Rășină de aldehidă formică cu uree .	durcisabilă	dure	se pot înmuia puțin
Rășină de ald. formică cu anilină .	parțial durcisabilă	dure	nu se pot înmuia
Rășină de aldehidă formică cu fenol .	durcisabile	dure	nu se pot înmuia
Rășină de glicerină cu acid ftalic . .	durcisabile	—	nu se pot înmuia

4. **Diagrame.** Sinteza materialelor polimoleculare mai importante: deri-

Tabela 3. Izolanți presați neceramici, fără cauciuc

RI = Rezistența la încovoiere, RID = Rezistența la încovoiere dinamică, R = Reziliență, RT = Rezistența termică Martens, RInc = Rezistența la incandescență, RS = Rezistența superficială, după ce a stat 24 ore sub apă, P = Prelucrare, PC = Presare la cald, PR = Presare la rece.

Tip	Compoziția 3)	RI 1) 2) kg/cm²	RID 1) 2) kgcm/cm²	R 1) 2) kgcm/cm²	RI 1) 2) °	RInc 1) 2) Calitate 5)	RS 1) 2) 4) Raport	P
1_1	Rășină fenolică cu umplutură anorganică	500	3,5	1,0				
1_2		500	3,5	2,0	150	4	3	PC
M		700	15,0	15,0				
O	Rășină fenolică umplută cu făină de lemn	600	5,0	1,5	100	2	3	PC
S		700	6,0	1,5	125	3		
T_1	Rășină fenolică umplută cu fibre textile	600	6,0	6,0				
T_2		600	12,0	12,0	125	2	3	PC
T_3 6)		800	25,0	—				
Z_1	Rășină fenolică umplută cu celuloză	600	5,0	3,5				
Z_2		800	8,0	5,5	125	3	3	PC
Z_3 6)		1200	15,0	10,0				
K	Rășină ureică cu umplutură organică	600	5,0	1,2	100	3	4	PC
6	Rășină naturală, bitumen natural sau sintetic, cu umplutură anorganică	350	3,5	—	65	2	3	PC
7		250	1,5	—		1		
8	Bitumen natural sau sintetic cu umpl. anorganică 5)	150	1,0	—	45	3	4	PC
A	Celuloză acetilică cu sau fără umplutură	300	15,0	—	40	1	3	PC
2	Rășină artif cu asbet și altă umpl. anorganică	350	2,0	—	150	4	3	PR
3	Rășină artif. cu asbet și altă umpl. anorganică 5)	200	1,7	—	150	4	3	PR
4	Bitum natural sau artificial cu asbet și altă umplutură anorganică 5)	150	1,2	—	150	4	3	PR
Y	Borat de plumb cu mică 5)	1000	5,0	—	400	5	4	PC
X	Ciment sau sticlă solubilă cu asbest și altă umplutură anorganică	150	1,5	—	250	5	—	PR

1) Valorile minime. — 2) După „Vorschriften für die Prüfung el. Isolierstoffe" des VDE (Sd. VDE 0302). — 3) Prin rășină fenolică se înțeleg mat. artific. durcisabile cu bază de fenoli, adică fenol, cresol etc. Prin rășină carbodiamidică (ureică) se înțeleg mat. artific. durcisabile pe bază de carbodiamidă, tio-carbodiamidă și derivatele lor. După starea de azi a tehnicei, se obțin valorile de mai sus cu următoarele feluri de structuri de material de umplut: pentru tipul 1_1 cu umplutură anorganică, granuloasă (de ex. făină de piatră), pentru tipul 1_2 cu umplutură anorganică, fibroasă (de ex. fibre de asbest), pentru tipul M, cu țesături anorganice (de ex. sfori de asbest), pentru tipul T_1 cu fibre textile scurte, pentru tipul T_2 cu țesături textile tăiate în bucățele, pentru tipul T_3 cu foi de textile, pentru tipul Z_1 cu celuloză cu fire scurte (fulgi, de ex. fulgi de hârtie), pentru tipul Z_2 cu celuloză tăiată în bucățele (de ex. din hârtie), pentru tipul Z_3 cu celuloză stratificată (de ex. foi de hârtie). — 4) Pentru scopuri speciale se cere satisfacerea unor condițiuni electrice speciale. Aceasta se referă la pierderi dielectrice, la rigiditatea dielectrică interioară și superficială. — 5) Compoziția poate diferi de cele uzuale tratate. — 6) T_3 și Z_3 nu se pot utiliza decât la obiectele la cari legătura inițială a fibrelor se menține larg în procesul de presare, de preferință la piesele presate plate.

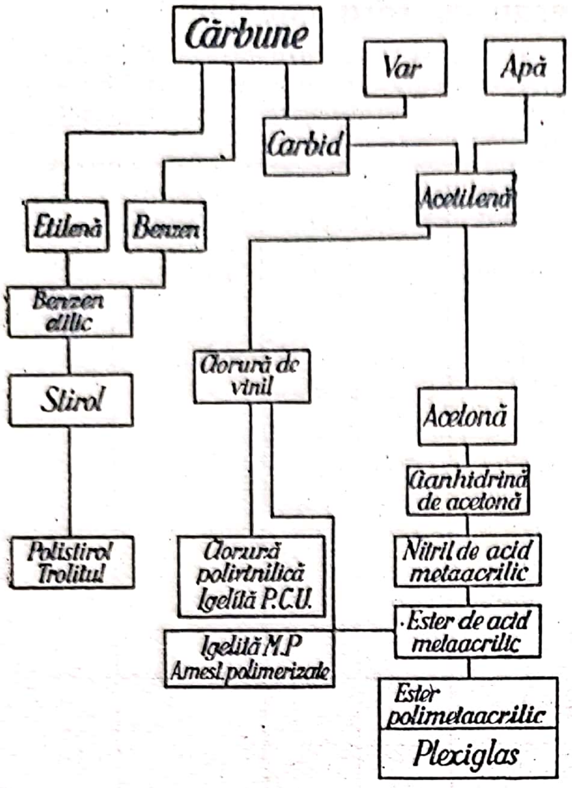


Fig. 2. Sinteza compuşilor polivinilici.

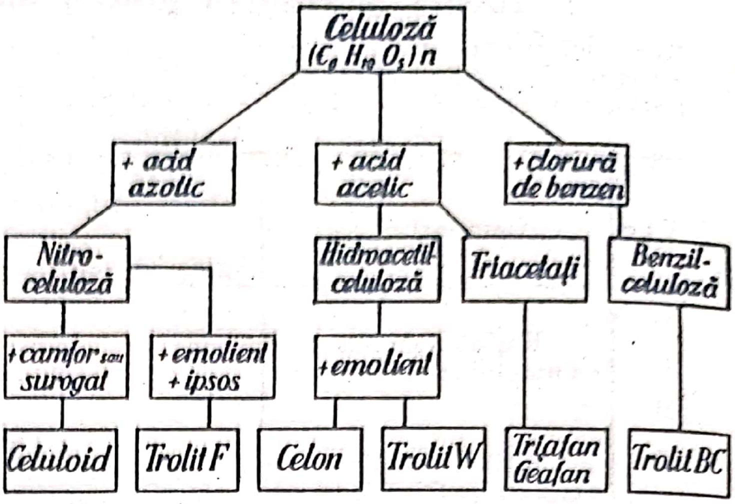


Fig. 1. Tabloul derivatelor de celuloză.

vatele celulozei (fig. 1), compuşi polivinilici (fig. 2), răşini fenolice şi carbodiamidice (fig. 3).

5. Proprietăţi. Tabela 1...4. DIN 7701, tabela tipurilor, condiţiuni pentru hârtie tare şi ţesătură tare, ETZ 58 (1937), fasc. 16, p. 438.

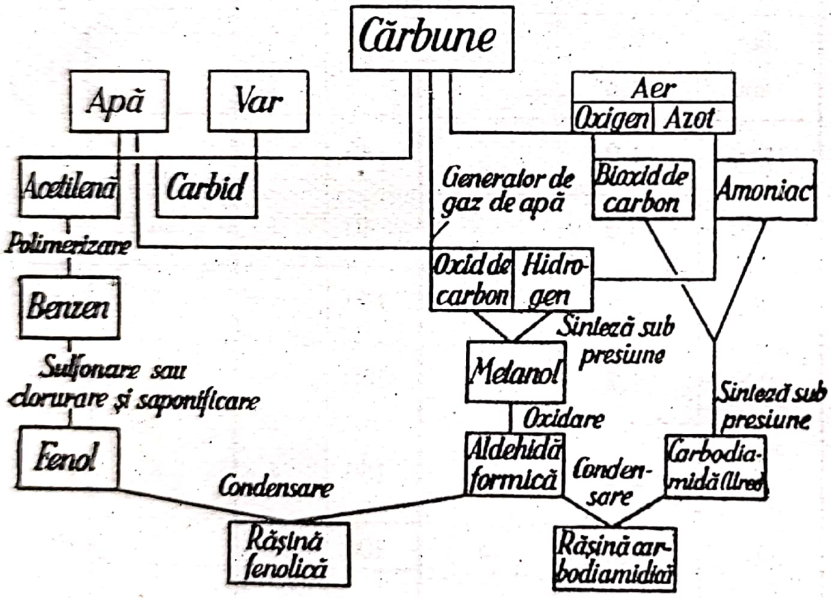


Fig. 3. Sinteza materialelor sintetice cu bază de fenol şi carbodiamidă.

B. Proprietăţile, formele comerciale şi utilizarea materialelor artificiale

a) Materiale artificiale din mase nedurcisabile

I. Materiale presate din răşină naturală, asfalt şi smoală de gudron

Notaţiuni comerciale: tip 4, 6, 7, 8. Materialele obţinute prin presare la cald şi cunoscute de 40 de ani, de tipurile 7 şi 8 (tab. 3, p. 927) au pierdut, e drept, din importanţă faţă de cele presate durcisabile, din cauza rezistenţei lor mecanice mici şi a stabilităţii reduse la căldură, totuşi, din cauza rezistenţei extraordinar de mari faţă de umezeală şi a capacităţii de izolare, se mai utilizează pe scară mai mare pentru piese electrice, ca bornele şi tablourile de contoare. Tot de aceea şi din cauza unor proprietăţi mecanice puţin mai bune s'a răspândit şi tipul 6, preparat prin utilizarea asbestului cu fibre mai lungi.

Materialul presat tip 4, care se fasonează la rece şi se durcisează în afară de matriţe la o temperatură de 250°, obţine în urma acestui tratament termic o rezistenţă termică mai mare, dar o rezistenţă mecanică mai redusă decât tipul presat la cald; se mai utilizează în electrotechnică numai din cauza ieftinătăţii. In general, toate tipurile sunt de culoare neagră.

Scanned with OKEN Scanner

II. Derivații celulozei

1. Mase de nitroceluloză. Numiri comerciale: celuloid, trolită F.

Celuloidul e o soluție solidă a nitrocelulozei în camfor sau într'un surogat de camfor; cel mai vechiu material artificial de acest fel; deși ușor inflamabil și cu rezistență termică mică a găsit totuși, din cauza ușurinței de prelucrare cu și fără așchiere și în urma proprietăților avantajoase de rezistență mecanică, o largă întrebuințare, de ex. în industria jucăriilor. Forme comerciale: plăci de diferite mărimi, bare și tuburi de toate culorile, chiar și transparente. Date caracteristice în tabela 5 și 6.

Trolita F: Nitroceluloză devenită greu inflamabilă prin adăogarea unor materiale de umplutură ca ipsosul, se fasonează în forme de bare și tuburi pt. prelucrări prin așchiere, p. la o lung. de 1 m. Culori: diferite, netransparent.

Tabela 5. Proprietățile trolitei F [1])

Greutatea specifică [g/cm³]	1,8	Rezistența la incandescență	2
Rezistența la încovoiere [kg/cm²]	500	Rezist. superfic. (VDE), date relative	4—5
Rezist. la încov. dinamică [kgcm/cm²]	6,0	Higroscopicitatea după 24 ore, măsurată la o bară de 15×10×120 mm³	0,05
Rezistența termică (Martens) [°]	40		

¹) După Pabst, Kunststoff-Taschenbuch, l. c.

Utilizare: Obiecte de galanterie, tocuri, creioane, zaruri de joc, mânere pentru cuțite ș. a.

2. Materiale artificiale din mase de acetilceluloză. Numiri comerciale: celon, ecarită, trolită W, triacetat (triofan, geofan). Acetilceluloza greu inflamabilă, față de nitroceluloză, se utilizează în mai multe domenii în locul materialelor cu bază de nitroceluloză, cu toate că ultimele au o rezistență mai mare la umezeală. Celonul și ecarita sunt mase de hidroacetilceluloză, conținând un emolient; se fabrică și se prelucrează ca și celuloidul; se găsesc în comerț tot sub formă de plăci, bare și tuburi de diferite dimensiuni. Se fabrică clare ca sticla, transparente sau netransparente.

Utilizare: geamuri pentru ferestre, lentile pentru ochelari de protecție, plăci pentru desenul cartografic ș. a.

Date caracteristice în tab. 6 și 7.

Tabela 6 [1]). **Date fizice și mecanice pentru astralon, celuloid, celon**

	Astralon	Celuloid	Celon
Greutatea specifică [g/cm³]	cca. 1,35	1,38	1,3
Rezistența la întindere la 20° [2]) [kg/cm²]	600	cca. 600—700	cca. 500
Alungirea la 20° până la [%]	cca. 40	30—50	25—40
Numărul îndoirilor, la 0.5 mm gros. a foilor	„ 100	10	5
Rezistența la încovoiere[5]) [kg/cm²]	„ 1000	600	550
Rezistența la încov. dinamică[3]) [kgcm/cm²]	„ 400	100—200	100—200
Rezistența la compresiune[4]) [kg/cm²]	780 (895)	635	405
Modulul de elasticitate[5]) [kg/cm²]	cca. 30000	17700	9300
Duritatea Brinell			
după 10 s [kg/cm²]	1050	650—750	500—600
după 60 s [kg/cm²]	1000	600—700	450—500
Rezistența termică (Vicat) [°]	75 — (71)	70 (71)	65
Rezistența termică (Martens) [°]	58	58	45
Dilatația termică liniară	$10^{-6} \times 78$	$10^{-6} \times 101$	$10^{-6} \times 111$
Conductibilatea termică [kcal/mh°]	0,18	0,10	0,19—0,21
[cal/cms°]	$10^{-5} \times 39$	$10^{-5} \times 30—50$	$10^{-5} \times 50—60$
Siguranța la incandescență (VDE), calitatea	2	0	1
Higroscopicitatea pe 100 cm² suprafață, după 24 ore [mg]	13	35	90

¹) După datele Societății Dynamit Nobel S. A. Troisdorf. — ²) Măsurate la bare plate groase de 5 mm. — ³) Epruvetă de 10 × 15 × 120 mm³. — ⁴) Cub cu muchiile de 10 mm. — ⁵) Din încercări la încovoiere.

Scanned with OKEN Scanner

Trolită W (tip A), o altă hidroacetilceluloză cu emolient, se găseşte în comerţ ca masă de stropit, sub formă de praf. Date caracteristice v. sub tipul A în tabela 7. Trolita W are, ca şi celonul, o mare rezistenţă la încovoiere dinamică; desavantaje: o rezistenţă termică mică şi tendinţă de scădere la temperaturi înalte prin evaporarea emolientului.

Utilizare: Material de construcţie şi izolant în electrotehnică, de ex. pâlnii pt. microfoane, inele de racord, corpul bobinelor pt. telefoane, rame de ochelari etc.

Triacetat, celuloză acetilată complet, cu o mică rezistenţă la umezeală; în comerţ sub formă de foi de 0,008...0,12 mm gros. Rezistenţa la rupere cca 10 kg/mm²; alungirea spec. 8...10%.

Acetilcelulozele, ca şi nitrocelulozele, nu rezistă la acizi şi baze (saponificare), dar rezistă la benzină şi uleiu mineral.

3. Materiale artificiale din benzinceluloză. Numire comercială: trolită BC. Benzilceluloza, prin opoziţie cu cele două derivate de celuloză arătate mai sus, se poate prelucra prin stropire sau presare, chiar şi fără emolient; de aceea are o stabilitate de formă relativ bună, fără scădere. Mare stabilitate faţă de acizi şi baze. Celelalte proprietăţi în tabela 7.

Utilizare: în locul trolitei W, mult redusă din cauza preţului ridicat.

Tabela 7 [1]). Proprietăţile trolitei W şi BC

Tip, Numire comercială	Acetilceluloză A Trolită W	Benzilceluloză Trolită BC	Tip, denumire comercială	Acetilceluloză A Trolită W	Benzil celuloză Trolită BC
Greut. specifică [g/cm³]	1,35—1,40	1,22	Rezistenţa termică (Martens) [°]	40*)	55
Rezistenţa la încovoiere . . [kg/cm²]	300*)	700	Rezistenţa termică (Vicat) [°]	55	83
Rezistenţa la încovoiere dinamică . [kgcm/cm²]	15*)	75	Rezistenţa la incandescenţă, calitatea	1*)	1
Rezilienţa . [kgcm/cm²]	20	—			

*) Valorile minime ale tipului A.

4 Materiale artificiale din hidroceluloză. Fibră vulcanică. Numiri comerciale germane pentru materiile brute: Dynos, Lederstein. Fibra vulcanică se prepară din celuloză, prin umflare cu leşie de clorură de zinc sau cu acid sulfuric; în comerţ sub formă de plăci, bare şi tuburi de diferite dimensiuni, în suluri până la 0,6 mm. Piesele profilate se fabrică de obiceiu prin aşchiere. Culori normale: cenuşie, neagră, roşie şi albă curată. Fibra vulcanică, dură şi tenace, se livrează pentru scopuri speciale şi în formă de plăci moi, cuiroide; absoarbe apă în cantităţi restrânse, fără să-i scadă mult rezistenţa. Adăugându-i răşini artificiale, fibra vulcanică devine mai impermeabilă. Fibra vulcanică are stabilitate faţă de uleiuri, benzină, benzen şi faţă de toţi solvenţii organici.

Tabela 8. Proprietăţile fibrei vulcanice [1])

Greutatea specifică . [g/cm³]	1,1—1,45	Rezist. la compresiune [kg/cm²]	cca 3000
Rezist. la întindere [kg/cm²]	500—1200	Modulul de elasticitate [kg/cm²]	50 000
Rezist. la încovoiere [kg/cm²]	800—1300	Rezist. termică (Martens) [°]	70—90
Rezist. la încovoiere dinamică . . . [kgcm/cm²]	120—190		

Utilizare: In diferite ramuri industriale, de ex. saboţi de frână, rondele şi inele de garnituri pentru apă şi gaze condensate, inele de pistoane, cusineţi, role, manşete, roţi dinţate, inele de frână, cartuşe de darac, inele de maşini de filetat, rondele de mosoare, piese izolatoare în electrotehnică etc.

[1]) După Pabst, Kunststoff-Taschenbuch, l. c.

III. Materiale artificiale din compuși vinilici polimerizați puternic

1. Polistirolul, numit comercial: Trolitul, Stiroflex. Trolitulul e o hidrocarbură curată fără emolient; se prelucrează prin stropire la așa numitele mașini de turnat sub presiune. Acest material artificial e clar aproape ca apa și are proprietăți dielectrice bune. Desavantajul lui e stabilitatea termică mică; ea se poate mări cu 20° prin adăogare de făină de cuarț (trolitul Si). Prin tragere și întindere se obțin din trolitulul neumplut foi și fire de mare elasticitate (stiroflex). Polistirolul are o rezistență chimică perfectă față de baze și acizi, alcool și apă, dar nu e stabil față de eter, benzen, benzină, hidrocarburi clorurate, esteri, cetone, terebentină. Celelalte proprietăți în tabela 9.

Utilizare: Izolant în tehnica curenților slabi, material decorativ pentru obiecte de galanterie.

Tabela 9. Proprietățile trolitulului [1])

	Trolitul curat	Trolitul Si		Trolitul curat	Trolitul Si
Greutatea specifică [g/cm³]	1,05	1,2—1,65	Dilatația termică liniară	$102 \cdot 10^{-6}$	
Rezistența la încovoiere [kg/cm²]	1100	950—700	Rezistența în interior [MΩ]	$> 3 \cdot 10^{6}$	$> 3 \cdot 10^{6}$
„ încovoiere dinamică [kgcm/cm²]	20	10—5	Rezistența superficială [MΩ]	$> 3 \cdot 10^{6}$	$> 3 \cdot 10^{6}$
„ compresiune [kg/cm²]	950		Constanta dielectrică	2 3	3,25–3,4
„ întindere [kg/cm²]	400		Factorul de pierdere dielectrică tg δ (la 1 000 000 per /s)	$0,2 \cdot 10^{-3}$	$0,8–1,4 \cdot 10^{-3}$
Duritatea Brinell (VDE) [kg/cm²]	1100		Rigiditatea dielectrică [kV/mm]	50	
Rezistență termică (Martens) [°]	65	74—85			
Conductibilitatea termică [cal/cm s °]	$38 \cdot 10^{-5}$				

2. Acrilate. Numiri comerciale: plexiglas, plexigum. Plexiglas, în comerț sub formă de plăci, se utilizează ca sticlă fără țăndări. Plexigum se prepară cu diferite proprietăți, un fel de cauciuc, dela moale până la tare. Plexigum M e potrivit la confecționarea obiectelor prin presare sau presiune, cu stabilitate de formă, dă piese profilate, rezistente la obosire, cu transparența sticlei. Față de trolitul, plexigumul nu rezistă complet la apă, baze și acizi, dar masele dure, ca plexigum M, se utilizează ca materiale de construcție pentru cutii de acumulatori. Proprietățile în tab. 10.

3. Materiale artificiale din clorură polivinilică. Numiri comerciale: igelită PCU, igelită MP, mipolam, vinifol, astralon. Clorura polivinilică pură se găsește în comerț ca masă presabilă (plastică), colorată galben, cu numirea de igelită PCU (mipolam resp. mipolam tip PCU). Se caracterizează prin rez. mec. mare, stabilitate la acizi, baze, uleiu și apă, și e greu inflamabilă.

Utilizarea: Sub formă de tuburi, ca surogat pentru plumb (v. p. 863) și tuburi ceramice în industria chimică și pentru ebonită la cutiile de acumulatori. Adăugându-i un emolient se obțin preparate moi de stropit, cari se utilizează în locul cauciucului moale la confecționarea conductelor electrice rezistente la uleiuri și ozon. Din cauza solubilității mai bune, se fabrică din clorură polivinilică clorurată fire (numite comercial: vinoflex) și foi (numite comercial: vinifol).

Igelita MP (resp. mipolam tip MP) e un produs polimerizat, plastic al clorurii vinilice cu ester de acid acrilic, de culoare clară aproape ca a

[1]) După Pabst, Kunststoff-Taschenbuch, l. c.

sticlei, cu aceleaşi proprietăţi excelente de rezistenţă mecanică, dar cu o stabilitate chimică şi termică puţin mai mică decât a igelitei PCU.

Igelita MP, tot cu un adaus de emolient pentru acoperirea protectoare a conductelor de sârmă contra uleiului şi ozonului. Sub formă de plăci clare ca sticla, MP se găseşte în comerţ sub numirea de astralon; se utilizează adesea în loc de celon.

Proprietăţile astralonului, igelitei MP, igelitei PCU în tab. 6 şi 10.

4. **Mase din carbazol polivilinic.** Numiri comerciale: Luvicană M 150, luvicană M 125 şi luvicană 100. L u v i c a n a se stropeşte la temperatura de 250°; are o mare stabilitate termică. Notaţiile 150, 125 şi 100° indică înălţimea corespunzătoare a stabilităţii termice după M a r t e n s. La prelucrare în condiţiuni optime, se obţine pentru luvicana 150 o structură fibroasă-asbestoasă. Desavantajul e inflamabilitatea mare; de aceea, deşi are o stabilitate termică mare şi rezistenţă la curenţi paraziţi, se utilizează rar ca izolant în curenţii tari. Utilizarea e actualmente foarte redusă. Proprietăţi în tab. 10 [1]).

Tabela 10

RI = Rezistenta la incovoiere, RID = Rezistenta la incovoiere dinamică, RS = Rezistenta superficială după 24 ore de umezire, RInc = Rezistenta la incandescenţă, RT = Rezistenta termică (M a r t e n s şi V i c a t).

Numirea	Compoziţia	RI kg cm²	RID kgcm/cm²	RS MΩ	RInc Calitatea	RT ° Ma	RT ° Vi	Greut. spec. kg/dm³
Trolitul	Polistirol	600	15	$> 10^6$	1	65	90	1,05
Plexigum M	Ester polimetacrilic	1100	cca. 30	$> 10^6$	1	65	90	1,18
Igelită PCU	Clorură polivinilică neclorurată	1000	> 80	$> 10^6$	2	65	90	1,35
Igelită MP	Polimerizat mixt din clorură vinilică şi ester metilacrilic	1000	> 100	$> 10^6$	2	65	80	1,35
Luvicană 150	Carbazol polivinilic	1000	12	$> 10^6$	2	150	>160	1,19

b) Materiale artificiale din mase durcisabile

1. **Materiale artificiale din albumine.** Numiri comerciale: corn artificial, galalită, hornită şi sirolită. C o r n u l a r t i f i c i a l e preparat din cazeina laptelui precipitat prin chiag şi prin durcisare cu aldehidă formică; posedă în măsură restrânsă proprietăţile răşinilor artificiale tratate şi durcisate ulterior, se înmoaie numai puţin la căldură şi e stabil faţă de solvenţii organici. Desavantajele sunt: higroscopicitatea mare şi umflarea accentuată. In comerţ se găseşte mai ales cornul artificial durcisat, preparat în culori deschise şi luminoase, sub formă de plăci, bare şi tuburi pentru prelucrare prin aşchiere.

U t i l i z a r e: pentru obiecte de galanterie, nasturi, ceşti etc.. restrânsă mult prin introducerea polopasului.

Tabela 11. Proprietatile materialelor artificiale din albumine

Greutatea specifică [g/cm³]	1,3—1,4	Rezist. la compresiune [kg/cm²]	700—1200
Rezistenţa la încovoiere [kg/cm²]	1000—1800	Rezistenţa termică (M a r t e n s) (VDE) . . . . [°]	60—65
Rezistenţa la incovoiere dinamică [kgcm/cm²]	20—40	Rezistenţa la incandenscenţă, calitatea (VDE)	2

[1]) Valorile mecanice mari indicate în tabelă sunt valabile numai pentru condiţiunile optime de lucru; actualmente trebue contat cu mari variaţiuni. Rezilienţa materialelor enumerate e < 5 kgcm/cm².

[2]) P a b s t. Kunststoff-Taschenbuch, l. c.

2. Materiale artificiale din mase presate cu bază de uree și aldehidă formică. Numiri comerciale: Polopas, tipul K, plăci de rezopal. Materialele artificiale cu bază de uree-aldehidă formică sunt potrivite, ca și cornul artificial, pentru confecționarea pieselor de culoare albă și deschisă, cari rezistă la lumină, deoarece rășina și celuloza cu rășină nu-și schimbă culoarea prin învechire. Prin presarea ireproșabilă a maselor cari se găsesc în comerț sub formă de praf, se obțin piese cu o bună rezistență la umiditate și mecanică, deși actualmente survin uneori dificultăți, mai ales în presarea pieselor mai groase. In comerț se mai găsesc bare și tuburi de diferite dimensiuni, cari se fabrică prin presare și se prelucrează ulterior prin așchiere. Considerând că rășinile artificiale cu bază de uree și aldehidă formică se descompun sub 100°, piesele confecționate din materialul tip K și din plăci de rezopal nu se pot utiliza decât până la cca 60° (v. curbele din fig, 5...7).

P r o p r i e t ă ț i l e preparatelor de polopas prelucrate prin presare v. sub tipul K, tabela 1, p. 925.

U t i l i z a r e a m a t e r i a l u i d e t i p K: Ca izolant și mat. de construcție de culoare deschisă pt. piesele de acoperire în electrotehnică, obiecte de menaj, vase, cești, cutii. Mat. artificiale cu bază de uree și aldehidă formică amestecate cu fâșii de hârtie se găsesc în comerț sub formă de plăci stratificate, pt. construcții, numite „plăci rezopal".

Utilizare variată pt. căptușirea pereților și tavanelor, felinare transparente și table gravate. Pentru confecționarea tablelor rezistente la intemperii se potrivesc plăcile stratificate cu două și trei straturi, la cari straturile sunt colorate și se descopere prin gravare la diferite adâncimi.

Table normale, de 900×700 și $1550 \times 1000\ mm^2$. La table transparente gros. minimă e 0,3, la cele netransparente 0,5 mm. Tablele cu mai multe straturi se fabrică cu grosimea minimă de 1 mm[1]).

Din punct de vedere chimic, polopasul și rezopalul nu sunt stabile față de acizi și baze, stabile față de solvenți organici, uleiul mineral, grăsimi și uleiuri.

3. Materiale artificiale din mase de rășini artificiale cu bază de anilină și aldehidă formică. Numiri comerciale: Cibanită, iganil. Materialele artificiale durcisabile cu bază de anilină-aldehidă formică nu s'au putut afirma, deoarece au o rezistență mecanică mai mică decât a celor cu bază de fenol și se prelucrează greu prin presare. C i b a n i t a și i g a n i l u l sunt materiale artificiale nedurcisabile, fără umplutură, cu rezistență mecanică bună, și se găsesc în comerț sub formă de plăci, bare și tuburi. Culoarea e brună transparentă.

U t i l i z a r e a în prezent restrânsă sumar ca izolant electric.

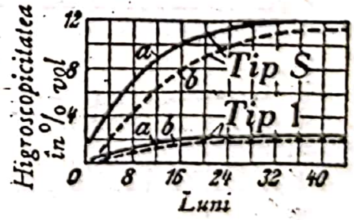


Fig. 4.

Higroscopicitatea mat. de presat din rășini artificiale umplute cu mat. organice și anorganice, măsurate la bare de $120 \times 15 \times 15\ mm^3$.

4. Materialele artificiale din mase de rășini artificiale cu bază de fenol și aldehidă formică.

a) Materiale artificiale nestratificate presate cu bază de fenol. Numiri comerciale: Tip 1_1, 1_2, 2, 3, 0, S, Z_1, Z_2, Z_3, T_1, T_2, T_3, M și rășină presată. Rășinile artificiale presate cu bază de fenol sunt clasificate în tipuri până la rășina pură presată și proprietățile se deosebesc mult; v. tab. 1, p. 925. Influență substanțială au felul, forma și cantitatea mat. de umplere sau a celui fibros; și felul rășinii, dacă e rășină de crezol sau fenol, novolac sau rizol, prezintă importanță, nu numai pt. vitesa durcisării, dar și pt. proprietățile electrice și chimice ale produsului final.

La m a t e r i a l e l e d e u m p l e r e (umpluturi) resp. fibroase se deosebesc materiale organice, anorganice, pulverulente, fibroase și în formă de țesuturi.

[1]) v. Handbuch der Römmler AG, Spremberg.

Scanned with OKEN Scanner

Prin utilizarea unui suport de răşină organic se obţin mase cari prezintă o plasticitate deosebit de bună la presare, dar trebue contat cu o absorpţie mai mare de umiditate şi o stabilitate mai mică la căldură, ca şi o rezistenţă mai desavantajoasă la incadescenţă. La utilizarea unui suport de răşină anorganic, plasticitatea e mai mică; în schimb materialul are o mai mare stabilitate la umiditate, căldură şi incandescenţă. La mat. pt. presat, cu umplutură anorganică, higroscopicitatea e de 1,5% vol. după saturare, iar la cele cu umplutură organică de 12% vol. (fig. 4), umflarea liniară e în primul caz 0,1%, în al doilea 1%. Rezistenţa mecanică se reduce după 10% vol. apă absorbită, la răşinile artificiale cu umpl. organică de ex. tip S, la 50% din valorile iniţiale. Având în vedere că viteza absorpţiei de apă, chiar şi a răşinilor artificiale cu umpl. organică, e prea redusă, şi nici nu se poate compara cu cea a lemnului, piesele confecţionate din aceste materiale se pot considera practic ca rezistente la umiditate când sunt expuse scurt timp influenţei umidităţii, şi au corespuns de mai multe ori în astfel de cazuri. Considerând că higroscopicitatea depinde de cantitatea de mat. fibros adăugat resp. de cantitatea de mat. răşinos, se preferă în cazul solicitărilor la umiditate prep. comerciale mai bogate în răşini tip S cu o cant. de răşină de 50%, faţă de cele cu 40%. La o solicitare la umiditate de lungă durată, în aer umed, sub pământ şi sub apă, trebue să se utilizeze tipurile 1_1, 1_2 şi M cu umplutură anorganică, mai ales când i se dă importanţă stabilităţii maxime şi evitării crăpăturilor.

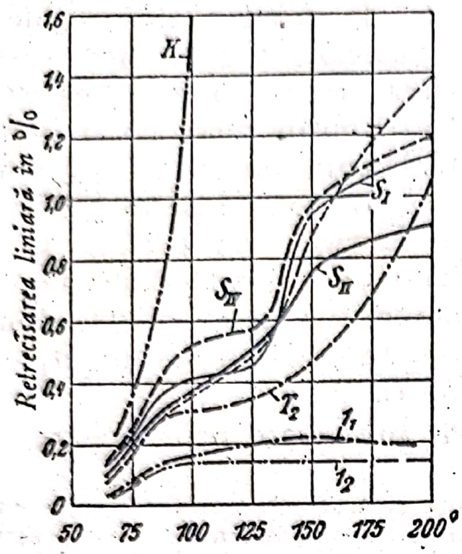


Fig. 5.
Retrecisarea după o depozitare la cald

Rezistenţa termică Martens, rezistenţa la incandescenţă şi conductibilitatea termică sunt mai mari la tipurile cu umplutură anorganică, decât la cele cu umplutură organică. Temperaturile, până la care se pot solicita permanent dif. tipuri

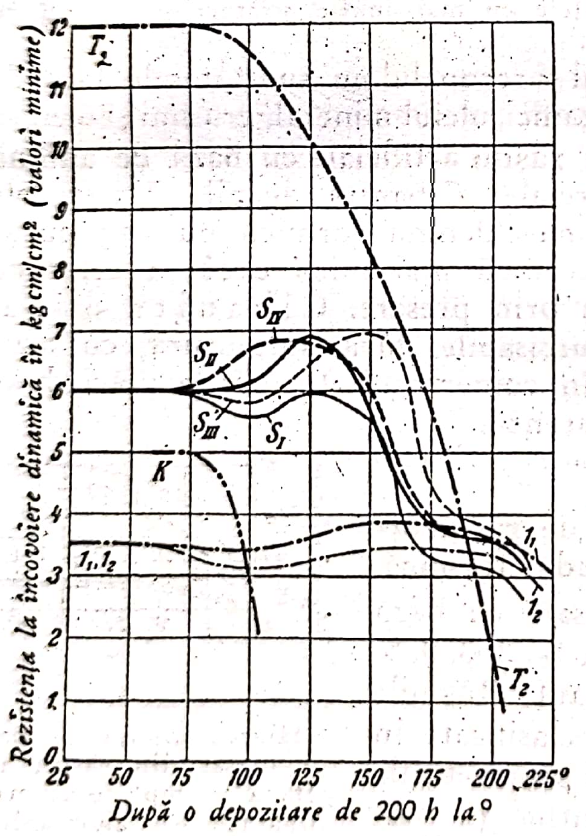


Fig. 7.
Rezistenţa la încovoiere dinamică după o depozitare la cald

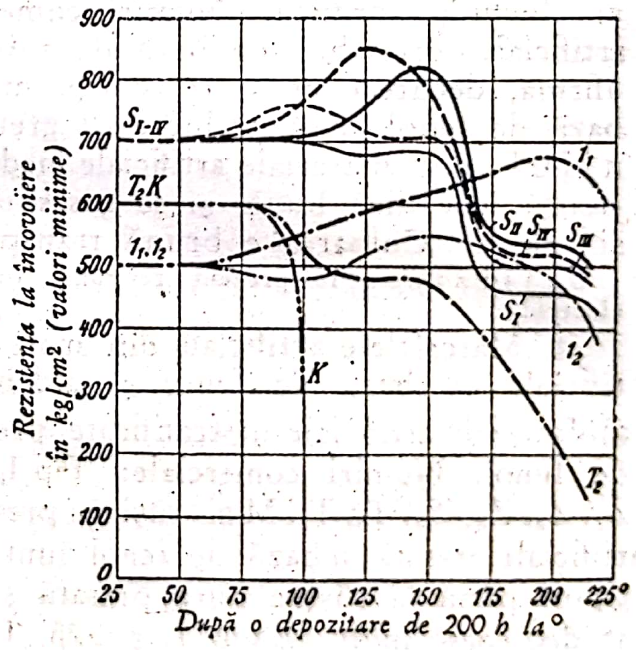


Fig. 6.
Rezistenţa la încovoire după o depozitare la cald

de materiale răşinoase artificiale, fără a-şi schimba considerabil proprietăţile dela temp. ambiantă, sunt: pt. tipurile 1_1, 1_2, M 2 şi 3 şi răşină presată 150°, pt. tipurile 0, S, Z_1, Z_2 şi Z_3 105°, şi pt. T_1, T_2 şi T_3 95° (fig. 5...7), v. şi Nitsche şi Salewski, Z V D I, anexa: Kunst- und Presstoffe (1937), 29.

Variaţia rezistenţei la încovoiere dinamică măsurată la temperaturi mai joase şi mai înalte în fig. 8.

Scanned with OKEN Scanner

Conductibilitatea termică a materialelor umplute cu substanțe anorganice e aproape de trei ori mai mare decât a celor umplute cu subtanțe organice, ca ordin de mărime, e cu cca $1^1/_2$ puteri zecimale mai mică decât conductibilitatea termică a metalelor. De aceea materialele artificiale presate sunt potrivite ca materiale de construcție pentru roți de mână și mânere de comandă, mai puțin potrivite pentru palierele mașinilor cu turații înalte și cu presiune mare în paliere. La solicitare mai mică și răcire suficientă, o rășină artificială presată e un material pentru paliere mai rezistent la uzură decât metalele și corespunde perfect, de ex. pentru palierele următoarelor mașini: laminoare, mașini agricole, turbine și pompe hidraulice, mașini din industria cimentului și uzinele metalurgice [1]).

Din punct de vedere chimic, rășinile artificiale presate nu sunt stabile față de baze, afară de amoniac, puțin mai stabile față de acizii slabi; în ambele cazuri, cele umplute cu substanțe anorganice de tipurile l_1, l_2, 2, 3 și M se comportă mai bine decât cele umplute cu substanțe organice. Toate rășinile artificiale presate sunt stabile față de toți solvenții organici și uleiuri.

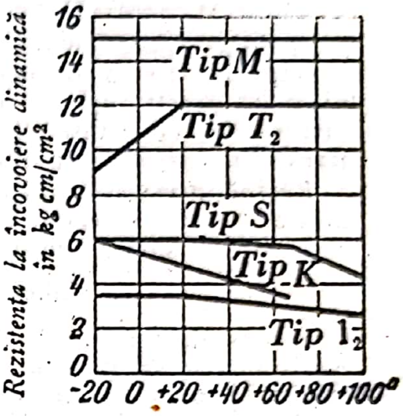


Fig. 8
Rezistența la încovoiere dinamică la diferite temperaturi (după o depozitare de 2 ore).

Așa numitele mase rapide presate, cari conțin o rășină novolac cu hexametilentetramină ca accelerator, desvoltă în stare prelucrată amoniac, care are un efect corodant asupra cuprului, aliajelor cuproase și asupra aliajelor ușoare. In caz de pericol de coroziune vom utiliza deci rășini artificiale presate sărace resp. lipsite de amoniac, cari conțin o rășină rezolică cu accelerator fără amoniac.

Pentru obiecte de menaj și recipiente pentru alimente se utilizează materiale presate cari nu mai conțin nici fenol și nici crezol liber, adică sunt practic inodore. Aceste condițiuni sunt îndeplinite de preparatele rapide din rășini fenolice normale, iar preparatele din rășini crezolice mai conțin în cantități mici orto și paracrezol liber. Din punct de vedere electric, rășinile cu crezol și rezol sunt superioare rășinilor cu fenol și rezol, așa încât preparatele din rășini crezolice se utilizează mai ales pentru confecționarea pieselor electrice superioare.

Forma și natura suportului rășinii influențează rezistența mecanică și mai ales reziliența rășinilor fenolice. Reziliența minimă o au materialele cu umplerea de praf (tip l_1) și cea maximă cele cu umplerea din țesături (tip T_2 și M). Piese de mare rezistență dinamică se obțin din preparate cu reziliență mare. Rășina pură presată deși are o rezistență mare la încovoiere dinamică (de 20 kgcm/cm²) dă puține părți rezistente la lovire, deoarece reziliența sa e de 1 kgcm/cm² [2]).

Tabela nouă de clasificare din Noemvrie 1937, în care e inserat un număr de tipuri noi l_1, Z_1, Z_2, Z_3, T_1, T_2, T_3, se bazează pe comportarea la reziliență.

Utilizare: Tipul S, cca 90% din piesele confecționate din materiale artificiale presate, ca izolanți în tehnica curenților tari și slabi, în construcția aparatelor, în industria textilă, furnituri pentru biurouri, accesorii de automobile ș. a., console pentru bare de perdele fabricate prin procedeul de presare în lungimi mai mari, tuburi pentru montarea conductelor neizolate în tehnica instalațiilor.

Tipul S* un material special pentru piese de izolare electrică, de calitate superioară, și sub formă de preparate sărace în amoniac;

Tipul O, un material sărac în amoniac pentru piese electrice superioare, cari conțin părți sensibile la coroziune;

Tipul Z_1 și Z_2, utilizarea ca pentru tipul S, dar pentru piese cu solicitare mecanică mai mare;

Tipul Z_3 pentru piese de mare solicitare mecanică, dar din cauza stratificării mai ales pentru piese simple;

Tipul T_1 și T_2 pentru piese cu rezistență dinamică foarte mare, de ex. tablouri de manevră pentru autovehicule, căști pt. lucrători, în loc de carcase din fontă indicatoare de direcție pt. autovehicule, mosoare pentru războaie, paturi de arme, cusineți;

[1]) v. și Handb. d. Römmler AG., Spremberg. — DIN VORNORM 7703 Lager aus Kunstharz-Preßstoff. — [2]) Nitsche-Zebrowski, Entw. neuer Prüfverfahren zur Beurt. der Sprödigkeit formfester Kunststoffe, Kunstharze u. a., Plastische Massen (1938), fasc. 2 și 3.

Scanned with OKEN Scanner

Tipul T_3, piese cu rezistență mecanică foarte mare, în loc de metale. Prin stratificare, deformarea e limitată, ca și la Z_3; totuși se pot presa chiar și părți de formă complicată prin stratificarea prealabilă a masei, de ex. oale pentru mașini de tors, bare mai mari de manipulație, piese de construcție pentru mașini, paliere pentru laminoare grele;

Tipul I_1 pentru piese izolante rezistente la umiditate și căldură, potrivit din cauza rezilienței mici numai pentru piese cu pereții groși;

Tipul I_2, utilizarea ca a tipului I_1, dar din cauza rezilienței mai mari și pentru piese cu pereți subțiri (dulii pentru becuri, rondele pentru întreruptoare, manșoane de cabluri);

Tipul M, utilizarea ca pentru I_1 și I_2, dar pentru părți cu solicitare mecanică mare, de ex. piese de instalație pentru vapoare și mine;

Tipurile 2 și 3 se utilizează din cauza rezistenței mecanice reduse numai pentru piese cu pereții groși, mai ales piese de izolare electrică, cărora nu li se impun condițiuni de stabilitate de formă și suprafață. Utilizarea s'a redus mult prin întrebuințarea mai largă a tipurilor I_1 și I_2.

Rășină presată (transparentă și translucidă) din cauza rezistenței sale mari la umiditate, pentru diferite vase, de ex. tăvi, pahare, vase de flori, cești, ca și în loc de chihlibar în electrotehnică.

Tabela 12. Proprietățile fizice ale rășinilor presate

Greutatea specifică . . . [g/cm³]	1,25	Rezist. la incandescență, calitatea	4
Rezistența la încovoiere . [kg/cm²]	500	Dilatatia termică liniară	90×10^{-6}
Rezist. la încov. dinam. [kgcm/cm²]	6,0	Rezistența superficială după 24 ore în apă [valoare relativă] . . .	5
Rezist. termică (Martens) . [°]	125		

5. **Rășini artificiale nobile.** Numiri comerciale: Decorită, leucorită, pantolită, alberită, trolon. Așa zisele rășini artificiale nobile, preparate prin turnare, se găsesc în comerț sub formă de blocuri, plăci, bare și tuburi de diferite culori, mai ales de culoarea chihlibarului și a fildeșului, pentru prelucrarea prin așchiere. Deoarece sub acțiunea luminii și a căldurii rășinile fenolice își închid cu timpul culoarea, rășinile artificiale nobile de culori deschise sunt mai puțin rezistente la îmbătrânire; prin retrecisare se pot provoca la îmbătrânire crăpături.

Utilizare: Pentru înlocuirea fildeșului și a chihlibarului la obiecte de galanterie.

Tabela 13. Proprietățile fizice ale rășinilor sintetice nobile

Greutatea specifică . [g/cm³]	cca 1,35	Dilatația termică liniară . . .	96×10^{-6}
Rezist. la incovoiere . [kg/cm²]	500—1200	Rezist. termică (Martens) [°]	55
Rez. la încov. din. [kgcm/cm²]	12×30	Rezist. la incandescență, calitatea	3
Rezist. la întindere . [kg/cm²]	600	Rezistența superfic. după 24 ore in apă (valoare relativă) . .	2
Rezist. la compres. . [kg/cm²]	1300		

6. **Materiale artificiale stratificate, cu bază de fenol:** Hârtia tare și țesătura tare. Numiri comerciale pentru hârtia tare: carta, hares, pertinax, presszell, trolitax, wahnerită, repelită, hohvolt, sarax, neolită, nihax. Numiri pentru țesătura tare: canvass, cambrie, durcotos, harex, iarex, novotext, trolitax, turbonită, linax, turbax, nihatex. Din cauza rezistenței lor mecanice și rigidității lor electrice mari, hârtia tare și țesătura tare, sub formă comercială de plăci, tuburi și bare, dau izolanți, materiale de construcție pentru piese cu solicitări mari mecanice și electrice, de ex. în electrotehnică, la piese pentru întreruptoare cu abur, tipul cu expansiune.

Alte utilizări: Căptușeli pentru pereți, roți dințate, cusineți (DIN pr. de normă 7703), organe de transmisie pentru mașini. Proprietățile plăcilor comerciale, barelor și tuburilor v. tab. 2, p. 926. (In cursul imprimării acestui capitol a apărut un suplement la DIN 7701, prin care s'au modificat numirile etc. privitoare la țesăturile tari (p. 926). V. suplement din coala titlului).

Lignofolul. Lignofolul e preparat sub presiune și căldură din foile de placaj uscate ale esențelor de lemn indigene, utilizând o rășină durcisabilă cu bază de fenol, și se vinde sub formă de plăci. Dimensiuni comerciale: 580×1100 mm², grosimea: 4...200 mm. Rezistența mecanică a lignofolului, tab. 13, e cu mult mai mare decât a hârtiei tari și a țesăturii tari. Higroscopicitatea e relativ ridicată, de aceea nu se poate utiliza ca izolant electric.

Scanned with OKEN Scanner

U t i l i z a r e : Ca material de construcție pentru piese, cari urmează să aibă o rezistență mecanică foarte mare, de ex. pentru spete, bare bătătoare, pedale (la războaiele de țesut), roți dințate fără sgomot.

Tabela 14. Proprietățile fizice ale lignofolului [1])

Greutatea specifică . . [g/cm³]	1,36	Rezistența la compresiune [kg/cm²]	1200
Rezistența la încovoiere [kg/cm²]	3000	Capacitatea de despicare . [kg]	70—80
Rezistența la încovoiere dinamică . . . . . [kgcm/cm²]	90	Higroscopicitatea măsurată la o bară de 10×15×120 mm³ după 4 zile [%]	4—8
Rezistența la întindere . [kg/cm²]	2000		

7. **Materiale artificiale din mase de rășini artificiale cu bază de acid ftalic și glicerină.** Numiri comerciale: gliptal și rășină Alkydal. Rășinile artificiale cu bază de acid ftalic și glicerină nu sunt potrivite pentru fabricarea preparatelor de presat din cauza durcisării lente, care se face numai la temperaturi de peste 200°, dar se folosesc în cantități mari ca lacuri. Din cauza aderenței mari la mică, gliptalul se utilizează în loc de șellac pentru prepararea micanitei.

XI. Apa [2]) [3])

Prelucrare de prof. dr. H. K l u t și dr. N. N a u m a n n, Berlin-Dahlem

a) Proprietăți chimice și fizice

Apa pură este incoloră, într'un strat de 5 m adâncime de culoare albastră (azurie); constă din 88,81 p. greut. oxigen și 11,19 p. greut. hidrogen. La o presiune de 760 mm coloană Hg p u n c t u l d e f i e r b e r e e la + 100°, p u n c t u l d e t o p i r e la 0°. G r e u t a t e a s p e c i f i c ă a ghieței la 0° e 0,9167 kg/dm³, a apei la 0° e 0,999 87 kg/dm³, la + 4° e 1 kg/dm³, la 15° e 0,999 13 kg/dm³; tabele privitoare la greutatea specifică și volumul specific al apei în p. 535 ș. u. Presiunea de saturație a aburului la 0° e 4,58 mm, la 18° e 15,48 mm. 1 litru de abur saturat are la 100° și la presiunea de 760 mm coloană Hg 0,598 g. T e m p e r a t u r a c r i t i c ă a a p e i e + 374°, p r e s i u n e a c r i t i c ă 217,7 atm. V i t e s a s u n e t u l u i în apă de 8° e de 1435 m/sec. Tabela privitoare la

[1]) După datele dela Dynamit Nobel S. A., Troisdorf.

[2]) **Bibliografie:** H. B a c h, Die Abwasserreinigung, München și Berlin 1927, Oldenbourg. — H. și E. B e g e r, Biologie der Trink- und Brauchwasseranlagen, Jena 1928, Fischer. — B i e s k e, Rohrbrunnen, ed. a 2-a, München și Berlin 1938, Oldenbourg. — B l a c h e r, Das Wasser in der Dampf- und Wärmetechnik, Leipzig 1925, Spamer. — B ö h m, Gewerbliche Abwässer, Berlin 1928, Elsner. — B r i x, H e y d, G e r l s c h, Die Wasserversorgung, München și Berlin 1936, Oldenbourg. — E. G r o ß, Handbuch der Wasserversorgung, ed. a 2-a, München și Berlin 1930, Oldenbourg. — Grundzüge der Trinkwasserhygiene, ed. de Preuß. Landesanstalt f. Wasser-, Boden- und Lufthygiene în Berlin-Dahlem, ed. a 2-a, Berlin 1938, Laubsch și Everth. — H o l l u t a, Die Chemie und chemische Technologie des Wassers, Stuttgart 1937, Enke. — I m h o f f, Taschenbuch der Stadtentwässerung, ed. a 7-a, München și Berlin 1936, Oldenbourg. — K e i l h a c k, Lehrbuch der Grundwasser- und Quellenkunde, ed. a 3-a, Berlin 1935, Borntraeger. — K l o n k a, Untersuchung und Wertbestimmung von Mineralwässern und Mineralquellen aus A b d e r h a l d e n, Handb. d. biolog. Arbeitsmethoden, Berlin 1928, Urban și Schwarzenberg. — H. K l u t, Untersuchung des Wassers an Ort und Stelle, ed. a 7-a, Berlin 1938, Springer. — K o e h n e, Grundwasserkunde, Stuttgart 1928, Schweizerbart. — L a n d o l t - B ö r n s t e i n - R o t h - S c h e e l, Physikalisch-chemische Tabellen, ed. a 5-a, Berlin 1923, Springer. — H. L e h m a n n, Ortshygiene, vol. 6 der Handbücherei f. d. öffentl. Gesundheitsdienst, Berlin 1936, Heymann. — G. J. L e h r, Das Trink- und Gebrauchswasser, Leipzig 1936, Engelmann. — M a r k, Das schwere Wasser, Leipzig și Wien 1934, Deuticke. — O h l m ü l l e r, S p i t t a O l s z e w s k i, Untersuchung und Beurteilung des Wassers und Abwassers, ed. a 5-a, Berlin 1931, Springer. — P r i n z, Handbuch der Hydrologie, ed. a 2-a, Berlin 1923, Springer. — S p i t t a - R e i c h l e, Wasserversorgung, ed. a 2-a, Leipzig 1924, Hirzel. — S t o o f f, „Wasser" în D a m m e r s - P e t e r s, Chem. Technologie der Neuzeit, ed. a 2-a, vol. 1, Stuttgart 1924, Enke. — T i l l m a n s, Die chem. Untersuchung von Wasser u. Abwasser, ed. a 2-a, Halle 1932, Knapp.

[3]) Cp. sect. Instalații Hidraulice, vol III.

căldura specifică a apei în p. 537. Asupra structurii moleculare a apei cp. Z. f. ang. Chemie, 49 (1936), p. 279.

Compresibilitatea apei e extrem de mică și se reduce cu ridicarea temperaturii; o presiune de 1 kg/cm² îi reduce volumul de 1 dm³ cu cca $50 \cdot 10^{-6}$ dm³. Tensiunea superficială a apei e cu mult mai mare decât e celorlalte lichide; la aer și 20° ea e de 72,53 dyn/cm. Vâscozitatea apei p. 458. Apa este un solvent excelent pentru substanțele solide, lichide și gazoase.

Ea disolvă de ex. la presiunea de 760 mm col. Hg

la 0° 10,19 cm³ oxigen și 18,99 cm³ azot,
la 20° 6,36 cm³ oxigen și 12,32 cm³ azot.

Soluțiunile substanțelor gazoase lichide și solide arată multe proprietăți fizice cari diferă de cele ale apei pure (de obiceiu greut. spec., punct de îngheț, punct de fierbere, presiunea aburului, tensiunea superficială, vâscozitatea).

Ghiața se formează în apă la 0° prin absorpție de căldură; luând măsurile speciale, apa pură se poate subrăci până la — 12°, fără formare de ghiață. La solidificare, apa își mărește volumul cu cca a ¹/₁₁-a parte din volum. Căldura de solidificare a apei și căldura latentă a ghieței e de 79,4 kcal/kg. Duritatea ghieței după Mohs = 1,5. Ghiața nu e conductor electric, e un rău conductor termic și e „transparentă" pentru razele de căldură. Căldura specifică a ghieței la — 20° e 0,431 kcal/kg°. Rezistența la rupere paralel cu suprafața naturală a ghieței e la — 11° de cca 75 kg/cm², perpendicular pe suprafața naturală de cca 130 kg/cm². Coeficientul de refracțiune a luminii pentru linia D de 589 mμ e față de aer:

pentru raza ordinară	1,3091
pentru raza extraordinară . .	1,3104.

Zăpada. Zăpada căzută fără vânt are 60...100 g/dm³, zăpada căzută pe vânt are de două ori mai mult. Zăpada rămasă peste vară e zăpadă înghețată și are până la 500 g/dm³.

Apa de condensație (apă de ploaie, apă de zăpadă, apă de meteori). Înălțimea de condensare anuală e pe pământ în medie de 910 mm, în Germania de 690 mm. Compoziția chimică a apei de ploaie e după Liesegang foarte diferită, și depinde în mare parte de locul de unde s'a luat (orașe, regiuni industriale, la țară) și de felul ploii (ploaie torențială, ploaie de durată).

Apa de mare. Culoarea e de obiceiu verzuie până la albastră. Conținutul de sare în %: Marea Nordului, lângă Borkum 3,2. Marea Baltică, lângă Glücksburg 1,9, la Zoppot 0,6; Marea Mediterană 3,8, Marea Moartă 21,7. Duritatea totală (grade germane): Marea Nordului 311; Marea Baltică lângă Gücksburg 188, lângă Zoppot 66. Duritatea permanentă (grade germane): Marea Nordului 306; Marea Baltică lângă Glücksburg 183, lângă Zoppot 65 [1].

Partea principală a sărurilor e NaCl, pe urmă $MgCl_2$ și $MgSO_4$, $CaSO_4$ etc.

Apa grea, oxidul de deuteriu (D_2O) conține în loc de atomi normali de hidrogen H^1, atomi de hidrogen „greu" H^2 (= deuteriu) cu greutatea atomică = 2. In apă naturală raportul dintre apa normală și cea grea e de cca 500:1. E considerată neotrăvitoare; punctul ei de îngheț + 3,8°, punct de fierbere 101,42°. Densitate maximă la 11,6°, greutatea specifică 1,11 kg/dm³.

Apa minerală se deosebește de cea normală subterană și de izvor prin temperaturi mai ridicate (cel puțin 20°) sau printr'un conținut total de sare de minimum 1 g/kg sau printr'un conținut min. de unele subst. importante din punct de vedere fiziologic.

Apa naturală e o soluție diluată de diferite săruri; ea mai conține cantități variabile de substanțe organice și gaze.

Duritatea apei. Se bazează pe conținutul apei în compuși de calciu și magneziu. Bicarbonații lor formează duritatea în carbonați sau temporară; celelalte săruri ale lor (cloruri, sulfați, azotați, fosfați, silicați) dau duritatea permanentă.

Duritatea apei se indică în grade, convertind magnezia prin înmulțirea cu 1,4 în valori privitoare la var.

[1]) Celelalte date în Krümmel, Handbuch der Ozeanographie, ed. a 2-a, Stuttgart 1907, Engelhorn. — Pahde, Meereskunde, ed. a 2-a, Leipzig 1919, Reclam. — Junk, Oppenheimer, Pincussen, Tabulae biologicae, vol. IV, Berlin 1907, Junk.

[2]) Deutsches Bäderbuch 1907. — Altele: Dietrich și Kaminer, Handbuch der Balneologie, Leipzig 1916, Thieme.

Scanned with OKEN Scanner

Tabele de recalculare a diferitelor durități

1 grad de duritate german [°dH] 1): 10 mg Ca O în 1 l apă	1 grad de duritate englez: 10 mg $CaCO_3$ în 0,7 l apă	1 grad de duritate francez: 10 mg $CaCO_3$ în 1 l apă
1	1,25	1,79
0,8	1	1,43
0,56	0,7	1

1) ° dH = D. G. (altă abreviațiune întrebuințată adesea).

In USA duritatea se exprimă în mg $CaCO_3$ pe un litru apă; de aceea 1 grad de duritate german corespunde la 17,8 mg/l (p. p. m. = parts per million) duritate americană și 1 mg/l (p. p. m.) duritate americană corespunde la 0,056 gr. de dur. germane.

Tabela care urmează indică eșalonarea scărilor de duritate a apei după gradul de duritate german.

Duritatea totală °	Numirea calității	Duritatea totală °	Numirea calității	Duritatea totală °	Numirea calității
0—4	foarte moale	8—12	semidură	18—30	dură
4—8	moale	12—18	destul de dură	peste 30	foarte dură

După Naumann [GWF 80 (1937), p. 7] uzinele publice pentru alimentare cu apă furnisează apă cu

0...10	grade germane		42%
10...20	„	„	41%
20...30	„	„	14%
peste 30	„	„	3%

Fiecare grad german necesită la spălat 160 g săpun pe 1 m³ apă.

Noțiuni și unități de măsură în DIN 8103 (v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 740). Determinarea durității DIN 8104 și „Einheitsverfahren der physikalischen und chemischen Wasseruntersuchung", ed. de Fachgr. f. Wasserchemie des VDCh., Berlin 1936, ed. Chemie.

Extracțiunea apei v. Hütte, vol. III.

b) Apa potabilă și de folosință

1. Condițiuni pentru apa potabilă și cea industrială.

Legile și regulamentele etc. sunt reunite de R. Abel în Die Vorschriften zur Sicherung gesundheitsgemäßer Trink- und Nutzwasserversorgung, Berlin 1911, Schoetz. Apa potabilă va satisface următoarele condițiuni: 1. să fie fără agenți patogeni și fără substanțe dăunătoare sănătății, de ex. plumb din conducte, arsen, fluor (numărul germenilor singur nu e un factor hotărîtor pentru influența dăunătoare asupra sănătății); 2. să fie pe cât posibil limpede, fără miros și fără gust, nici prea caldă, nici prea rece; 3. să fie utilizabilă la gătit și la spălat, și să nu atace conductele.

Privitor la nevoia și consumația de apă, v. vol. III.

Fierul și manganul în cantități mai mari de 0,2 mg Fe și 0,1 mg Mn pe 1 l colorează rufele, producând pete de rugină. Apa de baltă colorează rufele în galben și le dă un miros neplăcut de mucegaiu.

De obiceiu apele potabile conțin în Germania (mg/l):

Rest. de abur cond.	sub 500	Substanțe organice (exprimate prin permanganat de potasiu consumat)	sub 12
Azotați (N_2O_5)	sub 30	Duritate totală (grade germane)	18°
Azotiți (N_2O_3)	lipsesc (ev. în urme)	Reacțiunea asupra hârtiei de turnesol și acidului rosolic	slab p. la pronunțat bazic
Amoniac (NH_3)	urme până la 0,5		
Cloruri (Cl)	sub 30		
Sulfați (SO_3)	sub 60		
Fosfați (P_2O_5)	eventual urme		
Săruri potasice (K_2O)	sub 10		

2. Epurarea apei. Degazeificarea (de oxigen, azot, bioxid de carbon liber, metan). 1. a tuturor gazelor: prin încălzirea apei sau prin vid; 2. a oxigenului: chimic prin adăugare de sulfit sau bisulfit de sodiu, mai ales la cald; filtrarea prin vată de oțel cu mangan (în acest caz fierul trece în apă); 3. a hidrogenului sulfurat prin aerisirea puternică a apei (prin picurare, stropire); 4. a bioxidului de carbon liber (care atacă metalele și mortarul) ca și 3. și prin adăugare de lapte de var,

apă de var, leşie de sodiu, sodă sau prin filtrare peste marmoră, magno, magnezită (desacidulare).

Indepărtarea substanţelor organice din apa de baltă de culoare galbenă până la brună (ape cu humă) prin adăugare de sulfat de aluminiu („alaun"), clorură de aluminiu, sulfat feros, clorură ferică, clorură sulfato-feroasă, aluminat de sodiu. La ape sărace în carbonaţi mai e necesar un adaus de var sau sodă pentru precipitare sub formă de fulgi. Pentru descompunerea substanţelor cu humă poate intra în consideraţie şi permanganatul de potasiu şi ozonul. Gustul şi mirosul rău al apei se îndepărtează printr'un filtru cu cărbune activ sau prin praf de cărbune, care se amestecă cu apă sau se presară pe filtru [1]).

Substanţele nedisolvate şi turburătoare, de ex. argila, algele, animalele mici, nisipul etc. se îndepărtează, după felul şi mărimea lor, prin precipitare în basine de limpezire, prin filtre rapide şi lente sau prin îndepărtare în formă de fulgi cu ajutorul unor mijloace de precipitare (v. m. s.)

Indepărtarea fierului. Fierul se găseşte în apă de obiceiu sub formă de bicarbonat de fier; sub această formă se poate precipita uşor. Se îndepărtează prin aerisite abundentă (absorpţie de oxigen prin curgere, cădere, stropire) şi filtrare prin pietriş. Dacă însă se găseşte sub forma unui compus chimic organic („humat") sau e acoperit cu un coloid protector e precipitat prin adăugarea unor produse chimice (var, sodă, săruri de aluminiu şi de fier).

Demanganizarea. Carbonatul de mangan se îndepărtează prin aerisirea şi filtrarea apei prin pietriş cu piroluzită sau permutit de mangan. Sulfatul de mangan se precipită cu apă de var.

Decarbonizarea se utilizează la apele cu duritate mare în carbonaţi, când se cere o apă săracă în carbonaţi, de ex. la alimentarea cazanelor, la încălzirea apei pentru berării, spălătorii, apă de răcire etc. Decarbonizarea termică, prin încălzirea şi filtrarea apei, prin adăugare de apă de var, precipitare şi filtrare.

Indepărtarea durităţii totale (duritatea temporară şi permanentă.) E necesară la apele cu o duritate mare, destinate exploatării cazanelor (v. Hütte, vol. II), în spălătorii, fabrici de textile etc. Procedeul cel mai mult utilizat e cel cu var şi sodă. Substanţele cari formează duritatea se pot îndepărta fără resturi prin filtru cu neopermutil.

Indepărtarea sărurilor se efectuează fără resturi prin distilare. O îndepărtare radicală a sărurilor se poate face fără încălzire, prin procedeul de electro-osmoză (Siemens).

Indepărtarea uleiurilor şi a grăsimilor se cere mai ales la apa destinată alimentării cazanelor, şi se efectuează prin filtrare prin filtrul de bumbac sau prin adăugare de sulfat de aluminiu sau pe cale electrolitică urmată de o filtrare prin pietriş.

Indepărtarea acizilor (de ex. a acidului sulfuric liber, a celui azotic, clorhidric şi a bioxidului de carbon) se execută prin reacţiuni chimice cu adause alcaline (var, sodă, hidrat de sodiu) sau prin filtrare prin filtre din mase alcaline (marmoră, magno, magnezită). Bioxidul de carbon liber [2]) se poate îndepărta şi pe cale fizică prin picurare, pulverizare şi stropire cu apă.

Indepărtarea germenilor. Germenii boalelor se îndepărtează în parte prin fierbere apei sau prin filtrare (filtru Berkefeld sau Seitz). In uzinele mai mari filtrarea singură nu oferă o siguranţă suficientă, mai ales filtrarea rapidă; e preferabilă filtrarea înceată prin nisip. Din acest punct de vedere efectul unui filtru rapid va fi mai bun, dacă apa se tratează în prealabil cu mijloace de precipitare (săruri de aluminiu sau de fier). Procedeul cel mai utilizat şi mai sigur pentru îndepărtarea germenilor din apă e clorurarea; utilizarea de mai multe ori sub formă de gaz (clor în butelii). Arareori se utilizează şi hipocloriţi (oxiclorură de var, clor electrolitic, caporit, percloron) şi cloramină. Cantitatea de clor necesară pentru îndepărtarea germenilor depinde de temperatură, de conţinutul de carbonaţi şi de capacitatea de absorpţie de clor a apei, şi e în general de 0,1...1 mg clor activ pe 1 de apă.

Pentru declorurare se utilizează un filtru cu cărbune activ, acid sulfuros, tiosulfat etc.

Apa care are *fenol* obţine prin clorurare gustul neplăcut al iodoformului. De aceea trebue ca vopselele rezervoarelor şi conductelor să nu conţină fenol.

In Germania nu s'a răspândit întrebuinţarea ozonului şi a razelor ultraviolete pentru îndepărtarea germenilor din apă.

---

[1]) Cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 837, şi Bailleul, Herbert şi Relsemann, Aktive Kohle, ed. a 2-a, Stuttgart 1937, Enke. — [2]) Neumann, G W F 79 (1936), p. 161.

Scanned with OKEN Scanner

3. Ape cari atacă metalele și mortarul. Metalele utilizate în tehnica alimentării cu apă (fontă, oțel, zinc, plumb, cupru, alamă, bronz roșu) sunt atacate de ape cari nu reacționează alcalin ($p_H < 7$)[1], au grad de duritate mic și conțin aer și bioxid de carbon agresiv. Cantitățile mai mari de cloruri, azotați și sulfați activează atacul.

La apa caldă compoziția chimică generală a apei e mai puțin hotărîtoare pentru atacul metalelor decât conținutul de oxigen atmosferic, dacă apa nu tinde să formeze piatră din cauza unei mari durități în carbonați. Oxigenul se neutralizează prin adăogare de sulfit, sau i se împiedecă accesul la fier printr'un strat protector pe metal (adaus de fosfați, filtrare prin magno, procedee de protecție electrice). Și prin alcalinitate suficientă ($p_H > 9$) se poate împiedica formarea coroziunii prin apa caldă.

Pentru conducte de fier, cele mai avantajoase sunt apele cu o duritate în carbonați de peste 6 grade germane cari nu conțin un surplus de așa zis bioxid de carbon agresiv dar conțin oxigen absorbit din aer. Astfel de ape formează treptat pe suprafața metalului un strat acoperitor dens și bine aderent de carbonat de calciu și alte produse de coroziune a metalului („strat protector calcaros împotriva ruginii"). La instalațiile de alimentare cu apă caldă, o duritate în carbonați mai mare de 12 grade germane nu e favorabilă din cauza formării de piatră.

Betonul și mortarul sunt atacate de apele de reacțiune acidă, sărace în var și bogate în bioxid de carbon. Desavantajoase mai sunt cantitățile mai mari de sulfați și săruri de magneziu, cum și săruri amoniacale, hidrogen sulfurat (sulfuri), uleiuri saponificabile și grăsimi.

4. Condițiuni pentru apele de folosință. Apa potabilă bună (v. m. s.) corespunde bine aproape pentru toate scopurile industriale. Afară de aceasta se cere pentru spălătorii și fabrici de textile o apă moale, pe cât posibil săracă în carbonați. Fierul, manganul și humele sunt deosebit de desavantajoase pentru industriile de mai sus, cum și pentru berării, vopsitorii, albitorii, tăbăcării, fabrici de hârtie, fabrici de amidon și zahăr, ca și pentru lăptării.[2])

5. Apă de alimentare pentru cazane. Cu cât presiunea cazanului și producția de abur e mai mare, cu atât și apa trebue să fie mai curată. Va fi totdeauna de reacțiune alcalină; la cazane de mare presiune e nevoie de un adaus de substanțe alcaline. Cantitatea de substanțe disolvate și nedisolvate va fi cât mai redusă; deosebit de desavantajoase sunt bioxidul de siliciu, gipsul, clorura de magneziu, azotații, uleiurile și grăsimile. Gazele (bioxidul de carbon și oxigenul) trebue să lipsească complet. La cazanele mai mari (ignitubulare) duritatea apei de alimentare nu va fi peste 5 grade germane, iar la cazanele aquatubulare mai greu accesibile nu peste 2 grade germane. Detalii despre apa de alimentarea cazanelor și prepararea ei în vol. II.

Despre tratarea apei de evacuare, v. în vol. III., secț. Hidrotehnică.

c) Incercarea apei

Pentru încercarea rapidă a apei potabile și a apei de folosință se utilizează o serie de procedee simple fizice și chimice[3]). Pentru orientare generală asupra proprietăților unei ape sunt suficiente următoarele încercări: proprietăți exterioare (limpezime, culoare, miros, gust), temperatură, cantitatea de hidrogen sulfurat și sulfuri, reacțiunea, bioxidul de carbon, compușii azotului, duritatea, fierul și manganul.

Incercări detaliate se fac de Institutul prusian pentru igiena apei, a solului și aerului, Berlin-Dahlem, Correnspatz 1, care a elaborat instrucțiuni și un chestionar pentru luarea probei.

[1]) p_H = concentrația ionilor de hidrogen, cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 30. — [2]) Naumann, Jahrbuch „Vom Wasser", vol. VI, p. 127, Berlin 1932, Verlag Chemie. — [3]) Klut, Die Untersuchung des Wassers an Ort und Stelle, ed. a 7-a, Berlin 1938. Springer; mai departe „Einheitsverfahren der physikalischen und chemischen Wasseruntersuchung", editat de Fachgruppe für Wasserchemie de VDCh., Berlin 1936, Verlag Chemie, v. nota [2]) pag. 937.

XII. Combustibilii

A. Combustibilii solizi [1])

Prelucrare de profesor dr. ing. Marcard, Hannover

Generalități. Combustibili naturali solizi sunt huilele, cărbunii bruni, turba, lemnul, șistul uleios, creta uleioasă. Combustibili artificiali solizi sunt cocsul, brichețiii, praful de cărbune. Ei se prepară din cei naturali prin tratament termic (cocs), presare (brichețí) sau măcinare (praf de cărbune).

Tab. 8 indică materialele, compușii chimici sau amestecurile din cari se compun combustibilii solizi, ea cuprinde totodată și produsele arderii. Cantitatea totală de carbon, hidrogen și sulf constitue „substanțele combustibile" sau „componentele combustibile" (p. 603). Substanța combustibilă + oxigenul și azotul (adică substanța fără apă și cenușă) formează așa zisul „cărbune pur"; ea e întotdeauna aceeași într'un strat din mină. Diferitele date caracteristice se raportează adesea la cărbune pur, astfel că la diferite conținuturi de apă și cenușă se poate face o recalculare în „cărbune brut".

Puterea calorifică (v. p. 613 ș. u.). Pentru toate fenomenele tehnice e de importanță numai puterea calorifică inferioară (Pci).

Tabela 1. Valori medii de puteri calorifice exprimate în kcal/kg pentru substanța combustibilă (cărbune curat) la diferiți combustibili solizi românești [2]).

Combustibilul	Puterea calorifică inferioară kcal/kg	Proveniența
Antracit	8072—8354	Rudăria — Banat
Huilă antracitoasă	8022—8645	Baia Nouă — Banat
Huilă	7948—8336	Cozla Drencova — Banat
Huilă de gaz	7995—8100	Lupeni — Hunedoara
Cărbune brun	7143—7515	Petroșani — Hunedoara
Lignit superior	6453—6773	Comănești — Bacău
Lignit superior	6222—6759	Șorecani — Someș
Cocs	7800—7950	Lupeni — Hunedoara
Lignit	5860—6100	Jidava — Muscel
Lignit	5900—6150	Doicești — Dâmbovița
Lignit ameliorat, după Fleissner	5870—6200	Schitu Golești — Dâmbovița
Brichețí — semi cocs	7700—8000	Petroșani — Hunedoara

Componente volatile (gaze). Sunt partea din greutatea produselor gazoase (compuși CH și CHO), care se volatilizează la distilare uscată. Cu creșterea vârstei geologice se reduce conținutul de gaz (tab. 2 și p. 981). Inginerului termotehnician, cunoașterea componentelor gazoase îi dă un ajutor important pentru aprecierea aprinderii și a arderii. Formarea flacării diferă extraordinar de mult în ce privește lungimea, intensitatea și forța de luminat.

[1]) Bibliografie: Marcard: Rostfeuerungen, Berlin 1934, ed. VDI. — Aufhäuser, Brennstoff und Verbrennung, Berlin 1928, Springer. — Fuchs, Feuerungstechnik mit Steinkohlen Oberschlesiens, Berlin 1938, Springer. — Ruhrkohlenhandbuch, ed. a 3-a, Berlin 1937, Springer. — Braunkohlenanhaltszahlen, ed. a 4-a, Köln 1934, Rheinisches Braunkohlen-Syndikat. Meis, Die Kohlenvorräte de Welt, Glückauf 72 (1936), p. 489.

[2]) Tabela originală privitoare la cărbuni germani. a fost înlocuită prin tabela de față, întocmită de Prof. Dr. Ing. I. Blum (n. ed.).

Tabela 2. Componentele volatile ale combustibililor, raportate la cărbune pur în $^0/_0$ din greutate

Turbă	70—60	Huilă cu flacără lungă	40—35	Cărbune de forjă	19—12
Cărbune brun	60—50	Cărbune de retortă	35—30	Antracit	12—5
Huilă semigrasă	50—40	Huilă grasă	30—19		

Proprietățile cocsului: După felul și comportarea cocsului se deosebesc combustibilii din tab. 3, fără o limitare bine determinată. Pentru prepararea cocsului metalurgic și a cocsului de gaz sunt potrivite numai anumite feluri de huile.

Tabela 3. Eficiența în cocs, raportată la cărbunele pur, și constituția cocsului

Felul cărbunelui	Eficiența $^0/_0$ gr.	Constituția cocsului
Cărbune brun	40—50	cu granule fine, neaderate
Huile seci sau subbituminoase	50—60	se concreționează
Huile semigrase sau subbituminoase	60—81	se topește, se umflă
Huile slabe, semibituminoase și antracitice	81—95	netopit sau f. slab topit

Conținutul de apă. Apa se găsește în combustibil sub formă de umiditate „liberă" și „specifică" sau „higroscopică".

Prima constă din umiditate superficială sau din apă amestecată mecanic cu combustibilul. Conținutul de apă variază și se micșorează prin uscare la aer. Când se ajunge la greutate constantă, avem un combustibil „uscat la aer", a cărui umiditate „higroscopică" rămasă (tab. 4) depinde de combustibilul respectiv. Aceasta se evaporează complet după o încălzire de lungă durată la 105°.

Tabela 4. Umiditatea higroscopică a combustibililor solizi în $^0/_0$ din greutate

Lemn depozitat	15—20	Huilă mai tânără (semigrasă)	6—12
Turbă depozitată	20—25	Huilă de vârstă mijlocie	1—2,5
Cărbune brun amorf	35—45	Huilă mai veche (slabă), antracit	0,5—1
Bricheți de cărbune brun	13—15		

Cenușa și sgura. Cenușa e totalitatea părților minerale cari se găsesc în fiecare fel de cărbune sub formă fină sau mai mare (pietre, șist, argilă etc.). Se îndepărtează în mare parte prin preparare la umed sau uscat. Influența sgurei asupra mersului arderii se stabilește prin fuzibilitatea sau trecerea ei în stare pastoasă (tabela 5).

Tabela 5. Formarea și felul sgurii

Comportarea pe grătar	Felul sgurii
Nu se formează sgură	Ușoară, afânată, poroasă, nu împiedică accesul aerului, foarte sfărâmicioasă
Cantitate mică de sgură	Mai consistentă, puțin mai densă
Cantitate mijlocie de sgură	Puțin și mai densă
Sgură foarte desavantajoasă	In esență sgură tare

Clasificarea cărbunilor. Numirile nu sunt unitare și diferă puțin după regiuni. Tabela 6 servește numai spre orientare.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 6. Clasificarea cărbunilor

Numirea	Mărimea granulelor (mm) sau greutatea
Cărbune de mină	neclasificat, se indică numai bucățile mai mari (peste 80 mm)
Cărbune bulgări	peste 80 mm
,, bucăți	140/90—90/70—70/45 mm
,, nucă I—IV	80/50—50/30—30/20—20/10 mm
,, mazăre	30/10—20/10—12/0,5 mm
,, griș	15/0 mm
,, fin	10/0 mm
,, praf	1/0 mm
Bricheți de huilă (bricheți plini, cuburi, de salon, ouă)	10 7 5 3 1 0,5 0,1 0,018 kg
Bricheți de cărbune brun (format salon sau menaj, semifranzele)	500—300 170 100 75 40 g

Greutăți și feluri de depozitare. Greutatea specifică și în stare vărsată, volumul ocupat, unghiul taluzului în tabela 7.

Combustibilii insensibili la intemperii, cu tendință neînsemnată de autoaprindere și de desagregare, se pot depozita liber, timp mai îndelungat până la înălțimea de 8 m; cărbunele brun brut p. la 5 m. Bricheții de cărbune brun se depozitează acoperiți până la înălțimea de 8 m. Praful de cărbune se depozitează cu anumite măsuri de precauțiune, și nu mai mult de 4 săptămâni [1]).

Tabela 7. Greutățile cărbunilor, volumul ocupat, unghiul taluzului

Felul combustibilului	Greut. specifică kg/dm³	Greut. mat. vărsat t/m³	Vol. de încărcare m³/10 t	Unghiul taluz. natural°
Cărbune brun, brut	1,2—1,4	0,65—0,78	12,8—15,4	30—33
Bricheți de cărbune brun		așezat: 1,03	9,7	
		vărsat: 0,73	13,7	
Huile mai tinere	1,25—1,35	0,72—0,80	12,5—13,9	32—45
Huile grase și slabe	1,30—1,40	0,8—0,86	11,6—12,5	*)
Praf de huilă sau cărbune brun		0,4—0,5	20—25	**)
Cocs metalurgic	1,6—1,9	0,5—0,55	18,2—20,0	45
Cocs de retortă	1,6—1,9	0,35—0,45	22,2—28,6	45

*) După felul cărbunilor, unghiul scade odată cu mărimea granulelor. **) Tendință la surpare, dar și de curgere.

Date chimice și tehnice [2]) vezi tabela 8, p. 945.

Incercarea combustibililor solizi e stabilită prin filele de norme din tabela 9. Cp. și VDI — Dampfkesselregeln DIN, VDI 1942, secț. 167...275.

Tabela 9. Norme pentru combustibili

DIN DVM	Anul	Privește
3701	1933	Generalități
3711	1931	Luarea și pregătirea probei din combustibili solizi în bucăți
3712	1931	Luarea probei din praf de cărbune
3716	1931	Puterea calorifică superioară și inferioară
3721	1934	Procedeele chimice de încercare
3725	1933	Stabilirea cocsului rămas și a componentelor volatile

[1]) De observat: Merkblätter des Staubausschusses des Reichskohlenrates über Umgang und Gefahren bei Verwendung von Staub, Berlin, April 1927.

[2]) Date detailate în Marcard, Rostfeuerungen, Berlin 1934, ed. VDI, anexa 3, fila 1...4.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 8. Valori chimice şi tehnice ale cărbunilor [1])

Combustibilul	Puterea calorifică inferioară kcal/kg	Cenuşă %	Umiditatea totală %	Analiza elementară: C %	H %	O + N %	S %	Aerul necesar teoretic m^3N/kg	Gaze de ardere (umede) m^3N/kg	CO_2 max %
Huilă antracitoasă										
Baia Nouă-Banat	7700—8000	4—9,50	0,6—1,5	79—85	3 —3,90	4,2— 6,9	0,3—0,6	8,00—8,42	8,14—8,60	18,9—19,1
Huilă										
Cozla	6100—7200	6—21	1,5—5	63—75	3,8—4,8	6,4—11,5	3,6—7,7	6,8 —7,7	7,00—8,10	18,0—18,4
Lupeni	5600—7300	4—15	3 —8	59—78	4,1—4,5	7 —14	0,8—3,8	6,8 —7,9	6,5 —8,4	18,5—18,7
Cărbune brun										
Petroşani	5900—7200	4—13	3 —9	62—72	4,0—5,6	12 —20	0,5—2,7	6,4 —7,7	6,7 —8,0	18,2—18,6
Comăneşti	3300—5000	14—36	9 —12	35—54	2,8—3,6	12 —23	1,8—2,8	3,5 —5,0	3,9 —5,2	17,5—18,7
Lignit										
Jidava-Schitu Goleşti	3000—3300	12—16	19 —27	35—42	3,3—4	20 —24	0,4—0,6	3,5 —4,0	3,9 —4,7	18,6—19,0
Filipeşti	3200—3600	7— 9	26 —31	36—42	3,1—3,8	20 —24	0,9—1,2	3,5 —4,0	3,9 —4,6	19,4—19,6
Doiceşti	2500—2900	7— 9	30 —44	30—44	2,9—3,6	21 —25	1,4—1,8	3,0 —3,6	3,2 —4,0	19,1—19,5

[1]) Tabela originală privitoare la cărbuni germani, a fost înlocuită prin tabela de faţă, întocmită de Prof. Dr. Ing. I. Blum (n. ed.).

B. Combustibili lichizi [1])

Prel. de prof. dr. R. **Heinze**, Berlin

Clasificare. Se deosebesc combustibili lichizi naturali şi artificiali; din primii fac parte ţiţeiurile, din cele de al doilea diferite feluri de gudroane şi uleiuri, preparate prin hidrogenare, sinteză şi extracţie, cum şi spirtul resp. alcoolurile prep. sintetic de ex. metanolul.

Constantele fizice v. pp. 533, 536, 616, 624 ş. u., 789 ş. u. şi 998 ş. u.

1. Combustibili naturali lichizi. Ţiţeiul. Utilizarea ţiţeiului brut pentru extragerea combustibililor motori uşori şi grei, uleiuri de iluminat, de încălzit şi de uns etc. prin distilare fracţionată şi rafinarea ulterioară a distilatelor (v. vol. IV, Prepararea ţiţeiului).

Hidrogenarea la mare presiune permite să se extragă cu eficienţă bună din uleiuri grele şi rezidii, prin evitarea formării cocsului, benzine şi motorine Diesel, cum şi uleiuri superioare de iluminat şi uns.

Distilare. Prin distilarea ţiţeiului rezultă normal următoarele fracţiuni: 1. benzină brută (punct de fierbere 50...200°), 2. petrol lampant (p. de f. 150...300°), 3. motorină Diesel (p. de f. 200...350°), 4. uleiuri lubrifiante p. de f. peste 350°), şi 5. rezidii păcură (gudron şi asfalt).

Rafinare. Din benzina brută se prepară prin redistilare şi rafinare, re, pe lângă gazolină, benzină de extracţie, pt. spălat, şi benzină grea, — mai ales benzină pt. motoare, a cărei greut. spec. e sub 0,780 kg/dm³; după volatilitatea lor, fracţiunile benzinei se clasifică în benzine uşoare, mijlocii şi grele.

Benzină pentru motoare. Punctul final de fierbere al benzinei pentru motoare s'a ridicat dela 180° cât era înainte,

[1]) **Bibliografie:** Stoffhütte ed. a 2-a, pp. 715 ş. u. — **Franz Spausta**, Treibstoffe und Verbrenungsmotoren, Wien 1939, Springer. — K.-H. v. **Thümen**, Jahrb. d. Deutsch. Mineralölwirtschaft, Frankfurt/Main 1939, Fritz Knapp.

odată cu nevoia mărită de benzină, la 200°. Benzina pentru motoare cu greutatea specifică 0,73 kg/dm³ la 15° are în medie o putere calorifică superioară de 11 150 kcal/kg și o putere calorifică inferioară de 10 350 kcal/kg. Pentru aprecierea valorii benzinei drept carburant, greutatea specifică și-a pierdut vechea importanță; în schimb analiza distilării și „cifrele caracteristice" stabilite prin această analiză după Wa. Ostwald[1]) permit concluziuni importante. Curba de distilare trebue să fie cât mai uniformă și să nu prezinte salturi. De importanță deosebită e antidetonanța, care se indică în general prin cifra octanică (*C. O.*), numită și valoare octanică (*V. O.*).

Ea se determină cu ajutorul unui motor special de încercare, admis în USA de Cooperative Fuel Research Committee și numit motor CFR. In același scop s'a construit și de I. G. Farbenindustrie (A. G.) în colaborare cu Soc. Daimler-Benz (A. G.) un motor de încercare german numit motor Vario.

Benzinele, cari constau din mare parte din hidrocarburi parafinice, de ex. benzinele americane „straight run" și cele obținute prin procedeul Fischer-Tropsch, au normal o mică antidetonanță (C. O. 55 și mai mică); ea se poate mări însă considerabil prin amestec cu o benzină extrasă din gaze naturale „umede", cu benzină cracată, polimerizată, cum și cu materiale antidetonante (tetraetil de plumb). Același efect prin adăugare de benzen sau alcool absolut; adăugarea unor cantități variabile de alcool (5...15%) e reglementată azi oficial în cele mai multe țări.

Pe baza deciziei 22 A dată de Überwachungsstelle für Mineralöl din 28. 6. 1939 (acum Reichsstelle für Mineralöl), aprobată de Ministerul Economiei Reichului, sunt admiși următorii carburanți (deteminarea C.O. după metoda CFR-Research): 1. amestec de benzină și benzen: C.O. normală 78, dar nu mai mult. Preparare: Pentru obținerea amestecului cu C.O. arătată, benzina se poate amesteca cu maximum 35% în greut. benzen, raportate la greutatea totală a amestecului. — 2. Benzină superioară: C.O. normală 78, dar nu mai mult. Preparare: Benzina se poate amesteca cu tetraetil de plumb („tel") până la 0,4 cm³ pe litru. Afară de aceasta, amestecul mai poate conține benzen până la 10% în greut. Prepararea benzinei superioare nu e permisă decât cu aprobarea specială dată de Reichsstelle. 3. Benzină de automobile N: C.O. normală 74, limită superioară 75. Preparare: După prescripțiunile date de Reichsmonopolvervaltung für Branntwein, benzina se amestecă cu 12% în greut. alcool raportate la greutatea totală a amestecului. Nu se poate adăuga benzen. — Benzină de automobile S: C.O. normală 74, dar nu mai mult. Preparare: Benzina se poate amesteca cu maximum 0,3 cm³ tel pe litru. Nu se poate adăuga benzen. Admisibitatea: 1. Amestecurile benzină-benzen și benzină superioară sunt admise în Germania întreagă. — 2. Benzină de automobile N: e admisă numai în regiunile de Nord-Est ale Germaniei.

Petrolul. Petrolul, fracțiunea imediat următoare după benzină, se utilizează numai în cantități mai mici ca lampant; prezintă importanță ca combustibil pentru tractoare. In Germania, punctul de inflamabilitate al petrolului lampant, determinat cu aparatul Abel, nu va fi sub 21° și nu peste 55°.

Motorina. Fracțiunea distilată deasupra a 250° servește azi drept combustibil pentru motoarele Diesel. Pentru combustibilii utilizați la motoarele Diesel ale vehiculelor sunt valabile condițiunile de livrare stabilite actualmente de Heereswaffenamt, tab. 1.

---

[1]) Glükauf 61 (1925), p. 550.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 1. Caietul de sarcini tehnic privitor la combustibilii motori utilizați pentru motoarele Diesel de vehicule

1. Fără substanțe străine solide,
2. Conținutul de apă maximum 0,5% greut.,
3. Conținutul de cenușă max. 0,05% greut.,
4. Punctul de inflamabilitate (după Abel-Pensky) min. 65°,
5. Puterea calorifică inferioară min 9700 kcal/kg.
6. Vâscozitatea la 20° max. 2,0 E° și min. 1 E°,
7. Punctul de congelare: la — 10° încă lichid,
8. Filtrabilitatea: 200 cm³ max. 60 s la — 5°.
9. Coroziunea: comportarea față de zinc: scădere de greutate max. 1,0 mg.
10. Cocsificarea: max. 2% grav. (cocs + asfalt tare),
11. Antidetonanța: cifra cetenică min. 45.

Ca și cifra octanică la combustibilii motori ușori cifra cetenică (*C. C.*) dă un indiciu important privitor la posibilitatea de utilizare al combustibililor motori pentru motoarele Diesel.

In trecut determinarea cifrei cetenice se făcea cu un motor de încercare. S'a stabilit însă că diferite cifre caracteristice fizice, ca greutatea specifică și indicele de refracție al combustibililor motori pentru motoarele Diesel cu aceleași caracteristice de fierbere sunt funcțiune liniară de cifra cetenică, așa încât ultima se poate determina cu preciziune suficientă prin încercări de laborator [1]). Un areometru permite citirea directă a cifrei cetenice [2]); astfel de aparate cu o scară specială permit determinarea directă a puterii calorifice, a conținutului de carbon și de hidrogen, cum și a raportului dintre carbon și hidrogen la toate felurile de combustibili motori pentru motoare Diesel și tractoare, cum și la toate uleiurile combustibile și de iluminat preparate din țițeiu sau gudron de cărbune brun. Rezultatele sunt destul de exacte pentru nevoile practice.

Păcura de ars e totalitatea fracțiunilor țițeiului cu un punct de inflamabilitate de peste 350°, adică nu sunt potrivite pentru distilarea uleiurilor lubrifiante; numirile comerciale sunt mazut, păcură de ars sau „fuel oil". In acest scop se mai utilizează țițeiuri asfaltoase de ex. din Californ a și Mexic, precum și diferite uleiuri grele rămase după procedeul de cracare sub presiune și căldură, unele rezidii după rafinare, ca rășinile acide sau diferite rezidii asfaltoase neutilizabile pentru alte scopuri, cari trebue topite uneori după felul consistenței. In timpul din urmă păcura de ars se poate prepara și prin hidrogenarea sub presiune a smoalei provenită din gudron de huilă de ex. în Welheim. Condițiunile pt. păcură relativ la greutate specifică, vâscozitate, conținutul de sulf, putere calorifică, punctul de congelare și de inflamabilitate, cenușă, cocsificare (Conradson-Test) și posibilitate de amestecare diferă mult în diferite țări; în Germania încă nu sunt stabilite unitar.

Proprietățile păcurilor cunoscute în tabela 2 [3]).

Tabela 2. Proprietățile păcurilor din țițeiu

Țara de origine	Greut. spec. la 20° kg/dm³	Puterea calorifică inferioară kcal/kg	Vâscozitatea o Engler	Compoziția chimică în % greut. C	H	O	S
Borneo	0,93	9950	1,8/50	88,0	11,2	0,5	0,3
Brazilia	0,96	9700	7/80	85,5	11,1	1,4	2,0
Iran (Persia)	0,90	9900	10/20	84,5	12,8	1,7	1,0
Mexic	0,96	9650	11/80	83,3	10,9	2,2	3,6
România (păcură)	0,95	9850	6/80	87,0	11,4	1,1	0,5
Rusia (mazut)	0,91	9950	5/80	86,5	12,2	1,0	0,3
Venezuela	0,99	9580	15/20	85,6	10,1	1,9	2,4

2. Combustibili lichizi artificiali. Gudron de huilă (cp. tabela 2, p. 981 și vol. IV, Tehnica gazelor).

[1]) Heinze și Marder, Brennst.-Chem. 16 (1935), p. 286. — Öl u. Kohle 11 (1935), p. 724. — ZVDI 81 (1937), p. 37.

[2]) Marder, Öl u. Kohle 13 (1937), p. 645.

[3]) Thermochem. Versuchsanstahlt Prof. Dr. Aufhäuser, Hamburg, Brennstoffuntersuchungen 1932...1936, p. 20.

Scanned with OKEN Scanner

Gudronul de huilă brut (gudronul de temperatură înaltă) e de culoare neagră, mai mult sau mai puțin vâscos, de greutate specifică 1,1...1,2 kg/dm³ cu 2...5 % apă (amoniacală), conține 5...12 % carbon liber și 0,04...0,4 % cenușă; puterea calorifică inferioară 8300...8800 kcal/kg, punctul de inflamabilitate 90...135°. Intre gudronul de cocs și cel de uzină de gaz nu e practic nicio diferență.

Tabela 3. Fracțiunile gudronului de huilă

Fracțiunea	Limita de fierbere °	Eficiența în % de greutate
1. Uleiu ușor (benzen)	p. la 180	2–3
2. Uleiu mediu . .	180–230	10–15
3. Uleiu greu . . .	230–270	10
4. Uleiu de antracen .	270–350	15–20
5. Smoală	peste 350	50–55

Din distilarea [1]) gudronului de huilă rezultă fracțiunile din tab. 3.

Benzen. Benzenul se obține, în cantități mai mari decât din uleiul ușor din gazele huilei, prin spălare cu uleiu sau prin carbon activ.

Din cauza cifrei octanice mari, e un combustibil de calitate superioară, dar se utilizează la acționarea motoarelor aproape exclusiv amestecat („aral", v. și p. 946).

Proprietățile benzenului pentru motoare în tabela 4.

Fracțiunea grea (uleiul greu), ca și o parte din fracțiunea uleiului de antracen servesc — după separarea hidrocarburilor solide, ce se găsesc disolvate ca naftalină resp. antracen — drept combustibil pentru motoare Diesel stabile cu turații mici, la cari se utilizează uleiuri de pornire. La motoarele Diesel cu anticameră (semidiesel) cu acumulatoare speciale de căldură s'au făcut încercări reușite [2]). Mai importantă e utilizarea acestor uleiuri drept combustibili pentru cazanele cu abur, de ex. în marina de războiu ca și în industria metalelor pentru cuptoare de recopt, călit, ș. a. Proprietățile combusibililor pt. motoare Diesel și ale uleiurilor de încălzit în tab. 4.

Tabela 4. Combustibili motori și uleiuri de încălzit din gudron de huilă

	Benzen B. V.	Combustibil mot. Diesel	Uleiu pt. încălzit
Greutatea specifică la 20° kg/dm³ .	cca 0,870	1,02–1,08	1,02–1,08
Curba de distilare . . . . . . %	început: 80–87°		
	până la 100° 65–75	până la 300°	—
	până la 135° min. 90	min. 60	—
	până la 145° min. 95		
Cifra de fierbere	cca. 100	—	—
Temperatura de cristalizare . . .	cca — 15°	la 0° 24h fără rezidii	la 0° 3h fără rezidii
Cantitatea de rășină (HBT) mg	la 100 cm³ max 10	—	—
Conținutul de apă . . . . . %	liber	max. 0,5	max. 0,5
Conținutul de sulf . . . . . %	—	până la 1	—
Puterea calorifică inferioară kcal/kg	—	cca 9000	cca 9000
Punctul de inflamabilitate . . . °	—	min. 65	min. 65

Gudronul primar obținut din huilă la temperaturi joase e de culoare brună închisă, puțin vâscos, constă în mare parte din hidrocarburi nesaturate și aromatice, pe lângă cari mai conține și naftene, naftaline substituite și în cantități mici și parafine și obișnuit în cantități mari și fenoli. Uleiul ușor de gudron primar e un combustibil motor cu cifra octanică mai mare și rezistent la frig; fracțiunile mai înalte se utilizează de asemenea ca uleiuri de încălzit, iar după separarea fenolilor și drept combustibil motor pentru motoarele Diesel. Proprietăți asemănătoare cu ale gudronului distilat din huilă prezintă și „gudroanele de temp. med." și cele „interioare".

Gudronul obținut de cărbune brun a câștigat prin producția mărită din ultimii ani o mare importanță ca materie brută pentru prepararea

[1]) Spilker, Chem. Fabrik 6 (1933), p. 357. — Fitz, Teer u. Bitumen 35 (1937), p. 107. — [2]) Zinner, Z V D I 79 (1935), p. 1319.

combustibililor motori și uleiurilor de încălzit. Cantități mari de gudron primar se transformă prin hidrogenare la presiune mare în benzină (I); restul se transformă prin distilare (II); după procedeele întrebuințate se obțin următoarele materiale:

Produsul	% greutate după proced. I	sau II	Produsul	% greutate după proced. I	sau II
Carburant	5	5	Parafină (dură și moale) . .	10	10
Combustibil pt. motor Diesel	58	30	Smoală	9	—
Uleiu de parafină greu . .	—	26	Cocs	—	8
Uleiu de creozot*)	12	12	Gaz și pierdere	6	9

*) Când e cazul, se fabrică smoală și uleiu de încălzit în raportul 1 : 3.

Gudronul de șist („uleiu brut"). Ca și gudronul primar e de constituția vaselinei, dă la distilare, pe lângă parafină solidă, și motorină Diesel și uleiu de încălzit.

Gudronul de turbă, extras în Oldenburg, furnizează prin distilare 15...25% uleiu solar și de creozot, 50...60% combustibil motor, 20...25% parafină tare, precum și 5...10% smoală [1]).

Gudronul de lemn dă prin distilare, pe lângă smoală, uleiuri ușoare și grele de gudron; având un conținut mai mare de oxigen, aceste uleiuri au o putere calorifică superioară de numai 6400...7400 kcal/kg; se ard pe scară redusă.

Hidrogenare, sinteză, polimerizare. Materii prime: huile, cărbuni bruni, distilate și rezidii de țițeiu, ca și gudroane primare din cărbune brun; gaze naturale, gaze cracate și hidrogenate.

Prin hidrogenare se pot fabrica, după condițiile în serviciu, toate uleiurile dela benzină până la uleiul lubrifiant, când se lucrează cu suprapresiuni de 200...300 kg/cm² și mai mult și la temperaturi de cca 325° (hidrogenare la temperaturi joase) sau de 430...500° (hidrogenare la temperaturi înalte).

Sinteza uleiurilor după F i s c h e r și T r o p s c h, când se lucrează cu presiuni joase (până la 12 at) și alte procedee [2]) pornesc dela gazul de apă („gaz sintetic"), care constă din 1 p. vol. oxid de carbon și 2 p. vol. hidrogen, și trebue să fie curățit cu grijă de compuși sulfuroși. Conducând acest gaz printr'un catalizator cu cobalt și încălzind la cca 200°, se obține din 1m³N gaz sintetic 120...130g produs primar[3]) cu aprox. următ. compoziție:

Tabela 5. Sinteza hidrocarburilor după F i s c h e r - T r o p s c h
(Datele în %)

	Sinteză sub presiune normală: Eficiența	Sinteză sub presiune normală: Conținutul de olefine	Sinteză sub pres. medie (10 at): Eficiența	Sinteză sub pres. medie (10 at): Conținutul de olefine
Metan format	18	—	14	—
Hidroc. C_3 și C_4	11	nemenționat	6	nemenționat
„ fierbând până la 200°	43	35	33	18
„ „ „ „ 320°	20	11	26	9
Parafină	8	—	21	—

Prelucrarea produselor primare lichide e la fel ca la țițeiu; uleiurile cu un punct de fierbere de peste 140° se fracționează prin cracare pentru îmbunătățirea cifrei octanice și dau, cu o eficiență de 80%, o benzină standard (*C. O.* 65).

P o l i m e r i z a r e a olefinelor gazoase [4]), așa cum se găsesc în gazele cracate și distilate, sau cum se pot produce prin piroliză din gaz natural,

[1]) W i e l a n d t, Z ang. Chem. 48 (1935), p. 632. — [2]) Chem. Fabrik 12 (1939), p. 233. — [3]) M a r t i n, Öl und Kohle 13 (1937), p. 691. — [4]) R. H e i n z e, Chem. Fabrik 9 (1936), p. 109.

Scanned with OKEN Scanner

ca şi izomerizarea [1]) şi aromatizarea [2]) benzinelor de calitate inferioară dă carburanţi preţioşi cu o cifră foarte mare rezistenţă la detonanţă (C. O. până la 100). Din 1 m^3 gaz cracat se obţin în medie 0,6...0,8 l benzină; din gaze special bogate în olefine, până la 1,5 l.

Spirt (fabricarea v. vol. IV., Secţ. Distilerii), proprietăţi pp. 616 şi 998.

Combustibilul pentru maşini de gătit sau lămpi cu incandescenţă cu spirt e spirt denaturat (96% vol.), pe când drept carburant (amestecat cu benzină) se întrebuinţează alcool deshidratat, aşa zisul alcool „absolut".

M e t a n o l u l, care de asemenea se utilizează ca un adaus la benzină, se obţine din gaz de apă prin sinteză la presiune mare şi, în cantităţi mai mici, ca produs secundar la carbonizarea lemnului. Din cauza conţinutului mai mare de oxigen, alcoolurile au o putere calorifică relativ mică, dar o cifră octanică mai mare, rezistă la frig şi de aceea sunt potrivite pentru amestecul cu benzina.

C. Combustibili gazoşi [3])

Prelucrare de ing. dipl. R. v. L i n d e, München

Cele mai multe gaze combustibile tehnice sunt amestecuri de gaze, în mare parte din oxid de carbon CO, hidrogen H_2 şi metan CH_4; afară de CH_4 prezintă importanţă drept componente de amestec, sau mai rar ca nediluaţi, alţi compuşi gazoşi ai seriilor de hidrocarburi. Afară de o cantitate mică de oxigen O_2, amoniac NH_3, gaze inerte, ca bioxidul de carbon CO_2 şi mai ales la gazeificare cu aer mult azot N_2, se găsesc în amestecurile de gaze tehnice şi vapori de apă şi compuşi nedoriţi ai sulfului, hidrogenul sulfurat H_2S ş. a. In cele mai multe cazuri ultimii provoacă şi mirosul gazelor.

După puterea calorifică (v. tab. 4 şi 5. pp. 616/17), se deosebesc gaze s ă r a c e (s l a b e) cu puterea calorifică mai mică, ca CO, H_2, gazul de gazogen, cari ard cu flacără albastră, şi gaze b o g a t e (t a r i), ca CH_4 şi alte hidrocarburi, ale căror flacări luminoase se datoresc părţilor incandescente de hidrocarburi descompuse. (Suprimarea luminozităţii prin amestecul cu aer înainte de ardere: flacără Bunsen).

Amestecurile de gaze sunt otrăvitoare după gradul conţinutului de CO; efectul se înlătură complet la desotrăvire prin transformarea chimică a CO cu H_2O sau H_2, sau se micşorează până la un conţinut de 1% (până la 3%). Trebue luat în considerare, că la o ardere incompletă, de ex. a hidrocarburilor, se formează CO. Gaze de combustiune otrăvitoare se formează şi la gaze fără CO la ardere incompletă de ex. la hidrocarburi, când se formează CO. Chiar şi 0,1% CO în aer provoacă moartea, dacă e respirat mai mult timp.

1. Combustibili gazoşi artificiali [4]).

Amestecurile de gaze desvoltate prin descompunerea combustibililor solizi se prepară în parte prin încălzire cu excluderea aerului — degazeificare, distilare, cocsificare — sau se produc în gazogene prin transformarea combustibililor solizi cu accesul aerului (rareori oxigen), sau al aburului.

Degazeificare. La degazeificare se volatilizează sau se descompun componentele bituminoase ale cărbunelui, şi rămâne ca rest cocsul.

Cu temperatură crescătoare: semicarbonizare (la 500...600°), temperatură medie şi mare (900...1000°) = cocsificare, creşte cantitatea de gaze produse (dela 130 la 350 m^3N/t huilă), dar puterea calorifică a gazului şi cantitatea de uleiuri uşoare şi de gudron se micşorează. De aceea în uzinele de gaz temperatura de gazeificare va fi cât mai ridicată spre a obţine o cantitate cât mai mare de gaze; tot astfel în uzinele de cocsificat, deoarece rezistenţa cocsului creşte cu temperatura cocsificării. Se carbonizează în schimb, la temperaturi mai joase — de ex. cărbunele brun în cantităţi mai mari, pentru a obţine în primul rând gudron şi combustibili lichizi.

Drept g a z d e i l u m i n a t (sau de oraş), se distribue gazele desvoltate de cele mai multe ori din huilă în uzine de gaz şi cocserii, şi cărora li se adaugă adeseori gaz de apă.

[1]) Oil Gas Journ. 37 (1938), p. 40. — [2]) Brevete USA 2154566/67, 2154583...86. — [3]) Bibliografie: B r ü c k n e r, Handb. d. Gasind., Oldenbourg, München şi Berlin 1937. — Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 726 ş. u. — [4]) v. şi pp. 538, 546, 548, 628 ş. u. şi vol. IV, Tehn. gazelor.

Gaz standard [1]). Spre a unifica resp. a compara diferitele gaze în privinţa puterii lor calorifice şi a greutăţii specifice, cari diferă mult unele de altele, s'a stabilit un gaz standard. El e un gaz de amestec din gaz de apă şi de huilă, a cărui putere calorifică superioară e de 4200...4600 kcal/m³N şi se obţine printr'un adaus de gaze pure combustibile (nu prin adaus de CO_2, N_2, gaz de combustiune, gaz de gazogen).

El va mai corespunde următoarelor prescripţiuni:

Greut. relativă (aer = 1) .	< 0,5	Naftalină	< 5 g/p în 100 m³N (p = pres. iniţială în kg/cm² abs)
Conţinutul în inerte (CO_2, N_2)	< 12 %	Conţinutul de sulf . .	< 20 g/100 m³N (H_2S < 2 g/100 m³N).
Oxigen	< 0,5 %		
Amoniac	< 0,5 g/100 m³N		

Un astfel de gaz de iluminat se distribue consumatorilor cu 60...100 mm coloană apă suprapresiune.

Spre deosebire de gazul standard, li se mai distribue consumatorilor în Germania cantităţi mari de gaze cu o put. cal. de 4500...4700 kcal/m³N, date mai ales de cocserii.

Uzine mai mici de gaz, în deosebi în străinătate, dau un gaz de huilă şi mai bogat. Adausul mai mare de gaze naturale provoacă în USA deosebiri esenţiale.

Gazeificare. La gazeificare se transformă şi carbonul (cocs) în gaz combustibil. Prin acest procedeu se face o completă gazeificare a cărbunelui, ca şi a cocsului care se formează la gazeificare. In gazogen, carbonul se gazeifică la temperaturi mai înalte în CO prin oxigenul din aer sau în CO şi H_2 prin abur (p. 628 ş. u.).

Gaz de gazogen. Gazele de gazogen desvoltate prin intermediul aerului s'au răspândit mult. Din cauza puterii calorifice mici (Pci = 1050...1800 kcal/m³ N; mat. inert azot), ele se utilizează de cele mai multe ori în apropiere de uzină. Se desvoltă aproape din toţi combustibilii, chiar şi din cei cu un conţinut mai mare de cenuşă, ca şi din deşeuri de combustibili.

Gazul de cuptor înalt e un gaz de gazogen devoltat în funcţionarea cuptoarelor înalte.

La gazul sărac, care se utilizează pentru maşinile cu explozie stabile şi tot mai mult şi la instalaţii mobile, înlăturarea cenuşei şi a gudronului e de mare importanţă pentru funcţionarea motoarelor.

Gaz mixt. Gazeificarea prin intermediul H_2O (p. 628) e un procedeu endotermic, care trebue desvoltat prin suflări alternante de abur şi de aer. Prin suflarea simultană a aerului şi aburului, funcţionarea alternantă nu e necesară şi se realizează o utilizare optimă a căldurii din punct de vedere economic. Gazul mixt care se desvoltă conţine 70...80 % din energia cărbunelului.

Din gazul de apă curat (CO : H_2 = 40 : 50) lipseşte azotul, care se găseşte în gazul de gazogen desvoltat cu aer, are deci o putere calorifică mai mare şi o temperatură de ardere mai înaltă. De aceea corespunde mai multor nevoi tehnice, de ex. pentru sudura cu gaz de apă şi spre a fi amestecat cu gaz de huilă (v. m. s.). Devine tot mai important ca materie primă în fabricarea benzinei sintetice (Fischer şi Tropsch). ca „gaz de sinteza". Deoarece gazul de apă e cel mai ieftin material pentru producerea hidrogenului, serveşte la mai multe scopuri în industria chimică de ex. la solidificarea grăsimilor, la sinteza amoniacului.

Gaze lichide (mai bine: lichefiate) şi gaze bogate sau concentrate [2]). Ele câştigă o importanţă crescândă, ca produse secundare în distilarea ţiţeiului, la procedeele de cracare a uleiurilor, a combustibililor motori şi la sinteza acestora. Cele mai importante gaze din aceste hidrocarburi preparate artificial sunt propanul C_3H_8 şi butanul C_4H_{10} ca şi omoloagele lor. In cele mai multe cazuri se obţin sub formă de amestec, dar se pot utiliza şi separat (gazol). Având în vedere că aceste gaze se pot lichefia la presiuni mai joase, ele pot acumula cantităţi mai mari de căldură într'un spaţiu mic.

Puterea calorifică se urcă la cca 11 000 kcal/kg gaz.

La 20° presiunea propanului lichefiat e de 8,6 kg/cm², a butanului de 2,3 kg/cm².

Ele servesc la alimentarea cu gaze a regiunilor lipsite de alte surse de alimentare cu gaze, precum şi în primul rând drept combustibil motor pt. autovehicule.

[1]) GWF 82 (1939), p. 745. — [2]) GWF 78 (1934), p. 425. — ZVDI 79 (1935), p. 579.

Scanned with OKEN Scanner

Gaz de uleiu, care se obține prin descompunerea termică a uleiurilor sau a gudronului fără acces de aer; se utilizează în scopuri speciale (iluminatul vehiculelor de cale ferată și la geamanduri), își pierde importanța prin răspândirea crescândă a propanului și butanului.

Gaze reci cu aer sunt amestecuri de hidrocarburi cu aer cari, conținând un gaz combustibil peste limita superioară de aprindere (p. 624), nu sunt inflamabile. Și aceste gaze își pierd importanța prin răspândirea propanului și butanului.

Acetilenă, C_2H_2, v. pp. 538, 546, 616 și 998.

2. **Combustibili gazoși naturali.**

Gaz natural, metan separat sau amestecat cu cantități mici de hidrocarburi și cantități variabile de CO_2, se găsește în regiunile petrolifere. IN USA se amestecă în cantități mai mari, parte sub presiune naturală, cu gaz de huilă și se conduce la distanțe mari. In Europa se găsește mai rar [1]).

Gaz puturos, a cărui substanță inflamabilă e tot metanul, rezultă la curățirea biologică a apelor de scurgere. Inainte de a fi utilizat la acționarea unui motor sau amestecat cu gaz de iluminat, trebue curățit de CO_2 [2]).

XIII. Lubrifianți

Prelucrare de dr. F. Evers, Hamburg, și dr. ing. B. Hilliger, Berlin

A. Feluri de lubrifianți

1. **Generalități.** Prin lubrifianți se înțeleg în cele mai multe cazuri amestecuri de hidrocarburi. Acestea se utilizează după scop, neamestecate sau amestecate cu unele adause. Afară de analiză, practica câștigată joacă un rol important la lubrifianți.

Lucrările de mai jos dau elemente despre caietele de sarcini pentru procurarea lubrifianților:

1. Richtlinien für den Einkauf und die Prüfung von Schmierstoffen, ed. a 8-a, editat de Verein d. Eisenhüttenleute și de D. Normenausschuß, Düsseldorf 1939, Stahleisen.
2. Normbl. (file de norme) d. D. Verb. f. d. Materialprüf. d. Technik (DIN DVM).

2. **Proveniența.**

1. **Uleiuri lubrifiante din țițeiu:**

Distilate. Se obțin prin distilarea fracționată a țițeiului după înlăturarea fracțiunilor cu temperatura de fierbere mai joasă, ca benzina și petrolul lampant.

Rafinate. Distilatele se rafinează cu acizi și pământuri. Dacă se lucrează numai cu pământ, avem filtrate. Rezidiile de uleiu rămân îndărăt la distilare.

2. **Uleiuri lubrifiante din lignit superior și șist.** Se obțin din gudroanele de distilare cari, descompuse în fracțiuni și liberate de uleiuri acide (creozot), devin rezistente la frig prin derafinare.

3. **Uleiuri lubrifiante din huilă,** se separă din gudron produs în uzine de gaz și cocserii.

4. **Uleiuri lubrifiante de origine vegetală și animală.** Prin fierbere cu abur, presare și extracție se obțin uleiuri brute. Acestea se rafinează mecanic sau chimic (rafinate neutre) și se utilizează după amestecare cu uleiuri minerale.

5. **Uleiuri lubrifiante sintetice.** Seamănă cu uleiurile lubrifiante obținute din țițeiu. Utilizarea uleiurilor sintetice e în curs de studiere.

6. **Uleiuri prelucrate.** a) Uleiuri lubrifiante. Sunt α) uleiuri minerale pure, fără niciun adaus, β) uleiuri gresate, adică uleiuri minerale cu un adaus mic de uleiuri grase, γ) uleiuri tratate electric, adică uleiuri înobilate prin descărcări electrice (uleiuri voltol).

b) Unsorile consistente, sunt soluțiuni saponificate, amestecate cu uleiuri minerale. La prepararea lor se utilizează și ceară.

c) Uleiuri emulsionabile. α) Uleiuri emulsionabile pentru cilindri, sunt amestecuri intime ale uleiurilor minerale cu apă sau cu soluțiunile apoase ale unor baze, cari corespund din punctul de vedere al consumării și utilizării uleiurilor pentru cilindri; toate sunt solubile în uleiu. Vâscozitatea și punctul de inflamabilitate nu se pot determina.

---

[1]) Se găsește în cantitate apreciabilă în România (Transilvania), lângă localitățile Copșa Mică, Șărmășel, Șaroș, Sămșud (n. tr.).

[2]) ZVDI 80 (1936), p. 1290.

Scanned with OKEN Scanner

β) Alte uleiuri emulsionabile. Conțin un uleiu mai subțire decât cele anterioare și sunt solubile în apă. Se utilizează amestecate cu o anumită cantitate de apă. Raportul amestecului e dat de experiență. Emulsiunile servesc în primul rând la prelucrarea metalelor (uleiuri pentru găurit, pentru răcit și pentru tras). γ) Unsorile emulsionabile se prepară după procedee identice.

d) Lubrifianții grafitoși sunt lubrifianți cărora li se adaugă grafit emulsionar sau sub formă de praf.

B. Încercarea lubrifianților

Metodele de încercare se bazează pe bună înțelegere și dau rezultate concordante la luarea îngrijită a probelor. Rezultatele dau deocamdată caracteristice comerciale pentru fiecare specie. Practica a arătat în ce măsură se pot utiliza aceste cifre stabilite prin analiză la aprecierea calităților de ungere [1]).

1. Incercări fizice.

a) **Greutatea specifică**, împreună cu alte proprietăți, e concludentă în privința provenienței lubrifianților (uleiuri minerale 0,80...0,96, lubrifianți din huilă cca 1,1 kg/l). Din greutatea specifică nu putem deduce nimic privitor la comportarea la ungere. Determinarea în DIN DVM 3653.

b) **Punctul de inflamabilitate** e temperatura la care se desvoltă din lubrifiant vapori de uleiu într'o cantitate atât de mare, încât se formează un amestec de vapori de uleiu și aer, care se poate aprinde cu o flacără. El dă un indiciu asupra inflamabilității unui lubrifiant, dacă acela se utilizează în aparate la temperaturi mai înalte (cilindri cu abur, mașini cu explozie, compresoare). Determinarea în DIN DVM 3655.

c) **Punctul de congelare** e temperatura la care uleiul devine greu fluid, încât nu se mai scurge sub influența gravitației printr'un tub cu diametrul de 40 mm. De aceea trebue ținut seamă de el la mașinile expuse la temperaturi joase. Determinarea în DIN DVM 3662.

d) **Punctul de picurare al unsorilor consistente** e temperatura la care unsoarea se scurge sub formă de picături dintr'un aparat special (Ubbelohde); servește la determinarea comportării unsorilor la căldură. Determinarea în DIN DVM 3654.

e) **Vâscozitatea** sau frecarea interioară (v. și p. 458), se exprimă prin forța necesară spre a deplasa un strat de 1 cm^2 arie cu vitesa de 1 cm/s, la distanța de 1 cm dela un strat imobil de aceeași mărime: vâscozitea absolută sau dinamică [η]. Unitatea este un Poise [P]; valoarea de P/100 se numește centipoise [cP]. Unitatea în sistemul tehnic este $kg\,s\,m^{-2} = 98{,}1$ P. Cifra vâscozității dinamice se obține în sistemul tehnic prin înmulțirea cifrei în Poise cu 1/98,1 (v. DIN 1342).

Vâscozitatea cinematică [ν] se indică prin raportul η/densitate. Se indică în Stoke [St] resp. în Centistoke [cSt]. Vâscozitatea cinematică se determină de ex. cu viscozimetrul Vogel-Ossag.

Și determinarea cu aparatul Engler (grad Engler =.°E) dă o vâscozitate cinematică. Gradele Engler dau date relative, deoarece timpul de scurgere a unui uleiu se raportează la timpul de scurgere a apei la 20°

Vâscozitatea depinde de temperatură; de aceea trebue indicată temperatura la care s'a determinat vâscozitatea. Uzuală e determinarea vâscozității la 20°, 50° sau 100°.

Afară de datele numerice de mai sus privitoare la vâscozitate, s'au introdus și următoarele concepte:

1. Panta curbei de vâscozitate [m]. Această valoare arată cum se schimbă vâscozitatea în funcțiune de temperatură.

2. Maximul vâscozității [MV]. Din mărimea lui se pot trage concluziuni asupra provenienței uleiurilor lubrifiante.

3. Indicele de vâscozitate [IV]. E utilizat mai ales în USA și grupează uleiurile lubrifiante după comportarea lor la diferite temperaturi [2]).

2. Incercări chimice.

Prin ele se determină anumite substanțe străine, cum ar fi conținutul de apă, cenușa, impurități solide. Se mai stabilește prin ele prezența unor substanțe organice, exprimată prin cifra de saponificare (*C.S.*), cifra de neutralizare (*C.N.*), cifra de asfaltare și de gudronificare (*C.G.*). Din rezultatele încer-

---

[1] Asupra efectuării încercărilor, v. afară de principiile și normele mai sus și Holde, Kohlenwasserstofföle und Fette, ed. a 7-a, Berlin 1932, Springer.

[2]) Detaliile asupra celor trei valori din urmă v. Ubbelohde, Zur Viskosimetrie, ed. a 3-a, Berlin 1939, Mineralölforschung.

Scanned with OKEN Scanner

cărilor putem trage concluziuni asupra comportării uleiurilor lubrifiante la căldură, aer şi catalizatoare.

Indicarea încercărilor standardizate:

Cenuşă	DIN DVM 3657	Asfalt tare	DIN DVM 3660
Cifra de neutralizare .	DIN DVM 3658	Cifra de gudronificare .	VDE 0370/36
Cifra de saponificare .	DIN DVM 3659		

3. **Incercări mecanice.** S'au făcut încercări spre a determina lubrifianţa prin maşini speciale mecanice de încercat. Aceste lucrări încă nu sunt încheiate. De aceea încă suntem nevoiţi să facem încercări practice la maşina respectivă [1]).

4. **Incercarea în serviciu** e de mare importanţă pentru aprecierea uleiurilor lubrifiante. Procedeele trebue stabilite prin înţelegere dela caz la caz.

Tabelele cari urmează conţin caracteristicele comerciale ale lubrifianţilor cari corespund condiţiunilor practice.

Tabela 1. Uleiuri lubrifiante

Utilizarea	DIN	Punctul de inflamabilit. °	Vâscozitatea °E	la °C	Observaţiuni
Uleiu pt. mecanică fină	6542	$\geqq$ 125	$\geqq$ 1,8	20	Pt. maşini de birou, aparate de măsură, maşini de cusut etc.
Ulei pt. paliere:	6543				
a) pt. fusuri cu turaţii înalte		$\geqq$ 140	1,8—4	50	Rulmenţi cu bile, rulmenţi cu role, transmisiuni
b) pt. fusuri încărcate normal		$\geqq$ 160	4—7,5	50	Pt. ungere cu inele, prin picurare - prin circulaţie
c) pt. fusuri încărcate greu		$\geqq$ 170	> 7,5	50	Pt. maşini cu turaţii joase
Uleiu pt. arbori:	6544				
a) pt. căile ferate	pt. vară pt. iarnă	$\geqq$ 160 $\geqq$ 140	3—10 4,5—8	50 50	Pt. vagoane de căi ferate - de căi ferate industriale, - de tramvaiu şi vagoane pt. transport
b) pt. alte scopuri	pt. vară pt. iarnă	$\geqq$ 140 $\geqq$ 140	$\geqq$ 4 $\geqq$ 4	50 50	
Uleiuri pt compresoare:	6545				
a) cu pistoane		pt. vâsc. 4—6 E $\geqq$ 175	pt. supape 4—12	50	Nu se pot utiliza la gaze oxidante, mai ales la oxigen.
		pt. vâsc. 6—10 E $\geqq$ 200	pt. sertare 6—10	50	
b) cu presiune mare		$\geqq$ 200	$\geqq$ 6	50	
c) compresoare Stumpf		$\geqq$ 175	6—12	50	
Uleiu de angrenaje:	6546				
a) angrenaj intermediar cu roţi dinţate şi cu şurub fără fine la autovehicule		$\geqq$ 175	12	50	
b) alte angrenaje intermediare şi şuruburi fără fine		$\geqq$ 157	$\geqq$ 4	50	Nu pt. angrenajele turbinelor cu abur.

[1]) Rezultatul noilor rezultate în fasc. 4 a congresului 1937 din Inst. Of. Mech. Eng., Londra.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 1. Uleiuri lubrifiante (continuare)

Utilizarea	DIN	Punctul de inflamabilit. °	Vâscozitatea °E	la °C	Observaţiuni
Uleiuri pt. maşini cu ardere internă:	6547				
uleiu de iarnă		≧185	4—8	50	Pentru motoare stabile şi autovehicule
uleiu de vară		≧200	> 8	50	
Uleiu pt. motoare cu gaz:	6550				
a) mici		≧160	≧3	50	
b) mari			≧4	50	
în 4 timpi		≧175	≧6	50	
în 2 timpi		≧175	≧6	50	
Uleiu de cilindru pt. maşini cu abur:	6552				
a) abur saturat		≧240	2,5—7	100	
b) abur supraîncălzit		≧270	3—9	100	
Uleiu pt. maşini frigorifice	6553	≧145	4—25	20	Punctul de congelare după materialul frigorific
Uleiu pt. turbine cu aburi	6554	pentru 2,5–3,4 E ≧165 >3,4–7 E ≧180	2,5—7	50	E recomandabilă determinarea tendinţei de învechire.
Uleiu pentru turbine hidraulice	6555	≧160	2,5—12	50	Pentru porţi de stăvilare, uleiuri mai puţin vâscoase, pt. rotori uleiuri mai vâscoase (ca uleiu de cilindru)
Uleiu izolant	6556	≧145	≦8	20	Pt. uleiuri normale la –5°C ≦50 E, pt. maşini frigorifice la –30° C ≦500 E.
Uleiu pt. tăiat şi răcit (nemiscibil cu apă)	6557	≧140	≧1,8	50	Pt. strunguri automate şi revolver, ca şi uleiu pt. tras şi ambutisat.
Uleiu de răcire la prelucrarea metalelor (miscibil cu apă, uleiu pt. găurire)	6558	—	—	—	Emulsiune din 10 p. vol. uleiu de răcire şi 90 p. vol. apă; după 24 ore, să nu formeze la temperatura normală un strat clar de uleiu.
Uleiu pt. călirea şi ameliorarea oţelului	6559				
a) rafinat şi distilat		≧140	≧1,5	50	
b) uleiu de cilindru		≧240	≧2,5	100	
Uleiu antioxidant	6560				
a) rafinat şi distilat		≧125	≧1,8	20	
b) uleiu de cilindru		≧220	≧2,5	100	
Uleiu pt. filtre de aer	6561	≧160	1,8—7,5	50	

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 2. Unsori consistente

KS = Krämer Sarnow

Utilizarea	DIN	Punctul de picurare °	Conţinutul de apă %	Observaţiuni
Unsoare de paliere: a) paliere cu rulare la turaţii mici b) la turaţii mari	6562	≧ 120 ≧ 60	≦ 1 ≦ 2	Rulmenţii cu bile mici foarte uşori se pot unge cu vaselină; punctul de picurare ≧ 35°.
Unsoare de paliere calde	6563	≧ 120	≦ 1	Un adaus de colorant nu ridică lubrifianţa.
Unsoare de angrenaje	6564	≧ 75	≦ 4	Un adaus de colorant nu ridică lubrifianţa.
Unsoare de maşini (pt. cutii Stauffer)	6565	≧ 75	≦ 4	La unsori emulsionabile conţinutul de apă e mai mare.
Unsoare de vagoane	6566	≧ 60	≦ 6	Pt. osiile trăsurilor şi vagoanelor de transport.
Unsoare stropită pt. vagonete de transport	6567	≧ 45	≦ 6	
Unsoare pt. cabluri de sârmă	6568	≧ 50	≦ 6	
Unsoare pt. frânghii de cânepă	6569	≧ 60	≦ 6	
Unsoare pt. roţi dinţate	6570	≧ 45	≦ 6	
Unsoare pt. cilindri reci	6571	≧ 50	≦ 6	
Brichete de uns cilindri	6572	≧ 80	≦ 6	
Unsoare pt. cilindri calzi	6573	trebue să fie cel puţin cu 18° peste punctul de înmuiere după KS	≦ 0,1	Punctul de inmuiere min. 60°.

D. Măsuri şi dispozitive pentru economia de uleiu

Lubrifiantul nu se consumă complet la ungere, ci se pierde prin stropire sau cu abur de emisie, apă de evacuare etc. Prin măsuri potrivite (de ex. separator de uleiu) acest uleiu se poate recupera.

1. **Depozitarea şi distribuirea uleiului.** Butoaiele de lemn devin neetanşe după o depozitare mai îndelungată. Butoaiele de fier cu robinete (pompe, aer comprimat) sunt mai avantajoase.

Felul uleiului trebue să fie indicat pe recipienţi şi pe canele de uleiu. Canele de uleiu trebue să fie închise etanş împotriva prafului. Orificiul de ieşire trebue să aibă un cioc şi să dea drumul uleiului sub formă de picături (pompe). Depozitul distribue uleiu numai după nevoia stabilită în prealabil. Planul de ungere a maşinelor trebue să fie indicat pe maşini şi cunoscut în depozit.

2. **Dispozitive de uns**, v. vol. II, secţ. Organele de maşini.

3. **Recuperarea şi întrebuinţarea uleiurilor utilizate.** Ceştile de picurare şi table de prins uleiul comunică prin conducte cu rezervoare colectoare. Maşinile cu abur sunt înzestrate cu un separator de uleiu pentru aburul de emisie. Uleiurile de scurgere, captate după tipuri, se curăţă şi regenerează.

In atelierele de prelucrat metale, uleiul (uleiu de răcire şi uleiu solubil în apă) se recuperează prin înlăturarea aşchiilor prin centrifugare.

Incălzirea aparatului de centrifugare ridică randamentul, sfărâmarea aşchiilor îl micşorează. Degresarea materialelor de şters e totdeauna rentabilă. La materiale de şters imbibate cu uleiu e pericol de autoaprindere.

4. **Curăţirea şi regenerarea uleiului.** Curăţirea unei cantităţi de uleiu mai reduse cu un conţinut mai mic de apă se face prin filtrare. De observat ca vitesa de trecere să fie mică, să existe aparate de încălzit pentru uleiurile mai groase, ca şi posibilitate uşoară de curăţit a filtrului. La curăţirea prin filtre şi prin centrifugare se înlătură numai impurităţile, funinginea şi bucăţile mici metalice. Dacă mai sunt de înlăturat şi substanţe străine solubile în uleiu, ca şi resturi de combustibil motor trebue recurs la regenerare, adică la un tratament chimic [1]).

Proprietăţile uleiurilor regenerate corespund cu cele ale uleiurilor proaspete, când au fost tratate corect. Cele de mai sus sunt valabile şi pentru uleiurile de transformatori, a căror regenerare se execută cu o deosebită îngrijire.

XIV. Vopsele şi lacuri, materiale de lipit, asfalt, gudron, carton gudronat

A. Materiale de vopsit şi vopsele [2])

Prelucrare de J. Kollwitz, Berlin

a) Materii prime

1. Vopselele uscate sunt substanţe colorate pulverulente cari, după ce au fost frecate cu un liant şi întinse pe o bază, îi dau o anumită culoare.

Se deosebesc:

vopsele anorganice sau vopsele minerale	pământoase naturale sau minerale (de ex. ocru, grafit)	minerale artificiale (de ex. ceruză, cromat de plumb)
vopsele organice	animale (de ex. coşenilă) vegetale (de ex. indigo)	de gudron (de ex. vopsele de anilină)

Prepararea în Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 771.

Proprietăţile vopselelor uscate sunt: nuanţele de culori, granulozitatea, capacitatea de acoperire, capacitatea de colorare, de uleiu, rezistenţa la lumină, puritatea lianţilor şi solvenţilor. După întrebuinţare se deosebesc: vopsele de faţade, ciment, var şi pereţi, de firme, semnale, pardoseli etc.

Vopsele anorganice. Albe: ceruză, carbonat de plumb bazic, sulfat de plumb, sulfat de plumb bazic; alb de zinc, ZnO; oxid de zinc şi oxid de zinc colorat, ZnO plumbifer; litopon, sulfură de zinc şi blanc fix; alb de titan, bioxid de titan cu alb de zinc. Galbene: galben de crom, cromat de plumb neutru; galben de zinc, cromat de zinc bazic; galben de Napoli, antimoniat de plumb; galben de cadmiu, sulfură de cadmiu; ocru, oxid de fier hidratat; Terra di Siena, o variantă lucioasă a ocrului; galben de Mars, oxid de fier artificial. Roşii: roşu de crom, cromat de plumb

[1]) Măsurile luate la regenerare sunt descrise detaliat în „Ölbewirtschaftung“, publ. de Wirtschaftsgruppe Elektrizitätsversorgung, ed. a 2-a, Berlin 1938.

[2]) **Bibliografie:** Stoffhütte, ed. a 2-a. secţ. Anstrichstoffe und Farben, p. 771. — Wagner, Die Körperfarben, Stuttgart 1928, Wiss. Verlagsges. — Curtis, Künstliche organische Pigmentfarben, Berlin 1929, Springer. — Trillich, Das deutsche Farbenbuch. I., II. und III., München 1925. Heller. — Zerr-Rübenkamp, Handbuch der Farbenfabrikation, Berlin 1930, Union Deutsche Verlagsges. — Fritz, Leinölersatzstoffe, Berlin 1938, Bodenbänder. — Elbner, Über fette Öle, München 1922, Heller. — Scheiber, Lacke und ihre Rohstoffe. Leipzig 1926, Barth. — Wulf, Werkstoffkundliche Merkblätter, Eberswalde 1936, R. Müller. — Wagner, Taschenbuch der Farben- und Werkstoffkunde, Stuttgart 1938, Wiss. Verlagsges. — Seeligmann-Zieke, Handbuch der Lack- und Firnisindustrie, Berlin 1930, Union Deutsche Verlagsges. — Stock, Taschenbuch für die Farben- und Lackindustrie, Stuttgart 1937, Wiss. Verlagsges. — Stock-Antony, Waren- und Materialienkunde des Lack- und Farbenfaches, Stuttgart 1927, Wiss. Verlagsges.

Reviste: Farbenzeitung, Berlin. — Farbe und Lack. Hannover. — Der Farbenchemiker, Berlin.

bazic; roșu de cadmiu, seleniură de cadmiu sulfuroasă; cinabru, sulfură de mercur; roșu de oxid de fier, roșu spaniol-persan, roșu de Mars, roșu englez etc.; miniu de plumb, oxid de plumb și superoxid de plumb. B r u n e: umbra, oxid de fier manganos; brun de Kassel, lignit superior bogat în acizi humici. V e r z i: verde de crom, amestec de galben de crom și albastru de Prusia; verde de zinc, amestec de galben de zinc cu albastru de Prusia; verde de oxid de crom, oxid de crom; verde de oxid de crom hidratat sau verde de Guignet, oxid de crom hidratat, verde Victoria, verde de oxid de crom hidratat + galben de zinc + barită; verde permanent, verde de oxid de crom hidratat + barită; verde de Schweinfurt, acetat de arsenit de cupru. A l b a s t r e: albastru de Prusia, ferocianură ferică; albastru-ultramarin, verde-ultramarin, roșu-ultramarin, violet-ultramarin, pigment colorat prin încălzire din: cuarț, argilă, săruri sodice și sulf; albastru de mangan, manganat de bariu și sulfat de bariu; albastru de Brema, oxihidrat de cupru. N e g r e: grafit, cărbune, fier micaceu, oxid de fier cristalin; negru de oxid de fier, oxid feros; negru de Frankfurt, negru de cocs, negru de șist, rezidii de cocsificare; negru de mangan, piroluzită, negru de fum, carbon.

Vopsele organice. De origine animală sunt: carminul, numit și roșu de coșenilă, extras din corpul coșenilei, sepia din sepie (moluște cefalopode). De origine vegetală sunt: indigo, garanță, extras din lemn albastru, roșu, galben, crușar sau crușin. Coloranții sintetici din gudron aparțin seriei hidrocarburilor aromatice sau benzenice. Se deosebesc, după reacțiunile la lachefiere, coloranți acizi, de ex. eozină, galben naftolic; coloranți bazici de ex. fuxină, verde-diamant; pigmenți coloranți de ex. Hansa (galben), litol (roșu); coloranți pentru mordanți de ex. coloranții pe bază de alizarină.

Substrate și lachefianți. Substratele sunt necesare pentru a transforma coloranții solubili în pigmenți.

Ca substrate servesc barita, calcarul, blancul fix, caolina, bauxita. Coloranții se macină în parte împreună cu substratul, iar în parte colorantul se precipită pe substrat, care are rolul unui material de bază, sau se precipită împreună cu substratul (formarea unui lac colorant). Ca mijloace de precipitare servesc taninul, acizii wolframo-fosforoși, clorura de bariu, sulfatul de aluminiu etc.

Materialele inerte sunt barita, calcarul, creta etc., cari se adaugă pigmenților din motive tehnice sau comerciale.

2. **Liantul** formează după uscare pe suprafața obiectului un film și solidarizează la coloranți pigmenții între ei și cu obiectul. Afară de acest corp liant, liantul mai conține un lichid, care disolvă corpul liant și-l subțiază.

Corpurile liante și solvenții coincid la vopseaua de uleiu curată și nediluată; dar la lacul cu spirt solventul disolvă rășina și se evaporează la uscare. In primul caz e vorba de un liant nevolatil, deoarece la uscare nu se volatilizează nimic, iar în al doilea de unul volatil.

La p r e p a r a r e a l i a n ț i l o r servesc, afară de substanțele anorganice sau minerale, ca varul și sticla solubilă, de preferință substanțe organice, de ex.:

C l e i u r i a n i m a l e: Cleiu de piele, cazeină, albumină, cleiu de pește. C l e i u r i v e g e t a l e: amidon, dextrină, diferite feluri de gume, cleiu de celuloză; U l e i u r i: Uleiu de in și preparate din el. Verniul e un uleiu de in transformat prin sicativi, care se usucă mai repede decât uleiul de in pur. Uleiul de in fiert e un uleiu de in îngroșat prin fierbere, care de asemenea se usucă mai repede decât uleiul de in, și dă un film mai rezistent la intemperii. Uleiurile umede sunt uleiuri de in fierte cu acces de aer, sau tratate chimic, cari se usucă foarte repede și permit ca a doua vopsire să fie aplicată prin stropire pe primul strat încă umed. Uleiul de lemn se utilizează numai fiert, sau cu rășini. Ca uleiuri de schimb se utilizează următoarele: uleiu perilla, soia, olticica, sinourin (uleiu de ricin transformat), untură de pește fiartă. R ă ș i n i n a t u r a l e: colofoniu (sacâz), copaluri, chihli-

---

[1]) T s c h i r c h și S t o c k, Die Harze, Berlin 1936, Borntraeger.

bar, șelac [1]). Rășini artificiale înobilate: rășină cu var, ester rășinos. Rășini sintetice pure: rășini polimerizate, ca rășini vinilice, acetilice; condensate, fenolice cu aldehidă formică, cu baza de carbodiamidă. Rășini sintetice modificate: rășini fenolice cu aldehidă formică, combinate cu rășini naturale.

Rășini pe bază de acid ftalic cu glicerină, combinate cu acizi grași etc. Substanțe sintetice: nitroceluloză, acetoceluloză, benzilceluloză, clorcauciuc. Alte materiale: cumaron, asfalt, smoală, ceară, uleiu de pin. Emolienți: camfor, uleiu de ricin, ester ftalic.

3. **Solvenți și diluanți** [1]). Solventul disolvă liantul, diluantul transformă liantul lichid în formă vopsibilă sau pulverizabilă. Deosebirea e adesea estompată. Se pot utiliza: apă pt. cleiuri, emulsiuni; uleiu de terebentină, hidrocarburi benzinice și benzenice, alcooli, esteri, cetone etc. (cp. și p. 1002).

b) Materiale de vopsit

1. **Clasificare.** După caz, materiile prime pentru lianți se utilizează singure sau în amestec.

Spre a face economie de uleiu, se utilizează în loc de materialele de vopsit și lacuri bogate în uleiu, cele sărace sau fără uleiu. In baza deciziei 12, dată de Reichsstelle für industrielle Fettversorgung, se limitează și în parte se interzice utilizarea materialelor de vopsit cari conțin uleiu.

Triunghiul de mai jos arată o sistematizare a diferiților lianți după conținutul lor de uleiu și după locul lor între cele trei grupuri tipice: cleiuri, uleiuri sicative și lacuri volatile [2]).

II. Uleiuri sicative

Emulsiuni AU uleioase — Lacuri grase uleioase

Emulsiuni UA bogate în uleiu — Lacuri combinate, bogate în uleiu

Emulsiuni UA sărace în uleiu — Lacuri combinate, sărace în uleiu

I. Cleiuri — Emulsiuni fără uleiu emulsiuni sărace UA — Emulsiuni fără uleiu emulsiuni bogate UA — Emulsiuni AU fără uleiu — III. Lacuri volatile

Grupului I îi aparțin cleiurile animale și vegetale; grupului II vopselele cu uleiu și cu uleiu fiert; grupul III lacurile de sprit, de nitro-clorcauciuc fără uleiu, soluții de rășină de cumaron. Locul între I și II e ocupat de emulsiuni uleioase, locul dintre II și III de lacuri, cum sunt lacurile copal, alcidal, nitrolacurile și lacurile de clorcauciuc cu uleiu.

In triunghiul de mai sus nu s'au considerat vopselele calcaroase și cu silice; nici carbolineul [3]).

2. **Utilizarea vopselelor.**

Materiale de vopsit ca protectoare contra coroziunii (p. 800).

Vopsele de imprimat [4]): Constând ca și materialul de vopsit din pigment, liant și solvent resp. diluant. Alegerea culorii corespunzătoare după felul imprimării. dacă imprimarea se execută în relief, în adâncime sau plană cu multe subvariante, felul mat, de imprimat și scopul produsului imprimat.

Vopselele pentru piele [5]) se pot considera ca variante ale materialelor de vopsit. Se deosebesc vopsele opace pentru piele, cari îmbunătățesc uniformitatea pielei și vopsele cu lac pentru piele, cari schimbă aspectul pielei. Vopselele pentru textile sunt în mare parte coloranți sintetici, din gudron; utilizarea coloranților naturali s'a abandonat aproape complet. Aplicarea vopselelor de fibre se face într'o baie sau prin imprimare. Incercarea stabilității vopselelor, după normele de încercare date de Deutsche Echtheitskommission.

---

1) Jordan, Chemische Technologie der Lösungsmittel, Berlin 1932, Springer. — Holde, Kohlenwasserstofföle und Fette, Berlin 1933, Springer.

2) După Wagner, Farbenzeitung 42 (1937), p. 1273 ș. u.

3) Asupra compoziției diferitelor materiale de vopsit v. Stock, Taschenbuch für die Farben- u. Lackind., l. c. — Wagner, Taschenb. d. Farben- u. Werkstoffk., l. c.

4) Valenta, Die Rohstoffe der graph. Druckgewerbe, Halle 1925, Knapp. — Hadert, Handb. über d. Herstellung u. Verw. d. Druckfarben, Berlin 1931, Elsner.

5) Lamb-Jablonski, Lederfärberei u. Lederzurichtung, Berlin 1927, Springer. — V. și Stoffhütte, ed. a 2-a (1937), p. 802.

Scanned with OKEN Scanner

Coloranți pentru hârtii și tapete [1]) pentru colorarea pastei de hârtie în cursul fabricării spre a da un strat de bază și pentru imprimatul benzii de hârtie.

Coloranți ceramici [2]) sunt metale și săruri metalice cu capacitatea de a forma prin încălzire la temperaturi mai înalte compuși colorați cu produse ceramice. Stratul de bază se trece la temperaturi mai înalte sub glazură, iar vopselele acoperitoare se pun prin topire în mufle peste glazură. Coloranții indicatori de aprinderea palierului sau coloranții de avertisare. Prin ele se pot distinge piese care nu se pot încălzi peste o temperatură admisă, de ex. palierele. Pigmentul constă din iodură de mercur sau iodură de cupru. Prima e galbenă și devine la 100° roșie, a doua e roșie și devine la 60...70° brună. Ca liant se utilizează uleiu de in fiert, o soluție rășinoasă, sau vaselină.

Mat. colorante luminescente [3]) sunt coloranți cari luminează spontan (fluorescenți), sau abia după ce au fost luminați în prealabil, luminează la întuneric (fosforescenți).

Coloranții se mai utilizează la fabricarea unor serii de produse, de ex. tencuială colorată, piatră artificială colorată, mat. sintetice colorate, linoleu.

Materiale auxiliare. Sicativele sunt compuși solubili ai plumbului, manganului, cobaltului cu uleiuri, rășini sau acizi naftenici, cari accelerează uscarea uleiurilor. Șpaclurile sunt chituri speciale constând dintr'un material de umplut. ca cretă, vopsele pământoase, făină de ardezie cu 10...15% liant, de ex. cleiu, lac, nitrolac. Ele trebue să se usuce repede, să fie dure și să se poată șlefui. Materialele de astupat porii (filling up) au compoziția identică cu a șpaclului și umple porii lemnului înainte de lăcuire.

d) Metode de încercare [4])

Proprietățile chimice și fizice ale materiilor prime se determină după metode cunoscute. Modul de încercare a proprietăților vopselelor și lacurilor e stabilit în caietele de sarcini RAL, ale autorităților și marilor consumatori.

La vopselele lichide se încearcă: greutatea specifică, vâscozitatea, nuanța, mirosul, capacitatea de uscare, capacitatea de acoperire, capacitatea de întindere și pulverizare; compoziția (raportul pigment : liant : solvent); încercarea filmului, după scopul acoperirii, la elasticitate, aderență, duritate, impermeabilitate, precum și stabilitate față de uleiu, combustibili motori, baze și acizi, apă de mare, intemperii.

B. Materiale de lipit [5])

Prelucrare de prof. dr. E. Sauer, Stuttgart

Materialele de lipit servesc în general la stabilirea unei legături prin adeziuni nemetalice între diferite materiale de construcție. Ele sunt în mare parte polimoleculare și pot forma soluții coloidale; prin întărire

---

[1]) Weichelt, Buntpapierfabrikation, Berlin 1927, ed. Papierzeitung.

[2]) Hecht. Lehrbuch der Keramik, Wien și Berlin 1930, Urban și Schwarzenberg. — Ullmann, Enzyklopädie der technischen Chemie, l. c. Secțiunile: Farben, keramische, und Emaille.

[3]) Cp. Stoffhütte, ed. a 2-a (1937), p. 854.

[4]) Seeligmann-Zieke, Handbuch der Lack- und Firnisfabrikation, l. c. — Gardener, Untersuchungsmethoden der Lack- und Firnisindustrie, tradus și completat de Scheifele, Berlin 1933, Union Deutsche Verlagsges. — Kollwitz, Techn. Lieferbedingungen f. Farben u. Anstrichstoffe, Farbenzt. 42 (1937), p. 1217 ș. u.

[5]) **Bibliografie:** Breuer, Kitte u. Klebstoffe, Leipzig 1922, Jänecke. — Gerngroß și Goebel, Chemie u. Technol. d. Leim- u. Gelatinefabrikation, Dresden și Leipzig 1933, Steinkopff. — Lehner, Kitte u. Klebstoffe, Wien 1932, Hartleben. — Sauer. Leim- u. Gelatinefabrik., Liesegang. Kolloidchem. Technol., ed. a 2-a, Dresden și Leipzig 1931, Steinkopff. — Sutermeister-Bröhl, Das Kasein, Berlin 1932, Springer. — Tede, Kitte u. Klebstoffe, Augsburg 1935, Zielkowsky. — Cp. și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 837.

după evaporarea solventului sau prin priză rămâne un material uscat de mare rezistență proprie, sub formă de strat subțire, care solidarizează cele două corpuri, cu o mare rezistență de aderență.

a) Cleiuri animale

1. **Cleiurile de glutină** se găsesc în comerț sub formă de table, cunoscute drept cleiu de tâmplar, cleiu de Colonia etc., dar și sub formă de plăci mici, perle, granule și pulbere.

După materia primă se deosebește cleiu de piele naturală, cleiu de os, cleiu de piele tăbăcită. Cleiul de piele naturală e de calitate superioară.

Cleiurile sub formă de bucățele mai mici și pulverulente sunt de aceeași calitate ca și cleiurile sub formă de tablă și au nevoie de un timp mult mai scurt pentru umflare; dozajul cantității necesare de apă se face mai ușor, și soluțiile se pot prepara ușor.

C l e i u c u p r i z ă l a c a l d, c l e i u d e g l u t i n ă i m p e r m e a b i l. Cleiul de piele naturală și cleiul de os se impermeabilizează prin adăugarea unui material tanant, de ex. aldehida formică (formalină).

Cleiurile de acest gen, cari se vând drept cleiuri „ormyd", camana, etc. constau din două componente, și anume din cleiul propriu zis și dintr'un mediu întăritor, cari se amestecă unul cu altul imediat înainte de utilizare. Mediul durcisant conține paraformaldehidă sau substanțe asemănătoare cari desvoltă aldehida formică numai prin încălzire. Priza se face foarte repede prin presare la cald la temperatura de 90 °. Avantajele procedeului: Prin presare la cald se poate obține în câteva minute o legătură deosebit de aderentă și impermeabilă, fără ca presa să fie răcită din nou înainte de scoaterea obiectelor. Stratul de cleiu rezistă la putrezire.

2. **Cleiuri de cazeină.** Materialul inițial e laptele de vacă; s'au răspândit în industria placajelor. Ele constau dintr'un amestec de cazeină cu o substanță de reacțiune alcalină, de ex. var stins.

Cleiurile de cazeină sub formă de pulbere constau din cazeină măcinată fin, care se amestecă cu baze uscate, ca hidrat de var, sodă, sodă caustică, silicat de sodiu, borax și alte adause. Inainte de utilizare se adaugă cantitatea de apă: 150...300%, și se amestecă bine; după cca $^1/_3$ oră cleiul e utilizabil. El trebue să fie vâscos, și să se poată întinde bine și în straturi netede.

A v a n t a j e l e c l e i u l u i d e c a z e i n ă: Se poate amesteca și prelucra la rece, prinde repede, și dă o încleire impermeabilă (la utilizarea hidratului de calciu). D e s a v a n t a j: reacțiunea alcalină, care provoacă o colorare închisă a lemnelor care conțin tanin.

3. **Cleiuri de albumină.** Numai albumina din sânge are importanță ca material de lipit. Albumina de sânge e componenta principală a serului sanguin.

b) Cleiuri vegetale

1. **Coca de lipit (Papul).** Produsele din amidon se împart în cocă și cleiuri. Papul e o masă gelatinoasă sau pastoasă, care conține multă apă, dar nu curge ușor; cleiurile sunt foarte vâscoase, lichide, și normal lipesc mai bine decât papul.

Papul se prepară prin schimbarea mai puțin eficace a granulelor amidonului, decât la cleiurile vegetale. In cazul cel mai simplu, transformarea se provoacă prin încălzirea unei soluții subțiri de amidon în apă.

2. **Cleiuri de amidon.** La prepararea cleiurilor de amidon servește, pentru descompunerea amidonului, leșia de sodă. După utilizare, cleiurile de amidon se prepară cu reacțiune slab alcalină sau neutră. Așa numitele cleiuri pentru pictură conțin un adaus de rășină saponificată (v. lianți pt. vopsele). Utilizarea în primul rând în industria hârtiei; nu corespunde pentru încleirea lemnului. Papul și cleiurile de amidon pulverulente au următoarele avantaje: cheltueli mai reduse de transport și ambalaj mai simplu. Aceste produse, numite și amidon umflat, își măresc volumul mai mult decât dextrinele; ele se amestecă cu o cantitate de 5...10 ori atâta apă și dau după un timp scurt un cleiu sau un pap utilizabil.

3. **Cleiuri de dextrină.** Prin reacțiuni mai înaintate, amidonul se transformă în dextrină: Dextrine galbene disolvate în puțină apă formează cleiuri de dextrină supervâscoase. Dextrine albe, cari numai se umflă în apă rece, servesc la prepararea papurilor și materialelor de lipit pastoase (pelicanol etc.).

Cleiurile de dextrină sunt de mare importanță, mai ales în industria hârtiei. Conținutul mai mic de apă provoacă o priză și uscare rapidă a suprafețelor de lipit, care se strâmbă puțin după uscare, așa încât cleiurile de dextrină sunt indispensabile la confecționarea mecanică a pieselor din hârtie lipită și a produselor de carton.

Solubilitatea ușoară a cleiurilor de dextrină în apă le face potrivite mai ales pentru confecționarea hârtiilor gumate. Stratul de cleiu uscat depus absoarbe brusc la umezire o cantitate suficientă de apă și dă o suprafață de lipit pe care cleiul se usucă repede. Cleiul cu dextrină înlocuește guma arabică scumpă, utilizată mai ales în acest scop.

c) Cleiuri sintetice

1. **Cleiuri din rășini artificiale.** Pe lângă rășinile naturale, cari servesc mai ales la prepararea chiturilor, rășinile artificiale au câștigat în primul rând o mare importanță pentru încleirile impermeabile.

2. **Cleiuri de bachelită.** Prin condensarea fenolilor cu aldehidă formică se obțin rășini artificiale cu bază de fenol (inventator Baekeland), v. p. 933. Cel mai important material de acest gen e filmul de cleiu Tego (Tegoleimfilm, Th. Goldschmidt A. G. Essen), constând dintr'o foaie translucidă brună, de 0,1 mm, care se obține prin acoperirea unei benzi de hârtie subțire, cu un amestec de crezol și aldehidă formică.

La lucrările de placaje se practică între foile de placaj de lipit, în loc de un strat de cleiu, un astfel de film, și tablele se presează una pe alta la cca 130° cu o presiune de 10 kg/cm², timp de 10 minute. Impermeabilitatea e superioară celei date de cazeină; rezistența corespunde normelor RAL.

Produse condensate din carbodiamidă-aldehidă formică. La interacțiunea dintre carbodiamidă și aldehida formică se formează prin încălzire mai întâi mase vâscoase, cari se pot utiliza ca cleiuri.

Cleiul Kaurit (I. G. Farbenindustrie A. G.) e un produs condensat de acest gen, foarte vâscos, cari, conservat după prescripțiuni, rămâne mult timp nealterat. Inainte de utilizare se adaugă „un mediu de întărire", care se livrează sub formă de soluție apoasă. Amestecul utilizabil se poate prelucra în interval de 12 ore. Se pune pe lemnele preîncălzite, cari se supun timp de 4 ore la o presiune de 5...10 kg/cm², la 90°. Legătura rezistă la apă, nu mucegăește și are o rezistență bună.

2. **Cleiu cu bază de ester de celuloză.** In principal soluții din celuloid, nitroceluloză și acetilceluloză.

Materiale de lipit din celuloid. Deșeurile de celuloid formează cu solvenți organici „materiale lichide super-vâscoase", a căror utilizare ca materiale de lipit rezistente la apă e bine cunoscută.

Nitroceluloză. Un grup de materiale de lipit numită „cohesan" (I. G. Farbenindustrie A. G.) se prepară prin disolvarea nitrocelulozei în amestecuri de medii de soluție organice.

Aceste materiale dau încleituri cu rezistență excelentă la apă, benzină și uleiu. Utilizare: în industria ghetelor, la încleirea curelelor de transmisiune etc.

Materiale de lipit cu bază de acetilceluloză se prepară din acetați de celuloză cu solvenți organici, lichide vâscoase, de ex. lacurile de lipit cu celon dela Cellonwerke. Pentru lemn, încleiere rezistentă la apă, cu rezistență mecanică bună.

d) Chituri [1])

Chiturile servesc mai cu seamă ca lianţi pentru scopuri speciale.

La compoziţiile care urmează, cantităţile sunt indicate în părţi de greutate, dacă nu se specifică contrarul.

1. **Chit de aparate** (miniu-glicerină). Miniu perfect uscat şi pulverizat se amestecă cu glicerină concentrată în cantitate cât se poate de mică; pasta obţinută se utilizează imediat.

2. **Chit de celuloid.** O soluţie de celuloid, deşeuri de celuloid sau resturi de filme fără straturi fotochimice, se aşează într'o sticlă şi se toarnă peste ele eter acetic. Soluţia va sta câteva zile până ce se îngroaşă.

3. **Chit de etanşare.** La etanşarea tuburilor de gaze, apă şi apă de scurgere sunt prescripţiuni de standardizare.

4. **Chit pt. sticlari:** se amestecă prin frământare praf de cretă spălată cu uleiu de in; se fereşte de accesul oxigenului din aer.

5. **Chit din piese din cauciuc.** Soluţii de cauciuc (nevulcanizat) în sulfură de carbon, benzen etc.

6. **Chit rezistent la căldură.** a) C h i t u r i d e u l e i u de i n cu o x i d m e t a l i c. 7 p. miniu, 7 p. praf de cretă spălată uscată şi 25 p. praf de grafit se amestecă bine cu uleiu de in fiert, până ce se formează o pastă. 8 p. barită, 3 p. var stins, 6 p. grafit, toate fin pulverizate, cu uleiu de in fiert. b) C h i t u r i c u s t i c l ă s o l u b i l ă. Se amestecă bine barită fin pulverizată sau praf de şamotă cu sticlă solubilă. Din 1 p. borax pulverizat, 5 p. alb de zinc şi 10 p. praf de piroluzită se formează o pastă cu sticlă solubilă.

7. **Cleiu pt. marină.** Diferite chituri din cauciuc şi răşini. Utilizare variată, deoarece aderă la mai multe materiale de construcţie şi rezistă la apă.

Cleiul de marină lichid: 50 p. cauciuc crud din bucăţele mici se disolvă în 20 p. sulfură de carbon; de asemenea 13 p. şelac în 30 p. spirt (90%); se amestecă cele două soluţii.

8. **Chitul pt. metale** serveşte la chituirea metalelor cu alte materiale de construcţie. Chiturile cu oxid de fier mai ales pentru piesele de fier, ca liant şi pentru umplut goluri. Praful de fier sub formă de pilitură de fier fără grăsimi dă, cu adause oxidante, lianţi şi apă în urma formării de oxid de fier, chituri aderente, stabile faţă de apă şi parţial chiar faţă de chimicale. Amestecuri utilizabile sunt: 100 p. pilitură de fier. 100 p. praf de argilă, 25 p. ţipirig amestecate bine frământate cu amoniac până ce se formează o pastă; sau 85 p. pilitură de fier, 10 p. floare de sulf. 5 p. ţipirig, amestecate cu apă. In loc de apă, de preferinţă acid acetic sau sulfuric cu concentraţia de cca 10%; sau 2 p. pilitură de fier amestecată intim cu 1 p. argilă uscată; sau 10 p. pilitură de fier, 30 p. ipsos, 1 p. ţipirig în formă de praf cu oţet (acid acetic de 5...10% conc.).

9. **Chitul rezistent la acizi,** grupează chituri pt. crăpături la rezervoare de ceramică: Prin amestecul a 4 p. asbest şi 2 p. praf de barită, se prepară o pastă cu sticlă solubilă, care se utilizează imediat. La fel, părţi egale de praf de piroluzită, praf de argilă şi făină de şamotă cu sticlă solubilă.

10. **Chit pentru piatră.** Sticla solubilă dă cu lianţi hidraulici, ca ciment, var, mase cari se întăresc la aer. Chiar şi materialele indiferente, ca creta spălată, praful de şamotă sau argilă, ca şi oxizii metalici dau cu sticla solubilă chituri cari se întăresc repede.

11. **Chit pt. curele de transmisiune.** a) Cleiu de tâmplar de calitate bună eventual cu un adaus de 1% glicerină. b) Cohesan TR S. c) Gutapercă. Se prepară o soluţie din 4 p. gutapercă, 1 p. asfalt, 1 p. colofoniu în 6 p. petrol prin încălzire timp de câteva ore; după răcire se mai adaugă 15 p. sulfură de carbon; b) şi c) sunt rezistente la apă; curelele se spală de grăsimi cu benzină şi apoi se înăspresc suprafeţele.

e) Metode de încercarea materialelor de lipit

Nu există o metodă de încercare admisă în general, cu excepţiunea cleiurilor de lemn. In Germania, ele sunt stabilite de Reichsausschuss für Lieferbedingungen (RAL) pentru cleiuri de glutină şi cazeină [2]).

1. Pentru c l e i u r i l e de g l u t i n ă (cleiu de piele, de os, de pielărie) se propune pt. încercarea rezistenţei îmbinărilor procedeul lui R u d e l o f f [3]) resp. al lui S a u e r [4]). Se măsoară mai ales vâscozitatea; acest procedeu se face repede şi dă rezultate exacte.

---

[1]) Un tablou al prescripţiunilor verificate în Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 844.

[2]) Reichsausschuß für Lieferbedingungen, Berlin. Lieferbedingungen und Prüfverfahren f. Leim. Lieferbed. u. Prüfverf. f. Kaltleim, Berlin 1931, Beuth-Vertrieb GmbH

[3]) R u d e l o f f, Mitt. Mat. Anst. 1918, fasc. 1 şi 2. şi 1919, fasc. 1 şi 2.

[4]) S a u e r, Kolloid-Ztschr. 84 (1938), p. 205.

Scanned with OKEN Scanner

2. La cleiurile de cazeină rezistența la forfecare va fi la foi de placaj, în stare uscată, cel puțin de 20 kg/cm², în stare umedă (24 ore la 20 sub apă) 7.5 kg/cm². Pentru barele de pin se recomandă și proba la întindere.

C. Gudronul, bitumul, asfaltul, cartonul gudronat [1])

1. Gudronul. Gudronul e un produs bituminos, negru sau brun închis, de vâscozitate mai mică sau mai mare, care lipește; e preparat prin descompunerea termică (cocsificare) a unor substanțe organice naturale. Se deosebește gudron de huilă, gudron de lignit, gudron de lemn etc. Gudroanele preparate sunt de ex. gudronul pentru construirea drumurilor (DIN 1995) și gudronul de acoperiș (DIN DVM 2136).

Smoala e reziduul provenit din distilarea gudronului negru sau brun închis, de consistență tare sau semitare; se poate topi și lipește. Smoalele sunt caracterizate prin originea și punctul lor de înmuiere; se deosebește smoală moale, smoală semidură (smoală de bricheți) și smoală dură. Masele de lipit în DIN DVM 2138. Masele impregnante pentru cartonul gudronat în DIN DVM 2122. Gudronul pt. ziduri e o smoală moale.

2. **Bitumul** [2]). Bitumul (bitum de asfalt) se numește în tehnica construcțiilor și a zugrăvirii reziduul rămas după distilarea țițeiurilor asfaltoase (asfalt de petrol); de asemenea se numesc bitum părțile solubile în solvenți organici ale asfalturilor naturale și pietrelor asfaltoase. Materialele bituminoase plasticizabile și care lipesc sunt standardizate pentru tehnica construcțiilor în DIN 1995. Gudronul asfaltat e un bitum moale sau un amestec de asfalt de Trinidad și bitum.

3. **Asfaltul.** Amestecuri naturale sau artificiale de bitum cu materiale minerale; compoziția și proprietățile sunt valabile după consistența bitumului și cantitatea de materiale minerale.

a) **Asfalturi naturale:**

Asfaltul de Siria și gilsonita (asfaltita), tare și lucios, pt. prepararea lacurilor.
Asfaltul de Bermuda, sărac în cenușă;
Asfaltul de Trinidad, conține 35% mat. minerale;
Pietrele asfaltoase, de ex. calcarul asfaltos (făină de asfalt natural), cu 4...10% bitumen).

b) **Asfalturi artificiale:**

Asfalt turnat. Un amestec de nisip, pietriș și, fie split (piatră sfărâmată mărunt), cu făină de asfalt natural, fie asfalt spart, făină de calcar, de ardezie sau de cuarț și bitum, ca liant asfalt de Trinidad; pt. pavarea străzilor și în pivnițe, curți, grajduri și terase, cum și sub linoleu și parchete. Masa se întinde la cald.

Asfalt nisipos. Un amestec laminabil cu puține goluri, din făină de calcar și nisip, ca liant bitum pentru pavaje. Betonul asfaltat e un astfel de amestec constând din făină de calcar, nisip și split de granule de diferite mărimi (beton fin asfaltat și beton grosier asfaltat).

Asfaltul bătătorit. Calcar asfaltos măcinat și uscat, bătătorit la cald, pentru pavaje. Azi nu se mai utilizează.

4. **Carton gudronat** [3]); (DIN DVL 2121...2140). La acoperirea caselor se utilizează: Cartonul gudronat cu nisip pe ambele fețe (DIN DVM 2121), cartonul bituminat cu un strat de bitumen pe ambele fețe (DIN DVM 2128) și cartonul special gudronat și cartonul bituminat și gudronat cu un strat special pe ambele fețe (DIN DVM 2140).

Tabela 1

Notații pt. cartonul gudronat (cu nisip pe ambele fețe)

vechi	noi greut. cartonului brut
80	625 g/m²
100	500 "
125	400 "
150	333 "
200	250 "

Cartoanele gudronate pt. acoperiș (DIN DVM 2121) se fabrică prin impregnarea și acoperirea cartonului brut (DIN DVM 2117) sau a cartonului din pâslă de lână (DIN DVM 2119) cu o masă impregnantă (DIN DVM 2122) și apoi prin

[1]) Comunicările asupra gudronului, bitumenului și asfaltului ni le-a pus la dispoziție prof. dr. Mallison, Berlin. Redacția. — [2]) Physikal. Konstanten, v. Z. ang. Chem. 52 (1939). — [3]) După datele publ. de Fachgr. Dachpappenindustrie, Berlin NW 21.

Scanned with OKEN Scanner

presărare uniformă cu nisip. Cartoanele bituminate pt. acoperiș (DIN DVM 2128) se fabrică prin impregnarea cartonului din pâslă de lână (DIN DVM 2119), care se acopere cu bitum și apoi uniform cu materiale minerale. Cartoanele speciale gudronate și cele gudronate și bituminate, pt. acoperiș (DIN DVM 2140), se fabrică din carton brut (DIN DVM 2117) sau din carton din pâslă de lână (DIN DVM 2119) prin impregnare și acoperire cu produse de gudron sau cu amestecuri de produse de gudron și bitum și prin presărarea lor cu materiale minerale. Cartoanele brute și cele din pâslă de lână se încearcă după DIN DVM 2118. Cartoanele pt. acoperișuri se livrează în diferite grosimi (tabela 1); simbolul nou indică greutatea cartonului brut în g/m^2.

Cartoanele colorate, pt. acoperiș, se fabrică prin presărarea de sfărâmături de piatră de diferite culori pe stratul acoperitor al cartonului, după DIN DVM 2128 și 2140, sau prin aplicarea unui strat acoperitor colorat asfaltos pe un carton din pâslă de lână imbibat cu bitum.

La izolările față de ape subterane [1]) se utilizează cartoane gudronate (DIN DVM 2126) și bituminate (DIN DVM 2129) fără strat acoperitor.

XV. Materiale textile [2])

Prelucrare de prof. dr. ing. H. Sommer, Berlin-Dahlem

A. Materii prime

Clasificarea în mat. textile naturale (de origine vegetală, animală sau minerală), mat. textile artificiale și mat. textile vechi (fibre rupte, recâștigate prin ruperea materialelor vechi). Caracteristica comună a tuturor fibrelor (ca fibre elementare sau în compoziția lor în fibre prime tehnice) e lungimea mare în raport cu finețea lor. Materialele fibroase organice sunt potrivite, prin rezistență, lungime, flexibilitate, proprietăți superficiale, pentru tors, prin înobilare (albire, colorare, imprimare, apretare) și din cauza conductibilității rele de căldură pentru stofă de îmbrăcăminte.

a) Fibre vegetale (cp. tabela 1)

Substanța fundamentală e celuloza [3]) [hidrat de carbon $(C_6H_{10}O_5)_n$, de culoare albă, greutatea specifică 1,5 g/m^3]; incrustanții (pectină, lignină) se pot înlătura prin fierbere în leșii, prin albire. E higroscopică, se poate deforma la 100...140° (la cald), la 140...160° se descompune; arde intens cu flacără luminoasă. E solubilă în oxid de cupru amoniacal (metoda tehnică; mătase cuproasă). După tratare cu baze (alcaliceluloză), urmată de descompunere, dă hidratceluloze cu o capacitate de hidrolizare mărită, cu o mai mare higroscopicitate, capacitate de umflare și de colorare (mătase artificială, bumbac mercerizat). Acizii minerali provoacă o afânare (hidroceluloză). Un tratament alcalin la cald în prezența oxigenului și a unor oxidanți (Cl, H_2O_2), cum și efectul luminii, accelerate prin catalizare oxidantă (Fe, Cu), provoacă formarea rapidă a oxicelulozei (micșorarea rezistenței fibrelor).

1. Fibre de semințe. Bumbacul [4]). Fibrele cari acopere semințele de Gossypia (familia Malvaceelor), se curăță de semințe la fața locului prin mașini de egrenat, cu eficiența de cca 35%. E o fibră monocelulară tubulară, cu spire în formă de burghiu și cu un lumen (canal medular) larg, acoperită cu o cuticulă rezistentă; conținutul de celuloză 91...95%.

[1]) V. și Vorläufige Anweisung für Abdichtung von Ingenieur-Bauwerk (AIB), Dienstvorschrift der Deutschen Reichsbahn 835, publicate de Reichsbahnzentralamt.

[2]) **Bibliografie:** Cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, 1937, p. 589, fasc. Textile Rohstoffe u. Erzeugnisse. — Heermann și A. Herzog, Mikroskopische u. mechanisch-technische Textiluntersuchungen, ed. a 3-a, Berlin 1931, Springer. — A. Herzog, Wagner, Physikalisch-technisches Faserstoff-Praktikum, Berlin 1931, Springer. — A. Herzog, Koch, Fehler in textilen Rohstoffen und Erzeugnissen, Heidelberg 1938, Melliand. — R. O. Herzog, Technologie der Textilfasern, Berlin, Springer. — v. Wiesner, Rohstoffe des Pflanzenreichs, ed. a 4-a, Leipzig 1927, Engelmann.

[3]) Mark, Physik und Chemie der Cellulose, Berlin 1932, Springer (vol I, 1. din tehnologia lui R. O. Herzog).

[4]) O. Johannsen, Handbuch der Baumwollspinnerei, Leipzig 1935, Vogt. — Fraenkel, Chemie der Baumwollpflanze; Haller, Chemische Technologie der Baumwolle; Wittmack, Botanik und Kultur der Baumwolle, Berlin 1928, Springer (vol. IV, 1 și 2 din tehnologia lui R. O. Herzog).

Tabela 1. Proprietățile tehnico-fizice ale materialelor de tors

Materia primă	Lungimea fibrelor mm	Lățimea fibrelor µm	Greutatea specifică g/cm³	Rezistența substanței: lung. de rupere[1]) km	Rezistența substanței: alungirea %
I. Fibre vegetale. 1. Fibre de semințe					
Bumbac					
din India (cu fibre scurte) . .	p. la 25	21—24	1,47—1,50	17—29	6,5—10
din America (cu fibre mijlocii) .	„ 30—35	19—21		24—32	
din Egipt (cu fibre lungi) . .	„ 45	13—16		25—38	
din Sea Island (cu fibre f. lungi) .	„ 50	16—17		30—55	7—11,5
Capoc	10—40	20—40	1,32	35—40	—
2. Fibre de tulpină					
In, fibre elementare	10—60	12—40	1,50	30—60	1,5—3,5
fibre tehnice	200—400	45—620	1,44—1,47	40—86	1,5—2,5
Cânepă, fibre elementare . .	5—55	15—50	1,50	30—45	1,5—4,5
fibre tehnice	1000—3000	[2])	1,48	36—90	1,5—2,5
Iută, fibre elementare	1—4	10—23	—	—	—
fibre tehnice	1500—3000	30—140	1,44	30—34	0,8—1,2
Ramie (iarbă de China), fibre elementare . . .	60—260	15—80	1,51	40—60	2—3
3. Fibre de frunză					
Manilă, fibre elementare . .	2—5	16—32	—	—	—
fibre tehnice	1800—4800	150—220	1,35	32—80	2
In de Noua Zeelandă, fibre elementare . . .	2—6	10—20	—	—	—
fibre tehnice	800—1100	40—120	1,49	30—45	2
Sisal, (Agavă), fibre elementare .	1—5	17—32	—	—	—
fibre tehnice	150—1400	100—400	1,5	37—45	2
4. Fibre de fructe					
Cocos, fibre elementare . . .	0,4—1	12—24	—	—	
fibre tehnice	150—330	50—300	1,64	18	—
II. Fibre animale. 1. Lână și păr					
Lână de oaie, păr de lână	50—70	12—37	1,32	8—15	25—45
păr aspru . . .	100—400	30—90	—		
Păr de capră	40—100	80—170	1,25	—	—
Păr de cămilă, de alpaca	50—300	10—70	—	16	40—45
Păr de cal, coadă	10—60	80—400	1,40	10—12	30—35
coamă	10—40	50—220	1,25		
2. Mătăsuri					
Mătase nobilă; borangic fiert .	—	10—15	1,37	30—36	12—18
Mătase Tussah	—	15—100	1,33	24—32	15—25
III. Fibre minerale					
Asbet de serpentin . . .	10—75	0,5	2,3—2,5	—	—
de amfibol . .	—	—	2,5—3,0	—	—
Sticlă	—	10—50	—	p. la 3,5	—
IV. Mătăsuri artificiale și celofibre					
Mătase de xantat (viscoză) fină	Celofibră lung. de fabric. 28 . . . 150 mm	10—50	1,52 (1,46—1,60)	16—28	15—25
normală . . .				10—12	15—30
cu rezist. supl. .				30—45	7—15
Mătase pariziană (Crumière).		10—40		12—24	15—30
Mătase de acetat de celuloză		15—40	1,25—1,33	1,25—14,5	20—30
Lână de cazeină (lanital) .		—	1,3	6—7	80

[1]) Lungimea teoretică a fibrelor, la care fibrele se rup din cauza greutății proprii
[2]) Mai groase decât ale inului.

Clasificarea bumbacului comercial după lungimea fibrelor, culoare, rezistență, moliciune, luciu și puritate. Notarea calității după tipuri standardizate, de ex. standard universal american. După origine se deosebesc bumbacuri din America de Nord, America de Sud, Egipt, India de Vest, India de Est, țările balcanice (așa numitele „exote"). E cel mai important și răspândit material de filat al industriei textile, materie primă pentru vată, linters pt. fulmicoton, mătase artificială, celuloid etc. Surogatele bumbacului: celofibra, bumbacul destrămat din material vechiu, fulgi de in, fulgi de cânepă (celule elementare de in și de cânepă preparate prin tratament cu leșie de sodă sau clor).

Capoc. Fibrele fructelor plantelor din fam. bombaceelor (fulgi vegetali) asclepiadeelor și apocinaceelor (mătăsuri vegetale); fibre alb-galbene, cu pereții subțiri și goluri mari interioare (80%), greu de umezit. Mat. de perne, de umplut colacii de salvare.

2. **Fibre de tulpină. Inul**[1]). Mănunchiuri de fibre din tulpina plantei de in, o plantă de un an, cultivată în zona temperată. Se obține din tulpina uscată (20...27% fibre) v. Stoffhütte, p. 593; in dărăcit și câlți.

Clasificare după origine, procedeul de topire și gradul de prelucrare. In hibrid de Sorau cu eficiență mare atât în uleiu, cât și în fibre. In Germania, 1938: 30 000 tone. — La procedeul pentru inul verde, topire mecanică; eficiență avantajoasă în fibre lungi, tort de mare rezistență. Fibra tehnică conține 65...70% celuloză, 20...25% pectină (materiale cleioase); blondă deschisă, cenușie metalică sau verzuie; la pipăit moale și rece și cu luciu mătăsos; se poate albi bine. Celula elementară netedă cu lumen (canal medular) întrerupt și crăpături transversale. Mai rezistent, mai puțin elastic, mai sensibil față de chimicale decât bumbacul. — Cel mai apreciat material de filat de origine vegetală.

Cânepa[2]). Mănunchiuri de fibre din tulpina plantei de cânepă. Se obține ca și inul. Eficiența fibrelor: 22...26%.

Cea mai bună specie comercială e cânepa italiană, cantitatea cea mai importantă cânepa rusă; cânepa germană 1938: 10 000 t. — Fibrele tehnice de cânepă sunt de culoare cenușie până la albă, cu luciu intens de mătase și miros caracteristic. Conține 75% celuloză; mai groase și mai greu de albit, decât ale inului. Celula elementară a fibrelor ca la in, lumen (canal medular) mai larg. — Cânepă ca garnitură, câlți pt. perne.

Iuta[3]). Mănunchiurile de fibre din tulpina mai multor plante de corchorus. Fibrele de iută gălbui până la brune deschis sunt compuse din celule scurte. Conțin multă lignină, sfărâmicioase; conținutul de celuloză 60...75%; rezistență mică la intemperii. Utilizare pentru saci, ca material de curățit și umplut perne, deșeuri la fabricarea hârtiei.

Ramie (iarbă de China). Fibre brute, cari se desfac prin fierbere cu săpun (degumare) în fibre elementare, albe lucioase, moi ca mătasea; rezistă la putrezire.

3. **Fibre de frunze**, cânepa de Manila (fibre de banane), din musa textilis; in de Noua Zeelanda, din nervurile frunzelor unei plante (phormium tenax); fibre de agavă, din diverse plante de agave, cari cresc în Mexic și America de Sud (sisal, pita).

Fibre textile rezistente și foarte tari din celule scurte sclerechimatice, cu multă lignină (conținutul de celuloză 60%), galbene-palide până la brune, foarte stabile față de intemperii și putrezire. — Utilizare: rogojini, frânghii; fibre de agavă și pt. umplut perne (iarbă de Mexic), surogat pentru părul de porc.

4. **Fibre de fructe, fibre de cocos**, din stratul fibros al nucii de cocos, brune. Se utilizează pentru: rogojini, covoare, covoare pt. scări, perne.

b) Fibre animale (v. tabela 1, p. 966)

Părul, produs de creștere al pielei animale, și mătăsurile, fire secretate de omida unui fluture, aparțin materialelor cu bază de albumină; substanța de bază a părului e cheratina, a mătăsurilor fibroina; conținutul de azot 16...18%; părul mai conține și sulf (4%).

Mai puțin sensibile la acizi diluați, foarte sensibile la baze și clor; bazele diluate le disolvă în stare caldă. Higroscopice; încălzite, rezistă mai puțin decât fibrele vegetale; la 130 încep să se descompună; ard încet, cu miros caracteristic, lăsând un nod de cărbune.

---

1) Kind, König, Müller, Schilling, Steinbrinck, Botanik, Kultur, Aufbereitung, Bleicherei und Wirtschaft des Flaches, Berlin 1930, Springer (vol. 1 din tehnologia lui R. O. Herzog).

2) Heuser, Koenig, Wagner, v. Frank, Oertel, Hanf und Hartfasern, Berlin 1927, Springer (vol. 2 din tehnologia lui R. O. Herzog).

3) Nonnenmacher, Die Jute, Berlin 1930, Springer (vol. 3 din tehnologia lui R. O. Herzog).

1. Lână și păr [1]).

Se deosebesc: a) păr pufos sau lânos, ondulat, subțire, moale în cele mai multe cazuri fără măduvă; b) păr grosier lung, în general neted, cu măduvă; c) peri scurți, tari, drepți, cu măduvă; d) peri de porc foarte tari, cu foarte puțină măduvă.

Lâna de oaie, părul mai multor rase și specii de oi domestice. Lâna Merinos: lâna scurtă, fină, foarte ondulată a oilor merinos și a speciilor lor (Electoral saxon, Negretti, Southdown englez și Hampshiredown, lână australiană și de Cap). Lâna Crossbred: lână mai lungă, mai grosieră, mai puțin creață sau lână netedă, lucioasă de oi engleze și scoțiene și din încrucișările lor cu Merinos (Leicester, Cheviot, Noua Zeelandă și America de Sud).

Lână brută obținută prin tuns (1...6 kg) conține grăsimi, exudate, murdării până la $^1/_5...^2/_5$ din greutatea ei (lână cu exudate). Afară de lâna tunsă (lână dela prima și a doua tunsoare, ultima lână de vară sau de iarnă) se deosebesc: lână moartă (dela oi tăiate), lână de miel, lână de tăbăcărie, lână de animale bolnave și muribunde. Clasificare după rezistență, extensibilitate, elasticitate, lungime (lână cardată până la 100 mm, lână pieptănată 100...400 mm), stabilitate, numărul ondulațiunilor, coloare, luciu, moliciune, (supleță). Sortare după finețä.

	Merinos fină			Merinos		Crossbred			
Indicarea calității	4 A,	3 A,	2 A	A,	A/B	B,	C I—II,	D I—II,	E
Grosimea medie μm	16,	17,5,	19	20,	22	23,5	25—27,5	29—32,	peste 34

Lâna de oi e acoperită cu solzi epidermici, așezați unii sub alții ca țiglele de acoperiș; e cauza împâslirii. Ține bine căldura, are elasticitate mare. Prin uscare la cald devine sfărâmicioasă, umezită la peste 100° se poate deforma (dispozitive de prelucrat la cald, călcare). Clorurarea o face mătăsoasă la pipăit, lucioasă și îi ia capacitatea de împâslire.

Lâna regenerată se obține prin destrămarea stofelor vechi și a deșeurilor de țesătorie. E mai puțin durabilă decât lâna de tunsoare, deoarece în cele mai multe cazuri e degradată chimic și mecanic.

Deosebire după materialul inițial de ex.: mungo, lung de 5...20 mm din stofe călcate din lână pură; shoddy, lung de 20...30 mm din stofe necălcate și tricotate din lână pură; alpaca, extras, din stofe cu fibre de origini diferite. Se întrebuințează și alte clasificări.

Părul de capră, părul grosier al caprei indigene, aproape fără crețuri, tare și rigid, mai lucios, mai neted și mai puțin rezistent decât lâna de oaie. Lână de Angora sau de Mohair, lână frumoasă, albă, lucioasă, a caprei de Angora. Păr de cămilă, galben, roșiatic până la brun; Alpaca, lână de lamă și de vicuna, albă, brună sau neagră, de rezistență și elasticitate bună. Părul de iepure de casă, de vacă, de vițel, de cerb, de căprioară, de castor, de pisică și câine, se utilizează în parte la fabicarea pâslei. (pălării). Părul de cal (păr de coamă și coadă), la umplut perne.

2. Mătasea [2]). Mătasea nobilă, produsul viermilor de mătase cari se cresc în China, Japonia și alte țări, unde se cultivă dudul. Fabricarea în Stoffhütte, p. 599. De culoare albă, galbenă până la verzuie, cu luciu mat. Rea conductoare electrică și termică; mare rezistență și elasticitate.

Mătase sălbatică produsă de viermii de Tussah (antheraea mylitta), colorată închis, greu de albit. Mai rezistentă la baze și acizi și mai tare, mai durabilă decât mătasea nobilă.

c) Fibre minerale

1. **Asbestul** (amianta), silicați de magneziu hidratați de compoziții diferite, în formă de fire cu luciu de mătase.

Varietăți: Asbestul serpentinic (crisotil), normal cu 14% apă de cristalizare (o pierde prin încălzire la 1000°), duritatea 3...4, greutatea specifică 2,3...2,5 g/cm³, punctul de fuziune 1550°, alb, cu fire fine, flexibile, de 2...3 cm lungime; 85% din asbest (Canada, Siberia). Asbestul amfibolic (-amosit), cu 2...6% apă de cristalizare (o pierde prin încălzire la 500°), duritatea 5...6, greutatea specifică 2,5...3 g/cm³, punctul de fuziune 1150°, cu fire grosiere mai lungi,

---

1) Fröhlich, Spöttel, Tänzer, Wollkunde, Berlin 1929, Springer (vol. VIII, 1 din tehnologia lui R. O. Herzog. — 2) Ley, Raemisch, Technologie und Wirtschaft der Seide, Berlin 1929, Springer (vol. IV, 1 din tehnologia lui R. O. Herzog).

rigid. Asbestul albastru din Colonia Capului, cu un conţinut mare de fier (35%). Izolare termică şi electrică bună, stabilitate termică (se poate utiliza asbest-h până la 300°, asbest-s peste 300°), rezistenţă la baze (asbest-s) şi la acizi (asbest-h).

Şist de ciment asbestat, greutatea specifică, p. 786.

Utilizare. Benzi de frână pentru căptuşirea autovehiculelor pentru cuple cu fricţiune. Izolaţii electrice şi termice (p. 602), etanşări pentru abur supraîncălzit de mare presiune, ca material de umplere (inert) la materialele artificiale presate (p. 927), pentru filtre în industria chimică.

d) Fibre şi fire artificiale

1. **Mătasea artificială** [1]), torturi din mai multe fire separate, fără fine; se prepară din soluţii de celuloză de consistenţă vâscoasă pentru tras fire, care se trec sub presiune prin ajutaje, sau se trag până la fineţea necesară după procedeul de tors prin întindere şi se coagulează într'o baie separatoare (toarcere la umed); la mătasea de acetat, toarcerea se face la aer (toarcere la uscat). Materiile prime: linters (bumbac), pastă de celuloză de lemn de molid, de fag, se încearcă şi celuloză de paie şi pin; detaliile de fabricaţie a mătasei artificiale în vol. IV.

După procedeul de fabricare se deosebesc: Mătasea de cupru (parizlană, crumière, soluţie de celuloză în oxid de cupru amoniacal) şi mătasea de viscoză (85% din producţia totală; din xantogenat de celuloză), ambele din celuloză hidratată. Mătasea de acetat de celuloză (célanèse, amestec de bi- şi triacetat de celuloză): se disolvă în acetonă, se saponifică cu baze formând hidrat de celuloză. Luciul mat de mătase se dă prin adaus de pigmenţi anorganici (se obţine un mat pronunţat), sau i se dă mătasei gata fabricate. Mătasea de cupru şi cea de acetat se pot colora.

2. **Fibre sintetice.** Fibra Pe-Ce, un polimerizat al clorurii de vinil, fabricat pe bază de var şi carbon; insensibilă la apă, rezistă la putrezire, la baze şi acizi, neimflamabilă, dar termoplastică. Fibra Nylon, o răşină artificială poliamidică cu proprietăţile mătasei, cu rezistenţă mare (lungimea de rupere 40...45 km).

3. **Celofibre** [2]). Fabricate ca mătasea artificială, dar cu lungime limitată a fibrelor. DIN TEX 800 : FV = celofibră de viscoză, FC = celofibră de cupru, FA = celofibră de acetat.

Lungimi comerciale: tipuri de bumbac [titlul (numărul) firelor simple 1,4...2,75 den] 25...40 mm, tipuri de lână (2,5...3,5 şi mai mult, pt. torturi de covoare până la 20 den): 40...60 (lână cardată) resp. 80...150 mm (lână pieptănată). Procedee speciale: torturi mate, torturi colorate, animalizate, hidrofobizare, ondulare, transformarea în neşifonabile.

Lână de cazeină, pe bază de albumină, împâslibilă, dar cu rezistenţă mai mică la uscare şi umiditate.

4. **Fibre de cauciuc**, se taie din cauciuc laminat, amestecat cu alte torturi; pentru ţesături elastice (bretele, benzi cauciucate).

5. **Sârme metalice** de fier, cupru, alamă (0,04...2,5 mm), la confecţionarea ţesăturilor de sârmă, site. Sârmă de argint şi aur veritabil (argint fin aurit); sârma leonică de argint şi aur resp. de sârmă de cupru sau alamă argintată sau aurită; în formă de benzi se numeşte lamă de metal (Lahn).

Mătasea de sticlă, tortul de sticlă, lână de sticlă v. pp. 913 şi 966.
Lâna de sgură e sgură de cuptor înalt suflată prin ajutaje, pt. izolări v. p. 602.

B. Torturi, aţe, frânghii [3])

1. **Torturile** sunt fire uniforme, rezistente, de lungime oarecare şi de grosime definită, cari se obţin prin toarcere (filare) din fibre mai mult sau mai puţin scurte (v. vol. IV). Proprietăţile hotărîtoare pentru valoarea tehnică de filare a unui material fibros şi pentru valoarea lor de utilizare v. Stoffhütte, p. 601. Rezistenţa tortului depinde de rezistenţa fibrelor şi de frecarea lor între ele, condiţionată de structura

---

[1]) Anke, Elöd, v. Frank, Havas, Mönkemeyer, Raemisch, Suida, Zart, Kunstseide, ed. a 2-a, Berlin 1933, Springer (vol. VII din tehnologia lui R. O. Herzog). — Kunstseiden- u. Zellwolle-Taschenbuch, ed. a 4-a, Berlin 1936, Finanz-Verlag. — [2]) Bodenbender, Zellwolle, ed. a 2-a, Berlin 1937, Bodenbender. — [3]) Johannsen, Handbuch der Baumwollspinnerei, Leipzig 1935, Voigt. — Lüdicke, Die Spinnerei, Berlin 1927, Springer, ed. a 2-a (vol. II, 1 din tehnologia lui R. O. Herzog). — Meister şi Rohn. Die Spinnerei in technologischer Darstellung, ed. a 2-a, Berlin 1930, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

tortului, de lungimea fibrelor şi de numărul de răsuciri. Extensibilitatea şi moliciunea sunt invers proporţionale cu numărul de răsuciri. Numărul de răsuciri pe unitatea de lungime depinde: 1. de lungimea fibrelor; 2. de grosimea tortului resp. de cifra de fineţă $(T=\alpha\sqrt{N})$; numărul de răsuciri pe unitatea de lungime, calculat pentru tortul Nr. 1 e coeficientul de răsucire (α); 3. de utilizare: torturile de urzeală obţin o răsucire strânsă (tare), iar cele pentru bătătură (băteală) o răsucire mai slabă (Stoffhütte, tab. 6, p. 603). Se deosebesc torturi răsucite spre dreapta şi pre stânga, după DIN TEX 900, torturi în Z şi S. De obiceiu tortul e răsucit în Z.

Numerotarea torturilor. Cifra de fineţă a torturilor se exprimă prin raportul dintre lungimea l şi greutatea g. Cea mai uzuală e numerotarea după lungime: $N_l = l/g$. Numerotarea după greutate e: $N_g = g/l$, numai în industria mătăsurilor artificiale (titlu legal). După sistemele de măsură, numerotarea diferă, cea mai importantă fiind cea metrică (N_m = lungimea în metri pe gram); numerotarea engleză e foarte răspândită (sistemele de numerotare a torturilor şi cifrele de conversiune v. Stoffhütte, tab. 7, p. 604, pt. numerotarea torturilor DIN TEX 910. Torturile de in în DIN TEX 1.

2. **Aţele** se fabrică prin răsucirea uniformă a două sau mai multe fire simple (aţe duble sau multiple de primul ordin). Prin răsucire reînnoită se fac aţe de al doilea sau de un ordin mai înalt; normal sensul răsucirilor e identic cu al aţelor de ordin inferior; la aţele simple e contrar cu al torturilor.

Utilizare tehnică o au firele Cord (de obiceiu 3 × 5 ori), de bumbac sau mătase artificială comercială, ca garnituri în anvelope pneumatice; tortul pt. cabluri constă dintr'o inimă de cânepă răscucită mai slab şi acoperită cu fire groase răsucite, de bumbac ş. a.

3. **Frânghiile** se confecţionează cu un dispozitiv manual (roata de tors frânghii) sau cu maşini speciale. Mai multe fire răsucite alcătuesc o şuviţă; acestea se împletesc răsucindu-se în sens contrar şi formând o frânghie (funie). Din funii se formează prin răsuciri în sensuri contrare cabluri şi odgoane. Funii cu cordajul în 3 sau 4 (din 3 până la 4 şuviţe) şi în greliu (din 3 funii) şi funii plate, de obiceiu cu un miez. Funiile răsucite cu secţiunea pătrată şi triunghiulară sunt mai flexibile decât cele rotunde şi nu se deschid sub sarcină. Grosimea funiei se indică prin diametrul în mm. Odgoanele de fibre de frunze (funii pentru aparatele de ridicat, transmisii) sunt foarte uşoare şi rezistente.

C. Suprafeţe textile[1])

Suprafeţele textile compuse direct din fire se numesc pâslă (numai din lână şi păr animal). Suprafeţele textile compuse din tort se clasifică după felul de încrucişare a firelor.

Ţesături, din două sisteme de tort încrucişate; direcţiunea longitudinală: urzeală, direcţiunea transversală: bătătură (băteală), care formează la marginea ţesăturii un chenar.

Tricotaje, dintr'un sistem de fire de tort paralele, aşezate orizontal sau vertical, unite prin ochiuri elastice în dublu S.

Impletituri din firele unui tort cari se încrucişează unul lângă altul în diagonală (maşini de împletit în plan sau circular). Impletituri brodate de dantele; la împletituri (lucrate cu fusul) se lucrează răşucind simultan firele.

Ţesături de perdele şi dantele (tul), produsele războaielor-bobinet; firele de urzeală sunt înodate cu ale bătăturii, nodurile trecând oblic dela o margine la alta.

Croşeturi, firele bătăturii se împletesc cu igliţa (se croşetează) cu firele urzelii.

Reţelele se execută cu mâna (1 fir) sau mecanic (sistem cu 1 sau 2 fire).

Dantele, dantele împletite sau brodate cu mâna (cu acul, cu igliţa, cu fusul), sau fabricate mecanic; dantele lucrate cu fusul sau cu un sistem de fire (urzeală).

[1]) Gräbner, Die Weberei, ed. a 6-a, Leipzig 1935, Jaenicke. — Hamann, Webwarenkunde, Leipzig 1929, Jaenicke. — Lüdicke, Fiedler şi Gorke, Weberei, Band- und Posament-Weberei, Bindungslehre; Aberle, Krumme, Glafey şi Sautter, Wirkerei, Strickerei, Flechten, Klöppeln, Teppichherstellung, Maschinensticken, Berlin 1928, Springer (vol. II, 2 şi 3 din Tehnologia lui R. O. Herzog).

Cele mai importante produse textile sunt țesăturile. Fabricarea în vol. IV. Cele trei legături fundamentale ale țesătoriei sunt:

1. Legătură de pânză, sau tafta (taffetas); firele de urzeală și de bătătură sunt dispuse ca tabla de șah; în 2 ițe.

2. Legătură serj (serge) sau în diagonală, în 3 sau mai multe ițe, cu dungi continue oblice (grade de legătură).

3. Legătura satin (atlas), o legătură serj cu încrucișări împrăștiate după un anumit model; potrivită pentru a produce o suprafață cu luciu. De obiceiu în 5 și 8 ițe.

Afară de aceste legături fundamentale mai există nenumărate varietăți cu legături fantazie. Prin dungi colorate, dif. răsuciri și desimea firelor se pot provoca alte efecte.

Tehnica țesăturilor speciale cere: țesături întărite, țesături goale (țesături pt. furtunuri), țesături de catifea și pluș. Materiale de prosoape, covoare (împletite cu mâna sau țesute cu puf netuns sau tuns). Stofe cu diferite desene (fabricate cu mașina Jaquard); damască, stofe și benzi broșate (v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 611).

Țesături tehnice.

Se notează cu σ_B rezistența la întindere, R lungimea de rupere (p. 966).

a) Din bumbac: stofă de filtre (Koeper), straturi acoperitoare și de protecție la înobilarea textilelor, țesături goale pt. furtunuri, saci, fitiluri. Țesături grele de bumbac pt. pnumatice. Țesături pentru curele cu sau fără impregnare sau cauciucare, pt. benzi de transport și transmisiune (curele de bumbac $\sigma_B = 360...430$ kg/cm², curele de transmisiune cauciucate $\sigma_B = 350...500$ kg/cm², curele de balata pt. exploatări în atmosferă umedă și nu prea caldă). Țesături impermeabile de bumbac pentru foi de cort, mușama impregnată pt. trăsuri, calc pânzat. Cu un strat sau cu mai multe straturi, ca piele artificială. Țesătura fină maco (90...100 g/m², $R = 10$ km), cauciucată ca stofă pentru baloane, acoperită cu lac sau uleiu de in fiert, pentru acoperirea fețelor avioanelor. Material de curățit mașini, din sdrențe de bumbac. (Capacitatea de absorbire pt. uleiu până la 350⁰/₀). Mat. pt. etanșări și garnituri cu sau fără miez.

b) Din in: Material de acoperit fețele avioanelor (120...150 g/m², $R = 8...11$ km). Pânză de corăbii, adesea impregnată cu un material impermeabil (cauciucată pentru bărci pliabile).

c) Din cânepă: Pânză grea de corăbii (700...900 g/m², lată de 2,50...4,70 m), foi de cort (500...600 g/m², lată de 60...75 cm), adesea impregnată cu un material impermeabil. Pânză de saci și împachetat, furtunuri de cânepă (furtunuri de stropit și din ramie), chingi, curele de transport.

d) Din iută: Pânză de saci și împachetat, țesătură de bază în fabricarea linoleului.

e) Din lână: Pânză pentru amortisarea sguduitorilor, pentru piane, presetupe, discuri de șelfuit și polisat. Stofa de lână din torturi de păr pt. filtrat uleiu. Curele din tort de păr, țesături duble și multiple, bătătură de bumbac, urzeală de lână din fire răsucite de 4 ori, amestecată și cu păr de cămilă sau de păr pur de cămilă; ultima foarte elastică, potrivită pt. transmisiuni cu șocuri ($\sigma_B = 300...400$ kg/cm²). Pâslă de fabricat hârtie. Site de păr de cal.

f) Din mătase: Stofă de cernut făină (gaz străveziu pt. site la dispozitive de sortat făina în mori); stofă de parașute, baloane, de acoperit fețele avioanelor; stofă de pungi cu cartușe și cârpe de curățit (din buret); țesături izolante impregnate cu lac de uleiu pentru electrotehnică.

g) Din asbest: Decoruri de teatru, îmbrăcăminte pentru pompieri, mănuși, perne de izolare; garnituri de conducte de apă și abur; benzi de frâne.

h) Din sticlă: Postavuri de filtrat în industria chimică.

i) Din metale: Site de sârmă.

k) Din fibre sintetice: Postavuri de filtrat din fibre Pe-Ce în ind. chimică.

XVI. Pielărie. Gumă. Plută

A. Piei și pielărie [1])

Prelucrare de K. Baumgart, Berlin

a) Piei și tăbăcire

Pielăria e o piele animală, transformată prin materiale de altă natură, ca materiale vegetale de tăbăcit, produse chimice, grăsimi ș. as., dintr'o stare expusă ușor la putrezire, într'un material de mare durabilitate (v. vol. IV, secț. 6, Prelucrarea pieilor și a pielăriei).

[1]) Bibliografie: Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 668 ș. u. — Kempke, Rohstoffwandel in der Lederwirtschaft, Berlin 1939, Mannstaedt; aici și altă bibliografie.

Pielea de bovine. După vârstă și sex, se deosebește piele de bou, de vacă, de taur, piele de vițea și de vițel. Pielea de casă provine dela animalele crescute în Europa ca animale de casă, pe când pielea sălbatică dela rasele bovine exotice.

Pielea de cal, de măgar și de catâr e inferioară celei de bovine, în privința grosimii și a rezistenței.

Pielea de porc se prelucrează în pielărie numai în anumite regiuni.

Pielea de capră. Pielea de ied provenită dela animale tinere, prelucrată în pielărie, are mare valoare.

Pielea de oaie formează o materie primă importantă în fabricarea pielăriei pentru fețe și a pielăriei fine; pielea de miel e apreciată cel mai mult.

b) Feluri de pielărie

Feluri de pielărie importante în tehnică: Pielăria de transmisiune tăbăcită cu tanant vegetal și crom, pielăria de cusut și de legat tăbăcită cu alaun, grăsimi și săruri de crom; pielăria pentru mașinile de tors (îmbrăcăminte fără cusătură, curelușe de divizoare de zăbranic, benzi de transport de piele tăbăcită cu crom sau șamizată, pielăria de carde, piele de vițel pentru suluri); pielăria de mașini de țesut (pentru curele, pielăria de piele crudă pentru opritoare de suveici); pielăria transparentă sau de piei crude, din care se fac roți dințate și pinioane); pielăria de șlefuit și polisat, tăbăcită cu tanant vegetal, cu crom, șamizată; pielăria de manșete și sfori rotunde de pielărie.

Pielăria de pește se obține din următorii pești: batog; șalău și pești leucizi.

Jupuirea și tăbăcirea pielei de pește va fi executată cu mare îngrijire, pentru ca rezistența la întindere a pielei de pește să fie menținută. Această problemă e definitiv rezolvată.

Din pielea de pește se face următoarea pielărie: pielăria de cotoare de cărți, de dosare de acte, de ghete, parte combinată cu altă pielărie, și pentru mănuși. In acest caz fața superioară e din piele de pește, iar cea interioară din pielărie moale de vițel, oaie sau capră.

Pielăria de curele de transmisiune trebue să fie elastică și suplă, ca să se poată adapta ușor roților de transmisiune de diametre mai mici.

Deosebit de potrivită e pielea de bou și de vacă din Germania de Sud și Centrală (și din Elveția și Italia); pielea de taur nu. Chiar și pielea din Germania de Nord se recomandă mai puțin pentru transmisiune. La tăbăcit (cu un tanant sau crom) rezistența naturală a pielăriei trebue menținută; trebue să fie tăbăcită până la saturare, iar surplusurile de tananți îndepărtate prin spălare.

Diferite feluri de pielărie de transmisiune tăbăcite cu tananți vegetali după RAL-Condițiunile de furnizare Nr. 066 A 2:

1. pielărie cu grăsime până la 7% (unsă la rece), proc. spec.
2. „ „ „ „ „ 12% (gresată la rece)
3. „ „ „ „ „ 17% (gresată la cald)
4. „ „ „ „ „ 25% (impregnată).

Pielăria de curele de transmisiune se vinde în comerț sub formă de crupon, partea dela șira spinării, fără părțile dela gât, cap și cele laterale.

Pielăria de curele de transmisiune tăbăcită cu crom, materie primă ca pentru curele tăbăcite cu tananți vegetali; în cazuri speciale și piei de bivol, mai ales de bivoli de Java. Tanant: alaunul de crom. Curelele de transmisiune tăbăcite cu crom se cruponează înainte de tăbăcire; deșeul (gât și părți laterale) se tăbăcește cu un tanant vegetal. Pielăria de crom se utilizează mai des la garnituri din cauza durabilității mai mari, a stabilității de căldură, și a insensibilității la uleiu și acizi etc. In acest scop se gresează cu cerezină, parafină ș. as.

Peile se tăbăcesc în prealabil cu alaun, apoi definitiv cu tananți vegetali și pe urmă se gresează bine. Din cauza unei rezistențe termice mai mari, pielăria de cusut și legat se tăbăcește de mai multe ori și cu săruri de crom.

Pielăria tăbăcită cu grăsime are o mare rezistență la rupere, la întindere și elasticitate; se utilizează la pielăria de cusut și legat, cum și la șleaurile de hamuri.

Curelele de bătătoare (la suveici) aparțin pielăriei de textile. Confecționarea din crupoanele de piele de bivol din India Orientală și America de Sud, din piele de bou și taur. Li se cere tenacitate, elasticitate, moliciune, rezistență mare la întindere și durabilitate; pielăria să fie gresată suficient, dar să nu fie lipicioasă. Pentru bătători se utilizează în special pielăria gresată, tăbăcită cu crom, resp. tăbăcită combinat din cauza rezistenței mai mari. care atinge 9...11 kg/mm².

Uneori bătătoarele se fac din pielărie tăbăcită fără îndepărtarea stratului exterior păros. Acest fel de „pielărie textilă" se utilizează la războaiele de țesut pt. aruncarea alternativă a suveicii, ca și la batoze pt. acționarea ciocanelor. Din cauza marelui număr de mișcări cu cari lucrează ciocanele, pielăria e supusă unei uzuri rapide.

Curelele de divizat zăbranic și pielăria continuă sunt curele de pielărie tăbăcită cu un tanant vegetal sau cu crom, cu partea cărnoasă polisată cu neted. Pentru ca aceste curele să nu mai sufere alungiri, se supun în prealabil unei forțe de întindere cât mai mari.

Curelele de divizat zăbranicul sunt curele de pielărie continuă, unită prin încleire; se utilizează la torcătoriile de lână, pt. divizarea zăbranicului, la filatul gros, prin așa zisa „cardare". Pielăria continuă se întrebuințează și la vopsitul textilelor, unde servește la acționarea unor rulouri de lemn, cari conduc materialul de vopsit prin vopsele lichide preparate.

Pielăria de transmisiune și transport se face din piele blanc sau crupoane tăbăcite prin șamizare sau cu crom. Pielăria despicată se egalizează prin fălțuire, se taie la dimensiuni și se unge cu uleiu pe partea exterioară. Se confecționează în diferite lățimi. In dreptul rostului, extremitățile se prelucrează în pană și se lipesc, ca la curelele de dinam. Pielăria trebue să fie de grosime uniformă.

Pielăria de vițel pentru rulouri. Pentru ca la toarcere firele să nu sufere, rulourile mașinilor cu cilindri se acopere cu piele de vițel tăbăcită prin tanare sau cu crom, fără păr, de grosime uniformă, bine tăbăcită și prelucrată cu suprafețe netede.

Imbrăcămintea continuă e îmbrăcămintea fără cusătură utilizată pentru rulourile instalației „Nitschel".

Pielăria utilizată în acest scop trebue să corespundă condițiunilor arătate mai sus la pielărie de vițel pt. rulou, să fie fără păr, care ar fi desavantajos pt. fire. Mașina Nitschel are de scop să-i dea în torcătoriile de lână o formă cilindrică zăbranicului dărăcit (pt. cardare).

Pielăria pentru carde. Produsele actuale ale industriei de cardare se numesc „armături de cardare". Ele sunt foi sau benzi de piele, de tipul periilor, în cari sunt montați dinți dubli de sârmă, inclinați sub un unghiu obtuz. Dinții ies cu lungimi egale din una din suprafețele foilor sau benzilor. Ele servesc în industria textilă la cardarea, întinderea, îndreptarea bumbacului și a lânei. La fel există carde pentru torcătoriile de in și fabricile de mătase.

Pielăria de piele crudă. Fiind piele naturală uscată, numirea de pielărie nu e corectă. Pielea crudă are o rezistență și tenacitate extraordinar de mare, și servește la confecționarea roților dințate. Ea constă din rondele de piele de bou suprapuse cari se presează în blocuri sub presiune mare, printr'un liant corespunzător (cleiu de pielărie) și se prelucrează în roți dințate frontale și conice.

Cu fabricarea corpurilor de roți din piele crudă se ocupă de obiceiu fabricile de articole tehnice de piele. Ele se restrâng la a livra fabricilor de mașini și de roți dințate blocuri strungite la dimensiuni stabilite, fără frezarea dinților și fără armături de fier.

Opritoarele de suveici se fac tot din piele crudă de bivol şi de porc. Ele sunt destinate pentru oprirea şi aruncarea îndărăt a suveicii războaielor de ţesut.

Opritoarea se mişcă cu 150...200 lovituri/min. Durata max. până la 3 luni. Pielea crudă utilizată la confecţionarea lor trebue să aibă supleţa necesară pt. prelucrare.

Pielăria de polisat e o piele de bivol, tăbăcită prin şamizare sau cu un tanant vegetal, acoperită pe ambele feţe cu argilă albă (caolină); mai poate fi piele de morsă tăbăcită vegetal. Trebue să aibă totdeauna o structură mai puţin densă, pentru ca suprafeţele de polisat să rămână mereu aspre.

Utilizată în industria aurului şi a oţelului, unde se acopere cu ea fie un disc din lemn, fie că se formează un inel din mai multe bucăţi cari, fiind aşezate una peste alta, se unesc prin presiune puternică. La şlefuire se pune pe suprafaţă făină de oxid de fier sau un alt material corespunzător, cu care se poliseazä.

Pielăria de manşete. Manşetele pentru etanşarea pistoanelor înecate ale preselor hidraulice şi ale pompelor se fac din pielărie tăbăcită vegetal sau cu crom.

Curelele articulate se fac din plăci mai mici de pielărie, unite prin buloane de oţel. Au un mers foarte liniştit şi se utilizează mai ales când diametrele roţilor de transmisiune diferă mult unul de altul, şi diametrul mic al unei roţi nu permite utilizarea unei curele duble. Piesele (eclisele) acestor curele se confecţionează prin ştanţare din pielărie tăbăcită vegetal cu crom.

Curelele rotunde, pentru acţionarea maşinilor de cusut, a strungurilor mai mici etc, se confecţionează de obiceiu din curele de transmisiune, o maşină tăind o bandă în spirală dintr'un disc circular de pielărie.

De aici cureaua de secţiune pătrată ajunge la un aparat de rotunjire înzestrat cu diferite filiere, ale căror diametre interioare corespund cu diametrele curelelor circulare cari urmează să fie confecţionate. Spre a confecţiona o curea circulară răsucită, benzile tăiate dintr'o tablă de pielărie se răsucesc în formă de spire prin învârtire cu o maşină de depănat.

c) Proprietăţi fizice şi tehnice

Valorile rezistenţei. Tăbăcirea provoacă o umflare mai mult sau mai puţin accentuată. De aceea pielea devine mai groasă şi, deşi secţiunea creşte, totuşi numărul de fibre pe cm² se micşorează. Elasticitatea pielei crude se menţine mai mult sau mai puţin şi după tăbăcit. Rezistenţa la rupere a unei curele depinde de fibrele ei.

Incercând la rezistenţa de întindere şi alungire curelele de pielărie tăbăcită vegetal, cu crom sau grăsimi, profesorul Kohnstein, Wien, a stabilit următoarele date:

Tabela 1. Rezistenţa la rupere σ_B şi alungirea δ a curelelor

	σ_B kg/cm²	δ %
Curea tăbăcită cu scoarţă de molift şi mimoză, fără gresare	300	21,5
Idem impregnată resp. gresată cu 16,8% stearină	333	25,25
Curea tăbăcită cu lemn de molift, fără gresare	188	24,6
Idem greşată cu 15% stearină	192	25,5
Curea tăbăcită cu lemn de stejar şi molift cu 12,5% grăsime	328	35
Curea tăbăcită cu crom în două băi, fără gresare	300	57,2
Idem impregnată resp. gresată cu 4,1% parafină	340	70
Curea tăbăcită cu crom într'o singură baie, fără gresare	242	27,8
Idem impregnată resp. gresată cu parafină la 58°	375	32
Idem impregnată resp. gresată cu parafină şi vaselină la 54°	380	41,5
Curea tăbăcită cu grăsimi (după Bogh)	451—618	—

Pielăria pentru industria textilă, care se tăbăcește vegetal, cu crom sau cu grăsimi, are rezistența și alungirea de asemenea foarte variabile.

Datele asupra elasticității și rezistenței în tab. 1.

Rezistența pielăriei de piele crude e de cca 565 kg/cm².

Greutatea unității de volum a pielăriei tăbăcite vegetal cca 0,86 pentru marfa uscată și 1,02 pentru cea gresată; pentru pielărie tăbăcită cu crom, 0,80...0,85 kg/dm³.

Conținutul de grăsime. Pielăria negresată conține 0,1...1,5% grăsimi, în medie 0,8%.

O anumită pielărie tehnică, de ex. pielea de vițel pt. acoperirea rulourilor, îmbrăcămintea continuă, pielăria de carde, se acopere în cursul tăbăcirii cu untură de pește, uleiu mineral, uleiu de in sau alți gresanți spre a egaliza suprafața. La așa zisa pielărie impregnată cu grăsimi, conținutul de grăsime variază între limite mai largi. El e condiționat de utilizare și dacă dorim să dăm o greutate mai mare pielăriei prin gresare. Pielăriei gresate îi aparțin curelele tăbăcite vegetal și cu crom, cureluşele de cusut și de legat bătătoarele de suveici, pielăria de manșete etc. Prin așa numita „ungere" în butoaie de călcat sau prin „impregnare" în căldări de impregnat, cele mai multe feluri de pielărie obțin un conținut de 18...25% grăsime. Curele de pielărie de crom nu conțin decât 12...15% grăsime. Aceste procente privesc greutatea crupoanelor cântărite în stare uscată negresată. Pielăria tăbăcită cu grăsimi, cum sunt cureluşele de cusut și legat, conține un maximum de grăsimi, care e de 20...40%. Pielăria, căreia i se cere moliciune, supleță sau și impermeabilitate superioară, trebue să aibă destul de multă grăsime. Conținutul de grăsime de peste 25% se poate considera ca un procedeu de îngreunare artificială al pielei în vederea măririi greutății ei.

d) Date în serviciu și condițiuni de livrare

Condițiunile de livrare a curelelor de transmisiune din pielărie tăbăcită vegetal sunt stabilite în RAL[1]). Se dă următoarea clasificare:

a) Curele speciale de crupon.

1. Curele de motoare, laminoare, transmisiuni principale, role de întindere, cu turații mari, cum și toate curelele cu solicitări mari,
2. Curele semiîncrucișate,
3. Curele în unghiu,
4. Curele conice, (curele pentru discuri conice)
5. Curele în pană.

b) Curele de crupon:

1. întinse la umed,
2. întinse la uscat.

c) Curele dela umeri sau din părți laterale.

La comandă se indică: roțile de transmisiune (felul, diametrul, lățimea, turația), puterea și felul mașinii-motor, cum și relațiuni asupra încăperii (temperatură, umiditate, acizi, praf). Condițiunile de livrare mai conțin și date asupra proprietăților materialelor cari servesc la confecționarea curelelor și pielăriei. Se mai dau prescripțiuni pentru numiri, date caracteristice și metode de încercare.

Tabela 2. Alegerea curelelor în cazuri speciale

La	Curele de piele	Curele textile	Curele de balata	Curele de cauciuc
Praf	impregnate resp. tăbăcite cu crom	curele de păr, execuție specială	curele de balata	fără acoperire
Vapori	tăbăcite cu crom	execuție specială	curele de balata	cu acoperire
Umiditate	impregnate, încleiate special la rece	impregnare specială	curele de balata	cu acoperire
Acizi	tăbăcite cu crom	curele de păr, execuție specială	curele de balata	cu acoperire
Leșii	tăbăcite cu crom	curele de bumbac	—	—
Benzină	tăbăcite special cu crom	curele de păr, execuție specială	—	—
Căldură uscată	tăbăcite cu crom	curele de bumbac	—	fără acoperire
Debreioare	tăbăcite adecuat	muchii întărite	curele de balata, furci cu role	fără acoperire furci cu role
Mare viteză	curele speciale	mătase sălbatică	grosime mică, execuție specială	cât mai ușoare din țesătură specială
Diametru mic	tăbăcite special	mătase sălbatică	ca mai sus	—

[1]) Reichsausschuss für Lieferbedingungen beim Reichsausschuss für Wirtschaftlichkeit Nr. 066 A 2. Lieferbedingungen u. Bezeichnungsvorschriften für pflanzlich gegerbtes Treibriemenleder, Berlin 1938. Beuth-Vertrieb G m b H.

Scanned with OKEN Scanner

Indrumările de serviciu pentru curele de transmisiune și transmisiuni cu curele, A W F 21[1]). Se deosebesc curele de pielărie, curele de textile, curele de balata, curele de cauciuc. Alegerea curelei în cazuri speciale în tab. 2.

Curele de pielărie, potrivite la temperatura ambiantă și umiditate normală; pentru încăperi cu temp. ridicate, curele de crom (mai puțin sensibile la baze), p. încăperile f. umede se leagă prin cleiuri speciale la rece. Pentru viteze mai mari, curele speciale.

Curele de textile: Curelele de păr de cămilă și de păr, fabricate special în acest scop, sunt insensibile la praf, acizi, vapori; cele de bumbac sunt mai puțin sensibile la căldură și la baze, dar au alungire permanentă mai mare. Curelele de mătase sălbatică (Tussah etc.) sunt potrivite pt. roțile cu diametre mici și vitese maxime.

Curele de balata: Pentru exploatări umede și prăfoase până la temp. de 35°, până la 50° execuții speciale: vor fi ferite de grăsimi și uleiuri. Pentru forțe mai mici, curele de balata și sfori de gutapercă.

Curele de cauciuc: Fără placă acoperitoare pt. încăperi uscate, prăfoase și calde; vor fi ferite de grăsimi și de uleiu. Cu plăci acoperitoare bilaterale pentru încăperi umede cu abur și acizi.

Fila A W F conține și date privitoare la puterea transmisiunii, montarea și dimensiunile roților, montarea curelei, legarea curelelor și întreținerea lor.

Lubrifianții și mat. de îngrijire pt. curelele de pielărie: untură de pește curată ev. amestecată și îngroșată cu seu de vită topit (3 : 1). Ca material de aderență servește lanolina. Curelele de textile trebue impregnate ulterior. Colofoniul și rășinile sunt dăunătoare pentru toate curelele.

e) Materiale cuiroide

Pielărie artificială [2]). După RAL 060 B, ea cuprinde:

1. Țesături sau materiale pâsloase, din fibre vegetale, animale sau de altă origine, cari au sau imită proprietățile pielăriei impermeabilizând suprafețele derivatelor de celuloză, de ex. nitroceluloza. Asemănarea cu pielăria se provoacă mai ales prin imprimarea unui anumit model pe fața lor exterioară.

2. Cartoane imitând proprietățile pielăriei, conținând cel puțin 40% greut. material de pielărie. Cartoane pentru tocuri de ghete, dacă conțin minimum 65% greut. material de pielărie.

In RAL 060 B se dau și date priv. la proprietățile materialelor și metodelor de încercare.

Din cauza noilor surogate ale pielăriei e de așteptat o amplificare a definițiilor conceptelor privitoare la ele.

Prescripțiuni pentru numirea surogatelor industriei de curelărie, de perne și geamantanerie după RAL 69 B. Se deosebesc următoarele grupuri:

1. **Fagelan,** din țesături textile cu un strat impermeabil interpus sau (și) suprapus.

2. **Fabinet,** din fibre vegetale, animale sau de altă natură sau din țesătură naturală și lianți insolubili în apă, cu sau fără straturi de tesături interpuse, cu un minimum de 50% materiale fibroase, cu sau fără strat acoperitor impermeabil.

Utilizarea: De ex. material pt. pingele și surogate de piele de ham; gros. 1...6 mm.

3. **Nifarin,** din substanțe insolubile în apă, cum e cauciucul natural, cauciucul sintetic, rășinile sintetice etc., cu mai puțin de 50% substanțe fibroase libere (netesute), cu sau fără strat acoperitor impermeabil.

Utlizarea acestui surogat, cu proprietățile cauciucului, deci neabsorbind apa și aerul, ca pingele, pentru perne și geamantane.

Linoleu. Fabricarea în Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 684.

Tabela 3. Felurile mai importante de linoleu (grosimile în mm)

Linoleu monocrom 4,6 4,0 3,6 3,0 2,2	Linoleu Granit 3,3 2,4 2,0 1,6	Linoleu cu pete pt. parchete și inlaid marmorat 3,3 2,4 2,0
Linoleu în plăci 6,0	Linoleu Inlaid special*) 3,3 2,4 2,0	Linoleu imprimat 1,8
Linoleu Jaspé 3,3 2,4 2,0	Linoleu monocrom cu plută 7,0 5,0 4,0	Linoleu de mobile și pereți**) 1,7
Linoleu moiré 3,3 2,4	Linoleu Jaspé cu plută 5,0 3,3	Linoleu cu suprafața înăsprită***) 3,5 2,5
	Linoleu Inlaid 3,3 2,4 2,0 1,6	

*) Câteva nuanțe de culori și în grosimea de 6,0 mm. — **) In parte și de 1,4 mm, unele monocrome și de 1,5 și 1,2 mm. — ***) In formă de caneluri și piramide.

[1]) 6. Aufl. Berlin 1929, Beuth-Verrieb G m b H. ed. a 7-a în pregătire, conține: I. Flachriemen, II. Keilriemen, III. Werkstoffe.

[2]) F. Kempke, Rohstoffwandel in der Lederwirtschaft, Berlin 1939, Wilh. Mannstaedt.

Scanned with OKEN Scanner

Dimensiuni comerciale: Lungimea ruloului cca 28 m, lăţimea benzii 2 m.

Greutatea: In medie 1,1 kg/m² la grosimea de 1 mm.

Pardoseală Li. abia se poate distinge de linoleu; în loc de uleiu de in se fabrică cu un liant indigen.

Proprietăţi: Linoleul şi pardoseala Li dau suprafeţe pardosite fără îmbucături; ele aparţin materialelor de pardosit „calde"; înăbuşirea sgomotului de circulaţie, mai ales la linoleul cu plută. E important, ca baza (ciment, ipsos de pardoseală etc.) să fie uscată natural, înainte de montarea linoleului, ca stratul lui superior să aibă rezistenţă suficientă la compresiune şi ca suprafaţa să fie netedă şi fără crăpături. Linoleul se lipeşte în principiu cu întreaga suprafaţă de fundament.

Materialul de lipit pentru fundamentele masive e copalul răşinos chit rapid; la fundamente uscate mai vechi, şi chit de leşie sulfitică.

La pardoseli de lemn, linoleul se aşează înainte de lipire pe un strat de pâslă, care rămâne nelipit. Materialul de lipit pe pardoseli de lemn şi pâslă e chitul de leşie sulfitică sau cel de copal răşinos. La frig linoleul trebue desfăşurat de pe rulou şi montat numai după încălzire, deoarece altfel s'ar rupe uşor.

Lincrusta e un material acoperitor lavabil pentru pereţi, mese şi mobile, în care un strat subţire de linoleu e fixat prin laminare pe benzi tenace de hârtie.

Materialul de lipit pentru pereţi şi mobile e chitul de leşie sulfitică; fabricile de mobile utilizează mai des cleiul de os şi cleiul rece de cazeină.

Balatum (fabricarea v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 685). Utilizat pentru pardosit. Nici nu se lipeşte şi nici nu se fixează prin cuie, ci numai prin simplă desfăşurare; astfel se adaptează bine pardoselii.

Pânză ceruită şi pânză cuiroidă. Acest surogat al pielăriei e o ţesătură de bumbac (barhent, calico etc.) acoperită cu uleiu de in fiert cu un adaus de vopsele pământoase, cărora li se dă aspectul pielăriei prin presarea unor figuri cu plăci gravate sau rulouri. Cele mai multe din aceste materii sunt sensibile la apă.

Fibra vulcanică (p. 930) [1]). Fibra vulcanică e celuloză impregnată cu clorură de zinc, care se presează ulterior. Se deosebeşte fibră vulcanică tare şi flexibilă. Ambele feluri se fabrică în formă de plăci de culoare roşie, cenuşie, brună, galbenă şi neagră.

Fibra vulcanică formează o masă compactă, pieloasă, care rezistă bine la apă caldă şi rece, cum şi la uleiuri; netedă, dar fără ductilitate. E utilizată la supape, clape de pompe, garnituri etc. Din plăci de fibră vulcanică se fac geamantane; materialul se poate şagrina după diferite modele la maşini de şagrinat (ca pielăria).

B. Guma [2])

Prelucrare de A. Schob, Berlin

1. **Conceptul.** Pe când în trecut numirile „cauciuc" şi „gumă" s'au utilizat fără de niciun discernământ, s'a stabilit acum, că prin cauciuc se înţelege materia brută („guma brută"), şi prin gumă, toate produsele preparate din materia brută prin „vulcanizare" (de notat că „guma arabică" e un material de lipit, un fel de zahăr, ce se obţine din răşina unui arbore care nu e înrudit cu plantele tropicale ce dau laptele de cauciuc [latex], mai ales arbori din specia Hevea).

Pe lângă cauciucul natural există şi produse sintetice, în Germania mai ales feluri de „buna", a căror importanţă creşte mereu.

2. **Cauciucul natural.** Substanţa cauciucului (o hidrocarbură cu compoziţia $(C_5H_8)_n$ [C_5H_8 = isopren]) e emulsionată în latex, aproape ca grăsimea din laptele animal.

---

[1]) Cp. şi Pabst, Kunststoff-Taschenbuch, Berlin-Dahlem 1939, Ed. Physik.

[2]) **Bibliografie:** Gottlob, Technologie der Kautschukwaren, ed. a 2-a, Braunschweig 1925, Vieweg & Sohn. — Memmler, Handbuch der Kautschukwissenschaft, Leipzig 1930, Hirzel. — Hauser, Handbuch der ges. Kautschuktechnologie, Stuttgart şi Berlin 1935, Union Deutsche Verlagsges. — Die einschlägigen Normblätter des Deutschen Verbandes f. d. Materialprüfungen der Technik. — Steinborn, Werkstoff Gummi, ATZ 42 (1939), p. 223. — Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 686 ş. u.

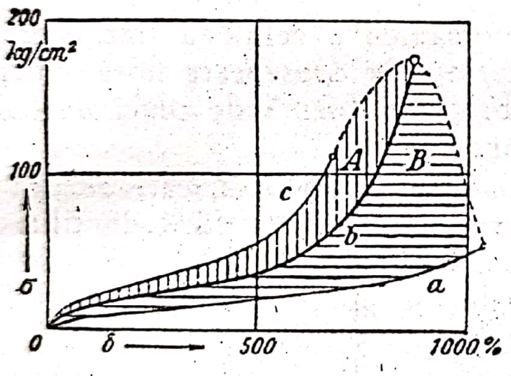
Separarea din latex și aglomerarea acestor globule de cauciuc se numește „coagulare", și se face în plantație prin adăugarea de acid acetic. Deoarece latexul se alterează ușor, în trecut nu se putea transporta decât cauciucul coagulat, dar azi latexul e făcut transportabil prin conservare, mai ales când avem de ex. nevoie de soluții de cauciuc (impregnarea țesăturilor ș. as.).

Vulcanizare. Cauciucul se utilizează rar în industrie; prin vulcanizare cauciucul nu mai e lipicios, și i se mărește elasticitatea și rezistența. Vulcanizarea consistă în amestecarea cauciucului la temperaturi ridicate cu sulf (prin rulouri încălzite sau aparate de frământare) ca vulcanizare la cald, sau prin clorură de sulf (ca vapori sau în solvenți) ca vulcanizare la rece (pos. numai pt. obiectele mai subțiri).

Diferența dintre gumă și ebonită se face pe baza cantității de sulf legat: Guma are 0,5...5%, ebonita un max. de 50%, cantitățile fiind raportate la conținutul de cauciuc al amestecului (se utilizează rar produsul intermediar de tăria pielei).

Afară de sulf trebue să se mai adauge pentru diferite scopuri substanțe de umplere, prin cari se pot varia în limite largi: duritatea, rezistența, elasticitatea, rezistența chimică și la îmbătrânire; substanțele de umplere active (diferite feluri de funingine, alb de zinc foarte dispers) provoacă urcarea rezistenței la rupere cu până la 100% față de guma neumplută, ca și mărirea rezilienței, firește în cele mai multe cazuri în detrimentul proprietăților elastice.

Fig. 1 indică prin linia *b* diagrama tensiunilor în funcțiune de alungire a unui amestec de cauciuc vulcanizat normal cu sulf (gumă). Intre curbele *a* și *b* se află valorile micșorate, cauciuc subvulcanizat, iar între curbele *b* și *c* valorile mărite, cauciuc supervulcanizat. Diagrama cu dublă curbură tensiune-alungire arată că problema, pusă adesea, a modulului de elasticitate al gumei e inutilă, în plus influența gradului de vulcanizare și a altor factori cari rămân încă de stabilit



A supervulcanizat, *B* subvulcanizat.
Fig. 1. Diagrama tensiune-alungire a amestecului de gumă vulcanizată, fără material de umplere.

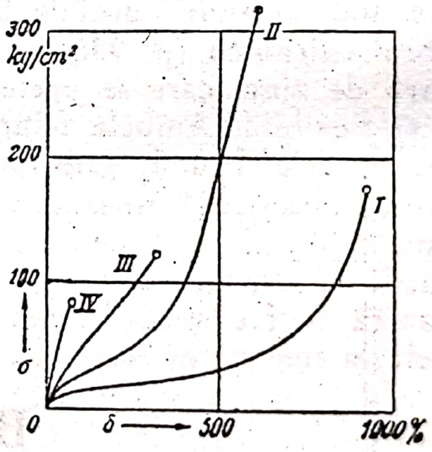


Fig. 2. Tipuri principale de amestecuri de gumă vulcanizată.

Analiza matematică a curbelor nu se poate efectua; se pot reține însă tipurile principale din fig. 2, în jurul cărora se găsesc extraordinar de multe variații, parte intenționate și parte neintenționate, provocate fie prin schimbarea compoziției amestecului, fie prin schimbarea felului de cauciuc brut sau a condițiunilor de vulcanizare (Fig. 1). Linia I (corespunzând liniei *b* din fig. 1) e tipul amestecurilor pure cauciuc-sulf sau al celor sărace în mat. de umplere, de ex. pt. camerele roților de autovehicule; II: amestecuri de cal. superioară pt. anvelope, tampoane, benzi de transport ș. as.; III: amestecuri speciale; IV: cal. inferioare, așa zise tehnice (inele de etanșare obișnuite și as.).

Proprietățile elastice ale gumei se exprimă în două feluri:
1. ca raport a două lungimi: deformarea elastică raportată la deformarea produsă. Se măsoară obișnuit (și anume în % după lungimea de măsură și nu după deformarea produsă) deformarea nereversată după solicitare („restul de deformare", la încercarea la întindere „restul de alungire"; „deformarea permanentă" e mai puțin potrivită din cauza dependenței de timp, de amintit mai jos);

2. ca raport a două lucruri mecanice de deformare: lucrul de defor-

mare recâştigat prin cel întrebuinţat $\times 100 = \eta_{el}$ °/o („randament elastic"); $100 - \eta_{el}$ = „pierdere prin histereză" în °/o.

Nu există între 1 şi 2 relaţiuni exprimabile printr'o lege; în general însă, atât pierderea prin histereză, cât şi restul de deformare sunt cu atât mai mari, cu cât a fost mai mare deformarea produsă. Fig. 3 reprezintă rapoartele pentru amestecuri cauciuc-sulf vulcanizate normal; în exemplul indicat solicitările finale se găsesc numai puţin sub sarcina de rupere. I dă primul ciclu de histereză, II prima repetare până la aceeaşi alungire. Celelalte cicluri de histereză scad din ce în ce mai puţin şi în fine, când solicitarea nu e prea mare, se stabileşte un regim de echilibru. Fig. 3. arată că, la prima încărcare şi descărcare, η_{el} are numai o valoare de 70°/o [1]). Dacă la a doua încărcare am solicita materialul numai până la aceeaşi limită de încărcare ca în cazul I, ar rezulta o linie al cărei punct final s'ar afla în II'; acest caz survine mai des în practică. Pierderea prin histereză se transformă în căldură şi provoacă la piese pline solicitate puternic (bandaje pline şi suprafeţele de rulare ale anvelopelor) o încălzire interioară mare şi prin aceasta o distrugere din spre interior. In condiţiunile din fig. 3, în cari apare o pierdere (prin histereză) de cca 30°/o „restul de alungire" δ' e de cca 2...3°/o din lungimea măsurată, sau $^1/_3$°/o din alungirea totală produsă; după câteva ore restul de alungire se poate micşora practic până la zero.

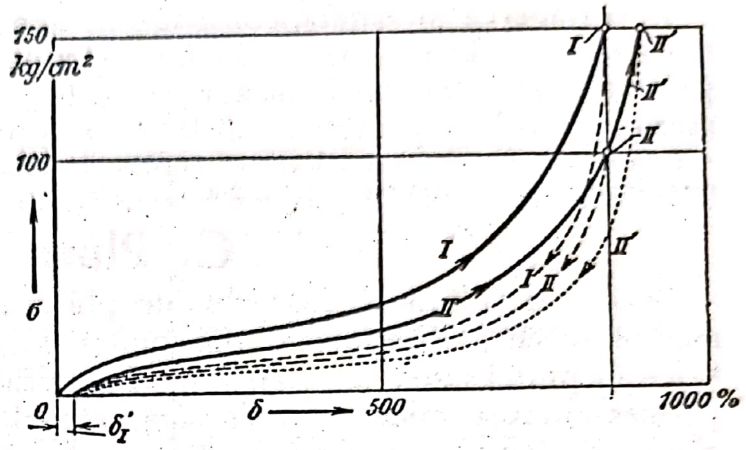


Fig. 3.
Cicluri de histereză: I, II la alungire egală şi I, II' la tensiune egală.

Pierderea prin histereză, care se poate micşora prin adause convenabile, dar nu devine niciodată zero, îi dă gumei calităţi potrivite mai ales pentru amortisarea şocurilor, deoarece în acest caz serveşte **atât ca resort, cât şi ca amortisor.** Ca atare, guma are aplicaţii variate ca strat intermediar atât elastic, cât şi amortisant, vulcanizată direct pe table de fier.

Toate proprietăţile gumei depind de **temperatură, viteză şi în înţeles larg de timp.** Guma îmbătrâneşte, şi anume cel mai mult guma crudă, mai puţin guma vulcanizată corect, şi cel mai puţin ebonita.

Adăugându-i amestecului **mijloace de protecţie contra îmbătrânirii,** i se prelungeşte vieaţa. Sunt dăunătoare, în deosebi pentru gumă, mai ales lumina, căldura, oxigenul, solvenţii (benzenul, benzina, uleiul mineral); unele adause pot ameliora mult rezistenţa contra unor acţiuni.

Valorile rezistenţei etc. sunt stabilite pentru cazuri speciale în diferite prescripţiuni de livrare [2]).

Procedee de încercare după DIN DVM (3503 proba de duritate, 3504 rezistenţa la întindere şi alungirea la rupere ale gumei, stabilite prin proba de întindere, 3508 îmbătrânirea artificială a gumei. **Procedeele chimice** de încercare: 3551 luarea probelor; 3554 determinarea umidităţii; 3556, a componentelor solubile în apă; 3557 a celor solubile în acetonă; 5538 a celor solubile în cloroform; 3559 a celor solubile în leşie alcoolică de potasiu seminormală, 3560 a celor insolubile în xilen; 3568 a celor minerale prin transformarea în cenuşă.

Utilizarea ebonitei s'a redus faţă de trecut. In electrotehnică e un izolant superior, dar cu mică „rezistenţă la căldură"; se înlocueşte mult prin materiale sintetice durcisabile şi presabile. Cele mai importante calităţi de ebonită sunt standardizate în DIN 7711...7713.

3. Cauciuc sintetic [3]). **Buna**, preparată din hidrocarbura de bază butadien (C_4H_6) Specii: Zahlenbuna, buna S, perbunan, buna SS. Aceste materiale nu sunt identice cu cauciucul natural, seamănă însă mult cu proprietăţile lui în ce priveşte deformarea şi elasticitatea, aşa încât se

[1]) Un caz special de măsura randamentului elastic e determinarea elasticităţii de „ricoşare" cu pendulul lui Schob, Memmler, l. c. p. 267. — [2]) de ex. Wehrmacht, Reichsbahn, Reichspost, VDE, Bergbau, cp. şi p. 971. — [3]) Konrad, Über den synthetischen Kautschuk, Z f Kautschuk 13 (1937), p. 1. — Roelich, Weichgummi aus Buna, Chemische Fabrik, 11 (1938), p. 281.

pot considera cu drept cuvânt, cauciucuri sintetice; prin unele proprietăți sunt chiar superioare cauciucului natural, și anume în ce privește uzura mecanică, rezistența la căldură, îmbătrânirea, permeabilitatea față de gaze; în cazul perbunanului, chiar și în privința rezistenței la uleiuri și la mulți solvenți organici.

4. **Gutaperca și balata** consistă în esență într'o hidrocarbură asemănătoare cu a cauciucului; ele nu se vulcanizează, sunt „termoplastice" și se utilizează numai în cazuri speciale (gutaperca pentru cablurile submarine și balata pentru curelele de transmisiune).

Prin gutasină se înțelege un produs sintetic cu proprietăți asemănătoare cu ale gutapercei; cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 694.

C. Pluta [1])

Țesutul de plută al arborelui de plută, care crește în țările sudvestice mediteraneene, e important din punct de vedere tehnic. Caracteristicele fizice ale plutei sunt: greutatea mică a unității de volum 0,12...0,25 g/cm³, permeabilitatea mică față de apă, alcool, eter și aer, elasticitatea neobișnuită (alungirea până la 25%), vitesă de propagare a sunetului de numai 430...530 m/sec, conductibilitatea termică mică ($\lambda = 0{,}044$ kcal/h m°), arderea cu desvoltare mare de funingine (reziduul, cărbune de plută negru, sfărâmicios, care se șterge ușor, servește la prepararea cernelii de tipar).

Piatra de plută se fabrică din bucățele de plută cu lianți, în table de 0,2...16 cm, în inele și segmenți pentru îmbrăcarea conductelor până la lungimea de 1/3 m.

Produsele din piatră de plută fiind supuse la solicitări, trebue luat în considerare că proprietățile elastice ale plutei provoacă sub sarcină o micșorare a grosimii, condiționată de felul produsului inițial și de procedeul de fabricare. Această proprietate trebue considerată la utilizarea plutei pentru izolarea sgomotelor și a sguduiturilor.

Piatra de plută impregnată, neagră, cu smoală de huilă ca liant, impermeabilă, la izolarea încăperilor frigorifere, a conductelor frigorifere, a zidurilor umede, vagoanelor frigorifere etc. Temperatura maximă admisibilă 25°. Se utilizează alice de plută expandate. Expansiunea, printr'un proces de grilare, care mărește volumul plutei dându-i o capacitate de izolare mai avantajoasă și o greutate specifică mai mică. Dimensiunile plăcilor 0,5×1 m², grosimea 1...16 cm; îmbrăcăminte pentru conducte de diferite diametre. Greutatea specifică 0,18 g/cm³, conductibilitatea termică $\lambda = 0{,}038$ kcal/m h°. Se poate încărca până la 3 kg/cm².

Piatră de plută neimpregnată, din bucățele de plută brută sau expandată; lianți: argilă, cleiu sau alți lianți solubili în apă, dar și lianți cari admit temperaturi mai înalte. Se utilizează ca termoizolant în oblicitatea acoperișurilor, cuptoare de copt pâine, încălziri cu abur de joasă presiune etc.; admisă ca îmbrăcăminte neinflamabilă pentru stâlpi și traverse de fier. Se va evita umiditatea și temperatura de peste 100°. Dimensiunile plăcilor 0,33×1 m², în grosimi de 1...10 cm. Greutatea specifică, după materialul inițial, 0,25...30 g/cm³. Conductibilitatea termică $\lambda = 0{,}04...0{,}05$ kcal/m h°. Se poate încărca până la 5 kg/cm².

Plăcile de plută pură se confecționează sub presiune din bucățele de plută naturală sau expandată, fiind utilizată lianța substanțelor rășinoase proprii prin grilarea masei; eventual se mai adaugă lianți de cul. deschisă, ca albumină de sânge, dextrină, compuși glicerinici etc. La presare se aplică o presiune prealabilă de până la 50 kg/cm². Sub această presiune se efectuează grilarea, care asigură o mai mare rezistență la compresiune a plăcilor. Se utilizează ca termoizolant pentru camere de uscare, ca strat de bază pentru linoleu, preșuri pentru camere de baie, și presate deosebit de dur și fin ca parchete de plută ca izolant acustic în zidurile verticale, cum și ca amortisant al sgomotului sub fundațiile de mașini. Dimensiunile plăcilor 0,5×1 m², grosimea 0,2...10 cm, greutatea specifică după presiunea prealabilă 0,20...0,50 g/cm³; se poate încărca, după presiunea prealabilă, până la 15 kg/cm².

Plăcile de plută pentru fundații, armate cu fier, se compun din benzi de plută naturală. Benzile se consolidează mecanic prin rame de fier. Servesc pentru izolarea sgomotelor sub fundația mașinilor, ca și pentru amortisarea vibrațiunilor mașinilor cu turații de peste 1500 rot/min. Dimensiunile corespund nevoilor; grosimea, după deformarea elastică necesară pentru amortisare, 3...12 cm. Se pot încărca până la 2 kg/cm², trebuind să se țină seamă mai ales de proprietățile elastice ale materialului. Greutatea specifică cu armături de fier, cca 0,30 g/cm³.

[1]) Capitol revizuit de redacție, cp. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 588. — **Bibliografie:** v. Wiesner, Rohstoffe des Planzenreiches, ed. a 4-a, vol. 2, Leipzig 1928, Engelmann.

XVII. Produse de cărbune

Prelucrare de dr. ing. E. H. Klein, Berlin

A. Produse de cărbune sau grafit [1])

a) Materii prime şi procedee de fabricare

Pentru fabricarea produselor de cărbune şi grafit, cari se întrebuinţează mai ales în electrotehnică sau ca substanţe refractare, se utilizează parte materii prime iniţiale (antracit, grafit), parte produse intermediare (cocs de petrol, de huilă, funingine, cărbune de retortă, gudron, smoală, cp. tab. 1 şi 2).

Tabela 1. Proprietăţile materiilor prime solide (după Mantell)

	Umiditatea %	Componente volatile %	Carbon %	Cenuşă %	Greutatea specifică kg/dm³
Antracit	2,4—14,0	1,5— 8,5	65—85	6,0—18,0	1,5
Grafit natural	0,5— 2,0	1,0— 7,3	78—92	7,5—19,7	2,0—2,5
Cocs de huilă	0,7— 3,0	0,6— 3,3	79—92	7,0—16,0	1,7
„ „ petrol	0,4— 2,0	4,0—18,0	82—97	0,5— 2,0	1,8
„ „ smoală	0,5— 1,5	4,0—12,0	85—97	0,3— 2,0	1,6—1,8
Cărbune de retortă	0,5— 2,0	4,0—13,0	88—97	3,0—10,0	1,8—2,0
Negru de fum	0,6— 3,0	3,0— 7,0	90—96	0,6—10,0	1,7—1,8

Tabela 2. Proprietăţile lianţilor (după Mantell)

	Punctul de topire °	Punctul de înmuiere °	Carbon liber %	Reziduu de cocsificare %	Greutatea specifică kg/dm³
Gudron de cuptor de cocs	lichid	—	12—20	15—30	1,12—1,18
„ „ gaz	lichid	—	20—40	40—65	1,18—1,25
„ „ gaz de apă	lichid	—	2— 5	10—20	
Smoală moale	50— 70	35— 60	15—25	20—35	1,250—1,265
„ semidură	70— 90	50— 80	25—35	30—40	1,265—1,285
„ dură	90—140	80—115	30—50	35—55	1,285—1.330

Fabricarea în Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 886 ş. u.: Uscarea şi preîncălzirea, prepararea prealabilă mecanică a masei, fasonarea şi arderea, fasonarea prin presare pentru fabricarea anodelor pentru prepararea aluminiului, în rest în general prin filiere longitudinale pentru secţiuni circulare, pătrate şi dreptunghiulare.

Grafitare [2]). Prin încălzire la temperaturi mai înalte, de 2500...3000°, carbonul se transformă în modificaţia grafitică. In acelaşi timp se volatilizează aproape toate impurităţile aşa încât se obţine un material foarte moale şi pur: electrografitul.

Prin grafitare se măreşte greutatea spcifică dela 2,00 la 2,22 kg/dm³ iar conductibilitatea electrică de 4...10 ori. Electrografitul conţine 0,05...max. 1% cenuşă (CaO, SiC, SiO_2, Fe_2O_3, Al_2O_3). La aer arde mai greu decât celelalte produse de cărbune.

b) Produse finite

1. Electrozi. Formele electrozilor: Electrozi circulari, în patru muchii, ultimii putând fi reuniţi în pachete, suprafeţele de contact fiind adesea şlefuite. Electrozii goi în interior sunt compuşi din sectoare inelare; se

[1]) Bibliografie: K. Arndt, Die künstlichen Kohlen, Berlin 1932, Springer. — C. I. Mantell, Industrial Carbon, New York 1928, v. Nostrand. — Niederleutner, Unbildsame Rohstoffe keramischer Massen, Wien 1928, Springer. — Spilker, Kokerei und Teerprodukte der Steinkohle, ed. a 4-a, Halle 1923, Knapp. — Ullmann, Enzyklopädie der technischen Chemie, ed. a 2-a, Berlin-Wien 1930, Urban şi Schwarzenberg. — [2]) Pirani, Elektrothermie, Berlin 1930, Springer, p. 119.

Scanned with OKEN Scanner

utilizează în cuptoare monofazice sistemul Mignet-Perron. Cărbunii anodici pentru prepararea aluminiului au formă de blocuri scunde. Dimensiunile uzuale în tab. 3, 4 și 5.

Tabela 3. Dimensiunile electrozilor rotunzi

Diam. mm	Greut. cca. kg/m	Diam. mm	Greut. cca. kg/m	Diam. mm	Greut. cca. kg/m	Diam. mm	Greut. cca. kg/m	Diam. mm	Greut. cca. kg/m
100	12,2	200	48,5	325	129	500	304	750	684
110	14,7	210	54	350	149	550	368	800	779
120	17,5	225	62	360	158	575	402	850	879
150	27,5	250	76	400	195	600	438	900	986
155	29,0	265	86	420	215	650	514	1000	1217
165	33,0	285	99	430	225	675	554		
175	37,0	300	110	450	246	700	596		

Tabela 4. Secțiunile și greutățile electrozilor în patru muchii

Secțiune dreptunghiulară (*F*)				Secțiune pătrată (*F*)			
F mm²	Gr. kg/m	*F* mm²	Gr. kg/m	*F* mm²	Gr. kg/m	*F* mm²	Gr. kg/m
150 × 200	46	350 × 500	271	90 × 90	12,6	330 × 330	169
150 × 300	70	400 × 500	310	100 × 100	15,5	350 × 350	190
250 × 300	116	400 × 600	372	120 × 120	22	370 × 370	212
250 × 350	135	450 × 500	349	150 × 150	35	400 × 400	248
250 × 400	155	500 × 600	465	180 × 180	50	450 × 450	314
250 × 500	194	500 × 750	581	200 × 200	62	500 × 500	387
300 × 350	163	500 × 900	697	250 × 250	97	600 × 600	558
320 × 400	198	600 × 750	697	270 × 270	113	700 × 700	759
350 × 400	217			300 × 300	139	750 × 750	872

Lungimile electrozilor rotunzi și în patru muchi sunt de obiceiu de 2000...2500 mm, excepțional până la 3200 mm.

Toleranțe pentru secțiuni. 1...2%; cp. tab. 6. La secțiunile dreptunghiulare toleranța privește latura mai mare. La electrozii rotunzi strungiți și la cei în patru muchi șlefuiți, toleranța e de ± 1 mm pentru toate secțiunile. Toleranța în lung: 5%. Toleranța la încovoierea electrozilor 0,5% din lungimea.

Tabela 5. Anode pentru prepararea aluminiului

Secțiunea mm²	Înălțimea mm
280 × 280	450
292 × 292	450
250 × 320	450
300 × 300	450
280 × 350	450
280 × 400	400
350 × 350	450
400 × 400	450

Tabela 6. Toleranțe pentru secțiuni

Diam. sau lung. laturii mm	Toleranța mm
< 101	± 2
101—200	± 3
201—350	± 4
351—500	± 5
> 500	± 1 %

Formele capetelor de strângerea electrozilor în cleștele de electrozi în fig. 1.

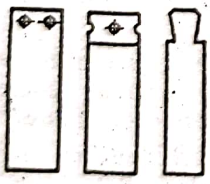


Fig. 1.

Feluri de electrozi pentru diferite scopuri. Ca electrozi pentru fabricarea carburii de calciu ajung și „electrozii amorfi" nepretențioși din pct. de vedere al purității. Electrozii pt. fabricarea oțelului au o puritate mai mare, se pot încărca cu o densitate de curent relativ mare și nu carburează materialul de topit; se utilizează pt. topirea oțelului, a aliajelor ferometalice, carburii de siliciu, cimenturilor și aliajelor ușoare.

Pentru prepararea corindoanelor pure și electroliza în stare topită se utilizează „electrozi de grafit" cu secțiunea în patru muchii, de cele mai multe ori pătrată, adică se preferă electrozi de cărbune electrografitați.

Pentru prepararea aluminiului se utilizează anode de cărbune numite „anode", cu proprietăți electrice și mecanice speciale și cu o puritate mai mare. Caracteristicele și datele cele mai importante ale dif. feluri de electrozi în tab. 7 și 8.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 7. Proprietățile diferitelor feluri de electrozi

Proprietăți	Electrozi amorfi	Electrozi grafitați	Anode pentru prepararea aluminiului
	Proprietăți fizice și tehnologice		
Greut. specifică [g/cm³]	1,85—2,05	2,22	2,05
„ unit. de vol. [g/cm³]	1,50—1,60	1,55—1,60	1,50—1,58
Coef. de dilatație liniară	$4,3 \cdot 10^{-6}$ — $5,5 \cdot 10^{-6}$ (20° . . . 1000°)	$8 \cdot 10^{-6}$ (0° . . . 100°)	$4,3 \cdot 10^{-6}$— $5,5 \cdot 10^{-6}$ (20° . . 1000°)
Căldura specifică [cal/°g]	≈ 0,2 (la 100°)	0,17—0,4 4)	≈ 0,2 (la 100°)
Rez. la compres. [kg/cm²]	300—500 1)	200—300	200—300
„ „ încovoiere [kg/cm²]	30—100 1)	100—150	—
„ „ întindere [kg/cm²]	12—30 1)	70—120	—
	Proprietăți electrice		
Rezistivitatea [Ωmm²/m]	40—65 1)	6—12	55—65
Coef. mediu liniar de temperatură între 20 și 1600°	— 0,000 20 . . . — 0,000 28	20—500° negativ, 500—1800° pozitiv 2)	—
Densit. de curent admisibilă . . . . [A/cm²]	5—7	15—20	1
	Proprietăți chimice		
Conținutul de P . [%]	≈ 0,02	—	—
„ de S (total) 3) [%]	≈ 1,2	< 0,05	< 1
„ de cenușă . [%]	3,5—6	< 1	< 1

C o m p o z i ț i a c e n u ș i i. La electrozii grafitați: 50% SiO_2, 15% SiC, 25% Fe_2O_3, 15% CaO, Al_2O_3 și MgO. La anodele pentru prepararea aluminiului: 35...40% SiO_2, 1...3% S, 30...40% Fe_2O_3, Al_2O_3, CaO și MgO.

1) Cp. tab. 8. — 2) Rezistivitatea are la cca 500° valoarea minimă, la cca 1200° e egală cu rezistivitatea la rece, la 1800° cu cca 10% mai mult decât la rece. — 3) In mare parte inflamabil și volatil. — 4) 0,17 la 0°...100°, 0,2 (200°...300°), 0,3 (700°...800°), 0,4 (1400°...1500°).

P e n t r u e l e c t r o l i z a s o l u ț i i l o r a p o a s e și anume a clorurilor, se utilizează electrozi electrografitați plați sau în bare rotunde cu un conținut extrem de mic de cenușă (< 1%: SiC, FeO, Ca, Al_2O_3). Greutatea unității de volum 1,55...1,60 și pt. cal. sup. până la 1,7 kg/dm³.

Tabela 8. Proprietățile electrozilor de cărbune de diferite secțiuni

	Secțiunea în cm² <1600	1600—4000	4000—8000
Rez. la compresiune [kg/cm²]	300—500	300—450	300—400
„ „ încovoiere [kg/cm²]	60—100	50—80	30—60
„ „ întindere . [kg/cm²]	15—30	15—25	12—20
Rezistivitatea . [Ωmm²/m]	40—45	45—60	55—65
Densitatea de curent [A/cm²]	7 1)	7	7

1) Pentru electrozii de destupat, până la secțiunea de 150 cm², fabricați din cele mai bune materii prime, se admit până la 20 A/cm².

P r o t e c ț i a c o n t r a c o r o z i u n i i. Electrozii de grafit sunt stabili contra clorului desvoltat, dar nu contra oxigenului anodic. Ei se impregnează deci cu parafină, uleiu de in, gudron de huilă, rășină sintetică, pentru astuparea porilor.

A p r e c i e r e a e l e c t r o z i l o r. Afară de compoziția chimică prezintă importanță: densitatea de curent admisibilă rezistența mecanică și rezistivitatea. Ultimele două depind de secțiunea electrozilor (tab. 8).

2. Cărbuni pentru iluminatul cu arc voltaic. Se fabrică din negru de fum deșeuri de cărbuni de iluminat cu arc voltaic, cocs de petrol, cărbune de retortă, grafit, grafit de retortă și gudron.

C ă r b u n e l e o m o g e n se presează în bare, c ă r b u n e l e c u f i t i l în tuburi cu pereții groși, cari se umplu cu o masă de fitil vâscoasă prin stropire după un procedeu special. Prin opoziție cu c ă r b u n i i d e e f e c t, c ă r b u n i i p u r i nu conțin în masa lor un adaus strălucitor.

Alegerea cărbunilor de iluminat după utilizare. **Cărbunii pt. iluminatul străzilor.** Lămpi de efect cu ardere de lungă durată, de 100...120 de ore a unei perechi de cărbuni cu o lungime totală de 500 mm. Lampa cu arc voltaic tip Carbone e o construcție specială, la care cărbunii ard aproape în vid. Utilizarea cărbunilor omogeni de efect pentru lumină albă sau galbenă; adausurile strălucitoare se amestecă uniform în masa întreagă.

Cărbuni de iluminat în tehnica reproducerilor (foto-cărbuni). Cărbunii de efect se utilizează cu un fitil care conţine adause strălucitoare. Lumina de mare actinitate, adică mai ales cu raze violete şi slab ultraviolete (vol. II., secţ. Iluminat).

Pt. lămpile închise de copiat desene, în curent continuu, cărbuni puri omogeni; în curent alternativ, cărbuni puri cu fitil în interior resp. cărbuni de înaltă tensiune. Ultimii ard într'o atmosferă protectoare la o tensiune a arcului electric de cca 150 V.

Cărbuni pt. aparate de proiecţie. In curent continuu: cărbuni puri cu fitil la polul pozitiv; la fel sau un cărbune pur omogen la polul negativ. In curent alternativ: Cărbune de efect cu săruri metalice în fitil pt. strălucire, ev. comb. cu cărbune pur.

Pt. mărirea conductibilităţii în dreptul capătului fixat al cărbunelui, el e prevăzut la nevoie cu o manta de metal, mai rar cu o vână de metal. Pt. fotografierile în atelier se utilizează în aparatele de iluminat cărbuni de efect arămiţi, cu fitil. Lumina e albă-albăstruie sau galbenă.

Cărbuni de mare eficacitate (cărbuni H I). Cărbunii de mare eficacitate sunt pt. reflectoare, aparate cinematografice şi fotografia în culori. Densitatea de curent maximă e de obiceiu numai 0,3 A/mm^2 pe secţiunea de cărbune, se măreşte la lămpile de mare intensitate până la 0,7...1,3 A/mm^2. Din cauza efectului Beck, strălucirea creşte în craterul cărbunelui de efect până la cca 100 000 Stilbi (Lumânări Hefner/cm^2).

Cărbunii de iluminat pt. medicină. Prin adăugarea de metale (Fe, Ni, Mg, W, Ti, Th, Cu, Al, Zn) sau a sărurilor lor în masa fitilului, se favorizează emiterea undelor de lumină de anumite lungimi de undă.

3. Electrozi de cărbune pentru sudura cu arcul electric. Se utilizează în procedeul Benardos (arc electric între cărbune şi piesă); cp. vol. II, secţia Maşini unelte.

Se utilizează 1. cărbune amorf omogen, preparat mai ales din grafit de retortă, diametrul 5...30 mm; 2. cărbune grafitic de sudură, diametrul 5...25 mm; 3. electrozi electrografitaţi.

Pt. stabilizarea urmei se utilizează electrozii mari groşi de tipul 1. şi electrozii de conductibilitate mare (2. şi 3.), adesea cu fitil. Conductibilităţile electrice ale celor trei feluri de electrozi sunt în rapoartele 1:3:5, preţurile în rapoartele 1:2:4.

4. Perii [1]). Proprietăţi impuse. Periile de cărbune şi de grafit servesc în maşinile electrice rotitoare pentru luarea curentului inelelor colectoare sau al colectoarelor. Ele sunt solicitate atât mecanic cât şi electric. Efectele hotărîtoare pentru funcţionarea ireproşabilă nu permit o privire clară asupra lor. In cazuri speciale, periile adecuate se stabilesc prin încercare.

Din punct de vedere mecanic, se cere o rezistenţă suficientă, mai ales pt. maşinile expuse trepidaţiilor şi şocurilor. Peria nu va conţine substanţe cari atacă colectorul. Adausele (grăsimi, impregnare) contribue la polisarea colectorului.

Ţinând seamă de încărcarea electrică, se impun pt. scopuri speciale î. a. următoarele condiţiuni: La maşini cu mare supraîncărcare prin şoc (maşini de comandă, motoare pt. laminare), pt. comutatoare şi maşini de curent alternativ cu colector se cere o comutare uşoară, adică o suportare fără scântei a tensiunilor înalte pe lamele, mai ales a vârfurilor lor spre sfârşitul perioadei de comutare. Afară de aceasta trebue să se realizeze o încărcare suficientă cu densitate de curent care poate atinge intermitent valori cât întreitul din tab. 9.

Tabela 9. Perii de cărbune. Cifre informative

Materialul	Duritatea ° Shore	Rezistivitatea Ω mm²/m	Tensiunea de trecere [1]) V	Vitesa periferică admisibilă m/s	Incărcarea permanentă A/cm²
Cărbune dur	50—70	30—75	1,5—2,5	20	6—7
Grafit	15—30	15—30	1,5—3,0	70	8 [2])
Electrografit	20—60	15—45	2,0—3,2	50	10 [2])
Grafit metalic pentru inele colectoare	10—20	0,1—2,0	0,3—1,2	40	15—12

[1]) Pt. perii pozitive şi negative la 10 A/cm^2 şi la presiunea de 200 g/cm^2.
[2]) Pe inele de oţel numai 4...6 A/cm^2.

In direcţiunea longitudinală a cărbunelui, rezistivitatea va fi cât mai mică. In direcţiune transversală rezistivitatea se face intenţionat mai mare, spre a combate prin mărirea rezistenţei curentul de scurt circuit între lamelele vecine.

[1]) Heinrich, Das Bürstenproblem im Elektromaschinenbau, München şi Berlin 1930, Oldenbourg.

Feluri de perii în tab. 9:

Perii de cărbune dur din cărb. de retortă, cocs de petrol și negru de fum și lianți. Utilizare: motoare stabile, de tramvaiu și căi ferate miniere, motoare mici.

Perii de grafit, în gen. de grafit natural pur. Utilizare: mașini mijlocii și mari de curent continuu, comutatoare, convertisoare în cascadă, și pt. luarea curentului la inelele colectoare.

Perii de electrografit, din aceleași materiale ca și cele de cărb. dur, dar electrografitate. Utilizare: motoare de C. F., mașini de curent continuu mult încărcate.

Perii de grafit metalizat, din grafit și praf metalic, ev. cu un adaus de liant. Astfel se mărește conductibilitatea față de periile de mai sus, și se ridică greut. unit. de vol. dela 1,4...1,7 la 2,5...5,5 kg/dm³. Utilizare: luarea curentului dela in. colectoare, mai ales de cupru și bronz, dar și pt. periile de colector pt. mașinile de joasă și medie tensiune.

Toate felurile de cărbuni se utilizează drept contacte de întrerupere în controleri, contactoare etc. Produs spec.: grafitul argintat pt. relee acționate deosebit de des.

Contacte glisante pt. luarea curentului la vehiculele cu mot. electrice și podurile rulante. La trolee se utilizează cărbune de duritate extraordinară (cca 80° Shore).

5. Cărbunele de microfoane. Diafragme de cărbune. Din cauza greut. specifice mici și a propr. elastice bune, cărbunele e un material de diafragme în recepțiunea oscilațiilor acustice. Confecționarea diafragmelor de cărbune din praf de cocs, negru de fum și gudron. Presarea în grosimi de 0,4...0,7 mm.

Granule de cărbune. Ca mat. de contact, cărbunele asigură uniformitatea rezistențelor de trecere; la formarea scânteilor de scurtă durată, produsele arderii sunt gazoase; de aceea nu se pot produce arsuri locale cari schimbă rezistențele de trecere.

6. Fabricate de cărbune pentru organe de mașini. Felul solicitării. Se utilizează pentru organe de mașini, cari trebue să fie etanșe la solicitare de alunecare. Cărbunele are proprietatea de autolubrificare și după un anumit timp de funcționare suprafața cărbunelui și cea de alunecare a obiectului sunt polisate. Au o rezistență extraordinară la coroziune chiar și față de substanțe cu acțiune chimică mai puternică. Se preferă grafitul când e vorba de o frecare extrem de mică și etanșeitate perfectă.

Utilizare. Inele de garnituri pt. turbine cu abur până la presiuni max. ale aburului în loc de labirinte. Inele de garnituri la pompe pt. transportul gazelor, aburului și lichidelor, mai ales la pericol de coroziune mare. Inele de garnituri pt. sertare de contoare de gaz. Pistoane de amortisare pt. balanțele rapide cu amortisare cu aer. Paliere în calotă pt. contoarele de lichide. Paliere capilare pt. cusineți fără canale de ungere; se confecționează din grafit foarte poros cu un adaus de metal; prin efectul capilar, porii rețin uleiul de uns necesar pt. serviciu. Inele de cuple în construcția de vehicule, pt. descărcare în cursul acționării cuplajului.

7. Rezistențe de cărbune. Rezistențe de încălzit. Formă tubulară pentru temperaturi până la cca 3000° sau formă de bară.

Reostate de reglare, pt. reglarea continuă a curentului. La regulatoarele cu rezistența de cărbune se reunesc plăci de cărbune de 0,3...1,0 mm; pt. curenți mai mari inele subțiri de cărbune groase de cca 1 mm, formând o coloană de rezistență de cca 100...300 mm lungime. Prin comprimarea plăcilor unei coloane, cu drumuri de comprimare scurte, de numai câțiva milimetri, se micșorează rezistența de trecere.

Exemplu de execuție: Coloană cu diam. de 11 mm, pt. 0,5 A, reglabilă între 500..40 Ω; coloană cu diam. de 75/65 mm al inelului, pt. 15 A, reglabilă între 6...0,5 Ω. Anihilează 15...150 W într'o coloană, după mărimea și forma suprafeței de evacuarea căldurii. Se admite pt. scurt timp o supraîncărcare încincită.

Rezistențele în spirale de cărbune sunt tuburi din cărbune prevăzute cu o tăietură în spirală, cu unghiu de inclinare crescător. Reglarea prin presiune axială, presând spirele progresiv elastic una pe alta și rezistența lor se reduce continuu. Utilizare pt. curenții de măsură de intensitate mai mare.

8. Cărbuni de dimensiuni mari, pietre de cărbune, cărbuni profilați din cocs tare și gudron. Se bătătoresc în forme sau se presează în bare. După ardere se prelucrează suprafețele de contact prin șlefuire. Conținutul de cenușă până la 9%; greutatea unității de volum 1,35...1,40 kg/dm³. Rezistența la compresiune 400...600 kg/cm².

Utilizare ca funduri și căptușeli de cuptoare de carbid și cuptoare de reducție în prepararea ferosiliciului și feromanganului, mat. de construcție pt. cărămizi de fund, platformele și rezemătoarele cuptoarelor înalte. Utilizare limitată la atmo-

sferă reductoare. Trebue ținută eventual seama de solubilitatea în băi metalice. Din cauza solubilității față de acizii neoxidanți se pot utiliza în construcția rezervoarelor și aparatelor în ind. chimică. Stabilitate termică și conductibilitate termică mare.

Se utilizează de ex. pt. căptușirea fierbătoarelor de celuloză [1]). Permeabilitatea pt. lichide și gaze nu e condiționată de porozitate, ci de lățimea porilor și de faptul dacă trec dintr'o parte în alta. Lucrând asupra lor, se pot prepara cărbuni de filtrat gaze și lichide și se pot adapta scopului pentru care se întrebuințează.

9. Creuzete de grafit și argilă [2]). Pentru fabricarea oțelului de creuzet și turnătorii de metale. Confecționate din grafit, argilă, șamotă, cocs, cărbune de lemn, făină de lemn și din cioburile creuzetelor arse. Fasonate în prese de creuzete; se usucă succesiv în camere încălzite cu abur și aer.

B. Carbura de siliciu

1. Proprietăți. SiC, carbura de siliciu, numită și carborund (denumire comercială), formează cristale romboedrice, incolore, transparente. Impuritățile grafitului și siliciului provenite din fabricarea tehnică din nisip sticlos și cocs colorează produsul comercial în negru (produs american), în verde (produse germane și norvegiene) sau în albastru. Alte impurități: oxid de fier, alumină, baze pământoase.

Conductibilitate termică mare [3]):

Temperatura °	600	800	1000	1200	1400
kcal/m h °	15,8	13,7	11,9	10,4	9,4

La 2200° se disociază în cărbune și siliciu. Stabil la acizi și destul de rezistent până la temperaturi înalte, la oxigenul atmosferic. Arde însă încet în becul de gaz exploziv cu mare exces de oxigen. Sensibil la atacul cu baze topite și carbonații lor. Duritatea între 9 și 10 grade după scara lui Mohs; greutatea specifică 3,2 kg/dm³.

Denumiri comerciale: Carborund, Carbo-diamantin, Carborită, Carbosilit, Cristolon, Carbora, Carbolon, Sica.

2. Utilizare ca material de șlefuit, p. 1004.

Piese de mare rezistență electrică. Numiri comerciale cu mărci depuse; Ocelit și Silit I. Așa numite rezistențe masice, constând din carbură de siliciu și adause ceramice, fasonate și arse în bare pline, tuburi și inele. Extremitățile barelor și tuburilor, suprafețele frontale ale inelelor sunt metalizate. Rezistivitatea, după raportul dintre carbura de siliciu și masele ceramice, între 7000 și 700 000 000 Ω mm²/m. Rezistivitatea scade dacă crește tensiunea aplicată. Dependența de tensiune diferă mult pentru diferitele feluri de mase. La ridicarea temperaturii, rezistența scade. Temperatura maximă admisibilă e de 300 °.

Pentru utilizare e hotărîtoare, afară de dependența de tensiune, lipsa de inductivitate și micimea volumului ocupat. Utilizare ca rezistențe în serie, rezistență de netezire și de amortisare pentru redresoare, potențiometre, shunturi de bobine de mare inductivitate (protejarea bobinelor releelor etc.), rezistențe de descărcarea sarcinilor capacitive, rezistențe în aparatele de protecție contra supratensiunilor (paratrăsnete).

Rezistențe de încălzire, v. vol. IV și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 894. Numiri comerciale depuse: Globar, Cuarțilit, Silit II, Silund. Fasonarea: Bare de diametre mai mici, țevi de diametre mai mari. Elementele de încălzire peste temperatura de 700° au pentru conducerea curentului extremități îngroșate sau capete de contact răcite cu apă. Dimensiunile utilizate: diam. de 4...50 mm la lung. de incandescență de 60...1500 mm.

Tuburile de încălzire din carbură de siliciu pentru cuptoarele tubulare se taie în formă de spire. Dimensiunile de ex. 15...50 mm diam. interior 100...500 mm lungime de incandescență.

Utilizarea barelor de încălzire pentru echiparea cuptoarelor mai ales la temperaturi de 1000...1400 °. Rezistivitatea la incandescență 1000 Ω mm²/m, la temp. ambiantă o valoare cca dublă. După un timp de utilizare mai îndelungat rezistența crește prin îmbătrânire.

Material de construcție refractar, cp. p. 887 în formă de cărămizi, mufle ș. a. produse goale în interior. Cele de calitate superioară se fabrică din carbură de siliciu pură cu un adaus cât mai mic de lianți (pietre refrax).

Calit. A cu 100% Si C. Calit. B din carbură de siliciu mai puțin curată, cu 92% Si C. Pietrele de carbură de siliciu argiloase (pietrele carbofrax) conțin 86% Si C. Se mai fabrică în cazuri speciale și pietre de șamotă cu 40...70% Si C.

---

[1]) Hoffmann, Chem. Fabrik 9 (1936), p. 96. — [2]) Date mai detaliate în Eisenhütte, ed. a 4-a, 1930, p. 539. — [3]) F. H. Norton după Niederleutner, p. 262, [p. 981 nota [1])].

Rezistența la compresiune a pietrelor din carbură de siliciu după Bodin[1]).

Temperatura în °	20	800	1000	1300	1500
Rezistența la compresiune în kg/cm²	415	425	585	150	70

Pietrele de carbură de siliciu se distrug chiar la temperaturi de 900...1100° după o utilizare de cca 1/2 an, prin transformare chimică[2]).

Se utilizează pentru căptușirea părților solicitate ale cuptoarelor, canalele de gaze, formele de turnătorie, la turnarea aluminiului, tuburile de protecție a pirometrelor.

Cimentul refractar cu carborund se utilizează ca mortar pentru căptușiri refractare.

C. Negru de fum

Negrul de fum de flacără (în USA lampblack, în Germania Flammruss) se obține prin arderea gudronului de huilă, a uleiului de gudron, naftalinei brute, antracenului brut și uleiurilor grele în căldări încălzite, cu acces redus de aer. E brun închis-negricios până la negru cenușiu, foarte puțin dens și în fulgi. Greutatea în stare afânată 70...200 g/dm³, greutatea specifică 1,70...1,76 kg/dm³. Are rar peste 0,1% cenușă. Se presează în concasoare sau calandre. Eficiența e de abia 50% din conținutul de carbon.

Negrul de fum de lampă se obține prin arderea uleiului de parafină în lămpi cu fitil, cu acces de aer redus și reglat precis. Are aspect mătăsos și e negru închis. Negrul de fum foarte fin obținut prin arderea uleiului de camfor servește la prepararea tușului chinezesc. Din negru de fum inferior se prepară cerneală de tipar.

Negrul de fum de gaz (în USA carbon black, în Germania Gasruss) se obține prin arderea gazului natural, mai rar prin arderea uleiurilor minerale grele gazeificate și a rezidiilor de petrol. Eficiența e numai cca 5% din conținutul de carbon. Negrul de fum se depune pe suprafețe de fier răcite. Se utilizează în industria cauciucului.

XVIII. Substanțe explozive[3])

Prelucrare de prof. O. Poppenberg, Berlin

A. Generalități

Prin substanțe explozive se înțeleg comb. motori, pulberi și explozivi. Sunt amestecuri sau compuși chimici, cari pot efectua lucru mecanic la transformarea lor chimică.

Lucrul mecanic efectuat e condiționat de gazele comprimate și încălzite la temp. foarte înalte în timp foarte scurt, în cursul transformării chimice și e determinat de constantele chimico-fizice:

1. **Vitesa arderii** sau **exploziei** pulberilor și vitesa de detonație a substanțelor explozive se măsoară în v m/s.
2. **Căldura liberată** Q, (căldura de ardere) [kcal/kg].
3. **Cantitatea de gaze** V_0 (dm³/kg) și compoziția lor, din care se poate determina atât presiunea provocată la transformarea pulberii în arme, cât și temperatura de ardere.

Declanșarea efectuării de lucru mecanic, fie prin aprindere normală cu flacăra, încălzire (fitil, întreruptor) fie prin detonarea primară a unei capse de explozie, umplută cu material de amorsare (efect de amorsare sau de șoc).

4. **Sensibilitate.** Substanțele explozive trebue să aibă o anumită sensibilitate la urcarea temperaturii și la efectul de șoc, condiționată de natura amestecului sau de structura moleculelor chimice, deosebit de mare la materialele de amorsare. Totuși pulberile și explozivii sunt în general compuși stabili, o proprietate necesară pentru siguranța de manipulare.

Sensibilitatea unei substanțe explozive la ridicarea temperaturii se determină prin temperatura ei de detonare la o încălzire cu 20°/min. Sensibilitatea la loviri se determină prin înălțimea de cădere a greutății sub ciocanul cu cădere, iar sensibilitate la frecare prin încercări comparative.

Vitesa transformării chimice e hotărîtoare pentru conceptele de „pulbere" și „exploziv". O pulbere aprinsă printr'o flacără de aprindere arde și explodează prin ardere accelerată; un exploziv însă, dacă nu se ține seamă de iarba de pușcă, care lucrează mai mult ca motor, face explozie prin efectul de amorsare al unei capse de explozie. Arderea unei pulberi urmează legile chimiei fizice și se

---

1) Trans. Ceram. Soc. Engl. 21 (1921/22), p. 44. — 2) H. Hoffmann, Teză, Politehnica din Braunschweig, 1934. — 3) Bibliografie: Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 874.

Tabela 1. Energia, lucrul mecanic efectuat și efectul de explozie ai câtorva explozivi

Explozivi	Densitatea maximă admisibilă Δ[1] kg/dm³	Căldura de explozie[2] kcal/kg	Gazul calculat pt. 1 kg exploziv l	Temperatura de explozie[3] grd	Viteza de detonație v m/s	Presiunea specifică f[4] kg/cm²	Efectul de explozie în cilindrul normal de plumb[5] cm³	Brizanța $f\gamma v \cdot 10^{-3}$	Efect de refulare față de un cilindru de cupru[6] mm	Sensibilitatea, înălțimea de cădere unei greut. de 2 kg în cm
Iarbă de pușcă	1,2	665	280	2380	200	2 810	nemăsurabilă	1 350	0,0	peste 60
Nitroglicerină	1,60	1455	715	4250	7450	12 240	515	145 900	cca 4,6	4—5
Dinamită cu pământ inf.	1,50	1090	545	3420	6650	7 600	315	75 800	1,1	30
Gelatină exlpozivă	1,63	1540	710	4300	7800	12 285	520	156 300	4,8	12
Dinamită gelatinoasă	1,66	1293	630	3700	6100	9 475	415	95 950	3,9	17
Tetranitropentaeritrită	1,67	1526	780	4240	8200	12 000	470—500	193 006	4,8	28
Hexogen	1,7	1500	908	3800	8200	12 000	480	188 000	4,8	30
Fulmicoton, uscat (13% azot)	1,30	1025	765	3100	6300	9 765	375	79 800	3,0	10
Idem, cu 16% apă	1,30	875	720	2260	6800	6 900	280	59 900	2,7	150
Trinitrobenzen	1,63	1065	670	3540	7000	9 665	300	100 300	4,1	60
Dinitrobenzen	1,50	870	670	2500	6100	7 035	250	64 400	2,9	180
Trinitrotoluen	1,59	950	690	2820	6700	8 080	285	86 100	3,6	65
Trinitroanisol	1,59	1010	675	2950	6660	8 235	290	87 050	3,6	50
Acid picric	1,69	1000	675	3230	7100	8 950	305	107 400	4,1	35—40
Trinitrocrezol	1,62	925	675	2700	6850	7 595	275	84 300	3,5	45
Hexanitrodifenilamină	1,64	1035	675	3450	7100	9 545	320	111 150	4,1	28—30
Tetranitrometilanilină	1,63	1090	710	3370	7200	9 790	340	114 900	4,2	35
Azotat de amoniu	1,3	347	980	1500	5000	6 570	165	42 700	—	—
Donarită	1,3	930	905	2650	4000	9 855	400	51 250	2,0	35—40
Amonal (amonal T)	1,6	1465	605	4050 (?)	5400	9 900	470	85 550	2,8	40—50
Cheddită tipul 60	1,3	1185	337	4500 (?)	3000	6 090	255	23 750	1,4	—
Fulminant de mercur.	3,5	357	316	4350 (?)	5500	5 530	110	125 800	—	3—4
Azid de plumb	4,79	260	310	3450	5500	—	110	107 000	—	10
Trinitrorezorcinat de Pb	3,0	368	340	2730	5200	—	—	75 000	—	35

[1]) $\Delta = L/V_E$; L = încărcătura spațiului de explozie [kg]; V_E = spațiul de explozie [dm³]; γ = greutatea specifică [kg/dm³].
[2]) Căldura desvoltată de 1 kg exploziv la ardere completă; apa liberată e convertită în lichidă.
[3]) Temperatura gazelor de explozie în momentul exploziei.
[4]) f e presiunea calculată la transformarea a 1 kg în 1 dm³.
[5]) Mărimea volumului (bombarea blocului de plumb) în cm³ (al 5-lea congres internațional de chimie aplicată, 1904), v. p. 989.
[6]) Se utilizează cilindri de Cu cu diametrul de 10 mm și înălțimea de 15 mm.

Scanned with OKEN Scanner

poate regla prin fasonarea pulberei, prin presiunea transformării (densitatea încărcării) şi prin căldura conţinută de pulbere; vitesa de ardere e de câţiva metri până la max. 150 m/sec. Vitesa de detonaţie depinde de compoziţia substanţei explozive şi e constantă la densitate dată şi la aprindere potrivită printr'o capsă de explozie. Ea se urcă la 4000...8000 m/s.

Vitesa de ardere a pulberilor se măsoară prin mersul presiunii în funcţiune de timp, luat de o bombă înregistratoare. In armă prin recul sau piezoelectric. Pentru substanţele explozive vitesa de detonaţie se măsoară cu ajutorul unui cronograf cu scântei sau al unui tub Braun; se poate lucra şi prin metoda lui Dautriche, unde se măsoară influenţa pe care o are un exploziv intercalat într'una din branşe asupra punctului de întâlnire a două unde de detonaţie, care înaintează una spre cealaltă cu o vitesă cunoscută, din cele două extremităţi ale unui fitil.

5. Brizanţa serveşte adesea la caracterizarea unei pulberi sau a unui exploziv. La pulberi se poate vorbi despre o brizanţă pentru o anumită armă; pentru o anumită armă o pulbere e prea „lentă" sau prea „rapidă" = prea brizantă. La explozive brizanţa e o măsură a efectului distrugător.

Date comparative pt. brizanţă la explozivi se obţin prin turtirea unui cilindru de cupru, asupra căruia se transmite şocul provocat de detonarea unei încărcături libere de exploziv.

O încercare practică de comparaţie a lucrului mecanic efectuat de asemenea explozivi asemănători e încercarea cu blocul de plumb după Tranzl (explozia a 10 g exploziv aşezat într'un bloc de plumb de înălţimea de 20 cm, diametrul de 20 cm şi gaura de 12,5 cm adâncime şi 2,5 cm lărgime). Mărimea volumului, bombarea blocului de plumb servesc drept cifre comparative. Tab. 1 cuprinde valorile constanţelor fizice ale pulberilor şi explozivilor.

B. Felurile pulberilor şi explozivilor

Substanţele explozive sunt, cu unele excepţii, amestecuri bogate în oxigen sau compuşi chimici, cari conţin carbon şi dau compuşi gazoşi la transformare.

1. In iarba de puşcă şi în amestecurile asemănătoare oxigenul se găseşte în compuşii chimici (azotat de potasiu, de sodiu, de amoniu sau cloraţi). In explozivii cu aer lichid oxigenul lichid dă oxidantul pentru carbon; în explozivii organici oxigenul se găseşte în molecule.

2. Explozivii organici sunt derivaţi ai acidului azotic, făcând abstracţie de explozivii iniţiali, acidul fulminic (CNOH) sau cel azothidric (HN_3).

Derivatele organice ale acidului azotic se împart în două grupuri:

a) Compuşii corpurilor alifatice conţinând OH cu acidul azotic, esterul acidului azotic sau azotaţi organici, azotat şi diazotat de glicol, azotaţii alcoolilor de ord. superior manita şi pentaeritrita, zahărul, amidonul şi celuloza;

b) Produsele de reacţiune ale acidului azotic cu compuşii aromatici, benzen, toluen, xilen, fenol, creozol, difenilamină şi naftalină, cari se utilizează foarte mult în industria de război;

c) Afară de aceste explozivi s'a răspândit şi hexogenul, un produs de reacţiune al acidului azotic cu hexametilentetramina.

Pentru amorsarea detonaţiei servesc materiale de amorsare, fulminantul de mercur şi azidul de plumb cari, fiind compuşi endotermici, formează un grup special al substanţelor explosive.

1. Iarba de puşcă şi substanţele explozive asemănătoare (amestecuri de compuşi cu carbon şi oxigen).

Iarba de puşcă, cel mai vechiu material de tir şi exploziv, e un amestec intim din cărbune, salpetru şi sulf. Compoziţia diferă după utilizare: pulbere de vânat de ex. 78 p. greut. salpetru, 10 p. greut. sulf, 12 p. greut. cărbune. Pulberea explozivă conţine ca material cu oxigen, salpetru de sodiu. Hârtie brună fulminantă. La transformare chimică, ea dă 56% rămăşiţe (fum) şi 44% gaz. Proprietăţi: vitesă mică de explozie, acţionează motor; greutatea specifică 1,6 kg/dm^3.

Explozivi cu aer lichid. Anumite substanțe de îmbibat, făină de plută, negru de fum (cupren, un produs condensat al acetilenei), posedă o capacitate mare de absorpție pt. oxigenul lichid. Cartușele cu aceste substanțe, introduse în oxigen lichid, absorb oxigen în cantitate de 5...6 ori mai mare; ele acționează după ce au fost aprinse cu fitil (flacără), ca și pulberea, explodează prin capsă de azid de plumb și dau un efect extraordinar de mare. Îmbibare scurt timp înainte de utilizare. Se aprind electric.

Explozivii cu bază de clorați și perclorați conțin ca substanțe cu oxigen un clorat alcalin sau perclorat, cari se pot prepara ieftin pe cale electrolitică, ev. și perclorat de amoniu, iar ca material cu carbon, hidrocarburi și compuși cu azot. Cum clorații pun în libertate oxigenul mai repede decât azotații, vitesa lor de transformare chimică e mai mare. Explozivii cu bază de clorați explodează prin capse sau fitil; siguranță mică de manipulare și sensibilitate la șoc și frecare în caz de densitate mare. După Heise-Herbst nu sunt potriviți în minele de cărbuni în cari există pericol de explozie de grizu sau de praf de cărbune.

2 a. Azotați organici.

Nitroglicerina e trinitroglicerină, greut. spec. 1,6 kg/dm³; în modificațiunea stabilă se topește la 13°, în cea nestabilă la 2°; nu se utilizează pură, ci numai combinată cu un material de absorpție (Kieselgur) ca dinamită, sau gelatinată cu colodiu, utilizată ca gelatină explozivă, cu uleiu de gelatină, nitroglicerină gelatinată cu o cantitate mică de colodiu se amestecă cu alte componente explozive: explozivi pentru cariere de piatră și de siguranță.

Asemănătoare cu nitroglicerina sunt glicoldinitratul și diglicoldinitratul; un ester solid e pentaeritrittetranitratul; din cauza sintezei ușoare a câștigat o mare importanță militară.

Nitroceluloza e celuloză nitrată (material de bumbac, linters, lemn, hârtie). Cea puternic nitrată cu 13,4 azot, care nu se disolvă decât în acetonă, se numește fulmicoton, cea mai puțin nitrurată, colodiu, e solubilă în alcool și eter, precum și în nitroglicerină și în esteri de glicol; soluțiile în alcool și eter se utilizează pentru filme și lacuri.

Pulberea fără fum. Colodiul singur sau cu fulmicoton gelatinizat prin alcool și eter sau acetonă dă după fasonare și îndepărtarea solvenților pulberea fără nitroceluloză. Nitroceluloza specială (N = 12,3) gelatinată cu glicoldinitrat, diglicoldinitrat sau nitroglicerină cu adause de centralite sau uretane, ca și gelatinată cu compuși nitrurați și apoi fasonată dă o pulbere fără solvenți.

2 b. Compușii nitrurați sunt compuși aromatici supernitrurați.

Acidul picric, trinitrofenol; punctul de inflamab. 121°, cu mare putere explozivă, se utilizează presat sau topit în industria de războiu, ca încărcătură de granate (greut spec. 1,64 kg/dm³); sensibil la șocuri; cu sărurile de plumb și potasiu formează picrați sensibili la șocuri.

Trinitrotoluenul (punctul de inflam. 81°) nu e un acid și nu formează săruri; e mai puțin sensibil la șocuri, decât acidul picric și e cel mai important exploziv militar; greut. spec. 1,62 kg/dm³.

Trinitrometilnitrosamina, tetrilul, servește la fabr. capselor explozive și a amorselor.

Hexanitrodifenilamina se utilizează pentru mine marine și torpile.

Hexogenul se remarcă printr'o stabilitate perfectă și prin insensibilitate suficientă dela vitesa de detonație de 8200 m în sus; greut. spec. 1,7 kg/dm³.

3. Explosivi amorsanți. Cei mai importanți sunt $Hg(CNO)_2$, fulminantul de mercur, greut. spec. 4,43 kg/dm³ și azidul de plumb, greut. spec. 4,7...4,9 kg/dm³, poate exploda ușor prin șoc, frecare sau aprindere cu scântei. Cu adause, materiale cu oxigen și sulfură de antimoniu, cari influențează lungimea flacării, ele servesc pentru focoase spre a amorsa sensibilitatea la șoc (amorsare prin lovire) sau prin sensibilitatea la frecare (amorsare prin rupere). Focoase de arme și guri de foc, șuruburi de amorsare.

Presate în tuburi de cupru (capse explozive), ele explodează prin aprindere cu flacără și amorsează prin detonarea lor inițială — descompunerea altor explozivi mai puțin sensibili.

4. Explosivi pentru exploatarea minelor.

Explozivi brizanți de cariere de piatră. Amestecurile substanțelor explozive descrise, a căror compoziție se stabilește după brizanță și deflagranță, conf. cu nevoile variate ale consumatorilor.

Amonitele sunt explozivi cu o cantitate predominantă de salpetru de amoniu. Se disting prin siguranță deosebită de manipulare. Cu un adaus de Al, ele se cunosc sub numirea de amonale.

Explozivii pt. mine de cărbuni se vând în hârtie de cartușe cu culoare albă-galbenă și pe baza compoziției lor, cu adause de săruri, pot fi utilizate în mine cu grizu și praf de cărbune, și anume în baza prescr. Of. pt. siguranță în mine.

XIX. Substanţe chimice de importanţă tehnică [1])

Prelucrare de dr. fil. W. Tepohl, Berlin

A. Acizi

1. **Acidul sulfuric**, H_2SO_4 + apă (acidum sulfuricum). Acidul sulfuric comun sau englez are greutatea specifică 1,56...1,84 kg/dm³. In stare concentrată e greu şi uleios, greutatea specifică 1,84 kg/dm³ la 15°; se solidifică la 0° şi se topeşte la + 10°, temperatura de fierbere 338°; Acidul sulfuric fumant (acid sulfuric de Nordhaus sau oleum) e soluţie de 30...70% anhidridă sulfurică (SO_3) în acid sulfuric concentrat, care se solidifică cristalin la temperatura ambiantă.

Acesta, ca şi acidul sulfuric concentrat, absoarbe vehement apa şi distruge materiile organice (hârtie, textile etc.) carbonizându-le. La amestecarea cu apă, acidul sulfuric concentrat desvoltă (oleum şi mai mult) căldură multă, aşa încât diluarea lui cu apă trebue făcută cu precauţiune. Acidul concentrat trebue vărsat în vine subţiri în multă apă sau în acid diluat şi nu invers, deoarece altfel amestecul împroaşcă violent.

Tabela 1. Greutatea relativă şi titlul acidului sulfuric diluat [1]) la 15°/4° [2])

Greut. rel. la 15°/4° [2]) (vid)	Grade Bé (raţion.)	Grade Twaddle	100 p. gr. corespund pt. acidul chimic pur la			Greut. rel. la 15°/4° [2]) (vid)	Grade Bé (raţion.)	Grade Twaddle	100 p. gr. corespund pt. acidul chimic pur la		
			SO_3 %	H_2SO_4 %	acid de 60° Bé %				SO_3 %	H_2SO_4 %	acid de 60° Bé %
1,000	0	0	0,07	0,09	0,12	1,475	46,4	95	46,83	57,37	73,51
1,025	3,4	5	3,07	3,76	4,82	1,500	48,1	100	48,73	59,70	76,50
1,050	6,7	10	6,02	7,37	9,44	1,525	49,7	105	50,66	62,06	79,52
1,075	10,0	15	8,90	10,90	13,96	1,550	51,2	110	52,46	64,26	82,34
1,100	13,0	20	11,71	14,35	18,39	1,575	52,7	115	54,32	66,53	85,21
1,125	16,0	25	14,42	17,66	22,63	1,600	54,1	120	56,09	68,70	88,00
1,150	18,8	30	17,07	20,91	26,79	1,625	55,5	125	57,84	70,85	90,74
1,175	21,4	35	19,69	24,12	30,90	1,650	56,9	130	59,45	72,82	93,29
1,200	24,0	40	22,30	27,32	35,01	1,675	58,2	135	61,29	75,08	96,16
1,225	26,4	45	24,88	30,48	39,05	1,700	59,5	140	63,00	77,17	98,89
1,250	28,8	50	27,29	33,43	42,84	1,725	60,6	145	64,78	79,36	101,69
1,275	31,1	55	29,62	36,29	46,50	1,750	61,8	150	66,58	81,56	104,52
1,300	33,3	60	31,99	39,19	50,21	1,775	63,0	155	68,60	84,02	107,62
1,325	35,4	65	34,35	42,08	53,92	1,800	64,2	160	70,96	86,92	111,32
1,350	37,4	70	36,58	44,82	57,43	1,825	65,25	165	74,29	91,00	116,61
1,375	39,4	75	38,75	47,47	60,83	1,8405	65,9	168	78,33	95,35	122,96
1,400	41,2	80	40,91	50,11	64,21	1,8410	—	—	78,69	96,98	123,45
1,425	43,1	85	42,96	52,63	67,44	1,8400	—	—	80,59	98,72	126,44
1,450	44,8	90	44,92	55,03	70,52	1,8385	—	—	81,08	99,31	127,35

[1]) După Blücher-Lange, l. c. — [2]) Acid la 15°, raportat la apă de 4°.

Pt. conversiunea dela 15°/4° la 20°/4° se micşorează greutăţile relative ca mai jos:

Greutatea relativă	de împărţit prin
1,025	1,0014
1,075	1,0020
1,150	1,0027
1,225—1,840	1,0030

Concentraţia acidului diluat se exprimă prin greut. spec., conţinutul de H_2SO_4 sau SO_3, grade Baumé (Bé) sau (în Anglia) grade Twaddle (conv. în anexă). Din acidul sulfuric diluat nu se desvoltă la fierbere decât abur, astfel încât concentraţia lui creşte.

Acidul sulfuric brut conţine ca impurităţi de ob. arsen (< 0,1%), oxizii azotului (acid azotos, azotic) urme de metale (plumb, fier etc.); afară de aceasta, e colorat în brun prin substanţe organice descompuse (praf).

[1]) Bibliografie: Landolt-Börnstein, Phys.-Chem. Tabellen, ed. a 5-a, Berlin 1923/1927, Springer. — Domke şi Reimerdes, Handbuch der Aräometrie. — Blüchers Auskunftsb. f. d. chem. Industrie, Berlin şi Leipzig 1938, de Gruyter. — Ullmann, Enzykl. der techn. Chemie, Berlin-Wien, Urban & Schwarzenberg. — O. Jordan, Chem. Technologie der Lösungsmittel, Berlin 1932, Springer.

Scanned with OKEN Scanner

2. **Acidul sulfuros,** SO_2, anhidridă sulfuroasă. Un gaz incolor, temperatura critică 155,4°, presiunea critică 78,9 kg/cm². Are miros înțepător. Punctul de fierbere — 10°, cel de topire — 73°, greutatea specifică în stare lichidă 1,38 kg/dm³ la 20°, greutatea relativă 2,264 (aer = 1). Apa disolvă la 0° 80 p. vol. SO_2, la 20°, 40 p. prin formare parțială de H_2SO_3. Greutatea specifică a soluției apoase la 15° și 5% e 1,025, la 10% e 1,05 kg/dm³. Tab. pentru vaporii saturați ai acidului sulfuros în p. 579; cp. și p. 538 și p. 546, vol. IV, secț. Tehnica frigorifică.

3. **Acidul clorhidric,** HCl (acidum muriaticum); e un gaz incolor, cu miros înțepător; în aer umed formează ceață. Punctul de fierbere — 83°, cel de topire — 111°; greutatea specifică în stare lichidă (anhidru) la 0° e 0,908 kg/dm³, greutatea relativă e 1,264 (aer = 1). Apa disolvă la 15° cca 450 p. vol. de gaz de HCl. Un punct de fierbere constant nu-l are decât acidul cu o concentrație de 20% (110°); acizii diluați desvoltă mai întâi vapori de apă; cei concentrați, gaz de HCl. Acidul brut (tehnic) e colorat de clorura de fier, în galben, și mai conține de obiceiu arsen, acid sulfuric, clor, selen (rezidiu roșu). Cp. și pp. 538 și 546.

Tabela 2. Greutatea relativă și titlul acidului clorhidric diluat la 15°/4° [1])

Gr. rel. 15/4° [1])	Grade Bé	Grame HCl în 100 g	Grame HCl în 100 cm³	Gr. rel. 15/4°	Grade Bé	Grame HCl în 100 g	Grame HCl în 100 cm³
1,02	2,7	4,13	4,2	1,12	15,4	23 82	26,7
1,04	5,4	8,16	8,5	1,14	17,7	27,66	31,5
1,06	8,0	12,19	12,9	1,16	19,9	31,52	36,6
1,08	10,6	16,14	17,4	1,18	22,0	35,39	41,8
1,10	13,0	20,01	22,0	1,20	24,0	39,11	46,9

[1]) Acid de 15°, raportat la apă de 4°.

4. **Acidul azotic,** HNO_3 (acidum nitricum), numit și apă „tare" (separarea aurului și argintului). Acidul de concentrația de 68%, fierbe constant la 121°; cel de concentrație mai mare desvoltă la fierbere în esență vapori de acid; cel mai slab își mărește concentrația. Acidul cu concentrația de 100% are punctul de fierbere 86°, punctul de fuziune — 41,3° greutatea specifică 1,52 kg/dm³ la 15°. Acidul azotic comercial are o concentrație de 65%, greutatea specifică 1,4 kg/dm³. Acidul azotic fumant de culoare roșie, conține oxizi de azot în soluție, greutatea specifică cca 1,5 kg/dm³. Ultimul, cum și acidul azotic comun, distrug substanțele organice; în stare concentrată aprind lemnul, paiul și alte substanțe ușor inflamabile; vaporii sunt toxici. Amestecat cu acid sulfuric de concentrația de 10%, se vinde în comerț sub numirea de *acid nitrant* sau *acid mixt*.

Tabela 3. Greutatea relativă și titlul acidului azotic diluat la 15°/4° [1])

Greut. rel. la 15°/4° [1]) (vid)	Grade Bé	100 p. gr. conțin N_2O_5	100 p. gr. conțin HNO_3	Greut. rel. la 15°/4° [1]) (vid)	Grade Bé	100 p. gr. conțin N_2O_5	100 p. gr. conțin HNO_3
1,010	1,4	1,62	1,90	1,375	39,4	51,69	60,30
1,050	6,7	7,71	8,99	1,400	41,2	55,97	65,30
1,100	13,0	14,67	17,11	1,425	43,1	60,84	70,98
1,150	18,8	21,29	24,84	1,450	44,8	66,24	77,28
1,200	24,0	27,74	32,36	1,475	46,4	72,39	84,45
1,250	28,8	34,13	39,82	1,500	48,1	80,65	94,09
1,275	31,1	37,41	43,64	1,505	48,4	82,63	96,39
1,300	33,3	40,71	47,49	1,510	48,7	84,09	98,10
1,325	35,4	44,17	51,53	1,515	49,0	84,92	99,07
1,350	37,4	47,82	55,79	1,520	49,4	85,44	99,67

[1]) Acid de 15°, raportat la apă de 4°

Apa regală: Amestec de acid clorhidric și acid azotic în proporția de 4 : 1; din cauza conținutului de clor liber, disolvă aurul și platina (dar argintul nu). Conversiunea în grade Twaddle în Anexă.

5. **Acidul fluorhidric**, H_2F_2, punctul de topire — 92°, cel de fierbere + 19,5°, greut. specifică la 13° (lichid) e 0,99 kg/dm³. Acidul anhidru fumegă în aer și e foarte higroscopic. Vaporii, cum și acidul diluat, atacă violent pielea și provoacă răni dureroase; protecția prin mănuși de cauciuc. Acidul fluorhidric comercial conține normal 40% H_2F_2 și are greut. specifică 1,130 kg/dm³; cel cu 30% concentrație, greut. specifică 1,104 kg/dm³, cel cu 50% 1,157 kg/dm³ la 20°.

Utilizat în mare parte la gravarea sticlei. Acidul pur descompune uniform sticla și lasă pe suprafață adâncituri clare. Gravuri mate se provoacă printr'un amestec de fluoruri (fluorură de calciu) și acid sulfuric concentrat, sau de fluoruri alcaline cu acid clorhidric și sulfat de bariu (cerneală de gravat sticla). Acidul fluorhidric se păstrează în vase de parafină, ebonită sau platină.

6. **Acidul cromic**, CrO_3, trioxid de crom, anhidridă cromică. Cristale mici prismatice, cărămizii; punctul de topire 190°; încălzit peste această temperatură, în parte se descompune și în parte se volatilizează. Cristalele se topesc în aer umed formând un lichid portocaliu și de reacțiune puternic acidă. Trioxidul de crom oxidează puternic (stropind eter sau alcool pe anhidridă, se autoaprinde).

Acidul cromic pur abia se întrebuințează; cu un adaus de acid sulfuric, ca soluție apoasă, se utilizează la elementele galvanice zinc-cărbune-acid cromic. Distruge pielea (o colorează în brun și o sbârcește). E foarte otrăvitor. Compușii cromului (aspirați sub formă de praf) distrug membrana nasului și membranele mucoase; de aceea la prelucrarea țesăturilor mordate cu crom trebue o ventilație eficace.

7. **Acidul carbonic** (bioxid de carbon) CO_2; un gaz neutru neinflamabil, incolor și fără miros; temperatura critică 32°; presiunea critică 77 kg/cm²; coeficientul de dilatare (lichid) 0,003 82; punctul de fierbere — 79°; greut. relativă 20°/4° (lichid) 0,766. 1 kg CO_2 lichid are 509 l gaz; 1 l CO_2 lichid are 462 l gaz. 1 l CO_2 gazos are 1,977 g, greut. relativă 1,53 (aer = 1). Apa disolvă la 0° 1,71, la 10° 1,19, la 20° 0,88, la 50° 0,44 vol. CO_2. Volumul la diferite temperaturi și presiuni în p. 581, greut. specifică în pp. 538, 546, 281 și 790 ș. u.; căldura de vaporizare pp. 538, 578 ș. u. și 581. Cp. și secția Tehnica frigorifică, vol. IV.

8. **Acidul formic**, H · COOH (acidum formicicum); un lichid slab fumegător, cu miros înțepător; punctul de fierbere 100,6°; cel de topire + 8,4°. Acidul anhidru atacă pielea. Vaporii sunt inflamabili.

Acidul diluat în apă are greutatea relativă la 20°/4°:

% acid	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
greut. relativă	1,002	1,0118	1,0247	1,0490	1,0730	1,0968	1,1208	1,1428	1,1656	1,1861	1,2045	1,2188

Sărurile acidului formic se utilizează la călirea fierului.

9. **Acidul acetic**, CH_3 · COOH (acidum aceticum); incolor, cu miros înțepător. Concentrat, are punctul de fierbere 118°, cel de topire 16,7°, greut. specifică 1,049 (20°). Acidul de 99...100% se numește *acid acetic glacial* (cu efect mordant). Determinarea titlului în soluție apoasă întâmpină greutăți, deoarece greutatea specifică se ridică mai întâi și pe urmă se micșorează (tabela 4).

Tabela 4. Greutatea relativă și titlul acidului acetic apos la 15°

Gr. rel. kg/dm³	%	Gr. rel. kg/dm³	%	Gr. rel. kg/dm³	%	Gr. rel. kg/dm³	%	Gr. rel. kg/dm³	%
1,0007	1	1,0350	25	1,0615	50	1,0746	75	1,0660	95
1,0067	5	1,0412	30	1,0653	55	1,0748	77	1,0604	98
1,0142	10	1,0470	35	1,0685	60	1,0748	80	1,0580	99
1,0214	15	1,0523	40	1,0712	65	1,0739	85	1,0553	100
1,0284	20	1,0571	45	1,0733	70	1,0713	90		

Scanned with OKEN Scanner

Dacă la determinarea greut. spec. cu areometrul se găsește o valoare care corespunde la două concentrații, se amestecă cu puțină apă și se măsoară din nou greut. spec.: dacă a crescut, prima valoare corespunde concentrației mai mari de acid, dacă a scăzut, celei mai mici.

Anhidrida acetică, $(C_2H_3O)_2O$, e un lichid de mare mobilitate cu miros înțepător, greut. specifică 1,0876 kg/dm³ la 15°/4° și punctul de fierbere 140°.

B. Baze

1. Soda, Na_2CO_3, carbonat de sodiu; dacă conține apă, se numește sodă cristalină; cristalizează cu 10 mol. $H_2O = 63\%$ apă (de aceea e improprie pentru transportul la mare distanță) și formează cristale mari incolore de greut. spec. 1,446 kg/dm³ la 17°, cari se descompun la aer și se topesc la 34°. După Löwel, soda se disolvă cum urmează, în grame în 100 p. greut. apă, la:

Grade	0	10	15	20	25	30	38	104
Na_2CO_3 calcinat	6,97	12,06	16,20	21,71	28,50	37,24	51,67	45,47
$Na_2CO_3 + 10\,H_2O$	21,33	40,94	63,20	92,82	149,13	237,64	1142,17	539,63

Deci solubilitatea crește până la 38° și pe urmă scade.

Tabela 5. Greutatea relativă și titlul soluțiunilor apoase de sodă la 15° (după Lunge)

Greut. specif. kg/dm³	Grade Bé	% greut.		Greut. specif. kg/dm³	Grade Bé	% greut.	
		Na_2CO_3	$Na_2CO_3 + 10\,H_2O$			Na_2CO_3	$Na_2CO_3 + 10\,H_2O$
1,007	1	0,67	1,807	1,083	11	7,88	21,525
1,014	2	1,33	3,587	1,091	12	8,62	23,248
1,022	3	2,09	5,637	1,100	13	9,43	25,432
1,029	4	2,76	7,444	1,108	14	10,19	27,482
1,036	5	3,43	9,251	1,116	15	10,95	29,532
1,045	6	4,29	11,570	1,125	16	11,81	31,851
1,052	7	4,94	13,323	1,134	17	12,43	33,600
1,060	8	5,71	15,400	1,142	18	13,16	35,493
1,067	9	6,37	17,180	1,152	19	14,24	38,405
1,075	10	7,12	19,203				

Soluțiunile de sodă dau reacțiuni alcaline și saponifică, adică disolvă grăsimile animale; de aceea se utilizează la degresat și spălat.

Soda săracă în apă (cu 1 mol H_2O) se vinde sub formă de praf fin; în Anglia se numește cristal carbonate. De obiceiu soda se vinde în stare calcinată (anhidră) albă; în formă de praf, se topește la 853°; se disolvă în apă încet și cu încălzire slabă, cum arată tabela. Se deosebește (după procedeul de fabricare) sodă Leblanc și sodă amoniacală (Solvay). Prima se numește sodă calcinată I de concentrație 98...99% și se numește în Anglia alcali de 58% (raportată la Na_2O); ea conține ca impuritate de obiceiu cca 1% sulfat și câte 0,1% sulfit, tiosulfat, sare de bucătărie și apă. Soda amoniacală e foarte curată (cca 99%) și conține ca impuritate, în esență numai 0,5...1% sare de bucătărie.

Trona e o sodă naturală, cu până la 35% bicarbonat de sodiu, precum și sare de bucătărie, sare Glauber (sulfat de sodiu) și apă.

Notarea concentrației sodei comerciale e foarte variată: în Germania se calculează după procente Na_2CO_3. In Anglia se indică în grade după Gay-Lussac, adică % Na_2O sau mai des în grade engleze sau grade Newcastle, cari se raportează tot la % Na_2O, dar ca bază se ia echivalentul inexact (și anume jumătatea mol) 32 în loc de 31. In Franța se utilizează gradele Descroizilles și anume cantitățile de acid sulfuric, neutralizate de 10 p. sodă, sau se calculează în procente NaOH. Rapoartele dintre notările mai frecvente ale gradelor sunt:

Grade Gay-Lussac	Grade germane Na_2CO_3	Grade engleze Na_2O	Grade Descroizilles H_2SO_4	Grade NaOH
1	1,71	1,01	1,58	1,29

2. Potasa, K_2CO_3, carbonat de potasiu, carbonat de potasiu secundar. Această sare asemănătoare cu soda se disolvă ușor în apă și cristalizează

Scanned with OKEN Scanner

numai din soluţii foarte concentrate sub forma de $2 K_2CO_3 + 3 H_2O$ cu greut. spec. de 2,043 kg/dm³; e higroscopică. Soluţiile potasice sunt mai alcaline decât cele sodice. Cristalele se topesc la încălzire şi pierd complet apa de cristalizare la temperatura de 135°; potasa obţinută prin această calcinare se topeşte numai la 890° şi are greut. spec. 2,29 kg/dm³. Solubilitatea raportată la potasă anhidră e:

Temperatura	0	20	50	100	135°
g K_2CO_3 în 100 g H_2O	90	112	121	156	205

Tabela 6. Greutatea relativă şi titlul soluţiunilor apoase de potasă la 15° (după Lunge)

Gr.spec.[kg/dm³]	1,007	1,037	1,075	1,116	1,162	1,210	1,263	1,320	1,383	1,453	1,530	1,563
Grade Be . . .	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	52
K_2CO_3 . . [%]	0,7	4,0	8,1	12,4	17,0	21,6	26,6	31,6	37,0	42,8	48,9	51,3
1 l soluţie conţine K_2CO_3 . . [g]	7	41	87	138	198	261	336	417	512	622	748	802

Soluţia apoasă concentrată e uleioasă-vâscoasă, numită în trecut, după preparare (prin arderea tartratului de potasiu), uleiu tartric.

3. **Soda caustică**, NaOH, hidrat de sodiu; foarte higroscopică. Anhidră, se topeşte la 318°. In comerţ, în bare solide sau în bucăţi în butoaie de fier lipite (sodă de butoiu). Se vinde în Germania după concentraţia în procente de Na_2CO_3, în Anglia în procente de Na_2O; soda caustică de 100% NaOH se notează deci în Germania cu 132,5%, în Anglia cu 77,5% (în Franţa = 122,5 grade Descroizilles). Se disolvă uşor în apă (la 20°, 109 părţi; la 80°, 313 părţi), desvoltând multă căldură. Greutatea specifică a soluţiunilor apoase la 15°, în tabela 7:

Tabela 7. Greutatea relativă şi titlul soluţiunilor apoase de sodă caustică la 15°

Gr.spec.[kg/dm³]	1,007	1,037	1 075	1,116	1,162	1,210	1,263	1,320	1,383	1,453	1,530
Grade Be . . .	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Na_2O . . [%]	0,47	2,60	5,08	7,80	11,14	14,40	18,35	22,35	27,10	32,10	38,00
NaOH . . [%]	0,61	3,35	6,55	10,06	14,37	18,58	23,67	28,83	34,96	41,41	49,02

Soluţiunile concentrate atacă substanţele organice (piele, lemn, plută etc.) Soda caustică tehnică conţine impurităţi (sare de bucătărie, sodă, fier, sulfat). Soda caustică solidă, cum şi soluţiunile ei absoarbe vehement acidul carbonic formând carbonaţi.

4. **Potasa caustică**, KOH, hidrat de potasiu; seamănă în toate proprietăţile cu soda caustică; solubilitatea e puţin mai mare (la 20° cca 130 p. greut. la 100 apă). Are causticitate mai mare decât hidratul de sodiu.

Tabela 8. Greutatea relativă şi titlul soluţiunilor apoase de potasă caustică la 15° (după Lunge)

Gr.spec.[kg/dm³]	1,007	1,037	1,075	1,116	1,162	1,210	1,263	1,320	1,383	1,453	1,530	1,615
Grade Be . . .	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
K_2O . . . [%]	0,7	3,8	7,7	11,6	15,6	19,6	23,5	27,5	31,8	36,5	41,5	47,0
KOH . . [%]	0,9	4,5	9,2	13,8	18,6	23,3	28,0	32,7	37,8	43,4	49,4	55,9

5. **Varul caustic**, CaO, var ars, oxid de calciu; se obţine prin ardere (la minimum 850°) din marmoră, calcar, cretă. In stare pură e o masă albă, poroasă, de greut. spec. 3,2...3,3 kg/dm³; temperatura de topire cca 3000°. Se combină cu apa, desvoltând căldură, dând hidrat de calciu $Ca(OH)_2$. Acesta se disolvă puţin în apă (la 18° 1 p. greut. în 780 apă, la 100° 1 p. greut. în 1280 apă) cu reacţiune alcalină puternică (apă de var); soluţiunile se tulbură la aer prin absorbire de acid carbonic (identificarea CO_2). Utilizarea varului în construcţii v. „Mortare“, p. 892 ş. u.

6. Amoniacul, NH_3. Gaz incolor; punctul de fierbere — 33,5° (la pres. de 760 mm); cel de topire — 75°. Temp. critică + 132°; presiunea critică 114 kg/cm². Greut. spec. a amoniacului lichid (anhidru) 0,63 kg/dm³ la 0°; 0,54 la 60°; are deci o mare dilataţie termică. 1 l gaz de amoniac cântăreşte la 0° şi 760 tor (= mm col. Hg) 0,771 g; la 15° vaporii amoniacului au o presiune de 7,4 kg/cm². Amestecurile amoniac-aer cu 17...27% amoniac sunt explozive. Tabela cu datele vaporilor de amoniac în p. 580. Apa absoarbe vehement gazele de amoniac cu încălzire şi mărirea volumului; absoarbe un volum de gaz de 1000 ori mai mare (p. 540), formând şi hidrat de amoniu; soluţiunea are o reacţiune puternic alcalină.

Soluţiunea apoasă (numită amoniac caustic, liquor ammonii caustici) conţine 30...33% p. greut. NH_3. „Amoniacul glacial" e o soluţie apoasă cu 35% NH_3 (cp. şi Tehnica frigorifică, vol IV.).

Tabela 9. Greutatea relativă şi titlul soluţiunilor de amoniac la 15°

Greut. specif. kg/dm³ la 15°	100 g soluţie conţin g NH_3	100 cm³ soluţie conţin g NH_3	Greut. specif. kg/dm³ la 15°	100 g soluţie conţin g NH_3	100 cm³ soluţie conţin g NH_3	Greut. specif. kg/dm³ la 15°	100 g soluţie conţin g NH_3	100 cm³ soluţie conţin g NH_3
0,990	2,31	2,29	0,950	12,74	12,10	0,910	24,99	22,74
0,980	4,80	4,70	0,940	15,63	14,69	0,900	28,33	25,50
0,970	7,31	7,09	0,930	18,64	17,34	0,890	31,75	28,26
0,960	9,91	9,51	0,920	21,75	20,01	0,882	34,95	30,83

Leşia decolorantă în p. 997.

C. Săruri

1. Ţipirigul, NH_4Cl, clorură de amoniu. O sare incoloră, inodoră, cu gust înţepător. Greut. spec. 1,52 kg/dm³. Incălzit uscat, sublimează fără a se topi, aproape de incandescenţa roşie; se evaporează însă încet dela 100°. In apă se disolvă vehement cu scădere de temperatură. 100 p. apă disolvă la 10° 33, la 100° 75 p. ţipirig. Puţin otrăvitor. Utilizarea: ca sare pentru elementele galvanice şi la lipit (deoarece la temperaturi mai înalte disolvă oxizii metalici).

2. Salpetrul. De obiceiu se înţelege prin el azotatul de potasiu KNO_3; cristale incolore de greut. spec. 2,11 kg/dm³ la 16°; punctul de topire la 337°. In schimb, salpetrul de Chile e azotat de sodiu (salpetru cubic); e higroscopic; de aceea nu e potrivit pentru prepararea ierbii de puşcă. Greut. spec. 2,265 kg/dm³ la 15°, punctul de topire 308°. Un amestec de 54,5 p. greut. KNO_3 şi 45,5 p. greut. $NaNO_3$ se topeşte deja la 218° (eutectic). Solubilitatea ambelor salpetre v. tabela 10:

Tabela 10. In 100 p. greutate apă se disolvă la

Temperatura°	0	10	20	30	50	80	100	114	119
p. gr. KNO_3	13,3	21,0	31,4	45,9	86,0	172	247	284	
p. gr. $NaNO_3$	73	80,5	88	96,2	114	148	175,5		209

3. Tiosulfatul de sodiu, $Na_2S_2O_3 + 5\,H_2O$, hiposulfit de sodiu. Cristale incolore (colorarea în roz indică arsen) cari se degradează în aer la 33° şi se topesc la 48°; greut. spec. 1,734 kg/dm³. La 215°, sarea devine

Scanned with OKEN Scanner

anhidră; la 223° se descompune. Se disolvă uşor în apă cu o uşoară răcire. 100 p. greut. apă disolvă la

temperatura	0	10	20	50	80	100 °
	52	61	70	170	248	266 p. greut. sare anhidră

Serveşte ca anticlor la vopsirea şi înălbirea textilelor, pt. înlăturarea clorului şi ca sare de fixat (fotografie) pt. disolvarea restului de argint halogen din stratul sensibil la lumină.

Un adaus de acid descompune soluţiile cu eliminarea sulfului.

4. **Clorura de var**, var decolorant; se obţine prin efectul clorului asupra varului stins; e un produs neunitar din punct de vedere chimic. E un amestec de hipoclorit de calciu $Ca(OCl)_2$, clorură de calciu, var caustic şi puţină apă, formeazând un praf alb cu miros de acid hipocloros şi clor, care se descompune încet în vase închise, mai repede la aer prin efectul apei şi al acidului carbonic, masa devenind pastoasă. Clorura de var comercială conţine 35...40% clor activ. Preţul clorurii de var se determină după % greut. clor sau după gradele Gay-Lussac, cari indică litrii de clor cari se pot obţine din 1 kg clorură de calciu.

Tabela 11. Date comparative după Pattinson

Grade după Gay-Lussac	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	127
% clor activ . . .	20,65	22,24	23,83	25,42	27,01	28,60	30,19	31,78	33,36	34,95	36,54	38,13	39,72	40,36

Soluţia apoasă e incoloră şi are gust amar; limita gustului e la 1 p. clorură de var, 1,5...2 milioane p. greut. apă. Utilizarea: pt. decolorare, desinfectare, prepararea cloroformului.

5. **Leşia decolorantă** e o soluţie în esenţă de hipoclorit de sodiu în apă. Se obţine din sare de bucătărie prin electroliză sau un adaus de sodă la o soluţie de clorură de var (precipitarea varului) şi se numeşte adesea Eau de Javelle (propriu zis o soluţie de hipoclorit de potasiu).

6. **Sarea de cementare.** Prin aceasta se înţelege de cele mai multe ori ferocianura de potasiu $K_4Fe(CN)_6$. Se căleşte cu ea fierul la suprafaţă, arzându-o în foc deschis (suprafaţa se îmbogăţeşte în carbon).

De multe ori se utilizează în acest scop şi amestecuri, de ex. pt. fier: 88 p. sare de bucătărie, 9 cianură de potasiu, 1 bicromat de potasiu, 1 salpetru de potasiu şi 1 praf de sticlă, sau pt. oţel un amestec conţinând: 24 p. cărbune de lemn, 4 aşchii de corn, 7 cleiu, 10 salpetru de potasiu şi 55 p. sare de buc., ca şi unsori grase etc.

7. **Sticla solubilă** (p. 913) se disolvă încet în apă rece, mai repede în apă fierbinte. Soluţiile de sticlă solubilă se descompun hidrolitic şi dau deci reacţiune alcalină. Soluţiile comerciale, numite „sticlă solubilă" au de obiceiu greutatea specifică 1,3 (38 grade); sunt neutre (cu $Na_2O : SiO_2 = 1 : 3,3$) sau alcaline (1 : 2).

Sticla solubilă solidă, în comerţ „alkasil", e un monosilicat de potasiu şi sodiu $K\,Na\,Si\,O_3 \cdot 9\,H_2O$). Soluţiile de sticlă solubilă se păstrează fără accesul aerului, spre a evita absorbirea acidului carbonic, care poate provoca o gelatinizare. La încălzire, soluţiunile gelatinizate devin din nou fluide.

D. Substanţe organice

1. **Carbidul.** Se înţelege prin această numire totdeauna carbura de calciu CaC_2. In stare pură, carbidul e incolor, transparent, cristalin, de greutatea specifică 2,22 kg/dm³ la 18°. Carbidul tehnic (85...90%) e

Scanned with OKEN Scanner

de culoare cenușie și conține 5...10% var (CaO), cărbune și alte impurități. Cu apă, desvoltă acetilenă, liberând multă căldură. 1 kg carbid tehnic trebue să dea cu apă minimum 300 litri acetilenă (carbid pur 349 litri).

2. **Acetilena,** C_2H_2. Greutatea relativă 0,906, raportată la aer. La 0° și sub presiunea de 21,5 kg/cm² devine lichidă. Gazul pur are un miros slab; mirosul neplăcut și vătămător se datorește diferiților compuși fosforoși și sulfuroși, impurități cari se găsesc totdeauna în produsul tehnic.

Inlăturarea prin epuratoare, de ex. acagin (amestec de clorură de calciu și cromat de plumb), heratol (pământ infuzoriu îmbibat cu acid cromic), francolin (pământ infuzoriu îmbibat cu clorură cuproasă disolvată în acid clorhidric). La presiunea normală, acetilena, fără aer nu e periculoasă, dar la presiunea de 3 kg/cm² și la temperaturi mai înalte, sau mai ales în stare lichidă, chiar și cauze mici pot provoca explozii periculoase. Gazul formează cu aerul în 3...80% amestecuri foarte explozive. Acetilena se disolvă într'un volum aproape egal de apă, mai puțin în soluții de săruri; e foarte solubilă în acetonă (la 15° de 25 ori, la — 80° de 2000 ori volumul); astfel de soluții nu sunt explozive.

Pentru utilizarea în tehnică, acetilena se umple sub presiunea de 15 kg/cm² în butelii de oțel, cari conțin o masă poroasă îmbibată cu acetonă (g a z - d i s s o u s). O butelie de 40 litri se umple astfel cu 5,5 m³ acetilenă, greutatea 84 kg. Puterea calorifică inferioară (*Pci*) a gazului e 13 600 kcal/m³. Temperatura flacării aeroacetilenice e de cca 1900°, a flacării oxiacetilenice crește până la 2700°. Ultima se întrebuințează la tăierea autogenă a fierului și în sudura oxiacetilenică (cp. vol. II., secț. Mașini unelte, Procedee de sudură).

Acetilena arde cu flacără deschisă luminoasă, cu funingine; formarea funinginii se poate evita prin becuri corespunzătoare. Fluxul de lumină al acetilenei e de 15 ori mai mare decât al gazului de huilă la același volum. (Cp. vol. II. Lumină, Lămpi și iluminat).

3. **Aldehida formică,** HCHO, metanal, formalină, formol, aldehidă metilică. Un gaz cu miros înțepător, care irită puternic organele respiratorii. Punctul de fierbere — 21°, cel de topire — 92°, greutatea specifică în stare lichidă, la — 21°, 0,8153 kg/dm³. Se polimerizează ușor și pe urmă se solidifică. Apa absoarbe aldehida formică până la 52%; soluție apoasă cu 40% vol. (36% greut.), ca formalină sau formol în comerț, conține 12...15% alcool metilic pentru împiedicarea separării substanțelor polimere. Utilizarea: în industria chimică și ca desinfectant.

4. **Alcoolul metilic,** CH_3OH, metanol. spirt de lemn, alcool de lemn, carbinol. Punctul de fierbere 65°; cel de congelare — 97°, Căldura specifică, între 10 și 15°, 0,586 kcal/kg. Greutatea specifică 0,80 kg/dm³ la 15° (v. tab. 16, Solvenți organici, p. 1002). Ușor inflamabil. Cu apa se amestecă în orice proporție. Foarte otrăvitor. In stare pură are mirosul slab al alcoolului etilic. Se vinde ca spirt de lemn brut cu 80% vol. și conține substanțe străine mai des acetonă, alcool etilic și „uleiuri de lemn" (cetone cu punct de fierbere mai înalt).

Tabela 12. Greutatea specifică a amestecurilor alcool metilic-apă

% greut. alcool metilic	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Greut. specifică la 15,56° kg/dm³ .	0,983	0,968	0,954	0,937	0,919	0,898	0,875	0,850	0,824	0,796

5. **Alcoolul,** C_2H_5OH, alcool etilic, spirt, spirt de vin. Incolor, aproape fără miros, cu gust arzător. Punctul de fierbere 78,3°; cel de congelare — 112°. Greutatea relativă la 15°, raportată la apă de 15°, e 0,794. Căldura specifică 0,59 kcal/kg (v. tab. 16, Solvenți organici, p. 1002). Are o capacitate mare de absorpție pentru apă, cu care se amestecă în orice proporție, desvoltând căldură și provocând o micșorare a volumului. Se poate amesteca și cu eter, glicerină, cloroform

ș. a. Foarte inflamabil. Băut concentrat, e otrăvitor. Tabela punctelor de congelare ale alcoolului apos în p. 539, Alcoolul drept carburant în p. 616 ș. u.

Tabela 13. Greutatea specifică și proporțiile de amestec ale alcoolului apos la $15^{5}/_{9}$° (după Brix)

Gr. spec. [kg/dm³]	0,999	0,993	0,987	0,981	0,976	0,971	0,966	0,959	0,952	0,944
100 p.vol. conțin p.vol. alcool	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45
100 p.vol. conțin p.vol. apă	99,06	95,31	90,71	86,19	81,71	77,23	72,71	68,11	63,41	58,59
Gr. spec. [kg/dm³]	0,934	0,924	0,913	0,902	0,890	0,877	0,864	0,850	0,834	0,816
100 p.vol. conțin p.vol. alcool	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
100 p.vol. conțin p.vol. apă	53,70	48,72	43,66	38,56	33,38	28,14	22,82	17,42	11,88	6,15

Impărțind p. vol. ale alcoolului cu greutatea specifică respectivă și înmulțind cu 0,7946, se obțin p. gr. ale alcoolului respectiv.

6. **Glicerina**[1]: $C_3H_5(OH)_3$ (p. 536). In stare pură, un lichid dulceag, incolor, vâscos, de greutatea specifică 1,26 kg/dm³ la 15°(= 30° Bé); coeficientul de dilatare cubică 0,00049; la 0° glicerina anhidră cristalizează treptat [amestecurile glicerină-apă se solidifică mult sub 0°: glicerina de 10% greut. la — 10°; 20% la — 2,5°, 30% la — 6,2°, 40% la — 17,2°, 45% la — 26,2°, 50% la — 32,0°, 60% sub — 35,0°]; la 290° ea fierbe cu descompunere slabă; căldura specifică 0,55 kcal/kg°. Cu apă sau alcool se poate amesteca în orice proporție; insolubilă în eter, solvenți pentru grăsimi și în uleiuri grase; inflamabilă; foarte higroscopică. Luată în cantități mai mici, e nevătămătoare.

In comerț se deosebește: glicerină brută, glicerină pentru dinamită și glicerină chimic pură. Cea brută se numește, după fabricare, glicerină de saponificare, distilată sau alcalină; impuritățile variază după fabricare; e galbenă până la brună. Glicerina de saponificare conține numai puține substanțe străine (cca ½% cenușă bogată în calciu sau magneziu), pură e dulce. Glicerina distilată are miros neplăcut și acru înțepător (conținutul de cenușă până la 3,5%). Glicerina alcalină e cea mai impură, are gust sărat, conține 10% cenușă (sare de bucătărie, sodă etc.) și multe impurități organice (cleiu, rășină, etc.). Conținutul de glicerină în glicerina brută: 80...86%. Glicerina pentru dinamită nu conține în total mai mult de 0,35% cenușă și substanțe organice. Glicerina chimic pură poate conține maximum 0,03% cenușă și tot atâtea impurități organice.

Determinarea conținutului de glicerină într'o soluție apoasă se face fie prin greutatea specifică (cu areometrul), fie optic prin indicele de refracție.

Tabela 14. Greutatea specifică și indicele de refracție al amestecurilor glicerină-apă, după Lenz

% glicerină anhidră	Gr.spec.la 12–14° kg/dm³	Ind.de refracție la 12,5 ... 12,8°	% glicerină anhidră	Gr.spec.la 12–14° kg/dm³	Ind.de refracție la 12,5 ... 12,8°
0	1,0000	1,3330	55	1,1455	1,4079
5	1,0123	1,3392	60	1,1582	1,4140
10	1,0245	1,3454	65	1,1733	1,4231
15	1,0374	1,3520	70	1,1889	1,4321
20	1,0498	1,3585	75	1,2016	1,4395
25	1,0635	1,3652	80	1,2159	1,4467
30	1,0771	1,3719	85	1,2292	1,4540
35	1,0907	1,3785	90	1,2425	1,4613
40	1,1045	1,3860	95	1,2557	1,4686
45	1,1183	1,3935	100	1,2691	1,4758
50	1,1320	1,4007			

7. **Eterul.** Nume colectiv pentru un grup de substanțe organice asemănătoare din punct de vedere chimic. Importanță tehnică prezintă în primul rând eterul etilic (numirea comercială: eter sulfuric sau „eter")

[1]) Cp. Blüchers. Auskunftb. f. d. chem. Ind., Berlin și Leipzig 1938, de Gruyter.

$(C_2H_5)_2O$. **Proprietăți**: fluid incolor, foarte inflamabil; greutatea specifică la 0° 0,74, la 15° 0,72 kg/dm³; punctul de fierbere 34,6°; punctul de congelare —129°; punctul de topire —117°, căldura specifică 0,57 kcal/kg° (v. și tab. 16, Solvenți organici, p. 1002). Amestecurile vapori de eter-aer sunt extrem de explozive. Vaporii eterului sunt mai grei decât aerul (p. 792, tab. 7). Apa disolvă 9% eter și eterul 2% apă; se poate amesteca cu alcool. **Utilizare**: ca solvent pentru multe substanțe organice (uleiuri și grăsimi).

In comerț: Trei categorii. Cat. 1. greut. rel. 0,720; cat. 2. greut. rel. 0,72...0,722; cat. 3. greut. rel. 0,728; la 15°, raportate la apă de 15°.

8. **Acetona**, $(CH_3)_2 \cdot CO$, dimetilcetonă, spirt de oțet. Un lichid incolor, cu mirosul eterului. Temperatura de congelare —95°, căldura specifică 0,513 kcal/kg°, căldura de vaporizare pentru 1 kg 125,3 kcal (la 56,1°). Alte proprietăți fizice v. tab. 16, Solvenți organici (p. 1002). Se poate amesteca cu apă, alcool, eter și cloroform.

Tabela 15. Amestecuri acetonă-apă

% acetonă	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
greut. - vol.	0,99	0,98	0,97	0,95	0,94	0,92	0,89	0,87	0,84	0,80 kg/dm³

9. **Benzenul**, C_6H_6, benzină de huilă (p. 948). Un lichid incolor, de mare mobilitate, arde cu flacără cu fum, se solidifică la 0° și se topește la 5,4°. Se poate amesteca cu alcool, eter, acetonă etc.; în apă însă foarte puțin solubil (≈0,1%); nu poate absorbi decât cca 0,05% apă. Coeficientul de dilatare cubică 0,00123 (0...30°), căldura specifică 0,41 kcal/kg°. Celelalte proprietăți fizice v. pp. 536 și 616 și tab. 16, p. 1002. Vaporii sunt vătămători sănătății, în unele împrejurări mortali.

10. **Anilina**, $C_6H_5 \cdot NH_2$, aminobenzen, fenilamină. Un lichid uleios de culoare galbenă deschisă, care se colorează la aer în brun, de greutatea specifică 1,022 kg/dm³ (20°); punctul de fierbere 184°, punctul de congelare —6°, căldura specifică 0,52 kcal/kg° (20...50°). Coeficientul de dilatare 0,00084; inflamabilă. Se disolvă în apă până la 3%, poate absorbi cca 5% apă. Miscibilă cu alcoolul, eterul și alți solvenți. Deși are un punct de fierbere înalt, se poate distila totuși cu vapori de apă. Anilina e produsul inițial pentru mulți coloranți.

11. **Fenolul**, C_6H_5OH, acid carbolic, oxibenzen, alcool fenilic, creozot de gudron de huilă. Se obține din gudron de huilă sau sintetic, și are mirosul înțepător al carbolului; în stare pură nu are decât un miros slab. Cristalele sunt incolore sau roșietice; higroscopic, de greutatea specifică 1,066 kg/dm³ la 15°, punctul de topire 40°, punctul de fierbere 181°. Se disolvă în 15 p. greut. apă, miscibil cu alcoolul, eterul, benzenul, glicerina și grăsimile. Se vinde impur în stare lichidă sau pur în stare cristalizată. Coroziv puternic al substanțelor organice, otrăvitor, împiedecă putrezirea, antiseptic.

12. **Lizolul** e un amestec de 50% crezoli cu puncte de fierbere înalte (părți componente ale uleiurilor de gudron de huilă și de lemn) cu alcali și linoleat de potasiu. Se disolvă în apă și e desinfectant, ca și alte materiale asemănătoare. In stare concentrată e coroziv; diluat cu apă e numai slab otrăvitor.

13. **Tetraclorura de carbon**, CCl_4; tetraclormetan, perclormetan, clorură de carbon; numiri comerciale: tetra sau benzinoform. Un lichid puțin volatil, incolor, cu miros dulceag; punctul de congelare —23°, căldura specifică 0,23 kcal/kg°, căldura de vaporizare 61,95 kcal/kg°

Celelalte proprietăți fizice în tab. 16, Solvenți organici p. 1002. Nu e inflamabilă și nu formează cu aerul amestecuri explozive. In apă nu e insolubilă (0,1 %); e miscibilă cu mulți solvenți organici în orice proporție. Tetraclorura de carbon atacă slab metalele, mai ales cuprul; pentru utilizarea tehnică — în lipsa apei — aluminiul, fierul, zincul, staniul, plumbul sunt suficient de rezistente, dar mai ales oțelul cu nichel și cu crom. In prezența apei se descompune lent în acid carbonic și acid clorhidric; de aceea atacă mai tare metalele.

14. **Sulfura de carbon**, CS_2, e un lichid ușor volatil, incolor, cu mare indice de refracțiune optică. Punctul de topire — 112°, căldura specifică 0,242 kcal/kg° la 30°. Celelalte proprietăți fizice în tab. 16, solvenți organici (p. 1002). In stare pură are un miros slab dulceag, dar sulfura de carbon veche și impură are un miros foarte neplăcut. Din cauza inflamabilității ușoare, e foarte periculoasă; temperatura de autoaprindere (nu punctul de inflamabilitate) e cuprinsă între 150 și 180°, adică cu 400° mai jos (!) decât la materialele inflamabile uzuale Cu aerul formează amestecuri ușor inflamabile și explozive (conducte de aburi, paliere încălzite). Vaporii amețesc și sunt foarte otrăvitori. Sulfura de carbon e miscibilă cu alcoolul, eterul, cloroformul, benzenul etc.

15. **Parafina** ca noțiune tehnică înseamnă un amestec al hidrocarburilor alifatice saturate cu temperaturi de fierbere înalte, având formula chimică generală $C_n H_{2n+2}$, cari sunt solide la temperatura ambiantă. Se deosebește parafină tare, punctul de topire 52...58°, greut. spec. 0,90...0,915 kg/dm³ (pentru lumânări) și parafină moale, cu punctul de topire 44...48°, greut. spec. 0,88...0,89 kg/dm³. Căldura de topire 36 kcal/kg. Uleiul de parafină are greut. spec. 0,880...0,895 kg/dm³, fierbe peste 300°; coeficientul de dilatare (cubică) 0,000764. Parafinele pure sunt incolore, fără miros și fără gust; sunt atacate de acizi și de soluții alcaline.

E. Solvenți [1])

Orientare generală în tabela 16, p. 1002.

Solvenții organici aparțin mai multor grupuri chimice; sunt în general materiale ușor fluide, mai mult sau mai puțin volatile. Cei mai mulți sunt inflamabili; unii foarte inflamabili. Din punct de vedere fiziologic, vaporii au un efect vătămător asupra organelor de respirație și a pielei. Adesea capacitatea de disolvare se mărește considerabil prin amestecarea a două sau mai multe substanțe.

Solvenții cari se găsesc în comerț cu indicarea firmelor, sunt normal amestecuri de mai multe substanțe. Adesea găsim diferite observațiuni, numiri comerciale pentru aceleași materiale (v. explicațiuni în tab. 16). Chiar și cei indicați ca solubili în apă se disolvă foarte puțin în apă sau absorb apă în cantități mai mici. Gazele tuturor materialelor inflamabile formează cu aerul amestecuri explozive.

E m o l i e n ț i se numesc în multe industrii diferite materiale, dintre cari unele nici nu sunt asemănătoare cu solvenții organici. In special sunt lichidele sau solidele apropiate de solvenții organici, cari sunt foarte puțin volatile sau de loc. Acestea se adaugă solvenților la prepararea vopselelor, lacurilor, materialelor sintetice etc., spre a obține un produs final mai moale și mai elastic. Cei mai mulți emolienți sunt de asemenea inflamabili.

---

[1]) Cp. Stoffhütte, ed. a 2-a p. 817 ș. u.

Tabela 16. Solvenți

Numirea v. și în ultima coloana [1])	Formula chimică	Greutatea relativă 20/4°	Punctul de fierbere [2])	Greut. relativă a vapor. aer = 1	Volatilitatea relativă [3]) eter = 1
Acetat de amil	$C_7H_{14}O_2$	0,87	139; 135—140	4,50	13
„ „ butil-n	$C_4H_9\cdot CO_2\cdot CH_3$	0,878	125; 121—127	4,02	12
„ „ ciclohexil	$C_6H_{11}\cdot CO_2CH_3$	0,967	170—175	4,92	77
„ „ etil	$C_4H_8O_2$	0,9005	74; 74—77	3,05	2,8
„ „ glicol(mono)	$C_4H_8O_3$	1,109	182; 178—195	3,60	606
„ „ metil	$C_3H_6O_2$	0,934	57; 56—62	2,56	2,2
Acetonă	$(CH_3)_2CO$	0,792	56,1; 55—56	2.01	2
Alcool amilic	$CH_3\cdot(CH_2)_4\cdot OH$	0.82	131; 128—132	3,05	62
„ butilic-n	$C_4H_9\cdot OH$	0,805	117; 114—118	2,56	33
„ de diacetonă	$C_6H_{12}O_2$	0,931	164; 150—165	4,02	147
„ etilic	$C_2H_5\cdot OH$	0,7894	78,3	1,59	8,5
„ isopropilic	C_3H_8O	0,790	82; 80—82	2,08	21
„ metilic	CH_3OH	0,792	55; 64—65	1,11	6,3
„ propilic	C_3H_7OH	0,804	97,2; 96—98	2,08	11
Benzen	C_6H_6	0,877	80,4; 80—81	2,70	3
Benzină	C_nH_{2n+2}	0,661—0,681	67—100		3
Ciclohexan	C_6H_{12}	0,783	81	2,91	2,8
Ciclohexanol	$C_6H_{11}\cdot OH$	0,946	161; 155—165	3,46	403
Ciclohexanonă	$C_6H_{10}O$	0,950	155; 150—156	3,39	40
Cloroform	$CHCl_3$	1,489	61,2	4,14	2,5
Clorură de benzen	C_6H_5Cl	1,106	132; 130—132	3,91	13
„ „ etilen	$(CHCl)_2$	1,25	83,6; 81—87	3,43	4
„ „ metilen	$CH_2\cdot Cl_2$	1,336	41; 40—42	2.94	1,8
Decahidronaftalină	$C_{10}H_{18}$	0.890	180—190	4,78	94
Dioxan	$C_4H_8O_2$	1,033	101; 94—110	3,05	7,5
Eter etilic	$(C_2H_5)_2O$	0,7135	34,6; 34—35	2,56	1
„ de petrol	—	0,645—0,665	40—60		1
Glicol	$C_2H_4(OH)_2$	1,108	197; 191—200	2,15	2625
„ etilic	$C_4H_{10}O_2$	0,932	137; 126—138	3,12	43
„ metilic	$C_3H_8O_2$	0,967	115—130	2,62	35
Lactat de etil	$C_5H_{10}O_3$	1,031	154,5; 145—155	4 09	80
Metilciclohexanol	$C_7H_{14}O$	0,922	orto 167 166—180	3,95	807
Metilciclohexanonă	$C_7H_{12}O$	0,919	165—171	3,88	47
Petrol	—	0,76—0,86	150—300		cca 120
Sulfură de carbon	CS_2	1,263	46,3	2,64	1,8
Tetracloretan	$C_2H_2Cl_4$	1,601	145	5.81	33
Tetraclorură de carb.	CCl_4	1,594	76,8	5,33	3
Tetrahidronaftalină	$C_{10}H_{12}$	0,937	206	4,57	190
Toluen	$C_6H_5\cdot CH_3$	0,866	110,5	3,19	6
Tricloretilen	C_2HCl_3	1,468	87; 85—87	4,55	4
Uleiuri de acetonă	—		ușoare 75—125	—	—
		0,81—0,86	grele 120—150		
Uleiu de terebentină	—	0,86—0,88	160—185		cca 23
Xilen	$C_6H_4\cdot(CH_3)_2$	0.863	138; 137—139	3,67	14

[2]) Cifrele unice privesc substanțele pure, limitele, produsele tehnice.
[3]) Cifra „volatilității relative" arată, de câte ori mai mult timp necesită vola-
[4]) u i = ușor inflamabil, i = inflamabil, n = neinflamabil. Temperaturile de infla-
motorină 65...85°, păcură 110...150°. In ce privește temperaturile de autoaprindere.
și 600°; mai ales la sulfura de carbon mai joasă (170°), eter (190°), uleiu
[5]) m = miscibil cu apă în orice proporție, ins = insolubil în apă, adică solubi-
[6]) Substanțele indicate ca solubile sunt ușor solubile; în parte sunt solubile și

Notăm cu:

A gr	acizi grași
Bi	bitumen
C A	celuloze acetilice
Ca	camfor
Cau	cauciuc
Ce	ceară
Cod	colodiu
Col	mat. colorante organice
Gr	grăsimi
Gu	gutapercă

Scanned with OKEN Scanner

organici

Inflamabilitatea [4])	Solubilitatea în apă [5])	Solvenţi [6]) pentru
i	ins	Cod
i	1%	od Ul în parte R
i	ins	Nc R Ul
i	8%	Cod Gr Ul R
i	m	Nc C A Ul et
i	cca 25%	Nc C A R Ul Gr (Surogat de acetonă)
u i	m	Nc C A R Ul Gr
i	3%	Ul Gr în parte R
i	8%	Ul Gr în parte R
i	m	Nc C A
i	m	Ric Agr Col
i	m	Ul Gr R Col
i	m	Nc Col
i	m	R în parte Ul
u i	ins	Ul Gr Pa Gu Ca Cau Ln Smoală
u i	ins	Pa Ul Gr
i	ins	Ul Gr Cau Bi Ce
i	3%	Ul Gr R Cau
i	8%	Cod C A R Gr
i	ins	Ul Gr Bi R Cau Gu
i	2%	Ul Gr R Cau
greu i	2%	Ul Gr R Cau
n	2%	Ul Gr R Ln Bi Smoală
i	ins	Ul Gr R Cau Ln
i	m	Nc C A Ul Gr R Ul et
u i	7%	Ul Gr (+ alcool : Cod)
u i	ins	Pa Gr Ul
i	m	Col
i	m	Nc C A Ul et
i	m	Nc C A Ş
i	m	Nc C A
i	ins	Ul Gr R Cau
i	ins	Cod C A R Gr
i	ins	Pa Gr Ul min
u i	ins	Ul Gr Ce R Cau Gu C A Gudron
i	ins	Ul Gr Celit
i	ins	Ul Gr Ce Bi R Smoală
i	ins	Ul R Gr Cau Ln
i	ins	Ul Gr Pa Gu Ca Ln Smoală
i	ins	Ul Gr R Bi Smoală
i	puţin	R Bi Smoală
u i	ins	Ul Gr Pa R
i	ins	Ul Gr Pa Gu Ca Ln Smoală

1) In tabelă se indică numirile exacte sau uzuale; celelalte numiri sau abreviaţiuni uzuale pentru substanţele indicate în tabelă sunt următoarele:

Numiri duble pentru solvenţi indicate în tabelă

(în parte numiri comerciale înregistrate)

acetat de adronol	= acetat de ciclohexil
„ „ ciclohexanol	= „ „ „
„ „ hexalină	= „ „ „
alcool	= alcool etilic
anol	= ciclohexanol
anon	= ciclohexanonă
benzinoform	= tetraclorură de carb.
butanol	= alcool butilic
carbinol	= „ metilic
catarină	= tetraclorură de carb.
decalină	= decahidronaftalină
eter	= eter etilic
eter acetic, ester acetic	= acetat de etil
„ de glicol monoetilic	= glicol etilic
„ „ „ monometilic	= „ metilic
„ sulfuric	= eter etilic
eusolvan	= lactat de etil
glicol de etilenă	= glicol
heptalină	= metilciclohexanol
hexahidrobenzen	= ciclohexan
hexahidrofenol	= ciclohexanol
hexalină	= „
hidralină	= „ impur
lactat de ester etilic	= lactat de etil
metanol	= alcool metilic
metilanol	= metilciclohexanol
metilanonă	= metilcilohexanonă
metilhexalină	= metilciclohexanol
persprit	= alcool isopropilic
piranton	= „ de diacetonă
solastină	= clorură de metilen
surogat de acetonă	= acetat de metil
tetra, tetraform, tetracol	= tetraclorură de carb.
tetralină	= tetrahidronaftalină
tri	= tricloretilen
uleiuri de cetone	= uleiuri de acetonă
uleiu de cristal	= benzină
vestron	= tetracloretan

tilizarea substanţelor, decât al aceluiaşi volum de eter etilic, căruia i s'a dat cifra 1.
mabilitate ale combustibililor: Benzină — 55 până la — 25°, petrol lampant peste 21°
datele indicate în bibliografie sunt foarte diferite; la solvenţi în general între 350
de terebentină (250°).
litatea în apă $< 1\%$.
alte substanţe.

Ln	linoxină = produsele superoxidate şi superpolimerizate ale uleiului de in
Nc	nitroceluloză
Pa	parafină
R	răşini
Ric	uleiu de ricină
Ş	şelac
Ul	uleiuri
Ul et	uleiuri eterice

F. Materiale de șlefuit și polisat

Corindonul, emeri (șmirghel), Al_2O_3, e o alumină cristalizată. Se găsește impur sub formă de mineral, incolor până la galben; corindonul de Naxos are duritatea 8 (după Mohs, v. Anexă), cel de Canada 9, cel artificial până la 9,3. Punctul de fuziune la 2000°.

Multe numiri comerciale, de ex. Alundum, Abrasit, Electrit, Electrorubin ș. a.; corindonul servește la fabricarea hârtiei și a discurilor de emeri, ca și a pieselor super-refractare; punctul de fuziune la 2000°.

Carbura de siliciu, SiC, v. p. 986.

Carbura de bor, B_2C_2, v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 922.

Carbura de wolfram, WC și W_2C, v. p. 870.

Tripel, ardesie de polisat din Tripelberg în Boemia, un silicat servind la polisarea metalelor, pietrei etc. Analog tripol, arginttripol, cuarț flotat.

Roșul de polisat, Fe_2O_3, oxid de fier, oxid feric. Se numește și caput mortuum, colcotar, roșu de fier, roșu englez. Culoarea, după structură și fabricare, roșie deschisă p. la violetă. Servește la polisarea sticlei, a metalelor și pietrelor; se mai utilizează ca mat. colorant (roșu venețian, pompeian).

Varul de polisat e carbonat de calciu pur sau calcar ars proaspăt, fără granule (var vienez); se păstrează în pachete fără accesul aerului; pentru polisarea metalelor se freacă cu alcool sau uleiu de parafină.

Piatra ponce, un silicat de aluminiu vulcanic, care conține și baze. Greut. spec. 2,3 kg/dm³. Totuși, din cauza porozității, piesele mai mari rămân la nivelul apei (greut. unit. de volum 0,4...0,9 kg/dm³). Se utilizează la șlefuire și polisare, ca și drept adaus la săpun și la filtrarea apei.

Hârtia nisipată, postavuri de șlefuit. Pânza și hârtia din pânză apretată, Köper resp. hârtie se acoperă cu cleiu și după uscare în camere frigorifere se presară cu un material de șlefuit granulat (carbură de siliciu, corindon, emeri, flint, sticlă, granat sau granit); pentru ca materialul de șlefuit să pătrundă mai adânc se trece peste table încălzite, iar după solidificare se acopere din nou cu cleiu[1]).

Nrul de granulație[2]):	240,	220,	180,	150,	120,	100,	90,	80,	60,	50,	40,	30,	24,	20, 18.
Ciurul de încercare[3]):	220,	200,	150,	120,	100,	90,	80,	60,	50,	40,	35,	25,	20,	18. 16.

G. Săpunuri și materiale de spălat

Prin săpunuri se înțeleg în general sărurile acizilor grași cu metale, în special cu metalele alcaline sodiu și potasiu. Săpunurile sodice sunt tari; se deosebește săpun tare, săpun semitare, săpun cleios (de calitate inferioară, conține multă apă și glicerină și materiale de umplere, de ex. sticlă solubilă, sodă, argilă).

Săpunurile potasice sunt moi (săpunuri unsuroase); se deosebește săpun transparent, săpun tare, săpun de curățit. Se disolvă ușor în apă și sufere atunci o descompunere hidrolitică, așa încât soluțiunile reacționează alcalin. In alcool săpunurile se disolvă diferit; stearatul de potasiu la 10° în 0,43%, stearatul de sodiu în 0,2%. Se disolvă ușor în alcool săpunurile potasice din uleiu de ricină, uleiu de cocos etc.

Fulgii de săpun sunt săpunuri uscate și presate. Săpunurile plutitoare conțin bule de aer sau gaze. Săpunurile cu benzină (săpun benzit) conțin cca 8...12% benzină sau alți solvenți organici (p. 1002). Se disolvă în apă, ca și celelalte săpunuri, și disolvă grăsimile, uleiurile, rășinile ș. a.

Prafurile de săpun, prafurile de spălat sunt în majoritate amestecuri de săpun divizat fin, sodă cu apă și sticlă solubilă, cărora li se adaugă adesea materiale de înălbit (oxidante) ca perborați sau percarbonați. Altele conțin drept coloizi de spălat substanțe albuminoase descompuse, fermenți triptici etc.

Condițiunile de livrare pentru săpunuri și prafuri de săpun sunt stabilite de Reichsausschuss für Lieferbedingungen (RAL).

[1]) Kleinschmidt; Schleif- und Poliermittel-Kalender Düsseldorf 1930. — [2]) Numerele de granulație sunt stabilite de Verein Deutscher Schleifmittelwerke drept înlocuire a clasificărilor vechi, cea germană cu numere întregi și americană cu jumătăți de numere. — [3]) Numărul unui ciur = ochiurile pe cm (DIN 1171).

H. Sicative şi adsorbanţi

Pentru eliminarea apei din gaze şi din lichide neapoase, cari conţin puţină apă (eter, cloroform etc.), se utilizează materiale foarte higroscopice, de obiceiu clorura de calciu anhidră ($CaCl_2$) (pt. eter: sodă anhidră, pt. eter absolut: sodiu metalic). Această sare, care cristalizează cu 4 mol. apă de cristalizare, se calcinează prin încălzire înceată peste 200° (mai întâi se topeşte la 29°) şi pe urmă e utilizabilă. De asemenea şi varul ars (p. 892) sau acidul sulfuric concentrat absoarbe apă cu aviditate. Materialul cu sicativitate maximă e pentoxidul de fosfor (P_2O_5); se obţine prin arderea fosforului. Absoarbe din gaze cele mai mici urme de umiditate.

La utilizarea P_2O_5 e nevoie de o uscare prealabilă, deoarece altfel. acoperindu-se repede cu un strat vâscos de acid fosforic, îşi pierde efectul. Cu apă dă o reacţiune chimică, se încălzeşte puternic; de aceea să nu se verse apă în P_2O_5. Ţevile şi vasele de curăţit, cu P_2O_5, să fie deschise până când ce masa a devenit sticloasă, sub influenţa umidităţii aerului, pe urmă: disolvarea cu apă. Sicative pentru vopseli v. Sicative, p. 960.

Adsorpţiunea e legarea gazelor sau a substanţelor disolvate de suprafeţe, fără vreo reacţiune chimică. Materialele cu suprafaţă mare (cu pori fini sau divizate fin) sunt mijloacele optime de adsorpţiune: cărbunele activ (Stoffh., ed. a 2-a, p. 837), pământul infuzoriu şi de înălbit, cuarţul gelatinos.

Pentru neutralizarea resturilor de gaze din vasele evacuate se utilizează cărbune ars din coajă de cocos; pentru limpezirea şi decolorarea soluţiunilor, cărbune animal sau cărbune de os. Cuarţul gelatinos e un mijloc potrivit de adsorpţiune pentru uscarea aerului şi a gazelor; ele se regenerează prin încălzire la cca 200° („Blaugel" al fabricii Gebr. Herrmann, Köln).

Pământul infuzoriu (Kieselgur) se utilizează după o preparare prealabilă la filtrarea, limpezirea şi decolorarea lichidelor.

Pământul de înălbit e un silicat natural de Mg şi Al; în general se numesc astfel silicaţii asemănători cu argila; se vând sub diferite numiri (tonsil, alsil, colacită etc.) şi se utlizează la limpezirea şi decolorarea soluţiilor sau a grăsimilor fluide.

Măsuri chimice de siguranţă, substanţe de stins incendii

In uzinele care lucrează cu substanţe chimice în cantităţi mai mari, trebue să fie publicate prin afişe, pericolele, ca şi măsurile de luat în cazuri de accidente. La leziuni corporale provocate de lichide caustice (baze şi acizi), măsura cea mai bună e spălarea abundentă cu apă. La scurgerea acizilor sau bazelor măsura cea mai bună e iarăşi o diluare rapidă cu o cantitate mai mare de apă; la acid sulfuric concentrat trebue să fim atenţi, să se adauge simultan cantităţi mai mari de apă (cel puţin de zece ori mai mult), deoarece altfel se provoacă o încălzire până la fierbere, şi prin împroşcarea acidului se pot provoca leziuni. De aceea cantităţile mai mari de acid sulfuric concentrat se absorb în nisip uscat. O neutralizare (la acizi cu var, sodă, amoniac la baze cu oţet sau alţi acizi diluaţi) nu se poate efectua decât după o diluare puternică, deoarece altfel au loc puternice reacţiuni exoterme.

In gazele toxice — cele mai periculoase sunt acidul cianhidric (miros de migdale amare), oxidul de carbon (inodor), sulfură de carbon (otrăvitoare şi foarte inflamabilă) metoda cea mai sigură un curent de aer; toate celelalte măsuri, afară de măşti [1]), sunt aproape ineficiente.

Substanţe de pompierit şi de stins incendii. Lichidele cari ard nu se pot stinge cu apă decât când sunt miscibile cu apă (acetonă, alcool), sau au o greutate specifică mai mare decât apa. In celelalte cazuri, cele mai bune sunt substanţele speciale de stins incendii, cum e tetra (tetraclorura de carbon) sau spuma, dar putem reuşi şi cu nisip sau prin excluderea aerului (acoperirea vaselor, acoperirea cu pături.

Apa e suficientă la următoarele substanţe: eter, benzină, benzen, toluen şi toate uleiurile mai uşoare decât apa.

[1]) Cp. Branding-Rumpf, Gasschutz, Berlin 1928, Mittler & Sohn. — Syrup, Handbuch des Arbeiterschutzes und der Betriebssicherheit, Berlin 1926, Reimar Hobbing, vol. I, pp. 695 şi 712. — Cp. vol. IV, Secţ. Bergbau „Atmungsgeräte", Feuerlöschtechnik, Standardizarea în pregătire. Blüchers Auskunftsbuch f. d. Chem. Industrie, Berlin Leipzig 1938, de Gruyter, p. 289.

XX. Produse comerciale standardizate. Diferite

Prelucrare de ing. F. Ludloff, Berlin *)

A. Fier și oțel

a) Generalități

Clasificarea produselor oțelăriilor și produselor laminate [1])

(Stabilită altădată de Stahlwerksverband)

Toate produsele oțelăriilor și produselor laminate sunt grupate de uniunea oțelăriilor (Stalwerksverband) în două grupuri principale: produse A și produse B.

Produse A.

a) Grupa semifabricatelor: blocuri și brame brute și prelaminate, țagle și platine, fier lat și blocuri pudlate;

b) Grupa mat. pentru suprastructura căilor ferate: șine pentru căi ferate și șine cu canale (șănțuleț, Phoenix) și alte feluri de șine, traverse pentru căi ferate, eclise și plăci de bază, plăci cu cârlig, șine de ghidaj ș. as.;

c) Grupa profilelor: profile I și ⊔ de 80 mm înălțime și mai mult precum și fier Zorès.

Observație. Toate produsele, care au alte denumiri, dar care se fabrică la aceleași laminoare ca și produsele de mai sus și prin natura lor aparțin unuia din produsele de mai sus — indiferent dacă este vorba de un profil cunoscut sau de un profil sau specie, care se va introduce ulterior — sunt înșirate tot la produsele A și cad în grupa, căreia îi aparțin după cele spuse anterior.

Produse B.

a) Grupa fier în bare: Fier plat (lat de 8...150 mm, gros de 3...100 mm) afară de fier balot; fier în benzi pt. tuburi și plăci de macaz; fier ○, □ și ⬡; alte feluri de fier în bare și profile laminate întru cât nu sunt laminate numai de uzine de laminare speciale;

b) Grupa table: Table groase (de rezervoare, construcție, vapoare, cazane, țevi, oțel dur, arcuite și de butoaie, de 4,76 mm și mai mult gros., table striate cu negi sau cu alt model de laminare cu o grosime fundamentală $\geqq$ 3 mm). Table medii (table de grosime 3...4,76 mm). Table fine (de orice fel sub 3 mm);

c) Grupa piese de oțel turnate și forjate: Osii de cale ferată, roți și bandaje, piese forjate, cilindri de oțel și toate celelalte produse de oțel cari nu sunt indicate în vreuna din grupele anterioare.

d) Grupa sârmă laminată: Toate produsele laminate în colaci, la cald, din oțel de fuziune de calitatea Thomas sau SM sau calități superioare.

e) Grupa tuburi: Tuburi fără cusătură, pentru conducte de apă, abur, gaze și aer, coloane și tuburi de construcție.

Stabilizarea.

Exemplul 1: Pentru fier de nituri după DIN 1613 cu rezistența la întindere de minimum 34 kg/mm²:

ol 34 · 13.

Exemplul 2: Pentru oțel ameliorabil după DIN 1661 cu un conținut mediu de carbon de 0,35%:

ol C 35 · 61.

Explicațiuni: Pentru simbolizarea mat. de construcție servesc următoarele abreviațiuni, de ex. oțel de fuziune ol, oțel turnat ol t, fontă fo, fontă maleabilă fm etc.[2]).

Prima grupă de cifre indică în general rezistența minimă la întindere (exemplul 1, $\sigma_B = 34$ · kg/mm²). La oțeluri speciale și aliate se indică conținutul mediu în C sau materialul aliat. In exemplul 2, C 35 înseamnează un conținut mediu de C de 0,35%. La materialele comerciale fără garanție prima grupă a cifrelor este 00.

A doua grupă de cifre. Cifra zecilor indică unul din cele zece grupuri principale (0...9 Tab. 1); deci exemplul 1 arată grupa 1: „oțel omogen, oțel comun de construcție“. Cifra unităților arată subgrupa, adică subgrupa 3: „fier pentru șuruburi, fier pentru nituri“. Foile cu norme pt. oțel și fier sunt numerotate cu 1600...1699. Dacă cifra 16 se pune înainte de a doua grupă de cifre, se obține fila respectivă DIN. Exemplul 1: DIN 1613, fier pentru șuruburi, fier pentru nituri.

*) In colaborare cu redacția.

1) Un rezumat vast în „Stahl im Hochbau“, publ. de VDEh, ed. a 10-a, Düsseldorf 1938. — Cp. Eisen und Stahl, p. 820 ș. u.

2) In normele germane St (Stahl) pt. oțel, Stg (Stahlguss) pt. oțel turnat, Ge (Gußeisen) pt fontă, Te (Temperguß) pt. fontă maleabilă (n. tr.).

Scanned with OKEN Scanner

Impărțire și simbolizare după „Standardizarea oțelului și a fierului ca material de construcție" (Werkstoffnormen für Stahl und Eisen):

Tabela 1. Tabelă generală asupra standardizării oțelului și a fierului

DIN	Numire și simbolizare
	Grupa 0. Generalități
1600	Oțel și fier, generalități, simbolizare
1602	Incercarea materialelor, concepte (încercări de rezistență)
1604	Incercarea materialelor, directive pentru examinarea mașinilor și aparatelor de încercat
1605	Incercarea materialelor, încercarea mecanică. Fila 1, Generalități și recepție. Fila 2, Rezistența la întindere la temperatură normală. Fila 3, încercarea de duritate cu bila după Brinell. Fila 4, Incercare la îndoire
1606	Oțel de fuziune forjat sau laminat, pentru DIN 1611 și 1661
	Grupa 1. Oțel de fuziune Oțel comun pentru construcții
1611	Oțel de fuziune forjat sau laminat, nealiat, oțel pentru construcția mașinilor (ol 00·11, ol 34·11, ol 37·11, ol 42·11, ol 50·11, ol 60·11, ol 70·11)
1612	Oțel de fuziune laminat, fier profilat, în bare, lat (ol 00·12, ol 34·12, ol 37·12, ol 42·12, ol 44·12)
1613	Oțel de fuziune laminat, fier de șuruburi pt. șuruburi brute, fier pt. nituri (ol 34·13, ol 38·13)
Proiect de normă 266	Alegerea materialului, bare și sârme pt. șuruburi, piulițe și piese asemănătoare ol Az, ol 37·12 z, ol 42·11 z, ol C 16·61 z, ol C 25·61 z, ol C 35·61 z, VCN 15 hz, VCN 35 hz)
Proiect de normă Av 550 [2])	Simbolizarea șuruburilor și piulițelor cu rezistență superioară (autovehicule) v. DIN normă provizorie Av 550
	Grupa 2. Oțel de fuziune, table, tuburi ș. as.
1620	Oțel de fuziune laminat, tablă de oțel (table de fier), generalități
1621	Oțel de fuziune laminat, tablă de oțel (tablă de fier) presc. de calitate (ol 00·21, ol 37·21, ol 42·21)
1622	Oțel de fuziune laminat, tablă de oțel dela 3...4,75 mm (tablă mijl.), presc. tehnice de furnizare (ol 00·22, ol 00·22 S, ol 34·22 P, ol 34·22 R, ol 37·22, ol 37·22 S, ol 42·22, ol 50·22, ol 60·22, ol 70·22
1623	Oțel de fuziune laminat, tablă de oțel sub 3 mm (tablă fină). presc. tehnice de furniz. (ol I 23, ol II 23, ol III 23, ol V 23, ol VI 23, ol VII 23, ol VIII 23 t, ol VIII 23 k, ol IX 23, ol X 23, ol 34·23, ol 37·23, ol 42·23, ol 50·23, ol 60·23, ol 70·23)
1628	Tuburi de oțel omogen sudate prin suprapunere și piese prof., prescr. tehnice de furnizare (ol 34·28)
1629	Tuburi lamin. din oțel de fuziune, cond. tehnice de furniz. (ol 00·29, ol 35·29, ol 45·29, ol 55·29, ol 65·29)
	Grupa 3. Oțel de fuziune Mat. pt. suprastruct. căilor ferate
1631	Șine Vignol și pt. ace (ol 37·32) } Cond. de furnizare
1632	Traverse de oțel (ol 37·32) } Cond. de furnizare
	Grupa 4. Oțel de fuziune, mat. pt. construcția vehiculelor
—	—
	Grupa 5. Diferite
1659	Tuburi laminate pt. foraj după procedeul rotativ (rotary). condițiuni tehnice de furnizare (ol 55·59, ol 65·59, ol L·59)
	Grupa 6. Oțel de fuziune special
1661	Oțel de fuziune forjat sau laminat, nealiat, oțel cementabil și ameliorabil (ol C 10·61, ol C 16·61, ol C 25·61, ol C 35·61, ol C 45·61, ol C 60·61)
1662	Oțel cu nichel și crom nichel pt. piese greu solicitate. Instrucțiuni pt. tratament termic, file anexe 1...11 (EN 15, ECN 25, ECN 35, ECN 45, VCN 15 m, VCN 15 d, VCN 25 m, VCN 25 d, VCN 35 m, VCN 35 d, VCN 45) [3])
Proiect de normă 1663	Oțel cu crom, oțel cu crom-molibden. Instrucțiuni pt. tratament termic, file anexe 1...9 (EC 30, EC 60, EC MO 80, EC MO 100, VC MO 125, VC 135, VC MO 135, VC MO 140, VC MO 240)
	Grupa 7. Oțel de fuziune, oțel de scule
—	—
	Grupa 8. Oțel turnat
1681	Oțel turnat (ol t 38·81, ol t 38·81 R, ol t 45·81, ol t 50·81 R, ol t 52·81, ol t 60·81, ol t 38·81 S, ol t 45·81 S, ol t 52·81 S, ol t 38·81 D, ol t 45·81 D)
	Grupa 9. Fontă (și fontă maleabilă și fontă brută)
1691	Fontă (fo 12·91, fo 14·91, fo 18·91, fo 22·91, fo 26·91, fo 12·91 D)
1692	Fontă maleabilă (fm 32·92, fm 38·92, fm 38·92 D, fm 35·92, fm 35·92 D)

[1]) v. Nota [1]) pe p. 1006. — [2]) In orig. Kr (Kraftfahrbau) (n. tr.). — [3]) E indică un oțel cementabil (einsatzhärtbar) iar V un oțel ameliorabil (vergütbar) (n. tr.).

Scanned with OKEN Scanner

Indicațiuni pentru comandă:

Exemplul 1: Pt. fier de nituri după DIN 1613 cu 22 mm diam. și 34 kg/mm² rezistență minimă la întindere.

1. Fier de nituri 22 Ø ol 34 · 13 DIN 1613

Exemplul 2: Pt. oțel ameliorabil recopt după DIN 1661 cu 0,35% conținut mediu de carbon:

Oțel ameliorabil ol C 35 · 61 DIN 1661 recopt

La comenzi se arată înainte de simbol, numirea materialului sau a produsului laminat și după simbol numărul complet din DIN. Dacă mat. s'ar putea furniza cu diferite structuri (după diferite tratamente), atunci structura cerută să fie indicată la sfârșitul formulei de comandă (de ex. recopt). Dacă și procedeul de fabricație trebue să fie indicat, atunci la oțeluri, imediat după a doua grupă de cifre a simbolului urmează următoarele litere: Bessemer B, Thomas Th, Martin M, creuzet Cz, Oțel electric E. Prin urmare după DIN 1661 notarea unui oțel ameliorabil fabricat într'un cuptor electric și apoi ameliorat, cu un conț. mediu de 0,35% carbon e următoarea:

Oțel ameliorabil ol C 85 · 61 E DIN 1661 recopt

Pt. blocuri în stare brută și brame turnate nu sunt prevăzute simboale.

Condițiunile de furnizare, proprietățile materialelor, încercarea și recepționarea lor, toleranțele la mărimi și la greutate v. filele de norme respective și Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 252 ș. u.; 282 ș. u., date de rezistență v. și p. 754 ș. u. Condițiunile normale pentru furnizarea construcției de oțel după DIN 1000 [1]) în extrase în Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 313 ș. u.

b) Produse comerciale de oțel de fuziune și fontă

(țevi sub C)

Program de laminare: Nu se pot obține oricând toate grosimile de tablă și profilele standardizate, nefiind în depozit. De aceea să consultăm programele de laminare actuale. DIN-Taschenbuch 9 conține de ex. programul de laminare pt. profile standardizate (lista furnizorilor pt. profile standardizate compuse după indicațiunile Uniunii oțelăriilor, Stahlwerksverband, și uzinele furnizoare indicate de Uniune).

Uniunea oțelăriilor Düsseldorf a redactat: Profile pt. traverse (ed. 1927 cu supl. 1930), conține fier I, [, și Zorès; șine ușoare (ed. 1929), conține șine, eclise, traverse; șine grele (ed. 1930); șine cu șănțuleț „Phoenix“ (ed. 1929), conține șine cu șănțuleț, șine speciale cu șănțuleț, șine plate, eclise etc.; plăci de bază pt. traverse din lemn și oțel.

1. Oțeluri în bară, fiare profilate [d = grosime, diam., deschiderea cheii (mm), b = lățime (mm), l = lungime (metri), M = material, Mc = materialul se va indica la comandă, *ol* = oțel, *ol f* = oțel de fuziune].

Fier plat, laminat, DIN pr. de normă 1017; *Mc*: *ol f* după DIN 1611 B sau 1612; $b \cdot d = 10 \cdot 5 \ldots 150 \cdot 60$; $l = 3 \ldots 12$.
tras, DIN 174; *Mc*: *ol f*; $b \cdot d = 4 \cdot 2 \ldots 100 \cdot 25$; l până la 7.

Platbandă, laminată, DIN pr. de normă WAN 501; *M*: *ol* 37 · 12; $b \cdot d = 160 \cdot 5 \ldots 1000 \cdot 15$; $l = 3 \ldots 12$.
Greutățile platbandei în tab. 3, p. 1010.

Fier rotund, laminat, DIN pr. de normă 1013; *Mc*: *ol f* după DIN 1611 B sau 1612; $d = 5..250$; l nu sub 3, până la 12, 10, 8, 6, 5 în conf. cu d;
laminat, pt. beton armat, DIN 488; *M* după prescr. oficiale; $d = 5 \ldots 50$; $l = 13 \ldots 15$;
tras sau polisat, DIN 660 și 671; *Mc*: *ol f*; $d = 1 \ldots 60$; $l = 2 \ldots 4$;
cu suprafața curată, tras sau strungit, DIN 668; *Mc*: *ol f*; pt. șuruburi ș. as. după DIN. pr. de normă 266; $d = 1 \ldots 100$; . până la 7;
de precizie, DIN 175, cu suprafață curată și polisat; *M*: oțel turnat de scule cu min. 1,1% C, max. 0,05% S și P; $d = 0,5 \ldots 30$; l până la 2.

Osii de oțel, trase sau strungite, îndreptate și polisate, DIN 669; *Mc*: *ol f*; $d = 6 \ldots 160$; $l = 5 \ldots 7$.

Fier pătrat, laminat, DIN pr. de normă 1014; *Mc*: *ol f* după DIN 1611 B sau 1612; $d = 5 \ldots 250$; l nu sub 3, până la 12, 10, 8, 6, 5 în conf. cu d.

Fier dreptunghiular, tras cu suprafață curată, DIN 178; *Mc*: *ol f*; $d = 3 \ldots 80$; l p. la 7.

Fier hexagonal, laminat, DIN pr. de normă 1015; *Mc*: *ol f* după DIN 1611 B sau 1612; $d = 5 \ldots 100$; l după înțelegere;
tras cu suprafața curată, DIN 176; *Mc*: *ol f*; $d = 4 \ldots 80$; l până la 7.
Greutățile fierului pătrat, dreptunghiular, rotund și hexagonal în tab. 2, p. 1009.

---

[1]) Intocmit de Verband deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine, VDI, VDEh, Deutscher Stahlbau-Verband.

Oțel pentru pene tras, DIN 497, 498, 500. Oțel plat cu șanțuri, DIN 499.

Fier în trapez brut, DIN 460. Oțeluri pentru dălți, DIN 767. Oțeluri pentru cuțite circulare, pătrate, dreptunghiulare, DIN 770.

Oțel pentru resoarte neted, DIN Av W 420 și DIN Av 4151, striat, DIN 1570.

Fier profilat pentru benzi articulate, DIN 1581.

Mai departe fier semirotund de ferestre, pt. bare de grătare, de furci, de potcoave, de cuie, de lanțuri, oțel pentru prelucrat la automate, oțel pentru piulițe presate la rece și la cald ș. a.

Fier-beton special de diferite feluri: din Oberhütten, Pein, oțel cu șanțuri spirale, pentru came (Röchling), Krupp-Isteg din două bare de același diametru, răsucite; $d = 5...20$.

Tabela 2

Greutățile fierului pătrat, rotund și hexagonal în kg/m

Greut. spec. s a oțelului de fuziune în kg/dm³ $= 7{,}85$

d mm	□ d	○ d	⬡ d	d mm	□ d	○ d	⬡ d	d mm	□ d	○ d	⬡ d	d mm	□ d	○ d
1	0.0078	0,0062	0,0068	**26**	5,31	4,17	4,60	**65**	33,2	26,0	28,7	**105**	86,5	68,0
2	0,0314	0,0247	0.0272	**27**	5,72	4,50	4,96	**68**	36,3	28,5	31,4	**110**	95,0	74,6
3	0.0706	0,0555	0,0612	**28**	6,15	4,83	5,33	**70**	38,5	30,2	33,3	**115**	104	81,5
4	0,126	0,0987	0,109	**29**	6,60	5,19	5,72	**73**	41,8	32,9	36,2	**120**	113	88,8
5	0,196	0,154	0,170	**30**	7,06	5,55	6,12	**75**	44,2	34,7	38,2	**125**	123	96,3
6	0,283	0,222	0,245	**32**	8,04	6,31	6,96	**78**	47,8	37,5	41,4	**130**	133	104
7	0,385	0,302	0.333	**33**	8,55	6,71	7,40	**80**	50,2	39,5	43,5	**135**	143	112
8	0,502	0,395	0,435	**34**	9,07	7,13	7,86	**83**	54,1	42,5	46,8	**140**	154	121
9	0,636	0,499	0.551	**35**	9,62	7,55	8,33	**85**	56,7	44,5	49,1	**145**	165	130
10	0.785	0,617	0,680	**36**	10,2	7,99	8,81	**90**	63,6	49,9	55,1	**150**	177	139
11	0,950	0,746	0,823	**38**	11,3	8.90	9,82	**95**	70,8	55,6	61,4	**155**	189	148
12	1,13	0,888	0,979	**40**	12,6	9,87	10,9	**100**	78,5	61,7	68,0	**160**	201	158
13	1,33	1,04	1,15	**41**	13,2	10,4	11,4					**165**	214	168
14	1,54	1,21	1,33	**42**	13,8	10,9	12,0					**170**	227	178
15	1,77	1,39	1,53	**43**	14,5	11,4	12,6					**175**	240	189
16	2,01	1,58	1,74	**44**	15,2	11,9	13,2					**180**	254	200
17	2,27	1.78	1,96	**45**	15.9	12,5	13,8					**185**	269	211
18	2,54	2,00	2.20	**46**	16,6	13.0	14,4					**190**	283	223
19	2.83	2.23	2,45	**48**	18,1	14,2	15,7					**195**	298	234
20	3,14	2,47	2,72	**50**	19,6	15,4	17,0					**200**	314	247
21	3,46	2.72	3,00	**53**	22,1	17,3	19,1					**210**	346	272
22	3,80	2,98	3,29	**55**	23,7	18,7	20,6					**220**	380	298
23	4,15	3,26	3,60	**58**	26,4	20,7	22,9					**230**	415	326
24	4,52	3,55	3,92	**60**	28,3	22,2	24,5					**240**	452	355
25	4,91	3,85	4,25	**63**	31,2	24,5	27,0					**250**	491	385

Aria suprafeței

Diametrul cercului circumscris D, diametrul cercului înscris d

$$F = \begin{cases} \text{pătrat} & \text{cerc} & \text{hexagon} \\ 0{,}5\,D^2 & 0{,}7854\,D^2 & 0{,}6495\,D^2 \\ d^2 & 0{,}7854\,d^2 & 0{,}8660\,d^2 \end{cases}$$

La alte metale cu greutatea specifică s în kg/dm³, valorile din tabelă se înmulțesc cu un număr z:

oțel sudabil	aluminiu	aliaj de aluminiu	aliaj de magneziu	cupru	bronz	alamă	zinc	plumb
$s = 7{,}8$	2,7	2,8	1,82	8,9	8,6	8,5	7,2	11,34
$z = 0{,}994$	0,344	0,357	0,232	1,134	1,096	1,083	0,917	1,445

Tabela 3. Greutatea fierului balot şi a

Greutatea specifică s în kg/dm³ = 7,85. La celelalte metale valorile indicate în tabelă
Aluminiu ($s = 2,7$) $n = 0,344$, aliajele aluminiului ($s = 2,8$) $n = 0,357$, cupru ($s = 8,9$)
($s = 1,82$) $n = 0.232$, zinc ($s = 7,2$) $n = 0,917$, plumb ($s = 11,34$) $n = 1,445$.

Grosimea în mm	Lăţimea în mm												
	10	12	13	14	15	16	18	20	22	23	25	26	28
1	0,0785	0,0942	0,102	0,110	0,118	0,126	0,141	0,157	0,173	0,181	0,196	0,204	0,220
1,5	0,118	0,141	0,153	0,165	0,177	0,188	0,212	0,236	0,259	0,271	0,294	0,306	0,330
2	0,157	0,188	0,204	0,220	0,236	0,251	0,283	0,314	0,345	0,361	0,393	0,408	0,440
2,5	0,196	0,236	0,255	0,275	0,294	0,314	0,353	0,393	0,432	0,451	0,491	0,510	0,550
3	0,236	0,283	0,306	0,330	0,353	0,377	0,424	0,471	0,518	0,542	0,589	0,612	0,659
3,5	0,275	0,330	0,357	0,385	0,412	0,440	0,495	0,550	0,604	0,632	0,687	0,714	0,769
4	0,314	0,377	0,408	0,440	0,471	0,502	0,565	0,628	0,691	0,722	0,785	0,816	0,879
4,5	0,353	0,424	0,459	0,495	0,530	0,565	0,636	0,706	0,777	0,812	0,883	0,918	0,989
5	0,393	0,471	0,510	0,550	0,589	0,628	0,706	0,785	0,864	0,903	0,981	1,02	1,10
5,5	0,432	0,518	0,561	0,604	0,648	0,691	0,777	0,864	0,950	0,993	1,08	1,12	1,21
6	0,471	0,565	0,612	0,659	0,706	0,754	0,848	0,942	1,04	1,08	1,18	1,22	1,32
6,5	0,510	0,612	0,663	0,714	0,765	0,816	0,919	1,02	1,12	1,17	1,28	1,33	1,43
7	0,550	0,659	0,714	0,769	0,824	0,879	0,989	1,10	1,21	1,26	1,37	1,43	1,54
7,5	0,588	0,706	0,765	0,824	0,883	0,942	1,06	1,18	1,30	1,35	1,47	1,53	1,65
8	0,628	0,754	0,816	0,879	0,942	1,01	1,13	1,26	1,38	1,44	1,57	1,63	1,76
8,5	0,667	0,801	0,867	0,934	1,00	1,07	1,20	1,33	1,47	1,53	1,67	1,71	1,87
9	0,706	0,848	0,918	0,989	1,06	1,13	1,27	1,41	1,55	1,62	1,77	1,84	1,98
9,5	0,746	0,895	0,969	1,04	1,12	1,19	1,34	1,49	1,64	1,72	1,86	1,94	2,09
10	0,785	0,942	1,02	1,10	1,18	1,26	1,41	1,57	1,73	1,81	1,96	2,04	2,20
11	0,864	1,04	1,12	1,21	1,30	1,38	1,55	1,73	1,90	1,99	2,16	2,25	2,42
12	0,942	1,13	1,22	1,32	1,41	1,51	1,70	1,88	2,07	2,17	2,36	2,45	2,64
13	1,02	1,22	1,33	1,43	1,53	1,63	1,84	2,04	2,25	2,35	2,55	2,65	2,86
14	1,10	1,32	1,43	1,54	1,65	1,76	1,98	2,20	2,42	2,53	2,75	2,86	3,08
15	1,18	1,41	1,53	1,65	1,77	1,88	2,12	2,36	2,59	2,71	2,94	3,06	3,30
16	1,26	1,51	1,63	1,76	1,88	2,01	2,26	2,51	2,76	2,89	3,14	3,27	3,52
17	1,33	1,60	1,73	1,87	2,00	2,14	2,40	2,67	2,94	3,07	3,34	3,42	3,74
18	1,41	1,70	1,84	1,98	2,12	2,26	2,54	2,83	3,11	3,25	3,53	3,67	3,96
19	1,49	1,79	1,94	2,09	2,24	2,39	2,68	2,98	3,28	3,43	3,73	3,88	4,18
20	1,57	1,88	2,04	2,20	2,36	2,51	2,83	3,14	3,45	3,61	3 93	4,08	4,40
21	1,65	1,98	2,14	2,31	2,47	2,64	2,97	3,30	3,63	3,79	4,12	4,29	4,62
22	1,73	2,07	2,25	2,42	2,59	2,76	3,11	3,45	3,80	3,97	4,32	4,49	4,84
23	1,81	2,17	2,35	2,53	2,71	2,89	3,25	3,61	3,97	4,15	4,51	4,69	5,06
24	1,88	2,26	2,45	2,63	2,83	3,01	3,39	3,77	4,14	4,33	4,71	4,90	5,28
25	1,96	2,36	2,55	2,75	2,94	3,14	3,53	3,93	4,32	4,51	4,91	5,10	5,50
26	2,04	2,45	2,65	2,86	3,06	3,27	3,67	4,08	4,49	4,69	5,10	5,31	5,71
27	2,12	2,54	2,76	2,97	3,18	3,39	3,82	4,24	4,66	4,87	5,30	5,51	5,93
28	2,20	2,64	2,86	3,08	3,30	3,52	3,96	4,40	4,84	5,06	5.50	5,71	6,15
29	2,28	2,73	2,96	3,19	3,41	3,64	4,10	4,55	5,00	5,24	5,69	5,92	6,37
30	2,36	2,83	3,06	3,30	3,53	3,77	4,24	4,71	5,18	5,42	5,89	6,12	6,59
31	2,43	2,92	3,16	3,41	3,65	3,89	4,38	4,87	5,35	5,60	6,08	6,33	6,81
32	2,51	3,01	3.27	3,52	3,77	4,02	4,52	5,02	5,53	5,78	6,28	6,53	7,03
33	2,59	3,11	3,37	3,63	3,89	4,14	4,66	5,18	5,70	5,96	6,48	6,74	7,25
34	2,67	3,20	3,47	3,74	4,00	4,27	4,80	5,34	5,87	6,13	6,67	6,94	7,47
35	2,75	3,30	3,57	3,85	4,12	4,40	4,95	5,50	6,04	6,32	6,87	7,14	7,69
36	2,83	3,39	3,67	3,96	4,24	4,52	5,09	5,65	6,22	6,50	7,06	7,35	7,91
37	2,90	3,49	3,78	4,07	4,36	4,65	5,23	5,81	6,39	6,68	7,26	7,55	8,13
38	2.98	3.58	3,88	4,18	4,47	4,77	5,37	5,97	6,56	6,86	7,46	7,76	8,35
39	3,06	3,67	3,98	4,29	4,59	4,90	5,51	6,12	6,74	7,04	7,65	7,96	8,57
40	3,14	3,77	4,08	4,40	4.71	5,02	5,65	6,28	6,91	7,22	7,85	8,16	8,79

Greutăţile dimensiunilor, care nu sunt indicate în tabelă, se obţin prin multipli-
Dimensiunile obţinute prin acest procedeu se caută în tabelă, iar greutatea găsită acolo

platbandei din oțel de fuziune în kg/m

trebue înmulțite cu un coeficient *n*, care e la:
n = 1,134, bronz (s = 8,6) *n* = 1,096, alamă (s = 8,5) *n* = 1,083, aliajele magneziului

Lățimea în mm													Grosimea în mm
30	32	35	38	40	42	45	48	50	55	60	65	70	
0,236	0,251	0,275	0,298	0,314	0,330	0,353	0,377	0,392	0,432	0,471	0,510	0,549	1
0,353	0,377	0,412	0,447	0,471	0,494	0,530	0,542	0,589	0,648	0,706	0,765	0,824	1,5
0,471	0,502	0,550	0,597	0,628	0,659	0,706	0,754	0,785	0 864	0,942	1,02	1,10	2
0,589	0,628	0,687	0,746	0,785	0,824	0,883	0,942	0,981	1,08	1,18	1,28	1,37	2,5
0,707	0,754	0,824	0,895	0,942	0,989	1,06	1,13	1,18	1,30	1,41	1,53	1,65	3
0,824	0,879	0,962	0,989	1,10	1,15	1,24	1,32	1,37	1,51	1,65	1,79	1,92	3,5
0,942	1,00	1,10	1,19	1,26	1,32	1,41	1,51	1,57	1,73	1,88	2,04	2,20	4
1,06	1,13	1,24	1,34	1,41	1,48	1,59	1,70	1,77	1,94	2,12	2,30	2,47	4,5
1,18	1,26	1,37	1,49	1,57	1,65	1,77	1,88	1,96	2,16	2,36	2,55	2,75	5
1,30	1,38	1,51	1,64	1,73	1,81	1,94	2,07	2,16	2,37	2,59	2,81	3,02	5,5
1,41	1,51	1,65	1,79	1,88	1,98	2,12	2,26	2,36	2,59	2,83	3,06	3,30	6
1,53	1,63	1,79	1,94	2 04	2,14	2,30	2,45	2,55	2,81	3,06	3,32	3,57	6,5
1,65	1,76	1,92	2,09	2,20	2,31	2,47	2,64	2,75	3,02	3,30	3,57	3,85	7
1,77	1,88	2,06	2,24	2,36	2,47	2,65	2,83	2,94	3,24	3,53	3,83	4,12	7,5
1,88	2,01	2,20	2,39	2,51	2,64	2,83	3,01	3,14	3,45	3,77	4,08	4,40	8
2,00	2,14	2,34	2,54	2,67	2,80	3,00	3,20	3,34	3,67	4,00	4,34	4,67	8,5
2,12	2 26	2,47	2,68	2,83	2,97	3,18	3,39	3,53	3,89	4,24	4,59	4,95	9
2,24	2,39	2,61	2,83	2,98	3,13	3,36	3,58	3,73	4,10	4,47	4,85	5,22	9,5
2,36	2,51	2,75	2,98	3,14	3,30	3,53	3,77	3,92	4,32	4,71	5,10	5,50	10
2,59	2,76	3,02	3,28	3,45	3,63	3,89	4,14	4,32	4,75	5,18	5,61	6,04	11
2,83	3,01	3,30	3,58	3,77	3,96	4,24	4,52	4,71	5,18	5,65	6,12	6,59	12
3,06	3,27	3,57	3,88	4,08	4,29	4,59	4,90	5,10	5,61	6,12	6,63	7,14	13
3,30	3,52	3,85	4,18	4,40	4,62	4,95	5,28	5,50	6,04	6,59	7,14	7,69	14
3,53	3,77	4,12	4,47	4,71	4,95	5,30	5,65	5,89	6,48	7,06	7,65	8,24	15
3,77	4,02	4,40	4,77	5,02	5,28	5,65	6,03	6,28	6,91	7,54	8,16	8,79	16
4,00	4,27	4,67	5,07	5,34	5,60	6,01	6,41	6,67	7,34	8,01	8,67	9,34	17
4,24	4,52	4,95	5,37	5,65	5,94	6,36	6,78	7,06	7,77	8,48	9,19	9,89	18
4,47	4,77	5,22	5,67	5,97	6,26	6,71	7,16	7,46	8,20	8,95	9,69	10,4	19
4,71	5,02	5,50	5,97	6,28	6,59	7,06	7,54	7,85	8,64	9,42	10,2	11,0	20
4,95	5,28	5,77	6,26	6,59	6,92	7,42	7,91	8,24	9,07	9,89	10,7	11,5	21
5,18	5,53	6,04	6,56	6,91	7,25	7,77	8,29	8,64	9,50	10,4	11,2	12,1	22
5,42	5,78	6,32	6,86	7,22	7,58	8,12	8,67	9,03	9,93	10,8	11,7	12,6	23
5,65	6,03	6,59	7,16	7,54	7,91	8,48	9,04	9,42	10,4	11,3	12,2	13,2	24
5,89	6,28	6,87	7,46	7,85	8,24	8,83	9,42	9,81	10,8	11,8	12,8	13,7	25
6,12	6,53	7,14	7,76	8,16	8,57	9,18	9,80	10,2	11,2	12,2	13,3	14,3	26
6,36	6,78	7,42	8,05	8,48	8,90	9,54	10,2	10,6	11,7	12,7	13,8	14,8	27
6,59	7,03	7,69	8,35	8,79	9,23	9,89	10,6	11,0	12,1	13,2	14,3	15,4	28
6,83	7,28	7,97	8,65	9,11	9,56	10,2	10,9	11,4	12,5	13,7	14,8	15,9	29
7,06	7,54	8,24	8,95	9,42	9,89	10,6	11,3	11,8	13,0	14,1	15,3	16,5	30
7,30	7,79	8,52	9,25	9,73	10,2	11,0	11,7	12,2	13,4	14,6	15,8	17,0	31
7,54	8,04	8,79	9,55	10,0	10,6	11,3	12,1	12,6	13,8	15,1	16,3	17,6	32
7,77	8,29	9,07	9,84	10,4	10,9	11,7	12,4	13,0	14,2	15,5	16,8	18,1	33
8,01	8,54	9,34	10,1	10,7	11,2	12,0	12,8	13,3	14,7	16,0	17,3	18,7	34
8,24	8,79	9,62	10,4	11,0	11,5	12,4	13,2	13,7	15,1	16,5	17,9	19,2	35
8,48	9,04	9,89	10,7	11,3	11,9	12,7	13,6	14,1	15,5	17,0	18,4	19,8	36
8,71	9,29	10,2	11,0	11,6	12,2	13,1	13,9	14,5	16,0	17,4	18,9	20,3	37
8,95	9,55	10,4	11,3	11,9	12,5	13,4	14,3	14,9	16,4	17,9	19,4	20,9	38
9,18	9,80	10,7	11,6	12,2	12,9	13,8	14,7	15,3	16,8	18,4	19,9	21,4	39
9,42	10,0	11,0	11,9	12,6	13,2	14,1	15,1	15,7	17,3	18,8	20,4	22,0	40

carea lățimii sau grosimii cu o cifră mai simplă (comodă) *z*, de ex. 2, 1/2, 10, 1/10.
se împarte cu cifra *z*.

Tabela 3. Greutatea fierului balot și a platbandei din oțel de fuziune în kg/m (continuare)

Se vor lua în considerare observațiile din cele două pagini anterioare.

Grosimea în mm	Lățimea în mm 75	80	85	90	95	100	105	115	125	135	145	150	170	175	Grosimea în mm
1	0,589	0,628	0,667	0,706	0,746	0,785	0,824	0,903	0,981	1,06	1,14	1,18	1,33	1,37	1
1,5	0,883	0,942	1,00	1,06	1,12	1,18	1,24	1,35	1,47	1,59	1,71	1,77	2,00	2,06	1,5
2	1,18	1,26	1,33	1,41	1,49	1,57	1,65	1,81	1,96	2,12	2,28	2,36	2,67	2,75	2
2,5	1,47	1,57	1,67	1,77	1,86	1,96	2,06	2,26	2,45	2,65	2 85	2,94	3,24	3,43	2,5
3	1,77	1,88	2,00	2,12	2,24	2,36	2,47	2,71	2,94	3,18	3,42	3,53	4,00	4,12	3
3,5	2,06	2,20	2,33	2,47	2,61	2,75	2,88	3,16	3.43	3,71	3,98	4,12	4,67	4,81	3,5
4	2,36	2,51	2,67	2,83	2,98	3,14	3,30	3,61	3,92	4,24	4,55	4,71	5,34	5,50	4
4,5	2,65	2,83	3,00	3,18	3,36	3,53	3,76	4,06	4,41	4,77	5,12	5,30	6,00	6,18	4,5
5	2,94	3,14	3,34	3 53	3,73	3,93	4,12	4,51	4,91	5,30	5,69	5,89	6,67	6,87	5
5,5	3,24	3,45	3,67	3,89	4,10	4,32	4,53	4,96	5,40	5,83	6,26	6,48	7,34	7,56	5,5
6	3,53	3,77	4,00	4,24	4,47	4,71	4,95	5,42	5,89	6,36	6,83	7,06	8,01	8,24	6
6,5	3,83	4,08	4,34	4,59	4,85	5,10	5,36	5,87	6,38	6,89	7,40	7,65	8 67	8,93	6,5
7	4,12	4,40	4,67	4,95	5,22	5,50	5,77	6,32	6 87	7,42	7,97	8,24	9,34	9,62	7
7,5	4,42	4,71	5,00	5,30	5,59	5,88	6,18	6,77	7,36	7,95	8,54	8,83	10,0	10,3	7,5
8	4,71	5,02	5,34	5,65	5,97	6,28	6,59	7,22	7,85	8,48	9,11	9,42	10,7	11,0	8
8,5	5,00	5,34	5,67	6,01	6,34	6,67	7,00	7,67	8,34	9,01	9,68	10,0	11,3	11,7	8,5
9	5,30	5,65	6,00	6 36	6,71	7,06	7,42	8,12	8,83	9,54	10,2	10,6	12,0	12,4	9
9,5	5,59	5,97	6,34	6,71	7,08	7,46	7,83	8.58	9,32	10,0	10,8	11,2	12,7	13,1	9,5
10	5,89	6,28	6,67	7,06	7,46	7,85	8,24	9,03	9,81	10,6	11,4	11,8	13,3	13,7	10
11	6,48	6,91	7,34	7,77	8,20	8,64	9,07	9,93	10,8	11,7	12,5	13,0	14,7	15,1	11
12	7,06	7,54	8,01	8,48	8,95	9,42	9,89	10,8	11.8	12,7	13,7	14,1	16,0	16,5	12
13	7,65	8,16	8,67	9,18	9,69	10,2	10,7	11,7	12,8	13,8	14,8	15,3	17,3	17,9	13
14	8,24	8,79	9,34	9,89	10,4	11,0	11,5	12,6	13,7	14,8	15,9	16,5	18,7	19,2	14
15	8,83	9,42	10,0	10,6	11,2	11,8	12,4	13,5	14,7	15,9	17,1	17,7	20,0	20,6	15
16	9,42	10,1	10,7	11,3	11,9	12,6	13,2	14,4	15,7	17,0	18,2	18,8	21,4	22,0	16
17	10,0	10,7	11,3	12,0	12,7	13,3	14,0	15,3	16,7	18,0	19,4	20,0	22,7	23,4	17
18	10,6	11,3	12,0	12,7	13,4	14,1	14,8	16,2	17,7	19,1	20,5	21,2	24,0	24,7	18
19	11,2	11,9	12,7	13,4	14,2	14,9	15,7	17,2	18,6	20,1	21,6	22,4	25,4	26,1	19
20	11,8	12,6	13,3	14,1	14,9	15,7	16,5	18,1	19,6	21,2	22,8	23,6	26,7	27,5	20
21	12,4	13,2	14,0	14,8	15,7	16,5	17,3	19,0	20,6	22,3	23,9	24,7	28,0	28,8	21
22	13,0	13,8	14,7	15,5	16,4	17,3	18,1	19,9	21,6	23,3	25,0	25,9	29,4	30,2	22
23	13 5	14,4	15,3	16,2	17,2	18,1	19,0	20.8	22,6	24,4	26,2	27,1	30,7	31,6	23
24	14,1	15,1	16,0	17,0	17,9	18,8	19,8	21,7	23,6	25,4	27,3	28,3	32.0	33,0	24
25	14,7	15,7	16,7	17,7	18,6	19,6	20,6	22,6	24,5	26,5	28,5	29,4	33,4	34,3	25
26	15,3	16,3	17,3	18,4	19,4	20,4	21,4	23,5	25,5	27,6	29,6	30,6	34,7	35,7	26
27	15,9	17,0	18,0	19,1	20,1	21,2	22,3	24,4	26,5	28,6	30,7	31,8	36,0	37,1	27
28	16,5	17,6	18,7	19,8	20,9	22,0	23,1	25,3	27,5	29,7	31,9	33,0	37,4	38,5	28
29	17,1	18,2	19,4	20,5	21,6	22,8	23,9	26,2	28,5	30,7	33,0	34,1	38,7	39,8	29
30	17,7	18,8	20,0	21,2	22,4	23,6	24,7	27,1	29,4	31,8	34,2	35,3	40,0	41,2	30
31	18,3	19,5	20,7	21,9	23,1	24,3	25,6	28,0	30,4	32,9	35,3	36,5	41,4	42,6	31
32	18,8	20,1	21,4	22,6	23,9	25,1	26,4	28,9	31,4	33,9	36,4	37,7	42,7	44,0	32
33	19,4	20,7	22,0	23,3	24,6	25,9	27,2	29,8	32,4	35,0	37,6	38,9	44,0	45,3	33
34	20,0	21,4	22,7	24,0	25,4	26,7	28,0	30,7	33,4	36,0	38,7	40,0	45,4	46,7	34
35	20,6	22,0	23,4	24,7	26,1	27,5	28,8	31,6	34,3	37,1	39,8	41,2	46,7	48,1	35
36	21,2	22,6	24,0	25,4	26,8	28,3	29,7	32,5	35,3	38,2	41,0	42,4	48,0	49,5	36
37	21,8	23,2	24,7	26,1	27,6	29,0	30,5	33,4	36,3	39,2	42,1	43,6	49,4	50,8	37
38	22,4	23,9	25,4	26,8	28,3	29,8	31,3	34,3	37,3	40,3	43,3	44,7	50,7	52,2	38
39	23,0	24,5	26,0	27,6	29,1	30,6	32,1	35,2	38,3	41,3	44,4	45,9	52,0	53,6	39
40	23,6	25,1	26,7	28,3	29,8	31,4	33,0	36,1	39,2	42,4	45,5	47,1	53,4	55,0	40

Greutățile tablelor din oțel de fuziune în kg/m² se obțin din coloana „100" prin înmulțirea valorilor din tabelă cu 10.

Scanned with OKEN Scanner

Profile standardizate germane pentru oțel laminat[1])

O b s e r v a ț i e : Greutățile G indicate în tabele în kg/m sunt valabile pentru oțel de fuziune (greut. spec. 7,85 kg/dm³).

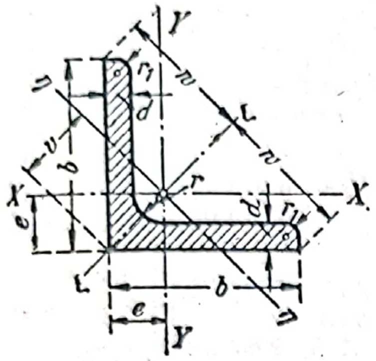


Tabela 4

Fier L cu aripi egale după DIN 1028

J moment de inerție, W modul de rezistență, i rază de inerție } raportate la axa de incovoiere respectivă

$r_1 = r/2$ (rotunjit la jumătăți de mm)

Axa $\xi-\xi$ e bisectoare

Notația L b·b·d	r	Secțiunea F	Greutatea G	Distanțele dela axe			Pentru axa de incovoiere X–X = Y–Y			ξ–ξ		η–η		
				e	w	v	J_x	W_x	i_x	J_ξ	i_ξ	J_η	W_η	i_η
mm	mm	cm²	kg/m	cm	cm	cm	cm⁴	cm³	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm³	cm
15.15. 3	3,5	0,82	0,64	0,48	1,06	0,67	0,15	0,15	0,43	0,24	0,54	0,06	0,09	0,27
15.15. 4		1,05	0,82	0,51		0,73	0,19	0,19	0,42	0,29	0,53	0,08	0,11	0,28
20.20. 3	3,5	1,12	0,88	0,60	1,41	0,85	0,39	0,28	0,59	0,62	0,74	0,15	0,18	0,37
20.20. 4		1,45	1,14	0,64		0,90	0,48	0,35	0,58	0,77	0,73	0,19	0,21	0,36
25.25. 3	3,5	1,42	1,12	0,73	1,77	1,03	0,79	0,45	0,75	1,27	0,95	0,31	0,30	0,47
25.25. 4		1,85	1,45	0,76		1,08	1,01	0,58	0,74	1,61	0,93	0,40	0,37	0,47
25.25. 5		2,26	1,77	0,80		1,13	1,18	0,69	0,72	1,87	0,91	0,50	0,44	0,47
30.30. 3	5	1,74	1,36	0,84	2,12	1,18	1,41	0,65	0,90	2,24	1,14	0,57	0,48	0,57
30.30. 4		2,27	1,78	0.89		1,24	1,81	0,86	0,89	2,85	1,12	0,76	0,61	0,58
30.30. 5		2,78	2,18	0,92		1,30	2,16	1,04	0,88	3,41	1,11	0,91	0,70	0,57
35.35. 4	5	2,67	2,10	1,00	2,47	1,41	2,96	1,18	1,05	4,68	1,33	1,24	0,88	0,68
35.35. 6		3,87	3,04	1,08		1,53	4,14	1,71	1,04	6,50	1,30	1,77	1,16	0,68
40.40. 4	6	3,08	2,42	1,12	2,83	1,58	4,48	1,56	1,21	7,09	1,52	1,86	1,18	0,78
40.40. 5		3,79	2,97	1,16		1,64	5,43	1,91	1,20	8,64	1,51	2,22	1,35	0,77
40.40. 6		4,48	3,52	1,20		1,70	6,33	2,26	1,19	9,98	1,49	2,67	1,57	0,77
45.45. 5	7	4,30	3,38	1,28	3,18	1,81	7,83	2,43	1,35	12,4	1,70	3,25	1,80	0,87
45.45. 7		5,86	4,60	1,36		1,92	10,4	3,31	1,33	16,4	1,67	4,39	2,29	0,87
50.50. 5	7	4,80	3,77	1,40	3,54	1,98	11,0	3,05	1,51	17,4	1,90	4,59	2,32	0,98
50.50. 6		5,69	4,47	1,45		2,04	12,8	3,61	1,50	20,4	1,89	5,24	2,57	0,96
50.50. 7		6,56	5,15	1,49		2,11	14,6	4,15	1,49	23,1	1,88	6,02	2,85	0,96
50.50. 9		8,24	6,47	1,56		2,21	17,9	5,20	1,47	28,1	1,85	7,67	3,47	0,97
55.55. 6	8	6,31	4.95	1,56	3,89	2,21	17,3	4,40	1,66	27,4	2,08	7,24	3,28	1,07
55.55. 8		8,23	6,46	1,64		2,32	22,1	5,72	1,64	34,8	2,06	9,35	4,03	1,07
55.55.10		10,1	7,90	1,72		2,43	26,3	6,97	1,62	41,4	2.02	11,3	4,65	1,06
60.60. 6	8	6,91	5,42	1,69	4,24	2,39	22,8	5,29	1,82	36,1	2,29	9,43	3,95	1,17
60.60. 8		9,03	7,09	1,77		2,50	29,1	6,88	1,80	46,1	2,26	12,1	4,84	1,16
60.60.10		11,1	8,69	1,85		2,62	34,9	8,41	1,78	55,1	2,23	14,6	5,57	1,15
65 65. 7	9	8,70	6,83	1,85	4,60	2,62	33,4	7,18	1,96	53,0	2,47	13.8	5,27	1,26
65.65. 9		11,0	8,62	1,93		2 73	41,3	9,04	1,94	65,4	2,44	17,2	6,30	1,25
65.65.11		13,2	10,3	2,00		2,83	48,8	10,8	1,91	76,8	2,42	20,7	7,31	1,25

Dimensiunile la talon v. DIN 997, distanțele între nituri v. DIN 999; v. și Vol. III., secț. Poduri.

[1]) Completarea filelor cu norme, precum și alte profile laminate fără standardizare v. în „Stahl im Hochbau", ed. a 10-a, Düsseldorf 1938.

Filă nouă cu norme DIN pr. de normă 1022 fier L cu aripi egale cu muchii ascuțite.

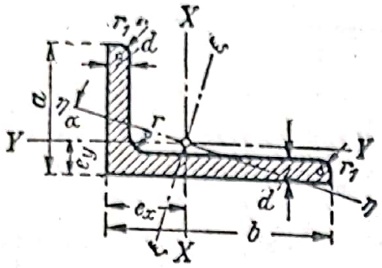
Scanned with OKEN Scanner

Tabela 4. Fier L cu aripi egale după DIN 1028 (continuare)

Notația L b·b·d mm	r mm	Secțiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Distanțele de la axe e cm	w cm	v cm	Pentru axa de încovoiere X-X=Y-Y J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	ξ-ξ J_ξ cm⁴	i_ξ cm	η-η J_η cm⁴	W_η cm³	i_η cm
70. 70. 7	9	9,40	7,38	1,97	4,95	2,79	42,4	8,43	2,12	67,1	2,67	17,6	6,31	1,37
70. 70. 9		11,9	9,34	2,05		2,90	52,6	10,6	2,10	83,1	2,64	22,0	7,59	1,36
70. 70.11		14,3	11,2	2,13		3,01	61,8	12,7	2,08	97,6	2,61	26,0	8,64	1,35
75. 75. 7	10	10,1	7,94	2,09	5,30	2,95	52,4	9,67	2,28	83,6	2,88	21,1	7,15	1,45
75. 75. 8		11,5	9,03	2,13		3,01	58,9	11,0	2,26	93,3	2,85	24,4	8,11	1,46
75. 75.10		14,1	11,1	2,21		3,12	71,4	13,5	2,25	113	2,83	29,8	9,55	1,45
75. 75.12		16,7	13,1	2,29		3,24	82,4	15,8	2,22	130	2,79	34,7	10,7	1,44
80. 80. 8	10	12,3	9,66	2,26	5,66	3,20	72,3	12,6	2,42	115	3,06	29,6	9,25	1,55
80. 80.10		15,1	11,9	2,34		3,31	87,5	15,5	2,41	139	3,03	35,9	10,9	1,54
80. 80.12		17,9	14,1	2,41		3,41	102	18,2	2,39	161	3,00	43,0	12,6	1,53
80. 80.14		20,6	16,1	2,48		3,51	115	20,8	2,36	181	2,96	48,6	13,9	1,54
90. 90. 9	11	15,5	12,2	2,54	6,36	3,59	116	18,0	2,74	184	3,45	47,8	13,3	1,76
90. 90.11		18,7	14,7	2,62		3,70	138	21,6	2,72	218	3,41	57,1	15,4	1,75
90. 90.13		21,8	17,1	2,70		3,81	158	25,1	2,69	250	3,39	65,9	17,3	1,74
90. 90.16		26,4	20,7	2,81		3,97	186	30,1	2,66	294	3,34	79,1	19,9	1,73
100.100.10	12	19,2	15,1	2,82	7,07	3,99	177	24,7	3,04	280	3,82	73,3	18,4	1,95
100.100.12		22,7	17,8	2,90		4,10	207	29,2	3,02	328	3,80	86,2	21,0	1,95
100.100.14		26,2	20,6	2,98		4,21	235	33,5	3,00	372	3,77	98,3	23,4	1,94
100.100.20		36,2	28,4	3,20		4,54	311	45,8	2,93	488	3,67	134	29,5	1,93
110.110.10	12	21,2	16,6	3,07	7,78	4,34	239	30,1	3,36	379	4,23	98,6	22,7	2,16
110.110.12		25,1	19,7	3,15		4,45	280	35,7	3,34	444	4,21	116	26,1	2,15
110.110 14		29,0	22,8	3,21		4,54	319	41,0	3,32	505	4,18	133	29,3	2,14
120.120.11	13	25,4	19,9	3,36	8,49	4,75	341	39,5	3,66	541	4,62	140	29,5	2,35
120.120.13		29,7	23,3	3,44		4,86	394	46,0	3,64	625	4,59	162	33,3	2,34
120.120.15		33,9	26,6	3,51		4,96	446	52,5	3,63	705	4,56	186	37,5	2,34
120.120.20		44,2	34,7	3,70		5,24	562	67,7	3,57	887	4,48	236	45,0	2,31
130.130.12	14	30,0	23,6	3,64	9,19	5,15	472	50,4	3,97	750	5,00	194	37,7	2,54
130.130.14		34,7	27,2	3,72		5,26	540	58,2	3,94	857	4,97	223	42,4	2,53
130.130.16		39,3	30,9	3,80		5,37	605	65,8	3,92	959	4,94	251	46,7	2,52
140.140.13	15	35,0	27,5	3,92	9,90	5,54	638	63,3	4,27	1010	5,38	262	47,3	2,74
140.140.15		40,0	31,4	4,00		5,66	723	72,3	4,25	1150	5,36	298	52,7	2,73
140.140.17		45,0	35,3	4,08		5,77	805	81,2	4,23	1280	5,33	334	57,9	2,72
150.150.14	16	40,3	31,6	4,21	10,6	5,95	845	78,2	4,58	1340	5,77	347	58,3	2,94
150.150.16		45,7	35,9	4,29		6,07	949	88,7	4,56	1510	5,74	391	64,4	2,93
150.150.18		51,0	40,1	4,36		6,17	1050	99,3	4,54	1670	5,70	438	71,0	2,93
160.160.15	17	46,1	36,2	4,49	11,3	6,35	1100	95,6	4,88	1750	6,15	453	71,3	3,14
160.160.17		51,8	40,7	4,57		6,46	1230	108	4,86	1950	6,13	506	78,3	3,13
160.160.19		57,5	45,1	4,65		6,58	1350	118	4,84	2140	6,10	558	84,8	3,12
180.180.16	18	55,4	43,5	5,02	12,7	7,11	1680	130	5,51	2690	6,96	679	95,5	3,50
180.180.18		61,9	48,6	5,10		7,22	1870	145	5,49	2970	6,93	757	105	3,49
180.180.20		68,4	53,7	5,18		7,33	2040	160	5,47	3260	6,90	830	113	3,49
200.200.16	18	61,8	48,5	5,52	14,1	7,80	2340	162	6,15	3740	7,78	943	121	3,91
200.200.18		69,1	54,3	5,60		7,92	2600	181	6,13	4150	7,75	1050	133	3,90
200.200.20		76,4	59,9	5,68		8,04	2850	199	6,11	4540	7,72	1160	144	3,89

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 5. Fier L cu aripi neegale (după DIN 1029)



I momentul de inerţie, *W* modulul de rezistenţă, *i* raza de inerţie } raportate la axa respectivă de încovoiere

$r_1 = r/2$ (rotunjit la jumătăţi de mm resp. la mm întregi)

Dimensiunile la talon v. DIN 997, distanţele între nituri v. DIN 999, fila 1...3, şi vol. III, Secţ. Poduri

Notaţia L $a \cdot b \cdot d$	r	Secţiunea F	Greutatea G	Distanţele dela axe e_x	e_y	Poziţia axei $\eta-\eta$	Pentru axa de încovoiere $X-X$: J_x	W_x	i_x	$Y-Y$: J_y	W_y	i_y	$\xi-\xi$: J_ξ	i_ξ	$\eta-\eta$: J_η	i_η
mm	mm	cm^2	kg/m	cm	cm	tg α	cm^4	cm^3	cm	cm^4	cm^3	cm	cm^4	cm	cm^4	cm
20 . 30 . 3		1,42	1,11	0,99	0,50	0,431	1,25	0,62	0,94	0,44	0,29	0,56	1,43	1.00	0,25	0,42
20 . 30 . 4	3,5	1,85	1,45	1,03	0,54	0,423	1,59	0,81	0,93	0,55	0,38	0,55	1,81	0,99	0,33	0,42
20 . 30 . 5		2,26	1,77	1,07	0,58	0,412	1,90	0,99	0,92	0,66	0,46	0,54	2,15	0,98	0,40	0,42
20 . 40 . 3	3,5	1,72	1,35	1,43	0,44	0,259	2,79	1,08	1,27	0,47	0,30	0,52	2,96	1,31	0,30	0,42
20 . 40 . 4		2,25	1,77	1,47	0,48	0,252	3,59	1,42	1,26	0,60	0,39	0,52	3,79	1,30	0,39	0,42
30 . 45 . 3		2,19	1,72	1,43	0,70	0,441	4,48	1,46	1,43	1,60	0,70	0,86	5,17	1,54	0,91	0,64
30 . 45 . 4	4,5	2,87	2.25	1,48	0,74	0,436	5,78	1,91	1,42	2,05	0,91	0,85	6,65	1,52	1,18	0,64
30 . 45 . 5		3,53	2,77	1,52	0,78	0,430	6,99	2,35	1,41	2,47	1,11	0,84	8,02	1,51	1,44	0,64
30 . 60 . 5	6	4,29	3,37	2,15	0,68	0,256	15,6	4,04	1,90	2,60	1,12	0,78	16,5	1,96	1,69	0,63
30 . 60 . 7		5,85	4,59	2,24	0,76	0,248	20,7	5,50	1,88	3,41	1,52	0,76	21,8	1,93	2,28	0,62
40 . 50 . 3		2,63	2,06	1,48	0,99	0,632	6,58	1,87	1,58	3,76	1,25	1,20	8,46	1,79	1,89	0,85
40 . 50 . 4	4	3,46	2,71	1,52	1,03	0,629	8,54	2,47	1,57	4,86	1,64	1,19	10,9	1,78	2,46	0,84
40 . 50 . 5		4,27	3,35	1,56	1,07	0,625	10,4	3,02	1,56	5,89	2,01	1,18	13,3	1,76	3,02	0,84
40 . 60 . 5		4,79	3,76	1,96	0,97	0,437	17,2	4,25	1,89	6,11	2,02	1,13	19,8	2,03	3,50	0,86
40 . 60 . 6	6	5,68	4,46	2,00	1,01	0,433	20,1	5,03	1,88	7,12	2,38	1,12	23,1	2,02	4,12	0,85
40 . 60 . 7		6,55	5,14	2,04	1,05	0,429	23,0	5,79	1,87	8,07	2,74	1,11	26,3	2,00	4,73	0,85
40 . 80 . 4		4,69	3,68	2,76	0,80	0,265	31,1	5,93	2,57	5,32	1,66	1,07	33,0	2,65	3,38	0,85
40 . 80 . 6	7	6,89	5,41	2,85	0,88	0,259	44,9	8,73	2,55	7,59	2,44	1,05	47,6	2,63	4,90	0,84
40 . 80 . 8		9,01	7,07	2,94	0,95	0,253	57,6	11,4	2,53	9,68	3,18	1,04	60,9	2,60	6,41	0,84
50 . 65 . 5		5,54	4,35	1,99	1,25	0,583	23,1	5,11	2,04	11,9	3,18	1,47	28,8	2,28	6,21	1,06
50 . 65 . 7	6,5	7,60	5,97	2,07	1,33	0,574	31,0	6,99	2,02	15,8	4,31	1,44	38,4	2,25	8,37	1,05
50 . 65 . 9		9,58	7,52	2,15	1,41	0,567	38,2	8,77	2,00	19,4	5,39	1,42	47,0	2,22	10,5	1,05
50 . 100 . 6		8,73	6,85	3,49	1,04	0,263	89,7	13,8	3,20	15,3	3,86	1,32	95,2	3,30	9,78	1,06
50 . 100 . 8	9	11,5	8,99	3,59	1,13	0,258	116	18,0	3,18	19,5	5,04	1,31	123	3,28	12,6	1,05
50 . 100 . 10		14,1	11,1	3,67	1,20	0,252	141	22,2	3,16	23,4	6,17	1,29	149	3,25	15,5	1,04
55 . 75 . 5		6.30	4,95	2,31	1,33	0,530	35,5	6,84	2,37	16,2	3,89	1,60	43,1	2,61	8,68	1,17
55 . 75 . 7	7	8,66	6,80	2,40	1,41	0,525	47,9	9,39	2,35	21,8	5,32	1,59	57,9	2,59	11,8	1,17
55 . 75 . 9		10,9	8,59	2,47	1,48	0,518	59,4	11,8	2,33	26,8	6,66	1,57	71,3	2,55	14,8	1,16
60 . 90 . 6		8,69	6,82	2,89	1,41	0,442	71,7	11,7	2,87	25,8	5,61	1,72	82,8	3,09	14,6	1,30
60 . 90 . 8	7	11,4	8,96	2,97	1,49	0,437	92,5	15,4	2,85	33,0	7,31	1,70	107	3,06	19,0	1,29
60 . 90 . 10		14,1	11,0	3,05	1,56	0,431	112	18,8	2,82	39,6	8,92	1,68	129	3,02	23,1	1,28
65 . 75 . 6		8,11	6,37	2,19	1,70	0,740	44,0	8,30	2,33	30,7	6,39	1,94	60,2	2,73	14,4	1,34
65 . 75 . 8	8	10,6	8,34	2,28	1,78	0,736	56,7	10,9	2,31	39,4	8.34	1,92	77,3	2,70	18,8	1,33
65 . 75 . 10		13,1	10,3	2,35	1,86	0,732	68,4	13,3	2,29	47,3	10,2	1,90	92,7	2,66	23,0	1,33
65 . 80 . 6		8,41	6,60	2,39	1,65	0,649	52,8	9,41	2,51	31,2	6,44	1,93	68,5	2,85	15,6	1 36
65 . 80 . 8	8	11,0	8,66	2,47	1,73	0,645	68,1	12,3	2,49	40,1	8,41	1,91	88,0	2,82	20,3	1,36
65 . 80 . 10		13,6	10,7	2,55	1,81	0,640	82,2	15,1	2,46	48,3	10,3	1,89	106	2,79	24,8	1,35
65 . 80 . 12		16,0	12,6	2,63	1,88	0,634	95,4	17,8	2,44	55,8	12,1	1,87	122	2,76	29,2	1,35
65 . 100 . 7		11,2	8,77	3,23	1,51	0,419	113	16,6	3,17	37,6	7,54	1,84	128	3,39	21,6	1,39
65 . 100 . 9	10	14,2	11,1	3,32	1,59	0,415	141	21,0	3,15	46,7	9,52	1,82	160	3,36	27,2	1,39
65 . 100 . 11		17,1	13,4	3,40	1,67	0,410	167	25,3	3,13	55,1	11,4	1,80	190	3,34	32,6	1,38

Scanned with OKEN Scanner

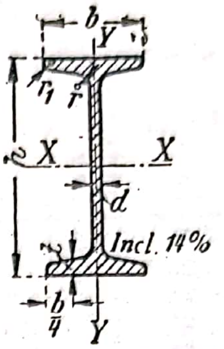
Tabela 5. Fier L cu aripi neegale (după DIN 1029) (continuare)

Notația L a·b·d mm	r mm	Secțiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Distanțele dela axe e_x cm	e_y cm	Poziția axei η−η tg α	X−X J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	Y−Y J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm	ξ−ξ J_ξ cm⁴	i_ξ cm	η−η J_η cm⁴	i_η cm
65.115. 6		10,5	8,25	3,85	1,38	0,327	145	18,9	3,71	34,4	6,71	1,81	158	3,88	21,1	1,42
65.115. 8	8	13,8	10,9	3,94	1,46	0,324	188	24,8	3,69	44,2	8,78	1,79	205	3,85	27,4	1,41
65.115.10		17,1	13,4	4,02	1,54	0,321	229	30,6	3,66	53,3	10,8	1,77	249	3,82	33,2	1,40
65.130. 8		15,1	11,9	4,56	1,37	0,263	263	31,1	4,17	44,8	8,72	1,72	280	4,31	28,6	1,38
65.130.10	11	18,6	14,6	4,65	1,45	0,259	321	38,4	4,15	54,2	10,7	1,71	340	4,27	35,0	1,37
65.130.12		22,1	17,3	4,74	1,53	0,255	376	45,5	4,12	63,0	12,7	1,69	397	4,24	41,2	1,37
75. 90. 7		11,1	8,74	2,67	1,93	0,683	88,1	13,9	2,81	55,5	9,98	2.23	117	3,24	27,1	1,56
75. 90. 9	8,5	14,1	11,1	2,76	2,01	0,679	110	17,6	2,79	69,1	12,6	2,21	145	3,21	34,1	1,56
75. 90.11		17,0	13,4	2,83	2,09	0,675	130	21,1	2,77	81,7	18,5	2,19	171	3,17	40,9	1,55
75.100. 7		11,9	9,32	3,06	1,83	0,553	118	17,0	3,15	56,9	10,0	2,19	145	3,49	30,1	1,59
75.100. 9	10	15,1	11,8	3,15	1,91	0,549	148	21,5	3,13	71,0	12,7	2,17	181	3,47	37,8	1,59
75.100.11		18,2	14,3	3,23	1,99	0,545	176	25,9	3,11	84,0	15,3	2,15	214	3,44	45,4	1,58
75.130. 8		15,9	12,5	4,36	1,65	0,339	276	31,9	4,17	68,3	11,7	2,08	303	4,37	41,3	1,61
75.130.10	10,5	19,6	15,4	4,45	1,73	0,336	337	39,4	4,14	82,9	14,4	2,06	369	4,34	50,6	1,61
75.130.12		23,3	18,3	4,53	1,81	0,332	395	46,6	4,12	96,5	17,0	2,04	432	4,31	59,6	1,60
75.150. 9		19,5	15,3	5,28	1,57	0,265	455	46,8	4,83	78,3	13,2	2,00	484	4,98	50,0	1,60
75.150.11	10,5	23,6	18,6	5,37	1,65	0,261	545	56,6	4,80	93,0	15,9	1,98	578	4,95	59,8	1,59
75.150.13		27,7	21,7	5,45	1,73	0,258	631	66,1	4,78	107	18,5	1,96	668	4,91	69,4	1,58
75.170.10		23,7	18,6	6,21	1,52	0,214	709	65,7	5,47	88,2	14,8	1,93	739	5,59	58,5	1,57
75.170.12	11,5	28,1	22,1	6,30	1,60	0,210	834	78,0	5,45	103	17,4	1,91	868	5,56	68,9	1,57
75.170.14		32,5	25,5	6,39	1,68	0,207	955	90,0	5,42	117	20,0	1,89	992	5,53	79,0	1,56
75.170.16		36,8	28,9	6,47	1,76	0,204	1070	102	5,39	130	22,6	1,88	1110	5,50	88,8	1,55
80.120. 8		15,5	12,2	3,83	1,87	0,441	226	27,6	3,82	80,8	13,2	2,29	261	4,10	45,8	1,72
80.120.10	11	19,1	15,0	3,92	1,95	0,438	276	34,1	3,80	98,1	16,2	2,27	318	4,07	56,1	1,71
80.120.12		22,7	17,8	4,00	2,03	0,433	323	40,4	3,77	114	19,1	2,25	371	4,04	66,1	1,71
80.120.14		26,2	20,5	4,08	2,10	0,429	368	46,4	3,75	130	22,0	2,23	421	4,01	75,8	1,70
90.110. 9		17,3	13,6	3,30	2,32	0,652	204	26,5	3,43	122	18,3	2,66	264	3,90	62,2	1,89
90.110.11	12	20,9	16,4	3,38	2,40	0,650	243	31,9	3,41	146	22,1	2,64	315	3,88	74,3	1,88
90.110.13		24,5	19,2	3,46	2,48	0,648	281	37,2	3,39	168	25,7	2,62	362	3,85	86,0	1,88
90.130.10		21,2	16,6	4,15	2,18	0,472	358	40,5	4,11	141	20,6	2,58	420	4,46	78,5	1,93
90.130.12	12	25,1	19,7	4,24	2,26	0,468	420	48,0	4,09	165	24,4	2,56	492	4,43	92,6	1,92
90.130.14		29,0	22,8	4,32	2,34	0,465	480	55,3	4,07	187	28,1	2,54	560	4,40	106	1,91
90.150.10		23,2	18,2	4,99	2,03	0,363	532	53,1	4,79	146	21,0	2,51	591	5,05	87,3	1,94
90.150.12	12,5	27,5	21,6	5,08	2,11	0,360	626	63,1	4,77	170	24,7	2,49	694	5,02	102	1,93
90.150.14		31,8	25,0	5,16	2,19	0,357	716	72,8	4,75	194	28,4	2,47	792	4,99	118	1,92
90.250.10		33,2	26,0	9,49	1,57	0,156	2170	140	8,09	163	22,0	2,22	2220	8,18	113	1,84
90.250.12	12,5	39,5	31,0	9,59	1,65	0,154	2570	167	8,06	191	26,0	2,20	2630	8,15	133	1,83
90.250.14		45,8	36,0	9,68	1,74	0,152	2960	193	8,03	218	30,0	2,18	3020	8,12	152	1,82
90.250.16		52,0	40,8	9,77	1,82	0,150	3330	219	8,01	243	33,8	2,16	3400	8,09	172	1,82
100.150.10		24,2	19,0	4,80	2,34	0,442	552	54,1	4,78	198	25,8	2,86	637	5,13	112	2,15
100.150.12	13	28,7	22,6	4,89	2,42	0,439	650	64,2	4,76	232	30,6	2,84	749	5,10	132	2,15
100.150.14		33,2	26,1	4,97	2,50	0,435	744	74,1	4,73	264	35,2	2,82	856	5,07	152	2,14
100.200.10		29,2	23,0	6,93	2,01	0,266	1220	93,2	6,46	210	26,3	2,68	1300	6,66	133	2,14
100.200.12		34,8	27,3	7,03	2,10	0,264	1440	111	6,43	247	31,3	2,67	1530	6,63	158	2,13
100.200.14	15	40,3	31,6	7,12	2,18	0,262	1650	128	6,41	282	36,1	2,65	1760	6,60	181	2,12
100.200.16		45,7	35,9	7,20	2,26	0,259	1860	145	6,38	316	40,8	2,63	1970	6,57	204	2,11
100.200.18		51,0	40,0	7,29	2,34	0,256	2060	162	6,36	347	45,3	2,61	2180	6,54	227	2,11

Profile noi sunt corniere cu aripi neegale 80 · 160 · 10, 80 · 160 · 12 și 80 · 160 · 14.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 6. Fier I (după DIN 1025)



J moment de inerţie
W modul de rezistenţă } raportate la axa de încovoiere respectivă
$i = \sqrt{J/F}$ rază de inerţie

S_x momentul static al jumătăţii de secţiune

$s_x = J_x/S_x$ distanţa dintre centrele de compresiune şi de întindere

$r_1 \approx 0{,}6\, d$

Notaţia I	Dimensiuni h mm	b mm	d mm	t mm	r mm	Secţiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Pt. axa de încovoiere X–X: J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	Y–Y: J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm	S_x cm³	s_x cm
8	80	42	3,9	5,9	3,9	7,58	5,95	77,8	19,5	3,20	6,29	3,00	0,91	11,4	6,84
10	100	50	4,5	6,8	4,5	10,6	8,32	171	34,2	4,01	12,2	4,88	1,07	19,9	8,57
12	120	58	5,1	7,7	5,1	14,2	11,2	328	54,7	4,81	21,5	7,41	1,23	31,8	10,3
14	140	66	5,7	8,6	5,7	18,3	14,4	573	81,9	5,61	35,2	10,7	1,40	47,7	12,0
16	160	74	6,3	9,5	6,3	22,8	17,9	935	117	6,40	54,7	14,8	1,55	68,0	13,7
18	180	82	6,9	10,4	6,9	27,9	21,9	1 450	161	7,20	81,3	19,8	1,71	93,4	15,5
20	200	90	7,5	11,3	7,5	33,5	26,3	2 140	214	8,00	117	26,0	1,87	125	17,2
22	220	98	8,1	12,2	8,1	39,6	31,1	3 060	278	8,80	162	33,1	2,02	162	18,9
24	240	106	8,7	13,1	8,7	46,1	36,2	4 250	354	9,59	221	41,7	2,20	206	20,6
26	260	113	9,4	14,1	9,4	53,4	41,9	5 740	442	10,4	288	51,0	2,32	257	22,3
28	280	119	10,1	15,2	10,1	61,1	48,0	7 590	542	11,1	364	61,2	2,45	316	24,0
30	300	125	10,8	16,2	10,8	69,1	54,2	9 800	653	11,9	451	72,2	2,56	381	25,7
32	320	131	11,5	17,3	11,5	77,8	61,1	12 510	782	12,7	555	84,7	2,67	457	27,4
34	340	137	12,2	18,3	12,2	86,8	68,1	15 700	923	13,5	674	98,4	2,80	540	29,1
36	360	143	13,0	19,5	13,0	97,1	76,2	19 610	1090	14,2	818	114	2,90	638	30,7
38	380	149	13,7	20,5	13,7	107	84,0	24 010	1260	15,0	975	131	3,02	741	32,4
40	400	155	14,4	21,6	14,4	118	92,6	29 210	1460	15,7	1160	149	3,13	857	34,1
42½	425	163	15,3	23,0	15,3	132	104	36 970	1740	16,7	1440	176	3,30	1020	36,2
45	450	170	16,2	24,3	16,2	147	115	45 850	2040	17,7	1730	203	3,43	1200	38,3
47½	475	178	17,1	25,6	17,1	163	128	56 480	2380	18,6	2090	235	3,60	1400	40,4
50	500	185	18,0	27,0	18,0	180	141	68 740	2750	19,6	2480	268	3,72	1620	42,4
55	550	200	19,0	30,0	19,8	213	167	99 180	3610	21,6	3490	349	4,02	2120	46,8
60	600	215	21,6	32,4	21,6	254	199	139 000	4630	23,4	4670	434	4,30	2730	50,9
	Fier I pentru construcţii cu zăbrele														
IZ 14	140	60	4	5,5	4	11,7	9,16	365	52,2	5,59	15,6	5,21	1,15	30,2	12,1

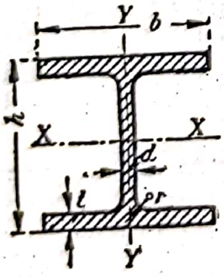


Fig. a

Fier I cu tălpi late şi paralele (Fig. a)

(Explicarea acestei tabele v. m. s.)

$r \approx 1{,}5\, d$

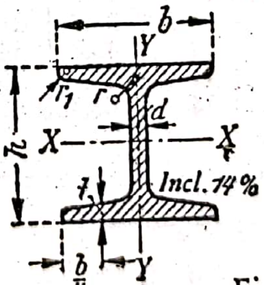


Fig. b.

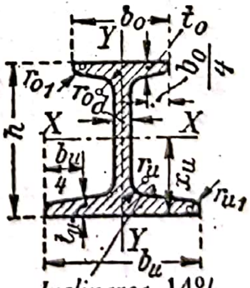


Fig. c. Inclinarea 14%

Notaţia IP	Dimensiuni h mm	b mm	d mm	t mm	r mm	Secţiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Pt. axa de încovoiere X–X: J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	Y–Y: J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm	S_x cm³	s_x cm
10	100	100	6,5	10	10	26,1	20,5	447	89,3	4,14	167	33,4	2,53	51,8	8,62
12	120	120	7	11	11	34,3	26,9	864	144	5,02	317	52,9	3,04	82,8	10,4
14	140	140	8	12	12	44,1	34,6	1 520	217	5,87	550	78,6	3,53	127	12,0
16	160	160	9	14	14	58,4	45,8	2 630	329	6,72	958	120	4,05	188	14,0
18	180	180	9	14	14	65,8	51,6	3 830	426	7,63	1360	151	4,55	241	15,9

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 6. Fier I (continuare)

Notația	Dimensiuni					Secțiunea	Greutatea	Pt. axa de încovoiere X–X			Y–Y			S_x	s_x
IP	h mm	b mm	d mm	t mm	r mm	F cm²	G kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm	cm³	cm
20	200	200	10	16	15	82,7	64,9	5 950	595	8,48	2 140	214	5,08	337	17,7
22	220	220	10	16	15	91,1	71,5	8 050	732	9,37	2 840	258	5,59	412	19,5
24	240	240	11	18	17	111	87,4	11 690	974	10,5	4 150	346	6,11	549	21,3
26	260	260	11	18	17	121	94,8	15 050	1 160	11,2	5 280	406	6,61	649	23,2
28	280	280	12	20	18	144	113	20 720	1 480	12,0	7 320	523	7,14	831	24,9
30	300	300	12	20	18	154	121	25 760	1 720	12,9	9 010	600	7,65	959	26,8
32	320	300	13	22	20	171	135	32 250	2 020	13,7	9 910	661	7,60	1130	28,5
34	340	300	13	22	20	174	137	36 940	2 170	14,5	9 910	661	7,55	1220	30,3
36	360	300	14	24	21	192	150	45 120	2 510	15,3	10 810	721	7,51	1410	32,0
38	380	300	14	24	21	194	153	50 950	2 680	16,2	10 810	721	7,46	1510	33,8
40	400	300	14	26	21	209	164	60 640	3 030	17,0	11 710	781	7,49	1700	35,6
42½	425	300	14	26	21	212	166	69 480	3 270	18,1	11 710	781	7,43	1830	37,8
45	450	300	15	28	23	232	182	84 220	3 740	19,0	12 620	841	7,38	2110	40,0
47½	475	300	15	28	23	235	185	95 120	4 010	20,1	12 620	841	7,32	2250	42,2
50	500	300	16	30	24	255	200	113 200	4 530	21,0	13 530	902	7,28	2560	44,3
55	550	300	16	30	24	263	207	140 300	5 100	23,1	13 530	902	7,17	2880	48,7
60	600	300	17	32	26	289	227	180 800	6 030	25,0	14 440	962	7,07	3410	53,0
65	650	300	17	32	26	297	234	216 800	6 670	27,0	14 440	962	6,97	3780	57,4
70	700	300	18	34	27	324	254	270 300	7 720	28,9	15 350	1020	6,88	4400	61,5
75	750	300	18	34	27	333	261	316 300	8 430	30,8	15 350	1020	6,79	4800	65,8
80	800	300	18	34	27	342	268	366 400	9 160	32,7	15 350	1020	6,70	5220	70,2
85	850	300	19	36	30	372	292	443 900	10 440	34,6	16 270	1080	6,61	5980	74,2
90	900	300	19	36	30	381	299	506 000	11 250	36,4	16 270	1080	6,53	6450	78,4
95	950	300	19	36	30	391	307	573 000	12 060	38,3	16 270	1080	6,45	6930	82,7
100	1000	300	19	36	30	400	314	644 700	12 900	40,1	16 280	1080	6,37	7430	86,8

Fier I cu tălpi late cu o înclinare de 9% a suprafețelor interioare ale tălpilor (după DIN 1025) $r = t$, numai la I 10 . 10 = 10 mm; $r_1 = 3$ mm; rotunjirea muchiilor exterioare ale tălpilor $r_2 = 1{,}5$ mm numai la I 10 . 10 și 12 . 12.

I	Dimensiuni			Secțiunea	Greutatea	Pt. axa de încovoiere X–X			Y–Y			S_x	s_x
	h=b mm	d mm	t mm	F cm²	G kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm	cm³	cm
10.10	100	7,5	10,25	26,8	21,0	447	89,4	4,09	151	30,1	2,37	53	8,4
12.12	120	8	11	34,6	27,2	852	142	4,96	276	46,0	2,82	82	10,4
14.14	140	8	12	43,3	34,0	1490	213	5,86	475	67,8	3,31	122	12,2
16.16	160	9	14	57,4	45,0	2580	322	6,70	831	104	3,81	184	14,0
18.18	180	9	14	64,7	50,8	3750	417	7,62	1170	130	4,25	237	15,9

$r = d$

IV	Dimensiuni						Secțiunea	Greutatea	Pt. axa de încovoiere X–X			Y–Y		
	h mm	b mm	d mm	t mm	r mm	r_1 mm	F cm²	G kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm
Fier I pt. vagoane (Fig. b și c)														
76/81	76	81	10	8,4	10	5	19,5	15,3	171	45,0	2,95	60,2	14,9	1,76
80 50/80 1)	80	50	8	8	8	3,35	15,5	12,2	147	32,3	3,07	34,2	8,5	1,48
		80		8	8	4								
100/85	100	85	7	9	7	4,5	20,8	16,4	343	68,7	4,01	75,1	17,7	1,90
Profile I pt. construcții de oțel (după DIN 1031)														
100/85	100	85	7	9	7	4,5	20,8	16,4	343	68,7	4,01	75,1	17,7	1,90
100/100	100	100	7,5	10,25	10	3	26,8	21,0	447	89,4	4,09	151	30,1	2,37
120/120	120	120	8	11	11	3	34,6	27,2	852	142	4,96	276	46,0	2,82

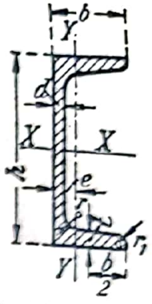
[1] Distanța axei de greutate: $x_u \approx 35$ mm.

Tabela 7. Fier ⊏ (după DIN 1026)

Fier ⊏ până la înălțimea de 30 cm inclusiv, inclinare 8%, peste 30 cm, afară de ⊏ 38 [1]), inclinare 5%

J moment de inerție
W modul de rezistență
$i = \sqrt{J/F}$ rază de inerție
} raportate la axa de încovoiere respectivă

Dimensiunile la talon v. DIN 997, v. și vol. III, Secț. Poduri



Notația ⊏	Dimensiuni h mm	b mm	d mm	t = r mm	r_1 mm	Secțiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Pentru axa de încovoiere X–X J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	Y–Y J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm	S_x cm³	s_x cm	e cm
3	30	33	5	7	3,5	5,44	4,27	6,39	4,26	1,08	5,33	2,68	0,99	—	—	1,31
4	40	35	5	7	3,5	6,21	4,87	14,1	7,05	1,50	6,68	3,08	1,04	—	—	1,33
5	50	38	5	7	3,5	7,12	5,59	26,4	10,6	1,92	9,12	3,75	1,13	—	—	1,37
6,5	65	42	5,5	7,5	4	9,03	7,09	57,5	17,7	2,52	14,1	5,07	1,25	—	—	1,42
8	80	45	6	8	4	11,0	8,64	106	26,5	3,10	19,4	6,36	1,33	15,9	6,65	1,45
10	100	50	6	8,5	4,5	13,5	10,6	206	41,2	3,91	29,3	8,49	1,47	24,5	8,42	1,55
12	120	55	7	9	4,5	17,0	13,4	364	60,7	4,62	43,2	11,1	1,59	36,3	10,0	1,60
14	140	60	7	10	5	20,4	16,0	605	86,4	5,45	62,7	14,8	1,75	51,4	11,8	1,75
16	160	65	7,5	10,5	5,5	24,0	18,8	925	116	6,21	85,3	18,3	1,89	68,8	13,3	1,84
18	180	70	8	11	5,5	28,0	22,0	1 350	150	6,95	114	22,4	2,02	89,6	15,1	1,92
20	200	75	8,5	11,5	6	32,2	25,3	1 910	191	7,70	148	27,0	2,14	114	16,8	2,01
22	220	80	9	12,5	6,5	37,4	29,4	2 690	245	8,48	197	33,6	2,30	146	18,5	2,14
24	240	85	9,5	13	6,5	42,3	33,2	3 600	300	9,22	248	39,6	2,42	179	20,1	2,23
26	260	90	10	14	7	48,3	37,9	4 820	371	9,99	317	47,7	2,56	221	21,8	2,36
28	280	95	10	15	7,5	53,3	41,8	6 280	448	10,9	399	57,2	2,74	266	23,6	2,53
30	300	100	10	16	8	58,8	46,2	8 030	535	11,7	495	67,8	2,90	316	25,4	2,70
32	320	100	14	17,5	8,75	75,8	59,5	10 870	679	12,1	597	80,6	2,81	413	26,3	2,60
35	350	100	14	16	8	77,3	60,6	12 840	734	12,9	570	75,0	2,72	459	28,6	2,40
38 [1])	381	102	13,34	16	11,2	79,7	62,6	15 730	826	14,1	613	78,4	2,78	505	31,1	2,35
40	400	110	14	18	9	91,5	71,8	20 350	1020	14,9	846	102	3,04	618	32,9	2,65
						Fier ⊏ pt. construcții cu zăbrele										
Z14	140	40	4	6	3	9,9	7,78	285	40,6	5,36	12,5	4,21	1,12	24,2	11,8	1,02
						Profile I pt. construcții de oțel (după DIN 1031)										
105/65	105	65	8	8	4	17,3	13,6	287	54,7	4,07	61,2	13,2	1,88	—	—	1,88

[1]) ⊏ 38 corespunde cu vechiul profil englez standardizat B S C 27 (15·4") cu 2° inclinare a suprafețelor interioare ale tălpilor: $r = t$; $r_1 = 0,7\,t$.

Scanned with OKEN Scanner

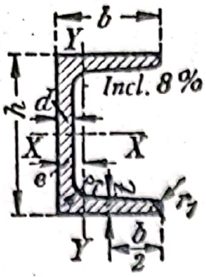
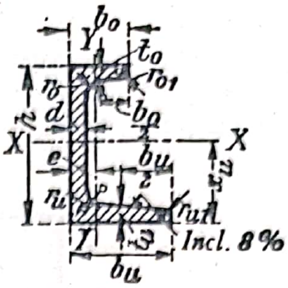


Tabela 7. Fier ⊏ (după DIN 1026) (continuare)

Fier ⊏ pt. vagoane şi vehicule

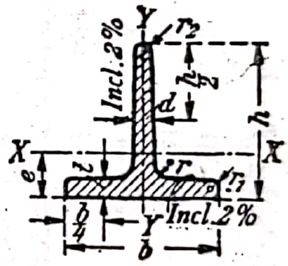


Notaţia ⊏V	h mm	b mm	d mm	t = r mm	r_1 mm	Secţiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Pt. axa de încovoiere X–X J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	Y–Y J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm	e cm
						Fier ⊏ pt. vagoane								
76/55	76	55	10	11 15	5,6	17,6	13,8	142	37,3	2,84	45,1	12,7	1 60	1,95
80 30/50 [1]	80	30	8	8	4	11,5	9,02	97	21,2	2,91	18,2	4,90	1,26	1,25
		50		8	4									
91,5/26,5	91 5	26,5	8,5	10,7	5,35	11 8	9,27	119	26,0	3,18	5,40	3,00	0,68	0,85
105/65	105	65	8	8	4	17,3	13,6	287	54,7	4,07	61,2	13,2	1,88	1,88
145/60	145	60	8	8	4	19,8	15,6	585	80,7	5,43	53,6	11,9	1,65	1,50
235/90	235	90	10	12	6	42,4	33,3	3430	292	9,00	272	40,5	2,53	2,28
300/75	300	75	10	10	5	42,8	33,6	4930	328	10,7	145	24,2	1,84	1,50
300/78	300	78	10	13	6,5	47,6	37,4	5860	393	11,1	209	34,7	2,10	1,80
⊏Ve						Fier ⊏ pt. vehicule								
121,5/35	121,5	35	5	6	3	9 65	7 58	193	31,7	4,47	8,50	3,20	0,94	0,85

Distanţa axei de greutate: $x_u \approx 34,5$ mm.

Tabela 8. Fier ⊥ (după DIN 1024)

Fier ⊥ cu înălţime mare $h : b = 1 : 1$



J moment de inerţie
W modul de rezistenţă } raportate la axa de încovoiere respectivă
$i = \sqrt{J/F}$ moment de inerţie

Notaţia ⊥	b = h mm	d = t = r mm	r_1 mm	r_2 mm	Secţiunea F cm²	Greutatea G kg/m	e cm	Pt. axa de încovoiere X–X J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	Y–Y J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm
1½	15	3	1 5	1	0,82	0,65	0,46	0,15	0,14	0,43	0,08	0,11	0,32
2	20	3	1,5	1	1,12	0,88	0,58	0,38	0,27	0,58	0,20	0,20	0,42
2½	25	3,5	2	1	1,64	1,29	0,73	0,87	0,49	0,73	0,43	0,34	0,51
3	30	4	2	1	2,26	1,77	0,85	1,72	0,80	0,87	0,87	0,58	0,62
3½	35	4,5	2 5	1	2,97	2,33	0,99	3,10	1,23	1,04	1,57	0,90	0,73
4	40	5	2,5	1	3,77	2,96	1,12	5,28	1,84	1,18	2,58	1,29	0,83
4½	45	5,5	3	1,5	4,67	3,67	1,26	8,13	2 51	1,32	4,01	1,78	0 93
5	50	6	3	1,5	5 66	4,44	1,39	12,1	3,36	1,46	6,06	2 42	1,03
6	60	7	3,5	2	7,94	6,23	1,66	23 8	5,48	1,73	12,2	4,07	1,24
7	70	8	4	2	10,6	8,32	1,94	44 5	8,79	2,05	22,1	6,32	1,44
8	80	9	4,5	2	13,6	10,7	2,22	73,7	12,8	2,33	37,0	9,25	1,65
9	90	10	5	2,5	17,1	13,4	2,48	119	18,2	2,64	58,5	13,0	1,85
10	100	11	5,5	3	20,9	16,4	2,74	179	24,6	2,92	88,3	17,7	2,05
12	120	13	6,5	3	29,6	23,2	3,28	366	42,0	3,51	178	29,7	2,45
14	140	15	7,5	4	39,9	31,3	3,80	660	64,7	4,07	330	47,2	2,88
16	160	15	7,5	4	45,8	35,9	4,20	1010	85,5	4,68	490	61,3	3,27

Fila nouă cu norme DIN pr. de normă 1022, fier ⊥ cu înălţimi mari şi muchii ascuţite.

Scanned with OKEN Scanner

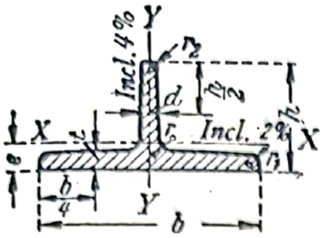


Tabela 8. Fier ⊥ (după DIN 1024) (continuare)

Fier ⊥ cu tălpi late $b : h = 2 : 1$

J moment de inerție, W modul de rezistență, $i = \sqrt{J/F}$ rază de inerție } raportate la axa de încovoiere respectivă

Notația ⊥	Dimensiuni b mm	h mm	d=t=r mm	r_1 mm	r_2 mm	Secțiunea F cm²	Greutatea G kg/m	e cm	Pt. axa de încovoiere X—X: J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	Y—Y: J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm
6 . 3	60	30	5,5	3	1,5	4,64	3,64	0,67	2,58	1,11	0,75	8,62	2,87	1,36
7 . 3½	70	35	6	3	1,5	5,94	4,66	0,77	4,49	1,65	0,87	15,1	4,31	1,59
8 . 4	80	40	7	3,5	2	7,91	6,21	0,88	7,81	2,50	0,99	28,5	7,13	1,90
9 . 4½	90	45	8	4	2	10,2	8,01	1,00	12,7	3,63	1,11	46,1	10,2	2,12
10 . 5	100	50	8,5	4,5	2	12,0	9,42	1,09	18,7	4,78	1,25	67,7	13,5	2,38
12 . 6	120	60	10	5	2,5	17,0	13,4	1,30	38,0	8,09	1,49	137	22,8	2,84
14 . 7	140	70	11,5	6	3	22,8	17,9	1,51	68,9	12,6	1,74	258	36,9	3,36
16 . 8	160	80	13	6,5	3,5	29,5	23,2	1,72	117	18,6	1,99	422	52,8	3,78
18 . 9	180	90	14,5	7,5	3,5	37,0	29,1	1,93	185	26,2	2,24	670	74,4	4,25
20 . 10	200	100	16	8	4	45,4	35,6	2,14	277	35,2	2,47	1000	100	4,69
⊥ W	Fier ⊥ cu tălpi late pt. vagoane; *h* și *d* diferă de forma normalizată													
100.90/10	100	90	10	5	2,5	17,9	14,0	2,25	111	16,4	2,49	79,7	15,9	2,11
120.80/10	120	80	10	5	2,5	18,9	14,8	1,80	84,5	13,6	2,11	138	23,0	2,70
⊥ S	Fier ⊥ cu tălpi late pt. vapoare; *h* și *d* diferă de forma normalizată													
200.150/19	200	150	19	9,5	5	62,5	49,1	3,60	1020	88,7	4,05	1190	119	4,36

Grosimi v. DIN 996 și vol. III, secț. Poduri

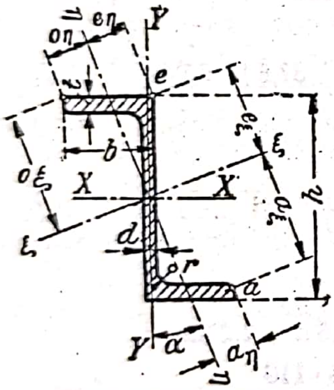


Tabela 9. Fier ⅂ (după DIN 1027)

J moment de inerție, W modul de rezistență, $i = \sqrt{J/F}$ rază de inerție } raportate la axa de încovoiere respectivă

Notația ⅂	Dimensiuni h mm	b mm	d mm	t=r mm	r_1 mm	Secțiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Poziția axei η—η tg α	Distanțele dela axe ξ—ξ și η—η: o_ξ cm	o_η cm	e_ξ cm	e_η cm	a_ξ cm	a_η cm
3	30	38	4	4,5	2,5	4,32	3,39	1,655	3,86	0,58	0,61	1,39	3,54	0,87
4	40	40	4,5	5	2,5	5,43	4,26	1,181	4,17	0,91	1,12	1,67	3,82	1,19
5	50	43	5	5,5	3	6,77	5,31	0,939	4,60	1,24	1,65	1,89	4,21	1,49
6	60	45	5	6	3	7,91	6,21	0,779	4,98	1,51	2,21	2,04	4,56	1,76
8	80	50	6	7	3,5	11,1	8,71	0,588	5 83	2,02	3,30	2,29	5,35	2,25
10	100	55	6,5	8	4	14,5	11,4	0,492	6,77	2,43	4,34	2.50	6,24	2,65
12	120	60	7	9	4,5	18,2	14,3	0,433	7,75	2,80	5,37	2,70	7,16	3,02
14	140	65	8	10	5	22,9	18,0	0,385	8,72	3,18	6,39	2,89	8,08	3,39
16	160	70	8,5	11	5,5	27,5	21,6	0,357	9,74	3,51	7,39	3,09	9,04	3,72
18	180	75	9,5	12	6	33,3	26,1	0,329	10,7	3,86	8,40	3,27	9,99	4,08
20	200	80	10	13	6,5	38,7	30,4	0,313	11,8	4,17	9,39	3,47	11,0	4,39

*) Axa de greutate $X—X$ la o distanță de 32,6 mm dela muchia de jos a aripii de 80 mm, $Y—Y$ la o distanță de 70,6 mm dela extremitatea aripei de 80 mm și 5,4 mm măsurată dela mijlocul inimii în direcțiunea acestei aripi.

Tabela 9. Fier Z (după DIN 1027) (continuare)

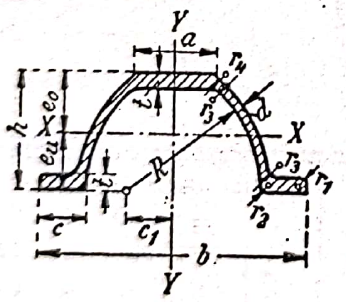
Notația Z	Dimensiuni h mm	b mm	d mm	$t=r$ mm	r_1 mm	Secțiunea F c	Greutatea G kg/m	Poziția axei $\eta-\eta$ tg α	Distanțele dela axe $\xi-\xi$ și $\eta-\eta$: o_ξ cm	o_η cm	e_ξ cm	e_η cm	a_ξ cm	a_η cm
Z v	Fier Z pt. vagoane													
7	70	65 80	8	10 10	5 5	18,8	14,8	1,292	7,54 7,58	1,11 1,74	2,40 1,25	2,84 3,15	6,84 6,87	1,70 2,32

Valori statice

Notația	Pentru axa de încovoiere X−X			Y−Y			ξ−ξ			η−η			Momentul centrifugal	La încărcare verticală V și la împiedicarea încovoierii laterale prin H		încovoiere laterală liberă
Z	J_x cm⁴	W_y cm³	i_x cm	J_y cm⁴	W_y cm³	i_y cm	J_ξ cm⁴	W_ξ cm³	i_ξ cm	J_η cm⁴	W_η cm³	i_η cm	J_{xy} cm⁴	W_x cm³	$\frac{H}{V}=\mathrm{tg}\,\gamma$	W cm³
3	5,96	3,97	1,17	13,7	3,80	1,78	18,1	4,69	2,04	1,54	1,11	0,60	7,35	3,97	1,227	1,26
4	13,5	6,75	1,58	17,6	4,66	1,80	28,0	6,72	2,27	3,05	1,83	0,75	12,2	6,75	0,913	2,26
5	26,3	10,5	1,97	23,8	5,88	1,88	44,9	9,76	2,57	5,23	2,76	0,88	19,6	10,5	0,752	3,64
6	44,7	14,9	2,38	30,1	7,09	1,95	67,2	13,5	2,81	7,60	3,73	0,98	28,8	14,9	0,647	5,24
8	109	27,3	3,13	47,4	10,1	2,07	142	24,4	3,58	14,7	6,44	1,15	55,6	27,3	0,509	10,1
10	222	44,4	3,91	72,5	14,0	2,24	270	39,8	4,31	24,6	9,26	1,30	97,2	44,4	0,438	16,8
12	402	67,0	4,70	106	18,8	2,42	470	60,6	5,08	37,7	12,5	1,44	158	67,0	0,392	25,6
14	676	96,6	5,43	148	24,3	2,54	768	88,0	5,79	56,4	16,6	1,57	239	96,6	0,353	38,0
16	1050	132	6,20	211	32,1	2,77	1180	121	6,57	79,5	21,4	1,70	358	132	0,330	52,9
18	1600	178	6,92	270	38,4	2,84	1760	164	7,26	110	27,0	1,82	490	178	0,307	72,4
20	2300	230	7,71	357	47,6	3,04	2510	213	8,06	147	33,4	1,95	674	230	0,293	94,1
Z v	Fier Z pt. vagoane															
7	141	37,6	2,73	212	30,0	3,36	319	42,1	4,12	33,5	10,6	1,33	138	37,6	0,984	13,0

Dimensiunile la talon v. DIN 997 și Vol. III, secț. Poduri

Tabela 10. Fier Zorès (după DIN 1023)



$r_1=d$ | $r_3=t$

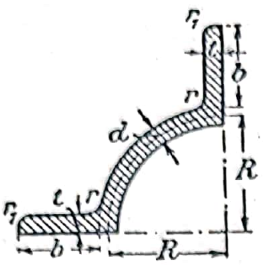
$r_2=d-0{,}5$ mm | $r_4=0{,}6\,d+1{,}3$ mm

cu excepția profilului 43 · 110

J moment de inerție, W modul de rezistență } raportate la axa de încovoiere respectivă

Notația h · b mm	Dimensiuni a mm	c mm	d mm	t mm	c_1 mm	R mm	Secțiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Poziția axei greutate X−X: e_u cm	e_o cm	Pentru axa de încovoiere X-X: J_x cm⁴	W_x cm³	Y−Y: J_x cm⁴	W_y cm³
43 · 110 [1]	30	15	3	3,5	3	43	5,01	3,93	2,32	1,98	12,1	5,21	55,6	10,1
60 · 140	38	24	3,5	6	24	70	9,33	7,32	2,96	3,04	47,3	15,6	164	23,4
75 · 170	45,4	28,5	4	7	28,5	85	13,2	10,4	3,69	3,81	107	28,1	347	40,8
90 · 200	53	33	4,5	8	33	100	17,9	14,1	4,50	4,50	207	46,1	651	65,1
110 · 240	63	39	5	9	39	120	24,2	19,0	5,47	5,53	420	75,9	1270	106

[1] $r_1=1{,}5$, $r_2=1$, r_3 sus $=5$, jos $=3$, $r_4=2$.



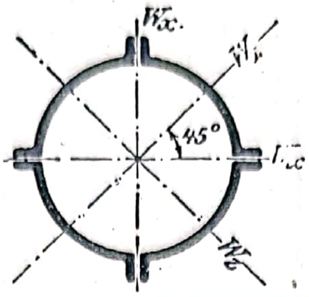


Tabela 11. Fier cuadrant

Lungimi normale = 1...10 m.
Lung. de fabricație = 5...14 m în gradații de 500 mm.
Rază de rotunjire $r = 0{,}12\ R$.
Rază de rotunjire $r = 0{,}06\ R$.
Profile intermediare se laminează cu grosimi mai mari cu 1 mm.

Profil-Nr.	Dimensiuni				Secțiunea tubului întreg	Greutatea tubului întreg	Momentul de inerție al tubului	Modul de rezistență al tubului întreg	
	R mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	G kg/m	J = const cm⁴	W_z = max cm³	W_x = min cm³
5	50	35	4	6	29,8	23,39	576	89,6	66,2
5	50	35	8	8	48,0	37,68	908	135	102
7½	75	40	6	8	54,8	43,10	2 068	237	175
7½	75	40	10	10	80,0	62,96	2 980	331	248
10	100	45	8	10	88,0	69,16	5 464	497	367
10	100	45	12	12	120,0	94,20	7 480	664	495
12½	125	50	10	12	128,8	101,27	12 156	917	675
12½	125	50	14	14	168 8	132,67	15 780	1165	867
15	150	55	12	14	178,4	140,52	23 636	1522	1120
15	150	55	18	17	250,4	195,47	32 316	2029	1510

Celelalte profile laminate:

Profile plate cu îngroșări DIN 1019
Corniere cu îngroșări DIN 1020
Fier pentru mâna curentă
Fier I cu tălpi late cu corp întărit
Fier I pentru construcții în mine
Oțeluri speciale pentru sudură:
  Fier T special DIN 1025, fier plat cu îngroșări
  Profil cu nas, Oțel St Krupp
Profile pt. construcția vapoarelor: Fier ⊏ pt. vapoare DIN 1026, fier I cu tălpi late, fier pt. ferestrele vapoarelor, semirotund, cu șanț lat (Hespenstahl), reeling, jackstag.
Fier de palplanșe, v. Vol. III, secț. Fundații și Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 317.
Table pentru canale
Stâlpi din oțel pentru piloți
Mai departe profile de tablă pentru aviație (p. 1029).

Tabela 12. Profile speciale Klöckner-Mannstaedt*) pentru construcții cu zăbrele din oțel (Fig. 1...3)

Fig. 1
I Nr. 5515, 5516, 5427

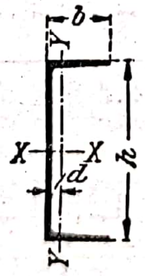


Fig. 2.
⊏ Nr. 5428

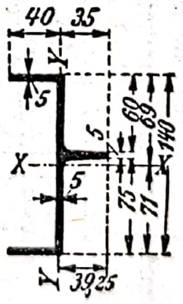


Fig. 3.
⊏ Nr. 5097

Profil	h mm	b mm	d mm	F cm²	G kg/m	J_x cm⁴	J_y cm⁴	W_x cm³	W_y cm³
I Nr. 5515 fig. 1	120	60	4	9,30	7,33	205	13,1	34,2	4,3
I Nr. 5427 „ 1	140	60	4	10,1	7,95	303	14,2	43,3	4,7
I Nr 5516 „ 1	160	60	4	10,9	8,59	415	15,3	51,9	5,1
⊏ Nr. 5428 fig. 2	140	50	5	9,28	7,28	261	18,6	37,3	4,77
⊏ Nr. 5097 fig. 3	—	—	5	12,7	10,0	273	28,6	38,4	7,28

*) Asemenea profile se laminează și de către alte firme.

Scanned with OKEN Scanner

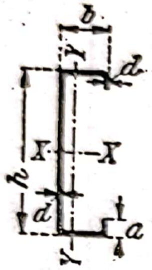
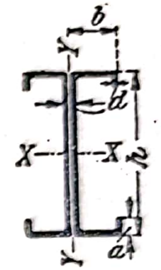


Tabela 13. Profile ușoare din fier balot [1] [2])

Profilele din fier balot se obțin prin profilarea la rece în [a fierului balot laminat la cald. Prin sudarea a două profile simple cu sudură electrică prin puncte se obține profilul dublu, numit I. Pt. împiedecarea coroziunii profilele confecționate se scufundă într'o masă protectoare contra ruginei (prep. de gudron). Fabr. până la lungimi de 15 m.

J momentul de inerție, *W* modulul de rezistență, *i* raza de inerție } raportate la axa de încovoiere respectivă

e distanța centrului de greutate pe axa *X*, *a* = 15 mm.



Profil	Profil simplu													Profil compus							
	Dimensiuni				Secțiunea	Greutatea	Dist. centr de greut.	Pt. axa de încovoiere X–X			Pt. axa de încovoiere Y–Y			Secțiunea	Greutatea	Pt. axa de încovoiere X–X			Pt. axa de încovoiere Y–Y		
	h	b	a	d	F	G	e	J_x	W_x	i_x	J_y	W_y	i_y	F	G	J_x	W_x	i_x	J_y	W_y	i_y
Nr.	mm	mm	mm	mm	cm²	kg/m	cm	cm⁴	cm³	cm	cm⁴	cm³	cm	cm²	kg/m	cm⁴	cm³	cm	cm⁴	cm³	cm
80	80	40	15	2,00	3,64	2,86	1,48	36,89	9,22	3,18	8,52	3,38	1,53	7,28	5,72	73,78	18,45	3,18	32,93	8,24	2,13
				2,25	4,07	3,19	1,48	41,01	10,25	3,17	9,38	3,72	1,52	8,15	6,37	82,01	20,50	3,17	36,57	9,14	2,12
				2,50	4,50	3,53	1,48	45,02	11,25	3,16	10,22	4,06	1,51	9,00	7,07	90,03	22,51	3,16	40,14	10,03	2,11
				3,00	5,34	4,19	1,48	52,73	13,18	3,14	11,80	4,68	1,49	10,68	8,38	105,46	26,36	3,14	47,00	11,75	2,10
100	100	40	15	2,00	4,04	3,17	1,34	62,20	12,44	3,92	9,20	3,46	1,51	8,08	6,34	124,39	24,88	3 92	32,94	8,24	2,02
				2,25	4,53	3,55	1,34	69,24	13,85	3,91	10,14	3,81	1,50	9,06	7,10	138,47	27,69	3,91	36,58	9,15	2,01
				2,50	5,00	3,92	1,34	76,12	15,22	3,90	11,05	4,16	1,49	10,00	7,85	152,24	30,45	3,90	40,16	10,04	2,00
				3,00	5,94	4,66	1,34	89,43	17,89	3,88	12,76	4,81	1,47	11,88	9,33	178,85	35,77	3,88	47,04	11,76	1,99
120	120	40	15	2,00	4,44	3,48	1,23	95,58	15,93	4,64	9,76	3,52	1,48	8,88	6,97	191,16	31,86	4,64	32,95	8,24	1,93
				2,25	4,98	3,90	1,23	106,51	17,75	4,63	10,76	3,89	1,47	9,97	7,81	213,02	35,50	4,63	36,60	9,15	1,92
				2,50	5,50	4,32	1,23	117,22	19,54	4,62	11,76	4,25	1,46	11,00	8,64	234,45	39,07	4,62	40,18	10,04	1,91
				3,00	6,54	5,13	1,24	138,00	23,00	4,59	13,54	4,90	1,44	13,08	10,27	276,01	46,00	4,59	47,07	11,77	1,90
140	140	40	15	2,00	4,84	3,80	1,14	137,85	19,69	5,34	10,23	3,57	1,45	9,68	7,60	275,69	39,38	5,34	32,96	8,24	1,84
				2,25	5,44	4,26	1,14	153,73	21,96	5,32	11,28	3,94	1,44	10,88	8,51	307,46	43,92	5,32	36,61	9,15	1,83
				2,50	6,00	4,71	1,14	169,33	24,19	5,31	12,29	4,30	1,43	12,00	9,42	338,66	48,38	5,31	40,20	10,05	1,83
				3,00	7,14	5,60	1,14	199,66	28,52	5,29	14,19	4,97	1,41	14,28	11,21	399,32	57,05	5,29	47,11	11,78	1,82
160	160	40	15	2,00	5,24	4,11	1,06	189,79	23,72	6,02	10,63	3,61	1,42	10,48	8,23	379,58	47,45	6,02	32,97	8,25	1,77
				2,25	5,89	4,61	1,06	211,80	26,47	6,00	11,72	3,98	1,41	11,79	9,22	423,60	52,95	6,00	36,63	9,16	1,76
				2,50	6,50	5,10	1,06	233,43	29,18	5,99	12,77	4,35	1,40	13,00	10,21	466,86	58,36	5,99	40,22	10,05	1,76
				3,00	7,74	6,08	1,07	275,60	34,45	5,97	14,75	5,03	1,38	15,48	12,15	551,20	68,90	5,97	47,15	11,79	1,75
180	180	40	15	2,25	6,35	4,96	0,99	281,61	31,29	6,67	12,09	4,02	1,38	12,70	9,93	563,22	62,58	6,67	36,64	9,16	1,70
				2,50	7,00	5,50	0,99	310,54	34,50	6,66	13,18	4,39	1,37	14,00	10,99	621,07	69,01	6,66	40,24	10,06	1,70
				3,00	8,34	6,55	1,00	367,02	40,78	6,63	15,22	5,08	1,35	16,68	13,09	734,04	81,56	6,63	47,18	11,80	1,68

[1]) In plus profilele 200 și 220 cu câte trei grosimi. — [2]) După indicațiile date de Beratung für Stahlverw., Düsseldorf.

Scanned with OKEN Scanner

2. Plăci, table. Prescurtări ca la 1, p. 1008 (v. şi p. 832 şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 281 ş. u.).

Plăci de bază. $b = 130...900$, $l = 0,13...0,9$ cu cca 9 dimensiuni intermediare.
Plăci bombate (pt. albii) v. p. 832.
Fiare de plug.
Greutăţile plăcilor în tab. 4, p. 806.

Tablă de oţel de fuziune (tablă de fier): Feluri, calităţi, proprietăţi exterioare; măsurarea grosimii după DIN 1620.

Tablă fină: Denumiri (tablă neagră, tablă pt. emailat şi zincat, tablă pt. ambutisat, table cu rezistenţe prescrise, tablă pt. ambutisat profund, tablă specială pt. ambutisat profund, tablă pt. îmbrăcăminte, tablă pt. caroserii). Prescripţiuni pt. calitate după DIN 1623, prescripţiuni pt. dimensiuni după DIN 1541; $d = 0,18...2,75$; $b = 530...1250$; $l = 0,76...2,5$.

Tablă medie: Denumiri (tablă comercială, tablă pt. presat, pt. tuburi, pt. construcţie I, I S, II, tablă de oţel cu rezistenţă mai mare), prescripţiuni pt. calitate după DIN 1542; $d = 3...4,75$; b până la 2500; l până la 7 şi mai mult.

Tablă groasă: Denumiri (tablă ordinară, tablă de construcţie I şi II), prescripţiuni pt. calitate după DIN 1621, prescripţiuni pt. dimensiuni după DIN 1543; d nu e standardizat = 5...cca 65; b până la cca 3000.

Greutăţile tablelor fine, medii şi groase v. tab. 14, cum şi tab. 3, p. 1012.

Table pt. sobe, $b \cdot l = 470 \cdot 630$, $d = 2,72...0,44$, $b \cdot l = 630 \cdot 940$, $d = 2,72...0,42$; $b \cdot l = 470 \cdot 940$, $d = 0,43$.

Table albe p. 832. Table zincate, arămite, plumbuite, nichelate v. p. 832.

Table găurite p. 832; găuri pt. site de încercat după DIN 1170.

Table pentru trioare.

Table de oţel, tablă de ambutisaj profund după DIN L 451; table de oţel aliat după DIN L 452.

Table pt. dinamuri după DIN VDE 6400.

Table striate, table striate în formă de fagure, table pt. butoaie v. p. 832.

Table cu negi, $d = 4,5...20$; $b = 800...1500$; l până la 6.

Table pentru şenile. $d = 3,5...15$; $b = 800...1600$; l până la 6.

Table pt. vase zincate, d (după calibru) = 20...24 (p. 809), $b = 750$, 810, 850; = 2.

Table de fier circulare, diam. = 200...3300.

Table placate cu un strat de nichel, cupru, oţel inoxidabil, aliaj Monel, pe una sau pe ambele feţe, v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 292.

Table ondulate v. tabl. 15, p. 1026, precum şi p. 832.

Tabela 14. Greutăţile tablelor din oţel de fuziune în kg/m²
Greutatea specifică a oţelului de fuziune 7,85 kg/dm³

Table fine DIN 1541								Table medii DIN 1542		Table groase[1]					
Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²
0,18	1,41	0,38	2,98	0,88	6,91	1,75	13,7	3	23,6	5	39,2	16	126	45	353
0,20	1,57	0,44	3,46	1,00	7,85	2,00	15,7	3,5	27,5	6	47,1	20	157	50	392
0,22	1,73	0,50	3,92	1,13	8,87	2,25	17,7	4	31,4	6,5	51,0	26	204	55	432
0,24	1,88	0,56	4,40	1,25	9,81	2,50	19,6	4,5	35,3	8	62,8	30	236	60	471
0,28	2,20	0,63	4,95	1,38	10,8	2,75	21,6	4,75	37,3	10	78,5	35	275	65	510
0,32	2,51	0,75	5,89	1,50	11,8					13	102	40	314		

[1]) Grosimile nu sunt standardizate.

3. Fier balot şi benzi (b, d, l şi celelalte prescurtări ca la **1**, p. 1008).

Fier balot laminat la cald după DIN pr. de normă 1016; M: ol f după DIN 1612; $d = 0,8...4$; $b = 10...300$; se furnizează în legături, spire, bare, benzi.

Fier balot laminat la rece; $d = 0,1...3$; $b = 4...200$ (şi 400).

Platbandă; $d = 2...10$; $b = 500...1250$.

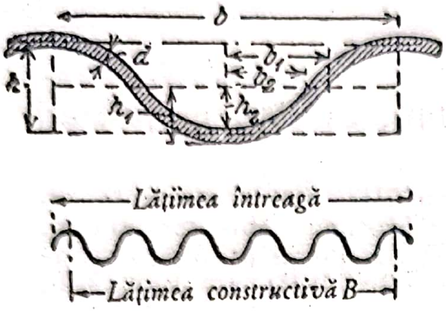
Fier balot pentru împachetat, laminat la rece, găurit şi negăurit.
Fier balot pentru obezi.
Benzi pentru ţevi sudate.

Bare pentru solicitări la încovoiere pentru grătare, pentru beton, pentru împodobiri; $d = 1,25...5$; lăţimea 2,5...8; $b = 2400...4800$, $l = 7...25$; greutatea = 0,7...8,5 kg/m².

Greutăţile fierului balot v. tab. 3, p. 1010.

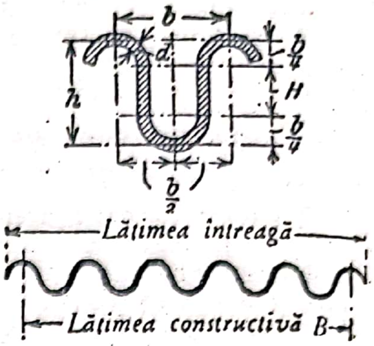
Tabela 15. Table ondulate

Tablă ondulată plată. Ondulații parabolice



F = Secțiunea
G = Greut. $= 0{,}8\ F$ kg
J = moment de inerție
W = modul de rezistență
} pt. 1 m lățime

Tablă ondulată pentru grinzi. Ondulații circulare



$$F = 12{,}5\, d \frac{b}{h} \left\{ \frac{4h}{b} \sqrt{1 + \left(\frac{4h}{b}\right)^2} + \ln\left(\frac{4h}{b} + \sqrt{1 + \left(\frac{4h}{b}\right)^2}\right) \right\} \text{cm}^2.$$

$$J = 1280/21 \cdot (b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3) \cdot 1/b \ \text{cm}^4.$$

$$W = \frac{2J}{h+d} \text{cm}^3, \text{ unde } h_1 = \frac{h+d}{2},\ b_1 = \frac{b+2{,}6d}{4},\ h_2 = \frac{h-d}{2},\ b_2 = \frac{b-2{,}6d}{4}$$

$$F = 100\, d \frac{l}{b} \left(\pi \frac{b}{2} + 2H\right) \text{cm}^2,$$

unde $H = h - \frac{1}{2} \cdot b$.

$$J = 25\, d \frac{l}{b} \cdot \left(\frac{\pi}{16} b^3 + b^2 H + \frac{\pi}{2} b H^2 + \frac{2}{3} H^3\right) \text{cm}^4.$$

$$W = 2\, J/(h+d)\ \text{cm}^3$$

Profil $b \cdot h \cdot d$ mm	B mm	F cm²	G kg/m²	W cm³
Tablă ondulată plată				
60 · 20 · 0,63		7,85	6,28	3,60
„ „ 0,75	720	9,34	7,47	4,26
„ „ 0,88	0,897 1)	11,0	8,77	4,98
„ „ 1,00	1,25 2)	12,5	9,96	5,62
„ „ 1,25		15,6	12,5	6,96
76 · 20 · 0,63		7,32	5,86	3,43
„ „ 0,75	760	8,71	6,97	4,06
„ „ 0,88	0,883 1)	10,2	8,18	4,74
„ „ 1,00	1,16 2)	11,6	9,30	5,36
„ „ 1,25		14,5	11,6	6,63
„ „ 1,50		17,4	13,9	7,87
100 · 30 · 0,75		9,03	7,23	6,33
„ „ 0,88	800	10,6	8,48	7,39
„ „ 1,00	0,960 1)	12,0	9,64	8,37
„ „ 1,25	1,20 2)	15,1	12,0	10,4
„ „ 1,50		18,1	14,5	12,4
100 · 40 · 0,75		10,0	8,00	9,07
„ „ 0,88	700	11,7	9,39	10,6
„ „ 1,00	0,934 1)	13,3	10,7	12,0
„ „ 1,25	1,33 2)	16,7	13,3	14,9
„ „ 1,50		20,0	16,0	17,8
135 · 30 · 0,75		8,39	6,72	5,99
„ „ 0,88	810	9,85	7,88	7,00
„ „ 1,00	0,907 1)	11,2	8,95	7,92
„ „ 1,25	1,12 2)	14,0	11,2	9,83
„ „ 1,50		16,8	13,4	11,7
150 · 40 · 0,75		8,74	6,99	8,25
„ „ 0,88	750	10,3	8,21	9,70
„ „ 1,00	0,874 1)	11,7	9,33	11,0
„ „ 1,25	1,17 2)	14,6	11,7	13,7
„ „ 1,50		17,5	14,0	16,3
150 · 60 · 1,00	600	13,3	10,7	18,2
„ „ 1,25	0,800 1)	16,7	13,3	22,6
„ „ 1,50	1,33 2)	20,0	16,0	27,0
„ „ 2,00		26,7	21,3	35,8
Tablă ondulată pt. grinzi				
90 · 70 · 1		21,3	17,0	34,8
„ „ 1,25	450	26,6	21,3	43,3
„ „ 1,5	0,957 1)	31,9	25,5	51,8
„ „ 2	2,13 2)	42,5	34,0	68,6
100 · 50 · 1		15,7	12,6	19,3
„ „ 1,25	600	19,6	15,7	24,0
„ „ 1,5	0,942 1)	23,6	18,8	28,6
„ „ 2	1,57 2)	31,4	25,1	37,8
100 · 60 · 1		17,7	14,2	25,6
„ „ 1,25	500	22,1	17,7	31,9
„ „ 1,5	0,885 1)	26,6	21,2	38,1
„ „ 2	1,77 2)	35,4	28,3	50,4
100 · 80 · 1,25	400	27,1	21,7	50,4
„ „ 1,5	0,868 1)	32,5	26,1	60,3
„ „ 2	2,17 2)	43,4	34,7	80,0
100 · 100 · 1,25	400	32,1	25,7	72,4
„ „ 1,5	1,03 1)	38,6	30,8	86,6
„ „ 2	2,57 2)	51,4	41,1	115
Tablă ondulată pt. obloane Dimensiuni și baze de calcul ca la tabla ondulată plată				
30 · 15 · 0,50	600	7,39	5,92	2,38
„ „ 0,75		11,1	8,87	3,52
40 · 20 · 0,50		7,39	5,92	3,20
„ „ 0,75	0,887 1)	11,1	8,87	4,74
„ „ 1,00	1,48 2)	14,8	11,8	6,26

1) e lungimea desfășurată în m a unei table ondulate de lățimea constructivă B; — 2) lungimea desfășurată pt. 1 m lățime a tablei ondulate.

4. Sârme (d = grosimea). (Prescurtări ca la 1, p. 1008).

Sârmă laminată, circulară și dreptunghiulară, d = 5...13, sârmă plată 7 · 1,8...30 · 3 sau 20 · 8.

Sârmă laminată pentru beton armat.

Sârmă de oțel (sârmă de fier) trasă după DIN 177, cu suprafață curata (blanc), recoaptă, arămită, cositorită, zincată, moale, semimoale, semidură, dură; M: *ol f*; d = 0,1...10; se furnizează în formă de colaci, îndreptată în formă de bare, sârme subțiri și înfășurate pe mosoare.

Feluri: sârmă pentru cuie, sârmă pentru cuie servind la fixarea tablelor de ardezie, tuburilor și cartonului gudronat, sârme pt. șuruburi, pt. nituri DIN L 446, p. lanțuri, pt. legat DIN pr. de normă L 453, p. țesături, împletituri ș. as., pt. întins DIN pr. de normă L 88, pt. flori, pt. agrafe, de telegraf, sârmă plată și profilată, ovală, de acoperit cabluri, pt. coarde de pian, pt. resoarte spirale, pt. cabluri DIN 2078, pt. perii DIN Tex 4107, pt. arcuri DIN 2076, șârmă din crom și crom-nichel, sârme pt. ace. — Sârmă pt. eșafodaj, gudronată sau zincată, sârmă pt. spelci, sârmă ghimpată. — Sârme pt. sudaj DIN pr. de normă 1913 v. vol. II. Secț. Mașini unelte.

Greutățile sârmelor v. tab. 3, p. 805 și tab. 2, p. 1009: dimensiunile sârmelor v. tab. 5, p. 808. Mai detaliat v. Stoffhütte, ed. a 2-a, pp. 279 și 305.

5. Produse de fontă. (Tuburi sub C).

Stâlpi pt. grajduri, d = 100...150; l = 2,5, 2,75, 3,00, 3,25, 3,50.
Stâlpi pt. construcții înalte, d = 100...400; l max = 6...7.
Rozete pt. ancore din fontă, D = 200 și 250,
Șine de comunicație. b = 7 și 9"; l = 1. Pt. linii moarte, l = 0,65.
Bare pentru grătare.
Piese pentru mecanisme v. vol. II, secț. Organe de mașini.

B. Produse comerciale din metale neferoase

(Tuburi sub C), (d = grosimea [mm], b = lățimea [mm], h = înălțimea [mm], l = lungimea (barelor), M = materialul)

1. Bare profilate.

Aluminiu și aliaje de aluminiu în bare (p. 840).
Tablă striată Lg N 132 81.
Cupru în semifabricate după DIN 1787 (p. 846).
Cupru în semifabricate pt. electrotehnică după DIN VDE 500 (p. 846).
Cupru rotund tras DIN 1767; M: Cu A, Cu C, Cu E după DIN 1708, d = 2...50; l = 2...4.
Cupru plat cu muchii ascuțite DIN 1768; M ca și la cupru rotund; d = 2...20; b = 5...120; l = 2...4.

Alamă și tombac, formă de furnizare și scopul de utilizare după DIN 1709, p. 855.
Profile pline de alamă, alamă rotundă, plată, dreptunghiulară, hexagonală, corniere din alamă, trase și presate, prescripțiunile tehnice de furnizare după DIN 1776.
Alamă rotundă trasă DIN 1758; M: am 58 ș. a. după DIN 1709; d = 2...56; l = 2...4;
alamă rotundă trasă cu dimensiuni exacte DIN 1756; M: până la d = 1,8 am 60, peste 1,8 am 58; d = 1...56; până la d = 1,8, l = 2, peste 1,8 l = 2...4;
alamă rotundă presată DIN 1782; M: al 58 p. (al 60 p, al sp); d = 10...80; l = 2...4;
alamă plată trasă cu muchii ascuțite DIN 1759; M: am 63, am 60, am 58; d = 2...20; b = 4...60; l = 2...4;
alamă plată presată cu muchii rotunjite DIN 1760; M : am 58; d = 3...20; b = 10...50; l = 2...4;
alamă dreptunghiulară trasă cu muchii ascuțite DIN 1761; M: am 58 d; d = 2...60; l p. la 4;
alamă dreptungh. presată cu muchii rotunjite DIN 1762; M: am 58; d = 10...50; l = 2...4;
alamă hexagonală trasă cu muchii ascuțite pt. șuruburi DIN 1763; M: am 60 până la d = 5, peste, am 58; d = 3...50; l = 2...4;
alamă hexagonală presată cu muchii rotunjite DIN 1764; M: am 58; d = 10...50; l = 2...4;
corniere din alamă presată cu muchii rotunjite DIN 1765; Mc: am 58; d = 2...6; cu aripi egale b = 10...60; cu aripi neegale $b_1 \cdot b_2$ = 10 · 20...30 · 45 și 25 · 50; l = 2...4.

Aliaje de magneziu. Clasificare, utilizare după DIN 1717.
Bare rotunde trase DIN 9707; M după DIN 1717; d = 1...100; l min = 2;
bare rotunde presate DIN 9708; M după DIN 1717; d = 4...120; l min = 2;
bare plate trase DIN 9701; M după DIN 1717; d = 2...20; b = 5...50; l min = 2;
bare plate presate DIN 9702; M după DIN 1717; d = 3...20; b = 10...120; l min = 2;
bare dreptunghiulare trase DIN 9703; M după DIN 1717; d = 4...60; l min = 2;
bare dreptunghiulare presate DIN 9704; M după DIN 1717; d = 4...60; l min = 2;
bare hexagonale trase DIN 9705; M după DIN 1717; d = 4...60; l min = 2;
bare hexagonale trase DIN 9706; M după DIN 1717; d = 4...60; l min = 2.
Greutățile barelor profilate v. tab. 2, p. 1009, și tab. 3, p. 1010.

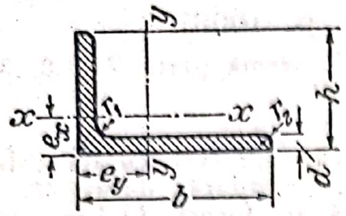


Tabela 16. Profile ∟ presate din metal uşor.

Extras din LgN 134 61 (proiect)

J moment de inerţie W modul de rezistenţă

$i = \sqrt{J/F}$ rază de inerţie

max $r_2 = 0{,}4$ mm, pt. $d = 5$ şi 6 mm max $r_2 = 0{,}6$ mm

h mm	b mm	d mm	r_1 Raza de racordare mm	Secţiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Distanţele dela axe e_x cm	e_y cm	Pentru axa de incovoiere $x-x$: J_x cm⁴	i_x cm	W_x cm³	$y-y$: J_y cm⁴	i_y cm	W_y cm³
15	15	1,5	1,5	0,43	0,120	0,43	0,43	0,091	0,461	0,212	0,091	0,461	0,212
		2		0,56	0,157	0,45	0,45	0,116	0,451	0,258	0,116	0,451	0,258
	20	1,5	1,5	0,50	0,140	0,38	0,60	0,099	0,445	0,260	0,201	0,636	0,335
		2		0,66	0,185	0,39	0,64	0,126	0,436	0,323	0,262	0,628	0,409
		2,5	2,5	0,81	0,227	0,42	0,66	0,152	0,432	0,362	0,315	0,622	0,478
	30	2	1,5	0,86	0,241	0,33	1,08	0,144	0,410	0,438	0,803	0,968	0,742
		2,5	2,5	1,06	0,297	0,35	1,10	0,169	0,400	0,485	0,902	0,960	0,892
		3		1,26	0,353	0,36	1,12	0,194	0,392	0,540	1,15	0,956	1,03
20	20	2	1,5	0,76	0,213	0,57	0,57	0,287	0,611	0,500	0,287	0,611	0,500
		2,5	2,5	0,94	0,263	0,59	0,59	0,345	0,603	0,587	0,345	0,603	0,587
		3		1,11	0,311	0,61	0,61	0,403	0,600	0,660	0,403	0,600	0,660
	30	2	1,5	0,96	0,269	0,47	0,97	0,324	0,580	0,689	0,893	0,962	0,921
		2,5	2,5	1,19	0,333	0,49	0,98	0,392	0,570	0,800	1,09	0,950	1,11
		3		1,41	0,395	0,51	1,00	0,456	0,565	0,894	1,27	0,940	1,27
	40	2	1,5	1,16	0,325	0,41	1,40	0,348	0,541	0,849	1,96	1,29	1,40
		2,5	2,5	1,44	0,403	0,43	1,42	0,421	0,538	0,985	2,41	1,28	1,69
		3		1,71	0,479	0,44	1,43	0,490	0,532	1,11	2,82	1,26	1,97
25	25	2	1,5	0,96	0,269	0,70	0,70	0,577	0,772	0,826	0,577	0,772	0,826
		2,5	2,5	1,19	0,333	0,72	0,72	0,701	0,764	0,980	0,701	0,764	0,930
		3		1,41	0,395	0,73	0,73	0,820	0,760	1,12	0,820	0,760	1,12
	40	2,5	2,5	1,56	0,437	0,57	1,31	0,806	0,714	1,41	2,60	1,28	1,98
		3		1,86	0,521	0,59	1,33	0,940	0,707	1,59	3,06	1,28	2,30
		4		2,44	0,683	0,63	1,37	1,19	0,695	1,89	3,93	1,27	2,87
	50	2,5	2,5	1,81	0,507	0,51	1,75	0,850	0,685	1,66	4,80	1,63	2,72
		3		2,16	0,604	0,53	1,77	0,995	0,677	1,88	5,66	1,61	3,20
		4		2,84	0,795	0,57	1,81	1,29	0,672	2,27	7,31	1,60	4,04
30	30	2,5	2,5	1,44	0,403	0,84	0,84	1,24	0,927	1,47	1,24	0,927	1,47
		3		1,71	0,479	0,86	0,86	1,46	0,920	1,70	1,46	0,920	1,70
		4		2,24	0,627	0,89	0,89	1,86	0,905	2,09	1,86	0,905	2,09
	50	3	2,5	2,31	0,647	0,68	1,68	1,69	0,852	2,50	6,03	1,61	3,60
		4		3,04	0,851	0,71	1,71	2,15	0,837	3,01	7,80	1,59	4,55
	60	3	2,5	2,61	0,731	0,61	2,10	1,76	0,818	2,87	9,96	1,95	4,74
		4		3,44	0,963	0,65	2,14	2,25	0,806	3,46	12,9	1,93	6,03
35	35	3	2,5	2,01	0,563	0,98	0,98	2,36	1,08	2,40	2,36	1,08	2,40
		4		2,64	0,739	1,02	1,02	3,02	1,07	2,96	3,02	1,07	2,96
40	40	3	2,5	2,31	0,647	1,11	1,11	3,59	1,24	3,24	3,59	1,24	3,24
		4		3,04	0,851	1,15	1,15	4,61	1,23	4,00	4,61	1,23	4,00
	60	4	2,5	3,84	1,08	1,52	1,95	6,44	1,30	4,25	14,28	1,93	7,30
		5	4	4,75	1,33	1,56	1,99	7,46	1,26	4,80	17,39	1,90	8,75
50	50	3	2,5	2,91	0,815	1,36	1,36	7,16	1,57	5,26	7,16	1,57	5,26
		4		3,84	1,08	1,40	1,40	9,25	1,55	6,61	9,25	1,55	6,61
		5	4	4,75	1,33	1,43	1,43	11,25	1,54	7,87	11,25	1,54	7,87
60	60	4	2,5	4,66	1,30	1,65	1,65	16,30	1,87	9,88	16,30	1,87	9,88
		5	4	5,77	1,62	1,69	1,69	19,92	1,86	11,78	19,92	1,86	11,78
		6		6,86	1,92	1,72	1,72	23,33	1,84	13,56	23,33	1,84	13,56

Scanned with OKEN Scanner

Profile presate din metale uşoare, L cu bordură, U, T etc. LgN 134 60, dimensiuni principale; W pt. aviaţie: 3115·5 şi 3125·6 după LgN 120 90 fila 13, gr. spec. 2,8 kg/dm³.

Profile L LgN 134 61, proiect 5; $d = 1{,}5...6$; cu aripi egale $b = 15...60$; cu aripi neegale $b \cdot b = 15 \cdot 20...60 \cdot 40$ (cp. tab. 16).

Profile T LgN 134 62, proiect 2; $d = 2...6$; cu aripi egale $b = 30...60$; cu aripi neegale $b \cdot b = 30 \cdot 20...70 \cdot 50$ (cp. tab. 17).

Profile I LgN 134 63, proiect 2; $d = 3...5$; $b \cdot b = 40 \cdot 40$, $45 \cdot 45$, $50 \cdot 50$, $50 \cdot 60$, $60 \cdot 60$ (cp. tab. 18).

Profile U LgN 134 64, proiect 2; $d = 2...5$; $b \cdot b = 20$, 30, 40 : 40, 30, 40 : 50, 40 : 60 (cp. tab. 19).

Piese presate din aluminiu şi aliajele de aluminiu DIN proiect de normă 1749, condiţiunile tehnice de furnizare.

Profile de tablă din metale uşoare L 163 (dimensiuni principale).

Profiile L LgN 138 11; profiile L cu bordură LgN 138 12; profile U LgN 138 13; profile U cu bordură LgN 138 14; profile Z cu bordură LgN 138 15; profile Z cu 2 borduri LgN 138 16; profile A LgN 138 17; profile A cu bordură LgN 138 18; profile A semirotunde LgN 138 19.

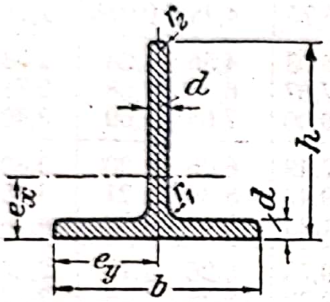


Tabela 17. Profile L presate din metal uşor.

Extras din LgN 134 62 (proiect)

J, W, i v. tabela 16

Rotunjirea exterioară max $r_2 = 0{,}4$ mm, pt. $d = 5$ şi 6 mm max $r_2 = 0{,}6$ mm

h	b	d	r_1 Raza de racordare	Secţiunea F	Greutatea G	Distanţele dela axe e_x	e_y	Pentru axa de încovoiere x—x J_x	i_x	W_x	y—y J_y	i_y	W_y
mm	mm	mm	mm	cm²	kg/m	cm	cm	cm⁴	cm	cm³	cm⁴	cm	cm³
20	30	2	1,5	0,96	0,269	0,47	1,50	0,328	0,574	0,700	0,451	0,672	0,300
		2,5	2,5	1,19	0,333	0,49	1,50	0,392	0,572	0,802	0,565	0,688	0,375
		3		1,41	0,395	0,51	1,50	0,455	0,568	0,892	0,679	0,696	0,453
30	30	2	1,5	1,16	0,325	0,82	1,50	1,02	0,942	1,26	0,452	0,626	0.301
		2,5	2,5	1,44	0,403	0,84	1,50	1,25	0,936	1,48	0,566	0,627	0,371
		3		1,71	0,479	0,86	1,50	1,46	0,928	1,72	0,681	0,628	0,454
	45	2,5		1,82	0,510	0,70	2,25	4,96	1,65	7,05	1,90	1,02	0,845
		3	2,5	2.16	0,605	0,72	2,25	5,86	1,64	8,12	2,28	1,03	1,01
		4		2,84	0,795	0,75	2,25	7,53	1,62	10,00	3,05	1,03	1,36
35	35	2,5		1,69	0,473	0,97	1,75	2,01	1,09	2,08	0,897	0,728	0,515
		3	2,5	2,01	0,563	0,98	1,75	2,57	1,08	2,42	1,08	0,730	0,617
		4		2,64	0,739	1,02	1,75	3,02	1,07	2,96	1,45	0,742	0,330
	50	3		2,46	0,689	0,83	2,50	2,62	1,01	3,16	3,13	1,13	1,25
		4	2,5	3,24	0,907	0,87	2,50	3,36	1,00	3,82	4,18	1,14	1,67
		5	4	4,00	1,12	0,90	2,50	4,05	1,00	4,50	5,24	1,15	2,10
40	40	3	2,5	2,31	0,647	1,08	2,00	3,58	1,25	3,30	1,61	0,836	0.805
		4		3,04	0,851	1,15	2,00	4,94	1,24	4,32	2,15	0,842	1,08
	60	4	2,5	3,84	1,08	0,95	3,00	5,18	1,16	5.45	7,22	1,37	2,41
		5	4	4,75	1,33	0,99	3,00	6,27	1,15	6,35	9,04	1,38	3,01
50	50	3	2,5	2,91	0,815	1,36	2,50	7,15	1,57	5,20	3,14	1,03	1,26
		4		3,84	1,08	1,40	2,50	9,23	1,55	6,60	4,19	1,04	1,67
		5	4	4,75	1,33	1,43	2,50	11,20	1,53	7,82	5,26	1,05	2,10
	70	4	2,5	4,64	1,30	1,19	3,50	10,23	1,49	8,60	11,46	1,57	3,26
		5		5,75	1,61	1,23	3,50	12,47	1,47	10,10	14,34	1,58	4,12
		6	4	6,84	1,92	1,26	3,50	14,51	1,45	11,60	17,23	1,59	4,95
60	60	4	2,5	4,64	1,30	1,65	3,00	16,31	1,87	9,90	7,23	1,25	2,41
		5		5,75	1,61	1,69	3,00	19,84	1,85	11,77	9,05	1,25	3,02
		6	4	6,84	1,92	1,72	3,00	23,21	1,84	13,47	10,88	1,26	3,63

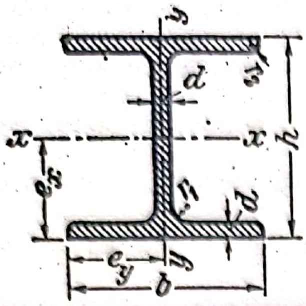


Tabela 18. Profile I presate din metal ușor.

Extras din LgN 134 63 (proiect)

J, W, i v. tabela 16

Rotunjirea exterioară max $r_2 = 0,4$ mm,

pt. $d = 5$ mm max $r_2 = 0,6$ mm

h mm	b mm	d mm	r_1 Raza de racordare mm	Secțiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Distanțele dela axe e_x cm	e_y cm	Pentru axa de încovoiere $x-x$: J_x cm⁴	i_x cm	W_x cm³	$y-y$: J_y cm⁴	i_y cm	W_y cm³
40	40	3	2,5	3,42	0,958	2,00	2,00	9,13	1,64	4,57	3,19	0,968	1,60
		4		4,48	1,25	2,00	2,00	11,50	1,60	5,75	4,28	0,976	2,14
45	45	3	2,5	3,87	1,08	2,25	2,25	13,57	1,86	6,03	4,56	1,08	2,03
		4		5,08	1,42	2,25	2,25	17,26	1,82	7,67	6,10	1,08	2,71
		5	4	6,25	1,75	2,25	2,25	20,23	1,78	9,00	7,64	1,09	3,40
50	50	3	2,5	4,32	1,21	2,50	2,50	18,72	2,08	7,49	6,26	1,20	2,50
		4		5,68	1,59	2,50	2,50	23,69	2,04	9,47	8,36	1,21	3,35
		5	4	7,00	1,96	2,50	2,50	28,08	2,01	11,23	10,47	1,23	4,20
60	50	3	2,5	4,62	1,29	3,00	2,50	29,27	2,48	9,76	6,26	1,15	2,50
		4		6,08	1,70	3,00	2,50	36,98	2,44	12,32	8,36	1,16	3,34
		5	4	7,50	2,10	3,00	2,50	43,93	2,40	14,64	10,47	1,17	4,19
	60	4	2,5	6,88	1,93	3,00	3,00	42,38	2,48	14,13	14,43	1,45	4,80
		5	4	7,50	2,10	3,00	3,00	50,73	2,58	16,91	18,06	1,55	6,02

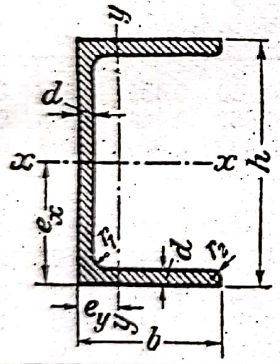


Tabela 19.

Profile [presate din metal ușor.

Extras din LgN 134 64 (proiect)

J, W, i v. tabela 16

Rotunjirea exterioară max $r_2 = 0,4$ mm

pt. $d = 5$ mm max $r_2 = 0,6$ mm

h mm	b mm	d mm	r_1 Raza de racordare mm	Secțiunea F cm²	Greutatea G kg/m	Distanțele dela axe e_x cm	e_y cm	Pentru axa de încovoiere $x-x$: J_x cm⁴	i_x cm	W_x cm³	$y-y$: J_y cm⁴	i_y cm	W_y cm³
40	20	2	1,5	1,52	0,426	2,0	0,57	3,67	1,54	1,83	0,570	0,612	1,02
		3	2,5	2,22	0,622	2,0	0,61	5,10	1,52	2,55	0,806	0,608	1,32
	30	3	2,5	2,82	0,790	2,0	1,01	7,16	1,59	3,58	2,54	0,944	2,52
		4		3,68	1,03	2,0	1,05	8,90	1,55	4,45	3,22	0,934	3,10
	40	4	2,5	4,48	1,25	2,0	1,47	11,50	1,60	5,75	7,25	1,28	4,95
		5	4	5,50	1,54	2,0	1,52	13,56	1,56	6,78	8,75	1,26	5,80
50	30	3	2,5	3,12	0,874	2,5	0,93	12,00	1,96	4,80	2,75	0,936	2,95
		4		4,08	1,14	2,5	0,96	15,20	1,94	6,08	3,46	0,926	3,62
	40	4	2,5	4,88	1,25	2,5	1,38	19,68	1,99	7,87	7,90	1,27	5,77
		5	4	6,00	1,68	2,5	1,42	23,20	1,96	9,28	9,49	1,25	6,73
60	40	4	2,5	5,28	1,48	3,0	1,29	30,19	2,37	10,06	8,85	1,29	6,92
		5	4	6,50	1,82	3,0	1,33	35,54	2,34	11,85	10,10	1,25	7,50

Scanned with OKEN Scanner

2. Plăci, benzi și fâșii (v. și 3. Folii).

Tablă de aluminiu (p. 840).

Tablă din aliaj de aluminiu DIN 1783; *Mc* după DIN 1745; $d = 0,2...30$; $b = 300...1000$; l până la 2. Table.

Bandă și fâșie din aluminiu laminate la rece, tăiate la dimensiuni DIN 1793; *M*: Al 98/99; $d = 0,1...4$; $b = 4...200$; l bandă = lungime de fabricație, l fâșie până la 5. Bandă în colaci.

Bandă și fâșie din aliaje de Al DIN 1784: *Mc* DIN pr. de normă 1745; $d = 0,2...3$; b până la 750; l min bandă = 4; bandă în suluri, fâșii plate.

Tablă de cupru (p. 846) laminată la rece DIN 1752; *M*: Cu C și Cu E; $d = 0,1...5$; $b = 300...1000$; $l = 1...3$. Colaci și table.

Bandă și fâșie de cupru laminate la rece, tăiate la dimensiuni DIN 1792; *M*: Cu C și Cu E; $d = 0,1...4$; $b = 4....200$; l bandă = lungime de fabricație, l fâșie până la 4. Bandă în colaci.

Tablă și bandă pentru resoarte din aliaje de cupru DIN 1777, a l a m ă DIN 1778, b r o n z DIN 1779, a r g e n t a n DIN 1780; *M*: am 63 F 52, bz la 6 F 65, argentan: $d = 0,1...1,2$; b tablă = 250, 300, 350, b bandă = 3...160; l tablă 1...3, l bandă = lungime de fabricație. Plăci în table, bandă în colaci.

Tablă de alamă laminată la rece DIN 1751; *M* după DIN 1709 (p. 855) am 63 ș. a. *M* după DIN 1709; $d = 0,1...5$; $b = 300...1000$; $l = 1...3$. Suluri și benzi.

Bandă și fâșie din alamă laminate la rece, tăiate la dimensiuni DIN 1791; *M* = am 63 ș. a. *M* după DIN 1709 (p. 855) $d = 0.1...4$; $b = 4...200$; l bandă = lungime de fabricație. l fâșie până la 4. Bandă în colaci.

Tablă din aliaje de magneziu pentru aviație DIN 9101; *M*: 3501 · 2; și 3510 · 2; $d = 0.3...10$; $b = 400...650$; $l = 1,45...3$. Table.

Tablă de zinc după tab. 20 p. 1032. Dimensiunile normale ale tablelor 0,65 · 2, 0,8 · 2, 1 · 2,5 m².

Tablă de plumb v. tab. 21, p. 1032.

Tablă ondulată de zinc v. tab. 22, p. 1032.

C a l c u l a r e a g e u t ă ț i i tablelor v. tabela 4, p. 806 și tabela 3, pag. 1012.

3. Folii (metalice) sunt plăci subțiri, cu o grosime mai mică decât cca 0,15 mm. Confecționarea: plăcile prelaminate se suprapun una peste alta în pachete — separate una de alta printr'un strat subțire de grăsime sau uleiu — și apoi se laminează mai departe. La grosimi foarte mici se lucrează prin subțierea plăcilor prelaminate prin ciocănire cu mâna sau mecanic, când se interpun foi de pergament, sau la foliile foarte subțiri membranul exterior al apendicelui boului. Se suprapune astfel un număr mai mare de plăci (multe sute de folii de odată). Foliile și mai subțiri, până la transparență, se confecționează pe cale galvanică după procedeul dr. K. M ü l l e r (Phys.-Techn. Reichsanstalt).

P r o p r i e t ă ț i l e m a i i m p o r t a n t e ale foliilor: Flexibilitate, pentru ca ele să fie adaptabile la orice formă fără să se rupă; putința de a fi mototolite fără a căpăta fisuri, mai ales la folii pt. împachetat; densitate și impermeabilitate față de umezeală și gaze (mirosuri); o anumită rezistență. Chiar și la foliile cele mai subțiri de numai o milionime cm de grosime, de ex. la aur, densitatea e asigurată, deoarece în acest caz tot stau unul peste altul mai mult de 20 de atomi.

Folii de aluminiu pentru împachetat, izolare, bijuterii, decorații în foi de diferite dimensiuni și în colaci, lățimea până la 700 mm.

Grosimea [mm]:	0,005	0,0055	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	0,012	0,015	0,018	0,020	0,025
Greutatea [g/m²]:	13,50	14,70	16,10	19,20	22,22	24,39	27,00	32,25	40,50	48,78	55,55	67,50

Folii de plumb pentru împachetat, scopuri tehnice și grafice, cositorite, cu desene, colorate, imprimate, în grosimi de 0,011...0,2 mm, 8....1 m²/kg, foi și suluri până la 450 mm lățime. Folii de 2,5 × 0,75 m² numai în grosimi de peste 0,25 mm.

Folii de cupru pentru șabloane și pentru căptușirea unor piese de construcție în grosime de 0,01...0.15 mm și în gradații de câte 0,01 mm. Foi de 300 × 700 mm²; suluri numai la grosimi mai mari.

Folii de cupru-zinc din alamă sau tombac (aur musiv, spumă de aur) în grosimi ≧ 0,0005 mm, foite de 85 × 85 mm².

Folii de zinc. Plăci (Nr. 00) 500 × 500 mm², 0,05 mm grosime, 0,09 kg/m², (Nr. 0) 500 × 500 și 500 × 1000 mm², 0,075 mm grosime, 0,13 kg/m².

Folii de staniu (staniol)) la împachetări conservante pentru alimente și condimente, scopuri tehnice, acoperirea oglinzilor (butelii de Leida), cu desene, colorate, imprimate în grosimi de 0,0068...0,13 mm, 20...1 m²/kg. Foi și suluri până la 450 mm lățime. Folii 2 × 0.75 m² numai în grosimi de peste 0,25 mm.

Folii de compoziție cu 50, 80, 90% staniu, restul plumb, pentru împachetat, scopuri tehnice și grafice, cu desene, colorate, imprimate, 0,2...0,01 și până la 0,008 mm grosime după conținutul de staniu. Foi și suluri până la 450 mm lățime.

Folii de zinc-staniu (argint musiv, spumă de argint) în grosimi de $\geqq$ 0,001 25 mm, foite de 85 × 85 mm².

Folii din metale nobile. F o l i i d e a u r (folii de aur veritabil) pentru acoperiri cu aur $\geqq$ 0,0001 mm gros. F o l i i d e a r g i n t (folii de argint veritabil) $\geqq$ 0,0002 mm grosime.

Folii de nichel în diferite formate și grosimi nestandardizate până în prezent. Grosime minimă 0,03 mm.

4. Sârme v. și sub 1. Bare rotunde.

Sârmă de aluminiu (p. 840).

Sârmă de cupru rotundă. trasă DIN 1766; *M*: Cu C și Cu E după DIN 1708; $d = 0,1...8$. In colaci sau pe tambur după DIN VDE 6390.

Sârmă de cupru pentru electrotehnică (p. 846).

Sârmă de alamă rotundă, recoaptă sau tare DIN 1757; *M*: am 63 și am 60, și am 58 după DIN 1709; $d = 0,2...8$. In colaci sau pe tambur după DIN 6390.

Sârmă de bronz pentru conducte de telecomunicații DIN VDE 8300 v. tab. 3, p. 851.

Sârmă de plumb v. tab. 23, p. 1033.

G r e u t ă ț i l e sârmelor v. tab. 3, p. 805 și tab. 2, p. 1009.

Tabela 20. Calibre germane pentru plăci de zinc

N-rul calibrului	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Grosimea mm	0,10	0,143	0,186	0,228	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,58	0,66	0.74
Greutatea kg/m²	0,70	1,00	1,30	1,60	1,75	2,10	2,45	2,80	3,15	3,50	4,06	4,62	5,18

N-rul calibrului	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Grosimea mm	0,82	0,95	1,08	1,21	1,34	1,47	1,60	1,78	1,96	2,14	2,32	2,50	2,68
Greutatea kg/m²	5,74	6,65	7,56	8,47	9,38	10,29	11,20	12,46	13,72	14,98	16,24	17,50	18,76

Tabela 21. Tablă de plumb (greutatea specifică 11,34 kg/dm³)

Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²	Gros. mm	Greut. kg/m²
0,3	3,40	1,0	11,34	2,75	31,18	6,0	68,04	9,5	107,7
0,4	4,54	1,25	14,18	3,0	34,02	6,5	73,71	10,0	113,4
0,5	5,67	1,5	17,01	3,5	39,69	7,0	79,38	11,0	124,7
0,6	6,80	1,75	19,84	4,0	45,36	7,5	85,05	12,0	136,1
0,7	7,94	2,0	22,68	4,5	51,03	8,0	90,70	—	—
0,8	9,07	2,25	25,52	5,0	56,70	8,5	96,39	—	—
0,9	10,21	2,5	28,35	5,5	62,37	9,0	102,1	—	—

Tabela 22. Tablă ondulată de zinc

Nr. profilului	Ondulații lățimea mm	Ondulații înălțimea mm	Lățimea maximă m	Lungimea maximă m	F[1]) cm² și pt. 1 mm gros. a tablei	Greut. kg/m² și pt. 1 mm gros. a tablei	W[2]) cm³ și pt. 1 mm gros. a tablei
A	117	55	cca 1,60	cca 3,00	14,50	10,33	20,9
B	110	32	„ 1,60	„ 3,00	12,35	8,79	10,0
C	100	32	„ 1,30	„ 3,00	12,50	8,90	10,4
Grillo	100	26	„ 1,00	„ 2,80	11.40	8,13	7,3
D	60	14	„ 1,50	„ 2,61	11,50	8,20	4,2
E	20	6	„ 1,00	„ 2,58	11,65	8,30	1,9
F	14	6	„ 0,35				

[1]) Secțiunea pentru 1 m lățime a tablei. — [2]) Modulul de rezistență pentru 1 m lățime a tablei.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 23. Sârmă de plumb (Greutatea specifică 11,34 kg/dm³)

Gros. mm	Greut. kg/100 m	Gros. mm	Greut. kg/100 m	Gros. mm	Greut. kg/100 m	Gros. mm	Greut. kg/100 m	Gros. mm	Greut. kg/100 m
0,5	0,2	1,0	0,9	3,5	10,91	6,0	32,1	11,0	107,8
0,6	0,3	1,5	2,0	4,0	14,3	7,0	43,6	12,0	128,2
0,7	0,4	2,0	3,6	4,5	18,0	8,0	57,0	13,0	150,5
0,8	0,6	2,5	5,6	5,0	22,2	9,0	72,1	14,0	174,5
0,9	0,7	3,0	8,0	5,5	26,9	10,0	89,1	15,0	200,4

C. Tuburi

v. şi vol. II, secţ. Organe de maşini

a) Generalităţi

Alegerea materialului (v. şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 299). Conducte de abur: fără cusătură, oţel de fuziune după DIN 1629; la j. pres. sub 25 kg/cm² şi *t* sub 300° ol 00.29; deasupra ol 35.29, 45.29, ol 55.29 şi 65.29; la *t* peste 400° oţel slab aliat, cu rezistenţă termică (Cu-Mo, Mo, Cr-Mo), v. Richtlinien der Großkesselbesitzer e. V. für Heißdampfrohrleitungen. Tuburi pentru cazane, supraîncălzitoare, preîncălzitoare: fără cusătură, oţel de fuziune după DIN 1629 ol 35.29 sau 45.29; la supraîncălzire peste 550° cu mare rezistenţă termică (sicromal, feroterm, termax). Conducte de apă şi gaze: fontă după DIN 1691 fo 14.91; oţel de fuziune, fără cusătură după DIN 1629 ol 00.29 până la j. pres. = 25 kg/cm², la presiuni mai mari (conducte de gaz pt. distanţe lungi) ol 35.29 p. la ol 55.29. Pentru tuburi de gaz filetate, normale şi întărite, după DIN 2440 şi 2441 ol 00.29 după DIN 1629, pt. tuburi filetate de calit. superioară după DIN 2442 ol 35.29...55.29; oţel de fuziune sudat prin suprapunere după DIN 1628 ol 34.28, sudat prin fuziune după DIN 1626, tuburi filetate sudate cap în cap după DIN 2440 şi 2441 din oţel Thomas după DIN 1629. Alte materiale sticlă, porţelan, mat. artificiale. Tuburi pentru uleiu, de refulare, pentru turbine, aer comprimat, gaze cu presiune mare: la legături prin sudură ol 35.29...ol 45.29, la legături prin bride ol 55.29 (şi 65.29), la conducte pentru turbine ol 55.29, mai rar ol 65.29 şi mat. aliate. Tuburi pentru sondaj (procedeul Rotary DIN 4932) pentru mecanisme şi pentru pompe: oţel de fuziune, fără cusătură după DIN 1659 ol 55.29/59 şi ol 65.59, şi oţeluri cu Cr-Mn, Cr-Cu şi Cr-Mo; pentru tuburi de protecţie cu diametre mai mari, pt. adâncimi mai mici şi pt. conducte similare din tuburi de oţel de fuziune sudate prin suprapunere ol 34.28 după DIN 1628. Tuburi pentru industria chimică şi aparate: materiale rezistente la acizi, inoxidabile şi cu rezistenţă termică (V2A, Remanit, Deutro ş. a.) fără cusătură sau, dacă nu e posibil, sudate prin fuziune; apoi plumb, sticlă, porţelan, mat. artificiale ş. a. Tuburi pentru instalaţii (tuburi filetate normale sau întărite DIN 2440 şi 2441): oţel Thomas sudat cap la cap. Tuburi pentru încălzit (tuburi filetate ca mai sus): oţel de fuziune ol 00.29, la tuburi după DIN 2442 şi ol 35.29...ol 55.29. Tuburi pentru construcţii: DIN 2448 oţel de fuziune ol 00.29, 35.29, 55.29, tuburi de precizie fără cusătură (comerciale) după DIN 2385, pt. autovehicule şi aviaţie după DIN 2391, şi oţeluri aliate (Cr-Mo). Tuburi de precizie sudate repetat trase la rece după DIN 2393, odată trase sau laminate la rece după DIN 2394. Tuburi profilate pt. aviaţie după DIN L 92 din oţel sau metal uşor. Conducte în construcţia de maşini din fontă, oţel de fuziune, cupru, alamă, plumb, zinc, staniu, aluminiu ş. a. Conducte de apă şi din plumb, pietre artificiale, ciment, cupru (instalaţii sanitare), argilă ş. a. (p. 1049).

Norme speciale pt. conducte de gaz și de apă și accesorii: DIN 1397 U (tuburi de Pb dur, tab. 26, p. 1045), DIN 2435 U, DIN 3510 U...3519 U, DIN 3525 U...3528 U, DIN 3530 U.

Calculare. Din volumul de scurgere necesar rezultă diametrul tubului după formula $v\, D^2 \pi/4 = Q$,

unde notăm: v vitesa [m/s], D diametrul [m], | Q debitul lichidului [m³/s]

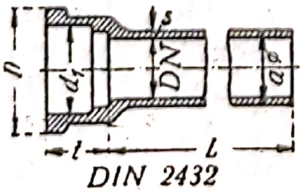
Pentru stabilirea pierderilor de vitesă trebue să luăm în considerare coeficientul de rezistență al conductelor, cp. Nomogramă pentru calcularea conductelor, p. 477. Stabilirea vitesei de scurgere resp. a înălțimei conductelor, cum și a diametrelor la tuburile de drenaj v. vol. III, secț. Canalizări și vol. IV, secț. Agronomie.

Calcularea grosimii pereților p. 731 și vol. II, secț. Organe de mașini.

Tabela 24. Tuburi de presiune din fontă după DIN 2432 și 2422 pentru

Notarea unui tub de presiune din fontă cu manșoane $DN = 250$ și $L = 4000$ mm
Tub de presiune din fontă cu manșoane 250 × 4000 DIN 2432

Diam. nominal [4]	Tubul			Tuburi de presiune cu manșoane [3] (Fig. 1)					
	Diametrul	Gros. peretelui	Greut. liniară	Manșonul [2]			Lung. de fabricație	Greut. tubului de lung. de fabr. L cu manșon	Greut. 1 m de tub cu porțiune de manșon
DN	a [1]	s [1]		Diam. d_1	Adânc. t	Diam. D	L		
mm	mm	mm	kg/m	mm	mm	mm	m	kg	kg
40	55	7,5	8,11	69	74	115	2; 2,5; 3	18,9; 23,0; 27,0	9,45; 9,20; 9,00
50	65	7,5	9,82	80	77	126	2,5; 3	27,7; 32,6	11,1; 10,9
(60)	76	8	12,4	91	80	139	3; 3,5	42,0; 47,3	14,0; 13,5
70	86	8	14,2	101	82	149	3; 3,5	47,0; 54,1	15,7; 15,5
80	97	8,5	17,1	112	84	162	3,5; 4	64,9; 73,5	18,5; 18,4
(90)	107	8,5	19,1	122	86	172	3,5; 4	72,6; 82,1	20,7; 20,5
100	118	9	22,3	133	88	183	3,5; 4	84,3; 95,4	24,1; 23,9
125	144	9,5	29,1	159	91	211	4	124	31,0
150	170	10	36,4	185	94	239	4; 5	156; 192	39,0; 38,4
(175)	197	11	46,6	212	97	268	4; 5	198; 245	49,5; 49,0
200	222	11	52,9	238	100	296	4; 5	226; 279	56,5; 55,8
(225)	249	12	64,8	265	100	325	4; 5	276; 341	69,0; 68,2
250	274	12	71,6	291	103	353	4; 5	306; 378	76,5; 75,6
(275)	299	12	78,4	316	103	380	4; 5	336; 415	84,0; 83,0
300	326	13	92,7	343	105	409	4; 5	397; 489	99,3; 97,8
(325)	351	13	100	368	105	436	4; 5	429; 529	107; 106
350	378	14	116	395	107	465	4; 5	496; 612	124; 122
(375)	403	14	124	421	107	491	4; 5	580; 654	133; 131
400	428	14	132	447	110	519	4; 5	567; 699	142; 140
450	480	15	159	499	112	573	4; 5	681; 840	170; 168
500	532	16	188	552	115	630	4; 5	807; 995	202; 199
(550)	582	16	206	602	117	682	4; 5	886; 1090	222; 218
600	634	17	239	655	120	737	4; 5	1030; 1270	257; 253
700	738	19	311	760	125	850	4; 5	1340; 1650	336; 331
800	842	21	393	866	130	964	4; 5	1700; 2090	425; 419
900	946	23	484	971	135	1075	4; 5	2100; 2580	524; 516
1000	1048	24	560	1074	140	1184	4; 5	2440; 3000	609; 599
1100	1152	26	667	1178	145	1296	4; 5	2910; 3580	728; 716
1200	1256	28	783	1282	150	1408	4; 5	3430; 4210	857; 842



DIN 2432

Fig. 1.

[1]) Normele se vor completa. Grosimea pereților tuburi- de bază. Ele sunt stabilite strict pe baza normelor din aceste norme e asigurată. In timpul de tranziție diametrele din 1882 se pot menține până la noi dispozițiuni. In burilor de fixare și diametrii lor trebue să fie aplicate 2437. — [3]) Executare: Interiorul și exteriorul gudronate admisibile la diametrele interioare v. Prescripțiuni pt. fur- siunile din paranteze sunt de evitat. La tuburile cu bride cifică s'a considerat 7,25 kg/dm³. — [5]) Tuburile cu bride lungime. — [6]) Bride de fontă după DIN 2532, garnituri nale cu piulițe după DIN 418. Execuția B.

Marcarea conductelor. La concentrarea locală a numeroase conducte, marcarea diferitelor conducte e necesară. Ea se execută la întreprinderile industriale prin culori cu linii caracteristice după DIN 2403, d. ex.

verde pt. apă,	portocaliu pt. acizi,
galben pt. gaz sau combustibil,	violet pt. baze,
albastru pt. aer,	brun pt. uleiu,
roşu pt. abur,	negru pt. gudron.
cenuşiu pt. vid,	

O linie neagră în culoare înseamnă impuritate, o linie roşie presiune sau concentraţie, o linie albă temperatură înaltă ş. as. Conductele mici se vopsesc complet, cele mari numai cu benzi colorate la distanţe convenabile, sau se indică direcţiunea de trecere prin săgeţi colorate. Gaze diferite se indică prin semne speciale.

cu manşoane şi cu bride
presiunea nominală 10 kg/cm²

Notarea unui tub de presiune din fontă cu bride $DN = 250$ şi $L = 3000$ mm

Tub de presiune din fontă cu bride 250 × 3000 DIN 2422

Tuburi cu bride (fig. 2)

Brida [6]			Şuruburile [7]			Inel de contact		Lung. de fabricaţie L [5]	Greutatea unui tub cu bride de lung. $L = 3000$
Diam. D mm	Gros. b mm	Dm.cerc. găurilor K mm	Numărul	Filetul ţoli	Diam. găurii l mm	Diam. g mm	Înălţime f mm	m	kg
150	18	110	4	5/8	18	88	3	2 şi 3	27,9
165	20	125	4	5/8	18	102	3		34,4
175	20	135	4	5/8	18	112	3		42,4
185	20	145	4	5/8	18	122	3		48,4
200	22	160	4	5/8	18	138	3		58,9
210	22	170	8	5/8	18	148	3		65,3
220	22	180	8	5/8	18	158	3		75,5
250	24	210	8	5/8	18	188	3		98,5
285	24	240	8	3/4	22	212	3		122
315	26	270	8	3/4	22	242	3		157
340	26	295	12	3/4	22	268	3	3 şi 4	178
370	26	325	12	3/4	22	296	3		216
395	28	350	12	3/4	22	320	3		241
420	28	375	12	3/4	22	345	4		262
445	28	400	12	3/4	22	370	4		305
475	30	430	16	3/4	22	400	4		334
505	30	460	16	3/4	22	430	4		385
540	32	490	16	7/8	25	456	4		417
565	32	515	16	7/8	25	482	4		443
615	32	565	20	7/8	25	532	4		528
670	34	620	20	7/8	25	585	4		625
730	36	675	20	1	30	635	4		694
780	36	725	20	1	30	685	5		795
895	40	840	24	1	30	800	5		1043
1015	44	950	24	1 1/8	33	905	5		1330
1115	46	1050	28	1 1/8	33	1005	5		1622
1230	50	1160	28	1 1/4	36	1110	5		1906
1340	52	1270	32	1 1/4	36	1220	5		2262
1455	56	1380	32	1 3/8	40	1330	5		2674

lor s şi diametrul exterior al tuburilor a sunt dimensiuni 1882, aşa încât utilizarea continuativă a modelelor după bridelor precum şi grosimile lor stabilite după normele schimb însă diametrii pt. găuri de fixare, numărul şurudupă normele DIN. — [2]) Manşoane din fontă după DIN la cald; presiune de încercare 16 kg/cm². — [4]) Toleranţele nizarea fontei, compuse de DVM; v. şi DIN 1691. Dimenmai sunt standardizate DN (110), (140) şi (160). Greut. spede diam. int. mai mari se pot furniza şi până la 5 m de etanşare după DIN 2690. — [7]) Şuruburi brute hexago-

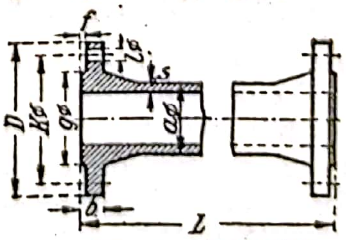


Fig. 2. *DIN 2422*

Scanned with OKEN Scanner

Simboale pentru conducte DIN 2429, filele 1...4.

Scări pentru presiune şi diametre nominale în vol. II, secţ. Organe de maşini.

Tăbliţe indicatoare. Formă, executare, aranjare, dimensiuni, culoare [după Ostwald (O) sau după lista de culori pentru vopsirea vehiculelor RAL 840 B 2], inscripţii (după DIN 1451).

Incălziri DIN 4064; culoarea de bază portocalie Nr. 5 ra după O; culoarea pentru inscripţii neagră.

Conducte pentru gaz DIN 4069; culoarea de bază galbenă Nr. 2 ra după O sau galbenă Nr. 22 a după RAL 840 B 2; culoarea pentru inscripţii neagră.

Conducte pentru gaz la distanţă DIN 4065; culoarea de bază şi culoarea inscripţiilor ca şi anterior.

Pompierit DIN 4066, filele 1...2; culoarea de bază albă; încadrare roşie Nr. 7 ra după O sau Nr. 7 după RAL 840 B 2; culoarea pentru inscripţii neagră.

Apă DIN 4067; cul. de bază albastră Nr. 13 re după O; cul. pt. inscripţii albă.

Apă de scurgere DIN 4068; culoarea de bază verde Nr. 22 re după O; culoarea pentru inscripţii albă.

b) Tuburi şi piese de legătură din fier

Rezumat asupra filelor de norme pentru conducte (generalităţi, tuburi, piese de legătură, conducte sub presiune, racorduri) DIN 2400, asupra tuburilor din fontă şi oţel DIN 2410 (cp. vol. II, secţ. Organe de maşini).

Fontă		tuburi cu bride	DIN 2422
		tuburi cu manşoane	DIN 2432
		tuburi cu nervuri pt. calorifere	DIN 2480
Oţel de fuziune	tuburi filetate	tuburi pentru gaz	DIN 2440
		tuburi pentru abur	DIN 2441
		fără cusătură	DIN 2442
	tuburi netede	fără cusătură	DIN 2449/2451, 2456
		sudate cu gaz de apă	DIN 2453
		sudate autogen	DIN 2454
		nituite	DIN 2455

In gen.. tuburile de calitate nu sunt uzuale în comerţ.

1. **Tuburi de fontă cu manşoane şi cu bride.** Normele pentru tuburi stabilite de VDI şi de Verein deutscher Gas- und Wasserfachmänner din 1882 sunt în esenţă înlocuite prin filele de norme DIN 2432 şi 2422 (tab. 24).

Materialul: fo 14.91 după DIN 1691. Prescripţiunile tehnice de furnizare v. DIN 2420. Scări de presiune DIN 2401.

Lungimea utilă comercială a tuburilor cu manşoane şi lungimea constructivă comercială a tuburilor cu bride nu se menţine de unii fabricanţi, cari confecţionează unele tuburi cu 0,5...1 m mai lungi, aşa încât la comenzi se recomandă o înţelegere prealabilă cu furnizorul.

Tuburi de presiune din fontă cu manşoane (tuburi turnate prin procedeu centrifug) după DIN 2431; pentru presiune nominală 10, presiune de regim I 10 (Cat. A); pentru presiune nominală 16, presiune de regim I 16 (Cat. B). Incercare hidraulică: pentru cat. A cel puţin 16 kg/cm², pentru cat. B cel puţin 25 kg/cm². Diametrele nominale 80...500 mm ca şi la DIN 2432. Material: fontă turnată centrifug după DIN 2420. Intre 80...500 mm *DN* pentru presiune nominală 10 nu se pot confecţiona în prezent pentru necesităţile interne decât tuburi A (tuburi cu o grosime a pereţilor mai mică de 10%, decât a tuburilor după DIN 2432).

2. **Piese de racord pentru tuburi.** Orientarea generală şi simboalele stabilite prin DIN 2430, filele 1...4 (vezi mai jos).

Pentru legături cu manşoane la tuburile de presiune din fontă cu manşoane şi la piese de racord e valabil în prezent DIN 2435 U.

Pentru tuburi uşoare de scurgere (tuburi LNA) cu profile normale există norme speciale; pentru tuburi de scurgere DIN 1172, tuburi de curăţire pentru conducte de scurgere DIN 1173, coturi DIN 1174, piese **T** oblice DIN 1175, piese în cruce oblice DIN 1176, piese **S** DIN 1177, piese reductoare DIN 1178. Deocamdată sunt în uz dimensiunile după DIN 364, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545 (v. şi vol. II, secţ. Organe de maşini).

Scanned with OKEN Scanner

Standardizarea pieselor de racord pentru conducte de fontă e în curs întrucât lucrările în acest sens au fost terminate la tipărirea acestui capitol, normele se comunică în extras, în parte sunt valabile şi mai departe Deutsche Rohr-Normalien (standardizări germane pentru tuburi) din 1882 (lungimile constructive ale vanelor de închidere, cp. şi vol. II., secț. Organe de maşini).

Piesele de racord din fontă pentru presiune nominală 10, presiunea de regim W 10 sunt standardizate în DIN 2829, filele 1...3, 2830, 2831, 2832, 2833, 2834, 2835, 2836, 2837, 2838, 2839, 2840 şi 2841. Materialul fo 14.91 după DIN 1691.

Condițiunile tehnice de furnizare după DIN 2420. Scări de presiune după DIN 2401, diametre nominale după DIN 2402, simboale după DIN 2430, filele 1...4, manşoane după DIN 2437, bride din fontă după DIN 2532, bride, aranjarea găurilor la bride v. DIN 2508. Date grafice pentru lungimile constructive după DIN 2829, fila 2.

Greutățile racordurilor de fontă. Standardizarea nu e încă terminată. Sunt stabilite pentru piese A, AA, B, BB, E, F, J, K, L, Q, R, U, T şi TT; pentru celelalte piese de racord standardizările din 1882 servesc de bază. Greutățile normale ale pieselor de racord după DIN 2830...2841, v. tab. 25, calculate cu greut. specifică de 7,25 kg/dm³. Ca greutate normală se consideră greutatea calculată din dimensiunile stabilite cu un adaus de z %: $z = 15$ pt. DIN 2830...2834, 2838, 2841; $z = 20$ pt. DIN 2835...2837, 2840; $z = 0$ pt. DIN 2839.

Dimensiunile în mm. Adâncimile manşoanelor t sunt egale cu ale tuburilor drepte, v. tab. 24, p. 1034.

Piese cu manşon cu ramificație cu bridă după DIN 2830

Piese A şi AA (fig. 3)

$z = 0{,}2\ DN + 0{,}5\ DN_1 + 100,$
$l_1 = 0{,}1\ DN_1 + 120,$
$l = 0{,}5\ DN + s + l_1,$
$r = 0{,}05\ DN_1 + 40.$

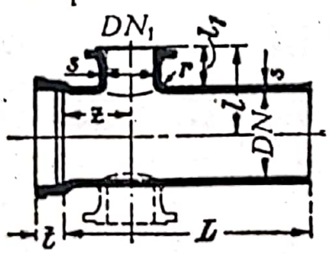


Fig. 3. Piesă A şi piesă A A (punctată)

Piese cu manşon cu ramificație oblică cu manşon după DIN 2832

Piese C şi CC (fig. 5)

$z = 0{,}8\ DN + 0{,}7\ DN_1 + s + 120,$
$z_1 = 0{,}3\ DN + 0{,}7\ DN_1 + 120,$
$l = 0{,}8\ DN_1 + 0{,}7\ DN + s_1 + 120,$
$l_1 = l - l_2,$
$l_2 = 1{,}41\ (0{,}5\ DN + s),$
$r = DN_1$. Rotunjire in unghiu ascuțit $= 4\ s_1$.

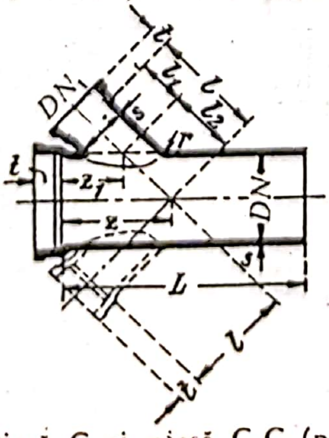


Fig. 5. Piesă C şi piesă C C (punctată)

Piese cu manşon cu ramificație cu manşon DIN 2831

Piese B şi BB (fig. 4)

$z = 0{,}2\ DN + 0{,}5\ DN_1 + 100,$
$l = 0{,}5\ DN + s + t_1,$
$r = 0{,}05\ DN_1 + 40.$

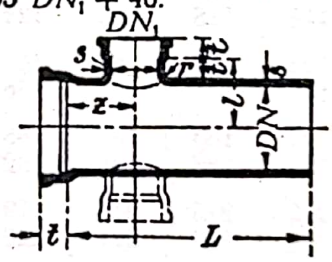


Fig. 4. Piesă B şi piesă B B (punctată)

Piese cu bridă şi cu manşon după DIN 2833

Piese E (fig. 6)

DN	L
40–700	300
800–900	500
1000–1200	800

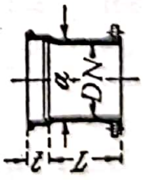


Fig. 6. Piese E

Coturi cu manşon (30°) după DIN 2835

Piese J (fig. 8)

DN	R	m
40–80	250	DN + 200
100–350	DN + 150	DN + 200
400–900	DN + 150	600
1000–1200	DN + 150	800

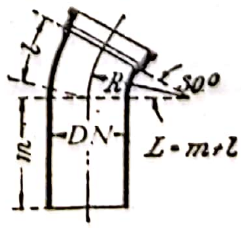


Fig. 8. Piese J

Tabela 25. Greutățile standardizate ale

Dimensiunile

Tubul principal DN	L	Piese A și AA DIN 2830 (Fig. 3) — Diametrul nominal al racordului cu bridă = 40	50	60	80	100	125	150	(175)	200	250	300	350	
40		15,5												A
		18,5												AA
50		17,5	18,5											A
		21	23											AA
60	800	21	21,5	22,5										A
		24,5	26	27,5										AA
80		27	28	28,5	31									A
		30	32,5	33,5	38									AA
100		32,5	33,5	34	36	37								A
		35,5	37,5	39	43	44,5								AA
125		48	48,5	49,5	51,5	52	55							A
		51	52,5	54,5	58,5	59,5	65,5							AA
150		59,5	60	61	63	63,5	66,5	68,5						A
		63	64,5	66,5	70,5	71,5	77,5	81,5						AA
(175)		71,5	73	73,5	75	76	78,5	80,5	84,5					A
		74,5	76,5	78	82	83	88,5	93	100					AA
200		85	86	86,5	88,5	89	92	94	98	99,5				A
		88	90	91,5	95,5	96,5	102	106	114	117				AA
250		113	114	115	117	118	120	122	126	129	135			A
		116	118	120	124	125	130	134	142	146	158			AA
300		146	147	147	149	150	152	154	158	159	165	170		A
	1000	149	151	152	156	157	162	166	174	176	188	198		AA
350		182	183	183	185	186	188	190	194	195	201	205	248	A
		185	187	188	192	193	198	202	210	212	224	232	284	AA
400		215	215	216	219	219	222	224	227	229	234	238	286	A
		218	219	221	226	226	232	236	242	246	256	265	321	AA
450		251	252	252	254	255	257	259	263	264	269	274	328	A
		254	256	257	261	262	267	271	278	281	291	300	363	AA
500		298	299	300	302	303	305	306	310	311	317	320	382	A
		301	303	305	309	310	315	318	325	327	339	345	415	AA
600		382	383	384	385	386	388	390	394	397	400	471	480	A
		385	387	389	392	393	398	401	410	413	421	495	513	AA
700		503	504	504	506	507	509	510	514	515	520	612	620	A
		506	508	509	513	514	518	521	528	530	540	636	651	AA
800	1250	752	752	753	755	756	757	759	762	763	768	771	777	A
		755	756	758	762	763	766	770	776	778	788	793	806	AA
900	1500	1050	1051	1052	1053	1054	1055	1058	1061	1063	1067	1069	1076	A
		1053	1055	1057	1060	1061	1064	1069	1075	1078	1086	1091	1104	AA
1000		1575	1576	1576	1578	1579	1580	1582	1585	1585	1590	1593	1599	A
		1578	1580	1581	1585	1586	1589	1592	1599	1599	1609	1615	1627	AA
1100	2000	1885	1886	1887	1889	1889	1890	1892	1895	1896	1900	1902	1907	A
		1888	1890	1892	1896	1896	1899	1902	1908	1910	1918	1922	1932	AA
1200		2229	2230	2231	2233	2234	2235	2236	2239	2240	2244	2245	2251	A
		2232	2234	2236	2240	2241	2244	2246	2252	2254	2262	2264	2280	AA

(Continuarea pieselor A și AA în p. 1040.)

Scanned with OKEN Scanner

racordurilor pentru tuburi de fontă în kg

în mm

Piese B și BB DIN 2831 (Fig. 4)												
Diametrul nominal al racordului cu manșon =												
40	50	60	80	100	125	150	(175)	200	250	300	350	
16												B
21												BB
18,5	19,5											B
23	25											BB
22	23	24										B
26,5	28,5	30,5										BB
28,5	29	30	32,5									B
33	34,5	36,5	41,5									BB
33,5	34,5	36	37,5	39 5								B
38	40	42,5	46,5	50								BB
48,5	50	51	53,5	55	56,5							B
53,5	55,5	57,5	62,5	65	70							BB
60,5	61,5	62,5	65	66,5	69	74						B
65	67	69	74	76,5	82	91,5						BB
72,5	74	74,5	77	79	81,5	85,5	88,5					B
77,5	79,5	81	86	89	94	103	110					BB
85,5	87	88	90,5	91,5	94	98,5	102	106				B
90,5	92,5	94,5	99	102	107	115	123	131				BB
115	115	117	119	121	123	127	130	135	143			B
120	120	124	128	131	136	143	150	160	177			BB
147	148	149	151	152	155	159	162	167	175	185		B
152	153	156	161	163	168	175	182	191	208	228		BB
183	184	185	188	189	191	195	198	202	209	220	265	B
188	189	192	197	199	204	211	218	226	242	262	319	BB
216	216	218	220	222	223	227	230	235	244	254	305	B
221	221	225	230	232	236	243	250	259	276	296	358	BB
252	253	254	256	258	260	264	268	271	279	289	345	B
257	258	261	266	268	273	280	288	295	312	330	398	BB
299	300	301	303	304	306	310	313	317	326	335	400	B
304	305	308	312	314	319	327	333	341	357	375	451	BB
383	384	385	387	388	391	395	398	402	410	487	497	B
387	389	392	397	399	404	410	417	425	441	526	547	BB
504	505	506	508	509	512	514	518	522	529	627	637	B
508	510	513	517	519	524	530	537	545	559	666	685	BB
753	754	755	757	759	760	764	767	771	778	786	795	B
757	759	762	767	769	772	779	786	793	807	824	841	BB
1053	1053	1054	1055	1056	1059	1060	1062	1067	1076	1085	1090	B
1057	1058	1061	1063	1066	1071	1075	1081	1089	1105	1122	1136	BB
1576	1577	1578	1580	1581	1583	1587	1589	1593	1600	1608	1617	B
1580	1582	1585	1589	1591	1595	1601	1608	1615	1628	1645	1662	BB
1886	1887	1888	1890	1891	1893	1897	1899	1903	1910	1917	1924	B
1890	1892	1895	1899	1901	1905	1911	1917	1924	1938	1952	1966	BB
2231	2232	2233	2235	2235	2238	2241	2244	2247	2254	2260	2268	B
2235	2237	2240	2244	2245	2249	2255	2261	2268	2282	2294	2310	BB

(Continuarea pieselor B și BB în p. 1040.)

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 25

Greutăţile standardizate ale racordurilor pt. tuburi de fontă în kg (cont.)

Dimensiunile în mm

Tubul principal DN	L	Piese A şi AA DIN 2830 (Fig. 3) — Diametrul nominal al racordului cu bridă = 400	450	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	
400	1250	295										A
		339										AA
450	1250	335	342									A
		377	390									AA
500	1250	390	395	406								A
		431	441	463								AA
600	1250	487	492	502	588					L = 2500		A
		527	536	557	660							AA
700	1250	627	630	640	744	954						A
		665	672	691	810	1051						AA
800	1250	783	900	908	922	1177	1217					A
		818	939	980	1016	1308	1395					AA
900	1500	1082	1086	1094	1105	1398	1439	1470				A
		1116	1124	1141	1163	1478	1559	1621				AA
1000	2000	1605	1607	1615	1625	1650	1687	1713	2179			A
		1638	1642	1658	1679	1729	1802	1854	2365			AA
1100	2000	1912	1914	1922	1931	1954	1987	2010	2438	2491		A
		1942	1947	1962	1980	2026	2092	2138	2611	2717		AA
1200	2000	2255	2257	2265	2272	2293	2322	2349	2841	2879	2934	A
		2284	2288	2303	2318	2359	2418	2472	3005	3082	3192	AA

Tubul principal DN	L	Piese B şi BB DIN 2831 (Fig. 4) — Diametrul nominal al racordului cu manşon = 400	450	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	
400	1250	315										B
		378										BB
450	1250	355	368									B
		416	443									BB
500	1250	409	421	437								B
		469	493	526								BB
600	1250	507	518	533	631					L = 2500		B
		567	589	619	746							BB
700	1250	646	657	671	787	1010						B
		704	726	754	895	1162						BB
800	1250	803	926	941	965	1233	1281					B
		858	991	1020	1069	1378	1475					BB
900	1500	1101	1112	1124	1148	1453	1502	1567				B
		1156	1176	1201	1248	1588	1686	1816				BB
1000	2000	1624	1633	1646	1660	1706	1751	1802	2181			B
		1677	1695	1720	1756	1840	1931	2045	2469			BB
1100	2000	1931	1941	1953	1973	2009	2051	2099	2540	2623		B
		1981	2000	2024	2065	2136	2220	2317	2815	2981		BB
1200	2000	2274	2283	2295	2314	2348	2387	2438	2943	3010	3091	B
		2323	2340	2363	2402	2469	2547	2650	3209	3344	3506	BB

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 25

Greutățile standardizate ale racordurilor pt. tuburi de fontă în kg (cont.)

Dimensiunile în mm

Tubul principal DN	L	Piese C și CC DIN 2832 (Fig. 5) — Diametrul nominal al racordului cu manșon = 40	50	60	80	100	125	150	(175)	200	250	300	350	
40		17												C
		22												CC
50		19,5	20,5											C
		24,5	27											CC
60	300	23	23,5	25,5										C
		28	30	33										CC
80		29	30	31,5	34,5									C
		33,5	36,5	39	45,5									CC
100		34	35	36,5	39,5	41,5								C
		39	41,5	44	50,5	56								CC
125		49,5	51	52	55	57,5	61							C
		54,5	57	59	65,5	69,5	79							CC
150		61,5	62,5	63,5	67	70	72,5	78						C
		66	68,5	71,5	77	81	89,5	101						CC
(175)		73,5	75	76	79	82	85	91	97					C
		78	81	84	90	94	102	113	125					CC
200		86,5	88	89	91	93	98	104	110	117				C
		91,5	94	97	103	107	114	125	138	153				CC
250		115	116	118	121	123	126	132	137	144	160			C
		121	122	125.	131	135	142	153	165	177	209			CC
300	1000	148	149	150	152	154	158	164	170	176	217	236		C
		153	155	158	164	168	174	185	197	209	267	303		CC
350		184	185	186	190	192	194	200	205	211	260	278	300	C
		189	191	194	200	204	210	221	233	244	308	343	390	CC
400						224	226	232	238	243	297	315	338	C
						235	242	253	264	275	344	380	425	CC
450						260	263	268	273	279	339	356	380	C
						270	277	286	298	309	384	419	465	CC
500						306	310	314	320	326	393	411	432	C
						317	324	333	344	356	437	472	516	CC
600								399	404	477	490	507	597	C
								417	427	507	533	566	680	CC
700								519	524	618	631	647	757	C
								537	547	646	671	704	835	CC
800	1250							766	771	775	788	916	935	C
								784	794	803	828	971	1010	CC
900										937	949	1100	1118	C
										963	987	1154	1190	CC
1000	1500											1302	1319	C
												1353	1389	CC
1100												1547	1564	C
												1597	1632	CC
1200												1823	1839	C
												1870	1904	CC

(Continuarea pieselor C și CC în p. 1042).

Tabela 25

Greutățile standardizate ale racordurilor pt. tuburi de fontă în kg (cont.)

Dimensiunile în mm

Tubul principal		Piese C și CC DIN 2832 (Fig. 5)										
		Diametrul nominal al racordului cu manșon =										
DN	L	400	450	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	
400		397										C
		505										CC
450		445	473									C
		550	606									CC
500		506	534	568	L = 2000							C
		610	665	733								CC
600	1500	616	643	745	883		L = 2250	L = 2500	L = 2750	L = 3000	L = 3250	C
		717	771	906	1115							CC
700		774	800	922	1079	1185						C
		871	921	1076	1300	1513						CC
800		952	1090	1122	1300	1516	1645					C
		1043	1205	1268	1512	1833	2090					CC
900		1135	1293	1323	1522	1760	1885	2179				C
		1220	1405	1464	1727	2066	2315	2769				CC
1000		1495	1518	1708	1770	2031	2313	2469	2788			C
		1578	1626	1822	1968	2329	2735	3046	3522			CC
1100	1750	1771	1792	2012	2071	2359	2668	2819	3164	3564		C
		1851	1895	2143	2261	2647	3070	3374	3872	4478		CC
1200		2079	2099	2352	2409	2728	3065	3213	3586	4015	4493	C
		2156	2198	2475	2591	3004	3450	3751	4270	4903	5638	CC

DN	Piese E DIN 2833 (Fig. 6)	Piese F DIN 2834 (Fig. 7)	Piese J DIN 2835 (Fig. 8)	Piese U DIN 2839 (Fig. 12)	Piese Q DIN 2840 (Fig. 13)	Piese T DIN 2841 (Fig. 14)	Piese T T DIN 2841 (Fig. 14)
40	7,5	8	8	8	7	10	13
50	10,5	10	9,5	9,5	9	13	17
60	12,5	12	12,5	12	11	15,5	20,5
80	17	16,5	17	16	16	24	31
100	20	19,5	20,5	20	19	28	36
125	26,5	25,5	27	25,5	27	39	50
150	33	32	36,5	31	35	51	65
(175)	41	39	47	37	45	67	85
200	47,5	45,5	58	43,5	54,5	79	100
250	64,5	61,5	85,5	61	80	121	151
300	80	76,5	119	80,5	106	154	191
350	101	97	161	103	147	212	262
400	124	117	203	124	192	278	341
450	143	132	242	142	232	332	406
500	171	199	294	163	294	422	513
600	221	253	395	227	418	600	726
700	299	334	538	302	616	880	1059
800	475	430	707	401	868	1344	1600
900	578	615	898	501	1126	1604	1940
1000	887	741	1232	608	1460	2088	2498
1100	1062	877	1527	752	1857	2651	3158
1200	1275	1042	1859	921	2355	3351	3985

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 25

Greutățile standardizate ale racordurilor pt. tuburi de fontă în kg (cont.)

Dimensiunile în mm

DN	Piese K DIN 2836 (Fig. 9) 11¼°	15°	22½°	30°	45°
40					7,5
50					10
60					13
80				17	22
100			19,5	23,5	29,5
125		23	28	34	45
150	27,5	31,5	40,5	49	65,5
(175)	36	42	55	66	91
200	46	55	71	88	121
250	71,5	85,5	113	141	197
300	103	124	168	212	296
350	143	176	239	302	
400	185	229	314	402	
450	236	293	405	519	
500	303	377	524		
600	447	559	783		
700	661	832			
800	931	1178			
900	1250	1587			
1000	1616				
1100	2090				
1200	2658				

DN	Piese L DIN 2837 (Fig. 10) 22½°	30°	45°
100		16	19,5
125		22,5	28
150		31,5	40,5
(175)		42	55
200		55	71
250	71,5	85,5	113
300	103	124	168
350	143	176	239
400	185	229	314
450	236	293	405
500	303	377	524
600	447	559	783
700	661	832	
800	931	1178	
900	1250	1587	
1000	1616		
1100	2090		
1200	2658		

Piese R DIN 2838 (Fig. 11)

Diametrul nominal la capătul manșonului DN_1

DN	40	50	60	80	100	125	150	(175)	200	250	300	350
50	9,5											
60	10,5	12										
80			15									
100				19								
125				21,5	24,5							
150				24	26,5	30						
(175)					50	55	60					
200					56	60	68	75				
250						74	80	88	94			
300							95	102	108	126		
350									125	141	159	
400										155	174	195

Diametrul nominal la capătul manșonului DN_1

DN	250	300	350	400	450	500	600	700	800	900	1000	1100
450	172	189	209	225								
500	192	208	227	244	266							
600		247	266	281	305	330						
700		299	319	335	357	382	429					
800			379	395	417	443	489	558				
900			438	453	475	500	547	612	688			
1000			505	521	543	567	614	682	756	841		
1100				602	623	649	695	763	837	920	1004	
1200				688	714	739	784	851	925	1008	1098	1198

Piese cu o singură bridă după DIN 2834

Piese F (Fig. 7)

DN	*L*
40–450	600
500–800	800
900–1200	1000

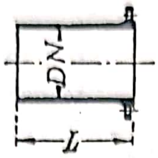


Fig. 7. Piese F

Cot cu manșon ($R = 10\ DN$) DIN 2836

Piese K (Fig. 9)

DN	$\sphericalangle\ \alpha$ în °	*L*
150–700	$11^1/_4$	295–1374
800–1200	$11^1/_4$	1571–2356
125–500	15	327–1309
600–900	15	1570–2356
100–350	$22^1/_2$	393–1374
400–600	$22^1/_2$	1570–2356
80–250	30	419–1309
300–450	30	1570–2356
40–175	45	314–1374
200–300	45	1570–2356

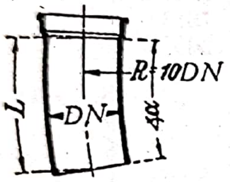


Fig. 9. Piese K

Cot cu manșon ($R = 5\ DN$) DIN 2837

Piese L (Fig. 10)

DN	$\sphericalangle\ \alpha$ în °	*L*
250–700	$22^1/_2$	491–1374
800–1200	$22^1/_2$	1570–2356
100–500	30	262–1309
600–900	30	1571–2356
100–350	45	393–1374
400–600	45	1570–2356

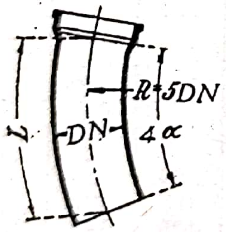


Fig. 10. Piese L

Piese reductoare cu manșon după DIN 2838

Piese R (Fig. 11)

DN la capătul cilindric	*L*
50–150	500
175–1200	1000

$t =$ adâncimea manșonului

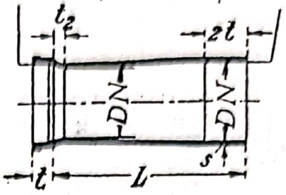


Fig. 11. Piese R

Manșoane separate DIN 2839

Piese U (Fig. 12)

$L = 4\ t$

$l = 2\ t$

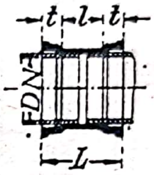


Fig. 12. Piesă U

Coturi cu bride DIN 2840

Piese Q (Fig. 13)

$L = DN + 100$

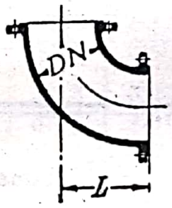


Fig. 13. Piese Q

Piese T și în cruce DIN 2841

Piese T și TT (Fig. 14)

$L = DN + 100$

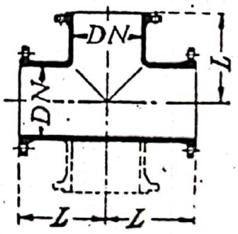


Fig. 14. Piese T și TT (punctată)

3. Tuburi de oțel de fuziune (v. și vol. II, secț. Organe de mașini).

Tuburi filetate, tuburi normale (de gaz) DIN 2440 și întărite (tuburi pt. abur) DIN 2441; material; ol 00 29 după DIN 1629 *DN* (diam. nom.) 6...150 mm; lungimea medie 5 m; fără cusătură sau sudate cap la cap. Tuburi filetate din oțel de fuziune fără cusătură cu prescripția calitativă DIN 2442.

Tuburi pentru conducte și pentru construcții din oțel de fuziune fără sudură, noțiuni generale. DIN 2448.

Tuburi din oțel de fuziune fără cusătură (com.) DIN 2449. Tuburi din oțel de fuziune fără cusătură (din ol 35.29) DIN 2450, (din ol 45.29) DIN 2451, (din ol 55.29) DIN 2456.

Tuburi fără cusătură ca tuburi de foraj pentru petrol și apă DIN 4912, la foraj pentru piatră DIN 4913.

Tuburi fără cusătură la foraj cu tije, pentru petrol, apă și piatră DIN 4914.

Tuburi exterioare fără cusătură, tuburi de foraj pentru petrol după procedeul rotativ (rotary) DIN 4932.

Tuburi filetate fără cusătură din oțel de fuziune ol 35.29 (tuburi pt. conducte, căi ferate) DIN 1563, pt. conducte de umplere ale locomotivelor cu aer comprimat DIN Berg 60.

Tuburi fără cusătură din oțel de fuziune, condițiuni tehnice de furnizare DIN 1629.

Tuburi din oțel de fuziune sudate prin suprapunere și racorduri (sudură prin presare cu gaz de apă) condițiunile tehnice de furnizare DIN 1628.

Tuburi de precizie din oţel, fără cusătură, trase la rece (comerciale), DIN 2385.
Tuburi de precizie din oţel, fără cusătură, trase la cald pt. autovehicule şi aviaţie DIN 2391.
Tuburi de precizie din oţel, sudate, repetat trase la rece DIN 2393.
Tuburi de precizie din oţel, sudate, odată trase la rece sau laminare la rece. DIN 2394.
Tuburi de precizie din oţel, fără cusătură, pt. construcţia bicicletelor DIN, FAFA 1.
Tuburi de precizie din oţel, fără cusătură, pentru aviaţie, trase la rece DIN pr. de normă L 11 (DIN 2391 extras).
Tuburi profilate, dimensiuni. DIN L 92.

Racorduri din tub de oţel laminat fără cusătură cu diam. int. de 325...500 mm, presiunea de încercare 75 kg/cm², protejate contra ruginirei prin asfaltare la cald şi prin învelire cu benzi de iută îmbibate cu asfalt cald; program de laminare prin Röhrenverband, Düsseldorf.

c) Tuburi din metale neferoase

Tuburi din aliaje de aluminiu şi magneziu v. p. 841.
Tuburi de cupru v. tab. 29, p. 1046.
Tuburi de alamă v. tab. 30, p. 1047, condiţiunile tehnice de furnizare după DIN 1775.
Tuburi pentru condensatoare v. tab. 31, p. 1047.
Tuburi din plumb moale şi dur v. tab. 32, p. 1048.
Restandardizarea tuburilor de plumb v. tab. 26.
Tuburi de staniu v. tab. 28.
Tuburi de plumb cu manta de cositor v. tab. 27.

Tabela 26. Restandardizarea tubului de plumb după DIN 1397 U (plumb dur cu 1% Sb)

Diam. int.	Presiunea de regim până la 7 kg/cm²		Presiunea de regim până la 10 kg/cm²		Diam. int.	Presiunea de regim până la 7 kg/cm²		Presiunea de regim până la 10 kg/cm²	
	Gros. peret.	Greutatea	Gros. peret.	Greutatea		Gros. peret.	Greutatea	Gros. peret.	Greutatea
mm	mm	kg/m	mm	kg/m	mm	mm	kg/m	mm	kg/m
10	2,0	0,86	2,0	0,86	25	3,5	3,55	4,5	4,75
13	2,5	1,40	2,75	1,55	30	3,75	4,50	5,5	7,00
(15)	2,75	1,75	3,0	1,95	(35)	4,0	5,55	6,0	8,80
20	3,0	2,45	3,75	3,20	40	4,5	7,15	7,0	11,8

Tuburile trebue să reziste timp de 5 min la o presiune de încercare echivalentă cu de cinci ori presiunea de regim, fără a crăpa.

Tabela 27. Tuburi de plumb cu manta de staniu [1])

Dimensiunile		Greut.	Pres. nomin.	Dimensiunile		Greut.	Pres. nomin.	Dimensiunile		Greut.	Pres. nomin.
Diam. int.	Gros. peret.			Diam. int.	Gros. peret.			Diam. int.	Gros. peret.		
mm	mm	kg/m	kg/cm²	mm	mm	kg/m	kg/cm²	mm	mm	kg/m	kg/cm²
12	4,0	2,3	16	16	4,5	3,3	14	24	5,0	5,2	10
13	4,0	2,4	15	16	5,0	3,7	15	25	5,0	5,4	10
13	4,5	2,8	17	18	4,5	3,6	12	28	5,0	5,9	9
13	5,0	3,2	19	18	5,0	4,1	14	30	5,0	6,3	8
15	4,5	3,1	15	19	5,0	4,3	13	30	6,0	7,7	10
15	5,0	3,6	16	20	5,0	4,5	12	35	5,0	7,2	7

[1]) Speciile cele mai uzitate din catalogul Bleiwarenfabrik Halsbrücke der Staatl. Sächs. Hütten- und Blaufarbenwerpe Freiberg i. S. — Cp. p. 862.

Tabela 28. Tuburi de staniu [2])

Dimensiunile		Greut.	Pres. nomin.	Dimensiunile		Gros.	Pres. nomin.	Dimensiunile		Greut.	Pres. nomin.
Diam. int.	Gros. peret.			Diam. int.	Gros. peret.			Diam. int.	Gros. peret.		
mm	mm	kg/m	kg/cm²	mm	mm	kg/m	kg/cm²	mm	mm	kg/m	kg/cm²
5	1,1	0,25	36	15	2,0	0,80	16	30	3,0	2,30	12
5	2,0	0,35	48	15	3,0	1,25	24	35	2,0	1,70	6,5
10	1,5	0,35	18	20	2,0	1,00	12	35	3,0	2,60	10
10	2,0	0,46	24	20	3,0	1,60	18	40	2,0	1,95	6
10	2,5	0,70	30	25	2,0	1,25	9	40	3,0	2,95	9
10	3,0	0,90	36	25	3,0	1,95	14	50	2,0	2,40	4,5
15	1,5	0,55	12	30	2,0	1,45	8	50	3,0	3,65	7

[2]) După catalogul Bleiwarenfabrik Halsbrücke der Staatl. Sächs. Hütten- und Blaufarbenwerke, Freiberg i. S.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 29. Tuburi de cupru după DIN 1754 (trase fără cusătură, comerciale)

Notarea unui tub din cupru tras fără cusătură cu 28 mm diam. ext. şi cu 1 mm grosimea pereţilor: Tub de cupru 28 × 1 DIN 1754.

Diam. exter. mm	Toler. adm. [2]	0,5 Gr. kg/m ≈	0,75 Gr. kg/m ≈	1 Gr. kg/m ≈	1,25 Gr. kg/m ≈	1,5 Gr. kg/m ≈	2 Gr. kg/m ≈	2,5 Gr. kg/m ≈	3 Gr. kg/m ≈	Diam. inter. mm Toler. adm. [2]	
		Grosimea peretelui in mm [1]									
5	± 0,08			0,11						± 0,15	p. la 10
5,5		0,07	0,10	0,13							
6		0,077	0,11	0,14							
6,5		0,084	0,12	0,15							
7		0,09	0,13	0,17		0,23	0,28				
7,5		0,098	0,14	0,18		0,25	0,31				
8		0,104	0,15	0,20		0,28	0,34				
8,5		0,112	0,16	0,21		0,30	0,37				
9		0,119	0,17	0,23		0,32	0,40	0,46			
10		0,13	0,20	0,25		0,36	0,45				
11	± 0,10		0,21	0,28	0,34	0,40	0,51	0,60		± 0,10	peste 10—18
11,5						0,42					
12				0,31		0,44	0,56				
13				0,34	0,41	0,48	0,62	0,74	0,84		
14				0,36	0,45	0,53	0,67	0,81			
15				0,39		0,57	0,73	0,88			
16			0,32	0,42	0,52	0,61	0,79	0,95	1,10		
17				0,45		0,65	0,84	1,02	1,17		
18		0,26		0,48		0,70	0,90	1,08	1,26		
19	± 0,12					0,74	0,95			± 0,12	peste 18—30
20				0,53		0,78	1,01	1,23	1,43		
21							1,06				
22				0,59		0,86	1,12	1,36	1,59		
23						0,90	1,17				
25				0,67		0,98	1,29	1,58	1,85		
27				0,73		1,07	1,39	1,71	2,01		
28				0,76		1,12	1,47	1,80	2,10		
30				0,82		1,20	1,57	1,93	2,26		
32	± 0,15			0,87		1,28	1,68	2,07	2,43	± 0,15	peste 30—50
34				0,94		1,36	1,79	2,20	2,60		
35				0,95		1,42	1,84	2,27	2,70		
36				0,98		1,45	1,91	2,35	2,78		
37				1,01		1,49	1,96	2,42	2,85		
38				1,04		1,54	2,02	2,48	2,93		
40				1,11		1,61	2,13	2,62	3,10		
42				1,15		1,71	2,24	2,77	3,28		
44,5							2,38	2,93	3,50		
45				1,23		1,83	2,40	2,98	3,52		
46				1,26			2,46		3,61		
47				1,29							
48								3,19	3,82		
50				1,36		2,03	2,70	3,32	3,94		
53	± 0,20					2,16				± 0,20	peste 50—80
54						2,20	2,92	3,60	4,28		
56							3,02	3,74	4,45		
57						2,33	3,11		4,53		
58						2,36	3,18				
60						2,46	3,24	4,04	4,78		
63						2,59					
70							3,81	4,72	5,62		
76							4,14	5,15	6,13		
80							4,37	5,40	6,45		
89	± 0,25							6,05		± 0,25	peste 80
90								6,12	7,30		
95								6,47			
100								6,82	8,14		

[1]) Toleranţa la grosimea pereţilor până la + 10% din dimensiunea nominală. — [2]) Zona toleranţelor admisibile a diam. int. e îngrădită prin linii în scară. — Mat.: Cupru metalurgic Cu—C, şi Cu—E, după DIN 1708. Greut. spec. 8,9 kg/dm³. Felul de furnizare: în lungimi nu sub 3 m.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 30. Tuburi de alamă după DIN 1755 (trase fără cusătură, comerciale)

Dimensiunile în mm; notarea unui tub de alamă tras fără cusătură cu 30 mm diam. ext. și 1,5 mm grosimea pereților, din alamă am 60: Tub de alamă 30×1,5 DIN 1755 am 60.

Diam. exter. mm	Toler. adm. [2]	Grosimea peretelui [1] 0,4 Gr. kg/m ≈	0,5 Gr. kg/m ≈	0,75 Gr. kg/m ≈	1 Gr. kg/m ≈	1,5 Gr. kg/m ≈	2 Gr. kg/m ≈	2,5 Gr. kg/m ≈	3 Gr. kg/m ≈	Diam. inter. mm Toler. adm. [2]	
5	± 0,08		0,06	0,08	0,11	0,14					
6			0,07	0,10	0,13	0,18					
7			0,09	0,13	0,16	0,22					
8			0,10	0,15	0,19	0,26				± 0,15	p. la 10
9			0,11	0,17	0,21	0,30					
10			0,13	0,19	0,24	0,34					
11	± 0,10		0,14	0,21	0,27	0,38					
12				0,23	0,29	0,42	0,53				
13					0,32	0,46	0,59				
15					0,37	0,54	0,69				
16					0,40	0,58					
17				0,33	0,43	0,62					
18				0,35	0,45	0,66	0,85			± 0,10	peste 10 – 18
19	± 0,12			0,37	0,48	0,70					
20		0,21	0,26	0,39	0,51	0,74	0,96	1,17			
22					0,56	0,82	1,07	1,30			
25		0,26			0,64	0,94	1.23	1,50			
28				0,55	0,72	1,06	1,39	1,70		± 0,12	peste 18 – 30
30		0,32			0,77	1,14	1,50	1,84			
32	± 0,15				0,83	1,22	1,60	1,97	2,32		
35		0,37			0,91	1,34	1,76	2,17	2,56		
38					0,99	1,46	1,92	2,37	2,80		
40		0,43			1,04	1,54	2,03	2,50	2,96		
42					1,09	1,62	2,14	2,64	3,12	± 0,15	peste 30 – 50
45					1,17	1,74	2,30	2,84	3,36		
50					1,31	1,94	2,56	3,17	3,77		
54	± 0,20				1,42		2,78	3,44	4,09		
60					1,57		3,10	3,84	4,57	± 0,20	peste 50
70					1,84		3,63	4,51	5,37		
80					2,11		4,17	5,17	6,17		

[1]) Excentricitatea e cuprinsă în toleranța de ± 10% admisibilă pt. grosimea pereților.

[2]) Zona toleranțelor admisibile e indicată prin linii în scară. Mat.: Alamă am 60, am 60 A, am 63, se mai poate furniza și din alte aliaje plasticizabile după DIN 1709. Greut. spec. considerată 8,5 kg/dm³. Felul de furnizare: în lungimi nu sub 3 m. Cond. tehnice de furnizare și de recepție precum și modul de încercare v. DIN 1775.

Tabela 31. Tuburi pentru condensatoare după DIN 1785

Dimensiuni. Condițiuni tehnice de furnizare

Notarea unui tub pentru condensatoare de 19 mm diam. ext., 1,5 mm grosime de perete și 3000 mm lung. din am C F 36: Tub pt. condensator 19 · 1,5 · 3000 am C F 36.

Diam. ext. mm	19	19	19	19	23	23
Gros. pereților mm	1	1,25	1,5	2	1	1,5
Greut. kg/m	0,48	0,59	0,70	0,91	0,59	0,86

Excentricitatea să nu provoace o diferență la gros. pereților decât p. la ± 10% din dimensiunea nominală. Greut. spec. considerată 8,5 kg/dm³. Mat.: am C F 36, am C F 40, am 63 F 36 revenită după DIN 1785. Lungimea nu e standardizată.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 32. Tuburi de plumb moale și dur [1])

Greut. specifică 11,34 kg/dm³ (D I = diam. int. în mm)

Gros. peretelui mm	Greut. kg/m	PN kg/cm² Plumb moale	PN kg/cm² Plumb dur
DI = 3			
1,0	0,14	16	—
1,5	0,23	25	—
2,0	0,35	33	—
DI = 5			
1,5	0,40	15	0
2,0	0,50	20	0
2,5	0,70	25	0
3,0	0,90	30	0
DI = 10			
1,5	0,60	7	14
2,0	0,90	10	20
2,5	1,10	12	24
3,0	1,50	15	30
3,5	1,70	17	34
4,0	2,00	20	40
DI = 15			
1,5	0,90	5	10
2,0	1,20	6	12
2,5	1,60	8	16
3,0	1,90	10	20
3,5	2,30	12	24
4,0	2,70	13	26
4,5	3,10	15	30
5,0	3,60	16	32
DI = 20			
1,5	1,20	3,5	7
2,0	1,60	5	10
2,5	2,00	6	12
3,0	2,40	7	14
3,5	2,90	8	16
4,0	3,40	10	20
4,5	3,90	11	22
5,0	4,50	12	24
5,5	5,00	13	26
6,0	5,60	14	28
8,0	8,00	16	32
DI = 25			
1,5	1,40	3	6
2,0	1,90	4	8
2,5	2,50	5	10
3,0	3,00	6	12
3,5	3,60	7	14
4,0	4,10	8	16
4,5	4,70	9	18
5,0	5,40	10	20
5,5	6,00	11	22
6,0	6,60	12	24
7,0	8,00	14	28
8,0	9,50	16	32
DI = 30			
1,5	1,7*	2,5	5
2,0	2,3*	3,25	6,5
2,5	2,9	4	8
3,0	3,6	5	10
3,5	4,2	6	11,5
4,0	4,9	6,5	13
4,5	5,5	7,5	15
5,0	6,3	8	16
5,5	7,0	9	18
6,0	7,7	10	20
6,5	8,4	11	22
DI = 35			
1,5	2,0*	2	4
2,0	2,7*	2,75	5,5
2,5	3,4*	3,5	7
3,0	4,1	4	8
3,5	4,8	5	10
4,0	5,6	5,5	11
4,5	6,3	6	12
5,0	7,2	7	14
5,5	8,0	8	16
6,0	8,8	8,5	17
7,0	10,5	10	20
7,5	11,0	10,5	21
8,0	12,3	11	22
DI = 40			
1,5	2,2*	1,75	3,5
2,0	3,0*	2,5	5
2,5	3,8*	3,0	6
3,0	4,6	3,5	7
3,5	5,4	4	8
4,0	6,3	5	10
4,5	7,1	5,5	11
5,0	8,0	6	12
5,5	8,9	7	14
6,0	9,8	7,5	15
DI = 45			
1,5	2,5*	—	3
2,0	3,4*	—	4
2,5	4,3*	—	5
3,0	5,2	—	6
3,5	6,1	3,75	7,5
4,0	7,0	4,25	8,5
4,5	7,9	5	10
5,0	8,9	5,5	11
5,5	9,9	6,0	12
6,0	11,0	7,0	14
7,0	13,0	7,75	15,5
DI = 50			
1,5	2,8*	—	3
2,0	3,7*	—	4
2,5	4,7*	—	5
3,0	5,7	3,0	6
3,5	6,7	3,5	7
4,0	7,7	4,0	8
4,5	8,7	4,5	9
5,0	9,8	5	10
5,5	10,9	5,5	11
6,0	12,0	6	12
6,5	13,1	6,5	13
7,0	14,2	7	14
7,5	15,1	7,5	15
8	16,0	8	16
10	19,6	10	20
DI = 55			
2,5	5,1*	—	4,5
3,0	6,2*	—	5
3,5	7,3	3	6
4,0	8,4	3,5	7
4,5	9,6	4,0	8
5,0	10,7	4,5	9
5,5	11,8	5	10
6,0	13,0	5,5	11
6,5	14,2	5,75	11,5
7,0	15,4	6,25	12,5
7,5	16,7	6,75	13,5
8,0	17,9	7,25	14,5
9,0	20,5	8	16
DI = 60			
2,5	5,6*	—	3,5
3,0	6,7*	—	5,0
3,5	7,9*	—	5,5
4,0	9,1	3,25	6,5
4,5	10,3	3,5	7
5,0	11,6	4	8
5,5	12,8	4,5	9
6,5	15,4	5	10
7,5	18,0	6	12
8,0	19,4	6,5	13
8,5	20,8	7	14
9,0	22,1	7,5	15
9,5	23,5	8	16
10,0	24,9	8,25	16,5
DI = 65			
2,5	6,0*	—	3,5
3,0	7,3*	—	4,5
4,0	9,8	3	6
5,0	12,5	3,5	7
5,5	13,9	4	8

Tuburile de plumb moale și dur notate cu (*) se taie în bare, deoarece se aplatisează la înfășurare.

[1]) După catalogul Bleiwarenfabrik Halsbrücke der Staatl. Sächs. Hütten- und Blaufarbenwerke, Freiberg i. S.

Tabela 32. Tuburi de plumb moale și dur (continuare)

Greut. specifică 11,34 kg/dm³ (D I = diam. int. în mm)

Gros. peretelui mm	Greut. kg/m	PN kg/cm² Plumb moale	PN kg/cm² Plumb dur
DI = 65			
6,0	15,2	4,5	9
6,5	16,5	5	10
7,0	17,9	5,25	10,5
7,5	19,4	5,75	11,5
8,5	22,2	6,5	13
9,0	23,6	6,75	13,5
10,0	26,7	7,5	15
DI = 70			
3,5	9,2*	—	5
4,0	10,6	2,75	5,5
4,5	11,9	3,0	6
5,0	13,4	3,5	7
5,5	14,7	3,75	7,5
6,0	16,2	4	8
6,5	17,7	4,5	8,5
7,5	20,7	5	10
9,0	25,3*	6	12
DI = 75			
3,5	9,8*	—	4,5
4,0	11,2	2,5	5
5,0	14,2	3	6
6,5	18,8	4	8
7,5	22,0*	5	10
9,5	28,6*	6	12
DI = 80			
2,5	7,3*	—	—
3,0	8,8*	—	3
4,0	12,0*	2,5	5
5,0	15,1*	3	6
7,0	21,6*	4	8
8,0	25,2*	5	10
9,5	30,3*	5,5	11

Gros. peretelui mm	Greut. mm	PN kg/cm² Plumb moale	PN kg/cm² Plumb dur
DI = 90			
4,5	15,1*	2,5	5
5,5	18,8*	3	6
6,5	23,5*	3,5	7
8,0	27,9*	4	8
9,0	32,0*	4,5	9
9,5	33,6*	5	10
10,5	37,9*	5,5	11
11,5	41,5*	6	12
DI = 100			
3,5	12,7*	—	3,5
4,0	14,8*	2	4
4,5	16,7*	2,25	4,5
5,0	18,8*	2,5	5
5,5	20,7*	2,75	5,5
6,5	24,6*	3,25	6,5
7,0	26,0*	3,5	7
7,5	29,0*	3,75	7,5
9,0	35,0*	4,5	9
9,5	37,0*	4,75	9,5
DI = 120			
3,5	15,5*	—	2,5
5,0	23,2*	2	4
6,0	27,0*	2,5	5
7,5	34,0*	3	6
9,0	41,3*	3,7	7,5
10,0	46,4*	4	8
DI = 125			
2,5	12,3*	—	2
3,5	16,0*	—	2,8
5,0	23,1*	2	4
6,5	30,8*	2,6	5,2
7,5	35,5*	3	6
8,5	39,4*	3,4	6,5
10,5	50,6*	4	8

Gros. peretelui mm	Greut. kg/m	PN kg/cm² Plumb moale	PN kg/cm² Plumb dur
DI = 150			
4,5	24,6*	—	3
5,0	27,6*	1,5	3
6,0	33,4*	1,8	3,6
8,0	45,1*	2,5	5
10,0	57,1*	3,3	6,6
DI = 170			
3,5	21,6*	—	1,5
7,0	44 *	1,8	3,6
8,0	50,6*	2,2	4,4
9,5	60,5*	2,8	5,6
10,0	64 *	3,0	6,0
DI = 200			
3,5	25,3*	—	1,5
5,0	35,9*	1,2	2,4
7,0	51,7*	1,7	3,4
10,0	74,9*	2,5	5
DI = 225			
5,0	40,9*	1,1	2,2
10,0	83,6*	2,2	4,4
17,5	151,2*	3,8	7,6
DI = 250			
5,0	45,5*	1	2
7,0	64,0*	1,5	3
10,0	92,5*	2	4
17,5	166,5*	3,5	7
DI = 275			
5,0	49,8*	1	2
10,0	101,3*	2	4
17,5	182,0*	3	6
DI = 300			
5,0	54,1*	0,8	1,6
10,0	110,3*	1,6	3,2

Tuburile de plumb moale și dur notate cu (*) se taie în bare, deoarece se aplatisează la înfășurare.

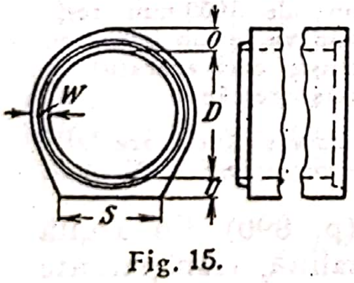


Fig. 15.

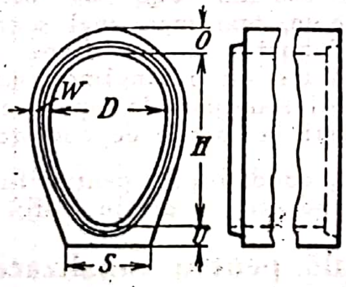


Fig. 16.

d) Tuburi nemetalice

1. **Tuburi de ciment.** Denumirea „tuburi de ciment“ nu se mai utilizează. Fila de norme DIN 1201 nu mai e valabilă. Prescripțiile pentru tuburi de beton DIN 4032 sunt valabile și pt. tuburi de ciment, v. sub 2.

2. **Tuburi de beton** după DIN 4032, condițiunile pentru furnizare și încercare. Fila-anexă cu prescripții pentru transport. DIN 4033, ţuburi de beton 4032, directive pentru aranjarea conductelor din tuburi de beton. Sunt standardizate: a) T u b u r i c u t a l p ă : 1. Tuburi cu secțiune circulară (fig. 15), și anume drepte — tab. 33 —, coturi, ramificații laterale și orificii pe partea superioară, treceri. 2. Tuburi cu secțiuni ovale (fig. 16), și anume drepte — tab. 33 —, ramificații laterale și orificii pe partea superioară.

b) Tuburi cu manşoane, şi anume drepte — tab. 33 —, coturi, ramificaţii fixate cu manşoane.

c) Tuburi de forme speciale. Tuburi (de secţiune circulară şi ovală) cu ceşti sau plăci fundamentale montate liber sau înfundate în cămaşa tubului (după DIN 1230, p. 1051) sau cu talpă solidară; ramificaţii laterale cari intră mai adânc la tuburi ovale, tuburi ovale oblice, tuburi duble, secţiuni îmbucate etc.

Tabela 33. Tuburi de beton după DIN 4032

D resp. $D \cdot H$ = dimensiunile nominale, *L* = lungimea constructivă, *f* lăţimea piciorului, *w*, *o*, *u* = grosimile pereţilor, *RCC* = rezistenţa la compresiune în creştet în kg/m lungime de încărcare, *C* = calitatea, *t* = adâncimea manşonului. *s* = canal pt. etanşare.

Tuburi ovale (Fig. 16) [1]

$D \times H$ mm	mm	*f* mm	*o, u, w*	*RCC* *C I* min	*C II* med.
200	300	150		3600	3000
300	450	210		3900	3200
400	600	265		4200	3400
500	750	320	*o* şi *u* > *w*	4600	3600
600	900	375		5100	3900
700	1050	430		5700	4200
800	1200	490		6300	4500
900	1350	545		6800	4800
1000	1500	600		7200	5000
1200	1800	720		7700	5200

Pentru tuburi de secţiune circulară şi ovală $L = 1000 \pm 10$ mm.

Grosimea pereţilor *w* depinde de natura mat. de construcţie întrebuinţat şi de fabricare. De aceea dimensiunile nu se pot stabili nici pentru grosimile *o* şi *u*.

Tuburi circulare (Fig. 15) [1] *D* mm	*f* mm	*o, u, w*	*RCC* *C I* min	*C II* med.	Tuburi cu manşon *D* mm	*L* mm	*t* mm	*s* mm
100	80	*o* şi *u* ≧ *w*	2400	2000	100	500 ± 5 şi 1000 ± 10	60 ± 3	16
125	100		2500	2000	125			
150	120		2600	2000	150			
200	160		2700	2100	200			18
250	200		2800	2300	250	1000 ± 10	70 ± 3	20
300	240		3000	2500	300			
350	280		3100	2700	350			
400	320		3200	2800	400			
450	360		3400	2900	450			
500	400		3500	3000	500			
600	450	*o* şi *u* > *w*	3800	3100	600		80 ± 3	
700	500		4100	3200	700			
800	550		4300	3300	800			25
900	600		4600	3400	900			
1000	650		4900	3400	1000			
1100	680		5200	3400	1100			
1200	730		5500	3500	1200			
1300	780		5700	3600	1300			
1400	840		6000	3600	1400			
1500	900		6300	3600	1500			

[1]) La tuburi până la un diam. de 500 mm resp. $400 \cdot 600$ mm falţul e mai lung decât canalul, la tuburi cu un diam. nom. mai mare mai scurt. Falţul trebue să aibe o adâncime minimă de 25 mm. — Tuburile cu un diam. nom. de 1000 mm resp. $800 \cdot 1200$ mm şi mai mult se pot fabrica şi cu o lungime constructivă de sub 1000 mm. Rezistenţa la compresiune în creştet (solicitare până la rupere) e atinsă, dacă aparatul indicator nu mai arată creşterea solicitării la forţele de compresiune crescânde.

Tuburi cu presiune din beton armat, condiţiunile pentru furnizare şi încercare DIN 4036. Indicaţiuni pentru recepţie la conducte cu presiune din beton armat DIN 4037.

3. Produse din piatră artificială pentru canalizare (p. 890) din argilă de piatră artificială, acoperite la ardere cu o glazură salină, transparente cu cioburi tari şi rezistente, DIN 1230 (Dimensiuni şi prescripţiuni de furnizare). Examinarea higroscopicităţii după DIN 1065.

T u b u r i ş i p i e s e d e r a c o r d pt. c a n a l i z a r e d i n p i a t r ă a r t i f i c i a l ă, 4 categorii: Cat. I a (produse pt. oraşe), cat. I b (produse comerciale), cat. II, cat. III. Tolerantele admisibile la diam. int. cresc cu numerotarea categoriilor. Lungimea constructivă 1000 mm ± 2%. Greut. spec. = 2,3 kg/dm³.

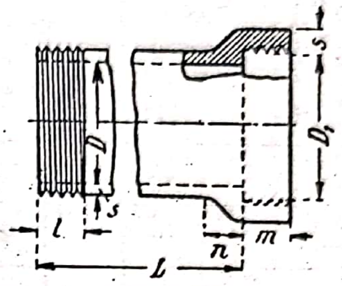
Tuburile până la 200 mm diam. nom. se fabrică şi cu lungime constructivă de 600...750 mm şi ca piese intermediare cu 300, 400 şi 500 mm, pentru scurgerea apei la şosele se fabrică şi tuburi din piatră artificială DIN 4053 cu diam. nom. de 450 mm şi lungimea constructivă de 200, 500, 600 şi 750 mm cu sau fără manşoane.

Tabela 34. Tuburi drepte de canalizare din piatră artificială după DIN 1230 (Fig. 17) Dimensiunile în mm. Notarea unui tub de scurgere cu diam. nom. $D = 200$ mm şi lungimea constructivă $L = 1000$ mm. Clasificare după calitate Cat... Tub 200 × 1000 DIN 1230, cat...

Diam. nominal D	Gros. peretelui s min.	Manşon D_1 m n min.	Capătul cilindric l Tol.adm. ± 3
100	15,5	164	60
125	16,5	193	
150	17,5	224	70
175	18,5	251	
200	20	276	
(225)	20	303	
250	22	334	
300	24	390	
350	26	446	
400	29	500	
450	32	558	
500	35	612	
550	37	668	
600	39	722	80
650	41	776	
700	43	830	
800	45	944	
900	48	1054	
1000	48	1160	

C o t u r i cu aceleaşi diam. int. ca şi tuburile drepte pentru 90, 60, 45, 30°.

R a m i f i c a ţ i i. Piesa D, o ramificaţie perpendiculară simplă. Piesa D D, o ramificaţie perpendiculară dublă. Piesa C, ramificaţie oblică simplă. Piesa C C, ramificaţie oblică dublă. Lungimea constructivă 600 mm + adâncimea manşonului.



DIN 1230

Fig. 17.

T r e c e r i. 100 la 125 şi 150, 125 la 150 şi 200, 150 la 200, 175 la 200 mm. Lungimea la treceri scurte = 300 mm + adâncimea manşonului, la cele lungi = 600 mm + adâncimea manşonului.

P l ă c i f u n d a m e n t a l e pt. o circumferenţă de 1/4 şi de 1/3, pt. profil oval (tuburi de beton) şi profil circular. Lungime 500 mm; exteriorul dinţat sau înăsprit.

P l ă c i. Lung. 330 mm, lăţ. 110 şi 150 mm, grosime 20 mm; o parte adânc dinţată.

4. Tuburi de scurgere din mat. ceramice dense după DIN 4250: diam. ext. al tubului, diam. int. al manşonului, adâncimea manşonului şi deschizătura manşonului.

5. Tuburi de argilă. Utilizarea pt. drenaj, cp. vol. IV, sect. Agronomie. Tuburi pt. drenaj DIN 1180; v. p. 887.

6. Tuburi de sticlă (tuburi mici), trase mecanic, se furnizează cu lungimi de cca 1,50 m şi cu diam. ext. de 3...55 mm; grosimea pereţilor după cal. şi diam. 1/4...4 mm. Fabricele de sticlă Ruhr AG., Essen-Karnap, clasifică sticla AR în următoarele grupuri: I. Tuburi cilindrice foarte subţiri, 3...55 mm diam. ext.; II. tuburi cilindrice subţiri 3...55 mm; III. tuburi cilindrice groase 3...51 mm; IV. tuburi curbe subţiri 3...45 mm; V. tuburi curbe groase 4...41 mm; VI. bare din sticlă; VII. tuburi pt. sticle de nivel 5...30 mm; VIII. tuburi pt. barometre 5...12 mm. P t. s t i c l e d e n i v e l se furnizează Durobax (bandă protectoare roşie) şi Felsen-Glas (bandă protectoare albastră de Schott u. Gen., Jena, în lungimi de 40...500 mm şi diam. ext. de 10...25 mm.

7. Tuburi de porţelan, smălţuite sau nesmălţuite, rezistente la acizi, drepte, curbe şi în formă de spire pt. diferite scopuri, mai cu seamă pt. aparate chimice şi conducte. Pt. conducte de apeduct şi de scurgere cu racorduri metalice.

8. Tuburi din mat. artificiale de diferite feluri şi pt. mai multe scopuri de utilizare. Tuburi de secţiune circulară din hârtie tare după DIN VDE 607 (în pregătire).

D. Diferite

a) Pene, nituri, şuruburi

Pene v. vol. II, secţ. Organe de maşini.

Nituri. Materialul, forma, calcularea îmbinărilor cu nituri, executarea niturilor v. vol. II, secţ. Organe de maşini, nituri.

Nituri sub 10 mm din cupru, aluminiu, alamă, după DIN 265, fila 1, nit semirotund cu cap mare DIN 663, nit lenticular cu cap îngropat DIN 662, nit cu cap îngropat DIN 661, nit semirotund DIN 660. După DIN 660, 661, 662 şi nituri din oţel de fuziune. Nit îngropat cu cap mare DIN 664, nit lenticular cu cap mare DIN 673, nit plat cu cap mare DIN 674, nit pentru curele DIN 675.

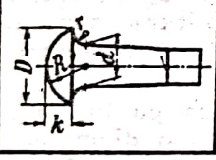
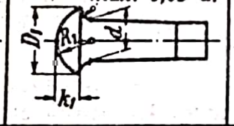
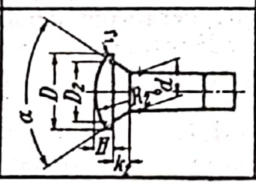
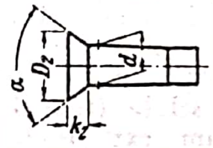
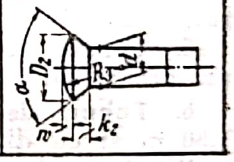
Scanned with OKEN Scanner

Tabela 35. Simboale pentru nituri și șuruburi DIN 407 (extras)

Cap semirotund	Nit bătut, diametrul găurii	mm 11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44
	Simbolul	-+-	●	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕ 29	⊕ 32	etc.			
Cap lentic. îngrop.	Simboale suplementare cari se mai adaugă la simboalele niturilor semirotunde	Capul sup. îngropat	Capul inf. îngropat	Ambele capete îngrop.	Ex. pt. nitul de 20 mm ⊕ ⊕ ⊕					Nituri bătute. sub 29 mm diam. până la 14 mm inclusiv în loc de simboale, notare prin cerc cu indicarea dimensiunilor; sub 11 mm notarea ca la nitul de 11 mm -+- și se scrie diametrul nitului bătut, de ex. pentru 9,5 mm nit -+- 9,5			
Cap îngropat		Capul sup. îngropat	Capul inf. îngropat	Ambele capete îngrop.	Ex. pt. nitul de 20 mm ⊕ ⊕ ⊕								
Nituri pt. montaj		Nituri de bătut		Locuri de gaură pentru nituri		Ex. pt. nitul de 20 mm							

Șuruburi	Diam. filetului	1/4" M6	5/16" M8	3/8" M10	1/2"	5/8"	3/4"	7/8"	1"	1 1/8"	1 1/4"	1 3/8"	1 1/2"	1 5/8"	1 3/4"
	Simbolul	✱ 1/4"	✱ 5/16"	✱ M10	✱	✱	✱	✱	✱	✱ 1 1/8"	✱ 1 1/4"	etc.			
	Diam. norm. al g.	mm 7	9	11	14	17	20	23	26	30	33	36	39	42	46
	Alte g. de trec.	✱ 6,4	✱ 8,4	✱ 10,5						✱ 31	✱ 34	etc.			
	Simb. pt. g. filet.			✱ M10	Cerc dublu cu indicarea dimensiunilor								✱ 1 1/2"		

Tabela 36. Capete fabricate și bătute, la nituri de peste 10 mm montate la cald, după DIN 265

	Nituri semirotunde pt. cazane DIN 123	pt. constr. DIN 124	Nituri semiîngropate DIN 301	Nituri îngropate DIN 302	N. lent. îngropate DIN 303
	Capul fabricat semirotund		Capul fabr. semiîngropat	Capul fabr. ingrop.	Capul fabr. lenticul.
Nitul brut		Rotunjirea corpului max. 0,05 d. 			

d	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43
d_1	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44
f_n	0,95	1,54	2,27	3,14	4,15	5,31	6,60	8,04	9,62	11,34	13,20	15,20
D	18	23	30	35	40	45	50	55	60	67	72	77
k	7	9	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$R \approx$	9,5	12	15,5	18	20,5	23	25,5	28	30,5	34,5	37	40
$r = a$	1	1,5	2	2	2	2,5	3	3	3,5	4	4	4
D_1	16	21	26	30	35	40	45	50	55	60	64	69
k_1	6,5	8,5	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$R_1 \approx$	8	11	13,5	15,5	18	20,5	23	25,5	28	30,5	32,5	35,5
$m^* \approx$	1,26	1,22	1,22	1,22	1,22	1,20	1,20	1,16	1,15	1,14	1,13	1,12
p^*	15	19	28	32	35	39	43	45	49	56	59	62
p_1^*	11	15	17	19	23	26	30	34	37	40	43	47
D_2	15,4	21	27	30	35	39,5	39,5	44	48	52,5	57	61
k_2	3,5	4	7	9,5	11	12,5	14	15,5	17	18,5	20	21,5
H	4,5	5	6,5	6,5	7	7,5	10,5	10,5	11,5	12,5	13,5	14
$R_2 \approx$	16	26,5	29	41,5	50,5	60	47,5	62,5	69,5	80	83	89
r_1	3	3,5	4	4	4	4,5	6	6,5	7	7,5	8	8
$R_3 \approx$	20,5	28,5	37,5	39	45,5	51	51	56	60	65,5	70	75
W	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4	4,5	5	5,5	6	6,5
α	75°	75°	75°	60°	60°	60°	45°	45°	45°	45°	45°	45°
t	2,8	4,3	6,3	8,5	10	11,5	12,5	14	15,5	17	18,5	20

Dimensiunile în mm, f_n în cm², d diam. nitului brut, d_1 diam. nitului bătut, diam. găurii. Lung. corpului nitului $= m\,s + p$ pt. cazane, $= m\,s + p_1$ pt. construcții din oțel. a adâncimea muchiei bătute în dir. axială sub cap bătut semirotund. H înălțimea capului bătut semiîngropat. W înălțimea capului bătut lenticular îngropat. t adâncimea buterolei la cap bătut îngropat, lenticular îngropat și semiîngropat.

*) In filele de norme se indică numeroase lungimi de corp; dimensiunile m, p și p_1 nu sunt standardizate, dau însă valori utilizabile la grosimile de table s.

Șuruburi. Tabloul general asupra formelor mai importante de șuruburi, piulițe și siguranțe: calculul șuruburilor, formele șuruburilor (filet), v. vol. II., secț. Organe de mașini, p. 832.

Dimensiuni și greutăți (v. și p. 832): șuruburi brute hexagonale cu piulițe hexagonale (DIN 555) DIN 418, șuruburi brute hexagonale, filet aproape până la cap DIN 558; șuruburi brute hexagonale și cu suprafețe curate diam. $>2''$ DIN 512; șuruburi brute pătrate până la diam. de 1'' cu piulițe hexagonale (înainte șuruburi de construcție) DIN 556; șuruburi brute pătrate până la diam. de $1^1/_2''$ DIN 557; șuruburi brute cilindrice cu cap pătrat și piulițe pătrate, în industria lemnului (înainte șuruburi pentru lacăte), până la diam. de $^3/_4''$ DIN 559; șuruburi brute înfundate cu nas și piulițe hexagonale sau pătrate, pentru a fi montate în metal până la diam. de 1'' DIN 565; șuruburi brute înfundate cu cap pătrat și cu piulițe pătrate pentru a fi montate în metal până la diam. de 1'' DIN 567; șuruburi brute semirotunde cu nas și piulițe hexagonale, ca mai sus, DIN 569; șuruburi cu ochiu (șurub-cârlig) DIN 444; șuruburi de fixat în piatră DIN 529. Condițiunile tehnice de furnizare pentru șuruburi și piulițe brute DIN 589.

Șuruburi pt. lemn: Șuruburi îngropate cu cap lenticular pt. lemn (oțel de fuziune, alamă) DIN 95, șuruburi semirotunde pt. lemn (oțel de fuziune, alamă) DIN 96, șuruburi îngropate pt. lemn (oțel de fuziune, alamă) DIN 97, șuruburi cu cap pătrat (DIN 570), sau hexagonal (DIN 571) pt. lemn (ol. 38 13).

Manșon de întindere $^1/_2''...2''$, formă deschisă, DIN 1480, formă lungă din tub DIN 1478, formă scurtă hexagonală DIN 1479.

b) Lanțuri, curele, funii (cabluri metalice)

Lanțuri. Utilizarea lanțurilor ca lanțuri pentru transmisiune, ca lanțuri pentru transport în tehnica transporturilor, lanțuri pentru ancore și de fixare în navigație etc.

La transmisiuni cu lanțuri se utilizează mai ales lanțuri cu buloane sau role și lanțuri dințate (vol. II., secț. Organe de mașini). Greutatea lanțurilor articulate pentru transmisiuni tip Zobel, tot acolo lanțuri pentru biciclete, lanțuri cu role DIN FAFA 17:

Pasul t		Rolele					Rezist. la rupere
țoli	mm	țoli	mm	d	f	g	min kg
$^1/_2''$	12,7	$^1/_8''$	3,2+0,2	7,75−0,1	6,8	13	700
		$^3/_{16}''$	4,8+0,2	7,75−0,1	8,4	14,5	

d = diam. rolei, b = lățimea rolei, g = lungimea bulonului filetat, f = distanța bulonului dela axă în mm.

La lanțuri din fier rotund (lanțuri cu zale) se deosebesc: lanțuri necalibrate pentru mașini de ridicat DIN 672 cu indicarea greutății, lanțuri calibrate pentru aparate de ridicat DIN 671, cu zale scurte, calibrate, DIN 765, necalibrate, DIN 766, cu zale lungi, necalibrate, DIN 763, lanțuri pentru transport DIN 670 și DIN 764. DIN 685 lanțuri încercate, condițiuni pentru lanțuri cu zale rotunde. Lanțuri pentru vapoare cu întăritură în mijloc pentru exploatări grele (cp. și vol. IV., secț. Constr. navale). Pentru construirea vehiculelor DIN WAN 233.

Lanțuri articulate: lanțuri Galle, lanțuri cu buloane de oțel DIN 654 cu indicarea greutăților, lanțuri articulate demontabile cu indicarea greutăților DIN 686. Filele DIN în extrase în secț. Transporturi, vol. II.

Lanțuri pentru șenile de diferite construcții pentru vehiculele macaralelor, dragelor și altor dispozitive de transport, pentru mașini de tracțiune (tractoare), pentru vehiculele armatei ș. a.

Roți pentru lanțuri; cp. vol. II., secț. Organe de mașini și Transporturi; pentru biciclete DIN FAFA 16.

Scanned with OKEN Scanner

Curele. Se deosebesc benzi pentru transport de oţel, benzi de frână din oţel, benzi de oţel în locul transmisiunii prin curele, curele de pielărie, de păr, de fibre, de balata şi de gumă. Calculul în vol. II., secţ. Organe de maşini. Rezistenţa curelelor de pielărie în p. 974, datele de funcţionare şi condiţiunile de furnizare în p. 975, roţi de transmisiune prin curele, v. vol. II., secţ. Organe de maşini.

Cabluri şi funii. Generalităţi. O liţă se formează prin răsucirea mai multor sârme într'unul sau mai multe straturi; un cablu de sârmă se formează prin răsucirea mai multor asemenea liţe. In mijlocul liţelor şi în mijlocul cablului se interpune adesea o funie textilă ca „inimă" pentru o mai bună flexibilitate a lui.

Asupra fabricării cablului de sârmă, cp. vol. II., secţ. Transporturi. La fabricarea funiilor (mat. primă p. 965, firele se torc la dreapta — torturi —, torturile se torc la stânga — şuviţe — şi apoi 3...4 şuviţe se torc la dreapta alcătuind o funie la dreapta. La funia toarsă la stânga se lucrează în sens contrar.

Cabluri de sârmă. Cabluri de sârmă pentru transmiuni, tab. dimensiunilor etc., vol. II., secţ. Organe de maşini.

Cablurile de sârmă pentru transport şi depozitare: Cabluri de sârmă pentru macarale, ascensoare, scripeţi DIN 655, v. vol. II., secţ. Transporturi, unde se indică şi condiţiunile pentru alegerea şi dimensionarea cablului de sârmă, precum şi a tamburelor şi rolelor.

Cablurile de sârmă pentru e x p l o a t a r e a m i n e l o r (frâne, depănătoare etc.) DIN Berg 1250, cabluri pentru transport DIN Berg 1251, cabluri plate DIN Berg 1252, liţe şi cabluri pt. semnale acustice Din Berg 1253.

C a b l u r i d e s â r m ă v e r t i c a l e (cabluri de sârmă pentru funiculare, pentru căi ferate aeriene, macarale rulante) aşa numite cabluri spirale, v. vol. II., secţ. Transporturi, vol. III., secţ. Căi ferate şi Po-

Fixarea funiilor pentru mişcarea sarcinilor:

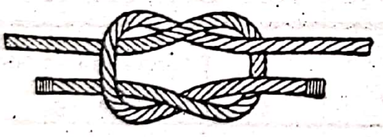


Fig. 18.
Nod plat (în cruce) pt. înodarea a două capete de odgon de aceeaşi grosime.

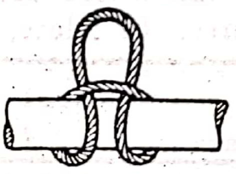


Fig. 19.
Nod simplu de legătură pentru suspendarea sarcinilor şi fixarea cârligului de suspendare.

Fig. 20.
Două jumătăţi de noduri

Fig. 21.
Nod pt. catarg (nodul ţesătorului) pt. fixarea unei funii mai subţiri cu un odgon sau cu o grindă. Totdeauna în legătură cu unul sau două jumătăţi de noduri.

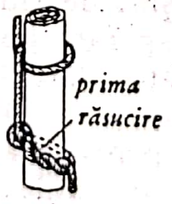


Fig. 22.
Nodul dulgherului cu noduri de fixare la extremitatea unei grinzi. Acest nod de fixare serveşte la menţinerea unei grinzi ridicate în poziţie verticală.

Fig. 23.
Nod pt. stâlpi pt. fixarea unui ochiu cu capătul unei funii (nu se strânge). Pt. legarea a două funii de diferite grosimi.

D e t a l i i v. AWF-Betriebsblatt 23.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 37. Incărcări admisibile la funii și cabluri metalice întinse pentru ridicat sarcini (Fig. 24 și 25)

Funii de cânepă
Cânepă pură de calitate superioară. Coeficientul de siguranță 8

Fig. 24.

Fig. 25.

Cabluri metalice
zincate, rezistența de rupere 130..140 kg/mm², coeficientul de siguranță 8

Diam. funiei	Incărcările admisibile ale unui toron în kg la un unghiu de întindere α de			
mm	0°	45°	90°	120°
13	130	120	90	60
16	200	180	140	100
18	250	225	175	125
20	300	270	210	150
23	400	360	280	200
26	500	450	350	250
29	600	540	420	300
36	1000	900	700	500
39	1200	1080	840	600
46	1600	1440	1120	800
52	2100	1900	1450	1000
60	2400	2160	1700	1200
70	2800	2500	2000	1400
80	3300	3000	2300	1600
90	4100	3700	2900	2000
100	5100	4600	3600	2500

Diam. funiei	Incărcările admisibile ale unui toron în kg la un unghiu de întindere α de			
mm	0°	45°	90°	120°
10	530	480	370	270
12	820	750	570	400
14	1 000	900	700	500
16	1 200	1 080	840	600
18	1 500	1 350	1050	750
20	2 000	1 800	1400	1000
22	2 400	2 150	1600	1200
24	3 200	2 850	2250	1600
26	4 000	3 600	2800	2000
28	5 000	4 500	3500	2500
30	6 000	5 400	4200	3000
33	7 200	6 500	5050	3600
35	8 000	7 200	5600	4000
38	9 500	8 600	6650	4700
40	10 500	9 500	7350	5200
45	12 000	10 800	8400	6000
50	14 000	12 600	9800	7000

Odgoane de manila după HNA Tw 11, sarcina de rupere a tortului 75 kg, coficientul de siguranță 7

Perimetrul funiei în țoli	Perimetrul funiei în mm	Diam. funiei mm	Incărc. adm. în kg la un unghiu de întindere α de 0°	45°	90°	120°
1 3/4	44	14	170	155	120	85
2	51	16	220	200	155	110
2 1/4	57	18	280	255	195	140
2 1/2	64	20	340	310	240	170
2 3/4	70	22	400	370	280	200
3	76	24	480	440	335	240
3 1/4	83	26	550	505	385	275
3 1/2	89	28	630	580	440	315
3 3/4	95	30	710	650	500	355
4	102	32	800	735	560	400
4 1/4	108	34	890	820	625	445
4 1/2	114	36	980	900	685	490
4 3/4	121	38	1070	985	755	535
5	127	40	1180	1080	825	590
5 1/2	140	44	1410	1300	990	705
6	152	48	1660	1530	1160	830
6 1/2	165	52	1920	1760	1350	960
7	178	56	2190	2010	1530	1095
7 1/2	190	60	2470	2270	1730	1235
8	203	64	2760	2540	1930	1380
9	229	72	3390	3120	2370	1695
10	254	80	4050	3720	2830	2025
11	279	88	4730	4350	3310	2365
12	305	96	5440	5000	3800	2720
13	330	104	6180	5680	4320	3090

Scanned with OKEN Scanner

duri (poduri suspendate). Cabluri şi sârme profilate pentru avioane, v. vol. IV., secţ. Construcţia avioanelor [1]). Cabluri groase de ancorat şi remorcat vapoare, greutăţi, v. vol. IV., secţ. Construcţiuni navale.

Cable pentru electrotehnică, v. vol. II., secţ. Electrotehnică. Pentru căi ferate electrice, cabluri de oţel DIN VDE 3157, cabluri de cupru DIN VDE 3138, cabluri de bronz DIN VDE 3139.

Funii textile. Pt. transmisiuni, vol. II, secţ. Organe de maşini; pt. transport, vol. II, secţ. Transp., tab. sarcinilor la rupere ale funiilor de cânepă negudronate.

Impletituri. Impletituri din sârmă de oţel cu ochiuri dreptunghiulare pentru garduri, construcţie, silvicultură şi agricultură, zincate în băi de zinc, după DIN 1199. Lăţimea ochiurilor 10...150 mm, grosimea sârmei 1,4...3,4 mm, în suluri până la lăţimea de 2000 mm şi mai mult.

Impletitură din sârmă de oţel cu ochiuri hexagonale de 1/2...6", lăţimea 200...2000 mm, zincată după confecţionare.

Ţesătură de sârmă. Material pentru site, diferit, după felul ţesăturii, solicitarea mat. şi a ţesăturii prin încărcare, uzură, coroziune ş. a., oţel, alamă, bronz, nichel, aluminiu, metal nobil, mătase, păr, sticlă ş. a.

Ţesătură pentru site de probă după DIN 1171.

Ţesături de oţel pt. construcţii. Distanţa între sârme 50...200 mm. Grosimi de sârmă 2.5...6 mm. Suluri de 2 m, saltele cu lăţimea de 2,65 m. Ca straturi intermediare pt. tavane, pardoseli, pereţi, ziduri, poduri ş. a. — Impletitura Benzinger cu ochiuri hexagonale şi bare de protecţie întreţesute.

Ţesături, site, gaz pt. morărit v. vol. IV.

c) Diferite alte produse

Materiale izolante electrice, v. vol. II., secţ. Electrotehnică, şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 896 ş. u.

Produse de sticlă, v. p. 905 ş. u., vol. IV., secţ. Ceramică şi sticlă, şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 550 ş. u.

Tăbliţe de îndrumare (v. şi p. 1036). Tablă de îndrumare şi steag pentru camere sanitare la adăposturi DIN 4061. Culoarea fundamentală albastră Nr. 13 re după Ostwald; culoarea crucii albă; încadrarea crucii, a tăbliţei şi a steagului de culoare neagră.

Produse de lemn, v. p. 921 ş. u. Lemn de construcţie, condiţiuni de calitate, DIN 4074 — norme suplementare la DIN 1052 — introduse pentru poliţia construcţiilor conf. Ord. Min. din 27 Dec. 1939.

Produse ceramice, p. 885 ş. u., vol. IV., secţ. Ceramică şi sticlă, şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 480 ş. u.

Materiale de construcţie nearse, p. 882 ş. u., şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 480 ş. u.

Produse din materiale sintetice după DIN 7701, v. p. 924 ş. u., şi Stoffh., ed. a 2-a, p. 636 ş. u., bare profilate, plăci, tuburi, vase ş. u.

Cuie (p. 883). Cuie de sârmă după DIN 1145...1163 executate în cele mai diferite forme, conform scopului de utilizare. Grosimi în mm după calibru pentru sârmă (p. 807).

Hârtie v. vol. IV., şi Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 628 ş. u: Formate de hârtie DIN 476. Clasor, dosar, perforator de acte DIN 521, fila 1 (bibliografie), butelii de uleiu pt. automobile, hârtie veche DIN RAL 6420.

Furtunuri din gumă, pielărie, ţesături de cânepă, metale ş. a. Furtunuri de presiune pentru pompieri după DIN FEN 106, v. vol. IV., secţ. Pompierit. Furtunuri pentru gaze din gumă pentru menaj DIN pr. de normă 3383. Furtunuri metalice învelite pentru aburi, apă, gaze ş. a., furtunuri metalice fără cusătură din tombac, tuburi metalice cu înveliş de cânepă, v. vol. II, secţ. Organe de maşini.

---

[1]) Abraham, Drähte, Litzen und Seile im Flugzeugbau, Luftfahrtforschung 7 (1930), p. 73 ş. u.

Butelii de oţel. Ord. legale şi poliţieneşti v. Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 856 ş. u. Materialul oţel de fuziune de $\sigma_z = 35...80$ kg/mm² şi $\delta = 26...14\%$.

Tab.38. Butelii de oţel fără cusătură (pres.: kg/cm² suprapr., măs. şi greut.: mm, l, kg)

a) Pt. gaze comprimate¹) după DIN 4664. Presiunea maximă a umpluturii la 15° 150, presiunea de încercare 225 kg/cm².

O_2, H_2, N_2, CO, CH_4, gaze nobile, gaz vulcanic, gaz de iluminat, gaz de apă, carbogen, aer comprimat

Volumul	5	10	20	27	40
Conţ. de gaze	750	1500	3000	4000	6000
Diam. ext.	140	140	204	204	204
Gros. pereţilor	5,75	5,75	8,5	8,5	8,5
Lungimea	490	880	870	1125	1590
Gr. but. goale	15	24	45	56	75

b) pt. gaze lichefiate după DIN 4665

Dimensiunile buteliilor	Diam. ext.	Gros. per.	lung.	Gr. but goale²)	Capacit. V
1	90	3,5	310	5,5	1,34
2	108	3,75	410	8,5	2,5
3	140	4	460	13	5
4			810	15	9,4
5			850	18	10
6		5	410	12	4,02
7			600	16	6,7
8			920	21	10,72
9			1110	25	13,4
10	204	5	785	27	18,8
11			840	28	20
12			1430	43	37,6
13			1500	45	40
14			1740	50	47
15			1770	51	48
16		7,5	1100	49	26,8
17			1340	57	33,5
18			1580	67	40,2
19	267	7	1660	89	75,2
20			1750	92	80

Gaze Umplerea adm. în kg $= V/V_F$	Pres. de inc. kg/cm²	Capacit. V_F l/kg-gr. de umpl.	Se vor utiliza buteliile
Bioxid de sulf³)	12	0,8	2, 3, 5, 11, 13, 15, 20
Fosgen	15	0,8	
Clor, tetraoxid de azot	22	0.8	
Clorură de etil³)	10	1,25	2, 3, 5, 11, 13, 15
„ de metil³)	16	1,25	
Oxid de etilen	10	1,30	
Eter metilic³)	16	1,65	
Etilamină	10	1,70	
Metilamină	14	1,70	
Butadien	10	1,85	
Propilen	35	2,25	
Etan	95	3,30	
Amoniac	30	1,86	4, 10, 12, 14, 19
Protoxid de N	180	1,34	1, 6, 7, 8, 9, 16, 17, 18
Bioxid de C	190	1,34	
Gaz albastru	190	2,5	
Butan	12	2,05	13
Propan⁴)	25	2,35	

¹) Butelii din mat. de rezistenţă superioară (aşa numite butelii de oţel uşor (O. U.) $\sigma_a > 80 \leqq 120$ kg/mm². $\delta \geqq 14\%$; în general mat. de construcţie slab aliate, ameliorate. Presiunea de umplere normală 200, pres. de încercare 300 kg/cm².

Produsele fabricilor germane de tuburi:

Vol. buteliei	44	40	53	150
Volumul de gaz	8800	8000	10 600	30 000
Diam. ext.	204	205	232	356
Gros. pereţilor	5,2	—	5,85	—
Lungimea	1700	1525	1580	1920
Gr. but. goale²)	62,0	51,5	73,0	213.0

²) Cu picior (DIN 4669), inel la gât (DIN 4668), capac de protecţie (DIN 4667), supapă (DIN 477). — Filet după DIN 4668. — ³) Pt. aceste gaze şi oxid de carbon cloros şi bromură de metil şi butelii de cupru v. m. j. — ⁴) Pt. propan, butan şi hidrocarburi similare (gaze motoare) şi butelii cu cusături longitudinale şi circulare sudate.

Butelii O. U. pt. propan, presiunea de încercare şi volumul/kg umplutură v. tab. 38 b:

Vol. but.	36	125	36	77	108,6
Umpl. adm.	15,3	53,0	15,3	32,8	46,1
Diam. ext.	226	356	226,5	267,0	376,0
Lungimea	1065	1530	1080	1605	1170
Gros. pereţilor	3.0	3,6	—	—	—
Gr. but. goale²)	26,0	84,5	25.5	45,0	61,0

Butelii de oţel pt. acetilenă (disp. pt. acetilenă, DIN 4666) conţin acetonă fin distribuită într'o masă poroasă, în care gazul e disolvat sub presiune. Masele (supuse spre apr. Com. pt. gaze comprimate) sunt solide (de ex. cărbune de lemn şi pământ infuzoriu cu un liant) sau vărsate (de ex. pietriş de piatră ponce de o anumită granulaţie, pur sau amestecat cu pământ infuzoriu, cărbune de lemn sau mat. organice tratate special în acest scop: ultimele pure sau amestecate cu cărbune de lemn ş. a. Porozitatea masei ≈ 25%, adică volumul acetilenei în butelii de 40 l ≈ 10 l. Presiunea de umplere admisibilă la 15° = 15 kg/cm² suprapr. După porozitatea masei o butelie de 40 l conţine la această presiune 5...6 m³ acetilenă disolvată care, la micşorarea presiunii, se volatilizează în formă de gaze.

Cuprul — ca mat. de butelii pt. gaze comprimate afară de acetilenă — se admite la o presiune de umplut < 20 kg/cm² suprapr. **Aliajele uşoare** (bondur, duralumin, pantal, hidronaliu, BS-Seewasser sunt admise) pt. oxigen (aparate de salvare şi de respiraţie). Suprapresiunea de umplere 150 kg/cm².

Vopsire în: albastru pt. O_2; roşu pt. H_2; verde pt. N_2; galben pt. C_2H_2, altfel cenuşiu.

Scanned with OKEN Scanner

SECȚIUNEA 7

Măsuri[1])

Prelucrare de prof. dr. ing. A. Gramberg, Frankfurt a. M.

Generalități

	Pag.
Incercarea instrumentelor de măsură	1059
Surse de erori	1059

I. Măsurători de presiune

Notații după normele pentru compresoare	1059, 1060
Luarea presiunii	1060
Barometre, manometre	1060
Micromanometre, manometre diferențiale	1061

II. Măsurători de viteză

Măsurarea turației . .	1061
Instrument de contare, tahimetru .	1061
Tahigraf	1062
Vitese de și în lichide și gaze	1062
Anemotahimetre	1062, 1071
Tuburi Pitot, ajutaje de aspirație, vitesometre	1062

III. Măsurători de cantitate

Balanțe și bascule	1063
Bascula cu punte (bascula zecimală, centesimală și cu greut. mobilă	1063
Bascula cu greutăți comutabile, bascula automată	1063
Bascule de cale ferată, bascule cu tanc carosabile . . .	1063
Măsurători privitoare la lichide .	1064
Măsurarea și cântărirea lichidelor curgătoare	1064
Apometre pt. conducte (contoare) .	1064
Orificii de evacuare	1065
Orificii de scurgere	1065
Măsurători cu deversor	1065
Canal Venturi	1066
Măsurători cu paravan	1066
Determinarea cantității din repartiția vitesei	1067
Morișca hidrometrică a lui Woltmann	1067
Măsurători privitoare la gaze: contorul de gaz, rotametrul .	1067 ș. u.
Instrumente de cubaj	1068
Umplerea unui rezervor	1068
	Pag.
Manometre	1068
Orificii de scurgere, ajutaj normal, diafragmă normală . . .	1068 ș. u.
Tub Venturi	1071
Anemometre, instrumente Pitot .	1071
Măsurători privitoare la abur: măsurătoare cu plutitor . .	1071 ș. u.
Măsurătoare cu gură	1073

IV. Măsurători de putere

Dinamometre cu frână	1073
Dinamometre de intercalare . . .	1074
Metoda momentului de reacțiune .	1074
Măsurarea electrică a puterii . .	1075
Indicatorul	1075
Indicarea la înaltă turație . . .	1076

V. Vibrații, forța asupra părților de construcție

Vibrometre de elongație	1077
Accelerometre	1077
Extensometre	1078

VI. Măsurători termice

Măsurători de temperatură . . .	1078
Termometre cu mercur, pentan .	1079
Măsurarea electrică a temperaturii	1079
Etalonarea, montarea termometrelor, temperatura suprafețelor . . .	1080
Pirometre, conuri Seger	1081
Măsurarea cantității de căldură .	1081
Măsurarea umidității aerului, psicrometre	1082 ș. u.

VII. Măsurători în tehnica arderii

Determinări de putere calorifică .	1084
Calorimetrul cu bombă, calorimetrul Junkers	1085
Analiza gazelor de ardere aparatul Orsat, analizoare automate . .	1085
Analizoare de gaz după metode fizice	1087
Analiza gazelor combustibile . .	1087

[1]) Măsuri electrice v. vol. II, secț. Electrotehnică; măsurători de rezistență v. secț. V, Rezistența materialelor; instrumente de măsură ca sondoare ale regulatoarelor v. vol. II, secț. 1, Organe de mașini.

Generalități [1] [2]

Instrumentele de măsură au nevoie de etalonare ca și de supravegherea continuă dacă sunt în ordine.

De observat și pentru cele mai simple instrumente de măsuri: Dacă metrul nu e izat la capăt; dacă balanța zecimală se așează bine; dacă greutățile de fontă nu sunt mutdare și dacă sunt întregi. Orologiile întrebuințate continuu sunt de cele mai multe ori exacte, dar cronometrele fără mecanism de mers au adesea erori de mers considerabile. Se vor prefera cronometrele cu mecanism de mers.

Erori de măsură. Instrumentele etalonate inexact dau erori sistematice, cari nu pot fi eliminate prin observare repetată; erorile accidentale se elimină printr'un număr suficient de observări; în parte, cum sunt inexactitățile în apăsare la pornire și oprire a cronometrelor, prin durată suficientă a încercării; aceasta e și esențială în cazul unui regim permanent moderat. — Preciziunea măsurătorii e limitată de dispoziția privitoare la etalonare; dispoziția privitoare la etalonare și cea privitoare la întrebuințare trebue să fie concordante.

Evitarea erorilor de citire, reducerea numărului de cititori, observarea simultană a multor instrumente și urmărirea fluctuațiilor repezi se realizează întrebuințând instrumente înregistratoare (devin ușor neprecise prin frecarea mecanismului de înregistrare; de aceea se întrebuințează instrumente cu scară mobilă), fotografierea poziției acului la instrumentele indicatoare alăturate sau prin cinematografierea mersului lor.

Unități în pp. 221, 312 ș. u., 541. Conversiunea gradelor termometrice: tabela 2. p. 530, măsuri, greutăți și tablele de conversiune ale măsurilor în metrice, unitățile de presiune și de energie în Anexă.

Etalonarea și obligativitatea ei. Etalonarea instrumentelor de măsură e obligatorie întru cât „se întrebuințează sau se țin la dispoziție în relațiunile publice pentru determinarea volumului prestațiilor". Legea de măsuri și greutăți e din 13. 12. 1935, cu regulamentul din 20. 5. 1936 [3]). După ele, Physikalisch-Technische Reichsanstalt (PTR) efectuează detaliile reglementării; PTR stabilește condițiuni și metode de etalonare după cari oficiile de etalonare etalonează din nou și verifică, adică încearcă dacă sunt respectate limitele de eroare de etalonare (în cazul instrumentelor întrebuințate nepuse la punct: limitele erorilor de circulație sunt egale de cele mai multe ori cu dublul limitelor erorilor de etalonare).

I. Măsurători de presiune

Să nu se confunde atmosfera tehnică 1 at = 1 kg/cm² = 735,5 mm col. Hg cu cea fizică, 1 atm = 760 mm col Hg = 1,033 at (v. pp. 541 și 1168). Să se mai rețină că 1 mm col. apă (rece, exact la 4°) = 1 kg/m². 13,6 mm col. apă (rece) = 1 mm col. Hg (de 0°).

Manometrele indică diferențele de presiune față de mediul ambiant, de cele mai multe ori față de presiunea atmosferică. Manometrele de presiune pentru suprapresiune și cele cu aspirație pentru subpresiune (vacuummetrele) au o construcție asemănătoare. Barometrul indică presiunea atmosferică (absolută).

Exemplu: Dacă pentru un cazan cu abur manometrul indică 4,25 at, barometrul 705 mm col. Hg, starea barometrică e 705/735.5 = 0,96 at, adică presiunea absolută în cazan = 4,25 + 0,96 = 5.21 at; apa pură ar fierbe deci la 152,5° (p. 562). — Fie 64,5 cm = 645 mm col. Hg indicațiunea vacuumetrului unui condensator la aceeași stare barometrică. Presiunea absolută în acel loc al condensatorului e 705—645 = 60 mm col. Hg = 60/735,5 = 0,082 at; temperatura de condensație e < 42° din cauza presiunii parțiale a aerului (p. 570).

Regulile VDI privitoare la compresoare prescriu (în parte prin opoziție cu cele mai vechi) următoarele numiri și simboale: presiunea se indică prin

[1]) Secțiunea măsuri e un extras din Gramberg, Technische Messungen bei Maschinenuntersuchungen und im Betrieb, ed. a 6-a, Berlin 1933, Springer, și de același autor: Maschinenuntersuchungen und das Verhalten der Maschinen im Betrieb. ed. a 3-a, Berlin 1924. Springer. Altă bibliografie: Archiv für Technisches Messen (ATM), München și Berlin, Oldenbourg, apare din 1931 în foi volante; Rapoartele publicate de DVL (Deutsche Versuchsanstalt f. Luftf.) în Berlin-Adlershof., de Wärmestelle d. VDEh tratează probleme izolate de măsurători, tot astfel câteva regule ale VDI; în fine Eucken-Jacob, Der Chemie-Ingenieur, vol. II, Leipzig 1933, Akad. Verlagsges.

[2]) AEF pregătește o stabilire a „conceptelor fundamentale de tehnica măsurilor".

[3]) Reichsgesetzblatt I, 1935. p. 1499; 1936. p. 459.

P [kg/m²], totdeauna presiunea absolută; diferenţele de presiune $P_1 - P_2$ se notează cu ΔP.

p [kg/cm²] sau p [at] trebue caracterizat drept p_{abs}, p_s, p_{sb}; se admite de ex. şi $p = 6$ ats (atmosfere suprapresiune).

h_s şi h_{sb} [mm col. lichid] pentru mici diferenţe de presiune faţă de presiunea atmosferică; pentru apa rece ca lichid al coloanei avem 1 mm col. apă = 1 kg/m² [1]).

In cazul unui fluid în mişcare cu vitesa w_1 [m/s], greutatea specifică γ_1 [kg/m³] se deosebeşte presiunea statică P_{st}, cea dinamică ΔP_d şi cea totală $P_t = P_{st} + \Delta P_d$, drept măsură pentru conţinutul de energie. P_{st} e indicat de un barometru care se mişcă împreună cu curentul; indicaţiunea creşte cu $\Delta P_d = (w_1^2/2g)\gamma_1$ în faţa centrului unui obstacol, adică acolo se măsoară P_t şi se găseşte $\Delta P_d = P_t - P_{st}$ drept diferenţă a celor două măsurători. Presiunii dinamice (numită în tehnica măsurilor şi presiune de remuu) îi corespunde o scădere de presiune în spatele obstacolului (afară de cazul unei forme dinamice optime), motiv pt. care nu e permis să se ia sau să se măsoare presiunea statică în spatele obiectelor bătute de vânt (v. m. j.). Din cauza teoremei energiei, P_t e constant şi în cazul unei vitese variabile, pe când P_{st} variază contrar cu w sau ΔP_d (tubul Venturi p. 1072, ajutajul de măsură p. 1068).

Luarea presiunii. a) In cazul mediului în mişcare: Dacă e de măsurat P_{st}, trebue evitate influenţele lui ΔP_d şi anume: 1. în dreptul orificiului de luare; acesta trebue să fie practicat într'un perete de-a-lungul căruia mediul curge nederanjat, muchiile fiind rotunjite; 2. în dreptul orificiului de egalizare (alt orificiu al manometrului cu lichid), care e supus influenţelor de presiune, dacă se găseşte în curent sau în spatele unui obiect bătut de vânt (regiune turbionară de presiune joasă); aceste dificultăţi sunt remarcabile mai ales în cazul micilor diferenţe de presiune şi al vitezelor mari. b) După altitudine: Intr'un mediu de greutatea specifică γ kg/m³ presiunea absolută creşte de sus în jos cu câte γ kg/m² pentru fiecare metru de altitudine; în două încăperi de temperatură diferită sau de greutăţi specifice altfel diferite, diferenţa de presiune variază corespunzător, cu înălţimea.

Exemplu: Presiunea de refulare a pompei e egală cu cea dela manometrul de aspiraţie + manometrul de presiune + diferenţa de nivel a celor două plane la cari se referă indicarea ei.

Barometre. Barometrele cu mercur: Corecţie din cauza depresiunii capilare (afară de cazul braţelor de egală grosime) şi din cauza temperaturii mercurului deasupra a 0°. La temperatura ambiantă, ultima e până la ⅓%. Barometrele aneroide: De verificat dacă au un bun instrument cu mercur, independente de temperatură, prin lamă bimetalică între doză şi acul indicator.

Fiecare citire la barometru are nevoie de corecţia de poziţie, dacă e nevoie de presiunea aerului raportată la nivelul mării (pentru scopuri meteorologice). Dacă e nevoie de starea barometrică reală pentru încercări, corecţia de poziţie nu se mai aplică. Dacă starea barometrică se ia din comunicatele serviciului meteorologic public, corecţia de poziţie trebue înlăturată, după înălţimea locului de încercare şi temperatură (cca 1 mm col. Hg de fiecare 10 m altitudine). Pentru determinarea altitudinii şi starea barometrică medie, v. şi p. 514 ş. u.

Manometre. Măsurarea presiunilor înalte şi mijlocii cu manometre cu resort; instrumente cu resorturi tubulare sau cu foi, ultimele mai puţin sensibile faţă de trepidaţii, dar mai puţin exacte.

Scara să meargă până la dublul presiunii care survine obişnuit. Instrumentele trebue protejate contra încălzirii, a şocurilor şi a variaţiilor brusce de presiune; se întrebuinţează circuite de apă, amortisoare de şocuri, robinete de laminare, ca robinete cu trei scurgeri pentru verificarea punctului zero. Tuburile de aducere strâmte verticale condiţionează (în cazul aburului) o corecţie din cauza greutăţii coloanei de apă, şi nu există siguranţă că sunt pline când presiunea e în creştere şi refulează coloana de apă.

Măsurătorile de presiuni mijlocii şi ale vidului sunt mai precise cu manometre cu mercur; tub în U sau manometre cu cameră, ultimul convenabil cu punct zero reglabil [2]). In cazul aburului trebue ţinut con-

[1]) VDI Regeln für Abnahme- und Leistungsversuche an Verdichtern, DIN 1945, ed. 3-a, Berlin 1934 ed. VDI. — [2]) Regeln für Leistungsversuche an Kreiselpumpen, Berlin 1928, editura VDI.

de coloana de apă care se stabilește deasupra mercurului: apa să ajungă până în partea orizontală a tubului de aducere. Coloana de măsură are unitatea [mm col. Hg — mm col. apă], unde 1 mm [col. Hg — col. apă] = 12,6 mm col. apă = 12,6 kg/m².

M ă s u r a r e a p r e s i u n i l o r f o a r t e m i c i (tirajul focarelor). Manometre cu apă de aceeași formă; mai sensibile dacă se întrebuințează tub inclinat; adeziunea petrolului la sticlă mai mică decât a apei; acelaşi efect îl are adăugarea de săpun sau leșie de potasă caustică. **Micromanometrul** măsoară inclinări până la 1 : 1000.

Lichidul convenabil: Toluen, C_7H_8, greutatea specifică cca 0,864 kg/dm³ la 20° variația 0,0011 pentru gradul de variație de temperatură, evaporare moderată, substanță chimic unitară și deci compoziție invariabilă. Scara trebue divizată empiric fiindcă tubul nu e tocmai drept. Etalonarea prin adăugare a V cm³ toluen în vasul cu diametrul de 10 cm adică secțiunea de 78,5 cm²; dacă astfel firul înaintează în tubul de măsură cu n' diviziuni, la o măsurătoare ulterioară cu citirea n presiunea e de $h = n\ 10\ V/(78{,}5\ n')$ mm coloană de toluen; valoarea unei diviziuni a scării e deci $10\ V/(78{,}5\ n')$ mm de toluen sau dacă greutatea specifică a toluenului e γ, valoarea diviziunii e $10\ V\gamma/(78{,}5\ n')$ mm col. apă.

M i n i m e t r e l e ridică vasul de echilibrare pentru compensarea nivelului suprafeței libere.

Se va evita urcarea spre manometru a conductelor de aducere, al căror conținut ar putea avea în cele două părți greutăți specifice diferite (din cauza temperaturii, a umidității, vaporilor de toluen). Se va îngriji de cea mai bună etanșeitate a conductelor de aducere, fiindcă altfel apar erori de măsură. Dacă lichidul a cărui presiune trebue măsurată e în mișcare, se vor evita influențele perturbatoare ale vitesei: nu se va lua presiunea imediat după curburi, orificiul de luare va fi curat spre a se evita formare de turbioane, se vor îndepărta nervurile; în cazul tuburilor strâmte: se va da o gaură, se va folosi gaura de ieșire. Un obstacol după P r a n d t l (fig. 1, p. 1062, dar fără luarea presiunii dinamice) e bun.

Manometrele diferențiale măsoară diferențe de presiune mici față de presiunea absolută [1]): Tuburi în U cu mercur, balanțe în inel, instrumente cu resoarte în foi.

In cazul a b u r u l u i, mai ales coloanele de apă de înălțime nedeterminată, cari câștigă repede în importanță față de mici diferențe de presiune, pot influența mult asupra orificiilor de luarea presiunii în cele două părți; spre a le da o înălțime d e t e r m i n a t ă, se întrebuințează f i e camere de echilibru cu suprafața atât de mare, încât deplasările de volum din manometru să se efectueze fără o variație sensibilă a nivelului f i e (numai în cazul unei conducte orizontale) un racord mai întâi orizontal la conducta de măsură; astfel și pentru venturimetrele de abur (p. 1071).

II. Măsurători de vitesă

a) Măsurarea turației

Contoarele cer întrebuințarea simultană a cronometrului. Pentru încercări separate: observarea numărului de ture în 1...5 min. La turație joasă și durată de observație scurtă e mai exactă observarea timpului pentru 10 sau 100 ture cu ajutorul cronometrului cu oprire. Pentru încercări continue: se notează pentru fiecare moment de citire indicația contorului, din diferențele de citit se stabilește uniformitatea mersului, și rezultă t u r a ț i a (numărul de ture pe minut).

Contoarele în trepte prin săritură se citesc ușor; nepotrivite pentru turații înalte. Contoarele cu turație simplă și ace indicatoare pentru turațiile cele mai înalte. Antrenarea prin șuruburi în fir sau sârmă simplă, folosită ca arbore flexibil.

Tahimetrele dau direct turația (pe m i n u t), au nevoie de etalonare. Se construesc ca tahimetre cu pendul centrifugal, cu pendul în inel sau cruce, ca instrumente fixe sau de mână, ultimele de cele mai multe ori comutabile prin transmisiune cu roți dințate pentru dif. intervale de măsură (de ex. 30...120, 100...400, 300...1200, 1000...4000 pentru un instrument). Tahimetrele cu curenți Foucault sunt în gen. mai puțin precise, permit recunoașterea sensului turației și dau la vitesă unghiulară variabilă

[1]) Dispozițiunile VDI privitoare la compresoare, v. nota [1]) din p. 1068.

valoarea ei medie (cele cu pendul centrifugal dau media pătratică). Tahimetrele cu lichid se întrebuințează în regim staționar și sunt invariabile în indicații. Tahimetrele electrice pentru comunicarea la distanță: transmițătorul e o mașină magnetoelectrică, receptorul un voltmetru. Pieptenii Frahm (S & H, Hartmann & Baun) consistă într'o garnitură de resoarte acordate pe diferite frecvențe, excitate prin rezonanță, resortul corespunzător turației vibrând mai puternic; excitația pe cale electrică sau mecanică, prima și pentru comunicare la distanță. Tahimetre desmodrome de principiu particular, neinfluențate de trepidații.

Tahigrafele, tahimetre înregistratoare cu pendul centrifugal, cu larg interval de măsură pentru supravegherea mașinilor de extracție ș. a., cu interval de măsură strâmt (turația curentă 500/min, intervalul de măsură în gen. ± 12%) și transportabile, pentru cercetarea reglării mașinilor.

b) Vitesă de și în lichide și gaze

1. **Anemotahimetre**, v. p. 1071.

2. **Instrumente Pitot**[1]. La transformarea din presiune în vitesă și invers, după teorema lui B e r n o u l l i (pp. 465 și 516) presiunea $P_1 - P_2$ [kg/m²] în mediul de greutatea specifică γ [kg/m³] e echivalentă cu variația de vitesă $w_2 - w_1$ după relațiunea $P_1 - P_2 = (w_2^2 - w_1^2)/2\,g \cdot \gamma$; măsurătoarea de vitesă se poate reduce deci la una de presiune, spre a găsi vitesa relativă a mediului față de un corp; la instrument fix se obține vitesa mediului; la mediu imobil se obține vitesa de mers. Mijloace: tubul Pitot și ajutajul de măsură, ambele în conexiune cu un manometru diferențial (p. 1061).

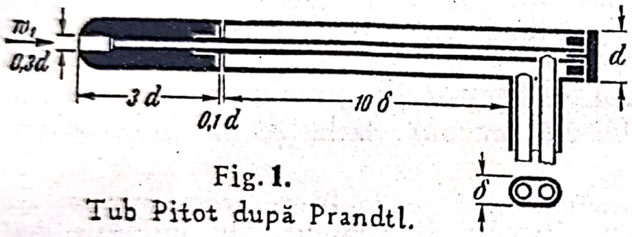


Fig. 1. Tub Pitot după Prandtl.

Tubul Pitot după P r a n d t l (fig. 1) e sferic în față, atacat de vitesa de apropiere w și dă în față presiunea totală P_t, care i se adaugă presiunii statice P_{st}; P_{st} se ia printr'o fantă laterală a tubului Pitot (p. 1060, luarea presiunii); manometrul diferențial indică presiunea dinamică $\Delta P_d = P_t - P_{st} = \gamma w^2/2g$, de unde $w = c\sqrt{2g \cdot \Delta P_d/\gamma}$.

Coeficientul c e egal cu unitatea pentru instrumentele bune, adică dacă presiunea statică se ia într'o parte unde nu există nici efect de aspirație, nici depresiune prin turbionare sau schimbarea direcțiunii de curgere. In vederea independenței de poziția înclinată a tubului Pitot față de direcțiunea de curgere, orificiul de luare pentru presiunea totală se alege 0,3 din diametrul exterior al tubului Pitot, adică din diametrul emisferei din față (K u m b r u c h, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 240). Tuburile Pitot deschise simplu în față permit să se umple mai repede volumul instrumentului de măsură în caz de variații ale presiunii, dar sunt sensibile față de așezarea înclinată.

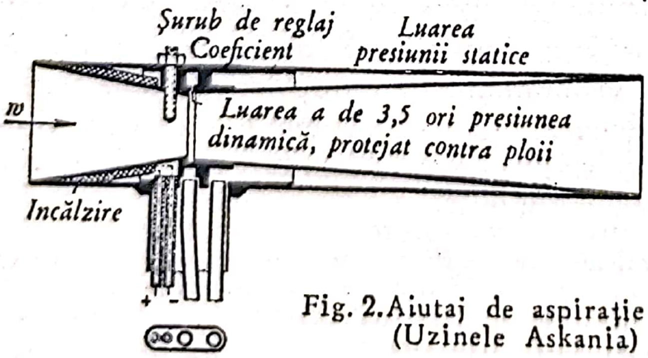


Fig. 2. Aiutaj de aspirație (Uzinele Askania)

Drept măsurători de vitesă pentru avioane servesc tuburi Pitot cu dispozitiv de încălzire și rezistente la ploaie; pentru vitese până la vreo 100 m/s, ajutajele cu aspirație (fig. 2) dau o presiune activă mai mare. Vitesa de măsurat w e ridicată în raportul reciproc al suprafeței libere la valoarea w_2, de ex. la de n ori, așa încât presiunea dinamică e $P_d = (n^2 w^2 - w^2)/2\,g \cdot \gamma = (n^2 - 1)(w^2/2\,g)\,\gamma$, adică $w = c_1 \sqrt{2\,g P_d/\gamma}$, cu coeficientul $c_1 = n^2 - 1$; pentru $n = 2{,}12$ sau $d_2 = 0{,}69\,d$ de ex., coeficientul $c = 3{,}5$.

[1]) VDI-Verdichter-Regeln, v. p. 1060, nota [1]).

Scanned with OKEN Scanner

Relațiunea dintre vitesă și indicația manometrului diferențial mai depinde de γ, adică variază cu presiunea și temperatura, cari se citesc de fiecare dată; scara viteselor manometrului are nevoie de corecții, la vitesometre vitesa e de 1,5 ori cea indicată, dacă altitudinea e de 6 km și instrumentul e etalonat la nivelul mării.

Vitesometrele pt. vapoare în ZVDI 80 (1936), p. 1067; WRH 16 (1935), p. 53.

III. Măsurători de cantitate

A. Balanțe și bascule[1])

Probleme: a) Determinarea greutății unei cantități date; caz particular: constatarea dacă mai multe cantități aproximativ egale corespund între limite prescrise valorii voite, sau cât diferă fiecare de valoarea voită; b) Realizarea unei greutăți anumite prin separare dintr'o rezervă; caz particular: realizarea mai multor cantități egale în anumite limite, cari contează pe urmă drept valoare voită.

Tipuri de balanțe și bascule: balanța cu brațe simplă pentru scopuri analitice; pentru comerțul de detaliu e înlocuită actualmente în gen. prin balanța cu cadran; bascula cu brațe compusă: bascula cu punte ca decimală, centesimală, cu greutate culisantă, câte o greutate mobilă mare și una mică pt. potrivirea grosieră și fină fiind deplasată pe câte un braț, sau deplasând în greutatea mobilă mare niște scări secundare cu funcțiunea de greutăți mobile; prima execuție permite o mânuire comodă pentru încercări, ultima permite adaptarea unui dispozitiv de imprimare a rezultatului pe bilete pentru nevoile serviciului; dispozitiv de imprimare și cu blocaj cât timp sarcina încă nu e echilibrată; și ca basculă cu greutăți comutabile sau cu cadran, eventual cu indicator optic. Combinațiile urmăresc să evite desavantajele diferitelor tipuri: bascula decimală cu greutate culisantă auxiliară evită greutățile mici; bascula cu cadran cu potrivire grosieră prin greutăți (greutăți separate sau comutabile) evită ca indicatorul să parcurgă întreaga scară în cazul cântăririi unor cantități egale. Construcția normală a basculelor are punctul zero la început; basculele pentru confecționarea ambalajelor egale sunt bascule cu greutăți și dispozitiv suplementar pt. greutăți cu cadran, ale căror scări arată în ambele părți ale punctului zero plusul sau minusul față de valoarea voită (bascule de plus-minus).

Obligativitatea etalonării, etalonarea din nou, reetalonarea, controlul polițienesc, limitele erorilor de etalonare și ale erorilor de circulație în p. 1059. Etalonarea e obligatorie și pentru basculele ale căror indicații servesc pentru acorduri ș. a. Reetalonarea după fiecari 2 ani și după fiecare reparare.

Basculele automate servesc pentru supravegherea curentă a serviciului. O greutate culisantă, pusă în mișcare de sarcină, de cele mai multe ori prin intermediul unui servomotor, se oprește automat de îndată ce bascula se apropie de echilibru. Greutatea se înregistrează de cele mai multe ori prin mecanisme de contare și poate fi și imprimată pe bilete. Alte ori se introduc cantități egale într'un vas de măsură. conducta de aducere se închide automat după umplere și se înregistrează numărul de umpleri. Primul procedeu de ex. pentru cântărirea cărbunilor din vagoane deschise, iar ultimul pentru cântărirea cărbunilor deschiși. Basculele semiautomate de ex. pentru ieșirile din tancuri; prin tragerea unui mâner se dă drumul unei cantități cunoscute (200 sau 400 kg) care cade pe balanță; un mecanism de contare contează jocurile.

Basculele de cale ferată, montate de ex. în linia de cale ferată care duce la casa cazanelor. Pe basculele cu blocarea trecerii se poate intra numai dintr'o parte și numai cu vagonete încărcate; bascula dă drumul trecerii vagonetelor abia după cântărire (ordinea manipulațiilor obligatorie). Revenirea deasupra basculei e imposibilă: șinele de întoarcere cu întrerupere, pentru ca vagonetele pline să nu se poată întoarce.

Basculă cu tanc carosabilă, totodată instalație de transportul cărbunilor. Bascula se umple dedesubtul tancului de cărbuni până ce se atinge o anumită greutate; încărcarea cu cărbuni se oprește automat prin apropierea de echilibru a basculei. Alte execuții în funiculare mai mult sau mai puțin inclinate, instalații de extracția cărbunilor; ca bascule cu silozuri pentru cereale și materiale de granulație mică în mori, fabrici de bere etc. Basculele de bandă adună cantitățile de cărbune sau cereale cari trec peste o bandă de transport.

---

[1]) Zingler, Bau u. Theorie d. zusammengesetzten Waagen, Berlin 1928, Springer.

B. Măsurători privitoare la lichide

Observaţie preliminară privitoare la B, C şi D

I n s t r u m e n t e i n d i c a t o a r e ş i c o n t o a r e. Dacă e de măsurat greutatea dG în timpul dt, mărimea dG/dt se numeşte f l u x sau cantitatea trecută în unitatea de timp unitatea de măsură fiind kg/s (sau kg/h s. as.). Pt. conducte, regulile pt. măsurători introduc conceptul de d e b i t şi deosebesc debitul greutate şi debitul volum. Cantitatea t o t a l ă care trece în intervalul de timp dintre momentul t_1 şi t_2 e $G = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dG}{dt}\, dt$, cu unitatea de măsură kg (sau m³). Instrumentele i n d i c a t o a r e c u s c a r ă indică pe o scară s. a. fluxul; ele servesc la observarea stării a c t u a l e a serviciului, ca şi pt. indicarea schimbărilor ei. Instrumentele c o n t o a r e permit să se citească la un mecanism contor cantitatea totală trecută până acum şi permit un control u l t e r i o r al producţiei totale, consumului total etc. Instrumentele trebue alese după scopul urmărit. Dacă se citeşte la instrumentele cu scară în intervalele de timp Δt fluxul dG/dt, cantitatea totală se găseşte prin calculul din $G = \Sigma_{t_1}^{t_2} \frac{dG}{dt} \Delta t$ sau dintr'o reprezentare grafică prin planimetrare; de preferat mai ales în cazul fluxului care variază repede, reprezentarea grafică printr'un instrument înregistrator. Dacă în intervalele de timp Δt se citesc la un instrument contor stările G_1 şi G_2 fluxul mijlociu în intervalul de timp Δt e $(dG/dt)_m = (G_2 - G_1)/\Delta t$; dacă timpurile de observaţie sunt destul de scurte (în ipoteza că mecanismul de contare le permite, ceea ce trebue observat la procurarea instalaţiilor de laborator) sau pentru flux constant avem

$$dG/dt = (dG/dt)_m.$$

Măsurătorile de sub B şi C, în parte şi cele de sub D, trebue efectuate adesea după aceeaşi metodă; subdiviziunea nu reprezintă o limitare netă.

a) Măsurarea şi cântărirea cantităţilor scurse sau consumate continuu

Două vase se umplu şi se golesc alternativ; ele se găsesc fie pe balanţe şi se determină de fiecare dată cantitatea ca şi timpul de umplere — sau deversarea limitează umplerea, lăsând ca prea plinul să se scurgă de fiecare dată în celălalt vas, golit între timp; pentru dispozitivele pentru încercări, comutarea se face cu mâna — sau mecanic: Principiul a p o m e t r e l o r d e s c h i s e şi pentru cantităţi mai mici, de ex. încălziri centrale drept contoare cu tambur, sau cu luare de probă la fiecare răsturnare, spre a ţine seamă de greutatea specifică a benzinei. Instrumentele reacţionează fie la volum, fie la greutate. E mai simplu să se u m p l e un vas (găleată), să se c â n t ă r e a s c ă şi să se ia t i m p u l la cronometru. Pentru încercări separate se determină durata unei umpleri; în serviciu se citeşte starea la înlocuirea schimbului; diferenţa poate fi eronată cu o umplere întreagă.

Aproape de 100° evaporarea trebue evitată prin acoperire; peste 100° se aplică o răcire înainte de evaporare sau ieşirea trebue făcută sub apă rece.

b) Apometre de practicat în conducte (contoare)

1. Vitesometre (apa lucrează asupra unei roţi). α) Instrumente pentru măsurarea vânei, mai ales pentru conducte mai mici; vâna care iese din ajutaje atacă o roată cu aripioare; β) instrumentul Woltman pentru conducte mari. Roata cu aripi ocupă secţiunea conductei, dar nu în total dacă apa nu e curată. Se execută până la diametrul de 500 mm, corespunzător la 12 000 m³/h. Roata cu aripi e înlocuibilă; în acest scop în tambur special; chiar şi sub presiune.

2. Volummetrele cu trecere constrânsă a apei măsoară în stare nouă mai bine debite mici. γ) Apometre cu disc; se întrebuinţează ca şi cele de sub α); δ) apometre cu piston cu mişcare de du-te—vino.

3. Merometre. Un tub Venturi strangulează secţiunea ţevii la cca jumătate din cea plină, cu o prelungire conică sveltă în continuare în vederea recâştigării căderii de presiune (dorită din punctul de vedere al serviciului şi

nu al măsurătorii). Căderea de presiune dintre intrare şi strangulare antrenează un vitesometru sau volummetru gradat pentru debitul total.

Instrumentele măsoară valori integrale ale debitului de apă; trebue observat simultan timpul spre a obţine m³/s. Dedesubtul unui debit minimum indicările sunt prea mici (debitul minimum amintit e 5% din cel normal; pt. instrumentele noi cu disc cca 2%; debitul normal e raportat la 10 m col. apă pierdere de presiune, el nu e un debit permanent; raportat la debitul admisibil, cel minimum ajunge adesea atât de mare); pe urmă indicarea încetează. Tubul Venturi cu manometru diferenţial în loc de apometru măsoară debitul de apă, v. m. j.

4. Pentru măsurători de lichide de tot felul sunt convenabile forme de instrumente pentru vapori, ca instrumentul Bayer-Siemens (fig. 6, p. 1072), cât timp debitul e destul de mare.

Deviaţia e (chiar şi la trecerea dela vapori la lichid) proporţională cu radicalul greutăţii specifice, dacă se ţine seamă mai întâi de forţa ascensională care se exercită în lichid asupra organelor interioare ale mecanismului, ca şi de presiunea interioară care acţionează asupra secţiunii presetupei; adesea e convenabil ca instr. să înregistreze.

Pentru alimentarea cazanelor sunt convenabile execuţiile speciale de sub α, γ, δ, 3 şi 4.

c) Orificii de evacuare (vas Poncelet, danaidă)

Cantitatea de apă de măsurat trece într'un vas, din care iese printr'un orificiu prelucrat îngrijit şi de secţiunea f m². Se observă înălţimea nivelului ei h m deasupra mijlocului orificiului (dacă evacuarea e orizontală), sau deasupra locului în care vâna de apă se separă de orificiu (dacă evacuarea e verticală). Debitul evacuat e $V = kf\sqrt{2gh}$ [m³/s]. Mai sus coeficientul de debit $k = 0{,}605$ pentru orificiul cu muchii ascuţite, cât $h \geqq 0{,}4$ m şi diametrul $\geqq$ 20 mm; altfel k e mai mare; pentru orificiul bine rotunjit şi polisat $k = 0{,}99$.

Orificiul să fie destul de departe de peretele vasului şi de baza lui; mai multe orificii să fie destul de depărtate unele de altele, spre a asigura o contracţiune completă; înălţimea nivelului să fie suficientă spre a evita formarea unei pâlnii. Scurgerea lichidului trebue să fie uniformă fiindcă altfel citirea înălţimii nivelului e imposibilă.

Când scurgerea apei e neregulată, se întrebuinţează metoda lui Brauer: Se colectează şi se cântăreşte apa evacuată printr'un mic orificiu; la înălţime de nivel egală, cantităţile evacuate prin celelalte orificii sunt proporţionale. Vinele trebue să se separe la aceeaşi înălţime de peretele vasului [1]).

d) Orificii de scurgere

Ajutajele de măsură standardizate (normale), diafragmele standardizate (normale) şi tubul Venturi se pot întrebuinţa şi pentru lichide în conducte cum se arată pentru gaze sub C, p. 1068.

e) Măsurători cu deversor

Reguli constructive pentru deversoarele de măsură: Muchia de deversare ascuţită (după normele elveţiene 2 mm), orizontală, perpendiculară pe direcţiunea curentului; deversorul trebue să prezinte o faţă perpendiculară pe nivelul apei din amonte; lăţimea canalului apei din amonte trebue să fie egală cu a deversorului spre a evita contracţiunea laterală, de realizat la nevoie prin montarea unui ghidaj de scânduri, vâna de apă trebue bine aerată pe faţa din jos, fie din spre laturi făcând canalul din aval mai lat decât deversorul, fie prin aeraj artificial (fig. 3). In acest caz avem teoretic

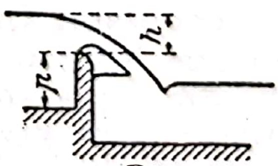


Fig. 3. Deversor de măsură

$$Q = {}^2/_3 \cdot k\, b\, \sqrt{2\, g\, h^3}\ [\mathrm{m^3/s}].$$

b lăţimea deversorului [m],
h înălţimea de deversare deasupra muchiei deversorului [m],
p înălţimea muchiei deversorului deasupra bazei canalului amonte [m],
k coeficient de determinat prin încercări.

[1]) Coeficienţii de debit pentru apa caldă şi solii de clorură de sodiu, în Schneider, Forschungsarb. VDI, fasc. 213.

Scanned with OKEN Scanner

1. „Regulile de măsură VDI pentru cantitățile de apă“ [1]), după încercările lui R e h b o c k [2]), cari merg până la $h = 0{,}8$ m și $p = 1{,}2$ m; fie $b \gtreqless h$; $0{,}1 < h < 0{,}8$ m (adică debitul minimum $\dot{V} = 40$ l/s); dar $h \lesseqgtr p$ și $p \gtreqless 0{,}3$ m; măsurarea înălțimii de cădere h la distanța de 4 h în amonte de deversor. Se măsoară o înălțime echivalentă $h_e = h + 0{,}0011$ m, începând scara înălțimilor cu 1,1 mm dedesubtul muchiei deversorului. In aceste condițiuni avem, înglobând și coeficientul k,[3])

$$Q = b\,(1{,}782 + 0{,}24\,h_e/p)\,h_e^{3/2}.$$

Regulile germane admit și formula elvețiană care urmează.

2. Normele elvețiene din 1924 [4]): Canalul din amonte de deversor rectiliniu pe 5 max h și pe 1,5 b. Măsurarea la 3 max h în amonte de deversor, până la $b = 2$ m în mijlocul canalului, formând până la $b = 6$ m de două ori și peste $b = 6$ m de trei ori media aritmetică. Punctul zero trebue determinat cu cea mai mare îngrijire. In aceste condițiuni

$$k = 0{,}615\,[1 + 1/(1000\,h + 1{,}6)]\,[1 + 0{,}5\,h^2/(h + p)^2],$$

dacă $p \gtreqless 0{,}3$ m; $0{,}025 \text{ m} \leqq h \leqq 0{,}8$ m; $h : p \leqq 1$.

Observație. Pentru măsurători ar trebui realizate totdeauna condițiunile de mai sus, bine cercetate, ale deversorului. Determinările p r o p r i i ale lui k, cu mijloace insuficiente, trebue e v i t a t e. Unde nu se pot evita alte forme ale deversorului, se aplică cifrele de deversare din p. 499 ș. u., pt. deversările cu contracțiune laterală și cele din normele elvețiene.

Comparația pt. metrul de lățime de deversor

Pt.	h	p	Rehbock	Elveția măsoară
	0,2 m	0,5 m	0,170 m³/s	0,170 m³/s
	0,2 „	1,0 „	0,165 „	0,165 „
	0,5 „	1,0 „	0,674 „	0,680 „
	0,8 „	1,0 „	1,42 „	1,43 „

D e v e r s o r u l t r i u n g h i u l a r pentru debit mic: Apa intră într'un intrând în unghiu al deversorului; caz particular: intrândul dreptunghiular, vârful jos, adică latura unghiului inclinată cu 45°; avem

$$Q = (8/15)\,\mu\sqrt{2\,g\,h^5}\ [\text{m}^3/\text{s}].$$

Mai sus avem pentru $h =$	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25 m
după B a r r $\mu =$	0,597	0,590	0,586	0,584	0,582,
deci $Q = 2{,}36\,\mu\,h^2\sqrt{h} =$	0,000 786	0,004 40	0,012 06	0,0247	0,0430 m³/s.

Pentru determinările de durată mai lungă ale debitului de apă al râurilor se întrebuințează deversoare autoînregistratoare, v. vol. III, secț. Uzine hidraulice.

f) Canal Venturi

El înlocuește deversorul de măsură când se dorește o mică pierdere de înălțime a nivelului; canalul deschis se strâmtează lateral și prezintă pe urmă o lărgire sveltă; se măsoară supraînălțarea nivelului [5]).

g) Măsurători cu paravanul

Condițiuni: Un canal de secțiune invariabilă, prelucrat uniform pe o lungime suficientă. Un paravan ușor atârnat de un cărucior se scufundă în apă și e antrenat de ea; vitesa i se înregistrează prin contacte electrice. Se va prevedea o dispoziție potrivită a canalului pentru laboratoare sau la proiectarea instalației de turbine.

---

[1]) VDI, Regeln für Wassermengen-Messungen bei Abnahme von Wasserkraftmaschinen, Berlin 1936, ed. VDI. — [2]) ZVDI 73 (1929), p. 817. — [3]) Formula e răspândită în bibliografie cu erori de tipar, h_e fiind înlocuit uneori cu h. — [4]) Stabilite de Schweiz. Ing.- u. Arch.-Ver., Zürich. Formula are erori de tipar în bibliografie, ca în ed. a 26-a din „Hütte“, unde lipsesc exponenții pătratelor. — [5]) E n g e l, ZVDI 77 (1933), p. 1285; Arch. f. techn. Messen 4 (1935), fasc. 45; Wasserwirtsch. 32 (1937), p. 110.

Scanned with OKEN Scanner

h) Determinarea cantității din repartiția vitesei

Se determină repartiția vitesei w m/s pe secțiunea f m². Avem $V = \int w\,d f$ m³/s. Nesiguranță: Măsurătoarea e imposibilă la margine, unde vitesa scade până la zero, în plus inexactitate a măsurării vitesei la turbionare puternică. Măsurătorile utile pe parcurs drept, cât mai departe după coturi (cca de 50 ori diametrul țevii; altfel perete de rectificare și pe urmă de 6 ori diametrul țevii). In canalele circulare (țevi) măsurătoarea pe 1...3 diametre, reprezentarea grafică a rezultatelor, și anume $w = f(r^2)$, r fiind distanța dintre axa țevii și punctul de măsură; planimetrarea dă pe urmă vitesa medie $w_m = (1/f)\int w\,d f$, de unde $V = w_m f$.

Pentru măsurarea vitesei servesc:

1. **Morișca hidrometrică a lui Woltman** [1]) cu respectarea ecuației ei determinată prin încercarea de remorcare. Roata cu palete măsoară drumul apei (la remorcare drumul parcurs prin apă) prin acționarea unui mecanism de contare sau a unor contacte electrice; citind și cronometrul, înregistrat electric în cazul măsurătorilor mari, se obține vitesa.

2. **Instrumentele Pitot** (fig. 1, p. 1062). In conducte: Introducerea tubului Pitot prin conducere lungă sau presetupă. Măsurarea presiunii dinamice prin tub în U întors în sus (adică ∩), cu aer sau (pentru vitese mici) petrol ș. a. deasupra apei. De asemenea și tub întors în jos, umplut cu cloroform.

La conductele sub presiune trebue pompat aer deasupra apei cu o pompă de presiune (de bicicletă!), la conductele de aspirație apa trebue ridicată prin aspirare (aspirator din butelii și conductă de cauciuc; se vor evita bulele de aer în conducta de aducere!).

C. Măsurători privitoare la gaze [2])

1. **Contorul** de gaz pentru măsurarea curentă a volumului la presiuni joase. Contorul umed cu tambur Crossley: Carcasa e umplută cu apă până deasupra axei orizontale. La nivel invariabil al apei, fiecare tur al tamburului dă aceeași cantitate de gaz. Mici diferențe de înălțime a nivelului apei contează puțin, fiindcă la închidere camerele îndreaptă în jos vârful îngust al sectorului. La contoare de stațiune, mai importante, aducerea și scurgerea continuă a apei menține nivelul neschimbat (preaplin King).

Turația admisibilă cca 100/h. Căderea de presiune necesară mersului de obiceiu sub 2 mm col. apă. Preciziunea contoarelor de gaz bune, aproape perfectă. Se contează treceri minime; fluctuațiile de presiune și vitesă cauzează erori sensibile abia dacă mișcările apei liberează temporar muchiile închizătoare (sgomot de sorb). Când curentul de gaz e sacadat, ca în conducta de aspirație a mașinilor de gaz, compresoarelor ș. a., trebue folosite regulatoare de presiune (pungi de cauciuc când gazul e sub presiune, contor cu clopot submersibil sau diafragmă ș. a. când gazul e aspirat).

Contorul uscat: Două foale cari se comandă mutual; mai puțin exacte, evită umplerea ulterioară și pericolul de îngheț (pentru racordul caselor). Pentru cantități foarte mari: merometre ca pentru apă, și cu ajutaj în loc de tub Venturi.

2. **Rotametre** (Rotawerke, Aachen). Intr'un tub de măsură șlefuit în interior, prelungit în sus printr'o porțiune conică sveltă cu diviziuni, curentul de gaz

---

[1]) Descrierea detaliată a metodei în Handb. d. Ing.-Wiss., ed. a 4-a, partea III, vol. I, ca și în normele elvețiene. Moriști speciale pt. ape f. puțin adânci în Schweiz. Bauztg., 6 Oct. 1906. — [2]) Cp. observațiile prealabile de sub **B**, p. 1064, ca și relatările complete în VDI-Verdichterregeln, v. p. 1060, nota [1]).

un plutitor cu atât mai sus, cu cât e mai mare debitul de gaz; poziția plutitorului indică debitul de gaz (m^3/s). Plutitorul are crestături elicoidale, așa încât plutește învârtindu-se, fără a atinge pereții.

Intervalul de măsură e de obiceiu 1 la 10„ adică plutitorul se ridică la $^1/_{10}$ din debitul maximum. Modele mari. Etalonarea se face abia după ce a trecut mai mult timp gaz, fiindcă plutitoarele de ebonită absorb gaz.

3. **Instrumente de cubaj**, pentru măsurători de laborator și reetalonarea gazometrelor uzinelor de gaz. Clopote de secțiune cunoscută dislocă la coborîrea într'un rezervor de lichid volume determinabile exact printr'un tub în care se urcă lichidul. Se observă presiunea și temperatura din clopot; se transformă pentru starea normală (numai dacă e de fapt necesar!). Mărirea automată a încărcării clopotului, corespunzătoare creșterii forței ascensionale dată de imersiunea mai adâncă a clopotului, menține neschimbată presiunea în cursul coborîrii lui.

4. **Umplerea prin pompare a unui rezervor** (mai ales pentru încercările compresoarelor).

Notăm cu:

- V volumul rezervorului [m^3],
- p_1 și p_2 presiunile absolute la începutul și sfârșitul încercării [kg/m^2],
- p presiunea într'un moment oarecare,
- T temperatura absolută a **gazului la intrare** în același moment oarecare [°K],
- G cantitatea de gaz pompată în rezervor [kg],
- R constanta gazului [pp. 514 și 546],
- $\varkappa$ raportul căldurilor specifice ale conținutului rezervorului, pe care gazul ce intră îl comprimă, cum se admite, adiabatic.

In aceste condițiuni
$$G = \frac{V}{R\varkappa}\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{T},$$
unde T e dat prin experiență în funcțiune de p, iar integrala se obține grafic sau ca valoare medie; pentru temperatura T constantă a gazului care intră, avem
$$G = (V/\varkappa RT)\,(p_2 - p_1) \text{ și pentru aer } G = (V/41{,}3)\,(p_2 - p_1)/T.$$

5. **Aerul comprimat** se măsoară cu mijloacele pentru măsurători privitoare la apă și abur (v. acolo). Instrumentele uzinelor Askania pentru aer comprimat, așa numitele divizoare de curent cu orificii de trecere comandate prin diafragmă, destinate î. a. pentru unelte cu aer comprimat.

6. **Orificii de scurgere.** „Regulile de măsură VDI pentru debitele scurse“ [1]) specifică între altele:

Pentru realizarea presiunii active se montează în conducta de diametru D mm un ajutaj (fig. 4) sau o diafragmă (fig. 5) de diametru d mm, care produce o strâmtare în raportul $m = d^2/D^2 = f/F$; creșterii de viteză îi corespunde o creștere de presiune care i se aplică unui manometru diferențial ca presiune activă.

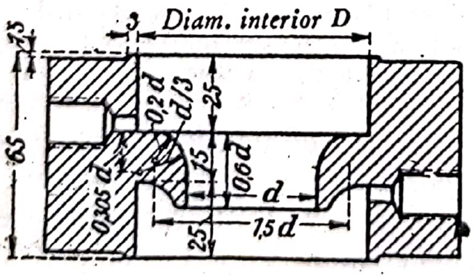


Fig. 4. Ajutaj normal 1930.

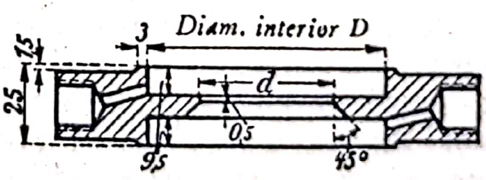


Fig. 5. Diafragmă normală 1930.

Obligatorii numai dimensiunile expuse curentului.

1) V D I, Regeln für die Durchflussmessung mit genormten Düsen und Blenden. DIN VDI 1952. ed. a 4-a, Berlin 1937, editura VDI.

Scanned with OKEN Scanner

Din presiunea activă se pierde permanent numai o parte, şi anume

pentru $m =$	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7
la ajutajul normal	0,905	0,82	0,67	0,54	0,43	0,33	—
la diafragma normală	0,95	0,9	0,79	0,69	0,6	0,5	0,33.

Manometrul diferenţial măsoară adesea presiunea activă $(P_1 - P_2)$ [kg/m²] sub forma unei coloane de lichid $h = (P_1 - P_2)/\gamma$[m] de greutatea specifică γ [kg/m³], pentru care diferenţa de greutate e în cazul mercur/apă:

pentru	0	5	10	15	20	25°
$\frac{1}{1000} \cdot (\gamma_{Hg} - \gamma_a) =$	12,59	12,58	12,57	12,55	12,54	12,53 kg/l.

Din presiunea activă $(P_1 - P_2)$ [kg/m²] rezultă greutatea debitului:

$$G = \alpha\,\varepsilon\, d^2\, 0{,}01252 \sqrt{(P_1 - P_2)\,\gamma_1}\ [\mathrm{kg/h}] \quad . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Coeficientul de debit α depinde deasupra anumitor valori ale lui $Re_D = w\,D\,\gamma_1/g\,\eta$ numai de m; el e de determinat prin încercări numeroase.

Corecţia de expansiune ţine cont de dilataţia volumului vinei de gaze şi vapori; $1 - \varepsilon$ e aproximativ proporţional cu căderea relativă de presiune $(P_1 - P_2)/P_1$, şi dependent de $\varkappa = c_p/c_v$ (valorile numerice în pp. 514, 539 şi 546). Pentru fluidele incompresibile $\varepsilon = 1$.

$0{,}01252 = 3600 \cdot 10^{-6} \sqrt{2g}\, \pi/4$.

Re_D e numărul lui Reynolds raportat la diametrul (nu raza) conductei (nu al ajutajului sau diafragmei) D [m],
η vâscozitatea dinamică [kgs/m], valorile numerice pentru lichide în p. 458, pentru gaze şi vapori în p. 458, pentru abur în p. 459,
γ_1 greutatea specifică corespunzătoare lui P_1 [kg/m³],
w vitesa de scurgere [m/s] în secţiunea conductei.

Trebue observat deci că d şi D se iau în milimetri şi că numai Re_D se referă la D în metri, spre a descărca formulele de cifre incomode.

Valorile lui α şi ε se dau în tabelele 1, 2 şi 3, cât e nevoie pentru evaluarea unor măsurători simple; pentru măsurători obligatorii la încercări de recepţie se vor folosi datele cuprinse în regulile DIN VDI; textul lor ar trebui cunoscut şi la întrebuinţarea tabelelor 1, 2 şi 3. Valorile de bază pentru α privesc tuburile netede (de ex. tub nou de fontă, diametrul interior 200 mm, gudronat în interior) iar la diafragmă cazul muchiei ascuţite (realizabil pentru $d = 150$ mm, luând după terminarea alezajului o aşchie fină din spre alezaj radial spre exterior; pentru $d \geqq 150$ mm muchia poate fi luată uşor cu hârtie cremene); altfel, adică pentru aproape toate tuburile în serviciu de diametru mai mic, trebue aplicată corecţiunea.

Rezultatele sunt valabile cu toleranţe de 0,5...3% de adunat dintr'o toleranţă de bază mică deasupra limitei de toleranţă şi mai mare dedesubtul ei, cu adausuri pentru rugozitate şi impreciziune valorile nu pot fi comunicate aici. In medie trebue să ne aşteptăm în serviciu deasupra limitei de toleranţă la ajutaj la 1,5%, la diafragmă la 2% neexactitate, şi la mai mult cu murdărire crescătoare a tubului şi uzură sau murdărire crescătoare a deschiderii.

Tabela 1. Cifre de debit α ale diafragmei normale 1930.

m		0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
In jos până la Re_D		13 000	25 000	50 000	75 000	100 000	125 000	150 000	175 000
valoarea de bază a lui α e		0,598	0,602	0,615	0,634	0,661	0,696	0,742	0,804
In jos avem la Re_D	100 000	0,598	0,602	0,615	0,634	0,661	0,697	0,745	0,811
	50 000	598	602	615	636	664	702	752	(821)
	30 000	598	602	617	638	668	708	760	—
	20 000	598	603	619	641	672	714	772	—
	10 000	599	605	622	646	681	729	(788)	—
	8 000	600	606	625	652	690	(735)	—	—
	6 000	601	608	628	658	(702)	—	—	—
	5 000	602	610	635	—	—	—	—	—

Când ţeava are rugozitate în serviciu şi muchia nu e ascuţită aceste valori α trebue înmulţite cu

la $D =$ 50 mm	1,024	1,023	1,023	1,024	1,025	1,026	1,028	1,031
100	019	016	014	014	014	015	016	018
200	011	008	005	004	004	005	006	007
300	006	003	000	000	000	000	000	000

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 2. Coeficienţi de debit α ai ajutajului normal 1930

	$m =$	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65
In jos până la Re_D =		70000	73000	81000	110000	170000	190000	200000	200000
valoarea brută a lui α e =		0,987	0,989	0,999	1,013	1,041	1,081	1,142	1,183
Mai jos avem la Re_D =	100 000	0,987	0,989	0,999	1,016	1,039	1,077	1,142	1,183
	70 000	987	989	999	015	037	073	142	—
	50 000	987	987	997	012	034	(064)	—	—
	40 000	984	983	995	010	030	—	—	—
	30 000	978	976	989	006	026	—	—	—
	20 000	953	964	979	0,998	019	—	—	—
	10 000	914	937	960	981	006	—	—	—

Când ţeava are rugozitate în serviciu, aceste valori α trebue înmulţite cu

la $D =$ 50 mm	1	1	1	≈ 1	1,003	1,008	1,014	1,017
100 „	1	1	1	≈ 1	002	005	010	012
200 „	1	1	1	≈ 1	001	002	005	007

Tabela 3. Valori $1 - \varepsilon$ pentru presiunea activă $P_1 - P_2 = 0{,}01\ P_1$
(La presiunea activă mai mică proporţional mai mici, la mai mare crescând mai repede)

		$m =$	0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
Ajutaj	$\varkappa = 1{,}31$	$1 - \varepsilon =$	0,062	0,064	0,068	0,075	0,082	0,098	—
	$\varkappa = 1{,}41$	„	056	059	063	0,068	076	090	—
Diafragmă	$\varkappa = 1{,}31$	„	0,033	—	0,036	—	0,041	0,044	0,049
	$\varkappa = 1{,}41$	„	031	—	033	—	038	041	045

D e t a l i i : Ajutajul să fie neted, forma trebue încercată cu un calibru, măsurarea diametrului cu preciziunea de ± 0,001 *d*. Muchia diafragmei trebue să fie ascuţită. Suprafaţa frontală din faţa orificiului să fie netedă, diametrul să se măsoare cu preciziunea de ± 0,001 *d*.

In amonte şi aval de piesa care stabileşte presiunea activă conducta trebue să fie dreaptă şi fără perturbări (tabela 4).

Tabela 4. Lungimi de conductă neperturbate necesare
(Extras. Curbele merg adesea neregulat.)

	Ajutaj normal				Diafragmă normală			
	Intrare		Ieşire		Intrare		Ieşire	
$m =$	0,2	0,4	0,2	0,4	0,2	0,4	0,2	0,4
Cot simplu	10 *D*	15 *D*	5 *D*	10 *D*	8 *D*	18 *D*	5 *D*	5 *D*
Contracot în plan	6 „	20 „	6 „	27 „	5 „	10 „	5 „	10 „
Cot-triplu strâmb	20 „	30 „	10 „	27 „	28 „	28 „	5 „	5 „
Supapă	28 „	60 „	5 „	5 „	28 „	55 „	5 „	5 „

Aceste valori privesc un singur orificiu. Dacă presiunea activă se ia din camere inelare, intrarea poate fi cu 20% mai scurtă, iar ieşirea trebue să fie 5 *D*. Dacă lungimile de conductă sunt numai pe jumătate din cele indicate, se produc erori de ± 0,5% privitoare la măsurarea debitului.

O diferenţă între momentele de vitesă în fluidul mobil, produsă de ex. de o pereche de coturi dispusă strâmb, poate fi atenuată printr'un rectificator, care trebue să fie dispus însă destul de departe de locul de măsură. Şi florile de sudură deranjează; vanele semideschise sunt inadmisibile, resp. reclamă lungimi de conductă de egalizare de 50 *D*...100 *D*.

Faza fluidului în mişcare trebue să fie pură: aburul să nu aibă umiditate, lichidul să nu aibă gaz sau nămol. Pulsaţiile maşinilor cu piston sunt inadmisibile, dar cp. Z V D I 82 (1938), p. 1107.

Comparaţia dintre ajutaj şi diafragmă. Cuplele de mai jos dau aceeaşi presiune activă la debit dat; la măsurătorile permanente în serviciu contează o mică pierdere permanentă de presiune şi valabilitatea până la Re_D, cât mai mici, la încercări de recepţie contează o toleranţă mică.

Tabela 5. Toleranţa pentru α la ajutajul şi diafragma normală 1930

	Ajutaj	Diafragmă	Ajutaj	Diafragmă	
$m =$	0,5	0,689	0,3	0,450	
au ambele $\alpha \cdot m =$	0,55	0,55	0,305	0,305,	deci pres. activă egală.
Pierdere de presiune perman.	0,33	0,345	0,54	0,55	din presiunea activă
Toleranţă	± 0,5%	± 2%*)	± 0,5%	± 1,5%*)	*) până la
în jos până la Re_D . =	280 000	175 000	130 000	110 000	$D = 200$ mm
Lungimea nederanjată necesară	intrare		12 *D*	20 *D*	
în aval de cot:	evacuare		8 *D*	5 *D*	

7. **Tubul Venturi** corespunde din punct de vedere al tehnicei măsurilor ajutajului de acelaşi raport al diametrelor la luarea presiunii pe brida receptoare; prelungirea conică montată în aval micşorează ulterior pierderea de presiune mai mult decât la ajutaj sau diafragmă, în vederea economisirii cheltuelilor de serviciu; de altă parte, tubul Venturi realizează la pierdere de presiune admisibilă dată o diferenţă de presiune mai mare pentru măsură, adică energie de măsură mai mare. Luarea se face în amonte de tub şi în secţiunea minimă; din raportul $\sqrt{m}$ al diametrelor şi din diferenţa de presiune se calculează debitul ca pentru ajutaj, coeficientul k fiind dat de etalonare (fig. 7).

8. **Măsurarea debitului din repartiţia vitesclor** ca sub **B h**). Pentru măsurătorile de vitesă se întrebuinţează

a) **Anemometre.** Anemometre cu aripioare: Axa trebue ţinută în direcţiunea vântului; citirea la mecanism contor sau contact electric. Măsoară între 0,5 şi 10 m/s, instrumentele cu aripioare de mică între 0,12 şi 5 m/s. Anemometre cu aripioare emisferice: Axa poate avea orice poziţie în planul perpendicular pe direcţiunea vântului; citirile ca mai sus; măsoară între 1 şi 30 m/s. Se măsoară spaţiul parcurs de vânt; mai trebue citit cronometrul. Anemotahimetrele evită nevoia citirii simultane a cronometrului (ele sunt combinaţii de anemometre cu aripioare emisferice şi tahimetre cu pendul centrifugal).

b) **Instrumente Pitot** (p. 1062). Din cauza legii pătratice, măsurarea vitezelor mici (sub 4 m/s) e dificilă; la nevoie cu micromanometre sau minimetre; în sus nu e limitată. Prezintă dificultăţi la luarea presiunii, p. 1060.

D. Măsurători privitoare la abur

Cp. observaţia preliminară de sub B (p. 1064).

1. **Măsurarea apei de alimentare a cazanului** menţinând invariabil nivelul apei în cazan şi în eventuale rezervoare şi aceeaşi presiune în cazan la începutul şi sfârşitul timpului de măsură: Dispozitivele după **B a**) în conducta de aspiraţie sau apometre de alimentarea apei după **B b**) în conducta de presiune. La producerea de abur saturat, măsurătoarea e greşită cu cantitatea de apă antrenată; nivelul apei trebue ţinut mereu scăzut; alimentarea trebue să fie mereu uniformă. Nu se face depunerea noroiului sau (preferabil) trebue să se măsoare cantitatea.

2. **Măsurarea aburului condensat după maşină.** Se măsoară separat luarea prin oale de condensare ş. a. In cazul aburului saturat, erorile ca sub 1.

3. **Măsurătoare de abur.** Dacă $((p_1-p_2)=\Delta p$ [kg/m²] e diferenţa de presiune din faţa şi din urma secţiunii de strangulare şi γ_1 [kg/m³] greutatea specifică din faţa ei, trece prin secţiunea F [m²] debitul de greutate:

$$G=cF\sqrt{\Delta p}\sqrt{\gamma_1}\ \text{[kg/s]}.$$

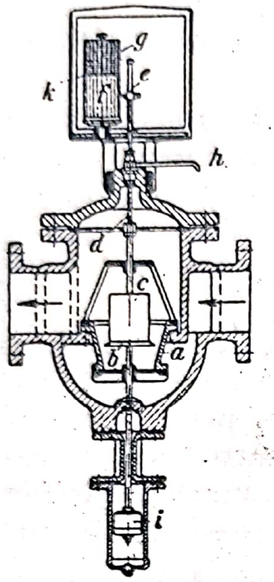
$c=k\sqrt{2g}$ e constanta aparatului, condiţionată de contracţiune şi frecare, determinată experimental drept corecţie din cauza neglijării expansiunii. La măsurătorul cu plutitor Δp e de obiceiu constant şi F o măsură a lui G; la măsurătorul cu gură, F e constant şi $\sqrt{\Delta p}$ o măsură pentru debitul de abur. Se deosebesc deci:

a) Măsurătoare cu plutitor. Curentul de abur antrenează plutitorul. Dispoziţia e astfel, încât elongaţia creşte cu debitul de abur; din elongaţie se poate recunoaşte deci debitul de abur. De regulă plutitorul e practicat într'o carcasă care se montează pe conductă ca o supapă (fig. 6).

b) Măsurătoare cu gură. Se introduce un ajutaj sau o diafragmă (ca pentru aer, p. 1068) în conductă, ca o bridă oarbă. Căderea de presiune care se citeşte sau se înregistrează la un manometru diferenţial e o măsură a debitului de abur.

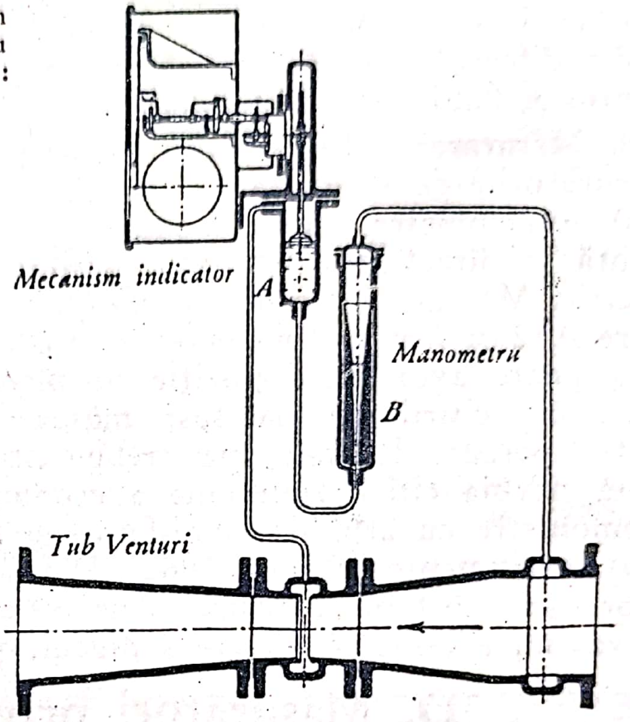
Dacă se întrebuinţează un tub Venturi (fig. 7) pentru realizarea presiunii active, se obţine o mai mică pierdere de presiune permanentă. Măsurarea presiunii active se face cu măsurătoare de diferenţă de presiune echipate special, spre a realiza o deviaţie proporţională cu r a d i c a l u l diferenţei de presiune (*B* în fig. 7); se întrebuinţează mult balanţa cu inel din cauza marei sale capacităţi de lucru.

α) C i t i r e a d i r e c t ă a debitului instantaneu de abur (aşa numitul contor de abur, numire incorectă fiindcă tocmai contorul dă indicaţii progresive; mai corect in-dicator de abur). Scopul, de ex.: fochistul poate regla focul în hala de cazane î n a-i n t e ca presiunea cazanului să varieze sensibil; b) r e p r e z e n t a r e a î n d i a g r a m ă a debitului instantaneu de abur, cu timpul în abscise. Scopul:



a ajutaj de măsură, *b* plutitor, *c* greutate, *d* bară de nichel, *e* creion, *f* tambur, *g* înregistrator, *h* tub pt. abur de infiltraţie, *i* frână şi greut. de echilibrare a presiunii pe presetupă, *k* marcă pt. controlul punctului final.

Fig. 6. Măsurător de abur cu plutitor, Bayer-Siemens.



A şi *B* vase cu mercur, *B* construit parabolic.

Fig. 7.

Măsurător de fluid înregistrator S & H. Intrebuinţabil ca măsurător de abur, dacă e echipat cu vase de echilibru.

Se poate recunoaşte ulterior mersul serviciului şi o eventuală risipă; prin planimetrare (de ex. cu planimetrul liniar; baza, linia zero a diagramei, nu trebue parcursă) se obţine cantitatea scursă în timpul total (12 sau 24 h), dacă ordonatele sunt proporţionale cu debitul de abur; γ) i n t e g r a r e a a u t o m a t ă cu ajutorul unui mecanism contor: se poate citi în fiecare moment la contor cantitatea scursă p â n ă a t u n c i. Insumarea se realizează mecanic (planimetru automat) sau electric (montarea de rezistenţe şi contor de amperiore sau energie).

Atât la măsurătoarele cu plutitor, cât şi la cele cu gură, *c* se determină prin etalonare la stare cunoscută γ_1 a aburului, sau se calculează ca pentru aer cu coeficientul de debit *k*; la dimensiuni egale, coeficientul de debit *k* poate fi transpus dela un mediu la altul, cât timp numărul lui R e y n o l d s $Re_D = wD\gamma_1/g\eta$ e acelaşi; cp. deci C 6 (formula 1, fig. 4, 5, tabela 1...5). Vâscozitatea $\nu = \eta g/\gamma$ a aburului în S p e y e r e r [1]).

Dacă p r e s i u n e a şi t e m p e r a t u r a aburului nu corespunde ipotezelor, trebue aplicată o corecţiune proporţională cu $\sqrt{\gamma_1}$; în acest scop trebue observat p_1 în faţa locului de măsură şi la abur supraîncălzit şi T_1; la înregistrarea electrică, încercări de a ţine seamă de ambele influenţe

[1] Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 273 sau: Arbeitsblatt 7, VDI-Durchfluss-Messregeln.

Scanned with OKEN Scanner

prin montaje cu rezistenţă s. as. Pentru abur saturat p_1 e aproximativ proporţional cu γ_1; astfel $G \approx c_1 F\sqrt{\Delta p}\sqrt{p_1}$. Anumite măsurătoare de abur ţin seamă automat de p_1, formând cu un mecanism cinematic produsul $\sqrt{\Delta p}\sqrt{p_1}$, indicându-l, înregistrându-l sau integrându-l.

Forţa directoare care realizează deviaţia creşte la apropierea de punctul zero în cazul măsurătoarelor cu plutitor, şi devine foarte mică la apropierea de punctul zero în cazul măsurătoarelor cu gură, din cauza legii de scurgere pătratice; în apropierea punctului zero indicaţia lor e deci rea, adică trecerile lente sunt indicate fals (sub 15...20% din indicaţia maximă, adică 25...30% din indicaţia normală), iar controlul punctului zero e defectuos. Măsurătoarele cu plutitor cu diametrul de racord de peste 200 mm devin greoaie şi deci nu se construesc. De aici separarea domeniilor de aplicaţie: măsurătoarele cu gură pentru halele de cazane mari, unde nu e de aşteptat debit mic; măsurătoarele cu plutitor pentru receptoare izolate, pentru racorduri de 200 mm şi mai puţin.

In afara halelor de cazane, măsurătoarele cu gură prezintă pericol de îngheţ pentru conductele sub presiune umplute cu apă, ale căror racorduri trebue să fie asigurate ca la toate manometrele diferenţiale, prin porţiuni orizontale de conductă sau vase de echilibru, contra variaţiunilor de nivel (p. 1061); e greu ca acestea să fie ţinute umplute uniform, bulele de gaz falsifică considerabil diferenţa de presiune, aburul cu conţinut de gaz (CO_2 din purificarea apei cu sodă) aduce mereu bule de gaz. — Pierderea de presiune: la măsurătoarele cu gură e crescătoare dela 0 până la vreo 0,15 kg/cm²; la măsurătoarele cu plutitor, începând cu vreo 0,05 kg/cm² sarcină pe plutitor, crescând prin rezistenţele curentului la vreo 0,15 kg/cm².

Intrebuinţarea unui tub Venturi în locul gurii dă o mai mare diferenţă de presiune pentru acţionarea instrumentului indicator (forţă directoare mai mare), la pierdere de presiune mediocră, dar nu înlătură dispariţia forţei directoare în apropiere de punctul zero; aceasta nu poate fi evitată nici prin transmisiuni.

Când scurgerea aburului are pulsaţii — la maşinile cu piston încă la distanţă considerabilă de maşină —, măsurătoarele de abur nu sunt întrebuinţabile: măsurătoarele cu plutitor pendulează, aşa încât citirea e imposibilă; măsurătoarele cu gură dau o bună citire, dar rezultatul e greşit.

IV. Măsurători de putere

Lucrul mecanic [1]**):** 1 kWh = 860 kcal = 367 000 kgm;
1 CPh = 632 kcal = 270 000 kgm;

Puterea [1]**):** 1 kW = 1,36 CP = 102,0 kgm/s = 0,239 kcal/s;
1 CP = 0,736 kW = 75 kgm/s;

Puterea: $N = M_d n/716$ [CP] $= M_d n/973$ [kW]; M_d = cuplul măsurat în kgm, n/min = turaţia.

1. **Dinamometrele cu frână** produc un cuplu de încărcare şi totodată îl măsoară. Cele două acţiuni sunt independente una de alta. Frâna Prony: Pe arbore e fixat un disc de frânare asupra căruia lucrează saboţii (de lemn de esenţă tare sau metal) ai unei frâne cu saboţi (fig. 8). Greutatea corespunzătoare cuplului dorit trece pe basculă (tara braţului de frânare se determină sprijinind în repaus frâna slăbită pe o prismă triunghiulară în b); deservirea piuliţelor de strângere asigură funcţionarea basculei. Sub piuliţele de strângere sunt convenabile resoarte cari fac ajustarea sensibilă. Avem $M_d = G\,l$; $N = G\,l\,n/716 = C\,G\,n$ [CP]; C se numeşte constanta frânei. Dacă bascula e înlocuită prin greutăţi atârnate (cari trebue asigurate contra asvârlirii), e convenabil ca, la acelaşi sens de rotaţiune a arborelui, pârghia de frânare să se întoarcă cu 180°, dispozitivul nefiind altfel stabil. Ungerea şi răcirea trebue să fie bună.

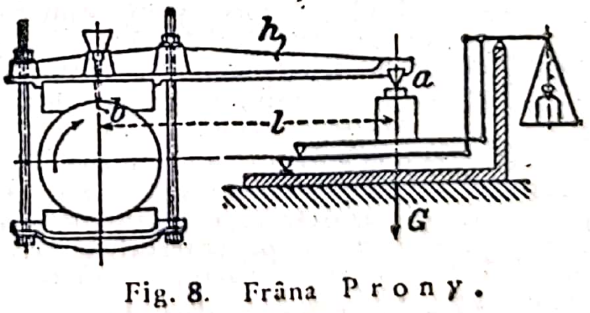


Fig. 8. Frâna Prony.

Dimensiunile discului de frânare se obţin după Bach din $N \leq {}^1/_{75} \cdot w\,b\,d$.

[1]) V. şi tablele din anexă, p. 1211 ş. u.

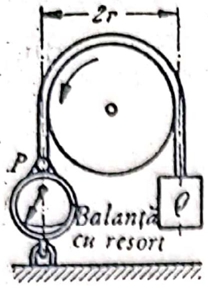


Fig. 9.
Frână cu cablu.

Mai sus am notat cu:

d diametrul discului de frânare [cm];
b lăţimea saboţilor frânei [cm].
w până la 0,5 la răcirea în aer
până la 2,5 la răcire cu apă,
până la 5,0 la răcire cu apă, vitese mari şi presiuni pe suprafaţă mici.

Pt. puteri mari, benzi de frânare în locul saboţilor (frână cu bandă).

In cazul frânei cu cablu (fig. 9) puterea frânată e

$$N = rn\,(Q - P)/716\ [\mathrm{CP}];$$

P e tracţiunea de citit la cântarul cu resort [kg], *r* raza discului [m] mărită cu jumătate din grosimea cablului, *Q* greut. atârnate [kg].

Reglarea ulterioară cu mâna la schimbarea frecării o evită dinamometrele cari strâng sau slăbesc automat (dinamometre de frână cu bandă, fig. 10).

Frânele cu apă se întrebuinţează la turaţie înaltă. Discuri circulare fixate pe arborele maşinii se rotesc într'o carcasă umplută mai mult sau mai puţin cu apă, după cum e sarcina. Mişcarea apei tinde să antreneze carcasa în sensul de rotaţiune; forţa tangenţială se măsoară ca la frâna Prony, prin greutăţi sau basculă cu braţ.

Pentru turaţii mai joase: frâna cu apă a lui Froude, cu rezistenţă (cuplul produs) mărită, faţă de discurile netede, prin paletaj în formă de buzunare (Krupp Germaniawerft); frâna cu creion de şoc a lui Junkers: mai multe serii de creioane de şoc în sens contrar, a căror introducere sau scoatere stabileşte cuplul la valori uşor de măsurat. Pentru turaţii înalte morişti de frânare în aer: adică pentru motoare de avion şi automobil; elicele asigură totodată răcirea motorului, aripile de frânare cu suprafeţe de rezistenţă drepte şi de obiceiu reglabile nu răcesc. Moriştile trebue etalonate. Etalonarea depinde de densitatea aerului şi montaj.

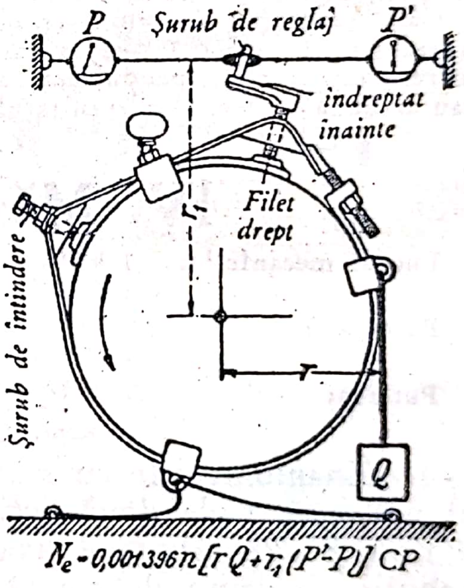


Fig. 10.
Frână autoregulatoare Brauer

1. Dinamometrele de intercalare măsoară cuplul transmis, fără a-l anihila. Indicatorul de torsiune al lui Föttinger sau DVL [1]) măsoară tordarea a două secţiuni ale arborelui, la o anumită distanţă — de măsură — una de alta. Arcul de torsiune se înregistrează. Cuplul se calculează din

$$M_d = [\psi\, G \pi\, (d^4 - d_1{}^4)]/32\, l\ [\mathrm{kgcm}],$$

unde

ψ e unghiul de torsiune (în radiani) pe lungimea de măsură l [cm],
d_1, d_2 diametrul arborelui, respectiv al găurii [cm],
G modulul de tăiere (pentru oţelul de arbori de vapoare 829 000 kg/cm²).

Dinamometrul de torsiune Vieweg (Bamag) serveşte la încercarea maşinilor-unelte; torsiunea unei bare de măsură înlocuibilă se indică pe cale optică. pentru turaţie înaltă în execuţie protejată. Intervalele de măsură 10, 50, 250 kgm.

Alte dinamometre de intercalare (Fischinger, Rateau) pt. măsurarea consumului de energie al maşinilor-unelte se întrebuinţează rar, fiind înlocuibile cu 3 şi 4.

3. Metoda momentului de reacţiune. Cuplului util produs de o maşină îi corespunde un cuplu de reacţiune de aceeaşi mărime, exercitat de carcasa maşinii asupra fundaţiei. In loc de a determina deci momentul util prin frânare, se poate determina momentul de reacţiune, plasând carcasa pe două bascule sau suspendând-o ca să se poată roti. Din moment, puterea se calculează ca în cazul frânării. Puterea nefiind anihilată, prin opoziţie cu frânarea, metoda reacţiunii înlocueşte dinamometrul de intercalare.

[1]) ZVDI 81 (1937), p. 353

Scanned with OKEN Scanner

E x e m p l u : Se măsoară consumul de putere al unei pompe centrifugale, antrenând-o cu un motor electric pendulant (dinam pendular). Platforma de încercare DVL a motoarelor de avion: încărcarea prin elice, dar măsurarea prin reacțiune.

Pt. măsurători mai exacte nu trebue neglijat faptul că momentul de reacțiune diferă prin anumite pierderi de cuplul dela arbore; trebue considerată frecarea în palière și rezistența aerului, după cum e dispoziția [1]). Protecțiunea v. sub 2.

4. **Măsurarea electrică a puterii.** In multe cazuri puterea cedată de o mașină de forță se poate măsura prin aceea a unui dinam antrenat de ea, al cărui randament e cunoscut — și invers, puterea cerută de o mașină de forță prin puterea cerută de motorul de antrenare, ușor de măsurat pe cale electrică.

In primul caz, dacă e nevoie, energia electrică produsă se t r a n s f o r m ă î n c ă l d u r ă î n r e z i s t e n ț e c u a p ă : distanța dintre plăci e funcțiune de tensiune, suprafața de plăci folosită (utilizabile pe o față sau pe ambele, după cum e dispoziția) e funcțiune de curent. Reglarea puterii se face prin varierea imersiunii, adăugarea de sodă, sare de bucătărie sau acid clorhidric.

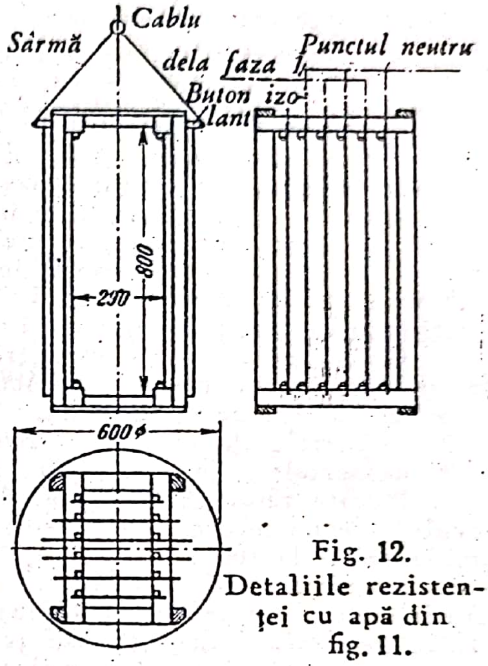


Fig. 12. Detaliile rezistenței cu apă din fig. 11.

O rezistență cu apă (v. și vol. II, Tehnica electrocăldurii) (fig. 11 și 12) din tablă de oțel de 1 mm în trei butoaie de petrol, a corespuns în serviciu permanent la 220 V între faze pt. 240 kW (cca 800 A în fiecare fază); la o secțiune activă de 2 × 1,6 m² stăteau deci la dispoziție 40 cm²/A. Se schimbă câte 1 m³/h de apă pe butoiu, spre a evita debordarea prin fierbere.

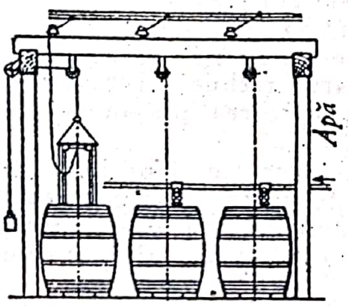


Fig. 11. Rezistență cu apă

La 500 V curent continuu ajunge adesea apă curată, fără adaus de sare sau sodă; la tensiuni mai înalte, curent alternativ de cca 3000 V, se poate întrebuința totdeauna apa curată. Apă de scurgere e încărcată electric (atențiune!). Distanța între electrozi cca 8 cm/1000 V pentru apă de rezistivitatea 2000 Ω/cm³. Producerea bulelor trebue evitată, fiindcă micșorează suprafața electrozilor; când se desvoltă mult gaz, încărcarea devine discontinuă și electrozii se pot încălzi până la topire. La uzinele cu turbine h i d r a u l i c e se pot folosi ore întregi table de oțel (de 0,5...1 mm) prinse între ele prin bucăți de lemn și introduse în canalul apei de evacuare, pentru puteri mari, dacă rămân mereu bine sub apă (de încărcat din cauza forței ascensionale); densitatea de curent e cca 1 A pe 5...10 cm², adică ajung trei plăci de 30 × 30 cm² la distanța de 10...15 cm pentru 500 kW curent trifazat la 3000 V. Pentru anihilarea unor puteri mai mici se folosesc și bobine sau rezistențe de becuri.

R a n d a m e n t u l resp. p i e r d e r i l e mașinii electrice se vor lua din datele firmei constructoare sau prin încercare separată. Randamentele c u p r i n d pierderile în reostatele în serie sau de câmp necesare.

5. **Indicatorul** servește la determinarea puterii indicate (cedare sau consum) a m a ș i n i l o r c u p i s t o n. Piesele: Cilindru cu piston încărcat cu resort de măsură înlocuibil, lucrând asupra unui creion; tambur cu hârtie, antrenat de capul de cruce printr'un reductor de cursă intercalat, cu resort de readucere; reductorul de cursă trebue să reducă proporțional; din cauza alungirii sforii, se va lua de preferință cursa întreagă și nu cea redusă. Diagrama: Presiunea din cilindru (forța asupra pistonului) ca ordonată deasupra volumului cursei (cursa pistonului) în abscise; aria conturnată, de măsurat prin planimetrare, dă lucrul mecanic al unei curse. Puterea N_i e

$$N_i = F_w \, s \, n_w \, p_i / (60 \cdot 75) = C \, n_w \, p_i \ [\mathrm{CP}].$$

[1]) ZVDI 79 (1935), p. 468; Forschung 5 (1934), p. 196; ZVDI 81 (1937), fasc. 41.

Mai sus am notat cu:

F_w secţiunea activă a pistonului (secţiunea cilindrului mai puţin a tijei pistonului etc.) [cm²],

s cursa pistonului [m],

n_w numărul de curse active pe minut,

= dublul turaţiei pt. maşinile cu dublu efect (unde F_w e media celor două feţe),

= turaţia în cazul maşinilor cu simplu efect sau al valorificării a numai unei feţe a unei maşini cu dublu efect,

= jumătate din turaţie pentru maşinile în patru timpi,

p_i presiunea indicată medie [kg/cm²],

= aria suprafeţei diagramei: lungimea diagramei × scara reprezentării. Pentru maşinile în patru timpi trebue determinată separat aria pierderilor printr'o diagramă cu resort slab şi să se scadă p_i determinată din ea. La formă variabilă a diagramei se iau grupuri de cinci diagrame şi se caută p_i mijlocie, de ex. pentru motoare Otto.

C constanta cilindrului (raportabilă şi la n în loc de n_w).

Resortul indicatorului poate fi afară (la rece) sau în interior (adică la cald pentru maşinile termice). Presiunea maximă şi scara de înregistrare (deviaţia mecanismului de înregistrare al indicatorului în mm pentru urcarea de presiune de 1 kg/cm²) e indicată pe resort; de ex. pt. resortul de 10 kg: 1 kg = 6 mm; pt. resortul de 2 kg: 1 kg = 25 mm. Fiindcă resoartele îşi pot schimba elasticitatea, scara de înregistrare trebue verificată prin etalonare.

Dispoziţiunile VDI pentru încercarea resoartelor de indicator:

1. Orice indicator ale cărui resoarte trebue încercate, trebue încercat mai întâi în ce priveşte starea lui, în particular frecarea pistonului, etanşeitatea şi mersul mort al mecanismului de înregistrare.
2. Resoartele de indicator trebue încercate prin încărcarea cu greutăţi.
3. Resoartele trebue încercate în legătură cu mecanismele de înregistrare.
4. Fiecare resort care ajunge la temperatură mai înaltă în cursul folosirii indicatorului trebue încercat în general la rece şi la cald, şi anume la cca 20° (temperatură ambiantă) şi la 100°.
5. Resoartele trebue încercate cu încărcare în mai multe trepte, şi anume în minimum cinci trepte deasupra liniei atmosferice şi în minimum trei trepte dedesubtul ei. In certificatul de încercare trebue trecute separat toate valorile din încercare.
6. Diametrul pistonului indicatorului se măsoară la temperatura ambiantă.

Pentru determinarea lui p_i din diagrama indicatorului şerveşte planimetrul. La resort neuniform, diagrama se împarte în făşii orizontale, ale căror arii se planimetrează separat. Uneori se determină astfel din mai multe diagrame o scară medie, spre a putea planimetra fără subîmpărţire un mare număr de diagrame asemenea. E recomandabil să se evite resoartele rele.

Forme de indicatoare speciale. Tambururi în turaţie continuă sau bandă de hârtie desfăşurată continuu în locul tambururilor oscilând alternativ dau diagrame de timp sau de drumul manivelei (în locul diagramelor de drumul pistonului); scopul lor e punerea în evidenţă a fenomenelor din apropierea punctului mort. In acelaşi scop se ridică şi diagrame decalate (mişcarea tamburului derivată dela o manivelă decalată cu 90°). Ridicarea continuă a diagramelor drumului pistonului se face cu tambur special, care face să progreseze puţin la sfârşitul fiecărei curse duble o bandă de hârtie, pentru ca diagramele să rămână separate. Se folosesc indicatoare cu cilindru şi piston înlocuibil, ultimele cu ¹/₂, ¹/₅ sau 4 ori secţiunea normală (3,14 cm² pt. diametrul de 2 cm); scara de înregistrare e modificată corespunzător; important pt. indicarea presiunilor înalte (maşini Diesel) sau a presiunilor deosebit de joase (maşini suflante, pompe de vid)..

Indicarea la înaltă turaţie [1]). 1. Micşorarea diagramei în lungime şi înălţime, indicatoare cu masă proprie mică, la nevoie până la n = 2500 mm; corectarea oscilaţiilor suprapuse prin derivare dublă a diagramei ridicate [2]) (derivator cu prisme Harbou, Askaniawerke); unde acestea sunt insuficiente: 2. ridicarea a diferite puncte ale diagramei, luate pe rând a) după robinet [3]) sau b) prin supapă de distribuţie, contraîncărcată progresiv cu aer comprimat, indicaţia fiind trecută de o lampă luminiscentă [4]) fotografic în diagramă. Micşorarea, aproape evitarea acţiunilor de masă. 3. Prin diagrame foarte mici sgâriate cu diamant pe sticlă sau film, grosimea sgârie-

[1]) Meurer, Indikatoren für schnellaufende Verbrennungsmotoren, ZVDI 80 (1937), p. 1447, acolo bibliografie. — Kallhardt, Indizieren schnellaufender Verbrennungsmotoren, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 376 (1936). — [2]) Fliegner, Schweiz. Bauztg. 18 (1891) p. 27; Borth, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 55. — [3]) Juhasz, ZVDI 68 (1924), p. 477. — [4]) Glimmlampen - Indikator der DVL, Scheuermeyer, Jahrb. DVL 1937, p. 464. — Gasterstädt, ZVDI 69 (1925), p. 1371. — [5]) Luftfahrtforschung 14 (1937) p. 373.

turii fiind de 2...0,5 μ, măsurătoarea microscopică [5]); 4. prin corpuri de măsură de cărbune, variația de rezistență exercitându-se electric, asupra unui montaj în punte, sau 5. prin cuarț, în care se produc prin presiune (piezoelectric) sarcini electrice; în ambele cazuri, mersul rapid se pune în evidență în diagrama tipului, optic sau fotografic, prin oscilografe cu buclă sau catodice [1]); tuburile Braun speciale cu două perechi de plăci de deviație, dintre cari una e influențată de drumul pistonului, dau diagrama drumului pistonului.

Indicarea pentru anumite tipuri de mașini: Pentru mașinile cu mai mulți cilindri (mașini cu doi și trei cilindri sau compound) se calculează puterea fiecărui cilindru și se adună. Pt. mașinile cu ardere internă diagrama principală se ridică cu resort tare sau piston mic, iar pt. suprafața de scăzut se folosește o diagramă cu resort slab; scăzând una din alta presiunile lor indicate, se obține presiunea indicată activă; pt. mașinile Otto mai multe diagrame din cauza dispersiunii diagramelor individuale. Pompele prezintă puternice oscilații masice prin masa de apă, mai ales ale alezajului indicatorului; acesta se va ține larg și scurt. In cazul pompelor cu piston diferențial se va indica și spațiul de refulare, fiindcă diagrama spațiului de refulare în forma de opt culcat prezintă adesea arii pozitive și negative inegale, de unde urmează presiunea activă asupra suprafeței diferențiale; de aici se poate calcula efectuarea de lucru mecanic a suprafeței diferențiale, care i se adaugă celei pentru pistonul principal; trebue cercetat dacă se adaugă efectiv sau se scade.

Contoare de lucru mecanic: Indicatoare cu planimetrare automată curentă a diagramei conturnate. Lucrul mecanic indicat în total se citește la mecanismul contor. Se pot întrebuința, din cauza efectelor masice, pentru turații nu prea înalte.

V. Vibrații, forțe asupra părților de construcție[2])

Mișcările periodice regulate (vibrații) sau neregulate (trepidații) ale părților de construcție, ca și forțele asociate exercitate asupra părților de construcție, se observă din deplasările față de un punct de referință fix; fiindcă de cele mai multe ori nu se poate obține un astfel de punct, se observă comportarea unei mase inerte sub acțiunea mișcărilor.

Cazuri limită:

a) o masă arcuită elastic e imobilă în spațiu, mișcările aparente, rotite cu 180°, sunt drumurile piesei examinate (vibrometre de elongație);

b) o masă arcuită rigid urmează mișcările; forțele de accelerație transmise de resort permit recunoașterea mișcărilor (vibrometre de accelerație, accelerometre).

In loc de accelerație se pot recunoaște

c) din deformarea pieselor construcției forțele cari lucrează asupra lor (extensometre).

Aici trebue să trimitem în esență la bibliografia tehnicei de măsură privitoare la subiect, care s'a desvoltat mult în ultimul deceniu.

a) Vibrometrele de elongație[3]) au frecvența proprie mai joasă decât frecvența esențială a vibrațiilor de cercetat; cel mult o treime din ea; seismometrele au o sensibilitate mare, vibrometrele propriu zise una mică, ultimele putând fi folosite pentru o mișcare de translație sau rotațiune.

Instrumentele simple indică numai mărimea amplitudinilor, un ac pendulant aruncând umbră pe un anumit câmp de pe scară, sau amplitudinile fiind transmise unei bobine și puse în evidență, integrate, de un ampermetru; cele mai bune înregistrează, de ex. prin sgâriere, pe o placă de sticlă sau film.

b) Accelerometrele[3]) au frecvența proprie cu de cel puțin trei ori mai înaltă decât frecvența esențială a vibrațiilor de cercetat; masa se arcuește ca în indicatoarele de frecvență proprie înaltă: Se găsește între două șiruri de cuarțuri piezoelectrice sau între două șiruri de

---

[1]) v. Borries, Der Kathodenstrahl-Oszillograph, ZVDI 80 (1936) p. 1135.

[2]) Geiger, Mechanische Schwingungen, Berlin 1927, Springer. — Steuding, Messung mech. Schwingungen, Berlin 1928, ed. VDI. — Koch și Boedecker, Schwingungen im Bauwesen bei Fahrz. u. Masch.: cca 500 surse, Berlin 1936, ed. VDI. — Koch și Zeller, Schwingmeßverf. u. ihre Anw. i. d. Praxis, ZVDI 80 (1936), p. 1440.

[3]) Bibliografia privitoare la vibro- și accelerometre în Koch și Zeller, l. c.

rezistenţe de cărbune, cari lucrează în montaj diferenţial (în punte) asupra plăcilor de deviere ale unui oscilograf catodic sau dispozitive asemănătoare. In cazuri spec. (automobile) se recomandă instrumente de frecvenţă proprie mijlocie[1]).

c) Extensometrele pentru variaţiuni lente au citire mecanică şi mărire puternică; pentru variaţiuni repezi au transmisiune electrică asupra unui oscilograf cu buclă sau catodic. Măsurătoarea e de dorit să se facă în însăşi suprafaţa în chestiune (de fapt în linia mediană), cea la oare-care distanţă de ea fiind neexactă în cazul unor încovoieri suplementare.

Probleme speciale: 1. Lungimi de măsură extrem de scurte (10 mm sau mai puţin) spre a cerceta repartiţii de tensiuni cu mari variaţii locale, gulere de bielă, nituiri de construcţii de fier; în plus puternică mărire mecanică: Huggenberger, până la de 2000 ori [2]), sau cu rază de lumină: Berg, până la de 7000 ori [3]); extensometrul fin al lui Lehr cu lungimea de măsură de 2 sau 1 mm măreşte mecanic de 50 ori şi pe urmă acţionând asupra unei celule fotoelectrice cu strat. de supresiune, deviaţia galvanometrului e de 100 000 până la de 1 000 000 de ori alungirea [4]). Ca pregătire se caută locurile de alungire maximă, aplicând lac de copal, uscând cu atenţiune la 100° şi răcind pe urmă cu îngrijire (Lehr, în Röntgentechnik, v. m. j.).

2. Măsurători pe piese în mişcare (bielă în serviciu) sau piese încărcate brusc (poduri peste cari trec trenuri, traverse de avion); instrumentul construit în exterior, potrivit ca transmiţător, ale cărui indicaţii trec electric în exterior spre oscilograf: extensometrul Lehr, poziţia indusului în faţa magnetului influenţată de alungire, magnet de comparaţie cu indus fix montaj diferenţial, curent de înaltă frecvenţă de 10 000 Hz, redresor, oscilograf; conturul undelor frecvenţei purtătoare dă alungirile; lungimea de măsură 20 şi 50 mm [5]).

3. Posibilitatea de repetare a măsurătorii după intervale de timp mai lungi, spre a descoperi fenomene cari progresează lent prin supraîncărcare, prin tasarea fundaţiei. Instrumentul: aşa numitul extensometru aplicabil, care se poate demonta şi aduce din nou în exact aceeaşi poziţie, cu ajutorul unor marcări de aplicare pe piesa de construcţie, instrumentul fiind verificabil prin calibru normal. Mărcile de aplicare pot fi găuri conice de 60° (picioarele instrumentului conuri de 30°), sau sfere cu diametrul de 1...2 mm, bătute în găuri. Extensometrul Huggenberger v. m. s. al lui Pfender-Siebel, fabr. Mahr, Esslingen.

4. Cu instrumente asemănătoare se poate măsura, în locul alungirii la întindere, unghiul de alunecare al pieselor solicitate la torsiune sau inclinarea faţă de orizontală a pieselor; analog încovoierea unui perete de cazan sau de vapor: în prima încercare alungirea suprafeţei peretelui, în a doua mişcare a două creioane lipite uşor, compararea dând mersul alungirii şi stratul neutru.

Altă bibliografie privitoare la extensometre v. [6]).

Metodic, procedeele: indicarea la turaţie înaltă, măsurarea vibraţiei măsurarea alungirii, au multe părţi comune, cu privire la cari se va vedea bibliografia, ca şi cea privitoare la măsurătorile de presiune în arme şi guri de foc; din ele s'au desvoltat multe procedee. Bibliografia privitoare la instrumentele cu sgâriere pt. toate aceste scopuri în Freise, ZVDI 82 (1938), p. 457, şi cu altă bibliografie; cu privire la amplificarea electrică şi la alte aparate electrice se va consulta Kohlrausch Praktische Physik, ed. a 17-a, Leipzig 1935, ca şi Archiv f. techn. Messen 6 (1937), cp. p. 1059. Privitor la oscilografele cu rază de electroni, v.: v. Borries, ZVDI 80 (1936), p. 1135; privitor la declanşarea automată în cazul fenomenelor neaşteptate: ETZ 59 (9138), p. 389.

5. Măsurători privitoare la sunet în p. 260.

VI. Măsurători termice

A. Temperatura

Scara legală a temperaturilor e cea termodinamică, realizată între — 193 şi 630,5° (punctul de topire al stibiului) de termometrul cu rezistenţă de platină, de aci până la 1063° (punctul de topire al aurului) de pirometrul lui Le Chatelier, iar deasupra prin legile radiaţiei (Reichs.-

---

[1]) Waas, ZVDI 79 (1935), p. 199. — [2]) ZVDI 76 (1932), p. 417. — [3]) ZVDI 81 (1937), p. 295. — [4]) Forschung 7 (1937), fasc. 2, p. 66. — [5]) ZVDI 82 (1938), p. 541. — [6]) Bernhard, Messung an Brückenstäben, zwei Kohlenpakete, bewegl. Spitze d. Meßstrecke drückt eines, entlastet das andere, Brückenschaltung, Oszillograph, Eigenfrequenz 4000 Hz, Bautechn. 6 (1928), Beilage Stahlbau p. 145. — Lehr, Spanungsverteilung in Konstruktioneselementen, Berlin 1934, ed. VDI. — Acelaşi, Messung der... in Konstruktionsteilen entstehenden Spannungen, Röntgentechnik, vol. VI, Berlin 1938, Springer.

Min.-Bl. 17. 10. 24). In diferitele intervale scara mai e determinată empiric de puncte de fierbere şi de topire; punctele fixe cari o definesc sunt 0°, la punctul de topire al gheţei şi 100° la punctul normal de fierbere al apei.

Indicarea temperaturii se face în grade [°], în trecut °C, definite cum s'a arătat mai sus, sau ° abs, notate uneori cu [°K] ca grade Kelvin, definite de $T°K = t° + 273$, gradele fiind aceleaşi în ambele cazuri, iar punctul zero diferind; în lipsa altor notaţii, se înţelege vechea scară Celsius (v. p. 529).

Ca temperatura normală contează de cele mai multe ori + 20°, recent şi în Marea Britanie (68° F); rămâne totuşi 0° pentru definiţia metrului, a ohmului, a presiunii barometrice normale de 760 mm col Hg, a atmosferei (fizice), cum şi pentru starea normală a gazelor (0°, 760 mm col Hg) şi + 4° pentru definiţia litrului şi comparaţiile densităţilor (v. p. 785).

Termometre cu mercur, cu vid, obişnuite, se pot folosi până la 250 şi 280°; pentru temperaturi mai înalte, tubul capilar de deasupra mercurului conţine azot sau bioxid de carbon sub presiune, prin ceea ce termometrul cu mercur se poate folosi până la 625°, unde e limita până la care PTR legalizează termometrele cu sticlă, iar când se întrebuinţează sticlă de cuarţ, până la 800°. Limita inferioară până la care se pot folosi e — 30°.

Când mercurul termometrului nu are în întregime temperatura de măsurat, i se adaugă citirii lui t o valoare Δt, c o r e c ţ i a f i r u l u i, determinată în grade în funcţiune de lungimea liberă a firului şi de temperatura t_f de: $\Delta t = f(t - t_f)/6300$. Stabilirea lui t_f o asigură un termometru auxiliar cu bulă la jumătate din înălţimea firului, suspendat lângă celălalt, sau termometrul cu fir al lui M a h l k e; corecţii de fir mai importante aduc o nesiguranţă sensibilă în măsurătoare. Termometrele-baston lungi cari se folosesc de ex. pentru măsurarea temperaturii gazelor de fum, se etalonează uneori „cu firul liber" ceea ce n u m i c ş o r e a z ă n e s i g u r a n ţ a. Dilatarea sticlelor de termometre în p. 532.

Pentru t e m p e r a t u r i j o a s e, sub — 30°, termometrele se umple cu a l c o o l, t o l u e n, p e n t a n sau e t e r d e p e t r o l.

Termometrul cu rezistenţă electrică (termometrul cu platină) se bazează pe creşterea uniformă cu temperatura a rezistenţei electrice a unui fir de platină. Se compune din: oricâte termometre, comutatoare, milivoltmetru, acumulator sau baterie uscată; adesea puntea lui W h e a t s t o n e cu trei ramuri fixe şi termometrul cu rezistenţă în ramura a patra, şi cu un voltmetru sensibil în punte; pentru măsurarea d i f e r e n ţ e l o r d e t e m p e r a t u r ă se montează câte un termometru cu rezistenţă în două ramuri vecine ale punţii. Limita de folosire la dispoziţie adecuată e 1000° în sus şi oricât în jos. Curentul trebue să fie slab spre a evita erorile prin încălzire. Etalonarea după termometre normale. Evită corecţiunea firului. In montajul B r u g e r, instrumentul cu cadru mobil cu bobinele în cruce compară rezistenţele celor două bobine ale crucii, adică înregistrările sunt independente de tensiunea sursei de alimentare; se întrebuinţează şi montaje speciale.

Termoelementul măsoară temperatura prin tensiunea electrică a unui termocurent. Se lipesc între ele două sârme de metale diferite, iar lipitura se trece la temperatura de măsurat, celelalte două capete fiind ţinute la o temperatură invariabilă. Tensiunea se măsoară cu un galvanometru sau prin compensaţie. Verificarea prin termometru normal sau punctele fixe cunoscute. Pentru temperaturi mai joase decât 500° se folosesc termoelemente din cupru-constantan sau fier-constantan (40% Ni, 60% Cu), dela 500°...1600° se foloseşte t e r m o e l e m e n t u l L e C h a t e l i e r din platină şi aliaj de platină cu 10% rodiu (pp. 873, 1081).

Scanned with OKEN Scanner

Avantajul față de termometrele cu rezistență e lipsa bateriei, desavantajul: un galvanometru mai sensibil. Termometrele cu rezistență integrează variațiunea temperaturii de-a-lungul conductei rezistenței, iar termoelementele măsoară într'un singur punct. Dar lipitura trebue să aibă și ea temperatura de măsurat: evitarea scurgerii v. m. j. De altă parte, celelalte puncte de contact dintre diferitele metale trebue să nu producă tensiuni electromotoare importante (iarăși evitarea scurgerii); 0° se stabilește prin ghiață în sticlă termos.

Pentru diferite cuple de metale rezultă, pentru o diferență de temperatură de 100° aproximativ următoarea tensiune electromotoare:

fier — constantan 4,9...5,4 mV;	cupru — nichel 2,3 mV;
cupru — constantan 4,1 mV;	fier — platină 1,4...1,9 mV;
fier — nichel 3,0...3,5 mV;	platină—platină cu 10% rodiu 1,0 mV.

Pentru etalonarea unui termometru, el se compară cu un instrument autorizat de P T R, bulă lângă bulă, agitând o baie de apă sau de uleiu și ținând firele complet scufundate în ea. Un dispozitiv simplu de etalonare îl constitue un tub cu pereți dubli, montat într'o conductă de abur saturat, vertical pentru întoarcerea condensatului, termometrul introdus fiind etalonat după presiunea aburului.

Montare[1]). Foarte importantă e m o n t a r e a părții instrumentului care ia temperatura (bula cu mercur, lipitura, sârma de rezistență) încât să ia într'adevăr temperatura de măsurat. Deranjează c o n d u c ț i a și r a d i a ț i a, și anume ambele prin luare sau cedare de căldură. Conducția se micșorează cufundând părțile vecine locului de luat temperatura destul de adânc în mediul cu temperatura de măsurat: introducând adânc termometrul, ajutajul pentru introducerea lui iar suprafețele lui exterioare (sau ale altor învelișuri) să fie mici sau protejate contra pierderii de căldură. Radiația se reduce dacă suprafețele din fața părții care ia temperatura de măsurat au pe cât posibil, temperatura de măsurat: protecția prin îmbrăcare a pereților conductei contra pierderii de căldură sau înconjurarea termometrului cu o protecție contra radiației, realizată de o tablă (deobiceiu cilindrică) plasată în întregime la temperatura de măsurat. Exemple de montare în fig. 13 și 14. O indicare greșită se mai produce de ex. dacă termometrul trece neizolat prin zidăria canalului de fum al instalației de ardere (la zidărie cu strat de aer, izolare în i n t e r i o r); aerul aspirat din exterior poate veni în acest caz în contact cu termometrul. In aer imobil, termometrul are nevoie de mult timp până ce ia temperatura corectă, din cauza capacității de căldură reduse și a relei conductibilități termice a aerului; din aceleași cauze influența radiației și conducției e mai mare; curentul de aer e mai favorabil (termometre de aspirație).

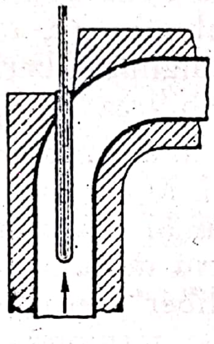


Fig. 13. Montarea unui termometru cu mercur într'o conductă de vapori. Pereții izolați, buzunarul destul de adânc, montat contra curentului.

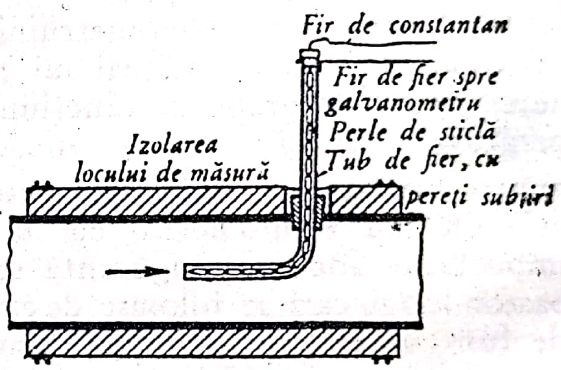


Fig. 14. Montarea unui termoelement într'o conductă. Izolație; introducerea destul de adâncă a termoelementului în mediul cu temperatura de măsurat, spre a împiedeca pierderile.

Instrumentele de serviciu. Sunt cele amintite mai sus și în plus: 1. t e r m o m e t r u l c u m e r c u r c u r e s o r t (dilatația mercurului lichid, măsurarea presiunii); 2. t e r m o m e t r u l c u p r e s i u n e d e a b u r (talpotasimetru) (lichid în ebuliție, măsurarea presiunii) ambele de aceeași formă, echipate și cu indicare la distanță prin tub capilar; 3. t e r m o m e t r u l c u m e t a l e (dilatație diferită), în formă de bară, cu cutie de gradație ca manometrul, transmisiune la distanță și pe cale electr.

T e m p e r a t u r i l e s u p r a f e ț e l o r se măsoară cu instrumente speciale, a căror aplicare nu ar trebui să influențeze cedările de căldură

[1]) K n o b l a u c h și H e n k y, Anleitung zu genauen technischen Temperaturmessungen, ed. a 2-a, München și Berlin 1926, Oldenbourg. — V D I, Regeln für Temperaturmessungen V D I-Temperatur-Messregeln), Berlin 1936, V D I. — T e w e s, Arch. Wärme 19 (1938), p. 189. — C l o s t e r h a l f e n, Z Forschung.

Scanned with OKEN Scanner

prin conducţie, convecţie şi radiaţie [1]), sau fotografic cu radiaţie infraroşie [2]). Câmpurile de temperatură se pun în evidenţă prin vopsele de culoare dependentă de temperatură [3]). Măsurarea temperaturii gazelor, cu pirometrul de aspiraţie [4]).

Măsurarea temperaturilor înalte. Pirometrul Le Chatelier (termoelement de platină — platină cu 10% rodiu), până la 1600°. Pirometrul cu radiaţie lucrează optic, ochiul comparând intensitatea luminoasă a obiectului privit cu o intensitate luminoasă normală [filamentul unui bec electric, o suprafaţă iluminată de un astfel de filament, sau un fir incandescent de comparaţie la pirometrul cu reticul în cruce (S & H]; e de dorit ca obiectul vizat să fie văzut. Precizia între 500° şi 1500° circa ± 10°, peste 1500° ± 15°. Avantaj: nu există în cuptor un corp de măsură fragil, la temperaturi înalte; desavantaj: observarea subiectivă. Ultimul e eliminat la ardometru (S & H), un pirometru cu radiaţie obiectiv, radiaţia fiind măsurată prin termoelement, folosibil şi dedesubtul temperaturii de incandescentă, deşi mai puţin sensibil, la fel „Pyro" al uzinelor „Pyro" din Hanovra. Utilizarea radiaţiei totale, în locul uneia monocromatice, obţinută prin abaterea celorlalte, face ultimele aparate dependente de apropierea de negru a radiatorului, adică aceeaşi temperatură o indică mai joasă pentru placă lucioasă de platină decât pentru cărbune; pentru comparări, adesea neesenţial. Gazele radiind foarte selectiv, nu se vor viza în principiu decât corpuri solide sau lichide cari se găsesc într'o flacără şi au temperatura ei (se va evita pierderea prin radiaţie).

Tabela 1
Punctele de topire ale conurilor Seger

Nr.	Temperatura
022	600
016	750
01 a	1080
1 a	1100
10	1300
15	1435
20	1530
26*)	1580
30	1670
35	1770
39	1880
42	circa 2000

*) Produsele ceramice cari se topesc deasupra conului Seger 26 se numesc „refractare".

Conurile Seger (piramide de înălţimea de 6 cm fabricate pentru diferite temperaturi în 59 numere diferite), din combinaţiuni de silicaţi, au dat rezultate bune în industria ceramică, în stabilirea terminării arderii materialului şi în alte instalaţii tehnice de ardere pentru măsurarea temperaturilor 600°...2000° [5]). Conurile dau numai o temperatură finală. Aceasta se consideră atinsă când conul s'a înmuiat atât, încât vârful lui să atingă suportul. Şi timpul expunerii are însă o influenţă sensibilă asupra acestei atingeri — aşa cum obţinerea unei bune arderi terminate depinde, afară de temperatură şi de timp.

B. Cantitatea de căldură

Unitatea legală: 1 kcal = 1000 cal (p. 223); 1 cal încălzeşte 1 g de apă dela 14,5 la 15,5°; 860 cal = 1 kWh (Legea germană din 7. 8. 24) [6]). Se măsoară cantitatea de căldură ce se eliberează sau ce se leagă 1. la transmiterea dela o substanţă la alta, α) prin variaţia de temperatură dela t_1 la t_2, β) prin schimbarea stării de agregaţie, 2. prin fenomene chimice sau fizico-chimice, în special ardere, 3. prin fenomene electrice. Din cauza influenţei acumulării, considerabilă tocmai la căldură, trebue ca în toate încercările în cari influenţe de căldură joacă rol hotărîtor, să se ţină seamă de fenomenele de acumulare.

Se deosebesc: 1. încercări în regim staţionar; aparaturii considerate i

[1]) Wamsler, Mitt. Forschungsarb. VDI, fasc. 98 şi 99. — [2]) Hencky şi Neubert, ZVDI 75 (1931), Nr. 30. — [3]) Penzig, ZVDI 83 (1939), p. 69. — [4]) Friedrich, Mitt. Forschungsanst. Guttehoffnrungshütte Iulie 1931, p. 140. — [5]) Furn. de Chemisches Laboratorium für Tonindustrie, Berlin, şi Staatl. Porzellan-Manufaktur, Berlin; v. şi Eisenhütte, ed. a 4-a, p. 366; Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 505. — [6]) Table de conversiune kcal — BTU v. în Anexă.

se sustrage atâta energie câtă i se cedează, aşa încât una poate servi drept măsură a celeilalte; de diferenţele dintre conţinutul de energie la începutul şi sfârşitul încercării se ţine seamă prin corecţie; 2. încercări în perioada de creştere sau epuizare; se urmăreşte în aparatură creşterea sau epuizarea conţinutului de energie, când numai i se cedează sau numai i se sustrage, adică se acumulează sau se descarcă; de sustragerile sau cedările neintenţionate trebue să se ţină seamă prin corecţii.

Exemplu pentru 1: încercarea puterii unei instalaţiuni frigorifere cu corecţie din cauza acumulării; pentru 2: încercarea de răcire la o instalaţie frigoriferă, cu corecţie din cauza radiaţiei incidente. Practic 1 şi 2 au loc în acelaşi timp, dar 1 predomină.

$Q = Gc\,(t_2 - t_1)$ sau $Q = Vc'\,(t_2 - t_1)$, unde Q = cantitatea de căldură [kcal]; G = greutatea de substanţă încălzită; c = căldura specifică a unităţii de greutate a substanţei încălzite kcal/°; V = volumul substanţei încălzite; c' = căldura specifică a unităţii de volum a substanţei încălzite kcal/°, $t_2 - t_1$ = creşterea (scăderea) de temperatură. Măsurarea cantităţii p. 1063; călduri specifice p. 535 ş. u.; pentru gaze pp. 538, 546, 618. Pentru amestecurile de gaze (de ex. pentru gazele de ardere) calculul cu volumul e mai comod din cauza căldurilor specifice aproape egale ale tuturor gazelor biatomice. Trebue observat dacă valorile lui c' se referă la 0° şi 760 mm col. Hg, la 15° şi 1 kg/cm² sau la alte condiţiuni. Pe această bază se recalculează V [1]). Contoarele de căldură pentru încălziri centrale în Gesund. Ing. 60 (1937), p. 725.

Pentru aer, variaţiunile (prin evaporare sau condensare ale) umidităţii (absolute) condiţionează mari transformări de căldură şi nu pot fi neglijate (exemplu mai jos).

Măsurarea umidităţii aerului. Proprietăţile aerului umed în p. 572. Dacă în aerul de temperatura t, adică de presiunea de saturaţie p_t a vaporilor, presiunea parţială a vaporilor e p_d, $\varphi = p_d/p_t$ e umiditatea relativă sau gradul de umiditate, dat şi sub forma $\varphi\,\% = 100 \cdot p_d/p_t$. Deoarece sub 0° presiunea de saturaţie a aburului deasupra gheţei p_g diferă de cea deasupra apei p_a (ultimul valabil pentru subrăcire; $p_g < p_a$), avem două feluri de grade de umiditate: $\varphi_g = p_d/p_g$ şi $\varphi_g = p_d/p_a$ (v. tabela 2, p. 1084). Tehnic în general, şi în orice caz pentru stabilimentele frigorifere, folosirea lui φ_g pare mai corectă deoarece dedesubtul a 0° ghiaţa e stabilă. — Pentru multe scopuri ajung **higrometrele cu fir capilar** bine ajustate.

Psicrometrul. Un termometru cu rezervorul înfăşurat cu o cârpă udă se expune, împreună cu un termometru uscat, la aerul de încercat de temperatura t; termometrul umed ia teoretic temperatura la care aerul ce părăseşte saturat perniţa de muselină, are acelaşi conţinut de căldură ca aerul nesaturat care îl înlocueşte, plus căldura de vaporizare a umidităţii necesare saturaţiei; ar trebui să se stabilească deci între cele două termometre, o diferenţă de temperatură Δ, calculabilă teoretic. Diferenţa reală dintre temperatura termometrului uscat (t) şi a celui umed (f) e $t - f < \Delta$; $a = [t - f]/\Delta < 1$ e cifra de calitate a dispozitivului psicrometric dependentă de convecţie (p. 588), care trebue ca prin accentuarea procesului de evaporare să micşoreze influenţele radiaţiei şi conducţiei, cari au tendinţa de a egala diferenţa. — Diferenţa psicrometrică teoretică Δ dă teoretic presiunea parţială a aburului

$$p_d = b \Bigg/ \left[1 + \frac{r_f + (\lambda_t - \lambda_f)}{r_f\, p_f/(b - p_f) - c_p \Delta (R_d/R_l)} \right]; \quad . \; . \; . \quad (1)$$

[1]) Table de conversiune în anexă.

Mai sus am notat cu:

- b presiunea barometrică,
- r căldura de vaporizare,
- λ conţinutul de căldură,
- p presiunea aburului, toate trei la saturaţie, la temperatura t sau f,
- c_p căldura specifică pe kg a aerului uscat,
- R constanta gazelor aerului sau aburului (p. 514).

Avem $\Delta = (t - f)/a$ din $t - f$ observat; $\varphi = p_d/p_t$ se poate calcula (fig. 5).

După încercările PTR [1]), formula se poate folosi şi pentru temperaturi, $t > 100°$; e im-

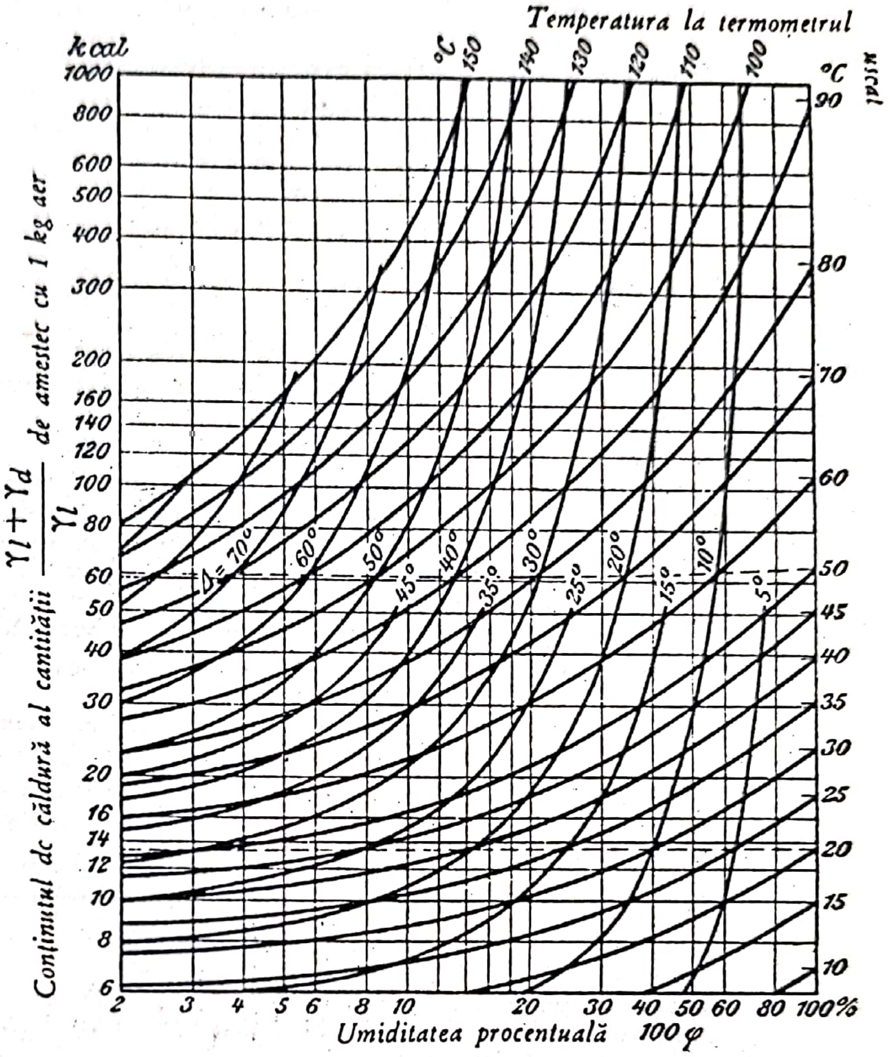


Fig. 15.

Conţinutul de căldură al aerului umed cu apă şi diferenţa psicrometrică teoretică Δ pentru 760 mm col. Hg presiune barometrică. Exemplu: termometrul uscat 90° termometrul umed 61°, deci $t - f = 29°$; cifra de calitate corespunzătoare montării psicrometrului $a = 0{,}97$, adică $\Delta\ (t - f)/a = 29 : 0{,}97 = 30°$. Avem după tabelă: $100\,\varphi = 24\%$; conţinutul de căldură $i = 103$ kcal, cuprins în 1 kg aer + 0,13 kg abur = 1,13 kg amestec.

portantă pentru verificarea uscătoriilor. La aspiraţie bună avem după ea

$t =$	20	40	60	90	120°
$a =$	0,995	0,985	0,955	0,95	0,95

Pentru temperaturi până la 40° formula (1) se transformă în formula lui Sprung a metereologilor:

$$p_d = p_f - 0{,}5 \frac{p}{760} (t - f) \text{ [mm col. Hg]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

în locul căreia propunem când perniţa de muselină e îngheţată (v. m. s.) (punctul de oprirea termometrului umed la îngheţare, peste 0° după gradul de uscarea aerului)

$$p_d = p_{f_g} - 0{,}445 \frac{p}{760} (t - f) \text{ [mm col. Hg]} \quad . \quad . \quad (2a)$$

Prescripţiunile mai vechi cu valori mai mari decât 0,5 (valori mai mici ale lui a) sunt învechite; psicrometrul trebue să aspire bine. Numai în curent de aer turbionat puternic nu e nevoie de aspiraţie artificială.

Indiferent dacă s'a folosit formula (2) sau (2 a) (ceea ce depinde de starea perniţei de muselină în timpul măsurării), se poate calcula pe urmă φ_g sau φ_a.

Formula (1) e valabilă pentru aer umezit cu apă, cum şi pentru orice amestecuri ale unui gaz cu vapori (şi cu două feluri de vapori), dar componenţii nu trebue să reacţioneze între ei termic sau chimic, de ex.: $NH_3 + H_2O$; perniţa de muselină a psicrometrului trebue imbibată cu lichidul pur a cărui presiune parţială p_d se caută.

[1]) Ebert şi Pfeiffer, Z. f. Phys. 46 (1928), p. 420.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 2. Presiuni de abur p_a deasupra apei și p_g deasupra gheței, cum și cantitatea de saturație γ_a (deasupra a 0°) și γ_g (dedesubtul a 0°)

Cp. și tabela 1 p. 557, și 5, p. 572

t	−20	−18	−16	−14	−12	−10	−8	−6	−4	−2	0	grade
p_a	—	—	1,315	1,551	1,826	2,143	2,509	2,928	3,404	3,952	4,579	mm col. Hg
p_g	0,772	0,935	1,128	1,357	1,627	1,946	2,321	2,761	3,276	3,879	4,579	mm col. Hg
γ_a	0,90	1,08	1,29	1,53	1,83	2,17	2,56	3,01	3,54	4,15	4,84	g/m³

t	0	+2	+4	+6	+8	+10	+12	+14	+16	+18	+20	grade
p_a	4,58	5,29	6,10	7,01	8,05	9,21	10,52	12,00	13,63	15,48	17,54	mm col. Hg
γ_g	4,84	5,57	6,37	7,26	8,28	9,41	10,7	12,1	13,7	15,4	17,3	g/m³

Exemplu: Calculul căldurii antrenate la o instalație frigoriferă cu aer. In fața răcitorului, indicele 1, în urma lui indicele 2.

Măsurat: volumul aerului $V_1 = 24\,500$ m³/h,
presiunea barometrică $b = 752$ mm col. Hg,
suprapresiunea $p_1 = 25$ mm col. apă $= 2$ mm col. Hg,
$p_2 = 21$ mm col. apă $= 2$ mm col. Hg,
presiunea absolută $[b + p_1\ ; b + p_2] = 754$ mm col. Hg,
termometrul uscat $t_1 = +4{,}35°$, $t_2 = -1{,}75°$,
termometrul umed $f_1 = +2{,}65°$, $f_2 = -1{,}75°$.

De mai sus rezultă prin calcul pentru partea de aer
volumul în starea la 15°, 1 kg/cm²;
$V = 24\,500 \cdot (754/735{,}5) \cdot (288/277{,}35) = 26\,100$ m³ pentru 1 kg/cm² și 15°,
căldura specifică raportată la 1 kg/cm² și 15°: $c_p = 0{,}286$ kcal/m³° la 1 kg/cm² și 15°,
căldura antrenată de aer $26\,100 \cdot 0{,}286 \cdot (4{,}35 + 1{,}75) = 45\,500$ kcal/h;

pentru partea de abur, folosind tabela de abur, pp. 572 și 1083,

presiunea de saturație la t_1: $p_{s_1} = 6{,}25$ mm col. Hg, la t_1: $p_{s_1}' = 5{,}55$ mm col. Hg,
presiunea aburului $P_{d_1} = 5{,}55 - 0{,}5 \cdot (4{,}35 - 2{,}65) - 4{,}70$ mm col. Hg,
umiditatea relativă $\varphi_1 = 4{,}70 : 6{,}25 = 0{,}752$,
densitatea de saturație la t_1: $\gamma_{s_1} = 6{,}52$ g/m³,
greutatea specifică a părții de abur $0{,}752 \cdot 6{,}52 = 4{,}91$ g/m³,
cantitatea de abur $D_1 = 24\,500 \cdot 0{,}004\,91 = 120{,}2$ kg/h,
umiditatea relativă $\varphi_2 = 1$,
densitatea de saturație la t_2: $\gamma_{s_2} = 4{,}23$ g/m³ $= \gamma_{d_2}$,
volumul $V_2 = 26\,100 \cdot (735{,}5/754) \cdot (271{,}25/288) = 24\,000$ m³/h,
cantitatea de abur $D_2 = 24\,000 \cdot 0{,}004\,23 = 101{,}5$ kg/h,
cantitatea de abur condensată $D_1 - D_2 = 18{,}7$ kg/h,
căldura de vaporizare în jurul a 0° $r = 595$ kcal/kg,
căldura antrenată de abur $18{,}7 \cdot 595 = 11\,100$ kcal/h,
căldura total antrenată $45\,500 + 11\,100 = 56\,600$ kcal/h.

Neglijările acestei metode de calcul: micșorarea volumului prin dispariția volumului de abur, cum și influența părții de abur asupra căldurii specifice sunt admisibile numai când greutatea aburului e mică față de a aerului, deci nu întotdeauna la temperaturi mai înalte (uscătorii) sau la presiuni joase (instalații de condensare, uscătorii cu vid); aici trebue să se considere la nevoie presiunile parțiale ale aerului.

Pierderile de căldură prin izolații se măsoară după metoda peretelui auxiliar cu antrenarea căldurii după Hencky-Schmidt (Forschungsheim für Wärmeschutz, München) [1].

VII. Măsurători de tehnica arderii

A. Determinarea puterii calorifice

Puterea calorifică superioară și inferioară în p. 614 și 942. Cea inferioară e hotărîtoare în primul rând pentru producerea lucrului mecanic; cea superioară pentru transmisiunea căldurii; o singură cifră nu poate caracteriza însă toate proprietățile unui combustibil. Avem $Pci' = Pcs' - 600\,w$,

[1]) Hencky, Gesund. Ing. 42 (1919), p. 496; E. Schmidt, Arch. Wärme 5 (1924), p. 9.

unde w e umiditatea desvoltată (conținută desigur ca umiditate și în combustibil) dintr'un kg de combustibil.

1. **Calorimetrul cu bombă** pentru combustibilii solizi. In bomba lui Berthelot-Mahler cantitatea cântărită e arsă în oxigen comprimat. Puterea calorifică superioară se calculează pe baza creșterii de temperatură a calorimetrului. Pentru aflarea puterii calorifice inferioare se folosește fie bomba lui Kröker, care permite măsurarea apei de ardere, fie analiza elementară a combustibilului.

Luarea probei. Chiar cea mai exactă calorimetrare e inutilă dacă nu se ia cu cea mai mare îngrijire o probă care să reprezinte media furniturii ce trebue încercată; fiindcă ordinele lor de mărime, de ex. 1 g față de încărcătura unei bărci, diferă foarte mult, numai împărțiri repetate în două sau în patru ale unei probe mai mari, amestecarea continuă și considerarea prafului din probă pot conduce la rezultate utilizabile [1]). — Influență are și măcinarea sau sfărâmarea: vasele de fier dau prin tocire praf care arde împreună cu restul, mărind conținutul de cenușă. — Se va deosebi: puterea calorifică a livrării (adesea întâmplător umedă), a cărbunelui uscat în aer și a substanței combustibile. La aceeași proveniență, ultima e de obiceiu constantă, încât în cazul livrărilor reglementate stabilirea umidității și a cenușei ajunge pentru conversiune.

2. **Calorimetrul Junkers** pentru combustibili lichizi sau gazoși. Se arde o cantitate de combustibil lichid, stabilită prin cântărire, resp. de gaz măsurată cu gazometrul. Puterea calorifică se va calcula din cantitatea și creșterea de temperatură a apei care trece în același timp prin calorimetru. In același timp sau puțin mai mult se captează apa arderii. — **Calorimetrul Union:** Compararea puterii calorifice superioare cu o cantitate egală de gaz fulminant; puterea lui calorifică (pentru $H_2 + O$) e de **2020** kcal/m³ (0° și 760 mm col. Hg); modelul uscat măsoară încălzirea cu balanța în inel.

3. Determinarea puterii calorifice prin analiza chimică (expedient). Combustibilii se analizează și puterea calorifică se calculează după formula asociației (p. 614, nota 2) din valorile date de analiză.

B. Analiza tehnică a gazelor [2])

Din O_2 al aerului rezultă la trecerea prin cocs CO_2, când drumul e mai lung (strat mai înalt) și CO; rezultatul: gaze de ardere din CO_2, O_2, CO, N_2, notate cu k, o, c, n %. La arderea cărbunelui se produc în timpul gazeificării hidrocarburi, cari trebue să ardă cu aer dând CO_2 și H_2O; cantitatea de apă e a %.

Analiza gazelor de ardere dă pe k, o și c în % pentru gaze presupuse uscate; deci avem $k + o + c + n = 100$ %; fie $100 + a$ volumul total al gazelor **de ardere calde, în** cari H_2O e încă în formă de abur. Deoarece la răcire H_2O format din H prin ardere dispare volumetric, n crește peste 79 %, N_2 crește aparent și anume cel mai mult când, la ardere

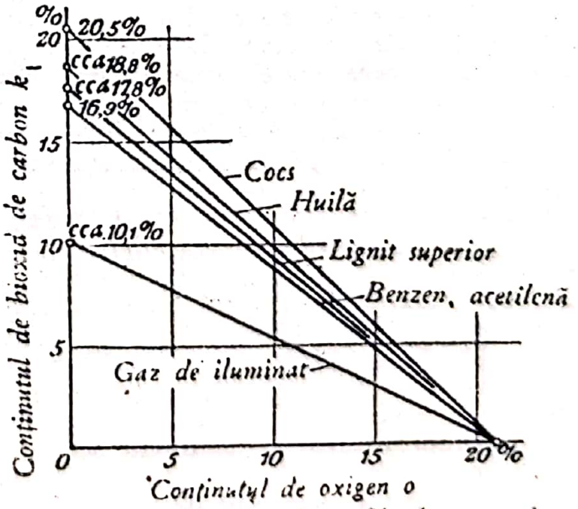


Fig. 16. Controlul analizelor gazelor de ardere.

[1]) DIN DVM 3711 Probenahme u. -aufbereitung von stückfestem Brennstoff, 3712 f. Brennstaub, 3701, 3721, 3725 Chem. Untersuchung derselben. Beuth-Vertriebs GmbH.

[2]) Mitt. 123, 129, 133 der Wärmestelle des Vereins der Eisenhüttenleute, Ott GWI 63 (1920), p. 198 ș. u.; 72 (1929), fasc. 35. Monatsbull. Schweiz. Ver. Gas- u. Wasserfachm. 1926, Nr. 1 și 15; 1928, Nr. 2.

Scanned with OKEN Scanner

completă fără exces de aer, volumul gazului de ardere e minimum, iar gazele de ardere conţin numai CO_2 şi N_2, unde *n* ca şi *k* va trece printr'un maximum dependent de conţinutul de H_2 liber, adică neechilibrat de conţinutul de oxigen, mai precis dependent de raportul $C : H_2$ (neglijând alţi componenţi, ca S). Maximele posibile (fig. 15) pentru:

Bioxid de carbon cu $C : H_2 = \infty$		max $n = 79$	max $k = 21$
Cocs	94	79,5	20,5
Huilă	21	81,9	18,8
Lignit superior	16	82,2	17,8
Acetilenă, benzen	12	83,1	16,9
Gaz de iluminat	2,2%	9,9%	10,1%.

max *k* se stabileşte când se introduce pentru ardere cantitatea de aer L_0 necesară stehiometric, mai bine zis, când aerul aspirat e condus atâta (înălţimea stratului de combustibil!) pe lângă carbon, până ce întregul O_2 se transformă în CO_2. In alte condiţiuni, de ex. când stratul e mai scund, rămâne în gaze şi O_2 pe lângă CO_2, e aspirat aer mai mult decât cel necesar pentru cărbunele ars, adică L în loc de L_0; raportul $L : L_0 = l$ se numeşte c o e f i c i e n t d e e x c e s d e a e r; el se calculează din rezultatele analizelor după formulele

$$l = n : \left[n - \frac{79}{21} \left(o - \frac{c}{2} \right) \right]$$ (exactă când combustibilul nu conţine N_2, nefolosibilă pentru gazul aerian)

$$l = \max k/k = 21/[21 - o]$$ (exactă pentru C pur, încă folosibilă pentru cocs şi huilă)

1. **Aparatul lui Orsat** pentru analiza gazelor de încălzire ale focarelor de cazane. 100 p. vol. de gaze de încălzire se pun succesiv în contact cu lichide cari absorb CO_2, O_2 şi CO. Reducerea volumului după absorpţie dă imediat conţinutul respectiv, direct în %; restul contează ca N_2.

Pentru evitarea influenţei temperaturii asupra măsurătorii: manta de apă în jurul ţevii de măsură; se va aştepta sau se va produce egalizarea temperaturii după încărcarea nouă ş. a. m. d. Se va verifica justeţea calibrării biuretei, etanşeitatea legăturilor tubulare şi a robinetelor. O eroare provine din spaţiul vătămător al ţevilor de legătură; spaţiul lor trebue să fie capilar, tuburile de legătură trebue complet umplute de capetele ţevilor în prelungire, jumătate din volumul rămas i se va adăuga volumului biuretei. de respectat de preferinţă la calibrarea ei. In alternativă procedeul O t t, l. c. 1928. Apa se va acidula cu acid sulfuric şi se va colora cu orange de metil spre a pune în evidenţă şi combate KOH ce ar ajunge eventual în capilare.

Pentru l u a r e a g a z u l u i se foloseşte o ţeavă, la temperaturi mai înalte (>500°) una de porţelan, la temperaturi înalte ţeavă rece-caldă (tub capilar cu răcire cu apă), care trece prin zidăria cazanului în cutia de foc (pentru examinarea arderii) sau în canalul de fum (pentru stabilirea pierderilor prin coş v. vol. II, secţ. Producerea aburului) până în mijlocul curentului de gaz. In conductă se montează un filtru de funingine. Să se observe etanşarea tuburilor!

Asorbanţi pentru gazele:

CO_2: hidrat de potasiu gr. vol. 1,24...1,32 (1 p. gr. KOH la 2...3 p. gr. apă).

O_2: acid pirogalic, 5 g disolvate la cald în 15 cm^3 apă cu un adaus de 120 g potasă caustică disolvată în 80 cm^3 apă; absorpţia admisibilă n u m a i $2^1/_4$ cm^3 O_2. De aceea e mai comod să se introducă în balonul de sticlă al aparatului Orsat vergele de fosfor sub apă distilată în locul ţevilor de sticlă: puterea de absorpţie foarte mare.

CO: soluţie de clorură de cupru amoniacală: 250 g NH_4 Cl, disolvată în 750 cm^3 apă şi adaus de 200 g Cu Cl (soluţie de rezervă; cu dop de cauciuc bun, ea se poate păstra mult timp dacă are în ea spirală de cupru). Pentru întrebuinţare i se adaugă $^1/_3$ din volum soluţie de amoniac de 0,91 gr. vol. Absorpţia admisă, 4 cm^3 CO; s a u suspensiune de sulfat de cupru-naftol β (Mitt. 129 der Wärmestelle des Ver. d. Eisenhüttenleute); s a u pentoxid de iod după S c h l ä p f e r şi H o f f m a n n (Bericht 25 der Eidgen. Metallprüfanstalt, Zürich): 25 g pentoxid de iod pulverizat fin, se freacă într'o piuliţă cu 100...150 g oleum de 10%, în 3...4 porţiuni de pastă cât mai fină şi omogenă. Suspensiunea, bine amestecată, se scurge de pe pentoxidul de iod mai grosier rămas în piuliţă, se continuă a se freca cu o parte din suspensiunea scursă, până ce toate (!) părţile devin fine. Pe urmă coloidul se diluează cu 120 g din acelaşi oleum de 10% şi amestecul se scutură câteva ore într'o sticlă pe o maşină de scuturat. Preparată bine [1]) suspensiunea depune numai foarte încet pentoxidul de iod şi permite

[1]) Gata la firma S c h i l t k n e c h t, Zürich 7.

Scanned with OKEN Scanner

să fie trecut din nou foarte ușor în suspensiune (mai mult sau mai puțin decât 10% SO_3 in acidul sulfuric dă neregularități: fulgi mari, cristale). CO se transformă în CO_2, iar acesta e absorbit în pipeta de potasiu. — In timp ce clorura de cupru produce inconveniente din cauza absorpției mici și a legării ei slabe. I_2O_5 ar lucra după informații multiple bine și sigur, mai ales când conținutul de CO e mare.

Verificarea analizelor: Se trece grafic pentru toate analizele $k = f(o)$ (fig. 16); pentru un combustibil dat, aceste puncte trebue să se găsească pe dreapta care intersectează ordonata în max k și trece în cealaltă parte prin punctul $o = 21\%$. Punctele prezintă dispersiune dacă variază conținutul de H_2 în timpul încărcării; arderea imperfectă coboară punctele.

2. **Analizoarele de gaz automate** servesc pentru supravegherea permanentă a serviciului.

Dintr'un tiraj se ia în continuu un curent de gaz care e condus printr'un analizor de gaze. In el, părți de volum măsurate se presează la intervale de timp reglabile prin hidrat de potasiu sub un mic clopot de măsură. Se notează urcarea clopotului; ea va fi cu atât mai mare, cu cât gazul conține mai puțin bioxid de carbon, cu cât intră adică sub clopot, după efectuarea absorpției de CO_2, mai mult din gazul de probă. De obiceiu se determină numai CO_2; aparatele, numite duplex, indică și CO. Observație: Conducte scurte, durată mică a analizei, spre a micșora creșterea ulterioară a indicării; conducte de țevi etanșe, sudate, sau lipite dacă sunt de cupru; dispozitivul de aspirație puternic, de ex. încărcătură de mercur în loc de apă; rezultatele să fie vizibile pentru fochist, dar neinfluențabile; transmiterea rezultatelor la locul fochistului. Mai simplu: în timpul unui schimb se umple succesiv un aspirator prin curgere de apă sau un clopot acționat de un mecanism de orologerie (Dittmar și Vierth, Hamburg); pe urmă se determină cu un aparat Orsat compoziția medie a gazelor, de ex. pentru premii pentru fochiști.

Analizoarele automate de gaz se folosesc recent și pentru alte analize de gaz, bunăoară pentru determinarea SO_2; în fiecare caz un anumit lichid de absorpție. Integrarea unor cantități minimale pierdute prin balanța de pierderi de gaze a firmei Junkers-Thermotechnik.

3. **Verificatoarele de gaz** bazate pe metode fizice utilizează proprietățile gazelor cari depind de conținutul de CO_2: gr. vol. (CO_2 = 1,52 față de aer = 1), conducția (60 față de 100), vâscozitatea (1,5 față de 1,7), raportul dinrre greutatea specifică și vâscozitate (cca 2 la 1), indicele de refracție (450 față de 295). Avantaje față de analizoare: lipsa hidratului de potasiu, indicarea imediată, adesea transmitere comodă la distanță (la locul fochistului); desavantaje: influența altor gaze prezente, în special a H_2 și CH_4, cum și cea datorită temperaturii și umidității.

Verificatoarele de gaze S & H (conducție), Ranarex al lui AEG, Unograph dela Union-Apparatebau-Gesellschaft, Karlsruhe (vâscozitate). Influența umidității se înlătură prin uscare sau saturare.

4. **Pentru analiza gazelor motoare** servesc instalații asemănătoare, și anume aparate Orsat amplificate, cari determină și hidrocarburi grele (absorpție prin acid sulfuric fumant) cum și CH_4 și H_2. Ordinea: se absoarbe CO_2, pe urmă hidrocarburile grele, O_2 și CO; se amestecă aer, se arde în capilara de platină a lui Drehschmidt; reducerea de volum Δ care se stabilește înseamnă $H_2 = {}^2/_3\ \Delta$ sau $CH_4 = {}^1/_2\ \Delta$; dacă au existat H_2 și CH_4, se va absorbi CO_2 format din nou; am avut $CH_4 = CO_2$ și rămâne $H_2 = {}^2/_3 (\Delta - 2\ CO_2)$.

SECȚIUNEA 8

Topografia[1])

(Geodezie, geometrie practică)

Prelucrare de prof. dr.-ing. H. Hohenner, Darmstadt

I. Generalități

Pagina

Problemele topografiei 1089
Domeniul de aplicație 1089
Scările hărților și planurilor . . 1090
Lucrări preliminare (ex.: construcția unei linii ferate) . . 1090
Marcarea punctelor în teren . . 1092
Trasarea unui aliniament 1092
Unități de măsură 1092

II. Instrumente pentru măsurarea unghiurilor

Trasarea unghiurilor constante de 90°, 180°, 45° 1092
Instrumente de arpentaj 1092
Instrumente cu oglinzi 1093
Instrumente cu prismă 1093
Nivele, verificarea și rectificarea lor 1095
Lupe 1096
Luneta de vizare. preciziunea vizei 1097
Microscoapele de citire 1097
Vernierul 1098
Teodolitul și utilizarea lui . . 1098
Măsurarea unghiurilor orizontale (exemplu) 1099
Măsurarea unghiurilor verticale (exemplu) 1100
Instrumente magnetice și instrumente de mână liberă pentru măsurarea unghiurilor 1101
Busole 1101
Instrumente de mână liberă pentru măsurarea unghiurilor verticale 1102
Sextantul 1102

III. Instrumente pentru măsurarea lungimilor

Măsurări directe (late, panglici etc.) și preciziunea lor 1103
Măsurarea optică a distanței . . 1105
Măsurarea distanței cu șurubul tangențial 1105
Măsurarea distanței cu reticulul stadimetric 1105

IV. Ridicarea planului de situație

Poligonații 1107
Exemplu în formă de tabelă . . 1110
Măsuri trigonometrice 1111
Triangulație 1112

Pagina

Intersecțiune înainte și laterală . 1113
Intersecțiune înapoi 1113
Intercalarea lanțurilor geodezice . 1114
Intercalarea rețelelor geodezice . . 1114
Centrări 1115
Ridicări cu busola 1115
Confecționarea planurilor de situație . 1115

V. Calculul și parcelarea suprafețelor

Din date numerice 1116
Din desen, planimetrul 1117
Toleranțe admisibile 1117
Rectificări de hotare 1117

VI. Nivelment

Nivelment geometric 1118
Instrumente nivelitice (lunete și nivele solidar legate, luneta mobilă cu nivelă reversibilă, instrumente de nivelat Zeiss A, late de nivelat) 1118
Nivelment între puncte fixe cu exemplu tabelat 1119
Nivelment trigonometric . . . 1121
Nivelment barometric 1121
Exemplu numeric 1123

VII. Tahimetrie

Tablă pentru carnetul de teren . . 1125
Fotogrammetrie 1126
Executarea unui plan de situație și a unuia de nivelment 1126

VIII. Trasarea dreptelor și și arcelor de cerc

Drepte 1127
Arce de cerc, puncte principale . 1127
Puncte secundare ale arcului de cerc 1127
Curbe în tuneluri, curbe compuse 1128
Curbe de racordare 1129

IX. Calculul compensării după metoda minimelor pătrate

Compensarea observațiunilor indirecte 1130
Compensarea observațiunilor directe cu condițiuni inițiale 1133

[1]) **Bibliografie:** Vezi Hohenner, Geodäsie, Eine Anleitung zu geodätischen Messungen etc., Leipzig și Berlin 1910, Teubner; W. Jordan, Reinhertz și Eggert, Handbuch der Vermessungskunde (3 vol.; vol. 1, ed. a 7-a, 1920; vol. 2, semivol. 1, ed. a 9-a, 1931; semivol. 2, ed. a 9-a, 1933; vol. 3, ed. a 7-a, 1923), Stuttgart, Metzler, aici mai ales vol. 2.

I. Generalităţi

Problema: Determinarea prin măsurare a poziţiei mutuale a punctelor situate pe sau sub suprafaţa fizică (vizibilă) a scoarţei pământului şi utilizarea ulterioară a rezultatelor obţinute în vederea executării planurilor, determinărilor de suprafeţe, etc. Ne imaginăm aceste puncte proiectate prin verticalele lor pe suprafaţa prelungită a mării până sub continente (suprafaţa geoidului), determinăm poziţia acestor proiecţiuni ale punctelor fie prin cifre (coordonate) fie grafic (prin planuri şi hărţi), iar lungimile verticalelor locurilor (ca înălţimi deasupra mării, în Germania [1]) peste NN [nulul normal]) de asemenea le exprimăm în cifre sau grafic (şi prin curbe de nivel). Poziţia picioarelor perpendicularelor se determină prin măsurări pe orizontală sau de poziţie, lungimile acestor verticale prin măsurări verticale sau de înălţimi (de nivel). Suprafaţa geoidului diferă numai puţin, în mod neregulat, de a unui elipsoid de revoluţie puţin turtit la poli. La determinarea poziţiei regiunilor puţin întinse (de numai câtiva km² suprafaţă) putem neglija curbura suprafeţei mării, aşa încât toate verticalele devin paralele. La ridicarea ţinuturilor întinse (ţări), trebue să ţinem cont de această curbură; de aceea trebue să considerăm ca suprafaţă de calcul, după mărimea ei, o sferă sau un elipsoid de dimensiuni cunoscute. In Germania se utilizează curent elipsoidul de revoluţie al lui B e s s e l cu semiaxa ecuatorială $a = 6\,377\,397{,}155$ m, semiaxa de rotaţiune $b \approx 6\,356\,079$ m, aplatisarea $p = (a-b)/a = 1/299{,}152\,812\,8$ (cu toate că a e mai mic cu circa 1 km). Raza medie a pământului $R = 6370$ km, astfel încât unui unghiu la centru de $1''$ îi corespunde un arc pe suprafaţa pământului de cca 31 m (v. şi p. 1144).

Ca d i s t a n ţ ă (orizontală) între două puncte se consideră lungimea arcului, măsurată între verticalele lor, la cota medie faţă de nivelul mării (de ex. a profilului longitudinal).

Dacă prin urmare distanţa $e = 1000$ m determinată la cota medie $h = 500$ m, atunci distanţa corespunzătoare e' la nivelul mării va fi $e' \approx e - e\,h/R = 1000 - 0{,}079$ m. Neglijării reducerii la nivelul mării (al membrului al doilea) i-ar corespunde o eroare de 1/12 700, eroare care (pe lângă altele mult mai apreciabile) poate fi neglijată la determinările obişnuite de lungimi.

Ca **arie a suprafeţei** se consideră aria proiecţiei suprafeţei de teren, pe un plan orizontal, resp. pe suprafaţa mării (proiecţia orizontală). Proiecţia orizontală a unei porţiuni de teren raportată la o scară micşorată (de ex. 1 : 1000 din mărimea naturală) ne dă p l a n u l d e s i t u a ţ i e. Acesta indică limitele în direcţiune orizontală ale liniilor, suprafeţelor etc. porţiunii de teren, pe când p l a n u l î n ă l ţ i m i l o r (de nivelment) de ex. sub forma de profile longitudinale şi transversale, de planuri de situaţie cotate, indică limitele în direcţiune verticală. Pentru scopuri inginereşti, cel mai important e p l a n u l d e s i t u a ţ i e c o t a t, pe care sunt trasate c u r b e l e d e n i v e l (liniile cari leagă punctele succesive de aceeaşi cotă).

Domeniul de aplicaţie. In diversele ramuri ale topografiei, construcţiilor, miniere, militare şi silvice, sunt necesare p l a n u r i d e s i t u a ţ i e sau d e n i v e l m e n t, respectiv p l a n u r i d e s i t u a ţ i e c o t a t e, cu cerinţe de preciziune diferite, din care cauză variază şi scările acestora, cum reiese şi din diversele secţiuni ale volumelor III şi IV, de ex. lucrări de pământ şi construcţii de tuneluri, hidrotehnică, construcţii de şosele şi colonii, căi ferate, agronomie şi silvicultură.

[1]) Suprafaţa de raportare nivelitică (cota zero) a Austriei (Marea Adriatică) e situată cu — 0,38 m peste NN.

Tot acolo sunt menționate prescripțiile și instrucțiunile oficiale din diversele țări, atât în ceea ce privește ridicarea planurilor servind scopurilor constructive sau agricole, cum și cele pentru exproprieri, achiziții de terenuri, cadastru și cărți funciare.

Scări. Pentru studii preliminare generale ale construcțiilor instalațiilor foarte lungi sau foarte întinse se utilizează mai întâi hărți generale de cca 1 : 10000...1 : 200000, pentru ceeace se pretează ridicările cu planșeta 1 : 25000 (v. p. 1116). La lucrările preliminare generale sunt necesare planuri de situație și de înălțimi de cca 1 : 5000...1 : 10000, cu curbe de nivel cu echidistanța dela 1...10 m, precum și profile longitudinale etc., cu o mărire a înălțimilor de 10...20 de ori. La lucrările preliminare detaliate (exceptând planurile de construcție și de execuție propriu zise) utilizăm planuri 1 : 1000...1 : 5000, cu curbe cu echidistanța de 1 m și planuri de înălțimi mărite de 10...20 ori și pentru hărțile funciare și de expropriere utilizăm numai planuri de situație 1 : 250...1 : 5000 în legătură cu datele numerice de teren ale schițelor de mână (1 : 1). Planul de situație și de înălțimi la scara 1 : 5000[1]), care se intenționează a se executa în Prusia, va fi binevenit și în tehnica constructivă.

Lucrări de ridicare. Din motive economice, măsurătorile locale pentru executarea planurilor trebue îndeplinite cu preciziuni diferite, utilizând prin urmare metode și aparate adecuate preciziunii cerute, ținând cont și de prescripțiile și principiile existente în țara respectivă.

In țările ale căror hărți cadastrale pentru întreg teritoriul țării sunt multiplicate prin tipărire (de ex. Bavaria 1:5000, Württembergul 1:2500), se pot utiliza aceste hărți pentru scopuri constructive, cotându-se prin nivelări ulterioare, măsuri trigonometrice, tahimetrice sau fotogrammetrice, spre a putea trasa curbele de nivel; aceasta se face, dacă aceste hărți nu se pot procura gata cotate dela diversele instituții publice ale țării. Conform decretului din 28 Sept. 1936 relativ la hărțile funciare ale țării 1 : 5000, în Germania se întrebuințează ca bază planul cadastral (necotat) după care oficiul cartografic pentru ridicarea țării execută harta funciară definitivă cu curbe de nivel și cote.

Ca exemplu pentru utilizarea adecuată altor scopuri se dă[2]) după „Handb. der Ing.-Wiss."[3]) o scurtă privire asupra lucrărilor principale de măsură tehnice la lucrările preliminare construcției unei căi ferate. Se caută să se stabilească mai întâi direcțiunea aproximativă a căii ferate de pe planurile prevăzute cu curbe de nivel (planurile fiind ridicate cu planșeta la scara 1 : 25000). Urmează o recunoaștere pe teren a traseului, la care se verifică destul de precis în regiunile muntoase înălțimile cu ajutorul barometrului (v. VI C). Traseul ales se ridică pe o lățime de ½...2 km, de preferință cu ajutorul planșetei, la scara 1 : 5000, după părerea unor specialiști experimentați în căi ferate[4]), în vederea lucrărilor preliminare generale (mai ales în terenuri de configurație dificilă). Se trasează curbele de nivel cu 1...5 m echidistanță (după inclinarea terenului), sau după prescripțiile prusiene numai tahimetric la scara 1 : 10000, cu curbe de nivel dela 5...10 m echidistanță, utilizând la aceasta, pe cât posibil, planurile cadastrale și cele ridicate cu planșeta. (In vederea utilizării măririlor foto-

---

[1]) v. Müller, Die topographische Grundkarte 1 : 5000 (Wirtschaftskarte). Allg. Vermess.-Nachrichten 37 (1925), p. 69. — [2]) v. și Fuhrmann, Wirtschaftlich zweckmäßige Vermessungen für Bauten. Z. f. Vermesswes. 45 (1916), p. 82 ș. u. — [3]) Ed. a 5-a, partea I, vol. I, cap. I, prelucrare de Claus (Oberschulte, Henkes și Puller), Leipzig 1924, Engelmann. — [4]) Koppe, Die topographischen Grundlagen bei Eisenbahnvorarbeiten in verschiedenen Ländern. Z f. Vermesswes. 39 (1910), p. 401 ș. u.

Scanned with OKEN Scanner

grafice a curbelor de nivel a ridicărilor mai noi cu planşeta, v. Koppe)[1]. Intru cât la aceste măsurători nu se urmăreşte stabilirea precisă a limitelor de proprietate, ci numai o redare topografică aproximativă a unei fâşii nu prea înguste de teren, se utilizează instrumente şi metode expeditive, deşi nu prea exacte, ca de ex. determinarea barometrică şi tahimetrică a înălţimilor (v. VI B, C), nivelmentul şi ridicarea tahimetrică (cu tahimetrul-busolă şi mira gradată în dm) (v. VII); în regiuni alpine şi teren deschis se utilizează şi procedee de ridicare stereofotogrammetrice (v. VII).

Dacă planurile cadastrale micşorate foto sau pantografic nu se pot orienta reciproc destul de precis, sau sunt prea puţin exacte, se trasează de-a-lungul fâşiei de teren o poligonaţie cu laturile până la 1/2 km, distanţele şi cotele fiind determinate tahimetric. Spre mai mare siguranţă, poligonaţia se leagă din 5 în 5 km de puncte de triangulaţie determinate prin metoda intersecţiunii înapoi (v. IV D) iar cotele acestor puncte de triangulaţie se determină prin măsurarea[2]) unghiurilor verticale faţă de puncte de nivelment cunoscute (v. VI B). Pe planurile cotate, a căror preciziune e de câţiva metri, astfel rezultate, se trasează traseul cel mai favorabil, pe urmă se pichetează în teren plan cu ocazia lucrărilor preliminare detaliate, cu care ocazie se începe de regulă cu aliniamentele cari trebue racordate cu arcele de cerc respective (v. VIII).

In cazul terenurilor accidentate (şi când, spre a preîntâmpina specula de terenuri, e de dorit a nu se face cunoscut traseul căii) e recomandabil să se ridice precis planurile de situaţie şi de nivelment a fâşiei de teren considerată pe o lăţime de 150...300 m la o scară mare, 1 : 1000...1 : 2500 (în cazul al doilea deosebit de precis). Baza o formează o poligonaţie adecuată şi cât mai apropiată de traseul lucrărilor generale preliminare, poligonaţie cât mai precisă, pe cât posibil între puncte extreme date, conform prescripţiunilor din III B, ale cărei vârfuri să fie stabil marcate. Se vor citi toate intersecţiunile limitelor de proprietate etc. cu laturile poligonaţiei, spre a putea raporta poligonaţia în planurile de situaţie existente. La intervale de cca 100 m se vor bate ţăruşi de direcţiune. Altitudinea deasupra NN al mării a punctelor de poligonaţie, a punctelor de hotar învecinate şi uşor accesibile etc., se va determina prin nivelment (v. VI).

Ridicarea mai precisă a terenului se face de cele mai multe ori tahimetric, de regulă dela punctele de poligonaţie executate cu tahimetrul-busolă (v. VII). Ridicarea detaliată a situaţiei parcelelor unei fâşii de 50...75 m de ambele laturi ale traseului se face (în cazuri când nu există planuri de situaţie), cu metoda numerică de pe laturile poligonaţiei, pentru care lucru ne putem servi şi de instrumente Zeiss cu vize inclinate[3]); pentru ridicarea diverselor suprafeţe mai mari sunt de trasat alte poligonaţii (v. IV). Pe planurile de situaţie şi nivelment cu curbe de nivel din metru în metru, obţinute prin aceste măsurători, se caută din nou traseul cel mai favorabil; punctele lui caracteristice se pichetează pe teren în vederea proiectării definitive în acelaşi fel ca mai sus, după aceea se descompune, conform planului de situaţie, în sectoare de 100 m (cât şi sectoare intermediare), cu care ocazie se face şi fixarea topografică a punctelor caracteristice ale curbelor, punctelor de frântură a terenului şi de schimbări de pantă. Prin baterea unor ţăruşi de siguranţă şi prin măsurători adecuate în afara axei căii, ne asigurăm de reconstruirea uşoară a punctelor cari eventual s'ar pierde în timpul execuţiei căii. La distanţe de cca 400 m în vecinătatea traseului, fixăm puncte de nivelment durabile, astfel ca să nu fie deteriorate la executarea căii. Cu ajutorul

[1]) Eisenbahnvorarbeiten und Landeskarten, Z. f. Vermesswes. 35 (1906), p. 2 ş. u. — [2]) Puller, Z. f. Vermesswes. 28 (1899), p. 145 ş. u. — [3]) Prospect Geo 106/III de C. Zeiss, Jena, şi Pohling în Allg. Verm.-Nachr. 49 (1937), p. 265 ş. u.

unei poligonaţii nivelitice dusă între puncte de cotă cunoscute precis, determinăm şi cotele acestor puncte de nivelment. In cazul existenţei numai a unui singur punct. de cotă cunoscută, poligonaţia nivelitică trebue dusă cel puţin prin aceste puncte de nivelment, sau ducem o poligonaţie nivelitică închisă. Toleranţa maximă a erorii de închidere e de $\pm$ 28 mm la 1 km, astfel încât la s km nivelaţi eroarea maximă admisibilă $= \pm 28 \sqrt{s}$ (v. VI). Ridicarea profilelor transversale în punctele de staţie etc., se face de regulă cu instrumentul de nivelat, la pante abrupte însă şi tahimetric sau cu un sistem de late orizontale şi verticale.

Marcarea punctelor pe teren, conform scopului de îndeplinit şi conform preciziei şi durabilităţii, se face prin ţăruşi de lemn (cu sau fără gaură, cuiu şi ancoră), ţevi de fier sau lut, pietre (cioplite sau necioplite, cu placă de siguranţă dedesubt sau nu etc., precum şi prin alte semne pentru determinări mai detaliate), semnalizarea punctelor la distanţe mai mari cu jaloane înfipte vertical, bare cu fanioane, balize cu cruce, piramide mici de lemn etc.

Trasarea unui aliniament între două puncte date (în sensul topografic, trasarea unui plan vertical prin aceste două puncte) se face rareori prin întinderea unei sfori între cele două puncte date; de regulă prin căutarea unor puncte intermediare. Acestea se obţin de obiceiu fără utilizarea unor instrumente speciale (v. VIII), prin jalonarea direcţiunii dintr'unul din cele două puncte date, sau prin alinierea reciprocă a două jaloane.

Unităţi de măsură Pentru măsurători de lungimi avem metrul cu multiplii şi submultiplii zecimali. Pentru arii şi volume, pătratele şi cuburile unităţilor metrice, unitatea ariei de teren arul (a) = 100 m², 100 a = 1 ha (hectar). Ca unităţi de unghiuri avem cele trei gradaţiuni mai importante.

a) cercul de 360° de câte 60′ à 60″ (gradaţia sexagezimală sau veche),

b) cercul de 400^g de câte 100^c à 100^{cc} (gradaţia centezimală sau nouă),

c) cercul de 360°. subdiviziunile gradului fiind centezimale (gradaţiunea mixtă sau nonagezimală).

$$\rho^\circ = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57{,}295\,779\,5^\circ; \qquad \rho' = \frac{360 \cdot 60'}{2\pi} = 3\,437{,}746\,77';$$

$$\rho'' = \frac{360 \cdot 60 \cdot 60''}{2\pi} = 206\,264{,}806''; \qquad \rho^{cc} = \frac{400 \cdot 100 \cdot 100^{cc}}{2\pi} = 636\,619{,}772^{cc}.$$

Conversiunea cu ajutorul tablelor de conversiune (p. 36 ş. u. şi p. 88) precum şi cu rigla de calcul (p. 186). Pentru cadastrul oficial german, decretul Ministerului de Interne din 18 Octomvrie 1937 prescrie gradaţiunea centezimală.

II. Instrumente pentru măsurarea unghiurilor

A. Pentru trasarea unghiurilor constante de 90°, 180° şi 45°

1. Instrumente de arpentaj: discul cu pinule, alidada (cu pinule) în cruce, pantometrul (conic sau) sferic, pantometrul cilindric. La instrumente mai noi, planurile de vizare sunt formate aproape exclusiv cu 2 pinule de cca 0,8 mm lăţime, cari permit o vizare în ambele direcţiuni. Aceste plane trebue să închidă între ele unghiurile dorite (90°, 45°) şi la utilizarea instrumentelor trebue să se confunde cu verticala locului; suportul aparatului (de regulă un jalon), se înfige în pământ în poziţie verticală, după ochiu, cu ajutorul firului cu plumb sau al unei nivele sferice. Verificarea exactităţii, de ex. a unui unghiu drept, se face prin trasarea lui de-o parte şi de alta a unui aliniament; rectificarea de obiceiu nu e posibilă. Eroarea medie a unui unghiu trasat e de $\pm$ 2...3′.

2. **Instrumente cu oglinzi:** a) Echerul cu oglinzi. Raza reflectată odată de fiecare oglindă după fig. 1 e deviată cu dublul unghiului dintre oglinzi, deci cu $w = 90°$ (respectiv 45°), dacă $\alpha = 45°$ (respectiv $22^1/_2$°). α se potriveşte la valoarea dorită cu ajutorul unor şuruburi de ajustaj cari rotesc una din oglinzi. Pentru aceasta se trasează un aliniament A, B, C, de cca 100 m, se trasează w la BA şi BC prin fixarea jaloanelor A'

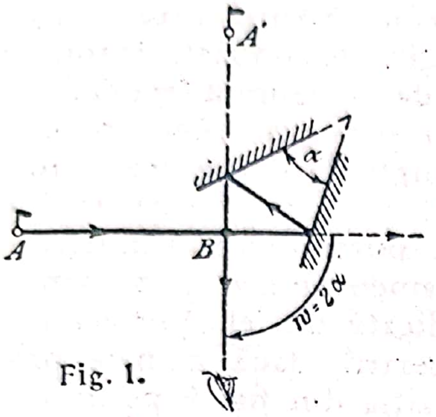


Fig. 1.

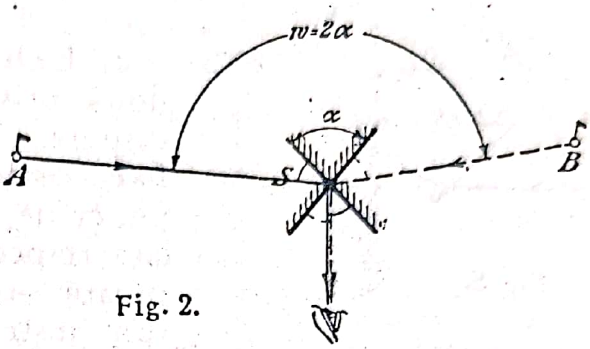


Fig. 2.

şi C', pe urmă se modifică unghiul α până când atât A cât şi C sunt reflectate la mijlocul dintre A' şi C'. Eroarea medie a unui unghiu trasat (în cazul unor oglinzi bune) e de $\pm$ 2'.

b) Echerul cu oglinzi în cruce. Oglinzile, dispuse una deasupra celeilalte, închid între ele un unghiu $\alpha = 90°$, astfel încât, dacă observatorul din fig. 2 vede imaginile lui A şi B suprapuse, punctele A, S şi B sunt coliniare. Una din cele două oglinzi se poate roti cu ajutorul şuruburilor de ajustaj, spre a putea forma unghiul $\alpha = 90°$. In acest scop se suprapun imaginile lui A şi B, mişcând oglinda înainte şi înapoi (de ex. A e la stânga observatorului) obţinând S_1; prin întoarcerea observatorului cu 180° (A la dreapta lui), se obţine un al doilea punct S_2. Instrumentul se aduce la mijloc între S_1 şi S_2 şi se roteşte oglinda mobilă până se suprapun imaginile lui A şi B.

3. **Instrumentele cu prismă** nu necesită rectificări şi dau de regulă imagini mai bune decât oglinzile. a) Echere cu prisme dreptunghiulare isoscele. Conform fig. 3, raza care străbate prisma (în C reflexiune totală, în D reflexiune simplă) e deviată cu unghiul constant w (imagini fixe la rotirea prismei), dacă

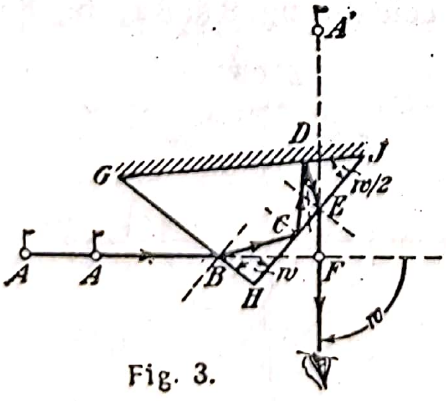


Fig. 3.

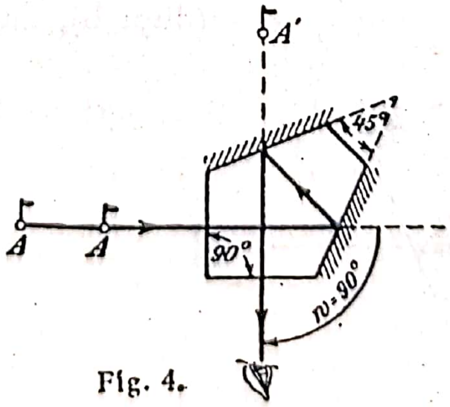


Fig. 4.

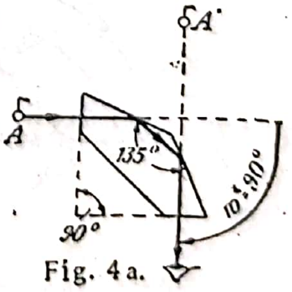


Fig. 4 a.

$\sphericalangle GHJ = w$ şi $\sphericalangle HJG = w/2$. Aceste imagini fixe şi acromatice sunt de căutat totdeauna în vecinătatea muchiilor J, H şi G, iar observatorul ochind pe direcţiunea FE, deasupra sau dedesubtul prismei, poate pune pe direcţiune jalonul A' (trasarea perpendicularelor), sau poate căuta piciorul perpendicularei F de pe aliniamentul $A\,A$ (determinarea piciorului per-

Scanned with OKEN Scanner

pendicularei). Verificarea dacă $w = 90°$, ca la echerul cu oglinzi; rectificarea e imposibilă, însă prismele mai moderne furnisate de case constructoare serioase, ne dau unghiuri cu o eroare maximă de $\pm 1'$.

b) E c h e r e c u p r i s m ă p e n t a g o n a l ă. Principiul e cel indicat în fig. 4 și 4 a; câmpul vizual al acestor prisme e mai mare decât al celor dela a); verificarea ca acolo. Prisma din fig. 4 a, utilizând numai raze reflectate total, ne dă imagini luminoase, acromatice, fără a fi nevoie de o oglindă anexă.

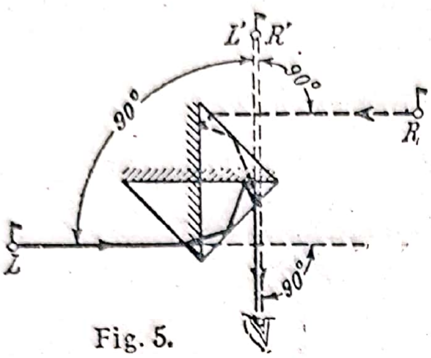


Fig. 5.

c) E c h e r e c u p r i s m e î n c r u c e cu două prisme triunghiulare (ca acele din a), dispuse ca în fig. 5...7, utilizează imaginile fixe, astfel încât putem găsi simultan un punct de pe aliniamentul $L R$ și perpendiculara respectivă ridicată din el. Verificarea repetată nu e necesară dacă ambele prisme sunt juste. Dispoziția din fig. 5 permite utilizarea ca și la echerele cu oglinzi în cruce (imagini odată reflectate); aici ca și dincolo, unghiul celor două plane ale ipotenuzei trebue să fie

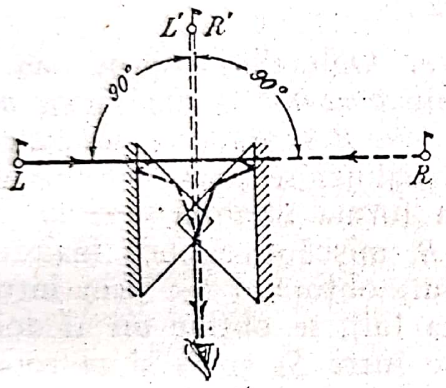


Fig. 6.

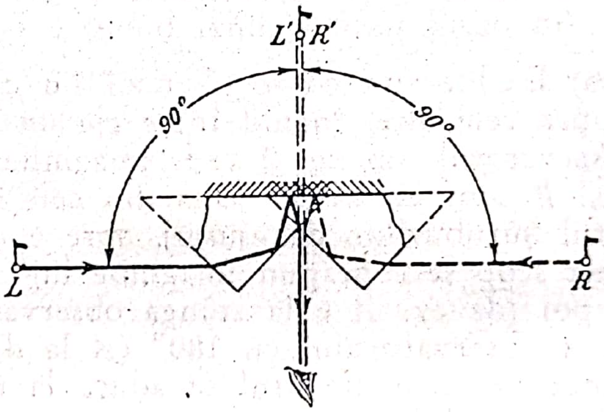


Fig. 7.

de 90°. In c u t i a p r i s m e i, una din prisme e mobilă, astfel putem să-i dăm lui α, conform figurii 2, valori arbitrare; dacă avem posibilitatea atunci de a-l citi pe $w = 2\alpha$, putem utiliza acest instrument și pentru măsurarea (aproximativă) a unor unghiuri oarecari.

Echere cu prisme duble pentagonale (după b), sunt cele din fig. 8 și 8 a; fig. 8 a

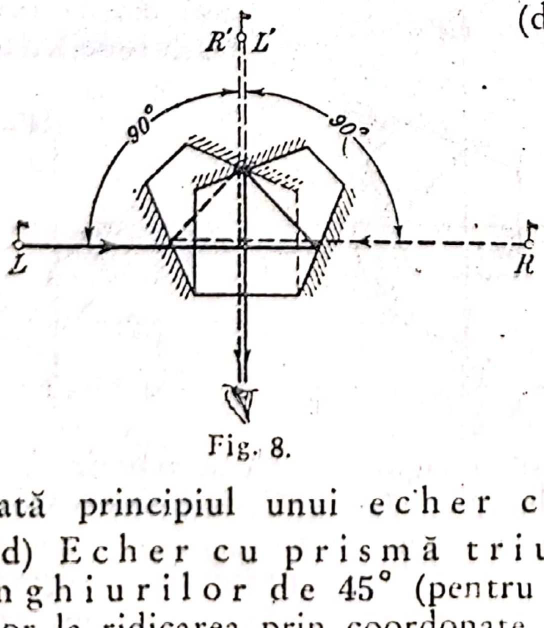


Fig. 8.

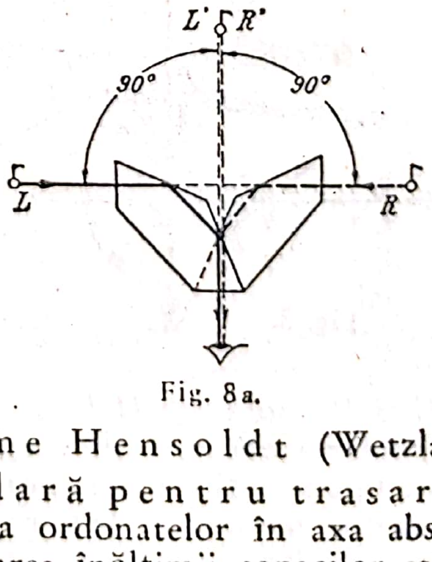


Fig. 8 a.

arată principiul unui e c h e r c u p r i s m e H e n s o l d t (Wetzlar).

d) E c h e r c u p r i s m ă t r i u n g h i u l a r ă p e n t r u t r a s a r e a u n g h i u r i l o r d e 45° (pentru măsurarea ordonatelor în axa absciselor la ridicarea prin coordonate, determinarea înălțimii copacilor etc.).

Scanned with OKEN Scanner

Mersul razelor e cel din fig. 9. Verificare: unghiul dat de prismă construit de patru ori pe un aliniament AAF (v. fig. 3) ne dă o deviaţie dela aliniament egală cu de 4 ori eroarea prismei.

Observaţie privitoare la instrumentele cu oglinzi şi prisme. Toate echerele cu prismă şi oglinzi ţinute cu muchiile lor în poziţie verticală ne dau în proiecţie orizontală (în plan) unghiuri exacte dacă şi jaloanele puse pe direcţiune după prismă sunt ţinute vertical; vize foarte inclinate se pot face cu prisma lui Schellens pt. vize inclinate, prisma fiind limitată sus şi jos de plane reflectante dispuse perpendicular pe muchiile prismei; la fel şi cu dispozitivul Pohling pentru vize inclinate[1]). Echerele cu reflexiune pentru trasarea unghiurilor drepte ne dau aceste unghiuri exacte în proiecţie orizontală şi când numai una din laturile lui e perfect orizontală, muchiile prismei fiind ţinute perpendicular atât pe latura orizontală cât şi pe cea inclinată oarecum a unghiului trasat. Poziţia orizontală fiind, destul de exact, perpendiculară pe verticala locului, se menţine destul de precis prinzând imaginea firului cu plumb în instrumentul de reflexiune ţinut în poziţie adecuată. Găsirea proiecţiei pe teren a unui punct înalt şi inaccesibil (proiectarea punctului) se poate face cu o preciziune acceptabilă pentru multe scopuri, cu vizorul vertical[2]) al uzinelor Askania din Berlin-Friedenau.

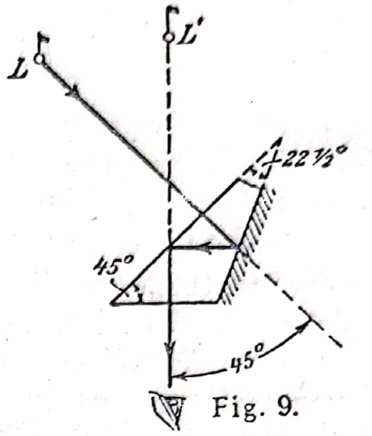


Fig. 9.

B. Piesele componente ale instrumentelor de măsură compuse

1. **Pentru indicarea poziţiei verticale sau orizontale.** a) Firul cu plumb. Pentru ca punctul de suspensiune al firului şi vârful greutăţii să se găsească pe aceeaşi verticală, trebue ca greutatea să fie un corp de revoluţie în axa căruia se află locul de fixare a firului şi vârful greutăţii. La clinometru, servind pentru indicarea poziţei orizontale ca fiind perpendiculară pe cea verticală, un fir cu plumb e fixat de o scândură, astfel încât planul de contact al scândurii să stea orizontal când firul cu plumb se găseşte în dreptul reperului.

Acest reper se găseşte la mijlocul celor două puncte pe cari le indică firul cu plumb când punem clinometrul în cele două poziţii posibile de-a-lungul unei inclinări oarecare.

b) Nivelele mai noi, atât cele tubulare cât şi cele sferice, constau din recipienţi de sticlă sudaţi la capăt, a căror suprafaţă internă superioară e şlefuită curb după un tor respectiv sferă. Lichidul e alcool, benzină sau eter, bula fiind formată din vaporii lichidului. Bula se deplasează totdeuna spre puncul cel mai ridicat din interiorul recipientului. Reperul e dat la nivele sferice de centrul unor cercuri concentrice sau a unui pătrat; la nivelele tubulare, printr'un punct marcat al unei diviziuni liniare fixe sau mobile, cu distanţa $a = 2...2^1/_4$ mm între repere. Fie R raza de curbură a suprafeţei interioare de-a-lungul diviziunilor; trebue să inclinăm nivela cu fracţiunea $t'' = a/R \cdot \rho''$ spre a deplasa bula cu o diviziune. Nivela fiind cu bula între repere, tangenta la suprafaţa şlefuită dusă în punctul de reper (în direcţiunea curburii minime), adică în axa nivelei, e orizontală. Nivelele reversibile au două suprafeţe de şlefuire (sus şi jos) deci şi două axe. Valoarea diviziunilor la nivelele tubulare e de regulă 4...60", la cele sferice 2...10'; la primele bula se deplasează numai într'o direcţiune, la ultimele în toate. După Reinhertz, eroarea medie pe care o face axa nivelei faţă de orizontală aducând mijlocul bulei în dreptul reperului e de $\pm 0{,}09\sqrt{t''}$ [secunde]; făcând citirea într'o poziţie oarecare a bulei, obţinem inclinarea axei nivelei cu o eroare medie de $\pm 0{,}2\sqrt{t''}$.

[1]) v. nota [3]) din p. 1091. — [2]) Günther, Der Durchhangmesser, ein Spezialtheodolit etc.. Allg. Vermess.-Nachrichten 88 (1936), p. 224 ş. u.

N i v e l a pentru orizontalizarea planelor şi măsurarea unghiurilor mici de inclinare. O nivelă tubulară e montată pe un suport cu o suprafaţă plană *AA*, astfel încât, cu ajutorul unor şuruburi de ajustaj, unul din capetele ei se poate ridica sau coborî spre a putea aduce axa ei *LL* paralel cu *AA*. Verificare şi rectificare: Nivela pusă pe un suport plan e adusă cu bula între repere prin inclinarea potrivită a suportului. Deviaţia observată introducând nivela cap la cap, e dublul erorii nivelei, şi deci jumătate din eroare se corectează cu ajutorul şuruburilor de ajustaj şi jumătate prin inclinarea suportului. (Operaţia se repetă).

N i v e l e l e c ă l ă r e ţ e şi cele s u s p e n d a t e servesc pentru orizontalizarea axelor de rotaţiune (sârme etc.) din care cauză sunt prevăzute cu suporturi adecuate spre a le putea aşeza sau suspenda. Spre a putea aduce axa nivelei, paralel cu cea de rotaţiune, e nevoie de şuruburi de ajustaj, cari mişcă un capăt al nivelei atât în direcţiunea orizontală, cât şi în cea verticală. Dacă proiecţiunile orizontale ale acestor două axe se intersectează, axele se încrucişează, şi pentru eliminarea acestei erori de încrucişare se roteşte nivela (cu bula aproape între repere) în jurul axei de rotaţiune; dacă se observă o deviaţie a bulei în d i v e r s e direcţiuni, se deplasează axa nivelei în direcţiune orizontală cu ajutorul şuruburilor de calaj, până când aceasta dispare. Abia după eliminarea acestei erori de încrucişare poate fi adusă axa nivelei, prin întoarcerea ei cap la cap, paralelă cu cea de rotaţiune.

N i v e l e l e s f e r i c e şi t u b u l a r e pentru verticalizarea pivoţilor. Nivela sferică, în prealabil rectificată, se aduce cu bula între repere prin inclinarea adecuată a pivotului; cu o nivelă tubulară rectificată se obţine acest lucru de preferinţă aducându-o consecutiv cu bula între repere după două direcţiuni perpendiculare între ele. Pentru rectificarea nivelei (axa nivelei perpendiculară pe axa de rotaţiune al pivotului) se aduce bula între repere prin inclinarea pivotului, iar deviaţia observată la rotirea cu 180°, se elimină jumătate inclinând un capăt al nivelei cu ajutorul şuruburilor de ajustaj, jumătate prin schimbarea inclinării pivotului. Rectificarea nivelei sferice, cât şi a celei î n c r u c e (două nivele dispuse perpendicular între ele), se face analog.

La nivelele tubulare mai sensibile, lungimea bulei se poate regla prin adaptarea unui dispozitiv cu ajutorul căruia se pot introduce vapori sau lichid în interiorul nivelei — n i v e l ă c u b u l ă r e g l a b i l ă. Mai recent, pe lunetele mobile în jurul axei lor sunt montate frecvent nivele reversibile, întru cât cu o atare libelă (ale cărei axe sunt paralele) putem obţine foarte comod paralelismul liniei de vizare cu axa nivelei.

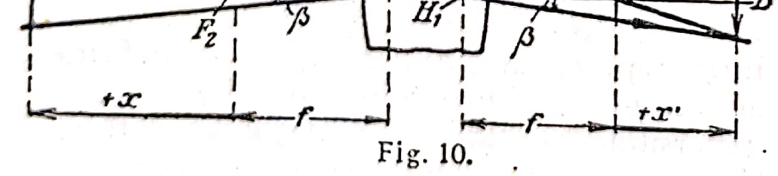


Fig. 10.

2. Lentila, lupă, luneta de vizare, microscopul de citire.

Despre lentile v. p. 285.

Distanţa focală *f* (fig. 10) e distanţa focarului F_1 sau F_2 dela punctele principale corespunzătoare H_1 sau H_2. Intre distanţa *x* a unui obiect *G* dela focarul anterior F_2, şi distanţa *x'* a imaginei sale *B* de focarul posterior F_1 şi a distanţei focale *f*, există în genere relaţiunea $xx' = f^2$. Mai multe lentile dispuse una după alta şi centrate (distanţa dintre lentile fiind mai mică decât distanţele lor (focale) le putem considera din punct de vedere optic ca înlocuite cu aşa numita lentilă echivalentă (p. 286).

a) L u p a se compune din una sau mai multe lentile convergente, cu distanţa focală de vreo câţiva cm, montate într'un inel sau tub.

Scanned with OKEN Scanner

Obiectul e situat totdeauna mai approape de lentilă decât focarul F_2 (fig. 10) astfel că observatorul din F_1 îl vede sub un unghiu vizual de $V = w/f$ mai mare decât cu ochiul liber dela distanța convențională a vederii clare de $w = 25$ cm f = distanța focală, V puterea de mărire până la de 10 ori.

b) Luneta pentru vederea clară și vizarea obiectelor îndepărtate. Se compune dintr'o lentilă convergentă cu distanță focală și deschidere mare (obiectivul) care dă o imagine reală (întoarsă) a obiectului, imagine care e privită printr'o lupă servind drept ocular. Pentru obținerea imaginilor clare și acromatice, atât obiectivul cât și ocularul se confecționează de regulă din mai multe lentile. Punctele de vizare la diferitele distanțe se pot face bine vizibile, fie prin schimbarea distanței între obiectiv și ocular, fie prin deplasarea unei lentile analectice așezată între ocular și obiectiv. Diafragma e plasată în locul unde se găsește imaginea produsă de obiectiv; peste ea sunt întinse unul sau mai multe fire subțiri — firele recticulare sau reticulul — prin care fapt rezultă una sau mai multe linii de vizare.

La o lunetă care servește pentru vizarea la distanțe diferite. acestea sunt drumurile descrise în spațiul obiectelor de intersecțiunile firelor reticulare, la lunetă fixă.

La ocularele pozitive (după Ramsden) diafragma câmpului vizual e situată în afara lentilelor oculare, la cele negative (după Huygens) între ele. Puterea de mărire a lunetei e dată de raportul F/f (F, f distanțele focale ale sistemului obiectiv-ocular), unghiul panoramic $l/E \cdot \rho^\circ$ rezultă din lungimea l a unei porțiuni a mirei văzută între marginile diafragmei, E fiind distanța dintre miră și focarul anterior al obiectivului.

Calitatea imaginilor e verificată prin vizarea obiectelor depărtate bine conturate, litere etc. Luminozitatea relativă e dată de obiceiu prin pătratul diam. pupilar (în mm).

Vizarea unui punct: Mai întâi se fac vizibile firele reticulare deplasând lentila ocularului față de reticul (sau invers), pe urmă obiectul prin deplasarea întregului ocular (respectiv a întregului obiectiv sau lentilei analectice). Făcând să coincidă perfect firele reticulare cu punctul de vizare coincidența trebue să persiste și la deplasarea laterală a ochiului; altfel avem paralaxă, care se elimină prin deplasări mici ale întregului ocular (obiectiv, lentile analectice).

Preciziunea vizării: Eroarea medie la vizarea unor centre de câmp înguste în împrejurări exterioare medii se poate exprima prin $m_e = (15{,}65''/V)\sqrt{1 + 0{,}002\,Z}$, notând cu V puterea de mărire a lunetei, cu Z distanța de vizare în metri (valabil numai până la 1200 m). Eroarea medie de apreciere a poziției mijlocului firului reticular într'un punct oarecare al unei scări divizate în $t = 5$ sau 10 mm, e dată de relația $m_s'' = 3{,}925'' \cdot t/V + 41{,}25''/Z$.

c) Microscopul de citire se utilizează pentru o vedere mai clară și măsurarea obiectelor mici și apropiate (scări). Principiul acestor microscoape compuse se aseamănă cu al lunetei, cu deosebirea că obiectivul microscopului constă dintr'o lentilă mică convergentă, cu mică distanță focală, care ne dă în câmpul diafragmei o imagine reală mărită. Dacă întindem peste această diafragmă un fir subțire, a cărui poziție se apreciază pe diviziunile mărite ale scării, avem a face cu un microscop cu indice. La microscopul cu scară se montează pe diafragmă o scară mică, a cărei lungime se face egală cu un interval mărit al diviziunii; distanța dela indicele de pe scara microscopului până la prima diviziune a gradațiilor se măsoară cu ajutorul scării microscopului. La microscopul cu șurub se montează pe diafragmă un fir subțire care se mișcă cu ajutorul unui șurub micrometric, încât, mișcându-l pe aceasta, se poate măsura intervalul dintre o diviziune a gradațiunilor și indicele micro-

Scanned with OKEN Scanner

scopului. Prin adaptarea unui vernier în locul scării (v. 3. Vernierul) se obţine un microscop cu vernier. Mai recent se utilizează pentru măsurarea distanţelor mici plăci plane şi paralele de sticlă cari se pot inclina, distanţa fiind dată de unghiul de inclinare faţă de raza care străbate placa. Cu ajutorul unor oglinzi sau prisme se poate face totodată media citirilor vernierului I şi II (micrometru optic), v. C 1.

3. Vernierul. E un dispozitiv pentru măsurarea fracţiunilor mici din diviziuni echidistante (lungimi sau unghiuri). De regulă n diviziuni ale vernierului coincid cu $n-1$ diviziuni ale scării (limbului), astfel că o diviziune M a scării (limbului) e mai lungă cu $a = 1/n \cdot M$ decât una a vernierului (a = aşa numita precizie a vernierului). Dacă diviziunea zero a vernierului e chiar indicele şi diviziunea k a vernierului coincide cu o diviziune a limbului, indicele e la distanţă $k\,a$ de diviziunea anterioară a limbului. Pentru determinarea uşoară a acestui interval ($k\,a$), la unele diviziuni principale i ale vernierului e indicată numerotarea $i\,a$. Eroarea medie totală a unei citiri cu un vernier bun (diviziunile trasate pe muchii metalice în acelaşi plan) şi la utilizarea unei lupe măritoare de cca 7 ori, e de cca ± 0,003 mm.

C. Teodolitul şi utilizarea lui

1. Teodolitul pentru măsurarea unghiurilor orizontale. Suportul aşezat pe trei picioare poartă cercul gradat orizontal sau limbul H şi în cutia lui se roteşte vernierul alidadei împreună cu axa ei $A\,A$ (fig. 11). Cu cercul alidad sunt legate solidar vernierele $J_1\,J_2$ şi cele două turioane ale lunetei între cari se află axa de rotaţiune $K_1\,K_2$ a lunetei cu axa ei optică $Z_1\,Z_2$. Pentru fixarea şi potrivirea fină a lunetei în orice direcţiune de vizare, ne servim de şuruburi adecuate de presiune şi micrometrice. Punerea corectă în staţie a teodolitului se face fie cu ajutorul nivelelor fixate pe cercul alidad (aşa numitele nivele ale cercului alidad; pentru preciziuni mai mici nivele sferice), fie cu nivele călăreţe aşezate pe axa de rotaţiune a lunetei, fie cu nivele (de preferinţă reversibile) fixate pe lunetă. Cu ajutorul unor şuruburi de ajustaj se poate aduce placa reticulară în poziţie perpendiculară pe axa optică a lunetei, şi un palier al turioanelor se poate deplasa în direcţiune verticală. La teodolitele excentrice luneta e montată la unul din capetele axei turioanelor, spre a permite o vizare sub orice unghiu vertical. La teodolitul cu repetiţie se mai găseşte o a doua axă verticală (axa limbului), în jurul căreia se poate roti limbul atât repede, cât şi micrometric împreună cu toată construcţia superioară, astfel că se poate măsura multiplul oricărui unghiu.

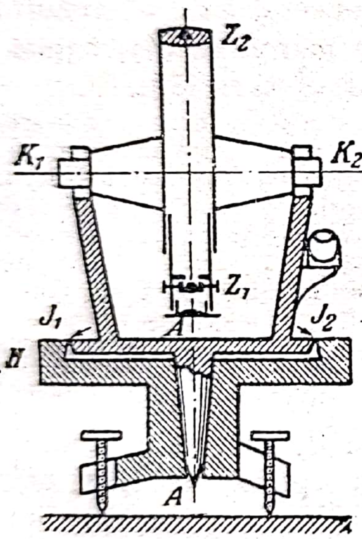


Fig. 11.

R e c t i f i c a r e a t e o d o l i t u l u i : α) $Z_1\,Z_2 \perp K_1\,K_2$; deviaţia axei optice faţă de perpendiculara pe axa turioanelor reprezintă eroarea de colimaţie c, care se poate elimina prin deplasare în direcţiune laterală a plăcii reticulare. β) AA trebue să fie vertical; deviaţia axei alidadei dela verticală e eroarea de punere în staţie f, care se elimină cu ajutorul şuruburilor de calaj, făcând ca $A\,A$ să se confunde cu verticala locului. γ) $K_1\,K_2 \perp A\,A$; condiţiunea β) odată îndeplinită, o modificare a condiţiunii γ) produce o inclinare i a axei turioanelor, care se elimină prin ridicarea sau coborîrea unui palier al axei turioanelor.

Relativ la α). După vizarea unui punct P situat aproape de orizont, prelungirea înapoi a acestei vizări prin darea peste cap a lunetei (pivoţii $K_1\,K_2$ rămân în palierele lor, obiectivul şi ocularul schimbându-şi locurile), e dată de ex. prin fixarea unui jalon P_1 sau prin citirea unei mire orizontale. Rotind luneta în jurul axei $A\,A$, se vizează din nou P, se dă luneta peste cap şi se plasează pe direcţiunea vizării un alt

jalon P_2. Distanța $\overline{P_1 P_2}$ corspunde la teodolitul centric cu $4c$, și se elimină prin deplasarea orizontală a firelor reticulare, astfel că linia vizuală (axa optică) se deplasează cu $\overline{P_1 P_2}/4$.

Relativ la β). Aducerea în poziție verticală a axei alidadei cu ajutorul unei nivele a cercului alidad sau unei nivele fixate pe lunetă, după **B 1 b)** (p. 1096)

Relativ la γ). Axa alidadei fiind verticală și dând luneta peste cap, axa ei optică rectificată după α), trebue să descrie un plan vertical. Verificare: Se vizează un punct înalt P (sub un unghiu vertical b), se aduce luneta aproape de orizontală și pe direcțiunea vizării se fixează un punct P_1 printr'un jalon sau prin citirea unei mire. După rotirea instrumentului, darea peste cap a lunetei și vizarea lui P_1, observăm față de P o deviație corespunzătoare dublei influențe a inclinării axei turioanelor ($2\,i\,\text{tg}\,b$) și care se elimină deci ridicând sau coborînd cu jumătatea deviației unul din palierele axei turioanelor.

Aducând o nivelă călăreață în prealabil rectificată după **B 1 b)'** (p. 1096) cu bula între repere, deviația observată după rotirea cu 180° în jurul axei alidadei se elimină jumătate prin ridicarea sau coborîrea unui palier al axei turioanelor, jumătate din șuruburile de calaj. Verificarea axei optice după α).

Eroarea de colimație și de întoarcere a axei turioanelor (α și γ) precum și excentricitatea (voită sau nu) a axei optice față de centrul limbului se pot elimina prin măsurători în ambele poziții ale lunetei și considerarea mediei acestor două măsurători (măsurători compensate); nu putem elimina însă (la metodele obișnuite de măsură) eroarea de punere în stație; aceasta trebue evitată cu atât mai mult, cu cât vizele sunt inclinate mai tare. Influența poziției excentrice a axei alidadei față de centrul cercului gradat se va elimina totdeauna prin citirea ambelor verniere diametral opuse și prin luarea mediei acestor citiri. Măsurători mai precise de unghiuri se fac totdeauna în două poziții ale lunetei.

2. Măsurarea unghiurilor orizontale. a) Prin măsurarea unghiurilor în serii (vizări de direcțiuni). Caz particular: Măsurătoare simplă de unghiuri, dacă avem numai două direcțiuni. După centrarea teodolitului deasupra creștetului unghiului și aducerea destul de precisă în poziție verticală a axei alidadei, se vizează consecutiv diferitele puncte, făcându-se la vernier citirile respective. Dând luneta peste cap (pentru eliminarea erorilor amintite mai sus) se efectuează aceeași măsurătoare în ordine inversă. Exemplul p. 1100 arată calculul. Citirile din una din pozițiile lunetei se scriu totdeauna deasupra liniei despărțitoare, cele din poziția a doua, dedesubtul ei. Dacă se închid mai multe (n) tururi de orizont (pentru a mări gradul de precizie al măsurătorii), după fiecare tur se deplasează cercul orizontal cu aproape $180°/n$ în vederea eliminării erorilor de gradațiuni. Inainte de începerea fiecărui tur de orizont trebue verificată centrarea și poziția verticală a axei alidadei.

b) Prin repetiție sau multiplicare (a fiecărui unghiu în parte). Pentru această metodă avem nevoie de un teodolit cu repetiție; cu această metodă obținem dublul, întreitul etc. unghiului căutat, astfel că acesta se poate determina destul de precis (cu aproximație de până la câteva secunde), chiar dacă diviziunile cercului gradat orizontal nu sunt prea fine (de ex. citirile cu vernier la cercuri mici). Măsurarea unui unghiu prin repetiție cuadruplă (cu compensarea erorilor de colimație și inclinării axei turioanelor). După centrarea teodolitului deasupra punctului și verticalizarea corespunzătoare precisă a axei limbului, vernierul principal (1) se aduce aproximativ în dreptul diviziunii 0; se vizează punctul de vizare din stânga L prin rotirea în jurul axei limbului și se face citirea a_0. Se vizeaza punctul din dreapta R prin rotirea în jurul axei alidadei și se face citirea aproximativă a_1. Se desface limbul și se vizează L; se desface alidada și se vizează R. Se dă luneta peste cap, se desface limbul și se vizează L; se desface alidada și se vizează

Tabela 1. Măsurarea unghiurilor orizontale
(Exemplu numeric)

Punctul de staţie: Darmstadt, catedrala, centric

Poziţia lunetei: $\frac{1}{2}$. turul de orizont 1 (vernier 10″)

Punctul de vizare	Vernier 1			Vernier 2		Media			Orientări			Media orientărilor / Unghiul orientărilor			Observaţiuni
	°	′	″	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″	
A	5	12	20	12	40	5	12	30	0	0	0				
B	185 79	12 28	30 30	12 28	30 20	79	28	40	74	16	10				
C	259 195	28 39	50 00	29 39	00 10	195	39	12	190	26	42				
	15	39	20	39	20										
	Punctul de staţie : Darmstadt, Catedrala, centric														
$L = . \; . C_5$	0	02	10	02	05	0	02	07	0	0	0	0	0	0	
$R = . \; \stackrel{<}{} . D_2$	(9	47	—	$= a_1$)		58	26	32	9	44	04	9	44	07	± 3″
(de 6 ori) $L = . \; . D_2$	58 0	26 01	35 10	26 6 *w* = 01	30 20	58. 0	24 01	25 15	0	0	0				
$R = . \; \stackrel{<}{} . C_5$	(350	17)	—			301	36	22	350	15	51				
(de 6 ori)	301	36	25	36	20										
				6 *w* =		301	35	07	359	59	55				

R. Se desface limbul şi se vizează *L*; se desface alidada şi se vizează *R*, făcându-se şi citirea pe cercul orizontal a_4. Unghiul de măsurat e $w = (a_4 - a_0)/4$. Diferenţa $a_1 - a_0$ dă valoarea aproximativă a unghiului, aceasta spre a putea stabili ulterior de câte ori trebue să adăugăm 360° la a_4 [respectiv de câte ori trebue să adăugăm 360°/4 la $(a_4 - a_0)/4$]. Spre a evita erorile cauzate de rotirile involuntare ale cercurilor orizontale, t o a t e rotirile se fac în sensul acelor de ceasornic, unghiurile suplementare (*R* = punctul de vizare din stânga, *L* = unghiul de vizare din dreapta) se măsoară în acelaşi mod şi ambele unghiuri astfel determinate se compensează la 360°. Exemplu numeric cu repetiţie de 6 ori, în tab. 1.

3. **Teodolitul pentru măsurarea unghiurilor verticale.** Cu axa turioanelor e legat solidar un cerc vertical gradat (pentru scopuri secundare un sector gradat), citirile pe el făcându-se cu ajutorul a două verniere diametral opuse. Aceste verniere sunt montate fie pe turioane, fie pe un disc (alidada cercului vertical) concentric cu cercul gradat vertical. Pe direcţiunea cercului vertical trebue să existe, în cazul determinărilor mai precise a unghiurilor verticale, o nivelă tubulară sensibilă (aşa numita nivelă a cercului vertical) fixată orizontal, fie ca nivelă fixă pe cercul alidad (sau pe turioane), fie ca nivelă de siguranţă montată pe cercul alidad (mobil) vertical, fie ca nivelă (în cazul acesta ca auxiliară) montată pe lunetă. Cercul vertical e gradat de obiceiu spre dreapta după distanţe zenitale. Rectificarea teodolitului se face ca sub I (p. 1098).

a) D e t e r m i n a r e a d u b l e i d i s t a n ţ e z e n i t a l e (metoda cea mai precisă). După centrarea teodolitului, în prealabil rectificat, deasupra

punctului (vârful unghiului), axa principală de rotațiune a instrumentului se aduce cât mai precis vertical, și se măsoară înălțimea axei de rotațiune a lunetei deasupra punctului de stație (înălțimea instrumentului). Se vizează punctul P, cercul vertical fiind de ex. la stânga liniei de vizare, bula nivelei cercului vertical fiind riguros între repere, și se face citirea l (pe cercul vertical), se dă luneta peste cap, în care operație cercul vertical își schimbă poziția (dela stânga la dreapta liniei de vizare), se aduce din nou bula între repere, se vizează din nou P și se face citirea r. Dacă (în poziția intermediară) s'ar face citirea Z_0, vizarea fiind îndreptată spre zenit ($Z_0 =$ poziția punctului zenital pe cercul vertical), distanța zenitală căutată ar fi $Pz = l - Z_0 = Z_0 - r$, deci $z = (l - r)/2$ și $Z_0 = (l + r)/2$. Pentru toate punctele fixe de viză suma $l + r$ e deci constantă (proba). Preciziunea se mărește prin măsurători repetate. Dacă la fiecare tur se deplasează cercul vertical sau vernierul, se modifică și Z_0. Exemplu numeric în tabela 2.

Tabela 2. Măsurarea unghiurilor verticale (Exemplu numeric)

Punctul de stație: Darmstadt 18

Poziția cercului vertical $\frac{l}{r}$ turul 1. Înălțimea instrumentului 1,32 (Vernier 20'')

Punctul de vizare	Vernier 1			Vernier 2		Media			$2z = l - r$			Media z			Observațiuni	$2Z_0 = l + r$
	°	'	"	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"		
Darmstadt	168	23	20	23	50	168	23	35	156	31	05				mijlocul	16' 05''
Catedrala	11	54	10	50	50	11	52	30	78	15	32					

b) Măsurarea distanței zenitale simple, resp. a unghiului vertical. Spre a putea obține distanța zenitală, resp. unghiul vertical $90° - z$, numai într'o singură poziție a cercului vertical, se pune Z_0 la zero, resp. $90°$ (eliminarea erorii de indice a cercului vertical); atunci $l = z$ resp. $r = 90° - z$ (unghiurile de sub orizont sunt complementele lui r până la $360°$).

Pentru eliminarea erorii de indice a cercului vertical se poate măsura după a) una (sau mai multe) distanțe zenitale, pe urmă, după felul de construcție a teodolitului, se deplasează fie vernierul cercului vertical, fie reticulul (în direcțiune verticală), până când, vizând punctul, nivela fiind cu bula între repere, citim distanța zenitală resp. unghiul vertical măsurat.

c) Măsurarea unghiurilor verticale întrebuințând nivela axei lunetei. Axa nivelei se aduce mai întâi cât mai paralel posibil cu axa optică (vezi și rectificarea instrumentelor de nivelat, p. 1118). Teodolitul fiind pus în stație și vizând punctul P, se citește a pe cercul vertical, se aduce între repere bula nivelei și se face citirea a_0; unghiul vertical al vizării spre P e egal cu $a - a_0$ sau $a_0 - a$

D. Instrumente magnetice și instrumente de mână liberă pt. măsurarea unghiurilor verticale și orizontale

La busolele de câmp o axă de rotațiune verticală poartă o busolă circulară cu o gradațiune din grad în grad sau din jumătate în jumătate grad făcută în sens invers, de obiceiu și o lunetă mobilă pentru măsurarea lungimilor, a cărei axă optică e paralelă cu linia 0°...180° a gradațiunilor busolei. Prin așezarea unei busole circulare sau a unei

busole de orientare de ex. deasupra axei turioanelor a unui teodolit se poate întrebuința acesta la măsurători magnetice. Azimutul magnetic al unei vizări (unghiul orizontal între nordul magnetic și între vizare) se determină cu ajutorul unei busole circulare prin citirea la capătul nordic al acului magnetic, cu o busolă de orientare ca diferența unghiurilor orizontale. Citirea se face pe cercul orizontal al teodolitului după vizarea punctului și după ce acul magnetic a fost adus în poziția zero. Citirile făcute la ambele capete ale acului magnetic și luând media, elimină eroarea de excentricitate a punctului de rotațiune a acului magnetic față de centrul cercului gradat sau eroarea de coliniaritate a capetelor acului și punctului de rotațiune. Dacă planul de vizare face cu direcțiunea 0°...180° a busolei unghiul i (eroarea de indice) toate azimutele observate sunt cu unghiul i prea mari.

Eroarea medie de oprire și citire (după fiecare citire se va ciocăni ușor busola) a unui bun magnet e de ± 2'...6'; deviația zilnică a Nordului magnetic (declinația) vara e de cca 0,2°, iarna de 0,05°, așa că, fără a lua în considerare această variație, măsurători ale azimutului magnetic mai precise decât până la 0,1° nu au nicio valoare.

Diferența dintre două azimuturi magnetice măsurate din același punct de stație ne dă unghiul orizontal dintre cele două direcțiuni, chiar dacă acul magnetic ar fi avut o deviație locală (măsurătoarea unghiurilor cu busola). Dacă se cunoaște azimutul geografic α al unei direcțiuni și se măsoară azimutul ei magnetic N, se găsesc (făcând abstracție de convergența de meridian pentru ținuturi puțin întinse) azimuturile geografice α' și ale altor direcțiuni prin măsurători făcute cu același instrument din azimutul magnetic N' și anume $\alpha' = N' + k$ în care $k = \alpha - N$. Dacă $i = 0$, k reprezintă declinația magnetică care se poate lua cu aproximație de ex. din harta magnetică a Germaniei executată de K. Haussmann.

Măsurarea unghiurilor cu busola în comparație cu teodolitul e foarte neprecisă, din care motiv se utilizează numai pentru ridicări secundare. Avantajul principal al busolei constă în faptul că în locuri unde nu există o deviație magnetică (care se poate recunoaște prin citirea azimutului magnetic al unei drepte la ambele ei capete), se poate determina direct azimutul magnetic (respectiv orientarea sau azimutul geografic) cu o eroare medie de cca ± 0,1° și la măsurători făcute cu busola la poligonații se poate sări câte un punct (măsurători cu puncte sărite), ceea ce rapiditatea măsurătorilor reclamă mai ales când laturile se măsoară pe cale optică; metoda e aplicată și pentru puncte laterale.

Pentru ca transmiterea erorilor să se facă cât mai puțin simțită în poligonații făcute cu busola, se vor întrebuința laturi cât mai scurte (în subterane până la cca 20 m, iar la suprafață până la 100 m).

Instrumentele de mână liberă pentru măsurarea unghiurilor verticale folosesc fie un fir cu plumb, fie o nivelă pentru asigurarea verticalității sau orizontalității, și dau unghiurile verticale, la o măsurare îngrijită, cu o eroare medie de cca ± 0,1°. La instrumentul comod a lui Wolz (în Bonn, după Brandis), un cerc gradat frontal oscilează într'o cutie în jurul unei axe orizontale, și a cărei direcțiune 0°...180° stă, cu ajutorul unei greutăți, totdeauna orizontală. Cu ajutorul unei mici lunete plasată lateral se poate viza punctul și în același timp să se facă și citirea unghiului vertical. La clinometrele de buzunar Wichmann (Berlin) se poate citi unghiul de inclinare al vizării pe imaginea mărită a unei scări gradate, în legătură cu o greutate pendulară. Verificarea se face aici destul de exact prin măsurarea aceluiași unghiu de inclinație odată „înainte" ca unghiu de creastă sau înălțime, iar odată „înapoi" ca unghiu de vale sau adâncime.

Sextantul (octantul, cercul) cu oglinzi pentru măsurarea unghiurilor orizontale. La măsurarea unghiului între vizarea stângă L și între vizarea dreaptă R se rotește oglinda mare până când imaginea directă și cea de două ori reflectată a punctului L se acopere și apoi se citește pe

cerc diviziunea a_0 (≈ 0). Prin rotirea oglinzii mari se acopere imaginea directă a punctului L, cu imaginea reflectată de două ori a punctului R şi se citeşte apoi a_1. Unghiul de poziţie căutat între L şi R (cu mijlocul oglinzii mari ca vârf al unghiului) e $\varphi w = a_1 - a_0$. Condiţiuni: Oglinzile trebue să fie fără erori (plane şi paralele) şi perpendiculare pe planul sextantului. O mică excentricitate a axei de rotaţiune faţă de mijlocul cercului gradat falsifică simţitor unghiul măsurat, dacă nu se poate citi decât la un vernier, din care motiv se institue tabele de corecţie din comparaţia unghiurilor măsurate cu sextantul, cu cele teoretice. Oglinzile pot fi înlocuite total sau în parte prin prisme şi, afară de aceasta, se pot întrebuinţa cercuri secţionate. Dacă z_1 şi z_2 sunt distanţele zenitale (= unghiurile zenitale) ale punctelor L şi R şi α unghiul orizontal căutat, rezultă

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s - z_1)\sin(s - z_2)}{\sin s \sin(s - w)}}, \text{ dacă } s = \frac{w + z_1 + z_2}{2}.$$

Prin suspendarea unui fir cu planul lung de cca $1^1/_4$ m cu un ochiu de cca $^1/_4$ m deasupra mijlocului oglinzii celei mari dându-i acesteia posibilitatea de rotire, se poate ca direcţiunea firului cu plumb să fie oglindită pe direcţiunea punctelor de vizare; citirile pe cerc dau destul de exact pe $180° - z_1$ (resp. $180° - z_2$) cu o eroare medie de cca $\pm 10'$ (acceptabilă dacă $z > 60°$).

Unghiuri verticale mai precise se obţin prin măsurarea unghiului între imaginea punctului (un punct înalt) într'un orizont artificial (un vas cu mercur, uleiu, cerneală) şi între punctul însuşi cu ajutorul sextantului, sau pe mare între punctul înalt şi orizont.

III. Instrumente pentru măsurarea lungimilor

A. Late de măsură (Rigle)

Latele (din lemn de brad sau molid) de obiceiu de 5 sau 3 m lungime, au capetele prevăzute cu saboţi metalici cu extremităţile plane sau în muchie de cuţit. Diviziunile din metru în metru sunt colorate diferit şi subdivizate până în decimetri. La măsurători se utilizează de regulă o pereche de late.

Conform directivelor topometrice prusiene No. X (pentru măsurători cadastrale) [1], o lată de 5 m poate avea o toleranţă de cel mult ± 1,6 mm, una de 3 m cel mult ± 1,3 mm. In cazul măsurătorilor mai precise trebue să determinăm adevărata lungime a fiecărei diviziuni de un metru a latelor de măsură, a perechii de late, spre a putea converti distanţele măsurate în raport cu etalonul de măsură; variaţiile faţă de etalon pot fi până la 0,44 mm.

In acest scop, comparatorul de campanie a lui Sickler (Karlsruhe i. B.) e foarte comod; e confecţionat dintr'o bandă solidă de invar (aliaj de nichel, cu cca 36% nichel, care practic nu se dilată deloc la căldură), care se întinde deasupra latei de verificat cu o tensiune constantă dată de un arc spiral), aşa încât putem citi lungimea la fiecare cotă în parte.

In teren orizontal plan măsurătoarea se face de-a-lungul unui aliniament trasat de-a-lungul unei sfori întinse sau de-a-lungul unei linii trasate cu creta prin punerea cap la cap a latelor. In teren inclinat latele se menţin orizontale ($\perp$ pe firul cu plumb) şi aşezate în scară cu ajutorul firului cu plumb, sau în fine latele se aşează direct pe sol cap la cap, citind unghiul de inclinare (panta) γ la fiecare lată (măsurătoare de pantă) cu ajutorul unui clinometru (cerc gradat cu un suport de aşezare cât mai lung). Din lungimea oblică se va scădea suma reducerilor ($\Sigma[2\, l \sin^2 \gamma/2]$, în care l = lungimea latei) spre a obţine lungimea orizontală.

---

[1]) Berlin, ed. R. v. Deckers (G. Schenk), vezi şi III B.

B. Panglici de măsură

Panglicile, de obiceiu de 20 m lungime, confecționate din oțel de resoarte (10...28 mm lățime și 1/2 mm grosime) prevăzute la capete cu inele, ce se introduc în fișe, așa încât întreaga lungime a panglicii să fie cuprinsă între ele; subdiviziuni până la decimetru.

La efectuarea măsurătorii, capătul panglicii se marchează prin fixarea în teren a unei fișe, panglica se întinde cu forța de cca 15 kg, influența temperaturii se neglijează de regulă (lungirea unei benzi de 20 m la 10° e cca de 2,2 mm). Pe teren inclinat se măsoară cu panglica întinsă aproape de teren, fișa din față fiind deplasată de fiecare dată cu câtimea $r = 2\,l\,\sin^2(\gamma/2)$ (l = lungimea benzii, γ = unghiul de inclinare) spre a obține direct lungimea orizontală a distanței. Unghiul γ (sau direct r pentru $l = 20$ m) se obține cu ajutorul unui mic instrument de măsurat unghiurile verticale (de ex. al lui Wolz, vezi II D, p. 1102).

Alte variante de panglici (mai ușoare) sunt ruletele prevăzute cu mânere adecuate spre a putea face măsurătorile și fără fișe; pentru scopuri mai expeditive, panglici de pânză având intercalate fire de bronz.

După instrucțiunile cadastrale prusiene X [1]) panglicile de 20 m, ținând cont de dilatarea termică, pot avea o toleranță de cel mult ± 3,5 mm; după indicațiile Consiliului Geodezic din Germania, abaterea maximă față de etalon a latelor și panglicilor (până la $n = 30$ m lungime) e $d = (1 + 0{,}1 \cdot n)$ în mm.

„Lungimea benzii" se verifică prin compararea întregii ei lungimi cu a unui aliniament de 20 m lungime măsurat cu etalonul, de ex. cu două etaloane de câte un metru lungime din metrul cu extremitățile în muchie de cuțit.

C. Lanțul, tamburul și firul de măsură

Lanțul e actualmente înlocuit de panglica de oțel și nu e permis să se întrebuințeze la măsurătorile cadastrale. Tamburul sau roata e prevăzută cu un indicator de ture și se întrebuințează numai în cazuri speciale (de ex. pe șinele de cale ferată). Firele de măsură confecționate din invar prevăzute cu dispozitive de aliniere și întindere se întrebuințează acum pentru măsurători de preciziune. Un mijloc comod pentru întocmirea crochiurilor etc. e măsurătoarea cu pasul; lungimea pasului se determină prin încercări.

D. Preciziunea

Măsurarea cu late e superioară ca preciziune față de măsurarea obișnuită cu panglica; după Jordan eroarea medie incidentală pentru o lungime se poate lua la late $\pm 0{,}003\sqrt{s}$, la panglica de oțel $\pm 0{,}005\sqrt{s}$ și la lanț $\pm 0{,}008\sqrt{s}$. Prin cercetări mai amănunțite se iau în considerare și erorile fixe și cele sistematice, dând eroarea totală $m_s = c + \mu\sqrt{s} + fs = \sqrt{c^2 + \mu^2 s + f^2 s^2}$. Mărimile c, μ și f sunt foarte diferite de ex. după Reinhertz $m_s = \sqrt{10 + 0{,}0204\,s + 0{,}000\,56\,s^2}$, unde m_s e în milimetri, iar s în metri pentru măsurători cu late bine verificate pe un teren plan și tare. Diferența maximă admisibilă între două măsurători e de cca $a = \pm 3\sqrt{2} \cdot m_s$.

De ex. conform instrucțiunilor cadastrale prusiene IX pentru teren șes $a_I = 0{,}01\sqrt{4\,s + 0{,}005\,s^2}$, pt. teren foarte accidentat $a_{III} = 0{,}01\sqrt{8s + 0{,}01\,s^2}$; după hotărîrile Consiliului [2]) $a_I = 0{,}02 + 0{,}004\sqrt{s} + 0{,}0003\,s$, iar pentru $a_{III} = 0{,}02 + 0{,}008\sqrt{s} + 0{,}0004\,s$.

Executând măsurătoarea cu late în muchie de cuțit de-a-lungul unui fir întins, citind unghiul de inclinare la fiecare lată în parte cu un clinometru oarecare (de ex. cerc gradat), preciziunea se mărește în mod simțitor. Pentru lucrări de trasare se cere la pichetarea lungimilor o preciziune în general de aproape 1/2000.

---

[1]) Berlin, ed. R. v. Deckers (G. Schenck). — [2]) Z f. Vermesswes. 58 (1929), fasc. spec.

E. Telemetre. Măsurarea optică a distanţei

La aceste instrumente se formează totdeauna un triunghiu cu unghiu ascuţit, în care se determină cu preciziune unghiul ascuţit şi latura opusă (baza) spre a putea determina o altă latură a triunghiului.

1. Telemetrul cu şurub tangenţial. Prin învârtirea unui şurub micrometric, o lunetă se va roti în jurul axei orizontale (fig. 12). Dacă pasul şurubului e g iar c distanţa dela axa şurubului până la axa turioanelor, D şi h distanţa orizontală şi verticală dela axa turioanelor la diviziunea l_1 de pe mira (lata nivelatoare) aşezată vertical rezultă: $D = lc/[g(a_2 - a_1)]$ şi $h = Dg(a_1 - a_0)/c = l(a_1 - a_0)/(a_2 - a_1)$, dacă a_0 e citirea la tamburul şurubului micrometric pentru o vizare orizontală a_1 când vizăm pe l_1, şi a_2 când vizăm pe l_2, iar $l = l_2 - l_1$. Foarte frecvent $g = c/100$ (şurub procentual) şi $a_2 - a_1 = 1$ (un tur al şurubului) aşa că l-ul corespunzător de pe miră (un număr fracţionar) trebue determinat; în acest caz $D = 100\,l$ şi $h = (a_1 - a_0)\,l$. Determinarea riguroasă a constantei c/g se face prin măsurarea distanţei D cu late de măsură şi din l şi $(a_2 - a_1)$ măsurat.

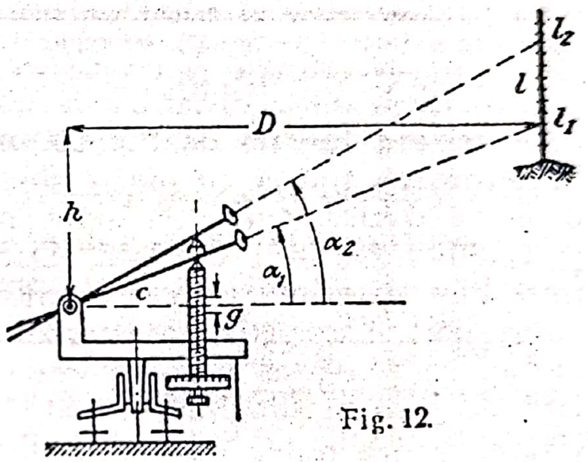


Fig. 12.

2. Telemetrul cu fire stadimetrice. Pe reticulul lunetei se mai găsesc de obiceiu, afară de cele două fire în cruce, încă două fire orizontale, a căror distanţă e p. Prin aceasta se obţin două linii noi de vizare, cari formează un unghiu de vizare constant β (fig. 13). In ipoteza că mira e perpendiculară pe linia medie de vizare şi că l diviziuni de pe miră sunt cuprinse între cele două fire stadimetrice, avem după fig. 13: $E = c + F/p \cdot l = c + Cl$. Forma acestei relaţiuni a distanţei se menţine şi în cazul ocularului negativ. La telemetrul sistem Porro $c = 0$ (aproximativ). C e de obiceiu 100 sau 200. La instrumentele obişnuite c se măsoară direct la instrument (până la cm). C va fi media aritmetică a unui număr de valori $C_1 = (E_1 - c)/l_1$, $C_2 = (E_2 - c)/l_2 \ldots$ corespunzătoare distanţelor E_1, E_2, ... (de ex. 50 m, 100 m ...) determinate în prealabil foarte precis prin măsurători directe pe un teren aproape plan, şi distanţelor de pe miră l_1, l_2 ...,vizarea medie fiind aproape orizontală. Intru cât la majoritatea instrumentelor noi C nu se mai poate modifica, c şi C sunt adesea valori fracţionare, de ex. $E = 0{,}41 + 99{,}42\,l$. Spre a calcula mai comod diverse E, citim direct între firele stadimetrice distanţa aproximativă: $(E) = 0{,}5 + 100\,l$ la care se adaugă aici micile corecţii $E - (E) \approx -0{,}09 - 0{,}58 \cdot (E)/100$, cari se pot lua dintr'un grafic sau din tabele numerice.

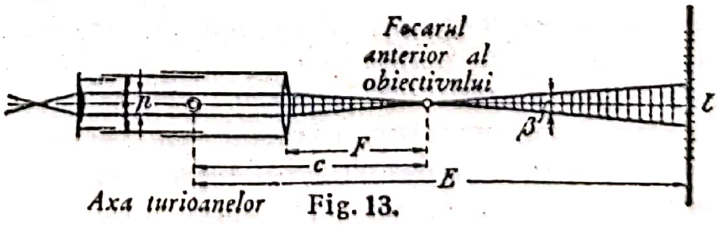


Fig. 13.

Dacă vizarea medie e inclinată cu unghiul α faţă de orizontală şi dacă citim pe mira aşezată vertical l diviziuni cuprinse între firele stadimetrice, obţinem pentru toate scopurile, destul de precis, distanţele pe orizontală şi verticală dintre axa turioanelor şi punctul de pe

mira vizat cu firul mediu după formulele: $D = c\cos\alpha + Cl\cos^2\alpha$ şi $h = c\sin\alpha + Cl\sin\alpha\cos\alpha$. In locul acestor două formule se utilizează formulele: $(D) = E\cos^2\alpha = E - E\sin^2\alpha$ şi $(h) = E\,{}^1/_2 \cdot \sin 2\alpha = (D)\,\mathrm{tg}\,\alpha$ unde $E = c + Cl$. La acestea se adaugă numai în cazul unei măsurători de preciziune (lata aşezată perfect vertical şi sprijinită) corecţiile: $D - (D) = 2c\sin^2(\alpha/2)\cos\alpha$ şi $h - (h) = 2c\sin^2(\alpha/2)\sin\alpha$. Acestea se iau din tabele numerice. Dacă Q e cota punctului de staţie al instrumentului, J înălţimea deasupra acestuia (a axei turioanelor), Z înălţimea punctului (deasupra terenului) vizat pe miră cu firul mediu, care adesea se semnalizează printr'un disc deplasabil ş. as., q cota punctului unde s'a aşezat mira, rezultă: $q = Q + J - Z + h$. Printr'o alegere convenabilă a lui Z, expresia $Q + J - Z$ poate fi exprimată printr'un număr întreg de metri.

Calcularea riguroasă a lui (D) şi (h) se face cu logaritmi cu 4 sau 5 zecimale; afară de acestea servesc pentru un calcul mai repede rigle speciale de calcul (logaritmice) (la aceste rigle de calcul tahimetrice poziţia virgulei la (h) se obţine printr'un calcul aproximativ — fiecare 60 m şi 1° dau câte 1 m la (h) —) şi table numerice (de ex. tablele auxiliare pentru tahimetrie de Jordan) sau tabele grafice.

Eroarea medie a distanţei, la un unghiu de inclinaţie mic, la o putere de mărire a lunetei de cca 20 ori ($C \approx 100$, utilizând o miră gradată în centimetri ţinută cu mâna liberă, a cărei verticalitate e controlată cu o nivelă sferică, citire la ambele fire stadimetrice) poate fi luată dela ± 1/400...1/500 din distanţă. Dacă însă citirea pe fire se face vizând ţinte bine determinate, de ex. mijlocul benzilor de centimetri, şi se întrebuinţează mire sprijinite, preciziunea creşte la ± 1/2200 [1]). La teodolitul rutier se măsoară exact unghiul orizontal sub care se vede o lată de 1...3 m lungime, aşezată orizontal şi perpendicular pe linia de vizare, spre a putea determina distanţa orizontală.

Telemetrul autoreductor: Cu telemetrul Hammer-Fennel [2]) la o inclinaţie oarecare a vizei (în intervalul ± 30°) citim pe o miră aşezată vertical între cele două „fire ale distanţelor" şi între celelalte două „fire ale înălţimilor" o fracţiune l_1 din distanţa orizontală D, respectiv o fracţiune l_2 din diferenţa de înălţime h, aşa încât: de ex. $D = 100\,l_1$ şi $h = 20\,l_2$. Tahimetrul proiectiv sau de culisaj (de ex. a lui Kreuter, Wagner-Fennel) ne dă direct distanţa orizontală D şi diferenţa de nivel h (resp. imediat cota $q = Q + J - Z + h$) sub forma unor simple citiri la o scară orizontală şi la una verticală. In acest scop luneta instrumentului e legată de o rigletă E cu originea gradaţiilor (zero) în axa turioanelor, care la inclinarea lunetei rămâne mereu paralelă cu linia de vizare inferioară. Dacă se citeşte pe o miră ţinută perpendicular pe linia de viză inferioară (între firele stadimetrice) distanţa oblică $E' = c + Cl$ şi dacă acest E' e transpus pe rigleta E, citirile la scara orizontală şi verticală ne dau $D = E'\cos\alpha$ şi $h = E'\sin\alpha$, dacă α e unghiul de inclinare a vizării inferioare. — La tahimetrul reductor Boßhardt-Zeiß [3]), în faţa unei jumătăţi a obiectivului lunetei e montată o prismă rotativă optică; la inclinarea lunetei, prisma se roteşte automat astfel încât cele două imagini ale unei late orizontale să fie deplasate mereu cu $1/100\,D$. Printr'un dispozitiv special, aceste două imagini se separă în câmpul lunetei, măsurându-se foarte exact (prin verniere etc.) deplasările lor. Eroarea medie a distanţei măsurată numai odată cu un telemetru de preciziune e cca ± 1/1800 din distanţă [4]).

[1]) V. Der Hohennersche Präzisionsdistanzmesser, Leipzig 1919, Teubner. — [2]) Stuttgart 1901 la Wittwer. — [3]) Boßhardt, Das neue Reduktionstachymeter Boßhardt-Zeiß, Schweiz. Z f. Vermesswes. u. Kulturtechnik 1927, tipografia Winterthur. — Acelaşi, Optische Distanzmessung und Polarkoordinatenmethode, Stuttgart 1930. Wittwer. — [4]) Schneider, Genauigkeitsergebnisse etc., Z f. Instrumentenkunde 49 (1929), p. 541 ş. u. Acolo şi altă bibliografie.

IV. Ridicarea planurilor de situaţie prin metoda numerică

A. Suprafeţe mici

Suprafeţele mici se ridică prin măsurarea coordonatelor (x, y) fiecărui colţ al suprafeţei în parte, faţă de o dreaptă ce o traversează în lung (dreapta de ridicare, linia de măsură sau axa absciselor). Măsurând distanţele dintre colţuri şi comparându-le cu valorile determinate prin calcul, rezultă un control din diferenţele de coordonate respective. Pentru determinarea picioarelor perpendicularelor ne servim de instrumentele descrise la cap. II A (p. 1092 ş. u.), cu cari le determinăm cu o eroare medie $m_x = \pm 2'/\rho' \cdot y$. Dacă se admite de exemplu pentru $m_x = \pm 3$ cm, nu se admit perpendiculare mai lungi decât $y = \pm 50$ m, deci între două puncte vecine, la determinarea lungimilor, pot să intervină erori până la $\pm 3\sqrt{2} \cdot 3 = \pm 13$ cm. Abscisele şi ordonatele se măsoară de obiceiu cu late sau panglici, mai rar cu telemetre [1]); abscisele de obiceiu în ordine crescândă a valorilor.

Dacă o *singură* linie de ridicare nu e suficientă pentru ridicarea unui grup de terenuri, utilizăm mai multe asemenea linii legate între ele prin triunghiuri, şi determinăm poziţia lor reciprocă prin măsurări de lungime. La pichetarea reţelei de linii de măsură trebue observat că forma şi mărimea unui triunghiu cu mai mult decât un unghiu foarte ascuţit se determină cu incertitudine din cauza erorilor inevitabile la măsurarea lungimilor; prin măsurarea de ex. a unei înălţimi a triunghiului acest inconvenient se poate înlătura. Colţurile şi punctele de hotar se pot ridica şi prin măsurarea coordonatelor lor rectangulare raportate la o linie de măsură vecină şi prin legarea dreptelor ce trec prin câte două puncte la două linii de măsură adecuate; utilizarea simultană a metodelor de mai sus (cât şi măsurarea distanţelor între puncte) ne oferă un control. Rezultatele măsurătorilor se trec după anumite reguli într'un crochiu (aproximativ la scară), care se completează cu indicaţia Nordului, situaţia punctelor şi liniilor de hotar, cât şi cu culturile şi posesorii parcelelor.

La *ridicările prin metoda polară* unghiurile orientărilor se determină de obiceiu cu un teodolit, iar distanţele orizontale cu telemetre optice (v. III E).

B. Ridicări prin poligonaţii

Această metodă devine necesară când suprafaţa de ridicat nu are vizibilitate şi are o astfel de configuraţie, încât liniile de măsură nu pot fi determinate destul de exact ca poziţie relativă numai prin măsurări de lungimi. In asemenea cazuri se utilizează poligonaţii, cari înconjoară sau traversează suprafaţa astfel, încât atât pe laturile poligonaţiilor, cât şi pe dreptele ce unesc două puncte ale poligonaţiilor etc., se pot ridica colţurile şi punctele de hotar în modul arătat sub IV A. Spre a se atinge o preciziune mai mare, punctele de poligonaţie se vor alege astfel, încât laturile reţelei să aibă o lungime medie de 150 m (nici sub 50 m şi nici peste 300 m), iar laturi scurte imediat după laturi lungi, şi invers, să nu existe; măsurarea laturilor cu latele sau cu banda de oţel să fie comodă, iar semnele punctelor (jaloane etc.) pentru măsurarea unghiurilor cu ajutorul unui mic teodolit trebue vizate cât mai jos posibil (chiar pe teren).

Marcarea punctelor prin ţăruşi, ţevi de fier sau lut şi pietre; nomenclatura punctelor în schiţa poligonaţiei de obiceiu prin numere. Măsurarea distanţelor şi înapoi până la

[1]) Vezi nota [2]) din pag. 1106.

centimetri — ambele măsurători să nu difere (după o prealabilă ridicare la etalon) una de alta decât cel mult cu $\pm 0{,}007\sqrt{s}$. Măsurarea unghiurilor făcută fie în serii (odată în fiecare poziţie a lunetei) fie prin repetiţie dublă oferă, la o bună centrare, o eroare medie la fiecare unghiu de cca $\pm 15''$. Când laturile unui unghiu sunt scurte, se va da mare atenţiune la centrarea teodolitului şi la semnale.

In caz că nu se pot evita laturile prea scurte, erorile mari unghiulare provenite din cauza unor mici erori de centrare se pot elimina prin dispozitive speciale, prin cari semnalul şi teodolitul se pot aduce alternând în acelaşi loc până la fracţiuni de milimetru. Această centrare forţată se realizează cu dispozitive speciale (Breithaupt în Kassel sau Freiberg (Hildebrand în Freiberg i. S.).

Dacă suma unghiurilor poligonaţiei e cunoscută, de ex. suma unghiurilor $\left\{\begin{matrix}\text{interioare}\\ \text{exterioare}\end{matrix}\right\}$ într'o poligonaţie închisă cu n puncte e $\left\{\begin{matrix}n-2\\ n+2\end{matrix}\right\}\cdot 180^\circ$, trebue ca suma unghiurilor măsurate să nu depăşească valoarea teoretică cu mai mult decât $\pm\,(45''...60'')\sqrt{n}$; în caz contrar ne vom putea aştepta la erori grosiere. Inregistrarea măsurătorilor de unghiuri şi laturi se apreciază în formular (p. 1100) după ce rubrica „observaţiuni" se înlocueşte cu „lungimi". In cazuri speciale, de ex. la lucrările de cale ferată, laturile se determină cu telemetre optice (III E p. 1104) sau pe cale indirectă măsurând o latură şi două unghiuri într'un triunghiu care cuprinde latura de determinat. Spre a orienta reţeaua poligonală în raport cu punctele cardinale, se poate măsura (de ex. cu o busolă) azimutul unei laturi a poligonaţiei. Intru cât raportarea în plan a unei poligonaţii mai lungi cu ajutorul raportului şi dubludecimetrului e neprecisă, se calculează de obiceiu coordonatele cartesiene ale punctelor de poligonaţie, astfel că acestea se pot transpune într'un carelaj decimetric precis (IV F p. 1116).

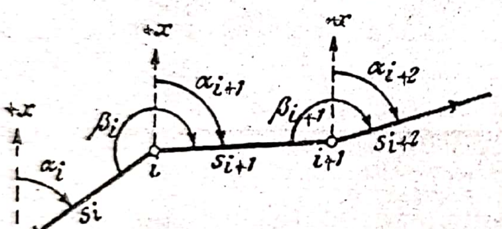


Fig. 14.

Calcularea unei poligonaţii. Mai jos se admite că axa $+y$ se obţine totdeauna prin rotaţiunea axei $+x$ cu 90° $(=100^g)$ în sensul acelor unui ceasornic (sens pozitiv de rotaţiune). Unghiul de orientare sau simplu orientarea unei direcţiuni e unghiul pozitiv + între o paralelă cu axa $+x$ şi direcţiunea respectivă. Dacă (conform fig. 14) $i-1,\ i,\ i+1$ sunt puncte succesive ale poligonaţiei, s_{i-1}, s_i, s_{i+1} laturile $\overline{i-2, i-1}$, $\overline{i-1, i}$, $\overline{i, i+1}$ ale poligonaţiei, α_{i-1}, α, α_{i+1} orientările laturilor iar β_i unghiurile poligonaţiei în punctele i, socotite în sens pozitiv plecând dela latura stângă $i,\ i-1$, până la cea din dreapta $i,\ i+1$ (toate unghiurile β_i ale poligonaţiei pornesc prin urmare dela latura stângă), y_i, x_i; y_{i+1}, x_{i+1} coordonatele punctelor i şi $i+1$, sunt valabile în general formulele:

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i \pm 180^\circ + \beta_i; \qquad y_{i+1} = y_i + s_{i+1}\sin\alpha_{i+1};$$

$$x_{i+1} = x_i + s_{i+1}\cos\alpha_{i+1}.$$

Fiind datele coordonatele unui punct al poligonaţiei şi orientarea (azimutul) [1]) unei laturi, formulele de mai sus dau coordonatele tuturor punctelor de poligonaţie. Practic se alege totdeauna semnul lui 180° $(\pm)$ aşa fel, încât unghiul α_{i+1} să fie pozitiv în intervalul 0° şi 360° Pentru calcularea diferenţelor de coordonate sunt suficiente tablele loga-

[1]) Prin orientare vom înţelege azimutul geodezic şi se va întrebuinţa termenul orientare sau azimut. Azimutul geodezic + convergenţa de meridian = azimut geografic. Azimutul magnetic + declinaţia magnetică = azimut geografic. Azimutul astronomic se ia în raport cu linia Sud. (n. tr.).

Scanned with OKEN Scanner

ritmice cu 4 sau 5 zecimale. Semnele funcţiunilor trigonometrice în cele patru cadrane sunt date de tabela alăturată:

dacă α e în:		atunci avem:		
		sin	cos	tg
cadranul	I	+	+	+
„	II	+	—	—
„	III	—	—	+
„	IV	—	+	—

Practic, pentru căutarea valorilor funcţiunilor trigonometrice ale unghiurilor mari (şi reciproc) se ia totdeauna surplusul unghiului peste limita cadranului. Dacă unghiul de orientare se găseşte în cadranul I sau III, funcţiunile trigonometrice ale surplusului unghiului sunt identice cu ale unghiului însăşi, dacă orientarea se găseşte însă în cadranul II sau IV, se vor lua co-funcţiunile (funcţiunile complementare) ale surplusului. Şi maşinile de calculat, în special maşina dublă, oferă un mijloc comod pentru calculul diferenţelor de coordonate şi al coordonatelor.

1. **La calcularea poligonaţiilor deschise sau libere** (suspendate, cari nu sunt duse între puncte de coordonate date) nu există un mijloc de control, din care cauză ele se vor evita. O probă pentru măsurarea unghiurilor (în general sumară) se obţine prin măsurarea orientărilor (azimutelor) primei şi ultimei laturi a poligonaţiei cu ajutorul unui instrument magnetic.

2. **In poligonaţii închise** punctul iniţial coincide cu cel final, şi prin măsurarea tuturor unghiurilor şi laturilor se obţin observaţiuni în exces. Eroarea w_β a sumei unghiurilor poligonului (eroarea de închidere a poligonului) faţă de valoarea teoretică (v. m. s.) se repartizează mai întâi în mod egal pe unghiurile măsurate. Cu aceste unghiuri corectate se calculează după formulele de bază diferenţele de coordonate $s \sin \alpha$ şi $s \cos \alpha$ şi din cauza încă a unor erori de unghiuri şi de laturi se arată erorile de închidere la coordonate $w_y = \Sigma(s \sin \alpha)$ şi $w_x = \Sigma(s \cos \alpha)$, de unde eroarea liniară de închidere a poligonaţiei e $f = \sqrt{w_y^2 + w_x^2}$. In cazul că $f < 0{,}015 \sqrt{\Sigma s}$, nu sunt de aşteptat erori grosiere, şi se poate ca în acest caz w_y şi w_x să fie repartizaţi proporţional cu laturile pe diferenţele de coordonate respective. Erorile datorite lungimii inexacte a instrumentelor de măsură se pot elimina prin compararea acestora cu etalonul de măsură (cel mai indicat, direct pe câmp).

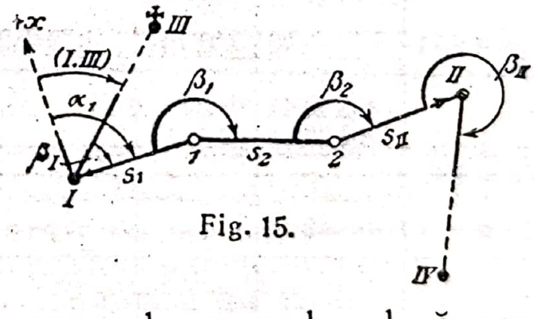


Fig. 15.

3. Dacă poligonaţia trece prin punctele finale I şi II (fig. 15) şi dacă se cunosc în I şi II orientările vizărilor depărtate iniţială şi finală, de ex. (I · III) şi (II · IV) (de ex. din coordonatele cunoscute ale punctelor depărtate III · IV), şi dacă se măsoară unghiurile de racord iniţial şi final β_I şi β_{II}, compensarea acestei poligonaţii orientate şi racordate are loc în etape şi după cum urmează. Orientările vizărilor iniţiale şi finală rezultă din:

$$\operatorname{tg}(I \cdot III) = (y_{III} - y_I)/(x_{III} - x_I) \text{ şi } \operatorname{tg}(II \cdot IV) = (y_{IV} - y_{II})/(x_{IV} - x_{II}).$$

Eroarea de închidere unghiulară $w_\beta = [(I \cdot III) + \Sigma\beta - k \cdot 180°] - (II \cdot IV)$, k fiind un număr întreg a cărui valoare nu trebue cunoscută în prealabil. Dacă w_β e acceptabilă (vezi mai sus), ea se repartizează uniform pe cele n unghiuri β şi după calcularea orientărilor şi diferenţelor de

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 1
Poligonația dela I = P. P. 5 ... II = P. P. 11

Latura s / Punctul	Unghiul α al orientării. Unghiul β de poligonație / $d\beta$	lg sin α / lg s / lg cos α	lg (s sin α) / lg (s cos α)	$\Delta_y = s \sin\alpha$ / dy / y	$\Delta_x = s \cos\alpha$ / dx / x	
						$y_{III} = + 1444,20$
						$y_I = + 1382,76$
						$y_{III} - y_I = + 61,44$
(I · III) =	168°43′05″	după P. P. 6				$x_{III} = - 3060,08$
	236 58 44					$x_I = - 2752,10$
I = P. P. 5	+ 21			+ 1382,76	− 2752,10	$x_{III} - x_I = - 307,98$
I · 1 = 70,74	45 42 10	9.85 475	1.70 442	+ 50,63	+ 49,40	$y_{III} - y_I$ 1.78 845
	182 43 53	1.84 967		+ 2	− 2	$x_{III} - x_I$ 2.48 852 n
1 = P. P. 7	+ 21	9.84 409	1.69 376	+ 1433,41	− 2702,72	tg (I · III) 9.29 993 n
82,95	48 26 24	9.87 405	1.79 287	+ 62,07	+ 55,03	(I · III) = 168° 43′ 05″
	179 54 52	1.91 882		+ 2	− 3	$y_{IV} = + 16\,46,22$
2 = P. P. 8	+ 21	9.82 178	1.74 060	+ 1495,50	− 2647,72	$y_{II} = + 17\,22,45$
109,21	48 21 37	9.87 352	1.91 178	+ 81,62	+ 72,56	$y_{IV} - y_{II} = - 76,23$
	179 59 28	2.03 826		+ 2	− 4	$x_{IV} = - 23\,96,57$
3 = P. P. 9	+ 20	9.82 246	1.86 072	+ 1577,14	− 2575,20	$x_{II} = - 24\,47,37$
99,11	48 21 25	9.87 350	1.86 962	+ 74,07	+ 65,86	$x_{IV} - x_{II} = + 50,80$
	180 34 18	1.99 612		+ 2	− 3	$y_{IV} - y_{II}$ 1.88 213 n
4 = P. P. 10	+ 21	9.82 249	1.81 861	+ 1651,23	− 2509,37	$x_{IV} - x_{II}$ 1.70 586
94,43	48 56 04	9.87 735	1.85 246	+ 71,20	+ 62,03	tg (II · IV) 0.17 627 n
	74 44 21	1.97 511		+ 2	− 3	(II · IV) = 303° 40′ 45″
II = P. P. 11	+ 20	9.81 751	1.79 262	+ 1722,45	− 2447,37	$\Sigma(+ s \sin\alpha) = + 339,59$
	303 40 45 1203 38 41	după P. P. 12				$\Sigma(- s \sin\alpha) = - 0,00$
$\Sigma s = 456$;						val. reală $\Sigma(s \sin\alpha) = + 339,59$
$w_\beta =$	− 2 04					val. teoretică $\Sigma(s \sin\alpha) = + 339,69$
						$w_y = - 0,10$
						$\Sigma(+ s \cos\alpha) = + 304,88$
						$\Sigma(- s \cos\alpha) = - 0,00$
						val. reală $\Sigma(s \cos\alpha) = + 304,88$
						val. teoretică $\Sigma(s \cos\alpha) = + 304,73$
						$w_x = + 0,15$
						$f = \sqrt{0,10^2 + 0,15^2} = 0,18$

coordonate apar erorile de coordonate $w_y = \Sigma\,(s \sin \alpha) - (y_{II} - y_I)$ și $w_x = \Sigma\,(s \cos \alpha) - (x_{II} - x_I)$. Acestora le corespunde eroarea liniară de închidere $f = \sqrt{w_y^2 + w_x^2}$. Dacă această eroare e admisibilă, erorile de coordonate se repartizează ca la punctul 2. La măsurătorile cadastrale din Prusia, după instrucțiunile IX [1]), ar fi de ex. admisibil $w_\beta \leqq 1{,}5' \sqrt{n}$ și în teren clasa I $f_I \leqq 0{,}01 \sqrt{4\,[s] + 0{,}005\,[s]^2}$; după consiliul geodezilor [2]): $w_\beta \leqq 1' \sqrt{n}$, eroarea lungimilor $\Delta l_I \leqq 0{,}05 + 0{,}002 \sqrt{[s]} + 0{,}0003\,[s]$ și eroarea transversală $\Delta_w \leqq 0{,}05 + w\,[s]$, unde

$$w = 1'/\rho' \cdot \sqrt{n\,(n+1)/12\,(n-1)}.$$

Calculul se conduce mai comod în formă de tabele de ex. în tabela 1, p. 1110, unde elementele date sunt relevate prin caractere grase.

C. Ridicări pe bază trigonometrică și poligonometrică

Sunt necesare la o întindere prea mare a poligonațiilor, când, din cauza erorilor de lungimi, extremitățile acestora nu se mai mențin destul de exacte. Regiunea de ridicat se acopere cu o rețea de triunghiuri adiacente, pe cât posibil echilaterale, ale căror laturi se determină în esență prin măsurarea de unghiuri (trigonometric) dintr'o singură latură a triunghiurilor plasate convenabil, care la rândul ei se obține prin măsurarea de două până la patru ori cu late comparate cu etalonul de măsură (pp. 1113, 1104). Lungimea laturilor triunghiurilor dela 1/2...1 1/2 km; marcarea pe teren a punctelor de triangulație cu țăruși solizi, tuburi de lut, cu piatră coplită de cca 1 m lungime, e convenabil asigurată printr'o marcare subterană făcută cu un tub de lut, placă de lut etc. Semnalizarea prin prăjini solide de 3...4 m lungime, drepte și descojite, prevăzute în partea superioară cu scândurele bătute în cruce, fanioane etc. și întărite cu proptele. Măsurarea unghiurilor cu teodolite obișnuite (20' la vernier) dacă-i posibil în toate punctele de obiceiu cu 2...4 ture complete, la unghiuri puține chiar o repetiție de 4...6 ori a fiecărui unghiu în parte, cât și a complementului său. Se obțin mai multe unghiuri decât e necesar pentru determinarea rețelei de triangulație ca formă și mărime de ex. prin o aplicare repetată a teoremei sinusului la triunghiuri plane).

Spre a determina toate laturile fără erori, toate măsurătorile făcute trebue compensate în prealabil, de preferință după metoda pătratelor minime, fie după metoda măsurătorilor directe cu condițiuni inițiale, fie prin metoda obținerii indirecte a coordonatelor punctelor de triangulație (IV D 4, p. 1114). Prima metodă se simplifică printr'o repartiție uniformă a erorii de închidere a fiecărui triunghiu în parte pe cele trei unghiuri ale triunghiului, așa încât suma lor să facă 180°, dacă unghiurile au fost măsurate cu aceeași preciziune și dacă toate laturile triunghiurilor pot fi calculate într'o singură ordine.

Erorile de închidere nu trebue să depășească ± 25″ (= ± 3 $m\sqrt{3}$, dacă m e eroarea medie a unui unghiu). Pentru calcularea coordonatelor punctelor rețelei de triunghiuri se stabilește (de ex. cu busola) azimutul unei laturi a triunghiului, se iau arbitrar coordonatele unui punct al rețelei și, cu ajutorul laturilor definitive și al unghiurilor, se calculează un poligon închis care să înglobeze pe cât posibil toate punctele triangulației. Mai departe se pot uni punctele de triangulație prin poligonații cari să înconjoare sau să brăzdeze teritoriul de ridicat; asupra măsurătorilor, calculului și altor întrebuințări IV B, p. 1107.

1) Berlin, ed. R. v. Deckers (G. Schenck). — 2) Nota 2) din p. 1104.

D. Racordarea la triangulaţia ţării printr'o mică triangulaţie

Schiţarea măsurării unei ţări

La măsurătorile pe bază trigonometrică, măsurarea precisă a unei laturi a unui triunghiu şi a azimutului ei devin de prisos când noua reţea de triunghiuri se poate racorda la triangulaţia ţării. La asemenea măsurători se fac totdeauna observaţiuni în plus, aşa încât prin valorificarea acestui surplus lucrarea se verifică şi se îmbunătăţeşte. Punctele noi se determină fie prin calcularea reţelei de triunghiuri ce le cuprinde, fie ca puncte izolate cuprinse între puncte date (aşa numită racordare a unei reţele sau a unui punct [punct singular, dublu etc.]). In toate aceste cazuri se vor face numai măsurători de unghiuri (triangulaţie), parte asupra punctelor date, parte asupra punctelor noi.

La măsurarea unei ţări, aceasta va fi acoperită cu o reţea sau cu un lanţ de triunghiuri legate unul de altul (triangulaţie principală sau triangulaţie de ordinul I), cu laturi de o lungime medie de cca 50 km, ale căror vârfuri (puncte de ordinul I) sunt marcate prin repere de piatră durabile, iar semnalizarea se face de regulă prin heliotrope (cu oglindă pătrată de 8...10 cm lungimea laturii). Unghiurile triunghiurilor se măsoară cu ajutorul teodolitelor cu şurub micrometric deosebit de precis ş. a., cu o eroare medie de cca $\pm$ 0,3″...1″, şi lungimea unei laturi a triunghiului se deduce pe cale trigonometrică dintr'o dreaptă de 5...10 km lungime (linie de bază, bază), măsurată direct pe teren. Pentru măsurarea bazelor servesc instrumente anume. Se utilizează fie bare de metal de 4...5 m lungime (Bessel, Ibaneż, Woodward) fie benzi sau fire lungi de 24...50 m din invar (oţel-nichel cu 36% Ni care se dilată foarte puţin de căldură). Primele oferă la măsurători o eroare incidentală de $\pm$ 1 mm pe 1 km, ultimele cu o aparatură mai perfecţionată până $0{,}5 \cdot 10^{-6}$ din lungime. Baza se reduce de obiceiu la nivelul mării prin corecţia $-gh/R$ (g = lungimea bazei, h = cota medie a bazei, R = raza de curbură în mare), aşa încât toate lungimile se pot reduce la nivelul mării. In reţelele foarte mari se măsoară pentru depărtări de cca 300 km atari baze. Această reţea de triunghiuri o proiectăm pe o suprafaţă sferică cât mai apropiată de porţiunea respectivă a geoidului, aşa că triunghiurile sferice se pot calcula după metoda aditamentelor sau după teorema lui Legendre. Compensarea după metoda pătratelor minime. După măsurarea azimutului (geografic) al unei laturi din triangulaţie şi după determinarea coordonatelor geografice ale unui punct din reţeaua de triangulaţie (pe cale geodezică-astronomică), cu unghiurile şi laturile compensate, se pot calcula de ex. coordonatele [1]) cartesiene-sferoidice (şi geografice) a tuturor punctelor de triangulaţie. Intre aceste puncte de ordinul I se vor intercala şi determina punctele de ordinul al II-lea (reţeaua secundară cu laturi lungi de 10...20 km) numai prin măsurători de unghiuri orizontale, se vor compensa prin intermediul coordonatelor după metoda pătratelor minime, raportându-se la punctele de ordinul I, cari sunt socotite acum ca puncte fără erori. Analog se determină punctele de ordinul al III-lea şi al IV-lea (aşa numita mică triangulaţie, cu laturi dela 3...10 km şi dela 0,3...3 km lungime). Dacă în mica triangulaţie ordonatele (sferice) sunt mai mici decât cca $\pm$ 40 km, se pot neglija corecţiunile sferice, aşa că se conduce calculul ca în coordonate cartesiene plane. Avantajul acestei orânduiri consistă în faptul că pentru

[1]) Conversiunea de ex. după instrucţiunile XI din 11 Martie 1932 ale Ministerului de Finanţe al Prusiei relativ la conversiunea coordonatelor geografice, sferoidice şi conforme.

obținerea aceleiași preciziuni liniare a punctelor în raport cu ordinul de triangulație descrescând al punctelor sunt suficiente instrumente și calcule de o preciziune mai mică, și totuși fiecare măsurătoare următoare e verificată și îmbunătățită prin cele anterioare. Pentru mica triangulație ajung două...patru tururi de orizont complete cu citiri la vernier de 10"...20"; pentru semnalizare prăjini de 3...7 m înălțime și 6...12 cm grosime. In rețele de ordinul al III-lea și al IV-lea se calculează de regulă cu logaritmi cu șase zecimale, respectiv până la 0,1" și 1".

In Germania, în urma așa numitului decret TP-AP din 26 Octombrie 1936, rețeaua geodezică superioară unificată e formată din rețeaua de triangulație a țării (puncte de ordinul I și II) în care se încadrează rețeaua de triangulație pe provincii (cu punct de triangulație, de ordinul al III-lea, TP = punct de triangulație, ordinul al III-lea) și rețeaua pentru ridicări (AP = punct pentru ridicări, ordinul al IV-lea). Pentru toate punctele se calculează direct coordonatele plane în reprezentare conformă imediată a elipsoidului pământesc după metoda Gauss-Krüger. Teritoriul Germaniei se proiectează în 7 fâșii meridiane, late de câte 3 grade longitudine, fiecare cu meridianele principale 6°, 9°,.... Est de Greenwich ca axă a absciselor, cu originea la ecuator și cu ordonatele pozitive către Est. Ordonatele mărite cu o constantă se numesc în Germania Rechtswerte și abscisele mărite Hochwerte. Valorile astfel rezultate al ordonatelor și îndesirea punctelor prin rețelele de triangulație provinciale permit în general mai târziu, la intercalarea punctelor AP în rețea, neglijarea corecțiunilor sferice.

Incadrarea punctelor și rețelelor în sisteme de coordonate rectangulare plane neglijând corecțiunile sferice (ordonatele < ± 40...60 km). Punctele noi se determină de obiceiu printr'o întrebuințare repetată a intersecțiunii înainte și înapoi.

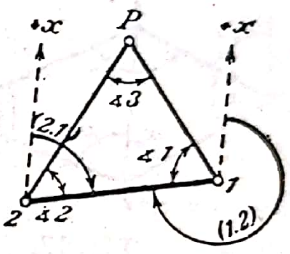


Fig. 16.

1. Intersecțiune înainte și laterală a punctului P. Punctele 1 și 2 sunt date prin coordonatele lor (fig. 16), P e punctul nou ce trebue determinat; privind dela el, trebue ca în triunghiul $1 \cdot 2 \cdot P$ punctul 1 și 2 să urmeze unul după altul în ordinea mersului acelor unui ceasornic.

P e intersectat înainte când se măsoare unghiurile ∢ 1 și ∢ 2 și e intersectat înapoi când se măsoară unghiurile ∢ 3 și ∢ 1 sau ∢ 2. Teodolitul stă prin urmare întotdeauna în două puncte de stație.

Deoarece la triunghiurile considerate aici se poate neglija excesul sferic (într'un triunghiu pentru fiecare suprafață de cota 200 km² excesul sferic $E \approx 1''$), al treilea unghiu al triunghiului e totdeauna suplementul sumei sumei celorlalte două.

$$\operatorname{tg}(1 \cdot 2) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \quad \overline{1 \cdot 2} = \frac{y_2 - y_1}{\sin(1 \cdot 2)} \overset{\text{sau}}{=\!=} \frac{x_2 - x_1}{\cos(1 \cdot 2)}; \quad (1 \cdot P) = (1 \cdot 2) + ∢1;$$

$$(2 \cdot P) = (2 \cdot 1) - ∢2 = (1 \cdot 2) \pm 180° - ∢2; \qquad \overline{1 \cdot P} = \frac{\overline{1 \cdot 2}}{\sin ∢3} \sin ∢2;$$

$$\overline{2 \cdot P} = \frac{\overline{1 \cdot 2}}{\sin ∢3} \sin ∢1; \qquad y_P = y_1 + \overline{1 \cdot P} \sin(1 \cdot P) \overset{\text{și}}{=\!=} y_2 + \overline{2 \cdot P} \sin(2 \cdot P);$$

$$x_P = x_1 + \overline{1 \cdot P} \cos(1 \cdot P) \overset{\text{și}}{=\!=} x_2 + \overline{2 \cdot P} \cos(2 \cdot P).$$

2. Intersecțiunea înapoi a punctului P. In P se măsoară unghiurile α și β între cele trei puncte date 1, 2 și 3 (fig. 17). Numerotarea punctelor se va face astfel încât 1, 2 și 3 să se succeadă în sensul acelor unui ceasornic și încât atât α, cât și β să fie mai mici decât 180°. După calcularea orientărilor și laturilor $(1 \cdot 2)$, $(3 \cdot 2)$, $\overline{1 \cdot 2}$ și $\overline{3 \cdot 2}$ din coordonatele date rezultă $∢2 = (2 \cdot 1) - (2 \cdot 3) = (1 \cdot 2) - (3 \cdot 2)$. Cele două unghiuri necunoscute φ și ψ rezultă din:

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = \frac{360° - (\alpha + \beta + ∢2)}{2} \quad \text{și} \quad \operatorname{tg}\frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg}\frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{ctg}(45° + \lambda).$$

Scanned with OKEN Scanner

unghiul auxiliar λ, totdeauna ascuţit din $\operatorname{tg} \lambda = (\overline{1 \cdot 2}/\sin \alpha)/(\overline{2 \cdot 3}/\sin \beta)$. Unghiul $(\varphi - \psi)/2$ se va considera ca unghiu ascuţit cu semnul + sau —, corespunzător cu semnul membrului drept al egalităţii. Problema nu se poate rezolva când $\alpha + \beta + \sphericalangle 2 = 180°$; în acest caz cele patru puncte se găsesc pe cercul ce trece prin punctele 1, 2 şi 3 (cercul periculos), a cărui apropiere trebue evitată. Din triunghiurile $1 \cdot 2 \cdot P$ şi $2 \cdot 3 \cdot P$ sunt cunoscute laturile $\overline{1 \cdot P}$ şi $\overline{3 \cdot P}$ prin teorema sinus, orientările lor $(1 \cdot P) = (1 \cdot 2) + \varphi$ şi $(3 \cdot P) = (3 \cdot 2) - \psi$, aşa încât se poate verifica calcularea coordonatelor prin:

$$y_p = y_1 + \overline{1 \cdot P} \sin (1 \cdot P) \overset{\text{şi}}{=} y_3 + \overline{3 \cdot P} \sin (3 \cdot P),$$

$$x_p = x_1 + \overline{1 \cdot P} \cos (1 \cdot P) \overset{\text{şi}}{=} x_3 + \overline{3 \cdot P} \cos (3 \cdot P).$$

3. R a c o r d a r e a (i n t e r c a l a r e a) l a n ţ u r i l o r d e t r i u n g h i u r i. Punctele 1, 2 sunt date, 3, 4, 5 sunt de determinat, α şi β unghiurile măsurate (fig. 18) în cele trei triunghiuri înlănţuite. In ge-

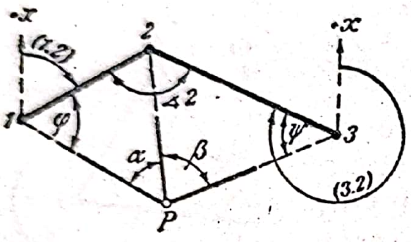


Fig. 17.

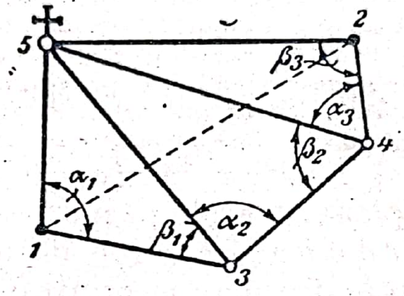


Fig. 18.

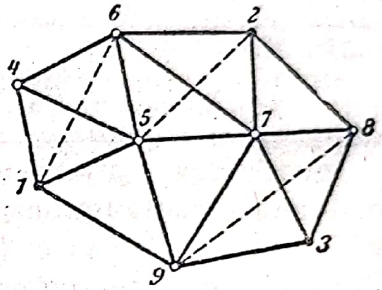


Fig. 19.

neral, o soluţie indirectă duce cel mai repede la rezultat. Se ia o figură asemenea cu prima 1′, 3′, 4′, 2′, 5′ în care de ex. lungimea laturilor $\overline{1' \cdot 3'}$ se ia arbitrar, la acestea se calculează toate celelalte laturi $\overline{3' \cdot 4'}$... şi deci şi $\overline{1' \cdot 2'}$. Intru cât $\overline{1 \cdot 2}$ e cunoscută, coordonatele punctelor fiind date, urmează că toate laturile figurii asemenea trebue înmulţite cu $\overline{1 \cdot 2}/\overline{1' \cdot 2'}$ spre a obţine lungimile celorlalte laturi. Din figura asemenea se mai poate calcula de ex. unghiul $5' \cdot 1' \cdot 2'$ aşa că $(1 \cdot 5) = (1 \cdot 2) - \sphericalangle 5' \cdot 1' \cdot 2'$. Calculul poligonaţiei 1, 3, 5, 4, 2 dă coordonatele punctelor noi (cu control).

4. R a c o r d a r e a (intercalarea) r e ţ e l e l o r. Dacă sunt date de ex. coordonatele punctelor 1, 2 şi 3 şi în vederea determinării punctelor 4...9 au fost măsurate în fiecare triunghiu în parte al reţelei, unghiurile necesare (fig. 19), se poate calcula după modul arătat mai sus sub 3, lanţul de triunghiuri $2 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3$ între punctele 2 şi 3. Prin folosirea repetată a teoremei sinus se obţin şi celelalte laturi ale triunghiurilor, şi prin calcularea poligonaţiei 7, 6, 5, 4, 1, 9, 3 se obţine şi restul de puncte noi (cu control).

Dacă în general sunt mai multe observaţiuni, decât sunt necesare pentru determinarea univocă a unuia sau mai multor puncte noi, şi în plus se măsoară şi diagonale la racorduri de lanţuri şi reţele de triangulaţie, cea mai bună compensare se face după metoda pătratelor minime. de regulă prin mijlocirea coordonatelor. Puncte izolate se pot compensa uşor pe cale grafică-mecanică [1]); pentru compensarea simultană a n puncte noi intercalate vezi de ex. H o h e n n e r [2]). Latura precis măsurată între două puncte trebue însă menţinută, v. H e l m e r t - H o h e n n e r [3]).

[1]) H o h e n n e r, Graphisch-mechanische Ausgleichung trigonometrisch eingeschalteter Punkte, Stuttgart 1904, Witwer. — [2]) H o h e n n e r, Geodäsie, Leipzig 1910, Teubner, cap. 12. — [3]) H e l m e r t - H o h e n n e r, Die Ausgleichungsrechnung, ed a 3-a, p. 572 ş. u., Leipzig 1924.

Scanned with OKEN Scanner

5. C a l c u l e d e c e n t r a r e. De multe ori unghiurile trebue măsurate excentric (în S fig. 19 a) şi de asemenea trebue vizate semne de semnalizare excentrice [în (n')]. Se determină de fiecare dată mărimile (e resp. e') şi orientarea (α_n resp. α') a excentricităţii, cât şi a distanţelor punctelor (s_n), şi prin aceasta se pot calcula corecţiile (δ_n resp. δ'_n) ce trebue adăugate la direcţiunile $(1' ... n')$ [spre a ne putea da direcţiunile $(1 ... n)$ cari s'ar fi măsurat din centrul C respectiv către punctele (n)] cu formula: $\sin \delta_n = (e/s_n) \sin \alpha_n$; $\sin \delta'_n = (e'/s'_n) \sin \alpha'$; $n = n' + \delta_n - \delta'_n$. Dacă $e/s_n < 1/100$, atunci cu o preciziune până la $1/30''$ se poate scrie $\sin \delta_n = \delta''_n/\rho''$.

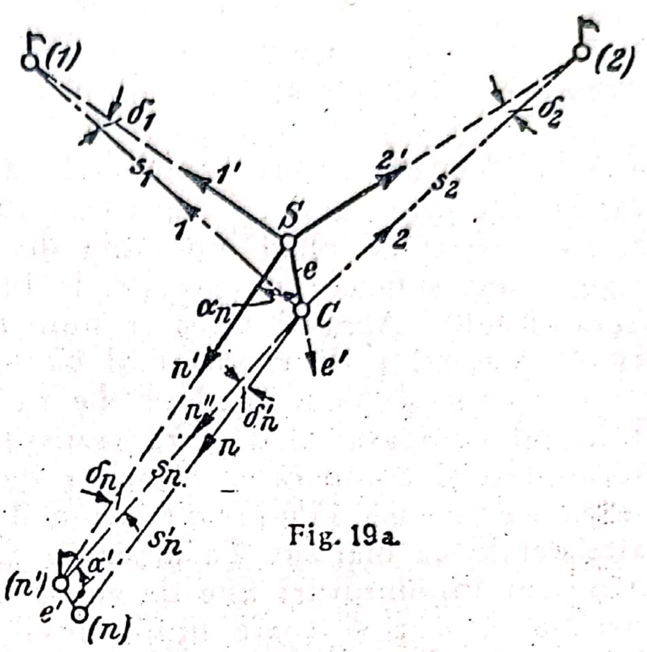


Fig. 19a.

E. Ridicări cu busola

Busola se utilizează în general la zi (la suprafaţa pământului) când nu se cere o preciziune mare, mai cu seamă la ridicări în păduri etc. Baza măsurătorilor o formează poligonaţiile cu busola arătate sub **IV B, C, D,** p. 1107 ş. u. şi acestea trebue duse fie între puncte cunoscute, fie să se întoarcă la punctul iniţial, căci poligonaţiile libere (suspendate) nu se pot controla amănunţit. E convenabil ca luneta de vizare a busolei să fie construită pentru măsurarea distanţelor spre a se putea măsura comod dela instrument atât laturile poligonaţiilor, cât şi distanţele unor puncte apropiate. Din motivele arătate sub **II D** se iau poligonaţii cu laturi relativ scurte (până la 100 m) şi se măsoară de regulă atât azimutul lor magnetic, cât şi lungimile lor înainte şi înapoi; la poligonaţii secundare, unde o deviaţie locală neregulată a magnetului nu e de temut, se poate aplica metoda punctelor sărite. La poligonaţiile cu busola erorile de centrare şi de viză nu sunt atât de vătămătoare ca la cele cu teodolitul, întru cât aici o r i e n t ă r i l e se măsoară direct. Ridicarea detaliilor se face de obiceiu prin măsurarea coordonatelor polare ale fiecărui punct în raport cu laturile poligonaţiei. Calculul coordonatelor punctelor de poligonaţie se face ca sub **IV B,** p. 1108.

F. Confecţionarea planurilor de situaţie

La c o n f e c ţ i o n a r e a u n o r m i c i p l a n u r i d e s i t u a ţ i e se raportează mai întâi cu ajutorul unui compas şi al unui dubludecimetru, după datele schiţei de mână, reţeaua liniilor de măsură, unde lungimile se iau direct la scara planului (de ex. scara = 1 : 500). Prin măsurători suplementare de laturi se face controlul acestei reţele. Detaliile se desenează după indicaţiile schiţei de mână şi prin măsurători suplementare existente controlate; dacă la raportare nu se pot lămuri cu siguranţă unele abateri mari, se face o măsurătoare locală.

Toate liniile auxiliare importante vor fi indicate fie prin linii fine, deschise (de ex. roşu), fie că sunt lăsate afară, iar liniile existente, linii de hotar etc. vor fi trase în negru (proiecte viitoare în roşu). Reprezentarea ramurilor de cultură ale dife-

ritelor parcele se face printr'o ușoară colorare și prin diferite semne convenționale. Direcțiunea aproximativă a Nordului și o scară liniară nu trebue să lipsească de pe plan. La începutul cartării e indicat să fie trasat un carelaj decimetric pe suprafața desenată pentru determinarea schimbărilor de scară din cauza deformării hârtiei.

Pentru transpunerea punctelor principale a ridicărilor mai mari servesc coordonatele lor, din care motiv se va desena mai întâi un carelaj decimetric (rețea de coordonate). Aceasta se face cu ajutorul unui compas sau mai bine cu a unei rigle metalice divizată în decimetri (l) și în $l\sqrt{2}$, sau cu ajutorul unei plăci metalice cu un carelaj decimetric având găuri fine la fiecare colț al carelajului prin care, cu ajutorul unui ac, acesta se copiază pe foaia de desen. Astfel de plăci din tablă de cupru, cari pentru cele mai multe cazuri sunt suficient de precise, le furnizează firma Ing. Stiefelhagen în Gera (Reuß). Această rețea se numerotează în concordanță cu coordonatele punctelor de raportat și cu scara planului; după aceea urmează raportarea punctelor de triangulație și poligonație (folosind compasul și o scară transversală) și verificarea raportării prin măsurarea și compararea laturilor de poligonație. După aceea se desenează rețeaua liniilor de măsură și se controlează apoi celelalte detalii ca mai sus. La desenare să fim atenți ca toate punctele marcate prin împunsături fine de ac să nu fie acoperite de vopsea. Laturile carelajului, cât și toate liniile auxiliare importante, se vor trasa prin linii subțiri de culoare deschisă sau de preferință imprimate cu ajutorul unui ac. Punctele ridicate după metoda coordonatelor polare se vor desena cu ajutorul unui raportor (respectiv coordonatograf polar) și al unei scări.

Cu ajutorul carelajului se poate ușor găsi și elimina deformarea planului de cele mai multe ori neregulată și diferită pe două direcțiuni perpendiculare.

Planurile cadastrale la o scară mare (1 : 250...1 : 5000) sunt multiplicate prin litografiere etc. în unele provincii (Bavaria, Württemberg) și se pot obține la prețuri acceptabile. In alte state se pot obține și planuri de situație prin copiere (hârtie de calc, ozalit) a planurilor cadastrale existente[1]). Hărți micșorate mult (1 : 10 000, 1 : 25 000...), care conțin aproape întotdeauna și situația nivelitică a regiunii, sunt foile de planșetă prusiene 1 : 25 000 cu curbe de nivel, harta germană 1 : 100 000 și hărți generale $\leqq$ 1 : 200 000.

Detalii privitoare la hărțile oficiale germane sunt de ex. instrucțiunile și indexele Oficiului Geodezic german sau ale Oficiului Geologic, Berlin.

V. Calculul și parcelarea suprafețelor

Ca arie a unui teren se consideră aria proiecțiunii lui orizontale, care se determină cum urmează:

a) Din date de teren și prin coordonatele colțurilor

Aria suprafeței va fi $F = {}^1/_2 \cdot g\,h = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$, dacă g e baza, h înălțimea, a, b, c laturile unui triunghiu și $s = (a + b + c)/2$

$$2\,F = \sum_{i=1}^{i=n} x_i\,(y_{i+1} - y_{i-1}) = -\sum_{i=1}^{i=n} y_i\,(x_{i+1} - x_{i-1}),$$

dacă $x_i\ y_i$ sunt coordonatele după p. 1108 ale vârfurilor unui poligon închis cu n laturi, ale cărui puncte se succed în sensul acelor unui ceasornic.

---

[1]) vezi pag. 1090 despre harta cadastrală și harta de bază a Germaniei 1 : 5000.

b) Din măsurătoarea grafică pe plan

1. Suprafața planului va fi descompusă în triunghiuri și trapeze, ale căror elemente vor fi măsurate. Descompunerea trebue făcută în așa fel, încât cei doi factori să fie pe cât posibil egali. Dacă i reprezintă suprafața (de ex. în mm²), M scara planului (de ex. 1 : 1000), p ⁰/₀ și q ⁰/₀ deformarea planului pe două direcțiuni perpendiculare, aria terenului e (în mm²): $F = i/M^2 + (p + q)\, F/100$, unde pentru membrul al doilea e suficient $F = i/M^2$. Dacă scara într'o direcțiune e M_1, iar în cea perpendiculară e M_2, se înlocuește M^2 cu $M_1 M_2$.

2. Suprafețele lungi și înguste e mai recomandabil să fie împărțite prin parcele în trapeze de aceeași înălțime h, ale căror lățimi medii m pot fi adunate cu compasul, așa că $F = h \Sigma m$.

3. Suprafețele figurilor se pot afla conturnând perimetrul în sens direct cu un planimetru. Dacă polul planimetrului se află în afara figurii iar tamburul s'a rotit cu n diviziuni, $F = n \cdot f$ dacă f reprezintă suprafața aferentă unei învârtiri cu o diviziune a tamburului. Prin schimbarea lungimii brațului de glisaj al planimetrului se poate realiza pentru f o valoare rotundă. Ne putem dispensa de determinarea lui f prin planimetrarea unei suprafețe cunoscute F_1 (de ex. 1 dm²) și a celei pe care o căutăm F_2. Dacă în primul caz tamburul s'a rotit cu n_1 iar în al doilea cu n_2, avem $F_2 = F_1 n_2/n_1$. Planimetrul se va plasa în așa fel încât brațul de glisaj să fie aproximativ perpendicular pe baza polară. Pentru cele mai multe scopuri e suficient planimetrul polar (cel mai indicat e tipul planimetrului de compensație) (furnisori: de ex. A. Ott în Kempten, Allgäu; Coradi în Zürich) cu constanta $f = 10\,000...4000$ mm² (pentru o tură a tamburului); eroarea medie la determinarea suprafeței pentru o rotațiune completă a tamburului e de cca $0{,}001 f + 0{,}001 \sqrt{f}\sqrt{F}$, atingând aproape preciziunea grafică. Suprafețele foarte mari se descompun în altele mai mici cari pot fi astfel planimetrate cu „polul în afară"; la măsurători mai precise, cu planimetrul de compensație, se face câte o planimetrare pentru ambele poziții simetrice ale brațului de glisaj. Există planimetre de precizie până la $f = 300$ mm² și planimetre speciale pentru calcularea fâșiilor de suprafață de orice lungime.

Limita erorilor la calcularea suprafețelor în măsurătorile cadastrale etc., sunt prescrise în mod oficial, și de regulă sub formă de toleranțe admisibile, între două determinări ale aceleiași suprafețe; de ex. în Prusia cele două determinări ale unei parcele (una din datele directe de pe teren, cealaltă cu planimetrul) după instrucțiunile VIII [1]) pot să difere maximum cu $d = 0{,}01 \sqrt{60\, F + 0{,}02\, F^2}$ (d și F exprimați în ari); la suprafețe mai mici decât 1 ar se admite calculul numai cu date directe de pe teren.

c) Desmembrări de suprafețe și rectificări de hotare

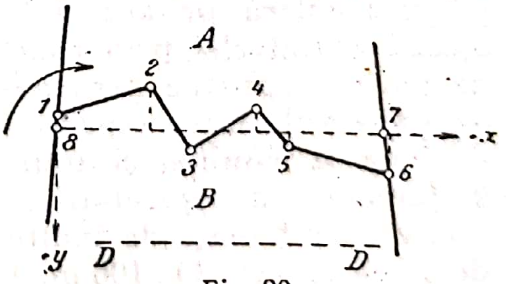


Fig. 20.

In desmembrările de suprafețe și rectificările de hotare, linia de hotar trebue astfel determinată, încât să îndeplinească anumite condițiuni, de ex. să treacă printr'un anumit punct și să detașeze o anumită suprafață etc. Cele mai multe probleme se rezolvă mai rapid prin încercări, când se pichetează mai întâi o linie de hotar aproximativă, care să îndeplinească într'o măsură oarecare condițiunile impuse. Prin ridicarea precisă ce urmează după aceasta și prin calcularea suprafețelor rezultă încă o mică diferență între va-

[1]) Berlin, Editura R. v. Deckers (G. Schenck); v. și nota [2]) din p. 1104.

Scanned with OKEN Scanner

loarea reală și teoretică a suprafeței, diferență care, după cum sunt condițiile impuse, se poate elimina, printr'o deplasare paralelă sau rotațiune a liniei de hotar; dacă linia de hotar frântă **1, 2...6** trebue plasată între punctele *A* și *B* (fig. 20), așa fel ca ea să fie paralelă cu *DD* și ca suprafața ambelor terenuri să rămână neschimbată, pichetăm linia 8. 7 ‖ *DD* așa fel, încât să fie îndeplinită în mod aproximativ condițiunea impusă, ridicăm suprafața 8, 1, 2 ... 6, 7, 8 prin coordonate rectangulare x și y și calculăm $2F = \sum_{i=1}^{i=8} x_i(y_{i+1} - y_{i-1})$. Dacă $F = 0$, linia 8. 7 e linia de hotar căutată; în caz contrar se va deplasa linia 8. 7 paralel până când se satisface această condițiune.

VI. Altimetrie (Nivelment)

Ca înălțime deasupra mării a unui punct (cotă) se socotește lungimea segmentului verticalei acestui punct cuprins între el și intersecțiunea verticalei cu suprafața prelungită a mării. In Germania [1]) servește ca suprafață de comparație (suprafața „nulul normal“) suprafața de nivel ce trece prin punctul zero al mirei hidrografice din Amsterdam și înălțimile deasupra ei se vor numai înălțimi deasupra lui NN (nulul normal).

A. Nivelmentul geometric

La metoda cea mai precisă de măsurători altimetrice, care e n i v e l m e n t u l g e o m e t r i c, se măsoară fiecare diferență de înălțime pe o miră (lată de nivelat) (de obiceiu lungă de 3...4 m, divizată în centimetri și numerotată în decimetri cu gradațiunile crescânde de jos în sus), a cărei verticalitate e asigurată cu ajutorul unui fir cu plumb sau al unei nivele sferice. Citirile în serii la această miră se fac cu ajutorul unei vizări perfect (sau aproape) orizontale, care se obține cu un instrument de nivelat. Vizările, la nivelmentele mai precise, nu trebue să fie în general mai lungi de 50 m, la nivelmentul în cm sau dm însă, până la distanța de unde se mai pot citi diviziunile pe miră.

Instrumente de nivelat: 1. L u n e t a și n i v e l a s o l i d a r l e g a t e, ce se pot roti în jurul unei axe verticale. Condițiune principală: Când bula nivelei se găsește între repere, trebue ca linia de vizare să fie perfect orizontală, prin urmare linia de vizare perfect paralelă cu axa nivelei. Condițiuni secundare: Axa nivelei aproximativ perpendiculară pe axa de rotațiune a instrumentului. Rectificare: Se așează axa nivelei, prin ridicarea sau coborîrea unui cap al ei cu șurubul de ajustaj, aproape perpendicular pe axa de rotațiune a instrumentului (se pune bula între repere și după o rotațiune cu 180° deplasarea arătată de bulă se elimină, și anume jumătate din șurubul de ajustaj al nivelei și jumătate din șuruburile de calaj ale instrumentului. După aceea se nivelează diferența de înălțime între două puncte *A* și *B* depărtate unul de altul cu cca 80...100 m, făcându-se un nivelment dela mijloc (ambele vizări dela instrument la punctele *A* și *B* sunt egale) și se găsește prin aceasta adevărata diferență de nivel h dintre *A* și *B*, cu diferența celor două citiri pe miră făcute cu bula nivelei între repere. Se deplasează instrumentul în apropierea punctului *B* (câțiva m) și se citește (cu bula între repere) l_3, apoi trebue ca vizarea orizontală către punctul *A* să indice pe lată diviziunea $L_4 = l_3 + h$ (foarte aproximativ). Diferența dintre citirea l_4 făcută și L_4 corespunde erorii unghiulare $\delta'' = (l_4 - L_4)/(E_2 - E_1) \cdot \rho''$, dacă E_1 și E_2 sunt distanțele de vizare către *B* și *A*, și se elimină prin

[1]) V. nota din pag. 1089.

ridicarea sau coborîrea plăcii reticulare. La diferenţe mai mari se repetă operaţia. Dacă luneta împreună cu nivela se pot inclina cu ajutorul unui şurub foarte fin (şurub de elevaţie), verticalitatea axei de rotaţiune a instrumentului se asigură în mod aproximativ cu o nivelă sferică specială, şi după aceasta paralelismul perfect al axei cu şurubul dela capăt al nivelei.

2. Luneta în brăţări (mobilă în jurul axei ei geometrice) solidar legată cu o nivelă reversibilă (dublă), şi ambele se pot roti în jurul unei axe verticale. Nu e necesar ca brăţările lunetei să fie la fel de groase. Mai întâi se centrează placa reticulară cu ajutorul celor patru şuruburi pentru reglarea ei. După aceasta se elimină eroarea de încrucişare a axei nivelei faţă de axa de vizare (axa optică a lunetei) cu ajutorul unui şurub de ajustaj aşezat orizontal la un capăt al nivelei. (După ce s'a adus bula între repere se roteşte puţin luneta în ambele părţi în jurul axei sale; dacă bula se deplasează în diverse părţi, aceasta dovedeşte existenţa a unei erori de încrucişare). Pentru asigurarea paralelismului ambelor axe ale nivelelor L_1 şi L_3 cu linia de vizare, cu ajutorul şurubului de ajustaj vertical al nivelei se duce bula între repere în poziţia L_1 şi L_2 a nivelei reversibile şi se fac citirile pe o miră verticală depărtată cu cca 50 m, se potriveşte luneta cu ajutorul şuruburilor de calaj ale instrumentului ca să vizeze media citirilor pe miră, şi cu ajutorul şurubului de ajustaj vertical al nivelei se aduce bula între repere. Perpendicularitatea aproximativă a axei nivelei faţă de axa verticală a instrumentului se obţine la sfârşit prin ridicarea sau coborîrea unui palier al lunetei. Se va cerceta dacă L_1 şi L_2 sunt suficient de paralele între ele, de ex. ca după metoda arătată sub 1., se face mai întâi L_1 paralelă cu linia de vizare, după care se va obţine unghiul δ dintre L_2 şi linia de vizare ($= L_1$) ca mai sus.

3. Unul din instrumentele întrebuinţate de ingineri în nivelmentul de preciziune e instrumentul de nivelat A şi B al firmei C. Zeiß (Jena), cu o mică deplasare paralelă optică a liniei de vizare, lunetă biaxială şi nivela reversibilă, cât şi o miră din invar divizată în jumătate de centimetru. In faţa obiectivului lunetei se găseşte o placă plană de sticlă, prin a cărei inclinare linia de vizare se poate deplasa paralel cu ea până la cca 5 mm, aşa fel încât deplasarea paralelă poate fi citită până la $^1/_{20}$ mm. Prin aceasta e posibil ca linia de vizare perfect orizontală să fie îndreptată exact pe mijlocul unei diviziuni şi astfel să se facă citirea pe miră cu cea mai mare preciziune. Astfel se evită erorile de apreciere a poziţiei firului de vizare proiectat pe diviziunile mirei ca la nivelările obişnuite, preciziunea nivelmentului crescând în mod simţitor (la cca $\pm$ 1 mm pe 1 km).

4. Latele de nivelat (mirele) sunt obişnuit din lemn; variaţia lungimilor (mai ales din cauza stării hidrometrice variabile a aerului) e analogă cu a riglelor de măsurat lungimile. La o nivelare mai precisă a punctelor fixe şi la diferenţe mari de nivel, lungimea mirei pe timpul măsurătorilor trebue determinată prin comparaţie cu un etalon.

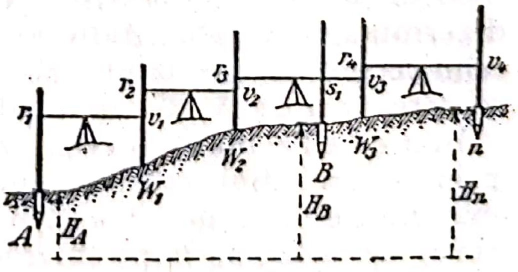


Fig. 21.

Nivelmentul punctelor fixe. Nivelări mai bune se fac, dacă e posibil, cu aceeaşi lungime de viză înapoi şi înainte, întru cât prin aceasta se elimină eventualele erori rămase la rectificarea instrumentului de nivelat, cât şi eroarea de refracţiune şi sfericitate. La fiecare citire pe miră firul reticular orizontal trebue să se găsească proiectat pe o diviziune a mirei. Distanţa de vizare

Scanned with OKEN Scanner

cca 50 m. Marcarea punctelor de schimb W cu o placă bine înfiptă în pământ sau cu alte mijloace sigure. La nivelări mai puțin pretențioase se lucrează cu distanțe inegale de vizare înapoi și înainte. Mersul măsurătorii după schema fig. 21. Notarea și calculul măsurătorii se poate lua după tabela 1 (exactitatea calculului punctelor intermediare [vize laterale] nu e examinată).

Tabela 1. Măsurători la nivelmentul punctelor fixe

Punctul	Citiri pe miră: înapoi r	Citiri pe miră: mijloc (lateral) s	Citiri pe miră: înainte v	Orizontul (cota) instrumentului	Cota	Observațiuni
A	1,852			173,484	171,632	
W_1			0,658		172,826	
W_1	2,425			175,251		
W_2			1,267		173,984	
W_2	2,121			176,105		
B		1,410			174,695	
W_3			0,851		175,254	
W_3	1,628			176,882		
n			1,016		175,866	
$\Sigma =$	8,026		3,792			
$\Sigma_r - \Sigma_v =$	+ 4,234			$H_n - H_A =$	+ 4,234	Proba de calcul

Pentru siguranță fie că se măsoară fiecare diferență de nivel odată la dus și odată la întors, fie că traseul de nivelat se execută între două puncte fixe a căror cotă e cunoscută, sau e traseu închis. Eroarea de închidere ivită se împarte pe punctele intermediare proporțional cu distanțele respective de nivelat, întru cât eroarea de nivelment crește aproape proporțional cu radicalul distanței de nivelat. Eroarea medie pe kilometru la un nivelment simplu rezultă din $m = d\sqrt{s}$ resp. $\sqrt{[d\,d/s]/n}$, dacă s reprezintă lungimea totală nivelată în km, n numărul erorilor de închidere. Prin compensarea amintită se poate micșora eroarea medie kilometrică la $M = m/\sqrt{2}$. După prescripțiunile Direcțiunii Centrale Geodezice prusiene trebue de ex. ca fiecare traseu să fie nivelat înainte și înapoi și un nivelment se socotește utilizabil dacă $M \leqq \pm 5$ mm. Experiența ne învață că se poate obține o preciziune de $m = \pm 6$ mm chiar cu un instrument prevăzut cu o lunetă cu o putere de mărire de 20 ori și cu nivelă cu valoarea unei diviziuni dela 10"...15", miră obișnuită centimetrică și cu o lungime de vizare de cca 50 m. Nivelmentul de preciziune sau rețeaua nivelmetrică principală, care are ca scop determinarea cotelor punctelor fixe între cari se racordează nivelmentele tehnice, are o preciziune de cca $m = \pm 0{,}5...3$ mm. In scopuri tehnice se cere $m = \pm 3...25$, în medie cca ± 10 mm.

In r e ț e l e mari n i v e l m e t r i c e compesarea erorilor se face mai bine prin intermediul cotelor punctelor nodale (unde se întâlnesc trei sau mai multe linii de nivelment; dacă acestea sunt în număr mai redus; afară de aceasta, după metoda pătratele minime, observațiuni directe cu condițiuni inițiale (IX, p. 1130 ș. u.); exemplu numeric p. 1135.

La r i d i c a r e a p r o f i l e l o r l o n g i t u d i n a l e și t r a n s v e r s a l e, cât și la n i v e l m e n t u l s u p r a f e ț e l o r se determină în

Scanned with OKEN Scanner

acelaşi mod cotele punctelor măsurate de-a-lungul traseului şi ale altor puncte de teren cunoscute ca poziţie mergând însă cu preciziunea nivelmentului numai până la cm resp. dm. La ridicarea profilelor transversale abrupte se recomandă o lată specială de 3 m lungime.

B. Nivelmentul trigonometric

Nivelmentul trigonometric determină diferenţa de nivel dintre punctele A şi B prin distanţa (orizontală) a dintre ele şi prin unghiul vertical α ce-l face vizarea lui B din A: $H_B - H_A = a \operatorname{tg} \alpha + (a^2/2R)(1-k) + J - Z$, în care a e considerat la cota medie deasupra nivelului mării. R e raza cercului ce trece prin A şi B la cota medie deasupra nivelului mării, k coeficientul de refracţiune, J înălţimea axei instrumentului deasupra lui A, Z înălţimea punctului de vizare deasupra lui B. k variază în cursul unei zile în raport cu poziţia soarelui; în general se poate lua $k = 0{,}13$ şi $R = 6\,370\,000$ m. Luând în consideraţie acestea, influenţa sfericităţii pământului şi a refracţiunii (în unităţi pe metru) devine: $(a^2/2R)(1-k) = a^2\,[\text{km}]/14{,}65$. a se va obţine fie din coordonatele cunoscute ale punctelor A şi B, fie dintr'o mică triangulaţie, α se măsoară cu teodolitul după II C 3 a) (p. 1100). Eroarea unghiulară $d\,\alpha''$ cauzează eroarea de cotă $d\,(H_B - H_A) = \dfrac{a}{\cos^2 \alpha} \dfrac{d\alpha''}{\rho''}$, de exemplu: pentru $a = 1000$ m, $\alpha = 10°$; $d\,\alpha = \pm\,10''$ avem $d\,(H_B - H_A) = \pm\,0{,}05$ m. Valoarea sfericităţii pământului şi a refracţiunii se poate calcula foarte uşor cu rigla de calcul, de exemplu:

$a =$	500	1000	2000	5000	10 000 m
$(a^2/2R)(1-k) =$	0,017	0,068	0,272	1,705	6,82 m.

Influenţa sfericităţii pământului şi a refracţiunii care cauzează o nesiguranţă de $^1/_{20}$ din rezultatul final, se poate elimina aproape complet dacă dintr'un punct auxiliar C, pe cât posibil egal depărtat de A şi de B, se măsoară către A şi B unghiurile verticale respective α_1 şi α_2. Atunci: $H_B - H_A = a_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - a_2 \operatorname{tg} \alpha_2 + (a_1{}^2 - a_2{}^2)/14{,}65$, dacă a_1 şi a_2 sunt distanţele orizontale dela C la A şi B, iar în ultimul termen distanţele se scriu în kilometri.

C. Nivelmentul barometric

Dacă se măsoară în acelaşi timp presiunea aerului (în măsuri unitare) în două puncte U şi O ale aceleiaşi verticale, B_u şi B_o fiind presiunile respective, diferenţa de nivel între aceste puncte e dată de[1]):

$$H_o - H_u = 18\,400 \log (B_u/B_o)(1 + 0{,}003\,67\,t)(1 + 0{,}377 \text{ presiunea aburului}/B)(1 + 0{,}002\,648 \cos 2\varphi + 2H/6\,370\,000) \quad \ldots (1)$$

în care t reprezintă temperatura medie între O şi U date în grade Celsius, B presiunea medie a aerului, φ latitudinea geografică a locului iar H cota mijlocie faţă de nivelul mării. Această formulă barometrică se utilizează foarte rar. In Germania, pentru diferenţe de nivel de mai multe sute de metri, se utilizează formula:

$$H_o - H_u = dh(B_u - B_o), \text{ în care } dh = (8019 + 8019/273 \cdot t)\,1/B \quad \ldots (2)$$

Ultima expresiune din paranteză se poate calcula foarte uşor cu o riglă de calcul obişnuită de ex. pentru $t = -20° \ldots +40°$; pentru valori mai mici ale lui $t°$ se pot face diviziuni speciale [o astfel de diviziune se

[1]) vezi de ex. Jordan-Eggert, Handb. d. Vermessungskd., vol. II, ed. a 8-a, Stuttgart 1914, p. 686.

află pe riglele de calcul mai noi ale lui A. W. Faber (Stein bei Nürnberg)] sau se iau din diagrame (fig. 22). Formulele din (2) se pot calcula ușor cu o riglă de calcul (p. 185), unde trebue să fim atenți la virgulă, știind că dh are o valoare în jurul lui 10 m. De ex. pentru $B_u = 754{,}53$ mm, $B_0 = 741{,}07$, $t = +28°$ rezultă $H_0 - H_u = (8840/748)\ 13{,}46 = +159{,}0$ m.

Presiunea aerului se măsoară cu un barometru cu mercur sau cu unul metalic (aneroid), sau se poate deduce prin determinarea temperaturii aburului apei care fierbe în aer liber, cu ajutorul unui termometru foarte fin. Pentru scopuri inginerești sunt utilizate numai barometrele metalice sau aneroide (v. m. j.). Temperatura aerului se măsoară cu un mic termometru-praștie, care, legat cu o sfoară de cca $^3/_4$ m lungime se rotește în aer timp de 1...2 minute.

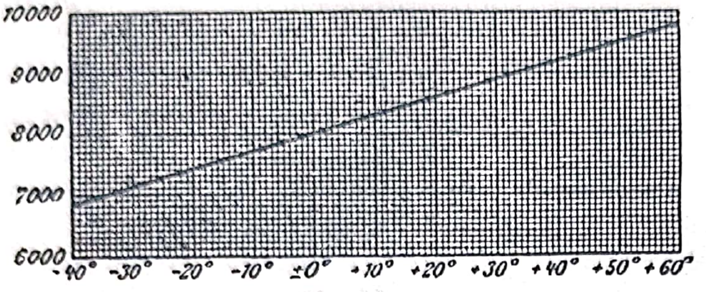


Fig. 22.

In barometrele metalice, cutia metalică închisă cu un capac elastic, în care s'a făcut vidul, e apăsată de către presiunea variabilă a aerului în mod diferit. Capacul cutiei e legat cu un arc puternic, care echilibrează presiunea aerului, și mișcările foarte mici ale capacului (de cca 0,003 mm pentru o variație de presiune de un mm) sunt mărite cu ajutorul unui sistem de pârghii sau ceva analog, la diferitele construcții [Vidie-Naudet, Reitz-Deutschbein, Goldschmied (Usteri-Reinacher) și altele]. Citirea A_t făcută la un aneroid e în general funcțiune de presiune (= presiunea unei coloane de mercur de B mm înălțime și 0° cu accelerația gravitației constantă, de ex. la 45° latitudine geografică la cota față de nivelul mării) și de temperatura instrumentului (termometru interior); deci $B = A_t + (W) + (T) + S$. Corecția de căldură (W) e corecția ce se adaugă la A_t spre a ne da pe A_0, citirea corespunzătoare unei temperaturi de $t = 0°$ a instrumentului; adesea se poate înlocui $(W) = t°\ W$, și W e în acest caz coeficientul de căldură. Acesta poate fi găsit prin citiri la barometru la o presiune constantă și pentru t cât mai diferiți posibili, și are o valoare de obiceiu între $-0{,}1$ și $-0{,}2$ (pentru 1°); la barometrul compensat (de ex. al lui Bohne, Berlin) această valoare scade până la 0,02. Corecțiile de gradațiune (T) și de punct inițial (origine) S sunt necesare pentru ca din citirea aneroidului, redusă la 0°, $A_0 = A_t + (W)$, să se obțină presiunea corespunzătoare B; aceasta se poate găsi prin observații simultane asupra lui B și A_0, unde cea din urmă trebue să fie repartizată pe întreaga scară gradată. Adesea se poate înlocui $(T) = T\ (750 - A_0)$, factorul T fiind coeficientul de divizare (diviziunile sunt de regulă numai șablon). Corecția punctului inițial S se schimbă ușor, de ex. printr'o puternică sguduire a barometrului, și la o schimbare de direcțiune a presiunii, W și T sunt mult timp destul de constante și pot fi determinate prin încercări proprii sau în institute de încercări (de ex. Institutul de Fizică din Charlottenburg). Important e ca barometrul să fie ușor ciocănit pe capacul său ținut orizontal înainte de fiecare citire; în timpul utilizării însă, să fie ferit de sguduiri puternice și de încălzire inegală, din care motive, așezat într'o cutie adecuată, va fi purtat la piept cu ajutorul unor curele.

Măsurători corespondente. La un barometru (fix) (sau două), plasat în regiunea măsurătorilor într'un loc adăpostit se fac citirile cca din jumătate în jumătate de oră. Cu barometrul (sau barometrele) de câmp se staţionează în punctele a căror cotă trebue determinată, şi după trecerea câtorva minute se fac citirile la barometru, termometru şi ceas. Temperatura aerului se ia fie în fiecare punct fix, fie din $^1/_2$ în $^1/_2$ sau din oră în oră, cu ajutorul unui termometru praştie. Dacă punctul iniţial nu a fost staţionat nici la începutul şi nici la sfârşitul ridicării, trebue să se compare barometrul de câmp cu cel fix (de staţie) spre a putea descoperi eventualele variaţiuni în corecţiile de punct iniţial. Inainte de calcularea diferenţelor de nivel între punctele succesive [după formula (2)] trebue ca citirile la barometru, respectiv $(W) + (T)$, cât şi variaţiunile de presiune ale resortului R ivite dela începutul măsurătorilor şi înregistrate de către barometrul fix, să fie corectate. — Dacă măsurătorile trebue să fie executate fără un barometru fix, trebue totdeauna ca un punct măsurat în prealabil să fie din nou staţionat după câteva ore. Micile diferenţe ce intervin se vor repartiza asupra punctelor intermediare, proporţional cu timpul trecut.

Tabela 2. Măsurători corespondente

Barometrul de câmp: Bohne 2803 — Data: 25 Iunie 1918

Punctul n	A_t	(t)	Aer t	Citire la ceas	Barometru fix (redus)	(W) $(T)+S$ R	B_n (Cor.)	$\frac{B_{n-1}+B_n}{2}$	$B_n - B_{n-1}$	$dh(B_{n-1}-B_n)$ Cor.	Cota
Castel	mm 750,7	° 18,0	° 15,0	h min 4 00	mm 748,2	−0,36 +0,02 −0,3 −0,64	mm 750,06	mm	mm	m	m 143.3
Poarta mobilă Bölle	746,6	18,0	14,8	4 43	748,1	−0,36 −0,09 −0,20 −0,65	745,95	748	− 4,11	+ 46,4 − 5	189,2
Turnul Bismarck	740,4	18,2	14,8	5 28	748,05	−0,36 −0,26 −0,15 −0.77	739,63	743	− 6,32	+ 71,9 − 6	260,5
Castel	750,2	18,2	17,0	6 25	747,9	−0,36 +0,01 +0,00 −0,35	749,85	745	+ 10,22	− 116,5 − 7	143,3
							(−0,21)	Σ = teor. =	(−0,21) (0,00)	+ 1,8 0,0	

Tabela 2 arată o ordine de calcul; barometrul de câmp (compensat) Bohne Nr. 2803 are ecuaţia: $B = A_t - 0{,}020\ t - 0{,}0260\ (750 - A_0)$, şi mica variaţie a corecţiei de punct iniţial de 0,21 mm (la întoarcere) e eliminată odată cu compensarea diferenţelor de nivel (eroarea finală repartizată proporţional cu timpurile trecute).

Intercalarea barometrică a punctelor intermediare între două puncte date A şi B. Diferenţa de nivel dată $H_B - H_A$ nu trebue să fie prea mică Cu barometrul se va staţiona pe rând în punctele A, 1, 2 ... n, B şi de

fiecare dată se va citi A_t și (t) (temperatura instrumentului). Dacă (W) și (T) sunt funcțiuni liniare de (t) și A_0, e suficient ca citirea A_t să fie redusă pentru o temperatură oarecare constantă a intrumentului. Dacă H_n sunt cotele punctelor intermediare, rezultă:

$$H_n - H_{n-1} = (A_n - A_{n-1})(H_B - H_A)/(A_B - A_A)$$

Pentru un timp scurt trecut între măsurătorile efectuate între cele doua puncte A și B, această metodă dă diferențe de nivel destúl de bune.

Măsurătorile barometrice furnizează în general diferențe de nivel cu o eroare medie de $\pm$ 0,6...2 m, la diferențe de nivel mai mari de cca 200 m o eroare de $\pm$ 1% din înălțime. Timpurile cele mai potrivite pentru măsurători sunt înainte de masă la ora 10 și după masă la ora 4.

VII. Măsurători simultane de planimetrie și nivelment

(Tahimetrie)

Prin metoda de măsurare cu tahimetrele se obține unghiul orizontal dintre direcțiunea dată și vizarea ce pornește din punctul de stație al tahimetrului (ca origine) către punctul din teren ce trebue ridicat, cât și distanțele respective pe orizontală și verticală. Unghiul orizontal se obține în tahimetria cu planșeta (și în fotogrammetrie și stereo-fotogrammetrie) grafic, în tahimetria cu teodolitul sau busola, măsurat în grade. La măsurarea lungimilor servesc stadimetre, mai frecvent reticule stadimetrice (III E, p. 1105) și din acest motiv luneta alidadei teodolitului și busolei e prevăzută cu un astfel de reticul stadimetric. Intru cât măsurătorile, cu mici excepții, se fac într'o singură poziție a lunetei, instrumentele amintite mai sus trebue perfect rectificate pentru măsurătorile de unghiuri orizontale și verticale (II C, p. 1098). Spre a putea face comod mici nivelări, fiecare lunetă tahimetrică trebue să aibă o nivelă pe axă (mai adecuată e o nivelă reversibilă). La ridicările tahimetice baza o constitue de regulă o poligonație, ale cărei laturi lungi de 100...300 m sunt măsurate dublu cu rigle de măsurat, unghiurile ei cu teodolitul câte odată în fiecare poziție a lunetei, iar punctelor li se stabilește cota printr'un nivelment verificat. Dacă e suficientă o precizione mai mică, determinarea punctelor de poligonație se poate face fie numai în plan, fie în plan și înălțime prin măsurători tahimetrice duble. Traseele poligonației să fie duse, dacă e posibil, între puncte date, întru cât calcularea lor legată de aceste puncte dă un control hotărîtor (IV B C, p. 1107 ș. u.).

In terenuri panoramice punctele caracteristice ale terenului (punctele cele mai înalte ale creștetelor de deal, punctele schimbărilor de pantă pe linia spinărilor de deal și a văilor, cele mai adânci puncte ale excavațiunilor, orânduirea punctelor în direcțiunea liniei de cea mai mare pantă) din apropierea punctelor de poligonație vor fi ridicate în așa fel, încât tahimetrul să fie așezat mai întâi corect în stație deasupra unui punct de poligonație de cotă cunoscută Q (axa alidadei vertical și centric deasupra punctului). După măsurarea înălțimii axei instrumentului J deasupra punctului de stație cu ajutorul latei de nivelat

(miră), se obţine cota orizontului (orizontul instrumentului) $Q + J$, discul de vizare deplasabil de pe miră se fixează pe diviziunea Z în apropierea a 2 m, în aşa fel ca $Q' = Q + J - Z$ să dea un număr întreg de metri. Mira va fi ţinută perfect vertical mai întâi într'un punct de poligonaţie apropiat (punct de control), se va viza, şi se va citi între firele stadimetrice valoarea aproximativă $(E) = 0{,}5 + 100\, l$ (III E 2, p. 1105), unde firul mijlociu va fi proiectat aproximativ pe discul de vizare, şi apoi vizarea asupra discului de vizare se va face precis. După aceasta urmează citirea pe cercul vertical (dacă există o nivelă de siguranţă, mai înainte se va avea grijă ca bula să fie mereu între repere), care ne dă unghiul de inclinare α, vizarea fiind făcută cu firul de mijloc, şi apoi citirea pe cercul orizontal (sau la busolă). Mersul arătat al măsurătorii trebue repetat pentru fiecare punct în parte. Citirile se vor trece într'un carnet de teren (model tabela 1) şi punctele desenate şi numerotate într'o schiţă de mână executată după ochiu. Trebue controlat ca numărul din carnetul de teren să concorde cu al schiţei de mână. Cotele anumitor puncte se pot determina prin citirea cu firul mediu când vizarea e orizontală (bula între repere la nivela axei). Calcularea distanţei pe orizontala D şi a cotei q după metoda arătată sub III E 2 ne-o arată exemplul din tabela 1.

Tabela 1. Măsurători simultane de planimetrie şi nivelment

Citirea pe miră: $(E) = 0.5 + 100\, l$.
Ecuaţia distanţei pentru instrumente e: $E = 0{,}38 + 102{,}00\, l$.

Punctul Nr.	(E) $E - (E)$	Unghiul vertical $\pm \alpha$	Unghiul orizontal (busolă)	$D =$ $(E \cos^2 \alpha)$	$\pm h$	$q = Q' \pm h$	Observaţiuni
		g *Punctul de staţie* $J = 1{,}49$	g P. P. B. $Q + J =$	226,53	$Q =$ $Z =$	225,04 2,53	$Q' = 224{,}00$
P. P. C.	175,8 + 3,4	0,60	0,00	179,1	+ 1,69	225,69	teor. 225,66
305	54,8 + 1,0	398,58	194,2	55,8	− 1,25	222,75	
306	80,2 + 1,5	399,54	153,75	81,7	− 0,59	223,94	$Z = 2{,}00$
307	99,0 + 1,9	398,95	183,0	100,8	− 1,66	222,34	

Operaţia de măsurătoare va fi simţitor uşurată dacă (E) va fi citit numai până la metri, ceea ce e suficient pentru antemăsurători: Se va utiliza deci mai cu folos o miră divizată în decimetri sau jumătăţi de decimetru, cari pot fi citite repede până la câteva sute de metri, iar h se calculează numai până la decimetri.

In terenuri fără vizibilitate (păduri ş. a.) trebue determinate prin poligonaţie multe alte puncte de staţie tahimetrice (ca poziţie şi înălţime) ca dela acestea să se poată ridica puncte de teren apropiate. Aceste poligonaţii sunt de cele mai multe ori măsurate tahimetric, şi pentru determinarea orientărilor, atât a laturilor poligonaţiei cât şi a oricărei vize, se utilizează mai cu folos busola. Orice poligonaţie tahimetrică cu busolă trebue să fie dusă totdeauna între puncte date.

Măsurătoarea analoagă cu cea sus; adesea poligonaţia se execută prin metoda punctelor sărite, adică se măsoară orientările laturilor poligonaţiei făcând staţie cu instrumentul din două în două puncte de poligonaţie. Laturile poligonaţiei nu trebue să fie mai lungi de cca 100 m (II D, p. 1101, şi IV E, p. 1115).

Fotogrammetrie. Prin obţinerea pe cale fotografică (cu un aparat special de fotografiat) a perspectivei centrale a aceleiaşi porţiuni vizibile de teren, se poate stabili prin diverse căi planul de situaţie şi de înălţime a acestei porţiuni. Dacă fotogramele sunt făcute din avion cu axa aparatului de fotografiat aproape verticală, se poate, cu ajutorul unui aparat de redresare (de ex. Zeiß, Jena), ca fiecare fotogramă să fie refăcută ca şi cum ar fi fost luată exact pe verticală prin utilizarea unor puncte geodezice de coordonate cunoscute (de obiceiu patru) şi redusă în acelaşi timp la o scară dorită. Astfel se obţine după un teren aproape plan un plan de situaţie aproape exact care e suficient pentru scopul înfiinţării unei colonii ş. as., şi care se poate completa după nevoie şi cu un nivelment al punctelor. Din câte două fotograme, luate asupra aceluiaşi teren, din puncte de staţie diferite, se poate obţine prin calcul sau grafic, după metoda intersecţiunii înainte şi a nivelmentului trigonometric, poziţia şi cota diverselor puncte din teren. Cu ajutorul unui fototeodolit special se poate măsura direct după cliseul orientat (metoda Koppe), unghiul orizontal şi vertical al razelor ce pleacă dela punctul de staţie către diferitele puncte.

Pe când în fotogrammetria terestră poziţia în spaţiu a punctului de staţie e cunoscută de regulă prin alte măsurători, în fotogrammetria aeriană această poziţie se determină cu ajutorul coordonatelor unor puncte cunoscute ce apar şi pe clişeu împreună cu alte măsurători făcute pe clişeu sau fotogramă. Privirea binoculară printr'o instalaţie stereoscopică, a unei perechi de fotograme adecuate va trezi în majoritatea subiectelor reprezentarea unui model spaţial al terenului fotografiat, care e apoi măsurabil. In timp ce acest model spaţial nu se poate valorifica cu ajutorul stereocomparatorului decât din punct în punct, la stereoautograf se desenează automat chiar curbe de nivel, presupunând axa aparatului de fotografiat orizontală, iar cu stereoplanigraful (Bauersfeld-Zeiß, Jena) cât şi de ex. auto sau aerocartograful (Hugeeshosf-Heyde, Dresden) la orice inclinare a axei aparatului de fotografiat [1]).

Executarea unui plan de situaţie şi a unuia de nivelment. In toate ridicările mai mari coordonatele punctelor de poligonaţie se calculează după cap. IV (p. 1107 ş. u.), apoi se aplică într'un carelaj decimetric (v. IV F, p. 1115). Din aceste puncte se desenează şi celelalte, determinate prin coordonatele polare cu ajutorul unui raportor (pentru trasarea diferenţelor unghiulare) şi cu un dubludecimetru (pentru trasarea distanţelor orizontale), sau cu ajutorul unei aşa numite rozete, fie punct cu punct, fie pe staţii. E preferabil ca poligonaţiile tahimetrice executate cu busola să fie desenate mai întâi pe hârtie de calc, potrivindu-se între cele două puncte finale date în plan. Fiecărui punct desenat i se adaugă mai întâi numărul său corespunzător, iar mai târziu şi cota respectivă. Curbele de nivel, cari unesc punctele apropiate din teren de aceeaşi cotă, vor fi intercalate prin interpolare între anumite puncte ale terenului. Curbelor de nivel trasate pe hârtie cafeniu li se adaugă în locuri potrivite cota respectivă, direcţiunea aproximativă Nord, scara planului etc.

---

[1]) v. î. a. Hugershoff-Cranz, Grundlagen d. Photogrammetrie etc., Stuttgart 1919, Wittwer. — Gruner, Der Aerokartograph, Stuttgart 1929, Wittwer. — Hugershoff, Photogrammetrie und Luftbildwesen, Wien 1930, Springer. — Gast, Vorlesungen über Photogrammetrie, Leipzig 1930, Barth. — v. Gruber, Ferienkurs in Photogrammetrie, Stuttgart 1930, Wittwer. — Löschner, Einführung in die Erdbildmessung, Leipzig şi Wien 1930, Deuticke. — Baeschlin şi Zeller, Lehrbuch der Stereophotogrammetrie, Zürich şi Leipzig 1934, Orell Füssli. — Schwidefsky, Einführung in die Luft- und Erdbildmessung, ed. a 2-a, Leipzig şi Berlin 1939, Teubner. — Lüscher, Kartieren nach Luftbildern, Berlin 1937, Mitter & Sohn. — Finsterwalder, Photogrammetrie, Berlin 1939, de Gruyter.

Scanned with OKEN Scanner

VIII. Trasarea dreptelor și arcelor de cerc

Dacă sunt date cele două puncte ale unui segment de dreaptă destul de lung ce trebue trasat, și dacă dintr'un punct final acesta se poate vedea bine, se instalează deasupra punctului un teodolit perfect rectificat și perfect centrat. După vizarea celuilalt punct final, prin inclinarea convenabilă a lunetei și cu ajutorul unui fanion de semnalizare, tub acustic ș. as., se pot trasa și celelalte puncte intermediare. Dacă cele două puncte finale A și B nu sunt vizibile decât dintr'un punct auxiliar C aflat în apropierea dreptei, se măsoară în acest punct cu preciziune unghiul γ (fig. 23) și a și b se vor stabili aproximativ. (De ex. dintr'o hartă, prin măsurarea directă cu pasul sau cu un instrument oarecare). α și β se calculează din $(\alpha+\beta)/2=\gamma/2$ și $\operatorname{tg}(\alpha-\beta)/2=\operatorname{tg}[(\alpha+\beta)/2]\cdot[(a-b)/(a+b)]$; deplasarea laterală a punctului auxiliar C e $\overline{CC'}=a\sin\beta=b\sin\alpha$. Verificarea lui C' prin repetarea metodei; în loc de tangenta și sinusul unor unghiuri foarte mici e recomandabil să se întrebuințeze chiar unghiul exprimat în radiani. Dacă se poate găsi un astfel de punct auxiliar C, se unesc cele două puncte A și B printr'o poligonație cât mai întinsă, se calculează distanțele punctelor de poligonație de dreapta AB și se trasează astfel punctele intermediare.

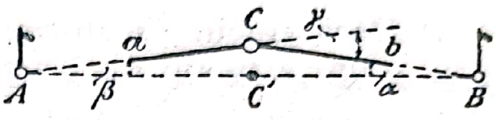


Fig. 23.

Trasarea unui arc de cerc de rază dată r ce trebue să racordeze două drepte date G și G_1. Punctul de intersecțiune S a acestor drepte trebue determinat iar unghiul dintre ele se măsoară (de regulă direct) cu un teodolit (cu o aproximație de câteva secunde). Pentru trasarea punctelor principale ale curbei A, E și foarte adesea și a lui M (fig. 24) se calculează: $\varphi=90°-\alpha/2$; $\overline{SA}=\overline{SE}=r\operatorname{tg}\varphi$; $\overline{AB}=\overline{BM}=r\operatorname{tg}(\varphi/2)$; $\overline{SM}=r\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}(\varphi/2)$; lungimea arcului $\widehat{AE}=r\cdot 2\varphi/\rho$; $\overline{SB}=\overline{SA}-\overline{AB}$. Prin aplicarea distanțelor calculate $\overline{SB}$ și $\overline{SA}$ respectiv $\overline{SB_1}$ și $\overline{SE}$ se obțin punctele B, A, B_1, E și prin înjumătățirea lui BB_1, creștetul M. M se verifică adesea prin înjumătățirea lui α și prin aplicarea lui $\overline{SM}$. Calculul logaritmic cu cinci zecimale (preciziunea în mm) e suficient. Dacă punctul de intersecțiune S nu se poate întrebuința, se unește câte un punct de pe dreptele G și G_1 printr'o dreaptă auxiliară mai lungă $\overline{CC_1}$ și în poligonația GCC_1G_1 se măsoară latura $\overline{CC_1}$ și ambele unghiuri C_1CG și G_1C_1C, ca din triunghiul CSC_1 să se poată calcula unghiul α, și cele două laturi $\overline{SC}$ și $\overline{SC_1}$. O bună probă o dau unghiurile măsurate în M între direcțiunile către punctele A, B, B_1 și E.

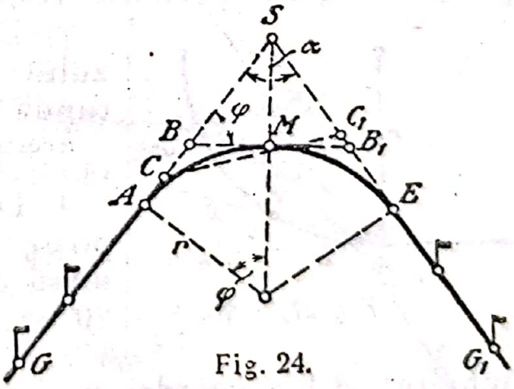


Fig. 24.

Trasarea punctelor secundare ale curbei, cari în raport cu mărimea lui r sunt depărtate între ele cu cca 5...30 m.

1. Cu coordonate rectangulare dela tangentă. Abscisele x se vor măsura pe tangentă începând dela punctul de tangență (A sau E).

Scanned with OKEN Scanner

α) Intregul arc de cerc trebue să fie uniform împărţit; de ex. în sfertul de arc (fig. 24) trebue să existe n puncte. In acest caz unghiul la centru a două puncte consecutive e $\psi = \varphi/2\,n$, coordonatele cartesiene pentru cele n puncte sunt: $x_i = r \sin i\,\psi$; $y_i = 2\,r \sin^2 (i\,\psi/2)$ (dela $i = 1 \ldots i = n$). Ca probă trebue ca din două tangente apropiate ale sfertului de arc să obţinem acelaşi punct.

β) Dacă trebue ca punctele de pe arcul de cerc să fie depărtate între ele cu valoarea rotundă b, avem $\psi'' = \rho''\, b/r$; $x_i = r \sin i\,\psi$; $y_i = 2 r \sin^2 (i\,\psi/2)$.

γ) Dacă trebue ca abscisele x_i să fie numere rotunde date, urmează: $y_i = x_i^2/2\,r + x_i^4/8\,r^3 + x_i^6/16\,r^5 + \ldots \approx x_i^2/2\,r + (x_i^2/2\,r)^2/2\,r$. Primii doi termeni ai seriei sunt suficienţi pentru arce mai întinse; după nevoie se pot duce între A şi M şi alte tangente.

2. Cu coordonate rectangulare dela coardă. Dacă unghiul φ (fig. 25) nu e cunoscut mai dinainte, el rezultă din măsurarea lungimii coardei $\overline{AM} = s$ din $\sin (\varphi/2) = s/2\,r$. Apoi $\overline{OO'} = K = 2\,r \sin^2 (\varphi/4)$. Din formulele arătate sub 1. corespunde pentru abscisa x_i ordonata $Y_i = K - y_i$.

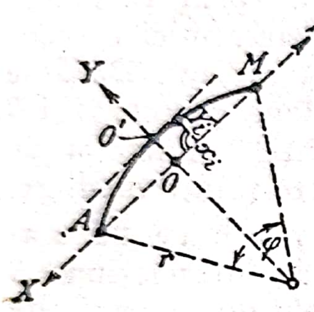


Fig. 25.

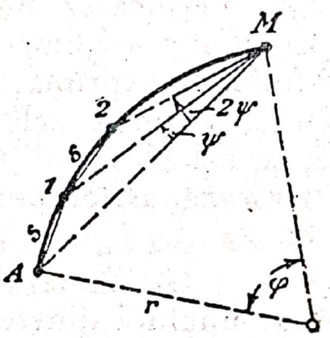


Fig. 26.

3. Cu unghiuri periferice şi coarde.

α) Intregul arc trebue împărţit egal, astfel încât între A şi M (fig. 26) să fie n puncte. In acest caz unghiul periferic la coardă între două puncte consecutive e $\psi = \varphi/2\,n$ şi lungimea coardei corespunzătoare $s = 2\,r \sin \psi$. După aşezarea teodolitului în M se va transpune faţă de $\overline{MA}$ unghiul ψ, se măsoară din A, $\overline{A1} = s$ şi prin aceasta se obţine punctul 1; transpunerea lui $2\,\psi$ faţă de $\overline{MA}$ şi măsurarea lui $\overline{1 \cdot 2} = s$ ne dă punctul 2 etc. De regulă la această metodă ψ şi s nu sunt date prin numere rotunde.

β) Dacă se ia pentru lungimea coardei s o valoare rotundă, rezultă pentru unghiul periferic respectiv ψ (valoarea nerotundă) $\sin \psi = s/2\,r$.

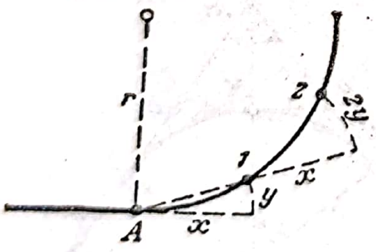


Fig. 27.

γ) Dacă se ia pentru ψ o valoare rotundă, rezultă pentru coarda respectivă o valoare nerotundă $s = 2\,r \sin \psi$.

Aceste metode sunt recomandabile mai cu seamă pe povârnişuri înguste şi necesită puţin calcul.

4. Dacă nu se cere o preciziune prea mare, se poate folosi metoda următoare (fig. 27): Se măsoară de ex. pe tangentă valoarea rotundă x (cam 20 m cu panglica) şi perpendicular pe ea $y = x^2/r$, obţinându-se astfel punctul 1. Pe prelungirea $\overline{A1}$ a coardei se măsoară din nou x şi perpendicular $y_2 = 2\,y$, obţinându-se punctul 2 etc.

Trasarea unui arc de cerc în tunel (sau în debleu). Aici se vor determina câteva puncte principale ale arcului prin trasarea unui poligon înscris arcului, laturile lui fiind pe coarde cât mai lungi posibil, punctele secundare ale arcului se determină prin coordonate rectangulare dela fiecare coardă în parte. Fiind date punctul iniţial A al arcului, $\overline{AG}$ di-

Scanned with OKEN Scanner

recțiunea tangentei și r raza arcului de cerc (fig. 28) cu ajutorul teodolitului, se transpune în A față de $\overline{AG}$ unghiul $180° + \varphi$ și pe această direcțiune obținută se măsoară lungimea s (unde $\sin \varphi = s/2r$), spre a se determina astfel punctul 1 al arcului. Punctul 2 se obține prin transpunerea unghiului $180° + 2\varphi$ la $\overline{1A}$ și măsurarea lui s etc. Trasarea unui arc de cerc concentric de o rază ceva mai mare (cca $[r+1]$ m) dă coarde mai lungi și prin aceasta o mai favorabilă transmisiune de erori.

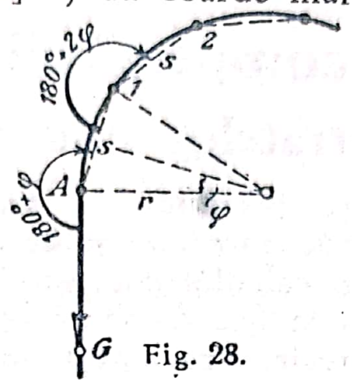


Fig. 28.

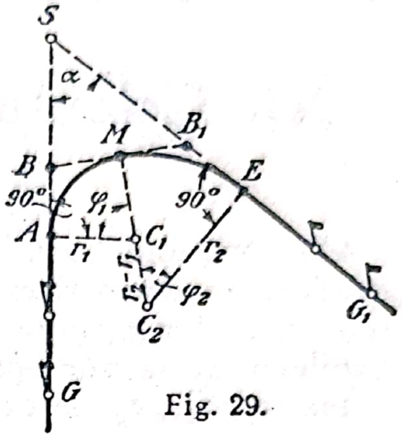


Fig. 29.

Determinarea punctelor principale ale unei curbe compusă din 2 arce de cerc, când sunt date unghiul α al tangentelor, punctul inițial A și cele două raze r_1 și r_2 (fig. 29). Considerându-se C_2 ca originea unui sistem de axe cartesiene iar $\overline{C_2E}$ ca axă $+x$, se obține prin teorema proiecțiunilor aplicată conturului poligonal $C_2\,E\,S\,A\,C_1\,C_2$, foarte ușor latura $\overline{ES}$ și unghiul φ_1, întru cât celelalte elemente sunt cunoscute. Mai departe se obține: $\varphi = 180° - (\alpha + \varphi_1)$; $\overline{AB} = r_1 \operatorname{tg}(\varphi_1/2)$; $\overline{EB_1} = r_2 \operatorname{tg}(\varphi_2/2)$, așa încât punctele B, B_1, E și M pot fi trasate.

Trasarea curbelor de racordare între drepte și arce de cerc (fig. 30). Prin supraînălțarea ce se dă șinei exterioare la curbe, cât și prin lărgirea ecartamentului (prin deplasarea înăuntru a șinei interioare) s'a ajuns treptat la intercalarea curbei de racordare între dreaptă și cerc. Drept curbă de racordare se folosește de regulă parabola cubică cu ecuația $y = x^3/6\,ar$, în care x, y sunt coordonatele punctelor curbei, r raza cercului racordat curbei și a lungimea curbei de racordare ($=$ cel puțin de 300 ori supraînălțarea). Adesea se ia $K = 6\,ar = 90\,000$. Ordonata finală a curbei de racordare (punctul unde curba se racordează cu cercul) se poate considera destul de exact $y = a^2/6r$ și prin intercalarea acestei curbe, tangentele la cerc vor fi deplasate paralel cu $v = y_E/4$. Fiind de ex. dat unghiul α al dreptelor G și G_1 ce trebue racordate, r raza arcului de cerc și a lungimea curbei de racordare, spre a putea face trasarea trebue să se calculeze:

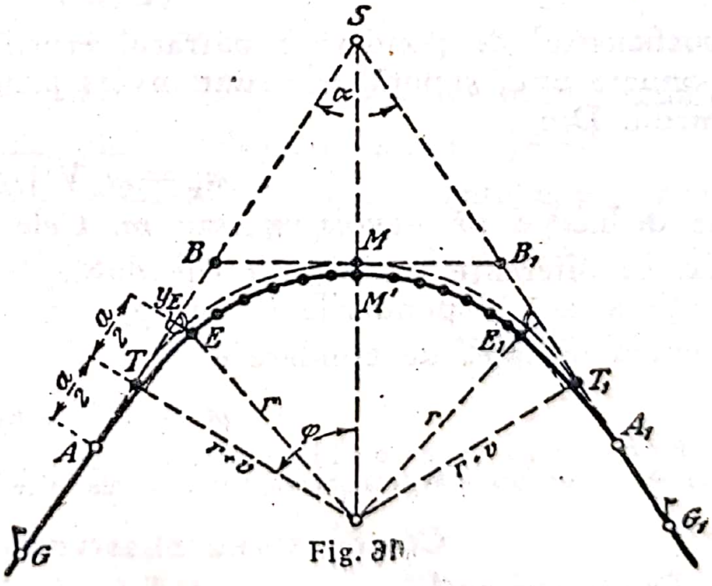


Fig. 30.

$$K = 6\,ar; \quad y_E = a^3/K; \quad v = y_E/4; \quad \varphi = 90° - \alpha/2;$$

$\overline{ST} = (r+v)\operatorname{tg}\varphi$; $\overline{SM} = (r+v)\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}(\varphi/2)$; $\overline{TB} = (r+v)\operatorname{tg}(\varphi/2)$. După

Scanned with OKEN Scanner

trasarea punctelor B, T, B_1, T_1 şi M distanţa $a/2$ se trece în exterior din T şi T_1, obţinând punctele iniţiale A, A_1 a curbelor de racordare. Aceste două curbe se trasează întotdeauna prin coordonate rectangulare (x, y) pornind dela tangentă, obţinând astfel şi punctele de racordare E şi E_1 cu arcul de cerc. Arcul de cerc $E M' E_1$ se va trasa după metodele arătate, unde trebue să fim atenţi că $\overline{MM'} = v$.

XI. Calculul compensării după metoda pătratelor minime[1])

Observaţiunile următoare, presupuse în prealabil corectate de erorile grosiere şi sistematice, trebue corectate şi de erorile incidentale. In acest scop se vor determina prin calculul compensării corecţiile cele mai probabile v, ce se vor adăuga la fiecare observaţiune.

Fie $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n$ erorile reale, e r o a r e a m e d i e e

$$m = \sqrt{[\varepsilon\varepsilon]/n} \quad \dots\dots\dots\dots (1)$$

E r o a r e a m a x i m ă sau e r o a r e a t o l e r a b i l ă din practică se consideră de trei sau patru ori m şi apare o d a t ă la un număr de 368...15800 de măsurători. Din eroarea medie rezultă:

Preciziunea = const: m; ponderea p = coeficientul de pondere $k : m^2$ (2)

şi probabilitatea $\varphi(v)$ pentru apariţia erorii v e după G a u ß

$$\varphi(v) = (1/m\sqrt{2\pi})\, e^{-v^2/2m^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

Ca urmare la (3) se găseşte cel mai probabil sistem de compensare când

$$[pvv] = \text{minimum (metoda pătratelor minime)} \quad \dots (4)$$

Dacă unei observaţiuni de eroare medie $\pm \overline{m}$ i se atribue ponderea $\overline{p} = 1$, urmează după (2)

$$k = \overline{m}^2 \quad \dots\dots\dots\dots (5)$$

coeficientul de pondere e pătratul erorii medii a unei observaţiuni de pondere unu, şi ponderile sunt invers proporţionale cu pătratele erorilor medii. Din

$$m_x = \overline{m}\sqrt{1/p_x} \quad \dots\dots\dots\dots (6)$$

se deduce după nevoia m_x sau $\overline{m}$. Cele n erori reale $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n$ (de ex. ca diferenţe la măsurătorile duble, ca erori de închidere la poligonaţii ş. as.) şi ponderile lor $p_1, p_2 \dots p_n$ fiind cunoscute, eroarea medie pentru unitatea de pondere e

$$\overline{m} = \sqrt{[p\varepsilon\varepsilon]/n} \quad \dots\dots\dots\dots (7)$$

P r o p a g a r e a e r o r i l o r m e d i i p. 192; în multe cazuri pentru calcularea lui m_f e de preferat utilizarea tablelor de diferenţe logaritmice.

Compensarea observaţiunilor indirecte

Din n observaţiuni $L_1, L_2 \dots L_n$ cu ponderi cunoscute $p_1, p_2 \dots p_n$ să se determine cele u necunoscute $\underline{X}, \underline{Y}, \underline{Z} \dots$ şi ponderile lor $p_x, p_y, p_z \dots$

[1]) V. Secţiunea „Matematici", p. 192 ş. u. Expunerea detaliată în H e l m e r t-(H o h e n n e r), Ausgleichungsrechnung, ed. a 3-a, Leipzig 1924, şi H o h e n n e r, Geodäsie, Leipzig şi Berlin 1910, Teubner.

O compensare e posibilă numai când $n > u$, aşa că $n - u$ reprezintă numărul surplusului de observaţiuni.

Prin adăugarea celor mai probabile corecţiuni $v_1, v_2 \ldots v_n$, la observaţiunile respective se obţin relaţiile:

$$\left.\begin{array}{llr}
\underline{L_1} = L_1 + v_1 = f_1(\underline{X}, \underline{Y}, \underline{Z} \ldots) & \text{pond.} & p_1 \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
\underline{L_n} = L_n + v_n = f_n(\underline{X}, \underline{Y}, \underline{Z} \ldots) & \text{„} & p_n \\
\text{sau: } v_1 = f_1(\underline{X}, \underline{Y}, \underline{Z} \ldots) - L_1 & \text{pond.} & p_1 \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
v_n = f_n(\underline{X}, \underline{Y}, \underline{Z} \ldots) - L_n & \text{„} & p_n
\end{array}\right\} \text{Ecuaţiile generale ale erorilor (1)}$$

$f_1, \ldots f_n$ sunt funcţiuni oarecari. In toate cazurile [mai cu seamă când ecuaţiile (1) sunt liniare, pentru o uşurare a calculului numeric] se găsesc pentru cele u necunoscute mai întâi valori apropiate (x), (y), (z) ... şi se face notaţia:

$$\underline{X} = (x) + x; \quad \underline{Y} = (y) + y; \quad \underline{Z} = (z) + z \ldots \ldots \quad (2)$$

Desvoltând după teorema lui Taylor relaţiile (1) se obţin ecuaţiile liniare ale erorilor:

$$\left.\begin{array}{l}
v_1 = a_1 x + b_1 y + c_1 z + l_1 \quad \text{pond. } p_1 \\
\vdots \\
v_n = a_n x + b_n y + c_n z + l_n \quad \text{„} \quad p_n \\
\text{unde} \\
a_1 = \dfrac{\partial f_1}{\partial (x)}; \quad b_1 = \dfrac{\partial f_1}{\partial (y)}; \quad c_1 = \dfrac{\partial f_1}{\partial (z)}; \quad l_1 = f_1\big((x)\,(y)\,(z) \ldots\big) - L_1 \\
\vdots \\
a_n = \dfrac{\partial f_n}{\partial (x)}; \quad b_n = \dfrac{\partial f_n}{\partial (y)}; \quad c_n = \dfrac{\partial f_n}{\partial (z)}; \quad l_n = f_n\big((x)\,(y)\,(z) \ldots\big) - L_n
\end{array}\right\} \ldots (3)$$

Termenii absoluţi l se vor considera drept diferenţa: calcul (teorie) minus observaţie. Din aceste ecuaţii, prin înmulţirea lui v_i şi a coeficienţilor a_i, b_i, c_i cu l_i cât şi a termenului l_i cu $\sqrt{p_i}$, se obţin ecuaţiile $\bar{v}_i = \bar{a}_i\, x + \bar{b}_i\, y + \bar{c}_i\, z + \bar{l}_i$, aşa că mai departe $[pvv] = [\bar{v}\bar{v}]$.

Intru cât $[pvv]$ e o funcţiune de variabilele independente x, y, z, condiţiunea $[pvv]$ = minimum e satisfăcută când $\dfrac{\partial [pvv]}{\partial v} = 0$, $\dfrac{\partial [pvv]}{\partial y} = 0$, $\dfrac{\partial [pvv]}{\partial z} = 0$. Aceste condiţiuni conduc la cele u (în cazul de faţă trei) ecuaţii normale:

$$\left.\begin{array}{llllcl}
 & & & & & \text{resp.} \\
\underline{[paa]}x + & [pab]y + & [pac]z + & [pal] = 0 & = & [\bar{a}\bar{a}]x + [\bar{a}\bar{b}]y + [\bar{a}\bar{c}]z + [\bar{a}\bar{l}] = [pav] \\
[pab]x + & \underline{[pbb]}y + & [pbc]z + & [pbl] = 0 & = & [\bar{a}\bar{b}]x + [\bar{b}\bar{b}]y + [\bar{b}\bar{c}]z + [\bar{b}\bar{l}] = [pbv] \\
[pac]x + & [pbc]y + & \underline{[pcc]}z + & [pcl] = 0 & = & [\bar{a}\bar{c}]x + [\bar{b}\bar{c}]y + [\bar{c}\bar{c}]z + [\bar{c}\bar{l}] = [pcv] \\
([pal]x + & [pbl]y + & [pcl]z + & \underline{[pll]} = [pvv]) & &
\end{array}\right\} (4)$$

Rezolvarea acestor ecuaţii se face mai potrivit după metoda de eliminare a lui G a u ß (p. 76), căci această metodă, prin adăugarea la

Scanned with OKEN Scanner

ecuațiile normale (4), a relației ultime puse în paranteze, ne dă

$$[pvv]=[pll\cdot u]=[pll]-\frac{[pal]^2}{[paa]}-\frac{[pbl\cdot 1]^2}{[pbb\cdot 1]}-\frac{[pcl\cdot 2]^2}{[pcc\cdot 2]},$$

pe lângă z și $p_z=[pcc\cdot 2]$, pe lângă y și $p_y=p_z\dfrac{[pbb\cdot 1]}{[pcc\cdot 1]}$ și x.

Prin schimbarea necunoscutelor în ecuațiile normale se pot determina ponderile ultimelor două necunoscute.

Din ecuațiile (2) se obțin necunoscutele, din (3) corecțiile. Valoarea $[pvv]$ calculată din (3) trebue să concorde (în limita preciziunii de calcul) cu cea găsită la metoda de eliminare (proba intermediară).

Eroarea medie pt. unitatea de pondere $\overline{m}=\sqrt{[pvv]/(n-u)}$ . . . (5)

Eroarea medie a necunoscutelor:

$$m_{\underline{x}}=\overline{m}\sqrt{1/p_x};\quad m_{\underline{y}}=\overline{m}\sqrt{1/p_y};\quad m_{\underline{z}}=\overline{m}\sqrt{1/p_z} \quad . . . (6)$$

Proba principală: Ecuațiile (1) trebue ca, punând $\underline{L_i}=L_i+v_i$ și cu $\underline{L_i}=f_i(\underline{X},\underline{Y},\underline{Z}\ldots)$ să dea valori concordante.

Dacă se pune: $-x=\alpha_1 l_1+\alpha_2 l_2+\ldots\alpha_n l_n$, avem: $m_{\underline{x}}^2=[\alpha\alpha]\overline{m}^2$ sau: $p_{\underline{x}}=\dfrac{1}{[\alpha\alpha]}$

$-y=\beta_1 l_1+\beta_2 l_2+\ldots\beta_n l_n$, " $m_{\underline{y}}^2=[\beta\beta]\overline{m}^2$ $p_{\underline{y}}=\dfrac{1}{[\beta\beta]}$

$-z=\gamma_1 l_1+\gamma_2 l_2+\ldots\gamma_n l_n$, " $m_{\underline{z}}^2=[\gamma\gamma]\overline{m}^2$ $p_{\underline{z}}=\dfrac{1}{[\gamma\gamma]}$.

Coeficienții de pondere se deduc din ecuațiile de pondere

$$\begin{aligned}
&\underline{[paa]}[\alpha\alpha]+[pab][\alpha\beta]+[pac][\alpha\gamma]-1=0\\
&\overline{[pab]}[\alpha\alpha]+\underline{[pbb]}[\alpha\beta]+[pbc][\alpha\gamma]-0=0\\
&[pac][\alpha\alpha]+\overline{[pbc]}[\alpha\beta]+\underline{[pcc]}[\alpha\gamma]-0=0\\[4pt]
&\underline{[paa]}[\alpha\beta]+[pab][\beta\beta]+[pac][\beta\gamma]-0=0\\
&\overline{[pab]}[\alpha\beta]+\underline{[pbb]}[\beta\beta]+[pbc][\beta\gamma]-1=0\\
&[pac][\alpha\beta]+\overline{[pbc]}[\beta\beta]+\underline{[pcc]}[\beta\gamma]-0=0\\[4pt]
&\underline{[paa]}[\alpha\gamma]+[pab][\beta\gamma]+[pac][\gamma\gamma]-0=0\\
&\overline{[pab]}[\alpha\gamma]+\underline{[pbb]}[\beta\gamma]+[pbc][\gamma\gamma]-0=0\\
&[pac][\alpha\gamma]+\overline{[pbc]}[\beta\gamma]+\underline{[pcc]}[\gamma\gamma]-1=0
\end{aligned}$$

Având de calculat eroarea medie m_F a unei funcțiuni oarecare φ de necunoscutele compensate $\underline{X},\underline{Y},\underline{Z}\ldots$ adică $F\equiv\varphi(\underline{X},\underline{Y},\underline{Z}\ldots)$ $\{=\varphi((x)+x,(y)+y,(z)+z\ldots)\}$, se obțin mai întâi derivatele parțiale $f_1, f_2, f_3\ldots$ ale lui F în raport cu variabilele (x), (y), (z) ..., în cazul acesta:

$$dF=\frac{\partial\varphi}{\partial(x)}x+\frac{\partial\varphi}{\partial(y)}y+\frac{\partial\varphi}{\partial(z)}z=f_1x+f_2y+f_3z.$$

Avem: $m^2_F=\overline{m}^2\cdot 1/P$, dacă:

$$\frac{1}{P}=-\left(-\frac{f_1^2}{[paa]}-\frac{[f_2\cdot 1]^2}{[pbb\cdot 1]}-\frac{[f_3\cdot 2]^2}{[pcc\cdot 2]}\right)=q_1f_1+q_2f_2+q_3f_3=-[0\cdot u].$$

Transformându-se ecuaţiile normale în:

$$\begin{array}{l} [paa]q_1 + [pab]q_2 + [pac]q_3 - f_1 = 0 \\ [pab]q_1 + [pbb]q_2 + [pbc]q_3 - f_2 = 0 \\ [pac]q_1 + [pbc]p_2 + [pcc]q_3 - f_3 = 0 \\ (-f_1 q_1 - f_2 q_2 - f_3 q_3 - 0 = -1/P), \end{array}$$

prin metoda de eliminare a lui Gauß, eliminând toţi q se obţine imediat $-1/P = [0 \cdot u]$.

Mersul calculului: 1. Determinarea unor bune valori aproximative $(x), (y), (z), \ldots$, 2. Calcularea termenilor absoluţi $l_i = f_i\,((x), (y) \ldots) - L_i$; 3. Determinarea derivatelor $a_i, b_i, c_i, \ldots$ după relaţia (3); 4. Stabilirea ecuaţiilor erorilor (3); 5. Calcularea coeficienţilor $[paa]$ în ecuaţiile normale şi stabilirea lor după relaţiile (4); 6. Rezolvarea ecuaţiilor normale, calcularea lui $\underline{X}, \underline{Y}, \underline{Z} \ldots$ după relaţia (2); 7. Calcularea lui $m, m_x, m_y \ldots$ după relaţiile (5) şi (6); 8. Calcularea corecţiilor v_i după relaţiile (3) şi din aceasta $[pvv]$ (proba intermediară); Calcularea lui $\underline{L_i} = L_i + v_i$ şi $\underline{L_i} = f_i\,(\underline{X}, \underline{Y} \ldots)$ (proba principală); 10. Calcularea ponderii unei funcţiuni.

Compensarea măsurătorilor directe cu condiţiuni iniţiale

Cele n observaţiuni $l_1, l_2, \ldots l_n$ cu ponderile cunoscute $p_1, p_2 \ldots p_n$ trebue corectate cu câtimile $v_1, v_2, \ldots v_n$; corecţiile lor trebue determinate cum urmează: 1. ca $[pvv] = \min.$ şi 2. ca cele n observaţiuni compensate $\underline{l_i} = l_i + v_i$ să îndeplinească riguros condiţiunile iniţiale ($r =$ numărul condiţiunilor iniţiale). Compensarea e posibilă dacă $n > r$. Fie $f_1, f_2 \ldots f_r$ funcţiuni oarecari şi r ecuaţiile generale ale condiţiunilor independente între ele:

$$\left.\begin{array}{l} f_1(l_1 + v_1,\ l_2 + v_2 \ldots l_n + v_n) = 0 \\ f_2(l_1 + v_1,\ l_2 + v_2 \ldots l_n + v_n) = 0 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ f_r(l_1 + v_1,\ l_2 + v_2 \ldots l_n + v_n) = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (1)$$

Din acestea se obţin prin desvoltare în serie r ecuaţii de condiţiune liniare:

$$\left.\begin{array}{l} a_1 v_1 + a_2 v_2 + \ldots + a_n v_n + w_1 = 0 \\ b_1 v_1 + b_2 v_2 + \ldots + b_n v_n + w_2 = 0 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ c_1 v_1 + c_2 v_2 + \ldots + c_n v_n + w_r = 0 \end{array}\right\}, \ r \text{ ecuaţii de condiţie} \quad (2)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{dacă:} & a_i = \dfrac{\partial f_1}{\partial l_i};\ b_i = \dfrac{\partial f_2}{\partial l_i};\ c_i = \dfrac{\partial f_r}{\partial l_i} \\ \text{şi:} & w_i = f_i(l_1, l_2 \ldots l_n) \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (3)$$

Erorile de închidere w trebue să se ia: valoarea observată minus valoarea teoretică. Dacă vrem ca în relaţia (2) să introducem corecţiile reduse la unitatea de pondere $\bar{v}_i = v_i \sqrt{p_i}$, trebue ca şi a_i, b_i, c_i să fie divizate cu $\sqrt{p_i}$; prima ecuaţie din (2) ar fi:

$$\frac{a_1}{\sqrt{p_1}} v_1 \sqrt{p_1} + \frac{a_2}{\sqrt{p_2}} v_2 \sqrt{p_2} + \ldots \frac{a_n}{\sqrt{p_n}} v_n \sqrt{p_n} + w_1 = 0$$

sau:

$$\bar{a}_1 \bar{v}_1 + \bar{a}_2 \bar{v}_2 + \ldots + \bar{a}_n \bar{v}_n + w_1 = 0,$$

Scanned with OKEN Scanner

și mai departe $[pvv] = [\bar{v}\bar{v}]$. Dacă în fine sunt cunoscute $\bar{v}_1\ \bar{v}_2 \ldots \bar{v}_n$, atunci se obține ușor din acestea corecțiile $v_i = \bar{v}_i \,/\, \sqrt{p_i}$.

a) Dacă r e un număr mare și $(n - r)$ un număr mic, atunci e adesea recomandabil ca din ecuațiile (2) să formăm cele n ecuații de erori pentru $v_1 \ldots v_n$ astfel încât să considerăm $(n - r)$ erori v ca variabile independente iar celelalte r erori v rămase, să le exprimăm în funcțiune de primele. Compensarea se face în acest caz după metoda compensării observațiunilor indirecte arătate în p. 1130 ș. u.. Eroarea medie pentru unitatea de pondere va fi:

$$m = \sqrt{[pvv]/[n - (n - r)]} = \sqrt{[pvv]/r} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

b) Rezolvarea prin metoda coeficienților nedeterminați (coeficienții nedeterminați ai lui Lagrange).

Pentru ca $[pvv]$ să devină un minimum ținând seamă de relațiile de condiție (2), se va înmulți prima relație din (2) cu k_1, cea de a doua cu k_2 etc. și se vor aduna la $[pvv]$. Funcțiunea astfel formată va fi minimă când cele n derivate parțiale ale ei în raport cu cele n variabile $(v_1, v_2 \ldots v_n)$ vor fi nule. Cele n expresiuni găsite din acestea se introduc în cele r relații de condiție (2) și ne dau cele r **ecuații normale** (5) pentru coeficienții nedeterminați k, la cari, pentru determinarea lui $[pvv] = -[w \cdot k] = -[0 \cdot r]$ după metoda de eliminare a lui Gauß, se adaugă ecuația (din paranteză):

$$\left.\begin{aligned}
\left[\frac{aa}{p}\right]k_1 + \left[\frac{ab}{p}\right]k_2 + \left[\frac{ac}{p}\right]k_3 + w_1 &= 0\\
\left[\frac{ab}{p}\right]k_1 + \left[\frac{bb}{p}\right]k_2 + \left[\frac{bc}{p}\right]k_3 + w_2 &= 0\\
\left[\frac{ac}{p}\right]k_1 + \left[\frac{bc}{p}\right]k_2 + \left[\frac{cc}{p}\right]k_3 + w_3 &= 0\\
(w_1 k_1 + w_2 k_2 + w_3 k_3 + 0 &= -[pvv])
\end{aligned}\right\} \ldots \ldots (5)$$

Din aceste ecuații normale se calculează coeficienții $k_1, k_2 \ldots k_r$, iar corecțiile $v_1, v_2 \ldots v_n$ se deduc din relațiile (6):

$$\left.\begin{aligned}
p_1 v_1 &= a_1 k_1 + b_1 k_2 + c_1 k_3\\
p_2 v_2 &= a_2 k_1 + b_2 k_2 + c_2 k_3\\
&\vdots\\
p_n v_n &= a_n k_1 + b_n k_2 + c_n k_3
\end{aligned}\right\} \ldots \ldots \ldots (6)$$

Ca probă (intermediară), valoarea lui $[pvv]$ dedusă direct din relațiile (5) și cea calculată din relațiile (6) trebue să concorde (în limita preciziunii de calcul). Cu observațiunile compensate $\underline{l_i} = l_i + v_i$ trebue ca cele r ecuații de condiție să fie verificate (proba principală).

Pentru calcularea erorii medii m_F a unei funcțiuni oarecari φ, de observațiuni compensate $\underline{l_i}$ (sau chiar a unei singure observațiuni compensate), adică

$$F \equiv \varphi(\underline{l_1}, \underline{l_2} \ldots \underline{l_n}) \left\{= \varphi(l_1, l_2 \ldots l_n) + \frac{\partial \varphi}{\partial l_1} v_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial l_2} v_2 + \ldots \frac{\partial \varphi}{\partial l_n} v_n\right\}, \quad (7)$$

se calculează derivatele parțiale

$$f_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial l_1}; \quad f_2 = \frac{\partial \varphi}{\partial l_2}; \ldots \quad f_n = \frac{\partial \varphi}{\partial l_n}. \quad \ldots \quad (8)$$

şi se obţine: $n^2_F = \overline{m}^2 \cdot 1/P$, dacă (pentru $r = 3$) avem:

$$\frac{1}{P} = \left[\frac{ff}{p}\cdot r\right] = \left[\frac{ff}{p}\right] - \frac{\left[\frac{af}{p}\right]^2}{\left[\frac{aa}{p}\right]} - \frac{\left[\frac{bf}{p}\cdot 1\right]^2}{\left[\frac{bb}{p}\cdot 1\right]} - \frac{\left[\frac{cf}{p}\cdot 2\right]^2}{\left[\frac{cc}{p}\cdot 3\right]} \quad \ldots \quad (9)$$

Dacă se transformă ecuaţiile normale (5) în:

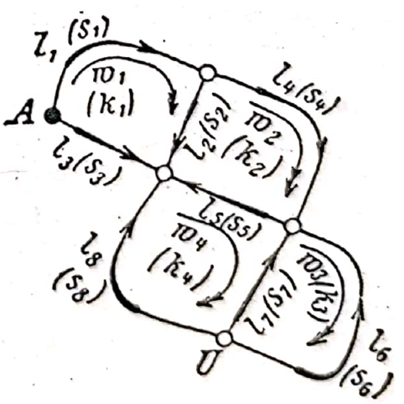
$$\left.\begin{array}{l}
\left[\frac{aa}{p}\right]k_1' + \left[\frac{ab}{p}\right]k_2' + \left[\frac{ac}{p}\right]k_3' + \left[\frac{af}{p}\right] = 0 \\
\left[\frac{ab}{p}\right]k_1' + \left[\frac{bb}{p}\right]k_2' + \left[\frac{bc}{p}\right]k_3' + \left[\frac{bf}{p}\right] = 0 \\
\left[\frac{ac}{p}\right]k_1' + \left[\frac{bc}{p}\right]k_2' + \left[\frac{cc}{p}\right]k_3' + \left[\frac{cf}{p}\right] = 0 \\
\left(\left[\frac{af}{p}\right]k_1' + \left[\frac{bf}{p}\right]k_2' + \left[\frac{cf}{p}\right]k_3' + \left[\frac{ff}{p}\right] = \frac{1}{P}\right)
\end{array}\right\} \quad \ldots \quad (10)$$

prin metoda de eliminare a lui G a u ß (după eliminarea celor r coeficienţi k') se obţine chiar $\frac{1}{P} = \left[\frac{ff}{p}\cdot r\right]$.

Mersul calculului: Găsirea celor r ecuaţii de condiţiune (1) (independente între ele); 2. Calculul erorilor de închidere w_i şi a derivatelor parţiale a_i, b_i ... după relaţia (3). 3. Aranjarea în tabelă a celor r ecuaţii de condiţiune (2) (cari se pot reduce la unitatea de pondere); 4. Calcularea coeficienţilor $\left[\frac{aa}{p}\right] = [\bar{a}\bar{a}]$ ... a ecuaţiilor normale (5) şi stabilirea lor; 5. Rezolvarea lor; 6. Calcularea corecţiilor v (respectiv $\bar{v}$) după relaţia (6); 7. Proba (intermediară) pentru $[pvv]$; 8. Calcularea observaţiunilor compensate l_i; 9. Proba principală după relaţia (1); 10. Eroarea medie a unei funcţiuni de observaţiuni compensate după relaţiile (7)...(10).

Exemplu: In reţeaua nivelitică [1]) schiţată în fig. 31 s'au măsurat în acelaşi mod următoarele diferenţe de nivel l_i; ponderile lor sunt stabilite după p. 1120 prin lungimea nivelată s_i (în km) şi date de $p_i = 1/s_i$.

v_i fiind corecţiile, în cele patru traseuri nivelitice ($r = 4$) (arătate în fig. 31) rezultă 4 relaţii de condiţiune ($v_1 + v_2 - v_3 + w_1 = 0$, dacă $w_1 = l_1 + l_2 - l_3$ etc.). $k_1 \ldots k_4$ fiind respectivii coeficienţi nedeterminaţi, se pot stabili uşor e c u a ţ i i n o r m a l e, citindu-le direct pe schiţă şi anume: a) Coeficienţii pătratici reprezintă de fapt perimetrul fiecărui traseu nivelitic. b) Ceilalţi coeficienţi sunt negativi şi reprezintă tocmai lungimea comună a câte două trasee. c) Termenii absoluţi sunt erorile de închidere w a traseelor. Ca urmare se poate scrie prescurtat:



Direcţiunea pantei
Direcţiunea de nivelat

Fig. 31.

Nr. $i =$	$l_i =$ m	$s_i =$ km	$\underline{l_i} = l_i + v_i$ m
1	0,524	1,5	0,525 71
2	8,214	0,9	8,214 07
3	8,740	0,2	8,739 77
4	8,199	1,6	8,200 70
5	0,012	0,3	0,013 38
6	3,361	1,8	3,366 33
7	3,366	0,6	3,366 34
8	3,385	1,5	3,379 70

$k_1\cdot$	$k_2\cdot$	$k_3\cdot$	$k_4\cdot$	
2,6	−0,9	·	·	−2
	2,8	·	−0,3	−3
		2,4	−0,6	+5
			2,4	+7

[1]) H o h e n n e r, Geodäsie, Leipzig 1910, Teubner, p. 240 ş. u., unde acest exemplu e tratat prin metoda indirectă.

Scanned with OKEN Scanner

Cu o riglă de calcul de 25 cm lungime se obţine după procedeul lui Gauss: $k_1 = +1{,}138$; $k_2 = +1{,}060$; $k_3 = -2{,}97$; $k_4 = -3{,}53$; $[p v v] = -[0 \cdot 4] = 45{,}0$. Ca probă (intermediară) se obţine $[wk] = -45{,}02 = -[p v v]$.

Corecţiile v_i se pot calcula privind schiţa, după regula următoare: Dacă pentru respectiva linie l_i direcţiunea şi panta sunt de acelaşi sens, corecţia e $+ k s_i$, în caz contrar corecţia e $- k s_i$, deci:

$$\begin{array}{ll|ll} v_1 = k_1 s_1 & = +1{,}71 \text{ mm} & v_5 = k_2 s_5 - k_4 s_5 & = +1{,}38 \text{ mm} \\ v_2 = k_1 s_2 - k_2 s_2 & = +0{,}07 \;\;'' & v_6 = -k_3 s_6 & = +5{,}33 \;\;'' \\ v_3 = -k_1 s_3 & = -0{,}23 \;\;'' & v_7 = k_3 s_7 - k_4 s_7 & = +0{,}34 \;\;'' \\ v_4 = k_2 s_4 & = +1{,}70 \;\;'' & v_8 = k_4 s_8 & = -5{,}30 \;\;'' \end{array}$$

Diferenţele de nivel compensate $\underline{l_i} = l_i + v_i$ sunt introduse în tabela de mai sus.

Ca probă principală se calculează erorile de închidere ale traseelor: $w_1' = +0{,}01$ mm; $w_2' = +0{,}01$ mm; $w_3' = +0{,}01$ mm şi $w_4' = -0{,}02$ mm. Plecând din punctul A de cotă cunoscută obţinem în limitele toleranţelor de mai sus cotele compensate ale fiecărui punct în parte.

Eroarea mijlocie pe kilometru înainte de compensare e $\overline{m} = \sqrt{\frac{[p v v]}{r = 4}} = \pm 3{,}36$ mm. Dându-se eroarea medie a cotei compensate a unui punct de exemplu: $\underline{U} = A + \underline{l_3} - \underline{l_5} - \underline{l_7}$, şi în virtutea relaţiilor (8) rezultă: $f_3 = +1$; $f_5 = f_7 = -1$; $f_1 = f_2 = f_4 = f_6 = f_8 = 0$; în plus $\left[\frac{af}{p}\right] = -0{,}2$; $\left[\frac{bf}{p}\right] = -0{,}3$; $\left[\frac{cf}{p}\right] = -0{,}6$; $\left[\frac{df}{p}\right] = +0{,}9$; $\left[\frac{ff}{p}\right] = 1{,}1$. Relaţia (9) dă $1/P = 0{,}6548$, şi astfel $m_{\underline{U}} = \pm 3{,}36 \sqrt{0{,}6548} = \pm 2{,}72$ mm.

Anexă

Prelucrare de ing. F. Ludloff, Berlin (cap.. I...III) şi ing. dipl. G. W. Schmidt, Berlin (cap. IV).

Pagina

I. Măsuri şi greutăţi

Sistemul metric 1138
Marea Britanie 1139
Statele Unite ale Americii 1142
Valori astronomice. Constante terestre 1144
Scările durităţii mineralogice . . 1144
Compararea orelor locale.. . . . 1145

II. Table de comparare şi conversiune a măsurilor şi greutăţilor

Unităţi de lungime, tablele 1...10 1146
Picioare engleze 1146
Mile terestre şi marine engleze, fathomi, yarzi, picioare şi ţoli 1147
Unităţi de arie, tablele 11...14 . 1153
Acre, yarzi pătraţi, picioare pătrate şi ţoli pătraţi engl. . . 1153
Unităţi de capacitate, tablele 15...40 1155
Acrepicioare, yarzi cubi, picioare cubice şi ţoli cubi . . 1155
Cuarteri imperiali englezi, galoni imperiali 1155
Galoni USA (Winchester) . . . 1158
Bareli de petrol 1159
Greutăţi, tablele 23...31 1157
Tone şi tone navale, hundredweights, cuarteri, libre, uncii, troylibre, troyuncii, troygrains englezi 1160
Greutăţi pe unitatea de lungime, tablele 32...34 1164
Libre engleze/yard, —/picior, —/ţol 1164
Greutăţi pe unitatea de arie (presiuni), tablele 35...46 1166
Tone engl./ţoli pătr., libre/picioare pătr., —/ţoli pătr., troygrains/ţoli pătr. . . . 1166
Compararea unităţilor de presiune 1168
kg/cm² — mm col. Hg, atmosfere — kg/cm², bari — atmosfere, bari — kg/cm², bari — mm col. Hg 1169
Libre engl./ţoli pătr., ţoli col. Hg.— atmosfere 1171
Greutăţi pe unitatea de volum, tabla 47 1173
Libre engl./picior cub . . . 1173
Scări areometrice 1173
Vitese, frecvenţe, tablele 49...57 . 1174
mm/s — m/h, cm³/s — dm³/h, g/s — kg/h, noduri — m/s, noduri — yarzi engl./h, mile terestre engl./h — m/s, m/s — picioare engleze/min., metri cubi/h — picioare cubice engl./min 1174
Vitesă orară — distanţă de probă în min şi s 1177
Frecvenţe şi lungimi de undă . 1178
Energii, tablele 58...67 1179
Compararea unităţilor de lucru mecanic 1179
Libre picioare engleze — kgm . 1180
Compararea unităţilor de putere 1180
Calul putere metric şi calul putere englez, cai puteri — kilowaţi internaţionali 1181
Kilocalorii intern. — joule int. (Ws), kilowattore — kilocalorii 1182
BTU — kWh, BTU — kcal TI . 1183
Calul putere cazan 1183
kcal TI — BTU 1184
Volumele gazelor, tablele 68...70 . 1185
Valorile $1 + \alpha t$ 1185
Valorile T_2/T_1 1186
Valorile p_1/p_2 1186
Valorile $1/(1 + \alpha t)$ 1188

III. Codul Morse

IV. Legi privitoare la brevete

Uniunea internaţională 1189
Dispoziţii importante din legile privitoare la brevete 1190

I. Măsuri și greutăți

Convențiunea din 20 Mai 1875 privitoare la unitățile metrice (CM). Au semnat-o toate statele civilizate. In aceste măsurile metrice sunt prescrise prin lege, cu excepțiunea Marii Britanii și a coloniilor ei, ca și a Statelor Unite ale Americii, unde sunt admise însă.

Unitatea de lungime e metrul, reprezentat prin distanța dintre reperele dela capetele barei de platină-iridiu (90% Pt, 10% Ir) păstrat în pavilionul Breteuil din Sèvres lângă Paris (Bureau International des Poids et Mesures) la temperatura de topire a gheței (prototipul metrului). Pentru statele cari au aderat la convențiune s'au făcut copii ale acestei bare, a căror abatere față de prototip e stabilită. Pentru măsurătorile de comparație din state se folosesc aceste copii, însă toate măsurătorile trebue raportate la metrul prototip.

Așa numitul Mètre des Arhives din Paris, întrebuințat inițial ca prototip al metrului, e o bară de platină, distanța dintre secțiunile capetelor ei reprezentând la 0° C unitatea de lungime. Lungimea lui intenționată era egală cu a zecea milioana parte din cadranul pământului. După ce s'a stabilit prin diferite repetări ale măsurătorii că etalonul construit nu corespundea cu realitatea (măsurătoarea lui Bessel, care contează drept cea mai sigură, a dat pentru cadranul pământului lungimea de 10 000 856 Mètres des Arhives) [1], s'a renunțat la intențiunea de a avea un etalon dat de natură, reconstruibil oricând. Mètres des Arhives nu se mai întrebuințează pentru măsurători comparative.

Recent se întrebuințează pentru măsurători de lungime lungimi de undă ale unor surse de lumină, și se tinde să se stabilească lungimea metrului ca multiplu al lungimii de undă al unei anumite surse de lumină. Physikalisch-Technische Reichsanstalt (PTR) face măsurători comparative cu ajutorul liniei spectrale galbene-verzi a criptonului, care trebue preferată din cauza structurii ei simple liniei roșii a cadmiului, care se întrebuințează de ex. în Anglia. Lungimea de undă a liniei galbene-verzi a criptonului e la 20° C și 1 atm egală cu 0,564 959 24 μ, adică într'un metru intră 1 770 039,198 lungimi de undă, pe când lungimi de undă de 0,643 847 2 μ de ale liniei roșii a cadmiului intră 1 553 164,13 într'un metru (p. 297).

Pentru măsurători tehnice și industriale contează temperatura de referință de 20°, și lungimea metrului tehnic la această temperatură se admite egală cu a metrului prototip la 0° C.

Unitatea metrică de greutate e kilogramul, reprezentat prin masa piesei de platină-iridiu păstrată de asemenea în Bureau International des Poids et Mesures. Statele cari au aderat la convențiune sunt în posesiunea unor copii cât mai exacte pentru măsurători comparative, dar acestea trebue raportate la kilogramul prototip. Vechea definiție a kilogramului, aceea de greutate a 1 dm^3 apă distilată la 4° C și 760 mm col Hg la latitudinea Parisului și înălțimea mării, nu se mai potrivește. 1 dm^3 apă distilată cântărește în locul de standardizare la 4° C și 1 atm 0,999 972 kg, iar 1 litru exact 1 kg. 1 litru e deci egal cu 1,000 028 dm^3.

Subdivizarea și notarea sistemului de măsură metric se găsește mai jos.

SISTEMUL METRIC [2]

Unități de lungime

1 metru (m) de 10 decimetri (dm) de 10 centimetri (cm) de 10 milimetri (mm)
1 kilometru (km) = 1000 m

Unități de arie

1 metru pătrat (m^2) de 100 decimetri pătrați (dm^2) de 100 centimetri pătrați (cm^2) de 100 milimetri pătrați (mm^2)
1 hectar (ha) de 100 ar (a) de 100 m^2
1 kilometru pătrat (km^2) = 100 ha

Unități de capacitate

1 metru cub (m^3) (numit ster în unele regiuni) de 1000 decimetri cubi (dm^3) sau litru (l) (foarte aprox., v. m. j.) de 1000 centimetri cubi (cm^3) de 1000 milimetri cubi (mm^3)
1 hectolitru (hl) = 100 l
1 litru = 1,000 028 dm^3 (p. 785) = 1000 milimetri

Unități de greutate

1 kilogram (kg) de 1000 grame (g) de 1000 miligrame (mg)
100 grame = 1 hectogram
1 tonă = 1000 kg
1 carat (metric) = 0,2 g
1 carat internațional = 0,2051 g

[1]) V. observația de sub tabela din p. 1144.

[2]) V. și p. 221. — Cu privire la notarea unităților de măsură și greutate sunt de observat următoarele: Literelor nu li se adaugă puncte finale. Literele se situează la sfârșitul expresiunilor numerice complete, nu după virgula zecimală, deci 5,37 m, nu 5 m 37 și nu 5 m 37 cm. La separarea pozițiilor de unități de cele de zecimale servește virgula, nu punctul. Altfel nu se va întrebuința virgula la numere de măsură

Țara	1/n[1])
MAREA BRITANIE (CM. din 1884) [2])	
Măsurile și greutățile metrice sunt admise	
Unități de lungime	
1 inch (in., țol) (divizibil prin 16, 12 sau 10) = 2,539 995 6 cm [3])	0,393 701
1 line = 0,1 inch	
1 foot (ft.) = 12 inches = 30,479 947 cm	0,032 808 5
1 yard (yd.) = 2 cubits = 3 ft. = 0,914 398 m	1,093 615
1 palm = 3 inches = 7,619 987 cm	0,131 234
1 span (quarter) = 9 inches = 22,859 960 cm	0,043 746
1 nail = 2.25 inches = 5 714 990 cm	0,174 98
1 hand = 10 inches = 25,399 956 cm	0,309 37
1 fathom = 6 ft. = 1,828 797 m	0,546 81
1 pace military = 2,5 ft. = 0,761 999 m	1,312 34
1 pace geometrical = 5 ft. = 1,523 997 m	0,656 17
1 land yard, diferit = 3 ft., 16,5 ft., 18 ft., 21 ft.	
1 pole (perch, rod, lug) = 5,5 yds. = 16,5 ft. = 5,029 191 m	0,198 84
1 pole woodland = 6 yds. = 5,486 390 m	0,182 27
1 pole plantation = 7 yds. = 6,400 789 m	0,156 23
1 pole Cheshire = 8 yds. = 7,315 187 m	0,136 70
1 furlong = 40 poles = 1000 links = 10 chains = 0,201 168 km	4,970 98
1 cable's length = 120 fathoms = 0,219 456 km	4,556 94
1 statute (british) mile = 8 furlongs = 1760 yds. = 5280 ft. = 1,609 341 km	0,621 37

Țara	1/n[1])
MAREA BRITANIE (continuare)	
Unități de lungime	
1 milă engl. (London) obișnuită = 5000 ft. = 1,523 997 km	0,657 03
1 nautical (geographical) mile (knot) = 6880 ft. = 1,853 181 km [4])	0,539 61
3 miles = 1 league	
1 admiralty mile = 6086,5 ft = 1,855 162 km [4])	0,539 04
Unități și notațiuni speciale pentru cele mai variate lungimi. Pentru stofe	
1 yard = 4 quarters = 16 nails	
1 flemish ell = 3 quarters, 1 scotch ell = 37,2 in.	
1 english ell = 5 quarters, 1 french ell = 6 quarters	
Pentru fire: thread, lea, hank, spindle, slip, hasp, bundle, pack, wrap.	
Unități de arie	
1 square line = 6,451 578 mm²	0,155 001
1 square inch = 6,451 578 cm²	0,155 001
1 square foot = 0,092 903 m²	10,763 95
1 square yard = 0,836 124 m²	1,195 99
1 square pole (sq. perch, sq. rod, sq. lug) = 30,25 sq. yds. = 272,25 sq. ft. = 25,293 m²	0,039 537
1 square chain = 4356 sq. ft. = 404,684 m²	0,002 471
1 rood (fardingdeal) = 0,25 acre = 10,117 105 a	0,098 842
1 acre (of land) = 4 roods = 160 sq. poles = 4840 sq. yds. = 40,468 42 a	0,024 71
1 yard of land = 30 acres = 1,214 05 ha	0,823 69

și greutate, în deosebi nu la despărțirea expresiunilor numerice cu mai multe cifre. Această despărțire se va efectua prin dispunerea cifrelor în grupe de câte 3, socotite dela virgulă, cu un spațiu convenabil între grupe. In loc de cmp, mp etc. e admis modul de scriere cm², m² etc., tot astfel în loc de cmc, mc etc., cm³, m³ etc.

Sunt etalonabile: unitățile de lungime cari corespund metrului, multiplilor săi întregi, jumătății sale, cincimii sau zecimii sale; unitățile de capacitate cari corespund metrului cub sau hectolitrului întreg sau jumătate, sau multiplilor întregi ai acestor unități de capacitate, sau litrului, multiplilor săi de 2, 5, 10 sau 20 ori, jumătății sale, sau părții a 4-a, 5-a, 10-a, 20-a, 50-a sau 100-a din el; unitățile de greutate cari corespund kilogramului, gramului sau miligramului, multiplilor de 2, 5, 10, 20 sau 50 ori ai acestor unități sau jumătății, părții a 4-a, 5-a, 8-a sau 10-a din kilogram, cum și jumătății, cincimii sau zecimii gramului.

[1]) Observație. Toate unitățile sunt raportate în tabelă cu ajutorul unei cifre de conversiune n la sistemul metric. In coloanele $1/n$ sunt trecute valorile reciproce ale cifrelor de conversiune. n e deci numărul de unități metrice care-i corespund unității respective, iar $1/n$ numărul de unități de măsură respective, cari îi corespund unității metrice. De ex. Marea Britanie (p. 1139): 1 fathom = n metri = 1,828 798 m; 1 m = $1/n$ fathoms = 0,5468 fathoms, deci 683,5 m = 683,5 · 0,5468 = 373,7 fathoms.

[2]) V. și observația preliminară din p. 1145.

[3]) La 0° după măsurarea comparativă din 1935. Inainte de 1897 se socotea 1 inch = 25,399 541 mm. Table detaliate în p. 1146 ș. u. Pentru măsurători industriale și temperatura de referință 20°, 1 inch = 25,400 000 mm.

[4]) 6080 ft. e lungimea rotunjită a mediei părții a 60-a din gradul de meridian și cel de ecuator, lungimea meridianului fiind 40 000 km, iar a ecuatorului 5400 mile geografice (7,4204 km). Mila amiralității = 1/60 grad de ecuator = 1/4 milă geografică.

Scanned with OKEN Scanner

Țara	1/n
MAREA BRITANIE (continuare)	
Unități de arie	
1 hide of land = 100 acres = 40,468 42 ha	0,024 71
1 mile of land = 640 acres = 258,997 9 ha = 2,589 979 km^2	0,386 10
1 square (dușumele, acoperișuri etc.) = 100 sq. ft. = 9,290 27 m^2	0,107 64
1 circular inch = $\pi/4$ sq. inch = 0,7854 sq. inch = 5.067 07 cm^2	0,197 35
1 circular mil = 1/1 000 000 circul. inch = 0,000 506 707 mm^2	1973,5
Unități de capacitate	
1 cu. inch = 1000 cu. lines = 16,3870 cm^3	0,061 02
1 cu. foot = 1728 cu. in. = 28,3167 dm^3	0,035 31
1 cu. yard = 27 cu. ft. = 0,764 551 m^3	1,307 96
1 acrefoot = 1 acre·1 foot = 43 560 cu. ft = 1233,475 m^3	0,000 81
1 register ton = 100 cu ft. = 2,831 67 m^3	0,353 15
1 ocean (freight) ton = 40 cu. ft. = 1,132 668 m^3	0,882 87
1 keel = 8,5 reg. tons = 850 cu. ft. = 24,0692 m^3	0,041 55
1 Imperial gallon 1) = pottles (de 2,272 98 dm^3) = 4 quarts (de 1,136 49 dm^3) = 8 pints = 32 gills (de 0,142 061 dm^3) = 4,545 963 dm^3	0,219 98
1 pint = 4 gills = 0,568 245 dm^3	1,759 75
1 Imperial quarter = 2 combs (de 145,471 dm^3) = 8 bushels = 32 pecks (de 9,091 93 dm^3) = 64 Imp. gall. = 290,941 63 dm^3 = 0,290 942 m^3 2)	3,437 12
1 bushel = 8 Imp. galons = 36,3677 dm^3 = 36,3667 l 3)	0,027 50

Țara	1/n
MAREA BRITANIE (continuare)	
Unități de capacitate	
1 chaldron = 36 bushels = 1,309 24 m^3	0,763 80
1 cu. fathom (lemn) = 216 cu ft. = 6,116 41 m^3	0,163 50
1 St. Petesburg standard (cherestea) = 165 cu. ft. = 4 672 26 m^3	0,214 03
1 standard (lemn fasonat) = 150 cu. ft. = 4.247 50 m^3	0,235 81
1 standard (lemn rotund) = 120 cu. ft. = 3.398 00 m^3	0,294 29
1 load (ton) (lemn brut) = 40 cu. ft. = 1,132 67 m^3	0,882 87
1 load (lemn prelucrat) = 50 cu. ft. = 1,415 84 m^3	0.706 30
1 cord = 14·3·3 cu. ft. = 126 cu. ft. = 3.567 90 m^3	0,280 28
1 cord (lemn de foc) = 8·4·4 cu. ft. = 128 cu. ft. = 3.624 54 m^3	0,275 90
1 stack (of wood) = 12·3·3 cu. ft. = 108 cu. ft. = 3.058 20 m^3	0,327 00
1 serch (piatră) = 25 cu. ft. = 0,707 92 m^3	1,421 60
1 chaldron (cărbuni) = 4 quarters = 1.163 77 m^3	0,859 28
1 keel (cărbuni) = 9 Newcastle chaldrons (de 2.888 98 m^3) = 23,1118 m^3	0,043 27
1 vat = 3 sacks (de 109.103 dm^3) = 9 bushels = 0.327 31 m^3	3,055 22
1 last (cereale) = 2 loads (de 1,454 71 m^3) = 10 quarters = 2,909 42 m^3	0,343 71
1 boll = 6 bushels = 0,218 206 m^3	4,582 83
1 strike (cereale) = 2 bushels = 72,735 4 dm^3	0,013 75
1 cran (pește proaspăt) = 45 gallons = 0.204 57 m^3	4,888 35
1 cran (pește sărat) = 37,5 gallons = 0,170 47 m^3	5,866 03
1 hogshead (pește) = 40 gallons = 0.181 84 m^3	5,499 39
1 barrel (ciment) = 5 bushels = 0,181 84 m^3	5,499 39

1) 1 litru = 1,000 028 dm^3, p. 785.

2) Din 1898. Galonul imperial din 1824 cuprindea 10 lbs. avoirdupois apă. Ca volum se conta 4,543 457 l. Sistemul englez de măsuri și greutăți a suferit de atunci repetate modificări. După măsurătorile și deciziunile oficiale, galonul imperial din 1873 cuprindea 277,510 cu. in. = 4,541 740 dm^3, cel din 1878 277,274 cu. in. = 4,543 457 dm^3, cel din 1889 277,462 cu. in. = 4,546 525 dm^3, cel din 1898 277,260 cu. in. = 4,545 963 dm^3. Cuarterul imperial din 1878 era = 64 galoni imperiali din același an, deci = 290,781 44 l. Galonul din 1878 cuprinde deci 290,781 44 l. Pe baza unei convențiuni internaționale 1 lb. avoirdupois = 0,453 592 4 kg. Galonul din 1878 cuprinde deci într'adevăr 4,543 457 : 0,453 592 4 = 10,0166 lbs, cel din 1898 4,545 963 : 0,453 592 4 = 10,0221 lbs. Vechea dispozițiune ca galonul imperial să cuprindă 10 lbs apă a căzut deci, se contează totuși cu această presupunere și acest lucru provoacă ușor erori grave, la convertirea măsurilor în greutăți și invers, mai ales când e vorba de cantități mari, cum ar fi de ex. la încărcarea petrolului în vase-cisternă. După recomandarea lui W. Möller-Fernau în WRH 10 (1929), fasc. 16, se va calcula în acest caz cu un galon „galonul de petrol" de 276,800 cu. in. Acesta cuprinde 10 lbs. apă sau 4,535 924 l,

1 barrel de petrol = 35 galoni de petrol englezi = 5,6065 cu. ft. = 158,758 l (p. 1159),
1 tonă engleză = 6,4000 barreli de petrol,
1 tonă metrică = 6,2989 barreli de petrol.

3) In trecut, 1 bushel = 35,2381 l = 1/8 dintr'un cuarter vechi = 2,819 05 hl.

Scanned with OKEN Scanner

Țara	1/n
MAREA BRITANIE (continuare)	
Unități de capacitate	
1 dish (minereu de plumb) = 17,5910 dm^3	0,056 85
1 load (minereu de plumb) = 0,158 32 m^3	6,316 36
Pentru lichide	
1 tun=2 pipes (bults) (de 572,775 l) =2·1$^1/_2$ puncheons (de 331,850 l) =3·1$^1/_3$ hogsheads (de 286,388 l) = 4·1$^1/_2$ tierces (de 190,925 l) = 6·2$^1/_3$ runlets (de 81,825 l) = 14·18 Imp. gallons = 11 4555 hl [1]	0,087 29
1 anker (pentru rachiu) = 10 gallons = 0,454 584 hl	2,199 85
1 tun (pentru Ale și bere) = 2 bults (de 490,950 l) = 2·1$^1/_2$ puncheons (de 327,300 l) = 3·1$^1/_3$ hogsheads (de 245,475 l)= 4·1$^1/_2$ barrels (de 163,650 l) = 6·2 kilderkins (de 81,827 l)= 24 firkins (de 40,914 l) =216 Imp.gallons = 9,819 00 hl [2]	0,101 87
1 Imp. gallon = 4 quarts (de 1,136 46 l)=8 pints (de 0,568 229 l) = 4,545 836 l	0,219 98
1 Imp. gallon ca unit. farmaceutică = 8 pints = 8·20 fluid ounces [3] (de 0,028 412 3 dm^3) = 160·8 fluid drams (de 3,5515 cm^3 = 1280·60 minims (de 0,592 cm^3) = 4,545 836 l	0,219 98
1 (Winchester) gallon vechiu = 231 cu. inches = $^5/_6$ Imp. gallon (din anul 1878) = 3,785 432 l	0,264 24
Unități de greutate	
1 pound avoirdupois (libre, lb.) (greutate comercială)=16 ounces (oz.) = 16·16 drams = 7000 troy-grains = 0,453 592 4 kg [4]	2,204 622 3
1 hundredweight (centweight, cwt.) 4 quarts = 112 lbs. = 50,802 349 kg	0,019 68
1 long ton = 20 cwts. = 80 quarters = 2240 lbs. = 1,016 047 t	0,984 21
1 short ton (tonă navală = 2000 lbs. = 0,907 185 t	1,102 31
1 troy pound (pt. aur, argint, platină, nichel, pietre prețioase, medicamente) =12 troy ounces = 12·20 penny-weights (de 1,555 17 g) = 240·24 troygrains = 0,373 241 8 kg	2,679 23
1 quarter = 28 lbs. = 12,700 59 kg	0,078 74
1 dram = 1.771 84 g	0,564 38
1 troygrain=20 mites (de 0,003 24 g) = 20·24 doits (de 0 000 135 g) = 480·20 periots (de 0,000 006 7 g)	

Țara	1/n
MAREA BRITANIE (continuare)	
Unități de greutate	
= 9600·24 blanks (de 2.4·10^{-7} g) = 0,064 798 9 g	15,432 4
1 troy pound (greut. de probă pt. aur) = 24 carats (de 15.551 7 g) = 24·4 grains (de 3,887 94 g) = 96·4 quarts (de 0.971 98 g) = 0,373 241 8 kg	2,679 23
1 ounce avoird. = $^1/_{16}$ lb. avoird. = 28.349 53 g	0,035 27
1 troy ounce = $^1/_{16}$ tr. lb. = 31,103 479 g	0,032 15
1 troy ounce ca greutate farmaceutică = 8 drachms (de 3,887 94 g) = 8·3 scruples (de 1,295 98 g) =24·20 troygrains = 31·103 479 g	0,032 15
1 carat pt. pietre prețioase =4 grains (de 0,0513 g)= 0,2053 g	4,870 9
1 stone = 14 lbs. (pt. ovăz ș. a.) = 6,350 29 kg = 8 lbs. (pt. carne și pește la Londra); pt. in la Belfast) 16,75 lbs., în Downpatrick 24 lbs.	0,157 47
1 quintal (lemn, sare ș. a.) = 100 lbs. = 45,359 24 kg	0,022 05
1 last (lână) = 12 sacks (de 165,108 kg) = 24 weys (de 82,5538 kg) = 156 tods (quarters) = 312 stones = 624 cloves (de 3,175 15 kg) = 4368 lbs. = 1,982 19 t	0,504 72
1 pack (lână) = 12 swres (de 9,071 85 kg) = 240 lbs. = 108,862 kg	0,009 19
1 ship load (huilă) = 20 Newcastle keels = 160 Newcastle chaldrons (de 2,692 52 t) = 320 cords (de 1,346 26 t = 320·159 pecks (de 8,467 06 kg) = 430,804 t	0,002 32
1 score (huilă) = 21 London chaldrons (de 1,219 25 t) = 84 vats (de 304,814 kg) = 84·3 sacks (de 101,605 kg) = 252·3 coal bushels (de 33,868 kg) = 756·4 pecks = 25,604 38 t	0,039 06
1 Newcastle keel (huilă) = 8 Newcastle chaldrons = 8·53 cwts. = 21,5402 t	0,046 42
1 keel (huilă) = 16 London chaldrons = 384 cwts. = 19,5081 t	0,051 26
1 barrel (făină de grâu, de porumb) = 196 lbs. = 88,9041 kg	0,011 25
1 barrel (carbonat de potasiu) = 200 lbs. = 90,7185 kg	0,011 02
1 barrel (praf de pușcă) = 100 lbs. = 45,3592 kg	0,022 05

[1] In trecut, 1 tun = 953,898 l = 252 Winchester gallons.

[2] In trecut, 1 tun pt. Ale = 887,237 l, pt. bere = 998,142 l.

[3] Din 1836, 1 pint = 20 fluid ounces, înainte 1 pint = 16 uncias in measure sau fluid ounces. Această diviziune s'a păstrat în USA pentru pint.

[4] Aceasta e valoarea, stabilită internațional, a librei engleze.

Țara	1/n
MAREA BRITANIE (continuare)	
Unități de greutate	
1 bushel (cereale) la Londra = 60 lbs. = 27,2155 kg	0,036 74
1 bushel (cereale) și = 168 lbs. = 76,2035 kg	0,013 12
și = 488 lbs. = 221,353 kg	0,004 52
1 bushel (sare bulgări) = 65 lbs. = 29,4835 kg	0,033 92
1 peck (sare) = 14 lbs. = 6,3503 kg	0,157 47
1 tub (ceaiu) = 60 lbs. = 27,2155 kg	0,036 74
1 chest (ceaiu) = 84 lbs. = 38,1018 kg	0,026 25
1 firkin (săpun moale) = 64 lbs. = 29,0299 kg	0,034 45
1 sack (bag) (orez) = 168 lbs. = 76,2035 kg	0,013 12
1 sack (făină de grâu) = 280 lbs. = 127,0059 kg	0,006 40
1 boll (făină de ovăz) = 140 lbs. = 63,5029 kg	0.015 75
1 fodder (ton) (plumb)	
la Londra = 19,5 cwts. = 0,9906 t	1,000 10
la Newcastle = 21 cwts. = 1,0668 t	0,937 34
la Stockton = 22 cwts. = 1,1177 t	0,894 75
1 roll (plumb) = 20 cwts. = 1.0160 t	0,984 21
1 foster (plumb) 28 cwts. = 1,4225 t	0.703 00
1 faggot (oțel) = 120 lbs. = 54,4311 kg	0,018 37
1 slam (sticlă = 120 lbs. = 54,4311 kg	0,018 37
1 foot (staniu) = 60 lbs. = 27,2155 kg	0,036 74
1 truss (paie) = 36 lbs. = 16,3293 kg	0,061 24
1 load = 36 trusses,	
pentru paie = 587.856 kg	0,001 70
pentru fân vechiu = 914.444 kg	0,001 09
pentru fân nou = 979,760 kg	0,001 02
Canada inferioară	
1 picior de Paris = 0,324 84 m	3,078
1 minot (cereale) = 3 boisseaux = 0,391 53 hl	2.554
STATELE UNITE ALE AMERICII	
CM.: Oficial măsurile și greutățile engleze cu oarecari modificări; v. și Marea Britanie, p. 1139 ș. u. Măsurile și greutățile metrice sunt admise	
Unități de lungime	
După Mendenhall-Order din 1893 s'au stabilit ca unități fundamentale:	
1 yard (la $16^2/_3$ °) = 3600/3937 m = 0,914 401 8 m (la 0 °)	1,093 6

Țara	1/n
STATELE UNITE (continuare)	
Unități de lungime	
1 foot = $^1/_3$ yard = 0,304 800 6 m	3,280 8
1 inch = $^1/_{12}$ ft. = 25,400 050 8 mm[1])	0,039 37
1 mil = $^1/_{1000}$ inch. = 0,025 400 05 mm	39,370 1
1 hand = 4 inches = 10.1602 cm	0.098 4
1 span = 9 inches = 22,860 04 cm	0,043 7
1 fathom = 2 yards = 1,828 803 6 m	0,546 8
1 chain = 22 yards = 20,1168 m	0,049 7
1 pole = 5 yards = 4,572 009 m	0,218 72
1 statute mile = 8 furlongs = 1760 yards = 5280 ft. = 1,609 347 km	0,621 7
1 nautical mile = 1,854 96 km	0.539 1
1 military pace = 0,7620 m	1.312 3
Unități de arie	
1 sq.-yard = 0.836 130 78 m²	1,196 0
1 sq.-foot = 9,290 342 dm²	0,107 6
1 sq.-inch = 6,451 625 8 cm²	0,155 0
1 sq.-pole = 25 sq.-yds. = 20,903 27 m²	0,047 84
1 acre = 160 sq.-poles = 4840 sq.-yds. = 40,4687 a	0,024 7
1 section (sq.-mile) = 64 acres = 2,589 999 km²	0,386 1
1 township = 36 sections = 93,239 95 km²	0,010 72
circular inch, circular mil v. Marea Britanie p. 1140	
Unități de capacitate	
1 cu.-yard = 27 cu.-ft. = 0,764 572 917 m³	1,307 9
1 cu.-foot = 1728 cu.-in. = 28,317 013 dm³	0,035 32
1 cu.-inch = 16,387 162 3 cm³	0,061 02
1 register ton = 100 cu. ft. = 2,831 70 m³	0,353 2
1 ocean ton (freight ton) = 40 cu. ft. = 1,132 68 m³	0,882 9
1 gallon = 4 quarts (de 0,946 36 dm³) = 8 pints (de 0,473 18 dm³) = 32 gills (de 0,118 30 dm³) = 231 cu. inches = 3,785 442 dm³	0,264 2
1 bushel = 35,242 dm³	0,028 38
1 load = 1000 quarters	
grâu = 8000 bushels = 281,94 m³	0,003 5
orez, secară = 8571 bushels = 302,06 m³	0,003 3
orz = 10 000 bushels = 352,42 m³	0,002 8
ovăz = 15 000 bushels = 528,63 m³	0,001 9
1 board foot (lemn) = 1 inch. 1 sq. ft. = $^1/_{12}$ cu. ft. = 2,359 75 dm³	0,423 8

[1]) Pentru măsurători tehnice și temperatura de referință 20°, 1'' = 25,400 000 mm.

Scanned with OKEN Scanner

Țara	1/n
STATELE UNITE (continuare)	
Unități de capacitate	
1 St. Petersburg standard (cherestea = 1980 board (b.) ft. = 165 cu. ft. = 4,672 31 m^3	0,214 0
1 cord (lemne de foc) = 128 cu. ft. = 3,624 58 m^3	0,275 9
1 ton (lemne de construcție) 48 cu. ft. = 1,359 22 m^3	0,735 7
(lemne prismatice de construcție) = 54 cu. ft. = 1,529 12 m^3	0,654 0*
(fân) = 100 cu. ft. = 2,831 70 m^3	0,353 2
1 chaldron (cărbuni) = 36 bushels (de 46,1267 dm^3) = 1,660 56 m^3	0,602 2
Pt. lichide (1 l = 1,000 028 dm^3)	
1 gallon = 4 liquid quarts (de 0,946 33 l) = 8 liquid pints (de 0,473 17 l) = 128 fluid ounces [1]) (de 29,5737 cm^3) = 128 ·8 fluid drams (de 3,6967 cm^3) = 231 cu. inches = 3,785 336 l [2])	0,264 3
1 barrel = 31,5 gallons = 1,192 38 hl	0,838 8
sau = 42 gallons = 1,589 85 hl	0,629 2
sau = 50 gallons = 1,892 67 hl	0,528 4
1 Indian barrel = 20 gallons = 0,757 07 hl	1,320 8
1 cask sau quarter = 32 gallons = 1,211 31 hl	0,825 5
1 can (lapte) = 10 gallons = 0,378 53 hl	2,641 7
1 petroleum gallon = 3,779 84 l [2])	0,264 7
1 petroleum barrel = 42 petrol. gallons = 1,587 57 hl [3])	0,6299
Unități de greutate	
1 hundredweight (cwt.) adesea = 4 quarters (de 11,339 81 kg) 100 libres (lbs.) = 45,359 24 kg	0,0220
1 cental = 100 lbs.	
1 barrel (pește, carne sărată, slănină) = 200 lbs. = 90,7185 kg	0,0110
1 barrel (făină) = 196 lbs. = 88,904 kg	0,0112

Țara	1/n
STATELE UNITE (continuare)	
Unități de greutate	
1 barrel (sare) = 280 lbs. = 127,006 kg	0,0079
1 barrel (praf de pușcă) = 25 lbs. = 11,3398 kg	0,0882
1 bushel (grâu) = 60 lbs. = 27,2156 kg	0,0367
1 bushel (porumb, secară) = 56 lbs. = 25,4012 kg	0,0394
1 bushel orz = 48 lbs. = 21,7724 kg	0,0459
1 bushel ovăz = 32 lbs. = 14,5150 kg	0,0689
1 bushel (sare măcinată) = 56 lbs. = 25,4012 kg	0,0394
1 bushel (huilă) = 80 lbs. = 36.2874 kg	0,0276
1 chaldron (huilă) = 36 bushels = 1.3064 t	0,7655
1 bale (bumbac) în Carolina ≈ 367 lbs. ≈ 166,47 kg	0,0060
în Georgia = 375 lbs. = 170,10 kg	0,0059
în Alabama, Louisiana, Mississippi = 500 lbs. = 226,80 kg	0,0044
1 bale (fân) = 300 lbs. = 136,08 kg	0,0073
1 box (fructe) = 25 lbs. = 11,340 kg	0,0882
1 keg (fructe) = 100 lbs. = 45,3592 kg	0,0220
1 puncheon (făină de porumb) = 800 lbs. = 0,362 87 t	2,7558
1 sack (sare de Liverpol) = 224 lbs. = 0,101 60 t	9,8421
1 tierce (sământă) = 7 bushels = 2,4667 hl	0,4062
1 quintal = 100 libre spaniole castiliane vechi = 101,433 lbs. = 46,0093 kg	0,0217
în plus ca în Marea Britanie, p. 1140 libre (pound) avoirdupois de 16 ounces, troy libre de 12 ounces, short ton de 2000 lbs., long ton de 2240 lbs., troy-grain, hundredweight de 112 lbs.	

[1]) V. nota [3]), p. 1141.

[2]) Această cifră reprezintă valoarea valabilă în prezent. Ea e dedusă din galonul imperial englez, pe când acesta avea o capacitate de 277,274 țoli cubi și e egală cu 5/6 din el deci 277,274 · 5/6 = 231 țoli cubi. Detalii v. în p. 1140. *Galonul de petrol american* trebue contat după *Möller-Fernau* = 5/6 din galonul de petrol englez, deci 5/6 · 276,800 țoli cubi = 230,667 țoli cubi = 5/6 · 4,535 924 dm^3 = 3,779 94 dm^3.

[3]) Presupunerea că 1 barrel petrol = 42 galoni de 231 țoli cubi = 158,989 dm^3 (p. 1157) dă loc la calcule eronate.

Valori astronomice, constante terestre

1 an lumină = $9{,}5 \cdot 10^{12}$ km,
1 parsec = 3,25 ani lumină,
1 an sideral = 365,256 73 zile,
1 an civil = 365 resp. 366 zile,
Timpul revoluției lunii în jurul pământului = 27,321 66 zile (lună siderală)
resp. = 27,321 58 zile (lună tropică)
(luna sinodică = 29,530 59 zile, luna draconitică = 27,212 22 zile),
1 zi solară medie = 1,002 737 9 zile siderale = 24 h 3 min 56,555 s,
1 zi siderală = 0,997 269 6 zile solare medii = 23 h 56 min 4,091 s,
1 zi = 24 h = 1440 min = 86 400s.
Inclinarea medie a eclipticei actualmente ≈ 23° 27′ 15″.

	Soarele	Pământul	Luna
Raza . . . . . . km	695 500	6377,397 155 semiaxa ecuatorială[1]) 6356,079 semiaxa de rotațiune[1]) 6370 raza medie a sferei[1])	1740 — —
Aria . . . . . . km²	$6\,078\,700 \cdot 10^6$	$509{,}95 \cdot 10^6$ [3]) (elipsoid)	$38 \cdot 10^6$
Volumul . . . . . km³	$1\,409\,300 \cdot 10^{12}$	$1{,}082\,841 \cdot 10^{12}$ (elipsoid)	$22\,067 \cdot 10^6$
Greutatea specifică kg/dm³	1,51	5,52 (5,56)[2])	3,35
Greutatea . . . . t	$213\,150\,000 \cdot 10^{18}$	$5977 \cdot 10^{18}$	$74 \cdot 10^{18}$
Distanța până la pământ . . . . km	$149{,}5 \cdot 10^6$	dela cea mai apropiată stea fixă $43 \cdot 10^{12}$	384 420

Orbita pământului în jurul soarelui = 939 120 000 km,
Vitesa medie de revoluție = 29,77 km/s,
Circumferența pământului la ecuator = 40 070,364 km,
Cadranul pământesc (după Bessel) = 10 000,856 km [1]),
Vitesa de rotațiune = 465 cos φ m/s (φ = latitudinea geografică),
„ „ „ la ecuator = 465 m/s,
„ „ „ în Germania de Sud ≈ = 308 m/s,
„ „ „ în Germania de Nord ≈ = 267 m/s,
„ „ „ la pol = 0 m/s,
1 grad ecuatorial = 111,306 58 km,
1 grad meridian în mijlociu = 111,120 6 km,
1 milă geografică = 1/15 minut meridian = 7 420,438 5 m,
1 milă marină germană = 1 minut meridian = 1852,01 m (v. m. j.),
Accelerația gravitației $g = 9{,}780\,490 \cdot (1 + 0{,}005\,288\,4 \sin^2 \varphi - 0{,}000\,005\,9 \sin^2 2\varphi)$ m/s².
Scara de adâncime geotermică = 1° C pe 25...35 m adâncime.

Scările de duritate mineralogică

După Mohs: 1. talc, 2. gips (sau sare gemă), 3. spat calcaros, 4. fluorină, 5. apatită, 6. feldspat, 7. cuarț, 8. topaz, 9. corindon, 10. diamant.
După Breithaupt: 1. talc, 2. gips, 3. mică, 4. spat calcaros, 5. fluorină, 6. apatită, 7. hornblendă, 8. feldspat, 9. cuarț, 10. topaz, 11. corindon, 12. diamant.

[1]) După Bessel. Măsurători mai noi ale lui Helmert și Hayford (v. Wellisch în Mitt. a. d. Markscheidewesen 1918, I/II, p. 1...16) au dat pentru semiaxele elipsoidului 6356,896 și 6378,372 km și pentru sferă o rază mijlocie de 6371,213 km. Cadranul meridianului e deci 10 002 263 m și metrul etalon cu 0,23 mm mai scurt decât a 10 000 000-a parte a cadranului. — [2]) $146 \cdot 10^6$ km² uscat, $346 \cdot 10^6$ km² ape. — [3]) Datele variază (p. 785).

Scanned with OKEN Scanner

Compararea orelor locale

Timpul universal (totodată timpul Europei occidentale) e calculat pe baza gradului de latitudine al localităţii Greenwich (timpul de vară britanic = timpul Europei centrale); timpul Europei centrale pe baza gradului 15 latitudine Est; timpul Europei centrale e deci egal cu timpul universal + 1 oră; timpul german de vară (în 1940 dela 1 Aprilie până la 6 Octomvrie), ora înaintată cu 1 h faţă de timpul normal; timpul Europei orientale (după gradul 30 latitudine Est) e egal cu timpul universal + 2 ore. In Statele Unite sunt 5 segmente de calculul timpului, întârziind cu 4, 5, 6, 7 şi 8 ore faţă de timpul universal.

Diferenţa dintre ora locală şi ora Europei orientale în h
(ora locală înainte: +, ora locală în urmă: —)

Localitatea		h	min	s	Localitatea		h	min	s	Localitatea		h	min	s
Aachen	—	1	35	42	Capetown	—	0	46	5	Odesa	+	0	3	2
Adelaide	+	7	4	20	Chicago	—	7	50	27	Oslo	—	1	17	6
Amsterdam	—	1	40	11	Dorpat	—	0	13	7	Panama	—	7	18	9
Anvers	—	1	42	23	Filadelfia	—	7	0	38	Paris	—	1	50	39
Atena	—	0	25	7	Genova	—	1	24	19	Peking	+	5	45	53
Bahia	—	4	33	58	Greenwich	—	2	0	0	Riga	—	0	23	32
Bangkok	+	4	42	4	Havana	—	7	29	55	Rio de Janeiro	—	4	52	41
Barcelona	—	1	51	25	Helsinki	—	0	20	11	Roma	—	1	10	5
Batavia	+	5	7	33	Hongkong	+	5	36	42	San Francisco	—	10	9	43
Beirut	+	0	21	56	Istambul	—	0	4	4	Sansibar	+	0	36	46
Berna	—	1	30	14	Leningrad	+	0	1	11	Shanghai	+	6	5	57
Bombay	+	2	51	16	Lisabona	—	2	36	45	Singapore	+	4	55	25
Bruxelles	—	1	42	31	Londra	—	2	0	37	Stockholm	—	0	47	46
					Madrid	—	2	14	45	Sydney	+	8	4	50
Bucureşti	—	0	15	33	Manila	+	6	3	50	Tilsit	—	0	32	21
					Melbourne	+	7	39	54	Valparaiso	—	6	46	34
Budapesta	—	0	43	45	Mexico	—	8	36	27	Varşovia	—	0	35	53
Buenos Aires	—	5	53	29	Milano	—	1	23	14	Viena	—	0	44	39
Cairo	+	0	5	9	Moscova	+	0	30	17	Washington	—	7	8	16
Calcutta	+	3	53	19	New York	—	6	55	54	Yokohama	+	7	18	53

Schimbarea datei pentru vapoare pe gradul de longitudine 180. Când se navighează spre Vest, se sare o dată şi o zi din săptămână; când se navighează spre Est, se contează de două ori aceeaşi dată şi aceeaşi zi din săptămână.

II. Table de comparaţie şi conversiune a măsurilor şi greutăţilor

Observaţie preliminară despre măsurile în picioare engleze şi americane

Unitatea de lungime engleză e Imperial Standard Yard, reprezentat prin distanţa dintre reperele finale ale barei de bronz care se păstrează în edificiul Parlamentului din Londra, la 62° F (= $16^2/_3$° C). In anumite intervale de timp se fac măsurători de comparaţie cu metrul. Cu ocaziunea comparării din anul 1935 s'a măsurat pentru ţolul englez o lungime de 25,399 956 mm [1]), ceea ce corespunde unei lungimi de 0,914 398 416 m pentru yard.

---

[1]) Cifra de conversiune pentru ţolul englez e aproximativ egală cu fracţiunea: 1'' engl. = 11 590/4563 cm = 2,539 995 6_{17} cm = 19 · 61 · 100/(1 · 13 · 27) cm.

Y a r d u l n o r d a m e r i c a n a fost inițial o copie după Imperial Standard Yard englez. Incepând cu anul 1893, el a fost pus prin Mendenhall-Order în relațiune fixă cu metrul. El e egal cu (3600/3937) m = 0,914 401 8 m. Astfel țolul american e egal cu 25,400 051 mm[1]). Măsurat în unde de lumină la 20° și 1 atm și întrebuințând linia galbenă-verde a criptonului, cu lungimea de undă de 0,564 959 24 μ, yardul englez are 1 618 521,04 lungimi de undă, iar yardul american 1 618 527,08. Cu linia roșie a cadmiului, de lungimea de undă de 0,643 847 2 μ, yardul englez are 1 420 210,24 lungimi de undă, iar yardul american 1 420 216,12.

Pentru m ă s u r ă t o r i i n d u s t r i a l e și o temperatură de referință de 20° C s'au convenit pentru țolul englez și american 25,400 000 mm. Pentru această valoare și temperatură de referință de 20° s'au editat de Comitetul German de Norme filele DIN 4890, 4892 și 4893 [2]).

Tablele de conversiune de mai jos ale măsurilor în picioare engleze sunt calculate cu valoarea exactă de 1'' = 25,399 956 mm. Dacă se dorește să se folosească pentru conversiunea măsurilor americane tabele pentru țolii, picioarele și yarzii englezi, ca și tabele compuse privitoare la greutăți, valorile din table trebue înmulțite cum urmează:

la conversiunea din	lungimi	arii	capacități
măsuri metrice în americane, cu	1,000 003 74	1,000 007 48	1,000 011 22
măsuri americane în metrice, cu	0,999 996 26	0,999 992 52	0,999 988 78

Greutățile americane sunt egale cu cele engleze. Universal e recunoscută cifra de conversiune pentru livră sau funt (pound). Avem 1 kg = 2,204 622 3 lbs.

Volumul măsurilor de capacitate americane diferă însă de al celor engleze (p. 1141).

A. Unități de lungime

Tabla 1 a. Picioare (ft) engleze în metri [3])

ft. sq. ft. cu. ft.	m	m²	m³	inch sq. inch cu. inch	cm	cm²	cm³
1	0,304 799 5	0,092 902 7	0,028 316 7	1	2,539 995 6	6,451 577 6	16,386 979
2	0,609 598 9	0,185 805 4	0,056 633 4	2	5,079 991 2	12,903 155	32,773 958
3	0,914 398 4	0,278 708 2	0,084 950 1	3	7,619 986 8	19,354 733	49,160 937
4	1,219 197 9	0,371 610 9	0,113 266 8	4	10,159 982	25,806 310	65,547 915
5	1,523 997 4	0,464 513 6	0,141 583 5	5	12,699 978	32,257 888	81,934 894
6	1,828 796 8	0,557 416 3	0,169 900 2	6	15,239 974	38,709 466	98,321 873
7	2,133 596 3	0,650 319 0	0,198 216 9	7	17,779 969	45,161 043	114,708 85
8	2,438 395 8	0,743 221 7	0,226 533 6	8	20,319 965	51,612 621	131,095 83
9	2,743 195 2	0,836 124 5	0,254 850 3	9	22,859 960	58,064 198	147,482 81

Tabla 1 b. Metri în picioare engleze [3])

m, m², m³	foot	inch	sq. foot	sq. inch	cu. foot	cu. inch
1	3,280 845 6	39,370 147	10,763 948	1 550,008 5	35,314 850	61 024,044
2	6,561 691 2	78,740 294	21,527 895	3 100,017 0	70,629 700	122 048,09
3	9,842 536 7	118,110 44	32,291 843	4 650,025 5	105,944 55	183 072,13
4	13,123 382	157,480 59	43,055 791	6 200,034 0	141,259 40	244 096,18
5	16,404 228	196,850 74	53,819 738	7 750,042 5	176,574 25	305 120,22
6	19,685 073	236,220 88	64,583 686	9 300,051 0	211,889 10	366 144,26
7	22,965 919	275,591 03	75,347 634	10 850,060	247,203 95	427 168,31
8	26,246 765	314,961 18	86,111 582	12 400,068	282,518 80	488 192,35
9	29,527 610	354,331 32	96,875 529	13 950,076	317,833 65	549 216,40

[1]) Cifra de conversiune pentru țolul american e aproximativ egală cu fracțiunea: 1'' american = 10 000/3937 cm = 2,540 050$_{80}$ cm = 100 · 100/(31 · 127) cm.

[2]) Pentru aceeași cifră de conversiune 1'' = 25,400 000 mm a publicat British Standards-Institutions (BSI) tablele de norme Nr. 350 în 1930, și American Standards Association (ASA) tablele de norme B 38 1 din 1933.

[3]) Tabelele valorilor dela 0...109 v. m. j.

Tabla 2. a) Mile terestre engleze — kilometri
b) Kilometri — mile terestre engleze

a) 1 statute mile = 0,868 42 nautical miles = 8 furlongs = 1760 yards = 5280 feet = 1,609 341 2 km

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,609 34	3,218 68	4,828 02	6,437 36	8,046 71	9,656 05	11,2654	12,8747	14,4841
10	16,0934	17,702 8	19,312 1	20,921 4	22,530 8	24,140 1	25,749 5	27,3588	28,9681	30,5775
20	32,1868	33,796 2	35,405 5	37,014 8	38,624 2	40,233 5	41,842 9	43,4522	45,0616	46,6709
30	48,2802	49,889 6	51,498 9	53,108 3	54,717 6	56,326 9	57,936 3	59,5456	61,1550	62,7643
40	64,3736	65,983 0	67,592 3	69,201 7	70,811 0	72,420 4	74,029 7	75,6390	77,2484	78,8577
50	80,4671	82,076 4	83,685 7	85,295 1	86,904 4	88,513 8	90,123 1	91,7324	93,3418	94,9511
60	96,5605	98,169 8	99,779 2	101,388	102,998	104,607	106,217	107,826	109,435	111,045
70	112,654	114,263	115,873	117,482	119,091	120,701	122,310	123,919	125,529	127,138
80	128,747	130,357	131,966	133,575	135,185	136,794	138,403	140,013	141,622	143,231
90	144,841	146,450	148,059	149,669	151,278	152,887	154,497	156,106	157,715	159,325
100	160,934	162,543	164,153	165,762	167,371	168,981	170,590	172,200	173,809	175,418

b) 1 km = 0,621 372 27 statute mile

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,621 37	1,242 74	1,864 12	2,485 49	3,106 86	3,728 23	4,349 61	4,970 98	5,592 35
10	6,213 72	6,835 09	7,456 47	8,077 84	8,699 21	9,320 58	9,941 96	10,563 3	11,184 7	11,806 1
20	12,427 4	13,048 8	13,670 2	14,291 6	14,912 9	15,534 3	16,155 7	16,777 1	17,398 4	18,019 8
30	18,641 2	19,262 5	19,883 9	20,505 3	21,126 7	21,748 0	22,369 4	22,990 8	23,612 1	24,233 5
40	24,854 9	25,476 3	26,097 6	26,719 0	27,340 4	27,961 8	28,583 1	29,204 5	29,825 9	30,447 2
50	31,068 6	31,690 0	32,311 4	32,932 7	33,554 1	34,175 5	34,796 8	35,418 2	36,039 6	36,661 0
60	37,282 3	37,903 7	38,525 1	39,146 5	39,767 8	40,389 2	41,010 6	41,631 9	42,253 3	42,874 7
70	43,496 1	44,117 4	44,738 8	45,360 2	45,981 5	46,602 9	47,224 3	47,845 7	48,467 0	49,088 4
80	49,709 8	50,331 2	50,952 5	51,573 9	52,195 3	52,816 6	53,438 0	54,059 4	54,680 8	55,302 1
90	55,923 5	56,544 9	57,166 2	57,787 6	58,409 0	59,030 4	59,651 7	60,273 1	60,894 5	61,515 9
100	62,137 2	62,758 6	63,380 0	64,001 3	64,622 7	65,244 1	65,865 5	66,486 8	67,108 2	67,729 6

Tabla 3. a) Mile marine engleze — kilometri
b) Kilometri — mile marine engleze [1])

a) 1 nautical mile = 0,998 93 Admiralty m. = 6080 feet = 2026,7 yards = 1,1515 stat. miles = 1,000 638 mile marine germane = 1,853 180 8 km

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,853 18	3,706 36	5,559 54	7,412 72	9,265 90	11,1191	12,9723	14,8254	16,6786
10	18,5318	20,385 0	22,238 2	24,091 4	25,944 5	27,797 7	29,6509	31,5041	33,3573	35,2104
20	37,0636	38,916 8	40,770 0	42,623 2	44,476 3	46,329 5	48,1827	50,0359	51,8891	53,7422
30	55,5954	57,448 6	59 301 8	61,155 0	63,008 1	64,861 3	66,7145	68,5677	70,4209	72,2741
40	74,1272	75,980 4	77,833 6	79,686 8	81,540 0	83,393 1	85,2463	87,0995	88,9527	90,8059
50	92,6590	94,512 2	96,365 4	98,218 6	100,072	101,925	103,778	105,631	107,484	109,338
60	111,191	113,044	114,897	116,750	118,604	120,457	122,310	124,163	126,016	127,869
70	129,723	131,576	133,429	135,282	137,135	138,989	140,842	142,695	144,548	146,401
80	148,254	150,108	151,961	153,814	155,667	157,520	159,374	161,227	163,080	164,933
90	166,786	168,639	170,493	172,346	174,199	176,052	177,905	179,759	181,612	183,465
100	185,318	187,171	189,024	190,878	192 731	194,584	196,437	198,290	200,144	201,997

b) 1 km = 0,539 612 74 nautical mile

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,539 61	1,079 23	1,618 84	2,158 45	2,698 06	3,237 68	3,777 29	4,316 90	4,856 51
10	5,396 13	5,935 74	6,475 35	7,014 97	7,554 58	8,094 19	8,633 80	9,173 42	9,713 03	10,252 6
20	10,792 3	11,331 9	11,871 5	12,411 1	12,950 7	13,490 3	14,029 9	14,569 5	15,109 2	15,648 8
30	16,188 4	16,728 0	17,267 6	17,807 2	18,346 8	18,886 4	19,426 1	19,965 7	20 505 3	21,044 9
40	21,584 5	22,124 1	22,663 7	23,203 3	23,743 0	24,282 6	24,822 2	25,361 8	25,901 4	26,441 0
50	26,980 6	27,520 2	28,059 9	28,599 5	29,139 1	29,678 7	30,218 3	30,757 9	31,297 5	31,837 2
60	32,376 8	32,916 4	33,456 0	33,995 6	34,535 2	35,074 8	35,614 4	36,154 1	36,693 7	37,233 3
70	37,772 9	38,312 5	38,852 1	39,391 7	39,931 3	40,471 0	41,010 6	41,550 2	42,089 8	42,629 4
80	43,169 0	43,708 6	44,248 2	44,787 9	45,327 5	45,867 1	46,406 7	46,946 3	47,485 9	48,025 5
90	48,565 1	49,104 8	49,644 4	50,184 0	50,723 6	51,263 2	51,802 8	52,342 4	52,882 0	53,421 7
100	53,961 3	54,500 9	55,040 5	55,580 1	56,119 7	56,659 3	57,199 0	57,738 6	58,278 2	58,817 8

[1]) Nota 4, p. 1139.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 4. a) Fathomi englezi — metri
b) Metri — fathomi englezi

a) 1 fathom = 6 ft. = 1,828 796 8 m

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,828 80	3,657 59	5,486 39	7,315 19	9,143 98	10,9728	12,8016	14,6304	16,4592
10	18,288 0	20,116 8	21,945 6	23,774 4	25,603 2	27,432 0	29,2607	31,0895	32,9183	34,7471
20	36,575 9	38,404 7	40,233 5	42,062 3	43,891 1	45,719 9	47,5487	49,3775	51,2063	53,0351
30	54,863 9	56,692 7	58,521 5	60,350 3	62,179 1	64,007 9	65,8367	67,6655	69,4943	71,3231
40	73,151 9	74,980 7	76,809 5	78,638 3	80,467 1	82,295 9	84,1247	85,9535	87,7822	89,6110
50	91,439 8	93,268 6	95,097 4	96,926 2	98,755 0	100,584	102,413	104,241	106,070	107,899
60	109,728	111,557	113,385	115,214	117,043	118,872	120,701	122,529	124,358	126,187
70	128,016	129,845	131,673	133,502	135,331	137,160	138,989	140,817	142,646	144,475
80	146,304	148,133	149,961	151,790	153,619	155,448	157,277	159,105	160,934	162,763
90	164,592	166,421	168,249	170,078	171,907	173,736	175,564	177,393	179,222	181,051
100	182,880	184,708	186,537	188,366	190,195	192,024	193,852	195,681	197,510	199,339

b) 1 m = 0,546 807 6 fathoms

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,546 81	1,093 62	1,640 42	2,187 23	2,734 04	3,280 85	3,827 65	4,374 46	4,921 27
10	5,468 08	6,014 88	6,561 69	7,108 50	7,655 31	8,202 11	8,748 92	9,295 73	9,842 54	10,389 3
20	10,936 2	11,483 0	12,029 8	12,576 6	13,123 4	13,670 2	14,217 0	14,763 8	15,310 6	15,857 4
30	16,404 2	16,951 0	17,497 8	18,044 7	18,591 5	19,138 3	19,685 1	20,231 9	20,778 7	21,325 5
40	21,872 3	22,419 1	22,965 9	23,512 7	24,059 5	24,606 3	25,153 1	25,700 0	26,246 8	26,793 6
50	27,340 4	27,887 2	28,434 0	28,980 8	29,527 6	30,074 4	30,621 2	31,168 0	31,714 8	32,261 6
60	32,808 5	33,355 3	33,902 1	34,448 9	34,995 7	35,542 5	36,089 3	36,636 1	37,182 9	37,729 7
70	38,276 5	38,823 3	39,370 1	39,917 0	40,463 8	41,010 6	41,557 4	42,104 2	42,651 0	43,197 8
80	43,744 6	44,291 4	44,838 2	45,385 0	45,931 8	46,478 6	47,025 5	47,572 3	48,119 1	48,665 9
90	49,212 7	49,759 5	50,306 3	50,853 1	51,399 9	51,946 7	52,493 5	53,040 3	53,587 1	54,134 0
100	54,680 8	55,227 6	55,774 4	56,321 2	56,868 0	57,414 8	57,961 6	58,508 4	59,055 2	59,602 0

Tabla 5. a) Yarzi englezi — metri
b) Metri — yarzi englezi

a) 1 yd. = 3 ft. = 36 inches = 0,914 398 42 m

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,914 40	1,828 80	2,743 20	3,657 59	4,571 99	5,486 39	6,400 79	7,315 19	8,229 59
10	9,143 98	10,058 4	10,972 8	11,887 2	12,801 6	13,716 0	14,630 4	15,544 8	16,459 2	17,373 6
20	18,288 0	19,202 4	20,116 8	21,031 2	21,945 6	22,860 0	23,774 4	24,688 8	25,603 2	26,517 6
30	27,432 0	28,346 4	29,260 7	30,175 1	31,089 5	32,003 9	32,918 3	33,832 7	34,747 1	35,661 5
40	36,575 9	37,490 3	38,404 7	39,319 1	40,233 5	41,147 9	42,062 3	42,976 7	43,891 1	44,805 5
50	45,719 9	46,634 3	47,548 7	48,463 1	49,377 5	50,291 9	51,206 3	52,120 7	53,035 1	53,949 5
60	54,863 9	55,778 3	56,692 7	57,607 1	58,521 5	59,435 9	60,350 3	61,264 7	62,179 1	63,093 5
70	64,007 9	64,922 3	65,836 7	66,751 1	67,665 5	68,579 9	69,494 3	70,408 7	71,323 1	72,237 5
80	73,151 9	74,066 3	74,980 7	75,895 1	76,809 5	77,723 9	78,638 3	79,552 7	80,467 1	81,381 5
90	82,295 9	83,210 3	84,124 7	85,039 1	85,953 5	86,867 8	87,782 2	88,696 6	89,611 0	90,525 4
100	91,439 8	92,354 2	93,268 6	94,183 0	95,097 4	96,011 8	96,926 2	97,840 6	98,755 0	99,669 4

b) 1 m = 1,093 615 19 yds.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,093 62	2,187 23	3,280 85	4,374 46	5,468 08	6,561 69	7,655 31	8,748 92	9,842 54
10	10,936 2	12,029 8	13,123 4	14,217 0	15,310 6	16,404 2	17,497 8	18,591 5	19,685 1	20,778 7
20	21,872 3	22,965 9	24,059 5	25,153 1	26,246 8	27,340 4	28,434 0	29,527 6	30,621 2	31,714 8
30	32,808 5	33,902 1	34,995 7	36,089 3	37,182 9	38,276 5	39,370 1	40,463 8	41,557 4	42,651 0
40	43,744 6	44,838 2	45,931 8	47,025 5	48,119 1	49,212 7	50,306 3	51,399 9	52,493 5	53,587 1
50	54,680 8	55,774 4	56,868 0	57,961 6	59,055 2	60,148 8	61,242 5	62,336 1	63,429 7	64,523 3
60	65,616 9	66,710 5	67,804 1	68,897 8	69,991 4	71,085 0	72,178 6	73,272 2	74,365 8	75,459 4
70	76,553 1	77,646 7	78,740 3	79,833 9	80,927 5	82,021 1	83,114 8	84,208 4	85,302 0	86,395 6
80	87,489 2	88,582 8	89,676 4	90,770 1	91,863 7	92,957 3	94,050 9	95,144 5	96,238 1	97,331 8
90	98,425 4	99,519 0	100,613	101,706	102,800	103 893	104,987	106,081	107,174	108,268
100	109,362	110,455	111,549	112,642	113,736	114,830	115,923	117,017	118,110	119,204

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 6. Ţoli englezi (64-imi) — milimetri[1])

1 inch = 25,399 956 mm, $^{1}/_{64}$ inch = 0,396 874 3 mm

64-imi″ Fracţiuni	64-imi″ Fracţiuni zecimale	mm	64-imi″ Fracţiuni	64-imi″ Fracţiuni zecimale	mm	64-imi″ Fracţiuni	64-imi″ Fracţiuni zecimale	mm	64-imi″ Fracţiuni	64-imi″ Fracţiuni zecimale	mm
1/64	0,015 625	0,396 874	17/64	0,265 625	6,746 863	33/64	0,515 625	13,096 85	49/64	0,765 625	19,446 84
1/32	0,031 25	0,793 749	9/32	0,281 25	7,143 738	17/32	0,531 25	13,493 73	25/32	0,781 25	19,843 72
3/64	0,046 875	1,190 623	19/64	0,296 875	7,540 612	35/64	0,546 875	13 890 60	51/64	0,796 875	20,240 59
1/16	0,062 5	1,587 497	5/16	0,312 5	7,937 486	9/16	0,562 5	14,287 48	13/16	0,812 5	20,637 46
5/64	0,078 125	1,984 372	21/64	0,328 125	8,334 361	37/64	0,578 125	14,684 35	53/64	0,828 125	21,034 34
3/32	0,093 75	2,381 246	11/32	0,343 75	8,731 235	19/32	0,593 75	15,081 22	27/32	0,843 75	21,431 21
7/64	0,109 375	2,778 120	23/64	0,359 375	9,128 109	39/64	0,609 375	15,478 10	55/64	0,859 375	21,828 09
1/8	0,125	3,174 994	3/8	0,375	9,524 983	5/8	0,625	15,874 97	7/8	0,875	22,224 96
9/64	0,140 625	3,571 869	25/64	0,390 625	9,921 858	41/64	0,640 625	16,271 85	57/64	0,890 625	22,621 84
5/32	0,156 25	3,968 743	13/32	0,406 25	10,318 73	21/32	0,656 25	16,668 72	29/32	0,906 25	23,018 71
11/64	0,171 875	4,365 617	27/64	0,421 875	10,715 61	43/64	0,671 875	17,065 60	59/64	0,921 875	23,415 58
3/16	0,187 5	4,762 492	7/16	0,437 5	11,112 48	11/16	0,687 5	17,462 47	15/16	0,937 5	23,812 46
13/64	0,203 125	5,159 366	29/64	0,453 125	11,509 35	45/64	0,703 125	17,859 34	61/64	0,953 125	24,209 33
7/32	0,218 75	5,556 240	15/32	0,468 75	11,906 23	23/32	0,718 75	18,256 22	31/32	0,968 75	24,606 21
15/64	0,234 375	5,953 115	31/64	0,484 375	12,303 10	47/64	0,734 375	18,653 09	63/64	0,984 375	25,003 08
1/4	0,25	6,349 989	1/2	0,5	12,699 98	3/4	0,75	19,049.97	1	1	25,399 96

In legătură cu coloana 0 din tabla 8 se pot calcula valorile în milimetri şi pentru numere mai mari de ţoli şi pentru fracţiuni din tabla de mai sus.

Exemplu: $13\,^{37}/_{64}''$ = ? mm.

Din tabla 12 . . . 13″ = 330,199 4 mm
Din tabla 8 . . . $^{37}/_{64}''$ = 14,684 4 mm
? = 344,883 8 mm

[1]) Pentru conversiuni industriale 1″ (englez şi american) = 25,400 000 mm. Tablele de conversiune DIN 4890 se bazează pe această valoare de conversiune şi pe temperatura de referinţă de 20° ($^{1}/_{64}''$ = 0,3969 mm).

Tabla 7. a) Sutimi de picior englez — milimetri
b) Metri — picioare engleze

a) 0,01 ft. = 3,047 994 72 mm

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0	3,047 99	6,095 99	9,143 98	12,1920	15,2400	18,2880	21,3360	24,3840	27,4320
0.1	30,4799	33,527 9	36,575 9	39,623 9	42,6719	45,7199	48,7679	51,8159	54,8639	57,9119
0,2	60,9599	64,007 9	67,055 9	70,103 9	73,1519	76,1999	79,2479	82,2959	85,3439	88,3918
0,3	91,4398	94,487 8	97,535 8	100,584	103,632	106,680	109,728	112,776	115,824	118,872
0,4	121,920	124,968	128,016	131,064	134,112	137,160	140,208	143,256	146,304	149,352
0,5	152,400	155,448	158,496	161,544	164,592	167,640	170,688	173,736	176,784	179,832
0,6	182,880	185,928	188,976	192,024	195,072	198,120	201,168	204,216	207,264	210,312
0,7	213.360	216,408	219,456	222,504	225,552	228,600	231,648	234,696	237,744	240,792
0,8	243,840	246,888	249,936	252,984	256,032	259,080	262,128	265,176	268,224	271,272
0,9	274,320	277,368	280,416	283,464	286,512	289,560	292,607	295,655	298,703	301,751
1.0	304,799	307,847	310,895	313,943	316,991	320,039	323,087	326,135	329.183	332,231

b) 1 m = 3,280 845 58 ft.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	3,280 85	6,561 69	9,842 54	13.1234	16,4042	19,6851	22,9659	26,2468	29,5276
10	32,8085	36,089 3	39,370 1	42,651 0	45,9318	49,2127	52,4935	55,7744	59,0552	62,3361
20	65,6169	68,897 8	72,178 6	75,459 4	78,7403	82,0211	85,3020	88,5828	91,8637	95,1445
30	98,4254	101,706	104,987	108,268	111,549	114,830	118,110	121,391	124,672	127,960
40	131,234	134,515	137,796	141,076	144,357	147,638	150,919	154,200	157,481	160,761
50	164,042	167,323	170,604	173,885	177,166	180,447	183,727	187,008	190,289	193,570
60	196,851	200,132	203,412	206,693	209,974	213,255	216,536	219,817	223,097	226,378
70	229,659	232,940	236,221	239,502	242,783	246,063	249,344	252,625	255,906	259,187
80	262,468	265,748	269,029	272,310	275,591	278,872	282,153	285,434	288,714	291,995
90	295,276	298,557	301,838	305,119	308,399	311,680	314,961	318,242	321,523	324,804
100	328,085	331,365	334,646	337,927	341,208	344,489	347,770	351 050	354,331	357.612

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 8. Șaisprezecimi de țoli englezi — milimetri (v. și tabla 6). 1 inch = 25,399956 mm, 1/16 inch = 1,5874975 mm

Inch	0	1/16	1/8	3/16	1/4	5/16	3/8	7/16	1/2	9/16	5/8	11/16	3/4	13/16	7/8	15/16	Inch
0	0	1,58750	3,17499	4,76249	6,34999	7,93749	9,52498	11,1125	12,7000	14,2875	15,8750	17,4625	19,0500	20,6375	22,2250	23,8125	0
1	25,39996	26,9875	28,5749	30,1624	31,7499	33,3374	34,9249	36,5124	38,0999	39,6874	41,2749	42,8624	44,4499	46,0374	47,6249	49,2124	1
2	50,79991	52,3874	53,9749	55,5624	57,1499	58,7374	60,3249	61,9124	63,4999	65,0874	66,6749	68,2624	69,8499	71,4374	73,0249	74,6124	2
3	76,19987	77,7874	79,3749	80,9624	82,5499	84,1374	85,7248	87,3123	88,8998	90,4873	92,0748	93,6623	95,2498	96,8373	98,4248	100,012	3
4	101,5998	103,187	104,775	106,362	107,950	109,537	111,125	112,712	114,300	115,887	117,475	119,062	120,650	122,237	123,825	125,412	4
5	126,9998	128,587	130,175	131,762	133,350	134,937	136,525	138,112	139,700	141,287	142,875	144,462	146,050	147,637	149,225	150,812	5
6	152,3997	153,987	155,575	157,162	158,750	160,337	161,925	163,512	165,100	166,687	168,275	169,862	171,450	173,037	174,625	176,212	6
7	177,7997	179,387	180,975	182,562	184,150	185,737	187,325	188,912	190,500	192,087	193,675	195,262	196,850	198,437	200,025	201,612	7
8	203,1996	204,787	206,375	207,962	209,550	211,137	212,725	214,312	215,900	217,487	219,075	220,662	222,250	223,837	225,425	227,012	8
9	228,5996	230,187	231,775	233,362	234,950	236,537	238,125	239,712	241,300	242,887	244,475	246,062	247,650	249,237	250,825	252,412	9
10	253,9996	255,587	257,175	258,762	260,350	261,937	263,525	265,112	266,700	268,287	269,875	271,462	273,050	274,637	276,225	277,812	10
11	279,3995	280,987	282,575	284,162	285,749	287,337	288,924	290,512	292,099	293,687	295,274	296,862	298,449	300,037	301,624	303,212	11
12	304,7995	306,387	307,974	309,562	311,149	312,737	314,324	315,912	317,499	319,087	320,674	322,262	323,849	325,437	327,024	328,612	12
13	330,1994	331,787	333,374	334,962	336,549	338,137	339,724	341,312	342,899	344,487	346,074	347,662	349,249	350,837	352,424	354,012	13
14	355,5994	357,187	358,774	360,362	361,949	363,537	365,124	366,712	368,299	369,887	371,474	373,062	374,649	376,237	377,824	379,412	14
15	380,9993	382,587	384,174	385,762	387,349	388,937	390,524	392,112	393,699	395,287	396,874	398,462	400,049	401,637	403,224	404,812	15
16	406,3993	407,987	409,574	411,162	412,749	414,337	415,924	417,512	419,099	420,687	422,274	423,862	425,449	427,037	428,624	430,212	16
17	431,7992	433,387	434,974	436,562	438,149	439,737	441,324	442,912	444,499	446,087	447,674	449,262	450,849	452,437	454,024	455,612	17
18	457,1992	458,787	460,374	461,962	463,549	465,137	466,724	468,312	469,899	471,487	473,074	474,662	476,249	477,837	479,424	481,012	18
19	482,5991	484,187	485,774	487,362	488,949	490,537	492,124	493,712	495,299	496,887	498,474	500,062	501,649	503,237	504,824	506,412	19
20	507,9991	509,587	511,174	512,762	514,349	515,937	517,524	519,112	520,699	522,287	523,874	525,462	527,049	528,637	530,224	531,812	20
21	533,3991	534,987	536,574	538,162	539,749	541,337	542,924	544,512	546,099	547,687	549,274	550,862	552,449	554,037	555,624	557,212	21
22	558,7990	560,387	561,974	563,562	565,149	566,737	568,324	569,911	571,499	573,086	574,674	576,261	577,849	579,436	581,024	582,611	22
23	584,1990	585,786	587,374	588,961	590,549	592,136	593,724	595,311	596,899	598,486	600,074	601,661	603,249	604,836	606,424	608,011	23
24	609,5989	611,186	612,774	614,361	615,949	617,536	619,124	620,711	622,299	623,886	625,474	627,061	628,649	630,236	631,824	633,411	24
25	634,9989	636,586	638,174	639,761	641,349	642,936	644,524	646,111	647,699	649,286	650,874	652,461	654,049	655,636	657,224	658,811	25
26	660,3988	661,986	663,574	665,161	666,749	668,336	669,924	671,511	673,099	674,686	676,274	677,861	679,449	681,036	682,624	684,211	26
27	685,7988	687,386	688,974	690,561	692,149	693,736	695,324	696,911	698,499	700,086	701,674	703,261	704,849	706,436	708,024	709,611	27
28	711,1987	712,786	714,374	715,961	717,549	719,136	720,724	722,311	723,899	725,486	727,074	728,661	730,249	731,836	733,424	735,011	28
29	736,5987	738,186	739,774	741,361	742,949	744,536	746,124	747,711	749,299	750,886	752,474	754,061	755,649	757,236	758,824	760,411	29
30	761,9987	763,586	765,174	766,761	768,349	769,936	771,524	773,111	774,699	776,286	777,874	779,461	781,049	782,636	784,224	785,811	30
31	787,3986	788,986	790,574	792,161	793,749	795,336	796,924	798,511	800,099	801,686	803,274	804,861	806,449	808,036	809,624	811,211	31
32	812,7986	814,386	815,974	817,561	819,149	820,736	822,324	823,911	825,499	827,086	828,674	830,261	831,849	833,436	835,024	836,611	32

Scanned with OKEN Scanner

Inch	0	1/16	1/8	3/16	1/4	5/16	3/8	7/16	1/2	9/16	5/8	11/16	3/4	13/16	7/8	15/16	Inch
33	838,1985	839,786	841,374	842,961	844,549	846,136	847,724	849,311	850,898	852,486	854,073	855,661	857,248	858,836	860,423	862,011	33
34	863,5985	865,186	866,773	868,361	869,948	871,536	873,123	874,711	876,298	877,886	879,473	881,061	882,648	884,236	885,823	887,411	34
35	888,9984	890,586	892,173	893,761	895,348	896,936	898,523	900,111	901,698	903,286	904,873	906,461	908,048	909,636	911,223	912,811	35
36	914,3984	915,986	917,573	919,161	920,748	922,336	923,923	925,511	927,098	928,686	930,273	931,861	933,448	935,036	936,623	938,211	36
37	939,7983	941,386	942,973	944,561	946,148	947,736	949,323	950,911	952,498	954,086	955,673	957,261	958,848	960,436	962,023	963,611	37
38	965.1983	966,786	968,373	969,961	971,548	973,136	974,723	976,311	977,898	979,486	981,073	982,661	984.248	985,836	987,423	989,011	38
39	990,5983	992,186	993.773	995,361	996,948	998,536	1000,12	1001,71	1003,30	1004,89	1006,47	1008,06	1009,65	1011,24	1012,82	1014,41	39
40	1015,998	1017,59	1019,17	1020,76	1022,35	1023,94	1025,52	1027,11	1028,70	1030,29	1031,87	1033,46	1035,05	1036,64	1038,22	1039,81	40
41	1041,398	1042,99	1044,57	1046,16	1047,75	1049,34	1050,92	1052,51	1054,10	1055,69	1057,27	1058,86	1060,45	1062,04	1063,62	1065,21	41
42	1066,798	1068,39	1069,97	1071,56	1073,15	1074,74	1076,32	1077,91	1079,50	1081,09	1082,67	1084,26	1085,85	1087,44	1089,02	1090,61	42
43	1092,198	1093,79	1095,37	1096,96	1098,55	1100,14	1101,72	1103,31	1104,90	1106,49	1108,07	1109,66	1111,25	1112,84	1114,42	1116,01	43
44	1117,598	1119,19	1120,77	1122,36	1123,95	1125,54	1127,12	1128,71	1130,30	1131,89	1133,47	1135,06	1136,65	1138,24	1139,82	1141,41	44
45	1142,998	1144,59	1146,17	1147,76	1149,35	1150,94	1152,52	1154,11	1155,70	1157,29	1158,87	1160,46	1162,05	1163,64	1165,22	1166,81	45
46	1168,398	1169,99	1171,57	1173,16	1174,75	1176,34	1177,92	1179,51	1181,10	1182,69	1184,27	1185,86	1187,45	1189,04	1190,62	1192,21	46
47	1193,798	1195,39	1196,97	1198,56	1200,15	1201,74	1203,32	1204,91	1206,50	1208,09	1209,67	1211,26	1212,85	1214,44	1216,02	1217,61	47
48	1219,198	1220,79	1222,37	1223,96	1225,55	1227,14	1228,72	1230,31	1231,90	1233,49	1235,07	1236,66	1238,25	1239,84	1241,42	1243,01	48
49	1244,598	1246,19	1247,77	1249,36	1250,95	1252,54	1254,12	1255,71	1257,30	1258,89	1260,47	1262,06	1263,65	1265,24	1266,82	1268,41	49
50	1269,998	1271,59	1273,17	1274,76	1276,35	1277,94	1279,52	1281,11	1282,70	1284,29	1285,87	1287,46	1289,05	1290,64	1292,22	1293,81	50
51	1295,398	1296,99	1298,57	1300,16	1301,75	1303,34	1304,92	1306,51	1308,10	1309,69	1311,27	1312,86	1314,45	1316,04	1317,62	1319,21	51
52	1320,798	1322,39	1323,97	1325,56	1327,15	1328,74	1330,32	1331,91	1333,50	1335,09	1336,67	1338,26	1339,85	1341,44	1343,02	1344,61	52
53	1346,198	1347,79	1349,37	1350,96	1352,55	1354,14	1355,72	1357,31	1358,90	1360,49	1362,07	1363,66	1365,25	1366,84	1368,42	1370,01	53
54	1371,598	1373,19	1374,77	1376,36	1377,95	1379,54	1381,12	1382,71	1384,30	1385,89	1387,47	1389,06	1390,65	1392,24	1393,82	1395,41	54
55	1396,998	1398,59	1400,17	1401,76	1403,35	1404,94	1406,52	1408,11	1409,70	1411,29	1412,87	1414,46	1416,05	1417,63	1419,22	1420,81	55
56	1422,397	1423,98	1425,57	1427,16	1428,75	1430,33	1431,92	1433,51	1435,10	1436,68	1438,27	1439,86	1441,45	1443,03	1444,62	1446,21	56
57	1447,797	1449,38	1450,97	1452,56	1454,15	1455,73	1457,32	1458,91	1460,50	1462,08	1463,67	1465,26	1466,85	1468,43	1470,02	1471,61	57
58	1473,197	1474,78	1476,37	1477,96	1479,55	1481,13	1482,72	1484,31	1485,90	1487,48	1489,07	1490,66	1492,25	1493,83	1495,42	1497,01	58
59	1498,597	1500,18	1501,77	1503,36	1504,95	1506,53	1508,12	1509,71	1511,30	1512,88	1514,47	1516,06	1517,65	1519,23	1520,82	1522,41	59
60	1523,997	1525,58	1527,17	1528,76	1530,35	1531,93	1533,52	1535,11	1536,70	1538,28	1539,87	1541,46	1543,05	1544,63	1546,22	1547,81	60
61	1549,397	1550,98	1552,57	1554,16	1555,75	1557,33	1558,92	1560,51	1562,10	1563,68	1565,27	1566,86	1568,45	1570,03	1571,62	1573,21	61
62	1574,797	1576,38	1577,97	1579,56	1581,15	1582,73	1584,32	1585,91	1587,50	1589,08	1590,67	1592,26	1593,85	1595,43	1597,02	1598,61	62
63	1600,197	1601,78	1603,37	1604,96	1606,55	1608,13	1609,72	1611,31	1612,90	1614,48	1616,07	1617,66	1619,25	1620,83	1622,42	1624,01	63
64	1625,597	1627,18	1628,77	1630,36	1631,95	1633,53	1635,12	1636,71	1638,30	1639,88	1641,47	1643,06	1644,65	1646,23	1647,82	1649,41	64
65	1650,997	1652,58	1654,17	1655,76	1657,35	1658,93	1660,52	1662,11	1663,70	1665,28	1666,87	1668,46	1670,05	1671,63	1673,22	1674,81	65
66	1676,397	1677,98	1679,57	1681,16	1682,75	1684,33	1685,92	1687,51	1689,10	1690,68	1692,27	1693,86	1695,45	1697,03	1698,62	1700,21	66
67	1701,797	1703,38	1704,97	1706,56	1708,15	1709,73	1711,32	1712,91	1714,50	1716,08	1717,67	1719,26	1720.85	1722,43	1724,02	1725,61	67

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 9. Picioare și țoli englezi — milimetri

1 ft = 304,799 47 mm, 1 inch = 25,399 956 mm

ft.	in	0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″	10″	11″	12″
0	0	0	25,40	50,80	76,20	101,60	127,00	152,40	177,80	203,20	228,60	254,00	279,40	304,80
1	12	304,80	330,20	355,60	381,00	406,40	431,80	457,20	482,60	508,00	533,40	558,80	584,20	609,60
2	24	609,60	635,00	660,40	685,80	711,20	736,60	762,00	787,40	812,80	838,20	863,60	889,00	914,40
3	36	914,40	939,80	965,20	990,60	1016,0	1041,4	1066,8	1092,2	1117,6	1143,0	1168,4	1193,8	1219,2
4	48	1219,2	1244,6	1270,0	1295,4	1320,8	1346,2	1371,6	1397,0	1422,4	1447,8	1473,2	1498,6	1524,0
5	60	1524,0	1549,4	1574,8	1600,2	1625,6	1651,0	1676,4	1701,8	1727,2	1752,6	1778,0	1803,4	1828,8
6	72	1828,8	1854,2	1879,6	1905,0	1930,4	1955,8	1981,2	2006,6	2032,0	2057,4	2082,8	2108,2	2133,6
7	84	2133,6	2159,0	2184,4	2209,8	2235,2	2260,6	2286,0	2311,4	2336,8	2362,2	2387,6	2413,0	2438,4
8	96	2438,4	2463,8	2489,2	2514,6	2540,0	2565,4	2590,8	2616,2	2641,6	2667,0	2692,4	2717,8	2743,2
9	108	2743,2	2768,6	2794,0	2819,4	2844,8	2870,2	2895,6	2921,0	2946,4	2971,8	2997,2	3022,6	3048,0
10	120	3048,0	3073,4	3098,8	3124,2	3149,6	3175,0	3200,4	3225,8	3251,2	3276,6	3302,0	3327,4	3352,8
11	132	3352,8	3378,2	3403,6	3429,0	3454,4	3479,8	3505,2	3530,6	3556,0	3581,4	3606,8	3632,2	3657,6
12	144	3657,6	3683,0	3708,4	3733,8	3759,2	3784,6	3810,0	3835,4	3860,8	3886,2	3911,6	3937,0	3962,4
13	156	3962,4	3987,8	4013,2	4038,6	4064,0	4089,4	4114,8	4140,2	4165,6	4191,0	4216,4	4241,8	4267,2
14	168	4267,2	4292,6	4318,0	4343,4	4368,8	4394,2	4419,6	4445,0	4470,4	4495,8	4521,2	4546,6	4572,0
15	180	4572,0	4597,4	4622,8	4648,2	4673,6	4699,0	4724,4	4749,8	4775,2	4800,6	4826,0	4851,4	4876,8
16	192	4876,8	4902,2	4927,6	4953,0	4978,4	5003,8	5029,2	5054,6	5080,0	5105,4	5130,8	5156,2	5181,6
17	204	5181,6	5207,0	5232,4	5257,8	5283,2	5308,6	5334,0	5359,4	5384,8	5410,2	5435,6	5461,0	5486,4
18	216	5486,4	5511,8	5537,2	5562,6	5588,0	5613,4	5638,8	5664,2	5689,6	5715,0	5740,4	5765,8	5791,2
19	228	5791,2	5816,6	5842,0	5867,4	5892,8	5918,2	5943,6	5969,0	5994,4	6019,8	6045,2	6070,6	6096,0
20	240	6096,0	6121,4	6146,8	6172,2	6197,6	6223,0	6248,4	6273,8	6299,2	6324,6	6350,0	6375,4	6400,8
21	252	6400,8	6426,2	6451,6	6477,0	6502,4	6527,8	6553,2	6578,6	6604,0	6629,4	6654,8	6680,2	6705,6
22	264	6705,6	6731,0	6756,4	6781,8	6807,2	6832,6	6858,0	6883,4	6908,8	6934,2	6959,6	6985,0	7010,4
23	276	7010,4	7035,8	7061,2	7086,6	7112,0	7137,4	7162,8	7188,2	7213,6	7239,0	7264,4	7289,8	7315,2
24	288	7315,2	7340,6	7366,0	7391,4	7416,8	7442,2	7467,6	7493,0	7518,4	7543,8	7569,2	7594,6	7620,0
25	300	7620,0	7645,4	7670,8	7696,2	7721,6	7747,0	7772,4	7797,8	7823,2	7848,6	7874,0	7899,4	7924,8
26	312	7924,8	7950,2	7975,6	8001,0	8026,4	8051,8	8077,2	8102,6	8128,0	8153,4	8178,8	8204,2	8229,6
27	324	8229,6	8255,0	8280,4	8305,8	8331,2	8356,6	8382,0	8407,4	8432,8	8458,2	8483,6	8509,0	8534,4
28	336	8534,4	8559,8	8585,2	8610,6	8636,0	8661,4	8686,8	8712,2	8737,6	8763,0	8788,4	8813,8	8839,2
29	348	8839,2	8864,6	8890,0	8915,4	8940,8	8966,2	8991,6	9017,0	9042,4	9067,8	9093,2	9118,6	9144,0
30	360	9144,0	9169,4	9194,8	9220,2	9245,6	9271,0	9296,4	9321,8	9347,2	9372,6	9398,0	9423,4	9448,8
31	372	9448,8	9474,2	9499,6	9525,0	9550,4	9575,8	9601,2	9626,6	9652,0	9677,4	9702,8	9728,2	9753,6
32	384	9753,6	9779,0	9804,4	9829,8	9855,2	9880,6	9906,0	9931,4	9956,8	9982,2	10 008	10 033	10 058
33	396	10 058	10 084	10 109	10 135	10 160	10 185	10 211	10 236	10 262	10 287	10 312	10 338	10 363
34	408	10 363	10 389	10 414	10 439	10 465	10 490	10 516	10 541	10 566	10 592	10 617	10 643	10 668
35	420	10 668	10 693	10 719	10 744	10 770	10 795	10 820	10 846	10 871	10 897	10 922	10 947	10 973
36	432	10 973	10 998	11 024	11 049	11 074	11 100	11 125	11 151	11 176	11 201	11 227	11 252	11 278
37	444	11 278	11 303	11 328	11 354	11 379	11 405	11 430	11 455	11 481	11 506	11 532	11 557	11 582
38	456	11 582	11 608	11 633	11 659	11 684	11 709	11 735	11 760	11 786	11 811	11 836	11 862	11 887
39	468	11 887	11 913	11 938	11 963	11 989	12 014	12 040	12 065	12 090	12 116	12 141	12 167	12 192
40	480	12 192	12 217	12 243	12 268	12 294	12 319	12 344	12 370	12 395	12 421	12 446	12 471	12 497
41	492	12 497	12 522	12 548	12 573	12 598	12 624	12 649	12 675	12 700	12 725	12 751	12 776	12 802
42	504	12 802	12 827	12 852	12 878	12 903	12 929	12 954	12 979	13 005	13 030	13 056	13 081	13 106
43	516	13 106	13 132	13 157	13 183	13 208	13 233	13 259	13 284	13 310	13 335	13 360	13 386	13 411
44	528	13 411	13 437	13 462	13 487	13 513	13 538	13 564	13 589	13 614	13 640	13 665	13 691	13 716
45	540	13 716	13 741	13 767	13 792	13 818	13 843	13 868	13 894	13 919	13 945	13 970	13 995	14 021
46	552	14 021	14 046	14 072	14 097	14 122	14 148	14 173	14 199	14 224	14 249	14 275	14 300	14 326
47	564	14 326	14 351	14 376	14 402	14 427	14 453	14 478	14 503	14 529	14 554	14 580	14 605	14 630
48	576	14 630	14 656	14 681	14 707	14 732	14 757	14 783	14 808	14 834	14 859	14 884	14 910	14 935
49	588	14 935	14 961	14 986	15 011	15 037	15 062	15 088	15 113	15 138	15 164	15 189	15 215	15 240
50	600	15 240	15 265	15 291	15 316	15 342	15 367	15 392	15 418	15 443	15 469	15 494	15 519	15 545
51	612	15 545	15 570	15 596	15 621	15 646	15 672	15 697	15 723	15 748	15 773	15 799	15 824	15 850
52	624	15 850	15 875	15 900	15 926	15 951	15 977	16 002	16 027	16 053	16 078	16 104	16 129	16 154
53	636	16 154	16 180	16 205	16 231	16 256	16 281	16 307	16 332	16 358	16 383	16 408	16 434	16 459
54	648	16 459	16 485	16 510	16 535	16 561	16 586	16 612	16 637	16 662	16 688	16 713	16 739	16 764
ft.	in.	0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″	10″	11″	12″

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 10. a) Sutimi de ţoli — milimetri
b) Centimetri — ţoli englezi

a) 0,01 inch = 0,253 999 56 mm

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0	0,254 00	0,508 00	0,762 00	1,016 00	1,270 00	1,524 00	1,778 00	2,032 00	2,286 00
0,1	2,539 996	2,794 00	3,047 99	3,301 99	3,555 99	3,809 99	4,063 99	4,317 99	4,571 99	4,825 99
0,2	5,079 991	5,333 99	5,587 99	5,841 99	6,095 99	6,349 99	6,603 99	6,857 99	7,111 99	7,365 99
0,3	7,619 987	7,873 99	8,127 99	8,381 99	8,635 99	8,889 98	9,143 98	9,397 98	9,651 98	9,905 98
0,4	10,159 98	10,414 0	10,668 0	10,922 0	11,176 0	11,430 0	11,684 0	11,938 0	12,192 0	12,446 0
0,5	12,699 98	12,954 0	13,208 0	13,462 0	13,716 0	13,970 0	14,224 0	14,478 0	14,732 0	14,986 0
0,6	15,239 97	15,494 0	15,748 0	16,002 0	16,256 0	16,510 0	16,764 0	17,018 0	17,272 0	17,526 0
0,7	17,779 97	18,034 0	18,288 0	18,542 0	18,796 0	19,050 0	19,304 0	19,558 0	19,812 0	20,066 0
0,8	20,319 96	20,574 0	20,828 0	21,082 0	21,336 0	21,590 0	21,844 0	22,098 0	22,352 0	22,606 0
0,9	22,859 96	23,114 0	23,368 0	23,622 0	23,876 0	24,130 0	24,384 0	24,638 0	24,892 0	25,146 0
1,0	25,399 96	25,654 0	25,908 0	26,162 0	26,416 0	26,670 0	26,924 0	27,178 0	27,432 0	27,686 0

b) 1 cm = 0,393 701 47 inch

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,393 70	0,787 40	1,181 10	1,574 81	1,968 51	2,362 21	2,755 91	3,149 61	3,543 31
10	3,937 01	4,330 72	4,724 42	5,118 12	5,511 82	5,905 52	6,299 22	6,692 92	7,086 63	7,480 33
20	7,874 03	8,267 73	8,661 43	9,055 13	9,448 84	9,842 54	10,236 2	10,629 9	11,023 6	11,417 3
30	11,811 0	12,204 7	12,598 4	12,992 1	13,385 8	13,779 6	14,173 3	14,567 0	14,960 7	15,354 4
40	15,748 1	16,141 8	16,535 5	16,929 2	17,322 9	17,716 6	18,110 3	18,504 0	18,897 7	19,291 4
50	19,685 1	20,078 8	20,472 5	20,866 2	21,259 9	21,653 6	22,047 3	22,441 0	22,834 7	23,228 4
60	23,622 1	24,015 8	24,409 5	24,803 2	25,196 9	25,590 6	25,984 3	26,378 0	26,771 7	27,165 4
70	27,559 1	27,952 8	28,346 5	28,740 2	29,133 9	29,527 6	29,921 3	30,315 0	30,708 7	31,102 4
80	31,496 1	31,889 8	32,283 5	32,677 2	33,070 9	33,464 6	33,858 3	34,252 0	34,645 7	35,039 4
90	35,433 1	35,826 8	36,220 5	36,614 2	37,007 9	37,401 6	37,795 3	38,189 0	38,582 7	38,976 4
100	39,370 1	39,763 8	40,157 5	40,551 3	40,945 0	41,338 7	41,732 4	42,126 1	42,519 8	42,913 5

E x e m p l u : 13,579'' ? mm. Din a) şirul 2: 10'' = 100 · 0,1'' = 253,999 6 mm
„ „ „ 4: 3,5'' = 10 · 0,35'' = 88,899 8 „
„ „ „ 8: 0,079'' = 0,1 · 0,79'' = 2,006 6 „
13,579'' = 344,906 0 mm

B. Unităţi de arie

Tabla 11. a) Acre engleze — ari
b) Hectari — acre engleze

a) 1 acre = 4840 sq. yds. = 43 560 sq. ft. = 4 rods = 10 sq. chains = 160 sq rods = 100 000 sq. links = 40,468 420 a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	40,4684	80,9368	121,405	161,874	202,342	242,811	283,279	323,747	364,216
10	404,684	445,153	485,621	526,089	566,558	607,026	647,495	687,963	728,432	768,900
20	809,368	849,837	890,305	930,774	971,242	1011,71	1052,18	1092,65	1133,12	1173,58
30	1214,05	1254,52	1294,99	1335,46	1375,93	1416,39	1456,86	1497,33	1537,80	1578,27
40	1618,74	1659,21	1699,67	1740,14	1780,61	1821,08	1861,55	1902,02	1942,48	1982,95
50	2023,42	2063,89	2104,36	2144,83	2185,29	2225,76	2266,23	2306,70	2347,17	2387,64
60	2428,11	2468,57	2509,04	2549,51	2589,98	2630,45	2670,92	2711,38	2751,85	2792,32
70	2832,79	2873,26	2913,73	2954,19	2994,66	3035,13	3075,60	3116,07	3156,54	3197,01
80	3237,47	3277,94	3318,41	3358,88	3399,35	3439,82	3480,28	3520,75	3561,22	3601,69
90	3642,16	3682,63	3723,09	3763,56	3804,03	3844,50	3884,97	3925,44	3965,91	4006,37
100	4046,84	4087,31	4127,78	4168,25	4208,72	4249,18	4289,65	4330,12	4370,59	4411,06

b) 1 ha = 2,471 062 4 acres

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	2,47106	4,94212	7,41319	9,88425	12,3553	14,8264	17,2974	19,7685	22,2396
10	24,7106	27,1817	29,6527	32,1238	34,5949	37,0659	39,5370	42,0081	44,4791	46,9502
20	49,4212	51,8923	54,3634	56,8344	59,3055	61,7766	64,2476	66,7187	69,1897	71,6608
30	74,1319	76,6029	79,0740	81,5451	84,0161	86,4872	88,9582	91,4293	93,9004	96,3714
40	98,8425	101,314	103,785	106,256	108,727	111,198	113,669	116,140	118,611	121,082
50	123,553	126,024	128,495	130,966	133,437	135,908	138,379	140,851	143,322	145,793
60	148,264	150,735	153,206	155,677	158,148	160,619	163,090	165,561	168,032	170,503
70	172,974	175,445	177,916	180,388	182,859	185,330	187,801	190,272	192,743	195,214
80	197,685	200,156	202,627	205,098	207,569	210,040	212,511	214,982	217,453	219,925
90	222,396	224,867	227,338	229,809	232,280	234,751	237,222	239,693	242,164	244,635
100	247,106	249,577	252,048	254,519	256,990	259,462	261,933	264,404	266,875	269,346

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 12. a) Yarzi pătrați englezi — metri pătrați
b) Metri pătrați — yarzi pătrați englezi

a) 1 sq. yd. = 9 sq. ft. = 0,836 124 463 m²

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,83612	1,67225	2,50837	3,34450	4,18062	5,01675	5,85287	6,68900	7,52512
10	8,36124	9,19737	10,0335	10,8696	11,7057	12,5419	13,3780	14,2141	15,0502	15,8864
20	16,7225	17,5586	18,3947	19,2309	20,0670	20,9031	21,7392	22,5754	23,4115	24,2476
30	25,0837	25,9199	26,7560	27,5921	28,4282	29,2644	30,1005	30,9366	31,7727	32,6089
40	33,4450	34,2811	35,1172	35,9534	36,7895	37,6256	38,4617	39,2978	40,1340	40,9701
50	41,8062	42,6423	43,4785	44,3146	45,1507	45,9868	46,8230	47,6591	48,4952	49,3313
60	50,1675	51,0036	51,8397	52,6758	53,5120	54,3481	55,1842	56,0203	56,8565	57,6926
70	58,5287	59,3648	60,2010	61,0371	61,8732	62,7093	63,5455	64,3816	65,2177	66,0538
80	66,8900	67,7261	68,5622	69,3983	70,2345	71,0706	71,9067	72,7428	73,5790	74,4151
90	75,2512	76,0873	76,9235	77,7596	78,5957	79,4318	80,2679	81,1041	81,9402	82,7763
100	83,6124	84,4486	85,2847	86,1208	86,9569	87,7931	88,6292	89,4653	90,3014	91,1376

b) 1 m² = 1,195 994 18 sq. yds.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,19599	2,39199	3,58798	4,78398	5,97997	7,17597	8,37196	9,56795	10,7639
10	11,9599	13,1559	14,3519	15,5479	16,7439	17,9399	19,1359	20,3319	21,5279	22,7239
20	23,9199	25,1159	26,3119	27,5079	28,7039	29,8999	31,0958	32,2918	33,4878	34,6838
30	35,8798	37,0758	38,2718	39,4678	40,6638	41,8598	43,0558	44,2518	45,4478	46,6438
40	47,8398	49,0358	50,2318	51,4277	52,6237	53,8197	55,0157	56,2117	57,4077	58,6037
50	59,7997	60,9957	62,1917	63,3877	64,5837	65,7797	66,9757	68,1717	69,3677	70,5637
60	71,7597	72,9556	74,1516	75,3476	76,5436	77,7396	78,9356	80,1316	81,3276	82,5236
70	83,7196	84,9156	86,1116	87,3076	88,5036	89,6996	90,8956	92,0916	93,2875	94,4835
80	95,6795	96,8755	98,0715	99,2675	100,464	101,660	102,855	104,051	105,247	106,443
90	107,639	108,835	110,031	111,227	112,423	113,619	114,815	116,011	117,207	118,403
100	119,599	120,795	121,991	123,187	124,383	125,579	126,775	127,971	129,167	130,363

Tabla 13. a) Picioare pătrate engleze — decimetri pătrați
b) Metri pătrați — picioare pătrate engleze

a) 1 sq. ft. = 144 sq. inches = 9,290 271 8 dm²

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	9,29027	18,5805	27,8708	37,1611	46,4514	55,7416	65,0319	74,3222	83,6124
10	92,9027	102,193	111,483	120,774	130,064	139,354	148,644	157,935	167,225	176,515
20	185,805	195,096	204,386	213,676	222,967	232,257	241,547	250,837	260,128	269,418
30	278,708	287,998	297,289	306,579	315,869	325,160	334,450	343,740	353,030	362,321
40	371,611	380,901	390,191	399,482	408,772	418,062	427,353	436,643	445,933	455,223
50	464,514	473,804	483,094	492,384	501,675	510,965	520,255	529,545	538,836	548,126
60	557,416	566,707	575,997	585,287	594,577	603,868	613,158	622,448	631,738	641,029
70	650,319	659,609	668,900	678,190	687,480	696,770	706,061	715,351	724,641	733,931
80	743,222	752,512	761,802	771,093	780,383	789,673	798,963	808,254	817,544	826,834
90	836,124	845,415	854,705	863 995	873,286	882,576	891,866	901,156	910,447	919,737
100	929,027	938,317	947,608	956,898	966,188	975,479	984,769	994,059	1003,35	1012,64

b) 1 m² = 10,763 947 7 sq. ft.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	10,7639	21,5279	32,2918	43,0558	53,8197	64,5837	75,3476	86,1116	96,8755
10	107,639	118,403	129,167	139,931	150,695	161,459	172,223	182,987	193,751	204,515
20	215,279	226,043	236,807	247,571	258,335	269,099	279,863	290,627	301,391	312,154
30	322,918	333,682	344,446	355,210	365,974	376,738	387,502	398,266	409,030	419,794
40	430,558	441,322	452,086	462,850	473,614	484,378	495,142	505,906	516,669	527,433
50	538,197	548,961	559,725	570,489	581,253	592,017	602,781	613,545	624,309	635,073
60	645,837	656,601	667,365	678,129	688,893	699,657	710,421	721,184	731,948	742,712
70	753,476	764,240	775,004	785,768	796,532	807,296	818,060	828,824	839,588	850,352
80	861,116	871,880	882,644	893,408	904,172	914,936	925,700	936,463	947,227	957,991
90	968,755	979,519	990,283	1001,05	1011,81	1022,58	1033,34	1044,10	1054,87	1065,63
100	1076,39	1087,16	1097,92	1108,69	1119,45	1130,21	1140,98	1151,74	1162,51	1173,27

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 14. a) Ţoli pătraţi englezi — centimetri pătraţi
b) Centimetri pătraţi — ţoli pătraţi englezi

a) 1 sq. inch = 6,451 577 6 cm²

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	6,45158	12,9032	19,3547	25,8063	32,2579	38,7095	45,1610	51,6126	58,0642
10	64,5158	70,9674	77,4189	88,8705	90,3221	96,7737	103,225	109,677	116,128	122,580
20	129,032	135,483	141,935	148,386	154,838	161,289	167,741	174,193	180,644	186,096
30	193,547	199,999	206,450	212,902	219,354	225,805	232,257	238,708	245,160	251,612
40	258,063	264,515	270,966	277,418	283,869	290,321	296,773	303,224	309,676	316,127
50	322,579	329,030	335,482	341,934	348,385	354,837	361,288	367,740	374,192	380,643
60	387,095	393,546	399,998	406,449	412,901	419,353	425,804	432,256	438,707	445,159
70	451,610	458,062	464,514	470,965	477,417	483,868	490,320	496,771	503,223	509,675
80	516,126	522,578	529,029	535,481	541,933	548,384	554,836	561,287	567,739	574,190
90	580,642	587,094	593,545	599,997	606,448	612,900	619,351	625,803	632,255	638,706
100	645,158	651,609	658,061	664,512	670,964	677,416	683,867	690,319	696,770	703,222

b) 1 cm² = 0,155 000 85 sq. inch

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,155 00	0,310 00	0,465 00	0,620 00	0,775 00	0,930 01	1,085 01	1,240 01	1,395 01
10	1,550 01	1,705 01	1,860 01	2,015 01	2,170 01	2,325 01	2,480 01	2,635 01	2,790 02	2,945 02
20	3,100 02	3,255 02	3,410 02	3,565 02	3,720 02	3,875 02	4,030 02	4,185 02	4,340 02	4,495 02
30	4,650 03	4,805 03	4,960 03	5,115 03	5,270 03	5,425 03	5,580 03	5,735 03	5,890 03	6,045 03
40	6,200 03	6,355 03	6,510 04	6,665 04	6,820 04	6,975 04	7,130 04	7,285 04	7,440 04	7,595 04
50	7,750 04	7,905 04	8,060 04	8,215 05	8,370 05	8,525 05	8,680 05	8,835 05	8,990 05	9,145 05
60	9,300 05	9,455 05	9,610 05	9,765 05	9,920 05	10,075 1	10,230 1	10,385 1	10,540 1	10,695 1
70	10,850 1	11,005 1	11,160 1	11,315 1	11,470 1	11,625 1	11,780 1	11,935 1	12,090 1	12,245 1
80	12,400 1	12,555 1	12,710 1	12,865 1	13,020 1	13,175 1	13,330 1	13,485 1	13,640 1	13,795 1
90	13,950 1	14,105 1	14,260 1	14,415 1	14,570 1	14,725 1	14,880 1	15,035 1	15,190 1	15,345 1
100	15,500 1	15,655 1	15,810 1	15,965 1	16,120 1	16,275 1	16,430 1	16,585 1	16,740 1	16,895 1

C. Unităţi de capacitate

Tabla 15. a) Acrepicioare engleze — metri cubi
b) Metri cubi — acrepicioare engleze

a) 1 acrefoot = 1233,475 m³

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1 233,48	2 466,95	3 700,42	4 933,90	6 167,38	7 400,85	8 634,32	9 867,80	11 101,3
10	12 334,8	13 568,2	14 801,7	16 035,2	17 268,6	18 502,1	19 735,6	20 969,1	22 202,6	23 436,0
20	24 669,5	25 903,0	27 136,4	28 369,9	29 603,4	30 [illegible]6,9	32 070,4	33 303,8	34 537,3	35 770,8
30	37 004,2	38 237,7	39 471,2	40 704,7	41 938,2	43 171,6	44 405,1	45 638,6	46 872,1	48 105,5
40	49 339,0	50 572,5	51 806,0	53 039,4	54 272,9	55 506,4	56 739,8	57 973,3	59 206,8	60 440,3
50	61 673,8	62 907,2	64 140,7	65 374,2	66 607,6	67 841,1	69 074,6	70 308,1	71 541,6	72 775,0
60	74 008,5	75 242,0	76 475,4	77 708,9	78 942,4	80 175,9	81 409,4	82 642,8	83 876,3	85 109,8
70	86 343,2	87 576,7	88 810,2	90 043,7	91 277,2	92 510,6	93 744,1	94 977,6	96 211,1	97 444,5
80	98 678,0	99 911,5	101 145	102 378	103 612	104 845	106 079	107 312	108 546	109 779
90	111 013	112 246	113 480	114 713	115 947	117 180	118 414	119 647	120 881	122 114
100	123 348	124 581	125 814	127 048	128 281	129 515	130 748	131 982	133 215	134 449

b) 1000 m³ = 0,810 737 acrefoot

	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
0	0	0,081 07	0,162 15	0,243 22	0,324 29	0,405 37	0,486 44	0,567 52	0,648 59	0,729 66
1000	0,810 74	0,891 81	0,972 88	1,053 96	1,135 03	1,216 11	1,297 18	1,378 25	1,459 33	1,540 40
2000	1,621 47	1,702 55	1,783 62	1,864 70	1,945 77	2,026 84	2,107 92	2,188 99	2,270 06	2,351 14
3000	2,432 21	2,513 28	2,594 36	2,675 43	2,756 51	2,837 58	2,918 65	2,999 73	3,080 80	3,161 87
4000	3,242 95	3,324 02	3,405 10	3,486 17	3,567 24	3,648 32	3,729 39	3,810 46	3,891 54	3,972 61
5000	4,053 68	4,134 76	4,215 83	4,296 91	4,377 98	4,459 05	4,540 13	4,621 20	4,702 27	4,783 35
6000	4,864 42	4,945 50	5,026 57	5,107 64	5,188 72	5,269 79	5,350 86	5,431 94	5,513 01	5,594 09
7000	5,675 16	5,756 23	5,837 31	5,918 38	5,999 46	6,080 53	6,161 60	6,242 67	6,323 75	6,404 82
8000	6,485 90	6,566 97	6,648 04	6,729 12	6,810 19	6,891 26	6,972 34	7,053 41	7,134 49	7,215 56
9000	7,296 63	7,377 71	7,458 78	7,539 85	7,620 93	7,702 00	7,783 08	7,864 15	7,945 22	8,026 30
10 000	8,107 37	8,188 44	8,269 52	8,350 59	8,431 66	8,512 74	8,593 81	8,674 89	8,755 96	8,837 03

1 acrefoot = 1 acre × 1 foot = 43 560 cu. ft. = 1613,33 cu. yds.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 16. a) Yarzi cubi englezi — metri cubi
b) Metri cubi — yarzi cubi englezi

a) 1 cu. yd. = 27 cu. ft. = 0,764 550 885 m³

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,764 55	1,529 10	2,293 65	3,058 20	3,822 75	4,587 31	5,351 86	6,116 41	6,880 96
10	7,645 51	8,410 06	9,174 61	9,939 16	10,703 7	11,468 3	12,232 8	12,997 4	13,761 9	14,526 5
20	15,291 0	16,055 6	16,820 1	17,584 7	18,349 2	19,113 8	19,878 3	20,642 9	21,407 4	22,172 0
30	22,936 5	23,701 1	24,465 6	25,230 2	25,994 7	26,759 3	27,523 8	28,288 4	29,052 9	29,817 5
40	30,582 0	31,346 6	32,111 1	32,875 7	33,640 2	34,404 8	35,169 3	35,933 9	36,698 4	37,463 0
50	38,227 5	38,992 1	39,756 6	40,521 2	41,285 7	42,050 3	42,814 8	43,579 4	44,344 0	45,108 5
60	45,873 1	46,637 6	47,402 2	48,166 7	48,931 3	49,695 8	50,460 4	51,224 9	51,989 5	52,754 0
70	53,518 6	54,283 1	55,047 7	55,812 2	56,576 8	57,341 3	58,105 9	58,870 4	59,635 0	60,399 5
80	61,164 1	61,928 6	62,693 2	63,457 7	64,222 3	64,986 8	65,751 4	66,515 9	67,280 5	68,045 0
90	68,809 6	69,574 1	70,338 7	71,103 2	71,867 8	72,632 3	73,396 9	74,161 4	74,926 0	75,690 5
100	76,455 1	77,219 6	77,984 2	78,748 7	79,513 3	80,277 8	81,042 4	81,806 9	82,571 5	83,336 0

b) 1 m³ = 1,307 957 41 cu. yds.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,307 96	2,615 91	3,923 87	5,231 83	6,539 79	7,847 74	9.155 70	10,463 7	11,7716
10	13,0796	14,387 5	15,695 5	17,003 4	18,311 4	19,619 4	20,927 3	22,235 3	23,543 2	24,8512
20	26,1591	27,467 1	28,775 1	30,083 0	31,391 0	32,698 9	34,006 9	35,314 9	36 622 8	37,9308
30	39,2387	40,546 7	41,854 6	43,162 6	44,470 6	45,778 5	47,086 5	48.394 4	49,702 4	51,0103
40	52,3183	53,626 3	54,934 2	56,242 2	57,550 1	58,858 1	60,166 0	61,474 0	62,782 0	64,0899
50	65,3979	66,705 8	68,013 8	69,321 7	70,629 7	71,937 7	73,245 6	74,553 6	75,861 5	77,1695
60	78,4774	79,785 4	81,093 4	82,401 3	83,709 3	85,017 2	86,325 2	87,633 1	88,941 1	90,2491
70	91,5570	92,865 0	94,172 9	95,480 9	96,788 8	98,096 8	99,404 8	100,713	102,021	103,329
80	104,637	105,945	107,253	108,560	109,868	111,176	112,484	113,792	115,100	116,408
90	117,716	119,024	120,332	121,640	122,948	124,256	125,564	126,872	128,180	129,488
100	130,796	132,104	133,412	134,720	136,028	137,336	138,643	139,951	141,259	142,567

Tabla 17. a) Picioare cubice englezi — decimetri cubi
b) Metri cubi — picioare cubice engleze

a) 1 cu. ft. = 1728 cu. inch. = 28,316 699 2 dm³

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	28,3167	56,6334	84,9501	113,267	141,583	169,900	198,217	226,534	254,850
10	283,167	311,484	339,800	368,117	396,434	424,750	453,067	481,384	509,701	538,017
20	566,334	594,651	622,967	651,284	679,601	707,917	736,234	764,551	792,868	821,184
30	849,501	877,818	906,134	934,451	962,768	991,084	1019,40	1047,72	1076,03	1104,35
40	1132,67	1160,98	1189,30	1217,62	1245,93	1274,25	1302,57	1330,88	1359,20	1387,52
50	1415,83	1444.15	1472,47	1500,79	1529,10	1557,42	1585,74	1614,05	1642,37	1670,69
60	1699,00	1727,32	1755,64	1783,95	1812,27	1840,59	1868,90	1897,22	1925,54	1953,85
70	1982.17	2010,49	2038,80	2067,12	2095,44	2123,75	2152,07	2180,39	2208,70	2237,02
80	2265,34	2293,65	2321,97	2350,29	2378,60	2406,92	2435,24	2463,55	2491,87	2520,19
90	2548,50	2576,82	2605,14	2633,45	2661,77	2690,09	2718,40	2746,72	2775,04	2803,35
100	2831,67	2859,99	2888,30	2916,62	2944,94	2973,25	3001,57	3029,89	3058,20	3086,52

1 register-ton = 100 cu. ft. = 2,831 67 m³. La întrebuințarea tablei și conversiunea în m³, virgula zecimală trebue deplasată cu o poziție spre stânga.

b) 1 m³ = 35,314 850 2 cu. ft.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	35,3149	70,6297	105,945	141,259	176,574	211,889	247,204	282,519	317,834
10	353,149	388,463	423,778	459,093	494,408	529,723	565,038	600,352	635,667	670,982
20	706,297	741,612	776,927	812,242	847,556	882,871	918,186	953,501	988,816	1024,13
30	1059,45	1094,76	1130,08	1165,39	1200,70	1236,02	1271,33	1306,65	1341,96	1377,28
40	1412,59	1447,91	1483,22	1518,54	1553,85	1589,17	1624,48	1659,80	1695,11	1730,43
50	1765,74	1801,06	1836,37	1871,69	1907,00	1942,32	1977,63	2012,95	2048,26	2083,58
60	2118,89	2154,21	2189,52	2224,84	2260,15	2295,47	2330,78	2366,09	2401,41	2436,72
70	2472,04	2507,35	2542,67	2577,98	2613,30	2648,61	2683,93	2719,24	2754,56	2789,87
80	2825,19	2860,50	2895,82	2931,13	2966,45	3001,76	3037,08	3072,39	3107,71	3143,02
90	3178,34	3213,65	3248,97	3284,28	3319,60	3354,91	3390,23	3425,54	3460,86	3496,17
100	3531,49	3566,80	3602,11	3637,43	3672,74	3708,06	3743,37	3778,69	3814,00	3849,32

1 m³ = 0,353 149 register-ton.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 18. a) Ţoli cubi englezi — centimetri cubi
b) Decimetri cubi — ţoli cubi englezi

a) 1 cu. inch. = 16,386 978 8 cm^3

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	16,3870	32,7740	49,1609	65,5479	81,9349	98,3219	114,709	131,096	147,483
10	163,870	180,257	196,644	213,031	229,418	245,805	262,192	278,579	294,966	311,353
20	327,740	344,127	360,514	376,901	393,287	409,674	426,061	442,448	458,835	475,222
30	491,609	507,996	524,383	540,770	557,157	573,544	589,931	606,318	622,705	639,092
40	655,479	671,866	688,253	704,640	721,027	737,414	753,801	770,188	786,575	802,961
50	819,349	835,736	852,123	868,510	884,897	901,284	917,671	934,058	950,445	966,832
60	983,219	999,606	1015,99	1032,38	1048,77	1065,15	1081,54	1097,93	1114,31	1130,70
70	1147,09	1163,48	1179,86	1196,25	1212,64	1229,02	1245,41	1261,80	1278,18	1294,57
80	1310,96	1327,35	1343,73	1360,12	1376,51	1392,89	1409,28	1425,67	1442,05	1458,44
90	1474,83	1491,22	1507,60	1523,99	1540,38	1556,76	1573,15	1589,54	1605,92	1622,31
100	1638,70	1655,08	1671,47	1687,86	1704,25	1720,63	1737,02	1753,41	1769,79	1786,18

b) 1 dm^3 = 61,024 044 cu. inches

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	61,0240	122,048	183,072	244,096	305,120	366,144	427,168	488,192	549,216
10	610,240	671,264	732,289	793,313	854,337	915,361	976,385	1037,41	1098,43	1159,46
20	1220,48	1281,50	1342,53	1403,55	1464,58	1525,60	1586,63	1647,65	1708,67	1769,70
30	1830,72	1891,75	1952,77	2013,79	2074,82	2135,84	2196,87	2257,89	2318,91	2379,94
40	2440,96	2501,99	2563,01	2624,03	2685,06	2746,08	2807,11	2868,13	2929,15	2990,18
50	3051,20	3112,23	3173,25	3234,27	3295,30	3356,32	3417,35	3478,37	3539,39	3600,42
60	3661,44	3722,47	3783,49	3844,51	3905,54	3966,56	4027,59	4088,61	4149,63	4210,66
70	4271,68	4332,71	4393,73	4454,76	4515,78	4576,80	4637,83	4698,85	4759,88	4820,90
80	4881,92	4942,95	5003,97	5065,00	5126,02	5187,04	5248,07	5309,09	5370,12	5431,14
90	5492,16	5553,19	5614,21	5675,24	5736,26	5797,28	5858,31	5919,33	5980,36	6041,38
100	6102,40	6163,43	6224,45	6285,48	6346,50	6407,52	6468,55	6529,57	6590,60	6651,62

Tabla 19. a) Cuarteri imperiali englezi — decimetri cubi
b) Decimetri cubi — cuarteri imperiali englezi

a) 1 cuarter = 8 bushels de câte 36,3677 dm^3 = 32 pecks de câte 9,091 93 dm^3 = 64 gallons de câte 4,545 963 dm^3 = 2,909 416 3 · (100 dm^3) (p. 1140).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	2,90942	5,81883	8,72825	11,6377	14,5471	17,4565	20,3659	23,2753	26,1847
10	29,0942	32,0036	34,9130	37,8224	40,7318	43,6412	46,5507	49,4601	52,3695	55,2789
20	58,1883	61,0977	64,0072	66,9166	69,8260	72,7354	75,6448	78.5542	81,4637	84,3731
30	87,2825	90,1919	93,1013	96,0107	98,9202	101,830	104,739	107,648	110,558	113,467
40	116,377	119,286	122,195	125,105	128,014	130,924	133,833	136,743	139,652	142,561
50	145,471	148,380	151,290	154,199	157,108	160,018	162,927	165,837	168,746	171,656
60	174,565	177,474	180,384	183,293	186,203	189,112	192,021	194,931	197,840	200,750
70	203,659	206,569	209,478	212,387	215,297	218,206	221,116	224,025	226,934	229,844
80	232,753	235,663	238,572	241.482	244,391	247,300	250,210	253,119	256,029	258,938
90	261.847	264,757	267,666	270 576	273,485	276,395	279,304	282,213	285,123	288,032
100	290,942	293,851	296,760	299,670	302,579	305,489	308,399	311,308	314,218	317,127

b) 1 · (100 dm^3) = 21,997 55 gallons = 10,998 77 pecks = 2,749 692 bushels = 0,343 711 56 quarter

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,343 71	0,687 42	1,031 13	1,374 85	1,718 56	2,062 27	2,405 98	2,749 69	3,093 40
10	3,437 12	3,780 83	4,124 54	4,468 25	4,811 96	5,155 67	5,499 39	5,843 10	6,186 81	6,530 52
20	6,874 23	7,217 94	7,561 65	7,905 37	8,249 08	8,592 79	8,936 50	9,280 21	9,623 92	9,967 64
30	10,311 3	10,655 1	10,998 8	11,342 5	11,686 2	12,029 9	12,373 6	12,717 3	13,061 0	13,404 8
40	13,748 5	14,092 2	14,435 9	14,779 6	15,123 3	15,467 0	15,810 7	16,154 4	16,498 2	16,841 9
50	17.185 6	17,529 3	17,873 0	18,216 7	18,560 4	18,904 1	19,247 8	19,591 6	19,935 3	20,279 0
60	20,622 7	20,966 4	21,310 1	21,653 8	21,997 5	22,341 3	22,685 0	23,028 7	23,372 4	23,716 1
70	24,059 8	24,403 5	24,747 2	25,090 9	25,434 7	25,778 4	26,122 1	26,465 8	26,809 5	27,153 2
80	27,496 9	27,840 6	28,184 3	28,528 1	28,871 8	29,215 5	29,559 2	29,902 9	30,246 6	30,590 3
90	30,934 0	31,277 8	31,621 5	31,965 2	32,308 9	32,652 6	32,996 3	33,340 0	33,683 7	34,027 4
100	34 371 2	34,714 9	35,058 6	35,402 3	35,746 0	36,089 7	36,433 4	36,777 1	37,120 8	37,464 6

O b s e r v a ţ i e: Tablele 19...22 sunt calculate în ipoteza că: 1 l = 1 dm^3. După măsurători recente din cele mai precise (p. 785) avem însă 1 l = 0,000 028 dm^3. Pentru conversiunea valorilor din table în hl resp. în l cifrele din tablele a) trebue micşorate cu 28 milionimi, cifrele din tablele b) trebue mărite cu aceeaşi parte: de ex. 1 cuarter = (2,909 42 — 2,9 · 28/1 000 000) hl = (2,909 42 — 0,000 08) hl = 2,909 01 hl. De asemenea avem 1 hl = (0,343 71 + 0,3 · 28/1 000 000) cuarter = (0,343 71 + 0,000 01) cuarter = 0,343 72 cuarter.

Tabla 20. a) Galoni imperiali englezi — decimetri cubi [1])
b) Decimetri cubi — galoni imperiali englezi

a) 1 imperial gallon după Order in Council din 19 Decemvrie 1898 = 277,260 cu. in. din anul 1898 = 4,545 963 dm³

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	4,54596	9,09193	13 6379	18,1839	22,7298	27,2758	31,8217	36,3677	40,9137
10	45,4596	50,0056	54,5516	59,0975	63,6435	68,1894	72,7354	77,2814	81,8273	86,3733
20	90,9193	95,4652	100,011	104,557	109,103	113,649	118,195	122,741	127,287	131,833
30	136,379	140,925	145,471	150,017	154,563	159,109	163,655	168,201	172,747	177,293
40	181,839	186,384	190,930	195,476	200,022	204,568	209,114	213,660	218,206	222,752
50	227,298	231,844	236,390	240,936	245,482	250,028	254,574	259,120	263,666	268,212
60	272,758	277,304	281,850	286,396	290,942	295,488	300,034	304,580	309,125	313,671
70	318,217	322,763	327,309	331,855	336,401	340,947	345,493	350,039	354,585	359,131
80	363,677	368,223	372,769	377,315	381,861	386,407	390,953	395,499	400,045	404,591
90	409,137	413,683	418,229	422,775	427,321	431,866	436,412	440,958	445,504	450,050
100	454,596	459,142	463,688	468,234	472,780	477,326	481,872	486,418	490,964	495,510

b) 1 dm³ = 0,219 975 47 imperial gallon

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,219 98	0,439 95	0,659 93	0,879 90	1,099 88	1,319 85	1,539 83	1,759 80	1,979 78
10	2,199 76	2,419 73	2,639 71	2,859 68	3,079 66	3,299 63	3,519 61	3,739 58	3,959 56	4,179 53
20	4,399 51	4,619 49	4,839 46	5,059 44	5,279 41	5,499 39	5,719 36	5,939 34	6,159 31	6,379 29
30	6,599 27	6,819 24	7,039 22	7,259 19	7,479 17	7,699 14	7,919 12	8,139 09	8,359 07	8,579 04
40	8,799 02	9,019 00	9,238 97	9,458 95	9,678 92	9,898 90	10,118 9	10,338 8	10,558 8	10,778 8
50	10,998 8	11,218 8	11,438 7	11,658 7	11,878 7	12,098 7	12,318 6	12,538 6	12,758 6	12,978 8
60	13,198 5	13,418 5	13,638 5	13,858 5	14,078 4	14,298 4	14,518 4	14,738 4	14,958 3	15,178 3
70	15,398 3	15,618 3	15,838 2	16,058 2	16;278 2	16,498 2	16,718 1	16,938 1	17,158 1	17,378 1
80	17,598 0	17,818 0	18,038 0	18,258 0	18,477 9	18,697 9	18,917 9	19,137 9	19,357 8	19,577 8
90	19,797 8	20,017 8	20,237 7	20,457 7	20,677 7	20,897 7	21,117 6	21,337 6	21,557 6	21,777 6
100	21,997 6	22,217 5	22,437 5	22,657 5	22,877 5	23,097 4	23,317 4	23,537 4	23,757 4	23,977 3

[1]) Cp. nota din p. 1140. — De observat nota de sub tabla 19.

Tabla 21. a) Galoni USA (Winchester) — decimetri cubi [1])
b) Decimetri cubi — galoni USA (Winchester) (231 țoli cubi)

a) 1 gallon = 3,785 442 dm³

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	3,78544	7,57088	11,3563	15,1418	18,9272	22,7127	26,4981	30,2835	34,0690
10	37,8544	41,6399	45,4253	49,2107	52,9962	56,7816	60,5671	64,3525	68,1380	71,9234
20	75,7088	79,4943	83 2797	87,0652	90,8506	94,6361	98,4215	102,207	105,992	109,778
30	113,563	117,349	121,134	124,920	128,705	132,490	136,276	140,061	143,847	147,632
40	151,418	155,203	158,989	162,774	166,559	170,345	174,130	177,916	181,701	185,487
50	189,272	193,058	196,843	200,628	204,414	208,199	211,985	215,770	219,556	223,341
60	227,127	230,912	234,697	238,483	242 268	246,054	249,839	253,625	257,410	261,195
70	264,981	268,766	272,552	276,337	280,123	283,908	287,694	291,479	295,264	299,050
80	302,835	306,621	310,406	314,192	317,977	321,763	325,548	329,333	333,119	336,904
90	340,690	344,475	348,261	352,046	355,832	359,617	363,402	367,188	379,973	374,759
100	378,544	382,330	386,115	389,901	393,686	397,471	401,257	405,042	408,828	412,613

b) 1 dm³ = 0,264 169 9 gallon

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,264 17	0,528 34	0,792 51	1,056 68	1,320 85	1,585 02	1,849 19	2,113 36	2,377 53
10	2,641 70	2,905 87	3,170 04	3,434 21	3,698 38	3,962 55	4,226 72	4,490 89	4,755 06	5,019 23
20	5,283 40	5,547 57	5,811 74	6,075 91	6,340 08	6,604 25	6,868 42	7,132 59	7,396 76	7,660 93
30	7,925 10	8,189 27	8,453 44	8,717 61	8,981 78	9,245 95	9,510 12	9,774 29	10,038 5	10,302 6
40	10,566 8	10,831 0	11,095 1	11,359 3	11,623 5	11,887 6	12,151 8	12,416 0	12,680 2	12,944 3
50	13,208 5	13,472 7	13,736 8	14,001 0	14,265 2	14,529 3	14,793 5	15,057 7	15,321 9	15,586 0
60	15,850 2	16,114 4	16,378 5	16,642 7	16,906 9	17,171 0	17,435 2	17,699 4	17,963 6	18,227 7
70	18,491 9	18,756 1	19,020 2	19,284 4	19,548 6	19,812 7	20,076 9	20,341 1	20,605 3	20,869 4
80	21,133 6	21,397 8	21,661 9	21,926 1	22,190 3	22,454 4	22,718 6	22,982 8	23,247 0	23,511 1
90	23,775 3	24,039 5	24,303 6	24,567 8	24,832 0	25,096 1	25,360 3	25,624 5	25,888 7	26,152 8
100	26,417 0	26,681 2	26,945 3	27,209 5	27,473 7	27,737 8	28,002 0	28,266 2	28,530 3	28,794 5

[1]) De observat nota de sub tabla 19.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 22. a) Bareli de petrol — decimetri cubi [1])
b) Decimetri cubi — bareli de petrol

a) 1 petr.-barrel = 42 petr.-gallons de câte $^5/_6 \cdot 10$ lbs. apă (= 230,667 cu. in. sau 3,779 94 dm³ = 1,587 574 8 · (100 dm³) [2])

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,58757	3,17515	4,76272	6,35030	7,93787	9,52545	11,1130	12,7006	14,2882
10	15,8757	17,4633	19,0509	20,6385	22,2260	23,8136	25,4012	26,9888	28,5763	30,1639
20	31,7515	33,3391	34,9266	36,5142	38,1018	39,6894	41,2769	42,8645	44,4521	46,0397
30	47,6272	49,2148	50,8024	52,3900	53,9775	55,5651	57,1527	58,7403	60,3278	61,9154
40	63,5030	65,0906	66,6781	68,2657	69,8533	71,4409	73,0284	74,6160	76,2036	77,7912
50	79,3787	80,9663	82,5539	84,1415	85,7290	87,3166	88,9042	90,4918	92,0793	93,6669
60	95,2545	96,8421	98,4296	100,017	101,605	103,192	104,780	106,368	107,955	109,543
70	111,130	112,718	114,305	115,893	117,481	119,068	120,656	122,243	123,831	125,418
80	127,006	128,594	130,181	131,769	133,356	134,944	136,531	138,119	139,707	141,294
90	142,882	144,469	146,057	147,644	149,232	150,820	152,407	153,995	155,582	157,170
100	158,757	160,345	161,933	163,520	165,108	166.695	168,283	169,871	171,458	173,046

b) 1 hl = 0,629 891 6 petr.-barrel

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,629 89	1,259 78	1,889 67	2,519 57	3,149 46	3,779 35	4,409 24	5,039 13	5,669 02
10	6,298 92	6,928 81	7,558 70	8,188 59	8,818 48	9,448 37	10,078 3	10,708 2	11,338 0	11,967 9
20	12,597 8	13,227 7	13,857 6	14,487 5	15,117 4	15,747 3	16,377 2	17,007 1	17,637 0	18,266 9
30	18,896 7	19,526 6	20,156 5	20,786 4	21,416 3	22,046 2	22,676 1	23,306 0	23,935 9	24,565 8
40	25,195 7	25,825 6	26,455 4	27,085 3	27,715 2	28,345 1	28,975 6	29,604 9	30,234 8	30,864 7
50	31,494 6	32,124 5	32,754 4	33,384 3	34,014 1	34,644 0	35,273 9	35,903 8	36,533 7	37,163 6
60	37,793 5	38,423 4	39,053 3	39,683 2	40,313 1	40,943 0	41,572 8	42,202 7	42,832 6	43,462 5
70	44,092 4	44,722 3	45,352 2	45,982 1	46,612 0	47,241 9	47,871 8	48,501 7	49,131 5	49,761 4
80	50,391 3	51,021 2	51,651 1	52,281 0	52,910 9	53,540 8	54,170 7	54,800 6	55,430 5	56,060 4
90	56,690 2	57,320 1	57,950 0	58,579 9	59,209 8	59,839 7	60,469 6	61,099 5	61,729 4	62,359 3
100	62,989 2	63,619 1	64,248 9	64,878 8	65,508 7	66,138 6	66,768 5	67,398 4	68,028 3	68,658 2

[1]) V. nota [3]), p. 1139/1140. — De observat nota de sub tabla 19. — [2]) Pentru alte lichide, barelul se consideră în Statele Unite egal cu 158,9886 dm³ = 42 galoane de câte 231 cu. in. (de câte 3,785 442 dm³, tabla 36), resp. 100 dm³ = 0,628 976 3 barel. Pentru acest barel, valorile din tabla 22 a) trebue înmulţite deci cu 1,001 46, iar cele din tabla 22 b) cu 0,998 57.

D. Greutăţi

Tabla 23. a) Tone engleze — tone
b) Tone — tone engleze

a) 1 (long) ton = 20 cwts. = 20×4 quarters = 80×28 lbs. = 1,12 short ton = 1,016 047 06 t

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,01605	2,03209	3,04814	4,06419	5,08024	6,09628	7,11233	8,12838	9,14442
10	10,1605	11,1765	12,1926	13,2086	14,2247	15,2407	16,2568	17,2728	18,2888	19,3049
20	20,3209	21,3370	22,3530	23,3691	24,3851	25,4012	26,4172	27,4333	28,4493	29,4654
30	30,4814	31,4975	32,5135	33,5296	34,5456	35,5616	36,6777	37,5937	38,6098	39,6258
40	40,6419	41,6579	42,6740	43,6900	44,7061	45,7221	46,7382	47,7542	48,7703	49,7863
50	50,8024	51,8184	52,8344	53,8505	54,8665	55,8826	56,8986	57,9147	58,9307	59,9468
60	60,9628	61,9789	62,9949	64,0110	65,0270	66,0431	67,0591	68,0752	69,0912	70,1072
70	71,1233	72,1393	73,1554	74,1714	75,1875	76,2035	77,2196	78,2356	79,2517	80,2677
80	81,2838	82,2998	83,3159	84,3319	85,3480	86,3640	87,3801	88,3961	89,4121	90,4282
90	91,4442	92,4603	93,4763	94,4924	95,5084	96,5245	97,5405	98,5566	99,5726	100,589
100	101,605	102,621	103,637	104,653	105,669	106,685	107,701	108,717	109,733	110,749

b) 1 t = 19,684 13 cwts. = 78,736 51 quarters = 0,984 206 38 long tons

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,98421	1,96841	2,95262	3,93683	4,92103	5,90524	6,88944	7,87365	8,85786
10	9,84206	10,8263	11,8105	12,7947	13,7789	14,7631	15,7473	16,7315	17,7157	18,6999
20	19,6841	20,6683	21,6525	22,6367	23,6210	24,6052	25,5894	26,5736	27,5578	28,5420
30	29,5262	30,5104	31,4946	32,4788	33,4630	34,4472	35,4314	36,4156	37,3998	38,3841
40	39,3683	40,3525	41,3367	42,3209	43,3051	44,2893	45,2735	46,2577	47,2419	48,2261
50	49,2103	50,1945	51,1787	52,1629	53,1471	54,1314	55,1156	56,0998	57,0840	58,0682
60	59,0524	60,0366	61,0208	62,0050	62,9892	63,9734	64,9576	65,9418	66,9260	67,9102
70	68,8944	69,8787	70,8629	71,8471	72,8313	73,8155	74,7997	75,7839	76,7681	77,7523
80	78,7365	79,7207	80,7049	81,6891	82,6733	83,6575	84,6417	85,6260	86,6102	87,5944
90	88,5786	89,5628	90,5470	91,5312	92,5154	93,4996	94,4838	95,4680	96,4522	97,4364
100	98,4206	99,4048	100,389	101,373	102,357	103,342	104,326	105,310	106,294	107,278

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 24. a) Tone navale engleze — kilograme
b) Tone — tone navale engleze

a) 1 short ton = 0,892 857 long ton = 71,4285 quarters = 2000 lbs. = 907,1848 kg

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	907,185	1 814,37	2 721,55	3 628,74	4 535,92	5 443,11	6 350,29	7 257,48	8 164,66
10	9 071,85	9 979,03	10 886,2	11 793,4	12 700,6	13 607,8	14 515,0	15 422,1	16 329,3	17 236,5
20	18 143,7	19 050,9	19 958,1	20 865,3	21 772,4	22 679,6	23 586,8	24 494,0	25 401,2	26 308,4
30	27 215,5	28 122,7	29 029,9	29 937,1	30 844,3	31 751,5	32 658,7	33 565,8	34 473,0	35 380,2
40	36 287,4	37 194,6	38 101,8	39 008,9	39 916,1	40 823,3	41 730,5	42 637,7	43 544,9	44 452,1
50	45 359,2	46 266,4	47 173,6	48 080,8	48 988,0	49 895,2	50 802,3	51 709,5	52 616,7	53 523,9
60	54 431,1	55 338,3	56 245,5	57 152,6	58 059,8	58 967,0	59 874,2	60 781,4	61 688,6	62 595,8
70	63 502,9	64 410,1	65 317,3	66 224,5	67 131,7	68 038,9	68 946,0	69 853,2	70 760,4	71 667,6
80	72 574,8	73 482,0	74 389,2	75 296,3	76 203,5	77 110,7	78 017,9	78 925,1	79 832,3	80 739,4
90	81 646,6	82 553,8	83 461,0	84 368,2	85 275,4	86 182,6	87 089,7	87 996,9	88 904,1	89 811,3
100	90 718,5	91 625,7	92 532,8	93 440,0	94 347,2	95 254,4	96 161,6	97 068,8	97 976,0	98 883,1

b) 1 t = 1,102 311 short tons

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,10231	2,20462	3,30693	4,40924	5,51155	6,61387	7,71618	8,81849	9,92080
10	11,0231	12,1254	13,2277	14,3300	15,4324	16,5347	17,6370	18,7393	19,8416	20,9439
20	22,0462	23,1485	24,2508	25,3532	26,4555	27,5578	28,6601	29,7624	30,8647	31,9670
30	33,0693	34,1716	35,2740	36,3763	37,4786	38,5809	39,6832	40,7855	41,8878	42,9901
40	44,0924	45,1948	46,2971	47,3994	48,5017	49,6040	50,7063	51,8086	52,9109	54,0132
50	55,1155	56,2179	57,3202	58,4225	59,5248	60,6271	61,7294	62,8317	63,9340	65,0363
60	66,1387	67,2410	68,3433	69,4456	70,5479	71,6502	72,7525	73,8548	74,9571	76,0595
70	77,1618	78,2641	79,3664	80,4687	81,5710	82,6733	83,7756	84,8779	85,9803	87,0826
80	88,1849	89,2872	90,3895	91,4918	92,5941	93,6964	94,7987	95,9011	97,0034	98,1057
90	99,2080	100,310	101,413	102,515	103,617	104,720	105,822	106,924	108,026	109,129
100	110,231	111,333	112,436	113,538	114,640	115,743	116,845	117,947	119,050	120,152

Tabla 25. a) Hundredweights englezi — kilograme
b) Tone — hundredweights englezi

a) 1 cwt. = 0,05 long ton = 0,056 short ton = 4 quarters = 112 lbs. = 50,802 349 kg

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	50,8023	101,605	152,407	203,209	254,012	304,814	355,616	406,419	457,221
10	508,023	558,826	609,628	660,431	711,233	762,035	812,838	863,640	914,442	965,245
20	1016,05	1066,85	1117,65	1168,45	1219,26	1270,06	1320,86	1371,66	1422,47	1473,27
30	1524,07	1574,87	1625,68	1676,48	1727,28	1778,08	1828,88	1879,69	1930,49	1981,29
40	2032,09	2082,90	2133,70	2184,50	2235,30	2286,11	2336,91	2387,71	2438,51	2489,32
50	2540,12	2590,92	2641,72	2692,52	2743,33	2794,13	2844,93	2895,73	2946,54	2997,34
60	3048,14	3098,94	3149,75	3200,55	3251,35	3302,15	3352,96	3403,76	3454,56	3505,36
70	3556,16	3606,97	3657,77	3708,57	3759,37	3810,18	3860,98	3911,78	3962,58	4013,39
80	4064,19	4114,99	4165,79	4216,59	4267,40	4318,20	4369,00	4419,80	4470,61	4521,41
90	4572,21	4623,01	4673,82	4724,62	4775,42	4826,22	4877,03	4927,83	4978,63	5029,43
100	5080,23	5131,04	5181,84	5232,64	5283,44	5334,25	5385,05	5435,85	5486,65	5537,46

b) 1 t = 19,684 128 cwts

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	19,6841	39,3683	59,0524	78,7365	98,4206	118,105	137,789	157,473	177,157
10	196,841	216,525	236,210	255,894	275,578	295,262	314,946	334,630	354,314	373,998
20	393,683	413,367	433,051	452,735	472,419	492,103	511,787	531,471	551,156	570,840
30	590,524	610,208	629,892	649,576	669,260	688,944	708,629	728,313	747,997	767,681
40	787,365	807,049	826,733	846,418	866,102	885,786	905,470	925,154	944,838	964,522
50	984,206	1003,89	1023,57	1043,26	1062,94	1082,63	1102,31	1122,00	1141,68	1161,36
60	1181,05	1200,73	1220,42	1240,10	1259,78	1279,47	1299,15	1318,84	1338,52	1358,20
70	1377,89	1397,57	1417,26	1436,94	1456,63	1476,31	1495,99	1515,68	1535,36	1555,05
80	1574,73	1594,41	1614,10	1633,78	1653,47	1673,15	1692,84	1712,52	1732,20	1751,89
90	1771,57	1791,26	1810,94	1830,62	1850,31	1869,99	1889,68	1909,36	1929,04	1948,73
100	1968,41	1988,10	2007,78	2027,47	2047,15	2066,83	2086,52	2106,20	2125,89	2145,57

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 26. a) Cuarteri englezi — kilograme
b) Kilograme — cuarteri englezi

a) 1 quarter = 28 lbs. = 12,700 59 kg

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	12,7006	25,4012	38,1018	50,8024	63,5030	76,2035	88,9041	101,605	114,305
10	127,006	139,706	152,407	165,108	177,808	190,509	203,209	215,910	228,611	241,311
20	254,012	266,712	279,413	292,114	304,814	317,515	330,215	342,916	355,617	368,317
30	381,018	393,718	406,419	419,119	431,820	444,521	457,221	469,922	482,622	495,323
40	508,024	520,724	533,425	546,125	558,826	571,527	584,227	596,928	609,628	622,329
50	635,030	647,730	660,431	673,131	685,832	698,532	711,233	723,934	736,634	749,335
60	762,035	774,736	787,437	800,137	812,838	825,538	838,239	850,940	863,640	876,341
70	889,041	901,742	914,442	927,143	939,844	952,544	965,245	977,945	990,646	1003,35
80	1016,05	1028,75	1041,45	1054,15	1066,85	1079,55	1092,25	1104,95	1117,65	1130,35
90	1143,05	1155,75	1168,45	1181,15	1193,86	1206,56	1219,26	1231,96	1244,66	1257,36
100	1270,06	1282,76	1295,46	1308,16	1320,86	1333,56	1346,26	1358,96	1371,66	1384,36

b) 1 kg = 0,078 736 51 quarter

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,078 74	0,157 47	0,236 21	0,314 95	0,393 68	0,472 42	0,551 16	0,629 89	0,708 63
10	0,787 36	0,866 10	0,944 84	1,023 57	1,102 31	1,181 05	1,259 78	1,338 52	1,417 26	1,495 99
20	1,574 73	1,653 47	1,732 20	1,810 94	1,889 68	1,968 41	2,047 15	2,125 88	2,204 62	2,283 36
30	2,362 09	2,440 83	2,519 57	2,598 30	2,677 04	2,755 78	2,834 51	2,913 25	2,991 99	3,070 72
40	3,149 46	3,228 20	3,306 93	3,385 67	3,464 40	3,543 14	3,621 88	3,700 61	3,779 35	3,858 09
50	3,936 82	4,015 56	4,094 30	4,173 03	4,251 77	4,330 51	4,409 24	4,487 98	4,566 72	4,645 45
60	4,724 19	4,802 92	4,881 66	4,960 40	5,039 13	5,117 87	5,196 61	5,275 34	5,354 08	5,432 82
70	5,511 55	5,590 29	5,669 03	5,747 76	5,826 50	5,905 24	5,983 97	6,062 71	6,141 44	6,220 18
80	6,298 92	6,377 65	6,456 39	6,535 13	6,613 86	6,692 60	6,771 34	6,850 07	6,928 81	7,007 55
90	7,086 28	7,165 02	7,243 76	7,322 49	7,401 23	7,479 96	7,558 70	7,637 44	7,716 17	7,794 91
100	7,873 65	7,952 38	8,031 12	8,109 86	8,188 59	8,267 33	8,346 07	8,424 80	8,503 54	8,582 28

Tabla 27. a) Libre engleze — kilograme
b) Kilograme — libre engleze

a) 1 avoirdupois-lb. = 1,215 28 troy-lbs. = 16 ounces (a 28,3495 g) = 256 drams (a 1,771 845 g) = 7000 troygrains = 0,453 592 4 kg

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,453 59	0,907 18	1,360 78	1,814 37	2,267 96	2,721 55	3,175 15	3,628 74	4,082 33
10	4,535 92	4,989 52	5,443 11	5,896 70	6,350 29	6,803 89	7,257 48	7,711 07	8,164 66	8,618 26
20	9,071 85	9,525 44	9,979 03	10,432 6	10,886 2	11,339 8	11,793 4	12,247 0	12,700 6	13,154 2
30	13,607 8	14,061 4	14,515 0	14,968 5	15,422 1	15,875 7	16,329 3	16,782 9	17,236 5	17,690 1
40	18,143 7	18,597 3	19,050 9	19,504 5	19,958 1	20,411 7	20,865 3	21,318 8	21,772 4	22,226 0
50	22,679 6	23,133 2	23,586 8	24,040 4	24,494 0	24,947 6	25,401 2	25,854 8	26,308 4	26,762 0
60	27,215 5	27,669 1	28,122 7	28,576 3	29,029 9	29,483 5	29,937 1	30,390 7	30,844 3	31,297 9
70	31,751 5	32,205 1	32,658 7	33,112 2	33,565 8	34,019 4	34,473 0	34,926 6	35,380 2	35,833 8
80	36,287 4	36,741 0	37,194 6	37,648 2	38,101 8	38,555 4	39,008 9	39,462 5	39,916 1	40,369 7
90	40,823 3	41,276 9	41,730 5	42,184 1	42,637 7	43,091 3	43,544 9	43,998 5	44,452 1	44,905 6
100	45,359 2	45,812 8	46,266 4	46,720 0	47,173 6	47,627 2	48,080 8	48,534 4	48,988 0	49,441 6

b) 1 kg = 35,273 956 8 ounces = 564,383 3 drams = 2,204 622 3 lbs.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	2,20462	4,40924	6,61387	8,81849	11,0231	13,2277	15,4324	17,6370	19,8416
10	22,0462	24,2508	26,4555	28,6601	30,8647	33,0693	35,2740	37,4786	39,6832	41,8878
20	44,0924	46,2971	48,5017	50,7063	52,9109	55,1156	57,3202	59,5248	61,7294	63,9340
30	66,1387	68,3433	70,5479	72,7525	74,9572	77,1618	79,3664	81,5710	83,7757	85,9803
40	88,1849	90,3895	92,5941	94,7988	97,0034	99,2080	101,413	103,617	105,822	108,027
50	110,231	112,436	114,640	116,845	119,050	121,254	123,459	125,663	127,868	130,073
60	132,277	134,482	136,687	138,891	141,096	143,300	145,505	147,710	149,914	152,119
70	154,324	156,528	158,733	160,937	163,142	165,347	167,551	169,756	171,961	174,165
80	176,370	178,574	180,779	182,984	185,188	187,393	189,598	191,802	194,007	196,211
90	198,416	200,621	202,825	205,030	207,234	209,439	211,644	213,848	216,053	218,258
100	220,462	222,667	224,871	227,076	229,281	231,485	233,690	235,895	238,099	240,304

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 28. a) Uncii engleze — grame
b) Kilograme — uncii engleze

a) 1 oz. = $^{1}/_{16}$ lb. = 28,349 53 g

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	28,3495	56,6991	85,0486	113,398	141,748	170,097	198,447	226,796	255,146
10	283,495	311,845	340,194	368,544	396,893	425,243	453,592	481,942	510,292	538,641
20	566,991	595,340	623,690	652,039	680,389	708,738	737,088	765,437	793,787	822,136
30	850,486	878,835	907,185	935,534	963,884	992,234	1020,58	1048,93	1077,28	1105,63
40	1133,98	1162,33	1190,68	1219,03	1247,38	1275,73	1304,08	1332,43	1360,78	1389,13
50	1417,48	1445,83	1474,18	1502,53	1530,87	1559,22	1587,57	1615,92	1644,27	1672,62
60	1700,97	1729,32	1757,67	1786,02	1814,37	1842,72	1871,07	1899,42	1927,77	1956,12
70	1984,47	2012,82	2041,17	2069,52	2097,87	2126,21	2154,56	2182,91	2211,26	2239,61
80	2267,96	2296,31	2324,66	2353,01	2381,36	2409,71	2438,06	2466,41	2494,76	2523,11
90	2551,46	2579,81	2608,16	2636,51	2664,86	2693,21	2721,55	2749,90	2778,25	2806,60
100	2834,95	2863,30	2891,65	2920,00	2948,35	2976,70	3005,05	3033,40	3061,75	3090,10

b) 1 kg = 35,273 956 8 oz.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	35,2740	70,5479	105,822	141,096	176,370	211,644	246,918	282,192	317,466
10	352,740	388,014	423,287	458,561	493,835	529,109	564,383	599,657	634,931	670,205
20	705,479	740,753	776,027	811,301	846,575	881,849	917,123	952,397	987,671	1022,94
30	1058,22	1093,49	1128,77	1164,04	1199,31	1234,59	1269,86	1305,14	1340,41	1375,68
40	1410,96	1446,23	1481,51	1516,78	1552,05	1587,33	1622,60	1657,88	1693,15	1728,42
50	1763,70	1798,97	1834,25	1869,52	1904,79	1940,07	1975,34	2010,62	2045,89	2081,16
60	2116,44	2151,71	2186,99	2222,26	2257,53	2292,81	2328,08	2363,36	2398,63	2433,90
70	2469,18	2504,45	2539,72	2575,00	2610,27	2645,55	2680,82	2716,09	2751,37	2786,64
80	2821,92	2857,19	2892,46	2927,74	2963,01	2998,29	3033,56	3068,83	3104,11	3139,38
90	3174,66	3209,93	3245,20	3280,48	3315,75	3351,03	3386,30	3421,57	3456,85	3492,12
100	3527,40	3562,67	3597,94	3633,22	3668,49	3703,77	3739,04	3774,31	3809,59	3844,86

Tabla 29. a) Troylibre engleze — kilograme
b) Kilograme — troylibre engleze

a) 1 tr. lb. = 12 tr. oz. a 31,103 479 g = 12 · 20 dwts. a 1,555 174 g = 240 · 24 tr. grains a 0,064 798 91 g = 0,822 857 1 av. lb. = 0,373 241 746 kg

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,373 24	0,746 48	1,119 73	1,492 97	1,866 21	2,239 45	2,612 69	2,985 93	3,359 18
10	3,732 42	4,105 66	4,478 90	4,852 14	5,225 38	5,598 63	5,971 87	6,345 11	6,718 35	7,091 59
20	7,464 83	7,838 08	8,211 32	8,584 56	8.957 80	9,331 04	9,704 29	10,077 5	10,450 8	10,824 0
30	11,197 3	11,570 5	11,943 7	12,317 0	12,690 2	13,063 5	13,436 7	13,809 9	14,183 2	14,556 4
40	14,929 7	15,302 9	15,676 2	16,049 4	16,422 6	16,795 9	17,169 1	17,542 4	17,915 6	18,288 8
50	18,662 1	19,035 3	19,408 6	19,781 8	20,155 1	20,528 3	20,901 5	21,274 8	21,648 0	22,021 3
60	22,394 5	22,767 7	23,141 0	23,514 2	23,887 5	24,260 7	24.634 0	25,007 2	25,380 4	25,753 7
70	26,126 9	26,500 2	26.873 4	27,246 6	27,619 9	27,993 1	28,366 4	28,739 6	29,112 9	29,486 1
80	29,859 3	30,232 6	30.605 8	30,979 1	31,352 3	31,725 5	32.098 8	32,472 0	32,845 3	33,218 5
90	33,591 8	33,965 0	34,338 2	34,711 5	35,084 7	35,458 0	35,831 2	36,204 4	36,577 7	36,950 9
100	37,324 2	37,697 4	38,070 7	38,443 9	38,817 1	39,190 4	39,563 6	39,936 9	40,310 1	40,683 3

b) 1 kg = 2,679 228 71 tr. lbs.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	2.67923	5,35846	8,03769	10,7169	13,3961	16,0754	18 7546	21,4338	24,1131
10	26,7923	29,4715	32,1507	34,8300	37,5092	40,1884	42,8677	45,5469	48 2261	50,9053
20	53,5846	56,2638	58,9430	61,6223	64,3015	66,9807	69,6599	72,3392	75,0184	77,6976
30	80,3769	83,0561	85,7353	88,4145	91,0938	93,7730	96,4522	99,1315	101,811	104,490
40	107,169	109,848	112,528	115 207	117,886	120,565	123,245	125,924	128,603	131,282
50	133,961	136,641	139.320	141,999	144,678	147,358	150,037	152,716	155,395	158,074
60	160,754	163.433	166,112	168,791	171,471	174,150	176,829	179,508	182,188	184,867
70	187,546	190,225	192,904	195,584	198,263	200,942	203,621	206,301	208,980	211,659
80	214,338	217,018	219,697	222,376	225,055	227,734	230,414	233,093	235,772	238,451
90	241,131	243,810	246,489	249,168	251,848	254,527	257,206	259,885	262,564	265,244
100	267,923	270,602	273,281	275,961	278,640	281,319	283,998	286,677	289,357	292,036

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 30. a) Troyuncii engleze — grame
b) Kilograme — troyuncii engleze

a) 1 troyounce = 31,103 479 g

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	31,1035	62,2070	93,3104	124,414	155,517	186,621	217,724	248,828	279,931
10	311,035	342,138	373,242	404,345	435,449	466,552	497,656	528,759	559,863	590,966
20	622,070	653,173	684,277	715,380	746,483	777,587	808,690	839,794	870,897	902,001
30	933,104	964,208	995,311	1026,41	1057,52	1088,62	1119,73	1150,83	1181,93	1213,04
40	1244,14	1275,24	1306,35	1337,45	1368,55	1399,66	1430,76	1461,86	1492,97	1524,07
50	1555,17	1586,28	1617,38	1648,48	1679,59	1710,69	1741,79	1772,90	1804,00	1835,11
60	1866,21	1897,31	1928,42	1959,52	1990,62	2021,73	2052,83	2083,93	2115,04	2146,14
70	2177,24	2208,35	2239,45	2270,55	2301,66	2332,76	2363,86	2394,97	2426,07	2457,17
80	2488 28	2519,38	2550,49	2581,59	2612,69	2643,80	2674,90	2706,00	2737,11	2768,21
90	2799,31	2830,42	2861,52	2892,62	2923,73	2954,83	2985,93	3017,04	3048,14	3079,24
100	3110,35	3141,45	3172,55	3203,66	3234,76	3265,87	3296,97	3328,07	3359,18	3390,28

b) 1 kg = 32,150 74 tr.-oz.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	32,1507	64,3015	96,4522	128,603	160,754	192,904	225,055	257,206	289,357
10	321.507	353,658	385,809	417,960	450,110	482,261	514,412	546,563	578,713	610,864
20	643.015	675,166	707,316	739,467	771,618	803,769	835,919	868,070	900,221	932,372
30	964.522	996,673	1028,82	1060,97	1093,13	1125,28	1157,43	1189,58	1221,73	1253,88
40	1286,03	1318,18	1350,33	1382,48	1414,63	1446,78	1478,93	1511,08	1543,24	1575,39
50	1607,54	1639 69	1671,84	1703,99	1736,14	1768,29	1800,44	1832,59	1864,74	1896,89
60	1929,04	1961,20	1993,35	2025,50	2057,65	2089,80	2121,95	2154,10	2186,25	2218,40
70	2250,55	2282.70	2314,85	2347,00	2379,16	2411,31	2443,46	2475,61	2507,76	2539,91
80	2572,06	2604,21	2636,36	2668,51	2700,66	2732,81	2764,96	2797,11	2829,27	2861,42
90	2893,57	2925,72	2957,87	2990,02	3022,17	3054,32	3086,47	3118,62	3150,77	3182,92
100	3215,07	3247,23	3279,38	3311,53	3343,68	3375,83	3407,98	3440,13	3472,28	3504,43

Tabla 31. a) Troygrains englezi — grame
b) Grame — troygrains englezi

a) 1 troygrain = 0,064 798 914 g

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0	0,647 99	1,295 98	1,943 97	2,591 96	3,239 95	3,887 93	4,535 92	5,183 91	5,831 90
100	6,479 89	7,127 88	7,775 87	8,423 86	9,071 85	9,719 84	10,367 8	11,015 8	11,663 8	12.311 8
200	12,959 8	13,607 8	14,255 8	14,903 8	15,551 7	16,199 7	16,847 7	17,495 7	18,143 7	18,791 7
300	19,439 7	20,087 7	20,735 7	21,383 6	22,031 6	22,679 6	23,327 6	23,975 6	24,623 6	25,271 6
400	25,919 6	26,567 6	27,215 5	27,863 5	28,511 5	29,159 5	29,807 5	30,455 5	31,103 5	31,751 5
500	32,399 5	33,047 4	33,695 4	34,343 4	34,991 4	35,639 4	36,287 4	36,935 4	37,583 4	38,231 4
600	38.879 3	39,527 3	40.175 3	40,823 3	41,471 3	42,119 3	42,767 3	43,415 3	44,063 3	44,711 3
700	45,359 2	46,007 2	46,655 2	47,303 2	47,951 2	48,599 2	49,247 2	49,895 2	50,543 2	51,191 1
800	51,839 1	52,487 1	53,135 1	53,783 1	54,431 1	55,079 1	55,727 1	56,375 1	57,023 0	57,671 0
900	58,319 0	58,967 0	59,615 0	60,263 0	60,911 0	61,559 0	62,207 0	62,854 9	63,502 9	64,150 9
1000	64,798 9	65,446 9	66,094 9	66,742 9	67,390 9	68,038 9	68,686 8	69,334 8	69,982 8	70,630 8

b) 1 g = 15,432 356 1 troygrains

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	15,4324	30,8647	46,2971	61,7294	77,1618	92,5941	108,026	123,459	138,891
10	154,324	169,756	185,188	200,621	216,053	231,485	246,918	262,350	277,782	293,215
20	308,647	324,079	339,512	354,944	370,377	385,809	401,241	416,674	432,106	447,538
30	462,971	478,403	493,835	509,268	524,700	540,132	555,565	570,997	586,430	601,862
49	617,294	632,727	648,159	663,591	679,024	694,456	709,888	725,321	740,753	756,185
50	771,618	787,050	802,483	817,915	833,347	848,780	864,212	879,644	895,077	910,509
60	925,941	941,374	956,806	972,238	987,671	1003,10	1018,54	1033,97	1049,40	1064,83
70	1080,26	1095,70	1111,13	1126,56	1141,99	1157,43	1172,86	1188,29	1203,72	1219,16
80	1234,59	1250,02	1265,45	1280,89	1296,32	1311,75	1327,18	1342.62	1358,05	1373,48
90	1388,91	1404,34	1419,78	1435,21	1450,64	1466,07	1481,51	1496,94	1512,37	1527 80
100	1543,24	1558,67	1574,10	1589,53	1604,97	1620,40	1635,83	1651,26	1666,69	1682,13

Scanned with OKEN Scanner

E. Greutăţi pe unitatea de lungime

Măsuri engleze:

1 long ton/yd. = 1,111 164 t/m
1 „ „ /ft. = 3,333 493 t/m
1 „ „ /in. = 40,001 92 t/m
1 short ton/yd. = 0,992 111 t/m
1 „ „ /ft. = 2,976 333 t/m
1 „ „ /in = 35,715 996 t/m
1 troy lb./yd = 0,408 183 kg/m
1 „ „ /ft. = 1,224 548 kg/m
1 „ „ /in. = 14,694 582 kg/m
1 oz./ft. = 9,301 044 g/dm
1 „ /in. = 11,161 25 g/cm
1 tr. oz./ft. = 10,204 57 g/dm
1 „ „ /in. = 12,245 48 g/cm
1 dram/ft. = 0,581 315 g/dm
1 „ /in. = 0,697 578 g/cm
1 tr. grain/in. = 0,255 114 g/dm

1 t/m = 0,899 957 long ton/yd.
1 t/m = 0,299 986 „ „ /ft.
1 t/m = 0,024 999 „ „ /in.
1 t/m = 1,007 952 short tons/yd.
1 t/m = 0,335 984 „ „ /ft.
1 t/m = 0,027 998 7 „ „ /in.
1 kg/m = 2,449 883 tr. lbs /yd.
1 kg/m = 0,816 628 „ „ /ft.
1 kg/m = 0,068 052 3 tr. lbs./in.
1 g/dm = 0,107 515 oz./ft.
1 g/cm = 0,089 595 7 oz./in.
1 g/dm = 0,097 995 3 tr. oz./ft.
1 g/cm = 0,081 662 8 „ „ /in.
1 g/dm = 1,720 237 drams/ft.
1 g/cm = 1,433 531 „ /in.
1 g/dm = 3,919 812 tr. grains/in.

USA: De observat nota din p. 1145

Tabla 32. a) Libre engleze/yard — kilograme/metru
b) Kilograme/metru — libre engleze/yard

a) 1 lb. per yd. = 0,496 055 54 kg/m (sau 1 m/kg = 0,496 055 54 lb. per yd.)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,496 06	0,992 11	1,488 17	1,984 22	2,480 28	2,976 33	3,472 39	3,968 44	4,464 50
10	4.960 56	5,456 61	5,952 67	6,448 72	6,944 78	7,440 83	7,936 89	8,432 94	8,929 00	9,425 05
20	9,921 11	10,417 2	10,913 2	11,409 3	11,905 3	12,401 4	12,897 4	13,393 5	13,889 6	14,385 6
30	14,881 7	15,377 7	15,873 8	16,369 8	16,865 9	17,361 9	17,858 0	18,354 1	18,850 1	19,346 2
40	19,842 2	20,338 3	20,834 3	21,330 4	21,826 4	22,322 5	22,818 6	23,314 6	23,810 7	24,306 7
50	24,802 8	25,298 8	25,794 9	26,290 9	26,787 0	27,283 1	27,779 1	28,275 2	28,771 2	29,267 3
60	29,763 3	30,259 4	30,755 4	31,251 5	31,747 6	32,243 6	32,739 7	33,235 7	33,731 8	34,227 8
70	34,723 9	35,219 9	35,716 0	36,212 1	36,708 1	37,204 2	37,700 2	38,196 3	38,692 3	39,188 4
80	39,684 4	40,180 5	40,676 6	41,172 6	41,668 7	42,164 7	42,660 8	43,156 8	43,652 9	44,148 9
90	44,645 0	45,141 1	45,637 1	46,133 2	46,629 2	47,125 3	47,621 3	48,117 4	48,613 4	49,109 5
100	49,605 6	50,101 6	50,597 7	51,093 7	51,589 8	52,085 8	52,581 9	53,077 9	53,574 0	54,070 1

b) 1 kg/m = 2,015 903 3 lbs. per yd. (sau 1 yd. per lb = 2,015 903 3 m/kg)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	2,015 90	4,031 81	6,047 71	8,063 61	10,0795	12,0954	14,1113	16;1272	18,1431
10	20,1590	22,174 9	24,190 8	26,206 7	28,222 6	30,2385	32,2545	34,2704	36,2863	38,3022
20	40,3181	42,334 0	44,349 9	46,365 8	48,381 7	50,3976	52,4135	54,4294	56,4453	58,4612
30	60,4771	62,493 0	64,508 9	66,524 8	68,540 7	70,5566	72,5725	74,5884	76,6043	78,6202
40	80,6361	82,652 0	84,667 9	86,683 8	88,699 7	90,7156	92,7316	94,7475	96,7634	98,7793
50	100,795	102,811	104,827	106,843	108,859	110,875	112,891	114,906	116,922	118,938
60	120,954	122,970	124,986	127,002	129,018	131,034	133,050	135,066	137,081	139,097
70	141,113	143,129	145,145	147,161	149,177	151,193	153,209	155,225	157,240	159,256
80	161,272	163,288	165,304	167,320	169,336	171,352	173,368	175,384	177,399	179,415
90	181,431	183,447	185,463	187,479	189,495	191,511	193,527	195,543	197,559	199,574
100	201,590	203,606	205,622	207,638	209,654	211,670	213,686	215,702	217,718	219,733

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 33. a) Libre engleze/picior — kilograme/metru
b) Kilograme/metru — libre engleze/picior

a) 1 lb. per ft. = 1,488 166 62 kg/m (sau 1 m/kg = 1,488 166 62 ft. per lb.)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,488 17	2,976 33	4,464 50	5,952 67	7,440 83	8,929 00	10,4172	11,9053	13,3935
10	14,8817	16,369 8	17,858 0	19,346 2	20,834 3	22,322 5	23,810 7	25,2988	26,7870	28,2752
20	29,7633	31,251 5	32,739 7	34,227 8	35,716 0	37,204 2	38,692 3	40,1805	41,6687	43,1568
30	44,6450	46,133 2	47,621 3	49,109 5	50,597 7	52,085 8	53,574 0	55,0622	56,5503	58,0385
40	59,5267	61,014 8	62,503 0	63,991 2	65,479 3	66,967 5	68,455 7	69,9438	71,4320	72,9202
50	74,4083	75,896 5	77,384 7	78,872 8	80,361 0	81,849 2	83,337 3	84,8255	86,3137	87,8018
60	89,2900	90,778 2	92,266 3	93,754 5	95,242 7	96,730 8	98,219 0	99,7072	101,195	102,684
70	104,172	105,660	107,148	108,636	110,124	111,612	113,101	114,589	116,077	117,565
80	119,053	120,541	122,030	123,518	125,006	126,494	127,982	129,470	130,959	132,447
90	133,935	135,423	136,911	138,399	139,888	141,376	142,864	144,352	145,840	147,328
100	148,817	150,305	151,793	153,281	154,769	156,257	157,746	159,234	160,722	162,210

b) 1 kg/m = 0,671 967 77 lb. per ft. (sau 1 ft. per lb. = 0,671 967 77 m/kg)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,671 97	1,343 94	2,015 90	2,687 87	3,359 84	4,031 81	4,703 77	5,375 74	6,047 71
10	6,719 68	7,391 65	8,063 61	8,735 58	9,407 55	10,079 5	10,751 5	11,423 5	12,095 4	12,767 4
20	13,439 4	14,111 3	14,783 3	15,455 3	16,127 2	16,799 2	17,471 2	18,143 1	18,815 1	19,487 1
30	20,159 0	20,831 0	21,503 0	22,174 9	22,846 9	23,518 9	24,190 8	24,862 8	25,534 8	26,206 7
40	26,878 7	27,550 7	28,222 6	28,894 6	29,566 6	30,238 5	30,910 5	31,582 5	32,254 5	32,926 4
50	33,598 4	34,270 4	34,942 3	35,614 3	36,286 3	36,958 2	37,630 2	38,302 2	38,974 1	39,646 1
60	40,318 1	40,990 0	41,662 0	42,334 0	43,005 9	43,677 9	44,349 9	45,021 8	45,693 8	46,365 8
70	47,037 7	47,709 7	48,381 7	49,053 6	49,725 6	50,397 6	51,069 6	51,741 5	52,413 5	53,085 5
80	53,757 4	54,429 4	55,101 4	55,773 3	56,445 3	57,117 3	57,789 2	58,461 2	59,133 2	59,805 1
90	60,477 1	61,149 1	61,821 0	62,493 0	63,165 0	63,836 9	64,508 9	65,180 9	65,852 8	66,524 8
100	67,196 8	67,868 7	68,540 7	69,212 7	69,884 6	70,556 6	71,228 6	71,900 6	72,572 5	73,244 5

Tabla 34. a) Libre engleze/ţol — kilograme/centimetru
b) Kilograme/centimetru — libre engleze/ţol

a) 1 lb. per inch = 0,178 579 995 kg/cm (sau 1 cm/kg = 0,178 579 995 inch per lb.)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,178 58	0,357 16	0,535 74	0,714 32	0,892 90	1,071 48	1,250 06	1,428 64	1,607 22
10	1,785 80	1,964 38	2,142 96	2,321 54	2,500 12	2,678 70	2,857 28	3,035 86	3,214 44	3,393 02
20	3,571 60	3,750 18	3,928 76	4,107 34	4,285 92	4,464 50	4,643 08	4,821 66	5,000 24	5,178 82
30	5,357 40	5,535 98	5,714 56	5,893 14	6,071 72	6,250 30	6,428 88	6,607 46	6,786 04	6,964 62
40	7,143 20	7,321 78	7,500 36	7,678 94	7,857 52	8,036 10	8,214 68	8,393 26	8,571 84	8,750 42
50	8,929 00	9,107 58	9,286 16	9,464 74	9,643 32	9,821 90	10,000 5	10,179 1	10,357 6	10,536 2
60	10,714 8	10,893 4	11,072 0	11,250 5	11,429 1	11,607 7	11,786 3	11,964 9	12,143 4	12,322 0
70	12,500 6	12,679 2	12,857 8	13,036 3	13,214 9	13,393 5	13,572 1	13,750 7	13,929 2	14,107 8
80	14,286 4	14,465 0	14,643 6	14,822 1	15,000 7	15,179 3	15,357 9	15,536 5	15,715 0	15,893 6
90	16,072 2	16,250 8	16,429 4	16,607 9	16,786 5	16,965 1	17,143 7	17,322 3	17,500 8	17,679 4
100	17,858 0	18,036 6	18,215 2	18,393 7	18,572 3	18,750 9	18,929 5	19,108 1	19,286 6	19,465 2

b) 1 kg/cm = 5,599 731 4 lbs. per inch (sau 1 inch per lb. = 5,599 731 4 cm/kg)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	5,599 73	11,1995	16,7992	22,3989	27,9987	33,5984	39,1981	44,7979	50,3976
10	55,997 3	61,597 0	67,1968	72,7965	78,3962	83,9960	89,5957	95,1954	100,795	106,395
20	111,995	117,594	123,194	128,794	134,394	139,993	145,593	151,193	156,792	162,392
30	167,992	173,592	179,191	184,791	190,391	195,991	201,590	207,190	212,790	218,390
40	223,989	229,589	235,189	240,788	246,388	251,988	257,588	263,187	268,787	274,387
50	279,987	285,586	291,186	296,786	302,385	307,985	313,585	319,185	324,784	330,384
60	335,984	341,584	347,183	352,783	358,383	363,983	369,582	375,182	380,782	386,381
70	391,981	397,581	403,181	408,780	414,380	419,980	425,580	431,179	436,779	442,379
80	447,979	453,578	459,178	464,778	470,377	475,977	481,577	487,177	492,776	498,376
90	503,976	509,576	515,175	520,775	526,375	531,974	537,574	543,174	548,774	554,373
100	559,973	565,573	571,173	576,772	582,372	587,972	593,572	599,171	604,771	610,371

Scanned with OKEN Scanner

F. Greutăţi pe unitatea de arie (presiuni)

Măsuri engleze:

1 long ton/sq. yd. = 1,215 186 t/m²
1 „ „ /sq. ft. = 10,936 68 t/m²
1 short ton/sq. yd. = 1,084 988 t/m²
1 „ „ /sq. ft. = 9,764 89 t/m²
1 „ „ /sq. in = 140,614 kg/cm²
1 lb./sq. yd. = 0,542 494 kg/m²
1 tr. lb /sq. yd. = 0,446 395 kg/m²
1 tr. lb./sq. ft. = 4,017 555 kg/m²
1 tr. lb./sq in. = 0,057 852 8 kg/cm²
1 oz./sq. ft. = 0,305 153 kg/m²
1 oz./sq. in. = 4,394 201 g/cm²
1 tr. oz./sq ft. = 0,334 796 kg/m²
1 tr. oz./sq. in. = 4,821 066 g/cm²
1 dram/sq. in = 0,274 638 g/cm²

1 t/m² = 0,822 919 long ton/sq. yd.
1 t/m² = 0,091 435 4 long ton/sq. ft.
1 t/m² = 0,921 669 short ton/sq. yd.
1 t/m² = 0,102 408 „ „ /sq. ft.
1 kg/cm² = 0,007 111 65 sh. ton/sq. in.
1 kg/m² = 1,843 339 lbs /sq. yd.
1 kg/m² = 2,240 169 tr. lbs./sq. yd.
1 kg/m² = 0,248 908 tr. lb./sq. ft.
1 kg/cm² = 17,285 25 tr. lbs./sq. in.
1 kg/m² = 3,277 047 oz./sq. ft.
1 g/cm² = 0,227 573 oz./sq. in.
1 kg/m² = 2,986 892 tr. oz./sq. ft.
1 g/cm² = 0,207 423 tr. oz./sq. in.
1 g/cm² = 3,641 163 drams/sq. in.

U S A: De observat nota din p. 1144

Tabla 35. a) Tone engleze/ţol pătrat — kilograme/centimetru pătrat
b) Tone/centimetru pătrat — tone engleze/ţol pătrat

a) 1 ton per sq. inch = 157,488 146 kg/cm² (sau 1 kg/cm² = 157,488 146 sq. inches per ton,

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	157,488	314,976	472,464	629,953	787,441	944,929	1 102,42	1 259,91	1 417,39
10	1 574,88	1 732,37	1 889,86	2 047,35	2 204,83	2 362,32	2 519,81	2 677,30	2 834,79	2 992,27
20	3 149,76	3 307,25	3 464,74	3 622,23	3 779,72	3 937,20	4 094,69	4 252,18	4 409,67	4 567,16
30	4 724,64	4 882,13	5 039,62	5 197,11	5 354,60	5 512,09	5 669,57	5 827,06	5 984,55	6 142,04
40	6 299,53	6 457,01	6 614,50	6 771,99	6 929,48	7 086,97	7 244,45	7 401,94	7 559,43	7 716,92
50	7 874,41	8 031,90	8 189,38	8 346,87	8 504,36	8 661,85	8 819,34	8 976,82	9 134,31	9 291,80
60	9 449,29	9 606,78	9 764,26	9 921,75	10 079,2	10 236,7	10 394,2	10 551,7	10 709,2	10 866,7
70	11 024,2	11 181,7	11 339,1	11 496,6	11 654,1	11 811,6	11 969,1	12 126,6	12 284,1	12 441,6
80	12 599,1	12 756,5	12 914,0	13 071,5	13 229,0	13 386,5	13 544,0	13 701,5	13 859,0	14 016,4
90	14 173,9	14 331,4	14 488,9	14 646,4	14 803,9	14 961,4	15 118,9	15 276,4	15 433,8	15 591,3
100	15 748,8	15 906,3	16 063,8	16 221,3	16 378,8	16 536,3	16 693,7	16 851,2	17 008,7	17 166,2

b) 1 t/cm² = 6,349 684 2 tons per sq. inch (sau 1 sq. inch per ton = 6,349 684 2 cm²/t)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	6,34968	12,6994	19,0490	25,3987	31,7484	38,0981	44,4478	50,7975	57,1472
10	63,4968	69,8465	76,1962	82,5459	88,8956	95,2453	101,595	107,945	114,294	120,644
20	126,994	133,343	139,693	146,043	152,392	158,742	165,092	171,441	177,791	184,141
30	190,491	196,840	203,190	209,539	215,889	222,239	228,589	234,938	241,288	247,638
40	253,987	260,337	266,687	273,036	279,386	285,736	292,085	298,435	304,785	311,135
50	317,484	323,834	330,184	336,533	342,883	349,233	355,582	361,932	368,282	374,631
60	380,981	387,331	393,680	400,030	406,380	412,729	419,079	425,429	431,779	438,128
70	444,478	450,828	457,177	463,527	469,877	476,226	482,576	488,926	495,275	501,625
80	507,975	514,324	520,674	527,024	533,373	539,723	546,073	552,423	558,772	565,122
90	571,472	577,821	584,171	590,521	596,870	603,220	609,570	615,919	622,269	628,619
100	634,968	641,318	647,668	654,017	660,367	666,717	673,067	679,416	685,766	692,116

Tabla 36. a) Libre engleze/picior pătrat — kilograme/metru pătrat
b) Kilograme/metru pătrat — libre engleze/picior pătrat

a) 1 lb. per sq. ft. = 4,882 444 97 kg/m² (sau 1 m²/kg = 4,882 444 97 sq. ft. per lb.)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	4,882 44	9,764 89	14,6473	19,5298	24,4122	29,2947	34,1771	39,0596	43,9420
10	48,8244	53,706 9	58,589 3	63,4718	68,3542	73,2367	78,1191	83,0016	87,8840	92,7665
20	97,6489	102,531	107,414	112,296	117,179	122,061	126,944	131,826	136,708	141,591
30	146,473	151,356	156,238	161,121	166,003	170,886	175,768	180,650	185,533	190,415
40	195,298	200,180	205,063	209,945	214,828	219,710	224,592	229,475	234,357	239,240
50	244,122	249,005	253,887	258,770	263,652	268,534	273,417	278,299	283,182	288,064
60	292,947	297,829	302,712	307,594	312,476	317,359	322,241	327,124	332,006	336,889
70	341,771	346,654	351,536	356,418	361,301	366,183	371,066	375,948	380,831	385,713
80	390,596	395,478	400,360	405,243	410,125	415,008	419,890	424,773	429,655	434,538
90	439,420	444,302	449,185	454,067	458,950	463,832	468,715	473,597	478,480	483,362
100	488,244	493,127	498,009	502,892	507,774	512,657	517,539	522,422	527,304	532,187

b) 1 kg/m² = 0,204 815 42 lb. per sq ft. (sau 1 sq. ft. per lb. = 0,204 815 42 m²/kg)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,204 82	0,409 63	0,614 45	0,819 26	1,024 08	1,228 89	1,433 71	1,638 52	1,843 34
10	2,048 15	2,252 97	2,457 79	2,662 60	2,867 42	3,072 23	3,277 05	3,481 86	3,686 68	3,891 49
20	4,096 31	4,301 12	4,505 94	4,710 75	4,915 57	5,120 39	5,325 20	5,530 02	5,734 83	5,939 65
30	6,144 46	6,349 28	6,554 09	6,758 91	6,963 72	7,168 54	7,373 36	7,578 17	7,782 99	7,987 80
40	8,192 62	8,397 43	8,602 25	8,807 06	9,011 88	9,216 69	9,421 51	9,626 32	9,831 14	10,036 0
50	10,240 8	10,445 6	10,650 4	10,855 2	11,060 0	11,264 8	11,469 7	11,674 5	11,879 3	12,084 1
60	12,288 9	12,493 7	12,698 6	12,903 4	13,108 2	13,313 0	13,517 8	13,722 6	13,927 4	14,132 3
70	14,337 1	14,541 9	14,746 7	14,951 5	15,156 3	15,361 2	15,566 0	15,770 8	15,975 6	16,180 4
80	16,385 2	16,590 0	16,794 9	16,999 7	17,204 5	17,409 3	17,614 1	17,818 9	18,023 8	18,228 6
90	18,433 4	18,638 2	18,843 0	19,047 8	19,252 6	19,457 5	19,662 3	19,867 1	20,071 9	20,276 7
100	20,481 5	20,686 4	20,891 2	21,096 0	21,300 8	21,505 6	21,710 4	21,915 2	22,120 1	22,324 9

Tabla 37. a) Libre engleze/țol pătrat — kilograme/centimetru pătrat
b) Kilograme/centimetru pătrat — libre engleze/țol pătrat

a) 1 lb. per sq inch = 0,070 307 208 kg/cm² (sau 1 cm²/kg = 0,070 307 208 sq. inch per lb.)

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0	0,703 07	1,406 14	2,109 22	2,812 29	3,515 36	4,218 43	4,921 50	5,624 58	6,327 65
100	7,030 72	7,733 79	8,436 86	9,139 94	9,843 01	10,546 1	11,249 2	11,952 2	12,655 3	13,358 4
200	14,061 4	14,764 5	15 467 6	16,170 7	16,873 7	17,576 8	18,279 9	18,982 9	19,686 0	20,389 1
300	21,092 2	21,795 2	22,498 3	23,201 4	23,904 4	24,607 5	25,310 6	26,013 7	26,716 7	27,419 8
400	28,122 9	28,826 0	29,529 0	30,232 1	30,935 2	31,638 2	32,341 3	33,044 4	33,747 5	34,450 5
500	35,153 6	35,856 7	36,559 7	37,262 8	37,965 9	38,669 0	39,372 0	40,075 1	40,778 2	41,481 2
600	42,184 3	42,887 4	43,590 5	44,293 5	44,996 6	45,699 7	46,402 8	47,105 8	47,808 9	48,512 0
700	49,215 0	49,918 1	50,621 2	51,324 3	52,027 3	52,730 4	53,433 5	54,136 5	54,839 6	55,542 7
800	56,245 8	56,948 8	57,651 9	58,355 0	59,058 0	59,761 1	60,464 2	61,167 3	61,870 3	62.573 4
900	63,276 5	63,979 6	64.682 6	65,385 7	66,088 8	66,791 8	67,494 9	68,198 0	68,901 1	69,604 1
1000	70,307 2	71,010 3	71,713 3	72,416 4	73,119 5	73,822 6	74,525 6	75,228 7	75,931 8	76,634 8

b) 1 kg/cm² = 14,223 293 lbs. per sq. inch[1]) (sau 1 sq. inch per lb. = 14,223 293 cm²/kg)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	14,2233	28,4466	42.6699	56,8932	71,1165	85,3398	99,5631	113,786	128,010
10	142,233	156,456	170,680	184,903	199,126	213,349	227,573	241,796	256,019	270,243
20	284,466	298,689	312,912	327,136	341,359	355,582	369,806	384,029	398,252	412,475
30	426,699	440,922	455,145	469,369	483,592	497,815	512,039	526,262	540,485	554,708
40	568,932	583,155	597,378	611,602	625,825	640,048	654,271	668,495	682,718	696,941
50	711,165	725,388	739,611	753,835	768,058	782,281	796,504	810,728	824,951	839,174
60	853,398	867,621	881,844	896,067	910,291	924,514	938,737	952,961	967,184	981,407
70	995,631	1009,85	1024,08	1038,30	1052,52	1066,75	1080,97	1095,19	1109,42	1123,64
80	1137,86	1152,09	1166,31	1180,53	1194,76	1208,98	1223,20	1237,43	1251,65	1265,87
90	1280,10	1294,32	1308,54	1322,77	1336,99	1351,21	1365,44	1379,66	1393,88	1408,11
100	1422,33	1436,55	1450,78	1465,00	1479,22	1493,45	1507,67	1521,89	1536,12	1550,34

[1]) După hotărîrile celei de a treia conferințe pentru tabela internațională de abur,
(Continuare în p. 1168)

Tabla 38. a) Troygrains/țol pătrat — gram/decimetru pătrat
b) Gram/decimetru pătrat — troygrains/țol pătrat

a) 1 troygrain per sq. inch = 1,004 3887 g/dm^2 (sau 1 dm^2/g = 1,004 3887 troygrain per sq inch)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	1,00439	2,00878	3,01317	4,01755	5,02194	6,02633	7,03072	8,03511	9,03950
10	10,0439	11,0483	12,0527	13,0571	14,0614	15,0658	16,0702	17,0746	18,0790	19,0834
20	20,0878	21,0922	22,0966	23,1009	24,1053	25,1097	26,1141	27,1185	28,1229	29,1273
30	30,1317	31,1360	32,1404	33,1448	34,1492	35,1536	36,1580	37,1624	38,1668	39,1712
40	40,1755	41,1799	42,1843	43,1887	44,1931	45,1975	46,2019	47,2063	48,2107	49,2150
50	50,2194	51,2238	52,2282	53,2326	54,2370	55,2414	56,2458	57,2502	58,2545	59,2589
60	60,2633	61,2677	62,2721	63,2765	64,2809	65,2853	66,2897	67,2940	68,2984	69,3028
70	70,3072	71,3116	72,3160	73,3204	74,3248	75,3292	76,3335	77,3379	78,3423	79,3467
80	80,3511	81,3555	82,3599	83,3643	84,3686	85,3730	86,3774	87,3818	88,3862	89,3906
90	90,3950	91,3994	92,4038	93,4081	94,4125	95,4169	96,4213	97,4257	98,4301	99,4345
100	100,439	101,443	102,448	103,452	104,456	105,461	106,465	107,470	108,474	109,478

b) 1 g/dm^2 = 0,995 630 51 troygrain per sq. inch (sau 1 sq. inch per troygrain = 0,995 630 51 dm^2/g)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,99563	1,99126	2,98689	3,98252	4,97815	5,97378	6,96941	7,96504	8,96067
10	9,95631	10,9519	11,9476	12,9432	13,9388	14,9345	15,9301	16,9257	17,9213	18,9170
20	19,9126	20,9082	21,9039	22,8995	23,8951	24,8908	25,8864	26,8820	27,8777	28,8733
30	29,8689	30,8645	31,8602	32,8558	33,8514	34,8471	35,8427	36,8383	37,8340	38,8296
40	39,8252	40,8209	41,8165	42,8121	43,8077	44,8034	45,7990	46,7946	47,7903	48,7859
50	49,7815	50,7772	51,7728	52,7684	53,7640	54,7597	55,7553	56,7509	57,7466	58,7422
60	59,7378	60,7335	61,7291	62,7247	63,7204	64,7160	65,7116	66,7072	67,7029	68,6985
70	69,6941	70,6898	71,6854	72,6810	73,6767	74,6723	75,6679	76,6635	77,6592	78,6548
80	79,6504	80,6461	81,6417	82,6373	83,6330	84,6286	85,6242	86,6199	87,6155	88,6111
90	89,6067	90,6024	91,5980	92,5936	93,5893	94,5849	95,5805	96,5762	97,5718	98,5674
100	99,5631	100,559	101,554	102,550	103,546	104,541	105,537	106,532	107,528	108,524

Tabla 39. Compararea unităților de presiune [1])

Unitatea	kg/cm^2	mm Hg	atm. fizică	bar	kcal T I / m^3	inch Hg	pound / sq. inch
1 kg/cm^2	1	735,559	0,967 84	0,980 66[2])	23,419 8	28,959 1	14,223 3
1000mm Hg[3]) . .	1,359 51	1000	1,315 79	1,333 22	31,839 5	39,370 1	19,337 1
1 atm. fizică . . .	1,033 23	760,000	1	1,013 25	24,197 9	29,921 3	14,695 9
1 bar[4])	1,019 72	750,062	0,986 92	1	23,881 5	29,530 0	14,503 5
1kcalTI m^3[5]) . .	0,042 699	31,4076	0,041 326	0,041 873	1	1,236 52	0,607 32
10 inch Hg . .	0,345 32	254,000	0,334 21	0,338 64	8,087 19	10	4,911 52
10 lb/sq. inch	0,703 07	517,151	0,680 46	0,689 48	16,465 8	20,360 3	10

1 atm (veche) a 28 țoli par. = 0,997 32 atm. fiz., valoarea reciprocă 1,002 69.

(Continuare din p. 1167)
din Septemvrie 1934, 1 kg/cm^2 = 14,2233 lbs. per sq inch (calculat din media dintre țolul englez și american = 25,4000 mm).

[1]) Valorile stabilite de a treia conferință a tabelei internaționale de abur în Septemvrie 1934 pentru unitatea de presiune libre/țol pătrat (lb./in^2) sunt calculate pe baza mediei dintre țolul englez și american 2,540 00 cm și diferă numai insensibil de valorile din tabla de mai sus pentru țolul pătrat englez exact. — Cp. și tablele detaliate 40 ș. u.

[2]) Accelerația gravitației în punctul de standardizare = 980,665 cm/s^2.

[3]) Greutatea specifică a mercurului = 13,5951 kg/dm^3 la 0° C, 1 mm coloană de mercur = 1 tor.

[4]) 1 bar (b) = 10^6 dine/cm^2, 1 milibar (mb) = 10^{-3} b, 1 microbar (μb) = 10^{-6} b.

[5]) 1 kilokalorie internațională (kcal TI) = 426,99 kgm, din 3,6721 · 10^5/860 (1 kWh int. = 3,6721 · 10^5 kgm = 860 kcal TI).

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 40. a) Kilograme/centimetru pătrat — mm col. Hg (tori) la 0° C
b) Milimetri col. Hg la 0° C — mm col. apă la 4° C

a) 1 kg/cm² = 10 000 mm col. apă = 5,5591 mm col. Hg

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	735,559	1 471,12	2 206,68	2 942,24	3 677,80	4 413,35	5 148,91	5 884,47	6 620,03
10	7 355,59	8 091,15	8 826,71	9 562,27	10 297,8	11 033,4	11 768,9	12 504,5	13 240,1	13 975,6
20	14 711,2	15 446,7	16 182,3	16 917,9	17 653,4	18 389,0	19 124,5	19 860,1	20 595,7	21 331,2
30	22 066,8	22 802,3	23 537,9	24 273,5	25 009,0	25 744,6	26 480,1	27 215,7	27 951,3	28 686,8
40	29 422,4	30 157,9	30 893,5	31 629,0	32 364,6	33 100,2	33 835,7	34 571,3	35 306,8	36 042,4
50	36 778,0	37 513,5	38 249,1	38 984,6	39 720,2	40 455,8	41 191,3	41 926,9	42 662,4	43 398,0
60	44 133,5	44 869,1	45 604,7	46 340,2	47 075,8	47 811,3	48 546,9	49 282,5	50 018,0	50 753,6
70	51 489,1	52 224,7	52 960,3	53 695,8	54 431,4	55 166,9	55 902,5	56 638,1	57 373,6	58 109,2
80	58 844,7	59 580,3	60 315,8	61 051,4	61 787,0	62 522,5	63 258,1	63 993,6	64 729,2	65 464,8
90	66 200,3	66 935,9	67 671,4	68 407,0	69 142,6	69 878,1	70 613,7	71 349,3	72 084,8	72 820,4
100	73 555,9	74 291,5	75 027,0	75 762,6	76 498,1	77 233,7	77 969,3	78 704,8	79 440,4	80 175,9

b) 1 mm col. Hg = 13,5951 mm col. apă = 0,001 359 51 kg/cm²

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	13,5951	27,1902	40,7853	54,3804	67,9755	81,5706	95,1657	108,761	122,356
10	135,951	149,546	163,141	176,736	190,331	203,926	217,522	231,117	244,712	258,307
20	271,902	285,497	299,092	312,687	326,282	339,878	353,473	367,068	380,663	394,258
30	407,853	421,448	435,043	448,638	462,233	475,828	489,424	503,019	516,614	530,209
40	543,804	557,399	570,994	584,589	598,184	611,780	625,375	638,970	652,565	666,160
50	679,755	693,350	706,945	720,540	734,135	747,730	761,326	774,921	788,516	802,111
60	815,706	829,301	842,896	856,491	870,086	883,682	897,277	910,872	924,467	938,062
70	951,657	965,252	978,847	992,442	1006,04	1019,63	1033,23	1046,82	1060,42	1074,01
80	1087,61	1101,20	1114,80	1128,39	1141,99	1155,58	1169,18	1182,77	1196,37	1209,96
90	1223,56	1237,15	1250,75	1264,34	1277,94	1291,53	1305,13	1318,72	1332,32	1345,91
100	1359,51	1373,11	1386,70	1400,30	1413,89	1427,49	1441,08	1454,68	1468,27	1481,87

Tabla 41. a) Atmosfere fizice în kg/cm² şi b) invers

a) 1 atm = 1,033 228 kg/cm²

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,033 23	2,066 46	3,099 68	4,132 91	5,166 14	6,199 37	7,232 60	8,265 82	9,299 05
10	10,3323	11,365 5	12,398 7	13,432 0	14,465 2	15,498 4	16,531 6	17,564 9	18,598 1	19,631 3
20	20,6646	21,697 8	22,731 0	23,764 2	24,797 5	25,830 7	26,863 9	27,897 2	28,930 4	29,963 6
30	30,9968	32,030 1	33,063 3	34,096 5	35,129 8	36,163 0	37,196 2	38,229 4	39,262 7	40,295 9
40	41,3291	42,362 3	43,395 6	44.428 8	45,462 0	46,495 3	47,528 5	48,561 7	49,594 9	50,628 2
50	51,6614	52,694 6	53,727 9	54,761 1	55,794 3	56,827 5	57,860 8	58,894 0	59,927 2	60,960 5
60	61,9937	63,026 9	64,060 1	65,093 4	66,126 6	67,159 8	68,193 0	69,226 3	70,259 5	71,292 7
70	72,3260	73,359 2	74,392 4	75,425 6	76,458 9	77,492 1	78,525 3	79,558 6	80,591 8	81,625 0
80	82,6582	83,691 5	84,724 7	85,757 9	86,791 2	87,824 4	88,857 6	89,890 8	90,924 1	91,957 3
90	92,9905	94,023 7	95,057 0	96,090 2	97,123 4	98,156 7	99,189 9	100,223	101,256	102,290
100	103,323	104,356	105,389	106,422	107,456	108,489	109,522	110,555	111,589	112,622

b) 1 kg/cm² = 0,967 841 atm

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,967 84	1,935 68	2,903 52	3,871 36	4,839 20	5,807 05	6,774 89	7,742 73	8,710 57
10	9,678 41	10,646 3	11,614 1	12,581 9	13,549 8	14,517 6	15,485 5	16,453 3	17,421 1	18,389 0
20	19,356 8	20,324 7	21,292 5	22,260 3	23,228 2	24,196 0	25,163 9	26,131 7	27,099 5	28,067 4
30	29,035 2	30,003 1	30,970 9	31,938 8	32,906 6	33,874 4	34,842 3	35,810 1	36,778 0	37,745 8
40	38,713 6	39,681 5	40,649 3	41,617 2	42,585 0	43,552 8	44,520 7	45,488 5	46,456 4	47,424 2
50	48,392 0	49,359 9	50,327 7	51,295 6	52,263 4	53,231 3	54,199 1	55,166 9	56,134 8	57,102 6
60	58,070 5	59,038 3	60,006 1	60,974 0	61,941 8	62,909 7	63,877 5	64,845 3	65,813 2	66,781 0
70	67,748 9	68,716 7	69,684 6	70,652 4	71,620 2	72,588 1	73,555 9	74,523 8	75,491 6	76,459 4
80	77,427 3	78,395 1	79,363 0	80,330 8	81,298 6	82,266 5	83,234 3	84,202 2	85,170 0	86,137 8
90	87,105 7	88,073 5	89,041 4	90,009 2	90,977 1	91,944 9	92,912 7	93,880 6	94,848 4	95,816 3
100	96,784 1	97,751 9	98,719 8	99,687 6	100,655	101,623	102,591	103,559	104,527	105,495

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 42. a) Bari — atmosfere fizice
b) Atmosfere fizice — bari

a) 1 b = 0,986 922 54 atm

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,98692	1,97385	2,96077	3,94769	4,93462	5,92154	6,90846	7,89538	8,88231
10	9,86923	10,8562	11,8431	12,8300	13,8169	14,8038	15,7908	16,7777	17,7646	18,7515
20	19,7385	20,7254	21,7123	22,6992	23,6862	24,6731	25,6600	26,6469	27,6338	28,6208
30	29,6077	30,5946	31,5815	32,5685	33,5554	34,5423	35,5292	36,5162	37,5031	38,4900
40	39,4769	40,4638	41,4508	42,4377	43,4246	44,4115	45,3985	46,3854	47,3723	48,3592
50	49,3462	50,3331	51,3200	52,3069	53,2938	54,2808	55,2677	56,2546	57,2415	58,2285
60	59,2154	60,2023	61,1892	62,1761	63,1631	64,1500	65,1369	66,1238	67,1108	68,0977
70	69,0846	70,0715	71,0585	72,0454	73,0323	74,0192	75,0061	75,9931	76,9800	77,9669
80	78,9538	79,9408	80,9277	81,9146	82,9015	83,8885	84,8754	85,8623	86,8492	87,8361
90	88,8231	89,8100	90,7969	91,7838	92,7708	93,7577	94,7446	95,7315	96,7185	97,7054
100	98,6923	99,6792	100,666	101,653	102,640	103,627	104,614	105,601	106,588	107,575

b) 1 atm = 1,013 250 75 b

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,01325	2,02650	3,03975	4,05300	5,06625	6,07950	7,09275	8,10601	9,11926
10	10,1325	11,1458	12,1590	13,1723	14,1855	15,1988	16,2120	17,2253	18,2385	19,2518
20	20,2650	21,2783	22,2915	23,3048	24,3180	25,3313	26,3445	27,3578	28,3710	29,3843
30	30,3975	31,4108	32,4240	33,4373	34,4505	35,4638	36,4770	37,4903	38,5035	39,5168
40	40,5300	41,5433	42,5565	43,5698	44,5830	45,5963	46,6095	47,6228	48,6360	49,6493
50	50,6625	51,6758	52,6890	53,7023	54,7155	55,7288	56,7420	57,7553	58,7685	59,7818
60	60,7950	61,8083	62,8215	63,8348	64,8480	65,8613	66,8745	67,8878	68,9010	69 9143
70	70,9275	71,9408	72,9541	73,9673	74,9806	75,9938	77,0071	78,0203	79,0336	80,0468
80	81 0601	82,0733	83,0866	84,0998	85,1131	86,1263	87.1396	88.1528	89,1661	90,1793
90	91,1926	92,2058	93,2191	94,2323	95,2456	96,2588	97,2721	98,2853	99,2986	100,312
100	101,325	102,338	103,352	104,365	105,378	106,391	107,405	108,418	109,431	110,444

Tabla 43. a) Bari — kilograme/centimetru pătrat [1])
b) Kilograme/centimetru pătrat — bari

a) 1 b = 1,019 716 kg/cm²

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,01972	2,03943	3,05915	4,07886	5,09858	6,11830	7,13801	8,15773	9,17744
10	10,1972	11,2169	12,2366	13,2563	14,2760	15,2957	16,3155	17,3352	18,3549	19,3746
20	20,3943	21,4140	22,4338	23,4535	24,4732	25,4929	26,5126	27,5323	28,5520	29,5718
30	30,5915	31,6112	32,6309	33,6506	34,6703	35,6901	36,7098	37,7295	38,7492	39,7689
40	40,7886	41,8084	42,8281	43,8478	44,8675	45,8872	46,9069	47,9267	48,9464	49,9661
50	50,9858	52,0055	53,0252	54,0449	55,0647	56,0844	57,1041	58,1238	59,1435	60,1632
60	61,1830	62,2027	63,2224	64,2421	65,2618	66,2815	67,3013	68,3210	69,3407	70,3604
70	71,3801	72,3998	73,4196	74,4393	75,4590	76,4787	77,4984	78,5181	79,5378	80,5576
80	81,5773	82,5970	83,6167	84,6364	85,6561	86,6759	87,6956	88,7153	89,7350	90,7547
90	91 7744	92,7942	93,8139	94,8336	95,8533	96,8730	97,8927	98,9125	99,9322	100,952
100	101,972	102,991	104,011	105,031	106,050	107 070	108,090	109,110	110,129	111,149

b) 1 kg/cm² = 0,980 665 b

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,98067	1,96133	2,94200	3,92266	4,90332	5,88399	6,86466	7,84532	8,82598
10	9.80665	10,7873	11,7680	12,7486	13,7293	14,7100	15,6906	16,6713	17,6520	18,6326
20	19.6133	20,5940	21,5746	22,5553	23,5360	24.5166	25,4973	26,4780	27,4586	28,4393
30	29.4200	30,4006	31,3813	32,3619	33,3426	34.3233	35,3039	36,2846	37,2653	38 2459
40	39,2266	40,2073	41,1879	42,1686	43,1493	44.1299	45,1106	46,0913	47,0719	48,0526
50	49,0333	50,0139	50,9946	51,9752	52,9559	53,9366	54,9172	55,8979	56,8786	57,8592
60	58 8399	59,8206	60,8012	61,7819	62,7626	63,7432	64,7239	65,7046	66,6852	67,6659
70	68,6466	69,6272	70,6079	71,5885	72,5692	73,5499	74,5305	75,5112	76,4919	77,4725
80	78,4532	79,4339	80,4145	81,3952	82,3759	83,3565	84,3372	85,3179	86,2985	87,2792
90	88 2598	89.2405	90,2212	91,2018	92,1825	93,1632	94,1438	95,1245	96,1052	97,0858
100	98,0665	99,0472	100,028	101,008	101,989	102,970	103,950	104,931	105,912	106,892

[1]) Tabla 43 se poate folosi şi pt. calculele cu acceleraţia gravitaţiei $g = 9{,}806\,65\ m/s^2$.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 44. a) Bari — milimetri col. Hg
b) Metri col. Hg — bari

a) 1 b = 750,062 mm col. Hg

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	750,062	1 500,12	2 250,19	3 000,25	3 750,31	4 500,37	5 250,43	6 000,50	6 750,56
10	7 500,62	8 250,68	9 000,74	9 750,81	10 500,9	11 250,9	12 001,0	12 751,1	13 501,1	14 251,2
20	15 001,2	15 751,3	16 501,4	17 251,4	18 001,5	18 751,6	19 501,6	20 251,7	21 001,7	21 751,8
30	22 501,9	23 251,9	24 002,0	24 752,0	25 502,1	26 252,2	27 002,2	27 752,3	28 502,4	29 252,4
40	30 002,5	30 752,5	31 502,6	32 252,7	33 002,7	33 752,8	34 502,9	35 252,9	36 003,0	36 753,0
50	37 503,1	38 253,2	39 003,2	39 753,3	40 503,3	41 253,4	42 003,5	42 753,5	43 503,6	44 253,7
60	45 003,7	45 753,8	46 503,8	47 253,9	48 004,0	48 754,0	49 504,1	50 254,2	51 004,2	51 754,3
70	52 504,3	53 254,4	54 004,5	54 754,5	55 504,6	56 254,6	57 004,7	57 754,8	58 504,8	59 254,9
80	60 005 0	60 755,0	61 505,1	62 255,1	63 005,2	63 755,3	64 505,3	65 255,4	66 005,5	66 755,5
90	67,505,6	68 255,6	69 005,7	69 755,8	70 505,8	71 255,9	72 006,0	72 756,0	73 506,1	74 256,1
100	75 006,2	75 756,3	76 506,3	77 256,4	78 006,4	78 756,5	79 506,6	80 256,6	81 006,7	81 756,8

b) 1 m col. Hg = 1,333 224 b

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,33322	2,66645	3,99967	5,33290	6,66612	7,99934	9,33257	10 6658	11,9990
10	13,3322	14,6655	15,9987	17,3319	18,6651	19,9984	21,3316	22,0648	23,9980	25,3313
20	26,6645	27,9977	29,3309	30,6642	31,9974	33,3306	34,6638	35,9970	37,3303	38,6635
30	39,9967	41,3299	42,6632	43,9964	45,3296	46,6628	47,9961	49,3293	50 6625	51,9957
40	53,3290	54,6622	55,9954	57,3286	58,6619	59,9951	61,3283	62,6615	63,9948	65,3280
50	66,6612	67,9944	69,3276	70,6609	71,9941	73,3273	74,6605	75,9938	77,3270	78,6602
60	79,9934	81,3267	82,6599	83,9931	85,3263	86,6596	87,9928	89,3260	90,6592	91,9925
70	93,3257	94,6589	95,9921	97,3254	98,6586	99,9918	101,325	102,658	103,991	105,325
80	106,658	107,991	109,324	110,658	111,991	113,324	114,657	115,990	117,324	118,657
90	119,990	121,323	122,657	123,990	125,323	126,656	127,990	129,323	130,656	131,989
100	133,322	134,656	135,989	137,322	138,655	139,989	141,322	142,655	143,988	145,321

Tabla 45. a) Libre engleze/ţol pătrat — mm col. Hg
b) Metri col. Hg — libre engleze/ţol pătrat

a) 1 lb. per sq. inch = 51,715 109 mm col. Hg

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	51,7151	103,430	155,145	206,860	258 576	310,291	362,006	413,721	465,436
10	517,151	568,866	620,581	672,296	724,012	775,727	827,442	879,157	930,872	982,587
20	1034,30	1086,02	1137,73	1189,45	1241,16	1292,88	1344,59	1396,31	1448,02	1499,74
30	1551,45	1603,17	1654,88	1706,60	1758,31	1810,03	1861,74	1913,46	1965,17	2016,89
40	2068,60	2120,32	2172,03	2223,75	2275,46	2327,18	2378,90	2430,61	2482,33	2504,04
50	2585,76	2637,47	2689,19	2740,90	2792,62	2844,33	2896,05	2947,76	2999,48	3051,19
60	3102,91	3154,62	3206,34	3258,05	3309,77	3361,48	3413,20	3464,91	3516,63	3568,34
70	3620,06	3671,77	3723,49	3775,20	3826,92	3878,63	3930,35	3982,06	4033,78	4085,49
80	4137,21	4188,92	4240,64	4292,35	4344,07	4395,78	4447,50	4499,21	4550,93	4602,64
90	4654,36	4706,07	4757,79	4809,51	4861,22	4912,94	4964,65	5016,37	5068,08	5119,80
100	5171,51	5223,23	5274,94	5326,66	5378,37	5430,09	5481,80	5533,52	5585,23	5636,95

b) 1 m col. Hg = 19,336 708 8 lbs. per sq. inch

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	19,3367	38,6734	58,0101	77,3468	96,6835	116,020	135,357	154,694	174,030
10	193,367	212,704	232,041	251,377	270,714	290,051	309,387	328,724	348,061	367,397
20	386,734	406,071	425,408	444,744	464,081	483,418	502,754	522,091	541,428	560,765
30	580,101	599,438	618,775	638,111	657,448	676,785	696,122	715,458	734,795	754,132
40	773,468	792,805	812,142	831,478	850,815	870,152	889,489	908,825	928,162	947,499
50	966,835	986,172	1005,51	1024,85	1044,18	1063,52	1082,86	1102,19	1121,53	1140,87
60	1160,20	1179,54	1198,88	1218,21	1237,55	1256,89	1276,22	1295,56	1314,90	1334,23
70	1353,57	1372,91	1392,24	1411,58	1430,92	1450,25	1469,59	1488,93	1508,26	1527,60
80	1546,94	1566,27	1585,61	1604,95	1624,28	1643,62	1662,96	1682,29	1701,63	1720,97
90	1740,30	1759,64	1778,98	1798,31	1817,65	1836,99	1856,32	1875,66	1895,00	1914,33
100	1933,67	1953,01	1972,34	1991,68	2011,02	2030,35	2049,69	2069,03	2088,36	2107,70

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 46. a) Ţoli englezi col. Hg — atmosfere fizice
b) Atmosfere fizice — ţoli englezi col. Hg

a) 1 inch of mercury = 0,033 420 995 atm

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,033 42	0,066 84	0,100 26	0,133 68	0,167 10	0,200 53	0,233 95	0,267 37	0,300 79
10	0,334 21	0,367 63	0,401 05	0,434 47	0,467 89	0,501 31	0,534 74	0,568 16	0,601 58	0,635 00
20	0,668 42	0,701 84	0,735 26	0,768 68	0,802 10	0,835 52	0,868 95	0,902 37	0,935 79	0,969 21
30	1,002 63	1,036 05	1,069 47	1,102 89	1,136 31	1,169 73	1,203 16	1,236 58	1,270 00	1,303 42
40	1,336 84	1,370 26	1,403 68	1,437 10	1,470 52	1,503 94	1,537 37	1,570 79	1,604 21	1,637 63
50	1,671 05	1,704 47	1,737 89	1,771 31	1,804 73	1,838 15	1,871 58	1,905 00	1,938 42	1,971 84
60	2,005 26	2,038 68	2,072 10	2,105 52	2,138 94	2,172 36	2,205 79	2,239 21	2,272 63	2,306 05
70	2,339 47	2,372 89	2,406 31	2,439 73	2,473 15	2,506 57	2,540 00	2,573 42	2,606 84	2,640 26
80	2,673 68	2,707 10	2,740 52	2,773 94	2,807 36	2,840 78	2,874 21	2,907 63	2,941 05	2,974 47
90	3,007 89	3,041 31	3,074 73	3,108 15	3,141 57	3,174 99	3,208 42	3,241 84	3,275 26	3,308 68
100	3,342 10	3,375 52	3,408 94	3,442 36	3,475 78	3,509 20	3,542 63	3,576 05	3,609 47	3,642 89

b) 1 atm = 29,921 312 inches of mercury

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	29,9213	59,8426	89,7639	119,685	149,607	179,528	209,449	239,370	269,292
10	299,213	329,134	359,056	388,977	418,898	448,820	478,741	508,662	538,584	568,505
20	598,426	628,348	658,269	688,190	718,111	748,033	777,954	807,875	837,797	867,718
30	897,639	927,561	957,482	987,403	1017,32	1047,25	1077,17	1107,09	1137,01	1166,93
40	1196,85	1226,77	1256,70	1286,62	1316,54	1346,46	1376,38	1406,30	1436,22	1466,14
50	1496,07	1525,99	1555,91	1585,83	1615,75	1645,67	1675,59	1705,51	1735,44	1765,36
60	1795,28	1825,20	1855,12	1885,04	1914,96	1944,89	1974,81	2004,73	2034,65	2064,57
70	2094,49	2124,41	2154,33	2184,26	2214,18	2244,10	2274,02	2303,94	2333,86	2363,78
80	2393,70	2423,63	2453,55	2483,47	2513,39	2543,31	2573,23	2603,15	2633,08	2663,00
90	2692,92	2722,84	2752,76	2782,68	2812,60	2842,52	2872,45	2902,37	2932,29	2962,21
100	2992,13	3022,05	3051,97	3081,90	3111,82	3141,74	3171,66	3201,58	3231,50	3261,42

G. Greutăţi pe unitatea de volum (greutăţi specifice)

Măsuri engleze:

1 long ton/cu. yd. = 1,328 946 t/m³
1 „ „ /cu. ft. = 35,881 547 t/m³
1 short ton/cu. yd. = 1,186 559 t/m³
1 „ „ /cu. ft. = 32,070 959 t/m³
1 lb./cu. yd. = 0,593 280 kg/m³
1 lb./cu. in. = 0,027 680 0 kg/cm³
1 tr. lb /cu. yd. = 0,488 184 kg/m³
1 tr. lb./cu. ft. = 13,180 976 kg/m³
1 tr. lb./cu. in. = 22,776 73 g/cm³
1 oz./cu. ft. = 1,001 159 kg/m³
1 oz./cu. in. = 1,730 003 g/cm³
1 tr. oz./cu. ft. = 1,098 414 kg/m³
1 tr. oz /cu. in. = 1,898 060 g/cm³
1 dram/cu. in. = 0,108 125 g/cm³
1 cwt./Imp.-Quarter = 0,174 614 kg/dm³
1 lb./Imp.-gallon = 0,099 779 2 kg/dm³
1 lb./pint = 0,798 234 kg/dm³
1 tr. lb./Imp.-gallon = 0,082 104 kg/dm³
1 tr. lb./pint = 0,656 832 kg/dm³

1 t/m³ = 0,752 476 long ton/cu. yd.
1 t/m³ = 0,027 128 7 „ „ /cu. ft.
1 t/m³ = 0,842 773 short ton/cu. yd.
1 t/m³ = 0,030 384 2 „ „ /cu. ft.
1 kg/m³ = 1,685 546 lb /cu. yd.
1 kg/cm³ = 36,127 102 lbs./cu. in.
1 kg/m³ = 2,048 406 7 tr. lbs./cu. yd.
1 kg/m³ = 0,075 866 9 tr. lb./cu. ft.
1 kg/cm³ = 43,904 47 tr. lbs./cu. in.
1 kg/m³ = 0,998 842 oz./cu. ft.
1 g/cm³ = 0,578 034 oz./cu. in.
1 kg/m³ = 0,910 404 tr. oz /cu. ft.
1 g/cm³ = 0,526 853 tr. oz /cu. in.
1 g/cm³ = 9,248 536 drams/cu. in.
1 kg/dm³ = 5,726 932 cwts./Imp.-Quarter
1 kg/dm³ = 10,022 134 lbs./Imp.-gallon
1 kg/dm³ = 1,252 766 lbs./pint
1 kg/dm³ = 12,179 67 tr. lbs./Imp.-gallon
1 kg/dm³ = 1,522 458 tr. lbs./pint

USA: (De observat nota din p. 1145):

1 lb/USA-gallon = 0,119 826 kg/dm³
1 tr. lb/USA-gallon = 0,072 182 3 kg/dm³

1 kg/dm³ = 8,345 470 lbs./USA-gallon
1 kg/dm³ = 13,853 82 tr. lbs /USA-gallon

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 47. a) Libre engleze/picior cub — kilograme/metru cub
b) Kilograme/metru cub — libre engleze/picior cub

a) 1 lb. per cu. ft. = 16,018 548 kg/m³ (sau 1 m³/kg = 16,018 548 cu. ft. per lb.)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	16,0185	32,0371	48,0556	64,0742	80,0927	96,1113	112,130	128,148	144,167
10	160,185	176,204	192,223	208,241	224,260	240,278	256,297	272,315	288,334	304,352
20	320,371	336,390	352,408	368,427	384,445	400,464	416,482	432,501	448,519	464,538
30	480,556	496,575	512,594	528,612	544,631	560,649	576,668	592,686	608,705	624,723
40	640,742	656,760	672,779	688,798	704,816	720,835	736,853	752,872	768,890	784,909
50	800,927	816,946	832,964	848,983	865,002	881,020	897,039	913,057	929,076	945,094
60	961,113	977,131	993,150	1009,17	1025,19	1041,21	1057,22	1073,24	1089,26	1105,28
70	1121,30	1137,32	1153,34	1169,35	1185,37	1201,39	1217,41	1233,43	1249,45	1265,47
80	1281,48	1297,50	1313,52	1329,54	1345,56	1361,58	1377,60	1393,61	1409,63	1425,65
90	1441,67	1457,69	1473,71	1489,72	1505,74	1521,76	1537,78	1553,80	1569,82	1585,84
100	1601,85	1617,87	1633,89	1649,91	1665,93	1681,95	1697,97	1713,98	1730,00	1746,02

b) 1 kg/m³ = 0,062 427 63 lb. per cu. ft. (sau 1 cu. ft. per lb = 0,062 427 63 m³/kg)

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0	0,62428	1,24855	1,87283	2,49711	3,12138	3,74566	4,36993	4,99421	5,61849
100	6,24276	6,86704	7,49132	8,11559	8,73987	9,36414	9,98842	10,6127	11,2370	11,8612
200	12,4855	13,1098	13,7341	14,3584	14,9826	15,6069	16,2312	16,8555	17,4797	18,1040
300	18,7283	19,3526	19,9768	20,6011	21,2254	21,8497	22,4739	23,0982	23,7225	24,3468
400	24,9711	25,5953	26,2196	26,8439	27,4682	28,0924	28,7167	29,3410	29,9653	30,5895
500	31,2138	31,8381	32,4624	33,0866	33,7109	34,3352	34,9595	35,5837	36,2080	36,8323
600	37,4566	38,0809	38,7051	39,3294	39,9537	40,5780	41,2022	41,8265	42,4508	43,0751
700	43,6993	44,3236	44,9479	45,5722	46,1964	46,8207	47,4450	48,0693	48,6936	49,3178
800	49,9421	50,5664	51,1907	51,8149	52,4392	53,0635	53,6878	54,3120	54,9363	55,5606
900	56,1849	56,8091	57,4334	58,0577	58,6820	59,3062	59,9305	60,5548	61,1791	61,8034
1000	62,4276	63,0519	63,6762	64,3005	64,9247	65,5490	66,1733	66,7976	67,4218	68,0461

Tabla 48. Scări areometrice

γ = greutatea specifică, n = grade areometrice

a) Pentru lichide[1]) mai grele decât apa

A = scara raţională Baumé $\gamma = 144,30/(144,30 - n)$; $n = 144,3 - 143,3/\gamma$; temp. norm. 15°
B_1 = Baumé $\gamma = 146,78/(146,78 - n)$; $n = 146,78 - 146,78/\gamma$; 17,5°
C = Baumé olandez $\gamma = 144/(144 - n)$; $n = 144 - 144/\gamma$; 12,5°
D = Baumé american $\gamma = 145/(145 - n)$; $n = 145 - 145/\gamma$; 60° F = 15,56° C
E = Balling $\gamma = 200/(200 - n)$; $n = 200 - 200/\gamma$; 17,5°
F = Beck $\gamma = 170/(170 - n)$; $n = 170 - 170/\gamma$; 12,5°
G = Brix-Fischer $\gamma = 400/(400 - n)$; $n = 400 - 400/\gamma$; 12,5° R = 15,625° C
H = Stoppani $\gamma = 166/(166 - n)$; $n = 166 - 166/\gamma$; 12,5° R = 15,625° C
J = greut. rel. la 15° C raportată la apă de 15° C
K = greut. rel. la 15° C raportată la apă de 4° C

A	B_1	C	D	E	F	G	H	J	K
0	+ 0,05	− 0,04	0,00	+ 0,07	− 0,05	+ 0,03	+ 0,01	1,0000	0,9991
10	10,22	+ 9,94	+10,05	13,92	+11,74	27,75	11,52	1,0745	1,0735
20	20,39	19,92	20,10	27,78	23,52	55,47	23,02	1,1609	1,1599
30	30,56	29,91	30,15	41,64	35,31	83,19	34,52	1,2625	1,2614
40	40,73	39,89	40,19	55,49	47,09	110,90	46,02	1,3835	1,3823
50	50,89	49,87	50,24	69,35	58,87	138,62	57,53	1,5302	1,5289
60	61,06	59,85	60,29	83,20	70,66	166,34	69,03	1,7117	1,7102
64	65,13	63,84	64,31	88,74	75,37	177,43	73,63	1,7970	1,7954
66	67,16	65,84	66,32	91,51	77,73	182,97	75,93	1,8429	1,8413
68	69,20	67,84	68,33	94,29	80,08	188,51	78,23	—	—

[1]) Domke şi Reimerdes, Handbuch der Aräometrie, Berlin 1912, Springer, pp. 32 şi 41. — V. şi Berl-Lunge, Chemisch-technische Untersuchungsmethoden, ed. a 8-a, Berlin 1931, Springer, vol. 1.

b) Pentru lichide mai ușoare decât apa

A = Baumé rațional $\gamma = 144,30/(144,30 + n)$; $n = 144,30/\gamma - 144,30$; temp. normală 15° C
B_1 = Baumé $\gamma = 146,78/(146,78 + n)$; $n = 146,78/\gamma - 146,78$; 17,5°
B_2 = Baumé $\gamma = 146/(136 + n)$; $n = 146/\gamma - 136$; 12,5°
C = Baumé olandez $\gamma = 144/(144 + n)$; $n = 144/\gamma - 144$; 12,5°
D = Baumé american $\gamma = 140/(130 + n)$; $n = 140/\gamma - 130$; 60° F = 15,56° C
E = Balling $\gamma = 200/(200 + n)$; $n = 200/\gamma - 200$; 17,5°
F = Beck $\gamma = 170/(170 + n)$; $n = 170/\gamma - 170$; 12,5°
G = Brix-Fischer $\gamma = 400/(400 + n)$; $n = 400/\gamma - 400$; 12,5° R = 15,625° C
H = Stoppani $\gamma = 166/(166 + n)$; $n = 166/\gamma - 166$; 12,5° R = 15,625° C
J = Cartier $\gamma = 136,8/(126,1 + n)$; $n = 136,8/\gamma - 126,1$; 12,5°
K = greut. rel. la 15° C raportată la apă de 15° C
L = greut. rel. la 15° C raportată la apă de 4° C

A	B_1	B_2	C	D	E	F	G	H	J	K	L
0	− 0,05	+10.04	+ 0,04	+10.00	− 0,07	+ 0,05	− 0,03	− 0,01	+10,74	1,000	0,999
10	+10,12	20,16	10,02	19,70	+13,78	11,83	+27,69	+11,49	20.22	0,935	0,934
20	20,28	30,28	20,00	29,40	27,64	23,62	55,40	22,99	29,71	0,878	$0,877_5$
30	30,45	40,40	29,99	39,11	41,50	35,40	83,12	34,50	39,19	0,828	0,827
40	40,62	50,52	39,97	48,81	55,35	47,19	110,84	46,00	48,67	0,783	0,782
50	50,79	60,64	49,95	58,51	69,21	58,97	138,56	57,50	58,15	0,743	0,742
60	60,96	70,76	59,93	68,21	83,06	70,75	166,27	69,00	67,64	$0,706_3$	$0,705_7$
70	71,13	80,88	69,91	77,91	96,92	82,54	193,99	80,51	77,12	$0,673_4$	$0,672_8$
78	79,27	88,98	77,90	85,68	108,00	91,97	216,17	89,71	84,71	$0,649_1$	$0,648_6$
80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	$0,643_3$	$0,642_8$
90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	$0,615_9$	$0,615_3$

Cifrele din tablă se înțeleg astfel, încât liniile orizontale pentru același lichid și aceeași temperatură (oarecare) să se corespundă. Cifrele gradelor citite pe un areometru sunt însă exacte numai dacă măsurătoarea se efectuează la temperatură normală care rezidă la baza sistemului de areometru ales. Valorile greutăților specifice pentru gradele diferitelor tipuri de areometru în Stoffhütte, ed. a 2-a, p. 968.

După ordonanța oficială densitatea e raportul masă/volum, unitatea de densitate (g/ml) = densitatea apei pure la 4° C și presiunea de 1 atm. Potrivirea plutitoarelor pe densitatea apei la 20° C, egală cu 0,9982 g/ml.

H. Vitese. Frecvențe

Tabela 49. a) **Milimetri (sau metri)/secundă — metri (sau kilometri)/oră, centimetri cubi (sau decimetri cubi) secundă — decimetri cubi (sau metri cubi)/oră, grame (sau kilograme)/secundă — kilograme (sau tone)/oră**

b) **Metri (sau kilometri)/oră — milimetri (sau metri)/secundă, litri (sau metri cubi)/oră — milimetri cubi (sau decimetri cubi)/secundă, kilograme (sau tone)/oră — grame (sau kilograme)/secundă**

a) 1 mm/s etc. = 3,600 m/h etc.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	3,6	7,2	10,8	14,4	18,0	21,6	25,2	28,8	32,4
10	36,0	39,6	43,2	46,8	50,4	54,0	57,6	61,2	64,8	68,4
20	72,0	75,6	79,2	82,8	86,4	90,0	93,6	97,2	100,8	104,4
30	108,0	111,6	115,2	118,8	122,4	126,0	129,6	133,2	136,8	140,4
40	144,0	147,6	151,2	154,8	158,4	162,0	165,6	169,2	172,8	176,4
50	180,0	183,6	187,2	190,8	194,4	198,0	201,6	205,2	208,8	212,4
60	216,0	219,6	223,2	226,8	230,4	234,0	237,6	241,2	244,8	248,4
70	252,0	255,6	259,2	262,8	266,4	270,0	273,6	277,2	280,8	284,4
80	288,0	291,6	295,2	298,8	302,4	306,0	309,6	313,2	316,8	320,4
90	324,0	327,6	331,2	334,8	338,4	342,0	345,6	349,2	352,8	356,4
100	360,0	363,6	367,2	370,8	374,4	378,0	381,6	385,2	388,8	392,4

b) 1 m/h etc. = 0,277 78 mm/s etc.

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0	2,778	5,556	8,333	11,111	13,889	16,667	19,444	22,222	25,000
100	27,778	30,556	33,333	36,111	38,889	14,667	44,444	47,222	50,000	52,778
200	55,556	58,333	61,111	63,889	66,667	69,444	72,222	75,000	77,778	80,556
300	83,333	86,111	88,889	91,667	94,444	197,222	100,000	102,778	105,556	108,333
400	111,111	113,889	116,667	119,444	122,222	25,000	127,778	130,556	133,333	136,111
500	138,889	141,667	144,444	147,222	150,000	152,778	155,556	158,333	161,111	163,889
600	166,667	169,444	172,222	175,000	177,778	180,556	183,333	186,111	188,889	191,667
700	194,444	197,222	200,000	202,778	205,556	208,333	211,111	213,889	216,667	219,444
800	222,222	225,000	227,778	230,556	233,333	236,111	238,889	241,667	244,444	247,222
900	250,000	252,778	255,556	258,333	261,111	263,889	266,667	269,444	272,222	275,000
1000	277,778	280,556	283,333	286,111	288,889	291,667	294,444	297,222	300,000	302,778

Tabla 50. Noduri (pe oră) — metri/secundă

1 nd = = 1852 m/h = 0,514 44 m/s

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,514	1,029	1,543	2,058	2,572	3,087	3,601	4,116	4,630
10	5,144	5,659	6,173	6,688	7,202	7,717	8,231	8,745	9,260	9,774
20	10,289	10,803	11,318	11,832	12,347	12,861	13,375	13,890	14,404	14,919
30	15.433	15,948	16,462	16,977	17.491	18,005	18,520	19 034	19.549	20,063
40	20,578	21,092	21,606	22,121	22,635	23.150	23,664	24,179	24,693	25,208
50	25,722	26,236	26,751	27,265	27,780	28,294	28,809	29,323	29,838	30,352
60	30.866	31,381	31,895	32,410	32,924	33,439	33,953	34,467	34,982	35,496
70	36,011	36,525	37,040	37,554	38,069	38,583	39,097	39,612	40,126	40,641
80	41,155	41,670	42,184	42,699	43,213	43,727	44,242	44,756	45,271	45,785
90	46,300	46,814	47,328	47,843	48,357	48,872	49,386	49,901	50,415	50,930
100	51.444	51,959	52,473	52,988	53,502	54,017	54,531	55,046	55,560	56,074

Valorile din tablă trebue înmulțite cu 1,000 64 pentru m i l a marină engleză și cu 0,0017 pentru m i l a a m i r a l i t ă ț i i e n g l e z e (p. 1138).

Tabla 51. Noduri (pe oră) — yarzi englezi/oră

1 nd = 1852 m/h = 0,999 34 knot p. hour [1]) = 2025,36 yds. p. hour

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	2 025,36	4 050,72	6 076,08	8 101,44	10 126,8	12 152,2	14 177,5	16 202,9	18 228,2
10	20 253,6	22 279,0	24 304,3	26 329,7	28 355,0	30 380,4	32 405,8	34 431,1	36 456,5	38 481,8
20	40 507,2	42 532,6	44 557,9	46 583,3	48 608,6	50 634,0	52 659,4	54 684,7	56 710,1	58 735,4
30	60 760,8	62 786,2	64 811,5	66 836,9	68 862,2	70 887,6	72 913,0	74 938,3	76 963 7	78 989,0
40	81014,4	83 039,8	85 065,1	87 090,5	89 115,8	91 141,2	93 166,6	95 191,9	97 217,3	99 242,6
50	101 268	103 293	105 319	107 344	109 370	111 395	113 420	115 446	117 471	119 497
60	121 522	123 547	125 572	127 598	129 623	131 649	133 674	135 699	137 725	139 750
70	141 775	143 801	145,826	147 851	149 877	151 902	153 928	155 953	157 978	160 004
80	162 029	164 054	166 080	168 105	170 130	172 156	174 181	176 207	178 232	180 257
90	182 282	184 308	186 333	188 359	190 384	192 409	194 435	196 460	198 486	200 511
100	202 536	204 561	206 587	208 612	210 638	212 663	214 688	216 714	218 739	220 764

[1]) 1 knot p. hour = 2026,67 yds. p. hour.

Tabla 52. a) Mile terestre engleze pe oră — metri pe secundă
b) Metri pe secundă — mile terestre engleze pe oră

a) 1 statute mile per hour = 0,447 039 2 m/s

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,447 04	0,894 08	1,341 12	1,788 16	2,235 20	2,682 24	3,129 27	3,576 31	4,023 35
10	4,470 39	4,917 43	5,364 47	5,811 51	6,258 55	6,705 59	7,152 63	7,599 67	8,046 71	8,493 74
20	8,940 78	9,387 82	9,834 86	10,281 9	10,728 9	11,176 0	11,623 0	12,070 1	12,517 1	12,964 1
30	13,411 2	13,858 2	14,305 3	14,752 3	15,199 3	15,646 4	16,093 4	16,540 5	16,987 5	17,434 5
40	17,881 6	18,328 6	18,775 6	19,222 7	19,669 7	20,116 8	20,563 8	21,010 8	21,457 9	21,904 9
50	22,352 0	22,799 0	23,246 0	23,693 1	24,140 1	24,587 2	25,034 2	25,481 2	25,928 3	26,375 3
60	26,822 4	27,269 4	27,716 4	28,163 5	28,610 5	29,057 5	29,504 6	29,951 6	30,398 7	30,845 7
70	31,292 7	31,739 8	32,186 8	32,633 9	33,080 9	33,527 9	33,975 0	34,422 0	34,869 1	35,316 1
80	35,763 1	36,210 2	36,657 2	37,104 3	37,551 3	37,998 3	38,445 4	38,892 4	39,339 4	39,786 5
90	40,233 5	40,680 6	41,127 6	41,574 6	42,021 7	42,468 7	42,915 8	43,362 8	43,809 8	44,256 9
100	44,703 9	45,151 0	45,598 0	46,045 0	46,492 1	46,939 1	47,386 2	47,833 2	48,280 2	48,727 3

b) 1 m/s = 2,236 940 statute miles per hour

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	2,236 94	4,473 88	6,710 82	8,947 76	11,1847	13,4216	15,6586	17,8955	20,1325
10	22,3694	24,606 3	26,843 3	29,080 2	31,317 2	33,5541	35,7910	38,0280	40,2649	42,5019
20	44,7388	46,975 7	49,212 7	51,449 6	53,686 6	55,9235	58,1604	60,3974	62,6343	64,8713
30	67,1082	69,345 1	71,582 1	73,819 0	76,056 0	78,2929	80,5298	82,7668	85,0037	87,2407
40	89,4776	91,714 5	93,951 5	96,188 4	98,425 4	100,662	102,899	105,136	107,373	109,610
50	111,847	114,084	116,321	118,558	120,795	123,032	125,269	127,506	129,743	131,979
60	134,216	136,453	138,690	140,927	143,164	145,401	147,638	149,875	152,112	154,349
70	156,586	158,823	161,060	163,297	165,534	167,771	170,007	172,244	174,481	176,718
80	178,955	181,192	183,429	185,666	187,903	190,140	192,377	194,614	196,851	199,088
90	201,325	203,562	205,798	208,035	210,272	212,509	214,746	216,983	219,220	221,457
100	223,694	225,931	228,168	230,405	232,642	234,879	237,116	239,353	241,590	243,826

Valorile din tabla a) trebue înmulțite cu 1,151 52 pentru *mila marină engleză* și cu 1,152 69 pentru *mila amiralității engleze*; valorile din tabla b) trebue împărțite cu aceleași numere.

Tabla 53. Metri/secundă — picioare engleze/minut

1 m/s = 196,851 ft. per min

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	196,9	393,7	590,6	787,4	984	1 181	1 378	1 575	1 772
10	1 969	2 165	2 362	2 559	2 756	2 953	3 150	3 346	3 543	3 740
20	3 937	4 134	4 331	4 528	4 724	4 921	5 118	5 315	5 512	5 709
30	5 906	6 102	6 299	6 496	6 693	6 890	7 087	7 283	7 480	7 677
40	7 874	8 070	8 268	8 465	8 661	8 858	9 055	9 252	9 449	9 646
50	9 843	10 039	10 236	10 433	10 630	10 827	11 024	11 221	11 417	11 614
60	11 811	12 008	12 205	12 402	12 598	12 795	12 992	13 189	13 386	13 583
70	13 780	13 976	14 173	14 370	14 567	14 764	14 961	15 158	15 354	15 551
80	15 748	15 945	16 142	16 339	16 535	16 732	16 929	17 126	17 323	17 520
90	17 717	17 913	18 110	18 307	18 504	18 701	18 898	19 095	19 291	19 488
100	19 685	19 882	20 079	20 276	20 472	20 669	20 866	21 063	21 260	21 457

Tabla 54. Metri cubi/oră — picioare cubice engleze/minut

1 m³/h = 0,588 579 4 cu. ft. per min

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	0,59	1,18	1,77	2,35	2,94	3,53	4,12	4,71	5,31
10	5,89	6,47	7,06	7,65	8,24	8,83	9,42	10,01	10,59	11,18
20	11,77	12,36	12,95	13,54	14,13	14,71	15,30	15,89	16,48	17,07
30	17,66	18,25	18,83	19,42	20,01	20,60	21,19	21,78	22,37	22,95
40	23,54	24,13	24,72	25,31	25,90	26,47	27,07	27,66	28,25	28,84
50	29,43	30,02	30,61	31,19	31,78	32,37	32,96	33,55	34,14	34,73
60	35,31	35,90	36,49	37,08	37,67	38,26	38,85	39,43	40,02	40,61
70	41,20	41,79	42,38	42,97	43,55	44,14	44,73	45,32	45,91	46,50
80	47,09	47,67	48,26	48,85	49,44	50,03	50,62	51,21	51,79	52,38
90	52,97	53,56	54,15	54,74	55,33	55,92	56,50	57,09	57,68	58,27
100	58,86	59,45	60,04	60,63	61,21	61,80	62,39	62,98	63,57	64,16

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 55. Viteza orară (V) la o durată de parcurs (t) pentru o distanță de probă de 1 km [1])
V în km/h, t în min și s pe km

s	min 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞	60,000	30,000	20,000	15,000	12,000	10,000	8,571	7,500	6,600	6,000
2	1800,0	58,064	29,508	19,780	14,876	11,921	9,945	8,531	7,469	6,647	5,980
4	900,00	56,250	29,032	19,565	14,754	11,842	9,890	8,491	7,438	6,618	5,960
6	600,00	54,545	28,571	19,355	14,634	11,765	9,836	8,451	7,407	6,593	5,941
8	450,00	52,941	28,125	19,149	14,516	11,688	9,783	8,411	7,377	6,569	5,921
10	360,00	51,428	27,692	18 947	14,400	11,613	9,730	8,372	7,347	6,545	5,902
12	300,00	50,000	27,273	18,750	14,286	11,538	9,677	8,333	7,317	6,522	5,882
14	257,14	48,648	26,866	18,557	14,173	11,465	9,626	8,295	7,287	6,499	5,863
16	225,00	47,368	26,471	18,367	14,063	11,392	9,574	8,257	7,258	6,475	5,844
18	200,00	46,154	26,087	18,182	13,953	11,321	9,524	8,219	7,229	6,452	5,825
20	180,00	45,000	25,714	18,000	13,846	11,250	9,474	8,182	7,200	6,429	5,806
22	163,64	43,902	25,352	17,822	13,740	11,180	9,424	8,145	7,171	6,406	5,787
24	150,00	42,857	25,000	17,647	13,636	11,111	9,375	8,108	7,143	6,383	5,769
26	138,46	41,860	24,658	17,476	13,534	11,043	9,326	8,072	7,115	6,360	5,751
28	128,57	40,909	24,324	17,308	13,433	10,976	9,278	8,036	7,087	6,338	5,732
30	120,00	40,000	24,000	17,143	13,333	10,909	9,231	8,000	7,059	6,316	5,714
32	112,50	39,130	23,684	16,981	13,235	10,843	9,184	7,965	7,031	6,294	5,696
34	105,88	38.298	23,377	16,822	13,139	10.778	9,137	7,930	7,004	6,272	5,678
36	100,00	37.500	23,077	16,667	13,043	10,714	9,091	7,895	6,977	6,250	5,660
38	94,737	36,735	22,785	16,514	12,950	10,651	9,045	7,860	6,950	6,228	5,643
40	90,000	36,000	22,500	16,364	12,847	10,588	9,000	7,826	6,923	6,207	5,625
42	85,714	35,294	22,222	16,216	12,766	10,526	8,955	7,792	6,897	6,186	5,607
44	81,818	34,615	21,951	16,071	12,676	10,465	8,911	7,759	6,870	6,164	5,590
46	78,261	33.962	21,687	15,929	12,587	10,405	8,867	7,725	6,844	6,143	5,573
48	75,000	33,333	21,429	15,789	12,500	10,345	8,824	7,692	6,818	6,122	5,556
50	72,000	32,727	21,176	15,652	12,414	10,286	8,780	7,660	6,792	6,102	5,538
52	69,231	32,143	20,930	15,517	12,329	10,227	8,738	7,627	6,767	6,081	5,522
54	66,667	31,579	20,690	15,385	12,245	10,169	8,696	7,595	6,742	6,061	5,505
56	64,286	31,034	20,455	15,254	12,162	10,112	8,654	7,563	6,716	6,040	5,488
58	62,069	30,508	20,225	15,126	12,081	10,056	8,612	7,531	6,691	6,020	5,471

[1]) Dacă distanța de probă e de *n* ori 1 km, valorile din tablă trebue înmulțite cu *n*. Dacă distanța de probă e măsurată în mile marine, valorile din tablă pentru V sunt valabile în noduri.

Tabla 56. Viteza orară în noduri la parcurgerea unei distanțe de probă de 1000 m în minute și secunde

s	min 0	1	2	3	4	5	6
0	–	32,397	16,198	10,799	8,099	6,479	5,399
2	–	31,352	15,933	10,680	8,032	6,436	5,369
4	–	30,372	15,676	10,564	7,966	6,394	5,340
6	–	29,452	15,427	10,450	7,901	6,352	5,311
8	–	28,585	15,186	10,339	7,838	6,311	5 282
10	–	27,769	14,952	10,230	7,775	6.270	5,253
12	–	26,997	14,726	10,124	7,713	6,230	5,224
14	–	26,268	14,508	10,019	7,653	6,190	5,197
16	–	25,576	14,293	9,917	7,593	6,151	5,169
18	–	24,921	14,085	9,816	7,534	6,112	5,142
20	–	24,298	13,884	9,719	7,476	6,074	5,115
22	–	23,705	13,688	9,623	7,419	6,036	5,088
24	–	23,141	13,498	9,528	7,363	5,999	5,062
26	–	22,602	13,316	9,436	7,306	5,962	5,035
28	–	22,089	13,134	9,345	7,253	5,926	5,009
30	64,794	21,598	12,959	9,256	7,199	5,890	4,984
32	60,745	21,128	12,778	9.169	7,146	5,854	4,958
34	57,171	20.675	12,622	9,083	7,094	5,819	4,933
36	53,995	20,248	12,460	8,999	7,043	5,785	4,908
38	51,153	19,835	12,302	8,916	6,992	5,751	4,884
40	48,596	19,438	12,149	8,835	6,942	5,717	4,859
42	46,281	19,057	11,999	8,755	6,893	5,683	4,835
44	44,178	18,690	11,852	8,677	6,844	5,650	4,811
46	42,257	18,338	11,709	8,601	6,796	5,618	4,787
48	40,496	17,998	11,570	8,525	6,749	5,585	4,764
50	38,876	17,671	11,434	8,451	6,702	5,553	4,741
52	37,381	17,355	11,301	8,378	6,657	5,522	4,718
54	35,996	17,051	11,171	8,307	6.612	5,491	4,695
56	34,711	16,757	11,044	8,232	6,567	5,460	4,672
58	33,514	16,473	10,920	8,159	6,523	5,429	4,650

Nd = mile marine pe oră = 3600 · 1000/(1852 · timpul în s) = 1943,84/timpul în s.

Scanned with OKEN Scanner

Tabela 57

Frecvențele și lungimile de undă ale oscilațiilor

(v. și pp. 233 și 282)

Pentru oscilațiile (undele) electromagnetice avem:

Frecvența (f) $\times$ lungimea de undă (λ) $=$ viteza luminii (c)

f în Hertz (Hz, per/s), λ în cm, $c = 300\,000$ km/s $= 3 \cdot 10^{10}$ cm/s

	f	λ
Oscilații mecanice		
Infrasunete (cutremure de pământ, oscilațiile terenului)	10^{-3}—15	
Sunete audibile: muzică	16—16 000	
„ „ limbaj	100—10 000	
Ultrasunete	$2 \cdot 10^4$—10^7	
Oscilații electromagnetice		
J o a s ă f r e c v e n ț ă		
Curent alternativ de tracțiune	$16^2/_3$	$1{,}8 \cdot 10^9$
„ „ pt. forță și lumină	50	$6 \cdot 10^8$
Transmisiuni electroacustice	30—10 000	$1 \cdot 10^9$—$3 \cdot 10^6$
Curenți telefonici	300— 2 500	$1 \cdot 10^8$—$1{,}2 \cdot 10^7$
I n a l t ă f r e c v e n ț ă		
Unde pe fir	≈ 6000	$\approx 5 \cdot 10^6$
Radiotehnică	$3 \cdot 10^3$—$3 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^5$—$1 \cdot 10^2$
Unde lungi	$2 \cdot 10^4$—$3 \cdot 10^5$	$1{,}5 \cdot 10^6$—$1 \cdot 10^5$
Unde medii	$3 \cdot 10^5$—$3 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^5$—$1 \cdot 10^4$
Unde scurte	$3 \cdot 10^6$—$3 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^4$—$1 \cdot 10^3$
Unde ultrascurte	$3 \cdot 10^7$—$3 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^3$—$1 \cdot 10^2$
Unde decimetrice	$3 \cdot 10^8$—$3 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^2$—$1 \cdot 10^1$
Unde centimetrice	$3 \cdot 10^9$—$3 \cdot 10^{10}$	$1 \cdot 10^1$—$1 \cdot 10^0$
Unde hertziene	$5 \cdot 10^8$—$3 \cdot 10^{11}$	$6 \cdot 10^1$—$1 \cdot 10^{-1}$
Limita oscilațiilor electrice de emisiune	$\approx 3 \cdot 10^{11}$	$\approx 1 \cdot 10^{-1}$
U n d e t e r m i c e ș i l u m i n o a s e		
Radiațiuni termice	$\approx 10^{12}$	$\approx 3 \cdot 10^{-2}$
Infra(ultra-)roșu	$8 \cdot 10^{11}$—$4 \cdot 10^{14}$	$3{,}75 \cdot 10^{-2}$—$7{,}5 \cdot 10^{-5}$
Lumină vizibilă	$4 \cdot 10^{14}$—$8 \cdot 10^{14}$	$7{,}5 \cdot 10^{-5}$—$3{,}75 \cdot 10^{-5}$
Lumină roșie	$\approx 4 \cdot 10^{14}$	$\approx 7{,}5 \cdot 10^{-5}$
Lumină violetă	$\approx 8 \cdot 10^{14}$	$\approx 3{,}75 \cdot 10^{-5}$
Lumină ultravioletă,		
de undă lungă	$8 \cdot 10^{14}$—$1{,}5 \cdot 10^{15}$	$3{,}75 \cdot 10^{-5}$—$2 \cdot 10^{-5}$
de undă scurtă	$1{,}5 \cdot 10^{15}$—$3 \cdot 10^{16}$	$2 \cdot 10^{-4}$—$1 \cdot 10^{-6}$
Raze Roentgen,		
moi	$1 \cdot 10^{16}$—$3 \cdot 10^{18}$	$3 \cdot 10^{-6}$—$1 \cdot 10^{-8}$
dure	$3 \cdot 10^{18}$—$5 \cdot 10^{19}$	$1 \cdot 10^{-8}$—$6 \cdot 10^{-10}$
Raze electronice în microscopul electronic	$\approx 6 \cdot 10^{19}$	$\approx 5 \cdot 10^{-10}$
Raze gama	$1 \cdot 10^{19}$—$3 \cdot 10^{20}$	$3 \cdot 10^{-9}$—$5 \cdot 10^{-11}$
Raze cosmice	$1{,}5 \cdot 10^{22}$—$1{,}5 \cdot 10^{24}$	$2 \cdot 10^{-12}$—$2 \cdot 10^{-14}$

J. Energii (valori de lucru mecanic și putere)

Tabla 58. Compararea unităților de lucru mecanic [1]

Unitatea	Joule [2] (= 10^7 erg) J	Joule int./s J int.	Kilogram metru kgm	Libră-picior [3] ft-lb	Kilowatt-oră int. kWh int.	Kilocalorie int [4] kcal TI
1 J	1	0,999 7	1,019 72 · 10^{-1}	7,375 62 · 10^{-1}	2,776 94 · 10^{-7}	2,388 17 · 10^{-4}
1 J int.	1,000 30	1	1,020 02 · 10^{-1}	7,377 8 · 10^{-1}	2,777 8 · 10^{-7}	2,388 9 · 10^{-4}
1 kgm	9,806 65	9,803 71	1	7,233 0	2,723 25 · 10^{-6}	2,342 0 · 10^{-3}
1 ft-lb	1,355 82	1,355 41	1,382 55 · 10^{-1}	1	3,765 0 · 10^{-7}	3,237 · 9 10^{-4}
1 kW int.	3,601 1 · 10^6	3,600 0 · 10^6	3,672 1 · 10^5	2,656 0 · 10^6	1	8,60 · 10^2 [5]
1 kcal TI [6]	4,187 3 · 10^3	4,186 05 · 10^3	4,269 9 · 10^2 [4]	3,088 4 · 10^3	1,162 79 · 10^{-3}	1
1 BTU [7]	1,055 18 · 10^3	1,054 87 · 10^3	1,075 99 · 10^2	7,782 6 · 10^2	2,930 19 · 10^{-4}	2,519 96 · 10^{-1}
1 ft^3 · lb/in^2	1,952 38 · 10^2	1,951 79 · 10^2	1,990 87 · 10	1,440 0 · 10^2	5,421 6 · 10^{-5}	4,662 6 · 10^{-2}
1 atm · dm^3 [9]	1,013 25 · 10^2	1,012 95 · 10^2	1,033 23 · 10	7,473 35 · 10	2,813 74 · 10^{-5}	2,419 8 · 10^{-2}
1 CPh	2,647 8 · 10^6	2,647 0 · 10^6	2,700 00 · 10^5	1,952 91 · 10^6	7,352 78 · 10^{-1}	6,323 33 · 10^2
1 HPh	2,684 5 · 10^6	2,683 7 · 10^6	2,737 45 · 10^5	1,980 00 · 10^6	7,454 76 · 10^{-1}	6,411 04 · 10^2
R · grd	8,314 4	8,311 9	8,478 3 · 10^{-1}	6,132 4	2,308 85 · 10^{-6}	1,985 6 · 10^{-3}

Unitatea	British Thermal Unit [7] BTU	Picior cub libră/țol pătrat ft^3 · lb/in^2	Atmosferă-decimetru cub [9] atm · dm^3	Cal-putere-oră CPh	Horsepower-hour HPh	Constanta gazului R · grd
1 J	9,477 0 · 10^{-4}	5,121 96 · 10^{-3}	9,869 23 · 10^{-3}	3,776 73 · 10^{-7}	3,725 06 · 10^{-7}	1,202 74 · 10^{-1}
1 J int.	9,479 9 · 10^{-4}	5,123 5 · 10^{-3}	9,872 2 · 10^{-3}	3,777 86 · 10^{-7}	3,726 18 · 10^{-7}	1,203 11 · 10^{-1}
1 kgm	9,293 8 · 10^{-3}	5,022 93 · 10^{-2}	9,678 41 · 10^{-2}	3,703 70 · 10^{-6}	3,653 04 · 10^{-6}	1,179 47
1 ft-lb	1,284 91 · 10^{-3}	6,944 44 · 10^{-3}	1,338 09 · 10^{-2}	5,120 56 · 10^{-7}	5,050 51 · 10^{-7}	1,630 70 · 10^{-1}
1 kW int.	3,412 75 · 10^3	1,844 46 · 10^4	3,554 0 · 10^4	1,360 03	1,341 42	4,331 26 · 10^5
1 kcal TI	3,968 3	2,144 7 · 10	4,132 55 · 10	1,581 44 · 10^{-3}	1,559 81 · 10^{-3}	5,036 26 · 10^2
1 BTU	1	5,404 6	1,041 38 · 10	3,985 18 · 10^{-4}	3,930 66 · 10^{-4}	1,266 01 · 10^2
1 ft^3 · lb/in^2	1,850 27 · 10^{-1}	1	1,926 85	7,373 60 · 10^{-5}	7,272 72 · 10^{-5}	2,348 68 · 10
1 atm · dm^3	9,602 61 · 10^{-2}	5,189 8 · 10^{-1}	1	3,826 77 · 10^{-5}	3,774 42 · 10^{-5}	1,218 68 · 10
1 CPh	2,509 30 · 10^3	1,356 19 · 10^4	2,613 17 · 10^4	1	9,863 20 · 10^{-1}	3,184 61 · 10^5
1 HPh	2,544 10 · 10^3	1,375 00 · 10^4	2,649 42 · 10^4	1,013 87	1	3,228 78 · 10^5
1 R · grd	7,898 82 · 10^{-3}	4,258 56 · 10^{-2}	8,205 63 · 10^{-2} [8]	3,140 11 · 10^{-6}	3,097 15 · 10^{-6}	1

[1]) Valorile numerice din primele nouă linii și coloane corespund valorilor acceptate de a treia conferință pentru tabela internațională de abur.

[2]) Joulul legal (legea din 7 August 1924) e egal cu Joulul internațional; Joulul absolut e egal actualmente cu 0,9997 din cel legal (pp. 223 și 542).

[3]) Lungimea unui țol ca medie din țolul englez și american e trecută egală cu 25,4 mm.

[4]) După DIN 1309 avem 1 kcal $_{14,5/15,5°}$ = 426,9 kgm; caloria curentă 1 kcal $_{15°}$ = 0,999 54 kcal TI.

[5]) După legea din 7 August 1924.

(Continuare în p. 1180)

Tabla 59. a) Librepicioare engleze în kilogrammetri
b) Kilogrammetri în librepicioare engleze

a) 1 footpound = 0,138 254 76 kgm

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,138 25	0,276 51	0,414 76	0,553 02	0,691 27	0,829 53	0,967 78	1,106 04	1,244 29
10	1,382 55	1,520 80	1,659 06	1,797 31	1,935 57	2,073 82	2,212 08	2,350 33	2,488 59	2,626 84
20	2,765 10	2,903 35	3,041 60	3,179 86	3,318 11	3,456 37	3,594 62	3,732 88	3,871 13	4,009 39
30	4,147 64	4,285 90	4,424 15	4,562 41	4,700 66	4,838 92	4,977 17	5,115 43	5,253 68	5,391 94
40	5,580 19	5,668 45	5,806 70	5,944 95	6,083 21	6,221 46	6,359 72	6,497 97	6,636 23	6,774 48
50	6,912 74	7,050 99	7,189 25	7,327 50	7,465 76	7,604 01	7,742 27	7,880 52	8,018 78	8,157 03
60	8,295 29	8,433 54	8,571 80	8,710 05	8,848 30	8,986 56	9,124 81	9,263 07	9,401 32	9,539 58
70	9,677 83	9,816 09	9,954 34	10,092 6	10,230 9	10,369 1	10,507 4	10,645 6	10,783 9	10,922 1
80	11,060 4	11,198 6	11,336 9	11,475 1	11,613 4	11,751 7	11,889 9	12,028 2	12,166 4	12,304 7
90	12,442 9	12,581 2	12,719 4	12,857 7	12,995 9	13,134 2	13,272 5	13,410 7	13,549 0	13,687 2
100	13,825 5	13,963 7	14,102 0	14,240 2	14,378 5	14,516 7	14,655 0	14,793 3	14,931 5	15,069 8

b) 1 kgm = 7,233 023 5 footpounds

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	7,23302	14,4660	21,6991	28,9321	36,1651	43,3981	50,6312	57,8642	65,0972
10	72,3302	79,5633	86,7963	94,0293	101,262	108,495	115,728	122,961	130,194	137,427
20	144,660	151,893	159,127	166,360	173,593	180,826	188,059	195,292	202,525	209,758
30	216,991	224,224	231,457	238,690	245,923	253,156	260,389	267,622	274,855	282 088
40	289,321	296,554	303,787	311,020	318,253	325,486	332,719	339,952	347,185	354,418
50	361,651	368,884	376,117	383,350	390,583	397,816	405,049	412,282	419,515	426,748
60	433,981	441,214	448,447	455,680	462,914	470,147	477,380	484,613	491,846	499,079
70	506,312	513,545	520,778	528,011	535,244	542,477	549,710	556,943	564,176	571,409
80	578,642	585,875	593,108	600,341	607,574	614,807	622,040	629,273	636,606	643,739
90	650,972	658,205	665,438	672,671	679,904	687,137	694,370	701,603	708,836	716,069
100	723,302	730,535	737,768	745,001	752,234	759,467	766,700	773,934	781,167	788,400

Tabla 60. Compararea unităților de putere

Unitatea	Erg/s erg/s	Joule int./s J int/s	Kilogrammetri/s kgm/s	Picior-liră/s [1] ft-lb/s	Kilocalorii int./s kcal TI/s
1 erg/s	1	$0,999\,7 \cdot 10^{-7}$	$1,019\,72 \cdot 10^{-8}$	$7,375\,62 \cdot 10^{-8}$	$2,388\,17 \cdot 10^{-11}$
1 J int./s	$1,000\,3 \cdot 10^{7}$	1	$1,020\,02 \cdot 10^{-1}$	$7,377\,83 \cdot 10^{-1}$	$2,388\,89 \cdot 10^{-4}$
1 kgm/s	$9,806\,65 \cdot 10^{7}$	9,803 71	1	7,233 01	$2,341\,98 \cdot 10^{-3}$
1 ft-lb/s	$1,355\,82 \cdot 10^{7}$	1,355 41	$1,382\,55 \cdot 10^{-1}$	1	$3,237\,92 \cdot 10^{-4}$
1 kcal TI/s	$4,187\,3 \cdot 10^{10}$	$4,186\,05 \cdot 10^{3}$	$4,269\,9 \cdot 10^{2}$	$3,088\,4 \cdot 10^{3}$	1
1 CP	$7,354\,99 \cdot 10^{9}$	$7,352\,78 \cdot 10^{2}$	$7,500\,0 \cdot 10$	$5,424\,76 \cdot 10^{2}$	$1,756\,5 \cdot 10^{-1}$
1 HP	$7,457\,0 \cdot 10^{9}$	$7,454\,76 \cdot 10^{2}$	$7,604\,02 \cdot 10$	$5,500\,00 \cdot 10^{2}$	$1,780\,84 \cdot 10^{-1}$
1 kW int.	$1,000\,30 \cdot 10^{10}$	$1,000 \cdot 10^{3}$	$1,020\,02 \cdot 10^{2}$	$7,377\,83 \cdot 10^{2}$	$2,388\,89 \cdot 10^{-1}$
1 BTU/s	$1,055\,18 \cdot 10^{10}$	$1,054\,87 \cdot 10^{3}$	$1,075\,99 \cdot 10^{2}$	$7,782\,6 \cdot 10^{2}$	$2,519\,96 \cdot 10^{-1}$

[1]) Lungimea țolului calculată în 25,400 mm (media dintre țolul englez și american).

(Continuare din p. 1179)

[6]) După DIN 1309, 1 kcal = 4184 Jouli legali = 4186 Jouli absoluți.

[7]) 1 therm = 10^5 BTU.

[8]) $8,205\,63 \cdot 10^{-2} = 22,4145$ dm³/273,16° (molvolumul prin temperatura absolută; pentru mărirea molvolumului există date diferite, de ex. și 22,4160 dm³).

[9]) 1 atm · dm³ = 0,999 973 atmosfere litrice (litrul calculat cu 1,000 027 dm³ după nota [1]) din p. 785, e egal după cercetări mai noi cu 1,000 028 dm³).

(Continuare în p. 1181)

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 60. Compararea unităților de putere (continuare)

Unitatea	Cal-putere CP	Horsepower HP	Kilowatt- int. kW int.	British Therm.Unit/s BTU/s
1 erg/s	$1{,}359\,62 \cdot 10^{-10}$	$1{,}341\,02 \cdot 10^{-10}$	$9{,}997 \cdot 10^{-11}$	$9{,}477\,0 \cdot 10^{-11}$
1 J int/s	$1{,}360\,03 \cdot 10^{-3}$	$1{,}341\,42 \cdot 10^{-3}$	$1{,}000 \cdot 10^{-3}$	$9{,}479\,9 \cdot 10^{-4}$
1 kgm/s	$1{,}333\,33 \cdot 10^{-2}$	$1{,}315\,09 \cdot 10^{-2}$	$9{,}803\,71 \cdot 10^{-3}$	$9{,}293\,8 \cdot 10^{-3}$
1 ft-lb/s	$1{,}843\,40 \cdot 10^{-3}$	$1{,}818\,18 \cdot 10^{-3}$	$1{,}355\,41 \cdot 10^{-3}$	$1{,}284\,91 \cdot 10^{-3}$
1 kcal.TI/s	5,693 2	5,615 32	4,186 05	3,968 3
1 CP	1	$9{,}863\,20 \cdot 10^{-1}$	$7{,}352\,78 \cdot 10^{-1}$	$6{,}970\,27 \cdot 10^{-1}$
1 HP	1,013 87	1	$7{,}454\,76 \cdot 10^{-1}$	$7{,}066\,95 \cdot 10^{-1}$
1 kW int.	1,360 03	1,341 42	1	$9{,}479\,9 \cdot 10^{-1}$
1 BTU/s	1,434 66	1,415 02	1,054 87	1

Calul putere metric și calul putere englez

1 CP (75 kgm/s) = 0,986 3 HP

1 HP (550 ft. lb/s) = 1,013 87 CP

1 HP = 76,040 kgm/s

Tabla 61.

a) Cai putere în kilowați internaționali

d) Kilowați internaționali în cai putere

a) 1 CP = 0,735 278 kW int.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,73528	1,47056	2,20583	2,94111	3,67639	4,41167	5,14695	5,88222	6,61750
10	7,35278	8,08806	8,82334	9,55861	10,2939	11,0292	11,7644	12,4997	13,2350	13,9703
20	14,7056	15.4408	16,1761	16,9114	17,6467	18,3820	19.1172	19,8525	20,5878	21,3231
30	22,0583	22,7936	23,5289	24,2642	24,9995	25 7347	26,4700	27,2053	27,9406	28,6758
40	29,4111	30,1464	30,8817	31,6170	32,3522	33,0875	33,8228	34,5581	35,2933	36,0286
50	36,7639	37,4992	38,2345	38,9697	39,7050	40,4403	41.1756	41,9108	42,6461	43,3814
60	44,1167	44,8520	45,5872	46,3225	47,0578	47,7931	48,5283	49,2636	49,9989	50,7342
70	51,4695	52,2047	52,9400	53,6753	54,4106	55,1458	55,8811	56,6164	57,3517	58,0870
80	58,8222	59,5575	60,2928	61,0281	61,7634	62,4986	63,2339	63,9692	64,7045	65,4397
90	66,1750	66,9103	67,6456	68,3809	69,1161	69,8514	70,5867	71,3220	72,0572	72,7925
100	73,5278	74,2631	74,9984	75,7336	76,4689	77,2042	77,9395	78,6747	79,4100	80,1453

b) 1 kW int. = 1,360 026 7 CP

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,36003	2.72005	4,08008	5,44011	6,80013	8.16016	9,52019	10,8802	12,2402
10	13,6003	14,9603	16,3203	17,6803	19,0404	20,4004	21,7604	23,1205	24,4805	25.8405
20	27,2005	28,5606	29.9206	31,2806	32,6406	34,0007	35,3607	36,7207	38,0807	39,4408
30	40,8008	42,1608	43,5209	44.8809	46,2409	47,6009	48,9610	50,3210	51,6810	53.0410
40	54,4011	55,7611	57,1211	58,4811	59,8412	61,2012	62,5612	63,9213	65,2813	66,6413
50	68,0013	69,3614	70,7214	72,0814	73,4414	74,8015	76,1615	77.5215	78,8815	80,2416
60	81,6016	82,9616	84,3217	85,6817	87,0417	88,4017	89,7618	91,1218	92,4818	93,8418
70	95,2019	96,5619	97,9219	99,2819	100,642	102,002	103,362	104,722	106,082	107,442
80	108,802	110,162	111,522	112,882	114,242	115,602	116,962	118,322	119,682	121,042
90	122,402	123,762	125,122	126,482	127,843	129 203	130.563	131,923	133,283	134,643
100	136,003	137,363	138,723	140,083	141,443	142,803	144,163	145,523	146,883	148,243

(Continuare din p. 1180)

1 tonămetru = 3,229 01 tonepicioare engl.

1 tonăkilometru = 0,611 56 tonemile engl.

1 tonăpicior engl. = 0,309 69 tonemetri

1 tonămilă engl. = 1,635 16 tonekilometri

1 volt electronic (VE) = $1{,}59 \cdot 10^{-19}$ Jouli = $1{,}62 \cdot 10^{-20}$ kgm = $3{,}80 \cdot 10^{-23}$ kcal.

Tabla 62. a) Cai putere englezi în kilowaţi internaţionali
b) Kilowaţi internaţionali în cai putere englezi

a) 1 HP = 0,745 475 27 kW int.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,74548	1,49095	2,23643	2,98190	3,72738	4,47285	5,21833	5,96380	6,70928
10	7,45475	8,20023	8,94570	9,69118	10,4367	11,1821	11,9276	12,6731	13,4186	14,1640
20	14,9095	15,6550	16,4005	17,1459	17,8914	18,6369	19,3824	20.1278	20 8733	21,6188
30	22,3643	23,1097	23,8552	24,6007	25,3462	26,0916	26,8371	27,5826	28,3281	29,0735
40	29,8190	30,5645	31,3100	32,0554	32,8009	33,5464	34,2919	35,0373	35,7828	36,5283
50	37,2738	38,0192	38,7647	39,5102	40,2557	41,0011	41,7466	42,4921	43,2376	43,9830
60	44,7285	45,4740	46,2195	46,9649	47,7104	48,4559	49,2014	49,9468	50,6923	51,4378
70	52,1833	52,9287	53,6742	54,4197	55,1652	55,9106	56,6561	57.4016	58,1471	58,8925
80	59,6380	60,3835	61,1290	61,8744	62,6199	63,3654	64,1109	64,8563	65,6018	66,3473
90	67,0928	67,8382	68,5837	69,3292	70,0747	70,8202	71,5656	72,3111	73,0566	73,8021
100	74,5475	75,2930	76,0385	76,7840	77,5294	78,2749	79,0204	79,7659	80,5113	81,2568

b) 1 kW int. = 1,341 426 HP

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,34143	2,68285	4,02428	5,36570	6,70713	8,04856	9,38998	10,7314	12,0728
10	13,4143	14,7557	16,0971	17,4385	18,7800	20,1214	21,4628	22,8042	24.1457	25,4871
20	26,8285	28.1699	29,5114	30,8528	32,1942	33,5356	34,8771	36,2185	37,5599	38,9014
30	40,2428	41.5842	42,9256	44,2671	45,6085	46,9499	48,2913	49 6328	50,9742	52,3156
40	53,6570	54,9985	56,3399	57,6813	59,0227	60,3642	61,7056	63,0470	64.3884	65,7299
50	67,0713	68,4127	69,7542	71,0956	72,4370	73,7784	75,1199	76,4613	77,8027	79,1441
60	80,4856	81 8270	83,1684	84,5098	85,8513	87,1927	88,5341	89,8755	91,2170	92 5584
70	93,8998	95,2412	96.5827	97,9241	99,2655	100,607	101,948	103,290	104,631	105,973
80	107,314	108,656	109,997	111.338	112,680	114,021	115,363	116,704	118,045	119,387
90	120,728	122,070	123,411	124,753	126,094	127,435	128,777	130,118	131,460	132,801
100	134,143	135,484	136,825	138,167	139,508	140,850	142,191	143,533	144,874	146,215

Tabla 63. a) Kilocalorii internaţionale în Jouli internaţionali (Ws)
b) Kilowattsecunde internaţionale în kilocalorii internaţionale

a) 1 kcal TI = 4187,3 J = 4186,05 J int.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	4 186,05	8 372,10	12 558,2	16 744,2	20 930,2	25 116,3	29 302,4	33 488,4	37 674,4
10	41 860,5	46 046,6	50 232,6	54 418,6	58 604,7	62 790,8	66 976,8	71 162,8	75 348,9	79 535,0
20	83 721,0	87 907,1	92 093,1	96 279,2	100 465	104 651	108 837	113 023	117 209	121 395
30	125 582	129 768	133 954	138 140	142 326	146 512	150 698	154 884	159 070	163 256
40	167 442	171 628	175 814	180 000	184 186	188 372	192 558	196 744	200 930	205 116
50	209 302	213 489	217 675	221 861	226 047	230 233	234 419	238 605	242 791	246 977
60	251 163	255 349	259 535	263 721	267 907	272 093	276 279	280 465	284 651	288 837
70	293 024	297 210	301 396	305 582	309 768	313 954	318 140	322 326	326 512	330 698
80	334 884	339 070	343 256	347 442	351 628	355 814	360 000	364 186	368 372	372 558
90	376 744	380 931	385 117	389 303	393 489	397 675	401 861	406 047	410 233	414 419
100	418 605	422 791	426 977	431 163	435 349	439 535	443 721	447 907	452 093	456 279

b) 1 kWs = 0,238 888 7 kcal TI

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,238 89	0,477 78	0,716 67	0,955 55	1,194 44	1,433 33	1,672 22	1,911 11	2,150 00
10	2,388 89	2,627 78	2,866 66	3,105 55	3,344 44	3,583 33	3,822 22	4,061 11	4,300 00	4.538 89
20	4,777 77	5,016 66	5,255 55	5,494 44	5,733 33	5,972 22	6,211 11	6,449 99	6,688 88	6,927 77
30	7,166 66	7,505 55	7,644 44	7,883 33	8,122 22	8,361 10	8,599 99	8,838 88	9,077 77	9,316 66
40	9,555 55	9,794 44	10,033 3	10.272 2	10,511 1	10,750 0	10,988 9	11,227 8	11,466 7	11,705 5
50	11,944 4	12.183 3	12,422 2	12,661 1	12,900 0	13,138 9	13.377 8	13 616 7	13,855 5	14,094 4
60	14,333 3	14,572 2	14,811 1	15,050 0	15,288 9	15,527 8	15,766 7	16,005 5	16,244 4	16,483 3
70	16,722 2	16,961 1	17,200 0	17,438 9	17,677 8	17,916 7	18,155 5	18,394 4	18 633 3	18.872 2
80	19,111 1	19,350 0	19,588 9	19,827 8	20,066 7	20,305 5	20,544 4	20,783 3	21,022 2	21,261 1
90	21,500 0	21,738 9	21,977 8	22,216 6	22,455 5	22,694 4	22,933 3	23,172 2	23,411 1	23,650 0
100	28,888 9	24,127 8	24,366 6	24,605 5	24,844 4	25,083 3	25,322 2	25,561 1	25,800 0	26,038 9

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 64. a) Kilowattore — kilocalorii (1 kWh = 816 kcal) [1])
b) Kilocalorii — kilowattore (1 kcal = 0,001 162 79 kWh)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	a)	860	1720	2580	3440	4300	5160	6020	6880	7740
1000	b)	1,162 79	2,325 58	3,488 37	4,651 16	5,813 95	6,976 74	8,139 53	9,302 32	10,465 11

[1]) V. p. 1179, nota [5]).

Tabla 65. a) Kilowattore — British Thermal Units (1 kWh = 3412,75 BTU)
b) British Thermal Units — kilowattore (1 BTU = 0,000 293 019 kWh)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	a)	3 412,75	6 825,50	10 238,2	13 651,0	17 063,8	20 476,5	23 889,2	27 302,0	30 714,8
10 000	b)	2,930 19	5,860,38	8,790 57	11,720 8	14,651 0	17,581 1	20,511 3	23,441 5	26,371.7

Calul-putere-cazan

In USA se obișnuește să se vândă cazanele de abur după cai-putere-cazan (Boiler HP). Unui cal-putere-cazan îi corespunde o suprafață de încălzire de 10 picioare pătrate engleze după o hotărîre de standardizare dată de Am. Soc. of Mech. Eng. în anul 1876; în timpul acela un cazan cu suprafața de încălzire de 10 picioare pătrate producea orar aburul saturat necesar pentru 1 HP, și anume 34,5 libre engleze (= 15,65 kg/h). Pentru aburul normal englez de 212° F = 100° C se calculează cu o căldură de producere de cca 539 kcal/kg, pt. cel german cu cca 640 kcal/kg. Deci cei 34,5 lb/10 sq. in. h corespund la $[34{,}5 \cdot 0{,}454/(10 \cdot 305^2)] \cdot (539/640) = 14{,}22$ kg/m²h abur normal german.

Vaporizația cazanelor actuale se calculează în procente din această valoare. Vaporizația normală de mai sus se numește 100%-rating. Cazanele mai noi lucrează normal cu 200%-rating (adică cu $2 \cdot 14{,}22 = 28{,}4$ kg/m²h) și adesea sunt capabile de urcare până la 400%-rating (= 56,8 kg/m²h).

BHP (Bhp) = Brake Horsepower (calul putere de frânare engl. și americ.)
$1\ \text{BHP} = 2\,\pi\, n/60 \cdot r\, P/550$ [HP] (r în picioare engleze, P în libre engleze)
$= M_d n/5252 \cdot$ [HP] (p. 1073).

Tabla 66. a) British Thermal Units în kilocalorii intern.
b) Kilocalorii intern. în British Thermal Units

a) 1 BTU = 0,251 995 8 kcal T I

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,252 00	0,503 99	0,755 99	1,007 98	1,259 98	1,511 97	1,763 97	2,015 97	2,267 96
10	2,519 96	2,771 95	3,023 95	3,275 95	3,527 94	3,779 94	4,031 93	4,283 93	4,535 92	4,787 92
20	5,039 92	5,291 91	5,543 91	5,795 90	6,047 90	6,299 90	6,551 89	6,803 89	7,055 88	7,307 88
30	7,559 87	7,811 87	8,063 87	8,315 86	8,567 86	8,819 85	9,071 85	9,323 84	9,575 84	9,827 84
40	10,0798	10,3318	10,5838	10,8358	11,0878	11,3398	11,5918	11,8438	12,0958	12,3478
50	12.5998	12.8518	13,1038	13,3558	13,6078	13,8598	14.1118	14,3638	14,6158	14.8678
60	15,1197	15,3717	15,6237	15,8757	16,1277	16,3797	16,6317	16,8837	17,1357	17,3877
70	17,6397	17,8917	18,1437	18,3957	18,6477	18,8997	19,1517	19,4037	19,6557	19,9077
80	20,1597	20,4117	20,6637	20,9157	21,1676	21,4196	21,6716	21,9226	22,1756	22,4276
90	22,6796	22,9316	23,1836	23,4356	23,6876	23,9396	24,1816	24,4436	24,6956	24,9476
100	25,1996	25,4516	25,7036	25,9556	26,2076	26,4596	26,7116	26,9636	27,2155	27,4675

b) 1kcalTI= 3,968 320 1 BTU

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	3,96832	7,93664	11,9050	15,8733	19,8416	23,8099	27,7782	31,7466	35,7149
10	39,6832	43,6515	47,6198	51,5882	55,5565	59.5248	63,4931	67,4614	71,4298	75,3981
20	79,3664	83,3347	87,3030	91,2714	95,2397	99,2080	103,176	107,145	111,113	115.081
30	119,050	123,018	126,986	130,955	134,923	138,891	142,860	146,828	150,796	154,764
40	158,733	162,701	166,669	170,638	174,606	178.574	182,543	186,511	190,479	194,448
50	198,416	202,384	206,353	210.321	214,289	218,258	222,226	226,194	230.163	234,131
60	238.099	242,068	246,036	250,004	253,972	257 941	261,909	265,877	269,846	273,814
70	277,782	281,751	285.719	289,687	293,656	297,624	301,592	305,561	309,529	313,497
80	317,466	321,434	325,402	329,371	333,339	337,307	341,276	345,244	349,212	353,180
90	357,149	361,117	365,085	369,054	373,022	376,990	380,959	384,927	388,895	392,864
100	396.832	400,800	404,769	408,737	412,705	416,674	420,642	424,610	428,579	432,547

Tabla 67. Compararea kilocaloriei intern. cu unitatea engl. de căldură (British Thermal Unit)

1 BTU = (libre engl./kg × °F/°C) kcal TI = 0,453 592 4 · 5/9 kcal TI = 0,251 996 kcal TI

Avem	BTU în kcal	kcal în BTU	BTU/lb. în kcal/kg	kcal/kg în BTU/lb.	BTU/cu. ft. în kcal/m³	kcal/m³ în BTU/cu. ft.	BTU/sq. ft. în kcal/m²	kcal/m² în BTU/sq. ft.	BTU/sq in în kcal/m²	kcal/m² în BTU/sq in
1	0,252	3,968	0,556	1,80	8,899	0,112	2,712	0,369	390,6	0,0026
1,2	0,302	4,762	0,667	2,16	10,679	0,135	3,255	0,442	468,7	0,0031
1,4	0,353	5,556	0,778	2,52	12,459	0,157	3,797	0,516	546,8	0,0036
1,6	0,403	6,349	0,889	2,88	14,239	0,180	4,340	0,590	625,0	0,0041
1,8	0,454	7,143	1,000	3,24	16,019	0,202	4,882	0,664	703,1	0,0046
2	0,504	7,937	1,111	3,60	17,798	0,225	5,425	0,737	781,2	0,0051
2,2	0,554	8,730	1,222	3,96	19,578	0,247	5,967	0,811	859,3	0,0056
2,4	0,605	9,524	1,333	4,32	21,358	0,270	6,510	0,885	937,4	0,0061
2,6	0,655	10,318	1,444	4,68	23,138	0,292	7,052	0,959	1015,6	0,0067
2,8	0,706	11,111	1,556	5,04	24,918	0,315	7,595	1,032	1093,7	0,0072
3	0,756	11,905	1,667	5,40	26,698	0,337	8,137	1,106	1171,8	0,0077
3,2	0,806	12,699	1,778	5,76	28,477	0,360	8,680	1,180	1249,9	0,0082
3,4	0,857	13,492	1,889	6,12	30,257	0,382	9,222	1,253	1328,0	0,0087
3,6	0,907	14,286	2,000	6,48	32,037	0,405	9,765	1,327	1406,2	0,0092
3,8	0,958	15,080	2,111	6,84	33,817	0,427	10,307	1,401	1484,3	0,0097
4	1,008	15,873	2,222	7,20	35,597	0,449	10,850	1,475	1562,4	0,0102
4,2	1,058	16,667	2,333	7,56	37,377	0,472	11,392	1,548	1640 5	0,0108
4,4	1,109	17,461	2,444	7,92	39,156	0,494	11,935	1,622	1718,6	0,0113
4,6	1,159	18,254	2,556	8,28	40,936	0,517	12,477	1,696	1796,8	0,0118
4 8	1,210	19,048	2,667	8,64	42,716	0,539	13,020	1,770	1874,9	0,0123
5	1,260	19,842	2,778	9,00	44,496	0,562	13,562	1,843	1953,0	0,0128
5,2	1,310	20,635	2,889	9,36	46,276	0,584	14,105	1,917	2031,1	0,0133
5,4	1,361	21,429	3,000	9,72	48,056	0,607	14,647	1,991	2109,2	0,0138
5,6	1,411	22,222	3,111	10,08	49,836	0,629	15,190	2,065	2187,4	0,0143
5,8	1,462	23,016	3,222	10,44	51,615	0,652	15,732	2,138	2265,5	0,0148
6	1,512	23,810	3,333	10,80	53,395	0,674	16,275	2,212	2343,6	0,0154
6,2	1,562	24,603	3,444	11,16	55.175	0,697	16,817	2,286	2421,7	0,0159
6,4	1,613	25,397	3,556	11,52	56,955	0,719	17,360	2,359	2499,8	0,0164
6,6	1,663	26,191	3,667	11,88	58,735	0,742	17,902	2,433	2578,0	0,0169
6 8	1,714	26,984	3,778	12,24	60,515	0,764	18,445	2,507	2656,1	0,0174
7	1,764	27,778	3,889	12,60	62,294	0,787	18,987	2,581	2734,2	0,0179
7,2	1,814	28,572	4,000	12,96	64.074	0,809	19,530	2,654	2812,3	0,0184
7,4	1,865	29,365	4,111	13,32	65,854	0,832	20,072	2,728	2890,4	0,0189
7,6	1,915	30,159	4,222	13,68	67,634	0,854	20,615	2,802	2968,6	0,0195
7,8	1,966	30,953	4,333	14,04	69,414	0,876	21,157	2,876	3046,7	0,0200
8	2,016	31,746	4,444	14,40	71,194	0,899	21,700	2,949	3124,8	0,0205
8,2	2,066	32,540	4,556	14,76	72,973	0,921	22,242	3,023	3202,9	0,0210
8,4	2,117	33,334	4,667	15,12	74,753	0,944	22,785	3,097	3281,0	0,0215
8,6	2,167	34,127	4,778	15,48	76,533	0,966	23,327	3,171	3359,2	0,0220
8,8	2,218	34,921	4,889	15,84	78,313	0,989	23,870	3,244	3437,3	0,0225
9	2,268	35,715	5,000	16,20	80,093	1,011	24.412	3,318	3515,4	0,0230
9,2	2,318	36,508	5,111	16,56	81,873	1,034	24,955	3,392	3593,5	0,0236
9,4	2,369	37,302	5,222	16,92	83,652	1,056	25,497	3,465	3671,6	0,0241
9,6	2,419	38,096	5,333	17,28	85,432	1,079	26.040	3,539	3749,8	0,0246
9,8	2,470	38,889	5,444	17,64	87,212	1,101	26,582	3,613	3827,9	0,0251
10	2,520	39,683	5,556	18,00	88,992	1,124	27,125	3,687	3906,0	0,0256

1 BTU/in. = 9,921 12 kcal/m,
1 BTU/sq. ft. °F h = 4,882 44 kcal/m² °C h,
1 BTU/ft. °F h = 1,488 17 kcal/m °C h,
1 BTU/sq. in. °F h = 703,07 kcal/m² °C h,
1 BTU/in. °F h = 17,858 kcal/m °C h, [1]

1 kcal/m = 0,100 795 BTU/in.,
1 kcal/m² °C h = 0,204 82 BTU/sq. ft. °F h,
1 kcal/m °C h = 0,671 97 BTU/ft. °F h,
1 kcal/m² °C h = 0,001 422 3 BTU/sq. in. °F h,
1 kcal/m °C h = 0,055 997 BTU/in. °F h. [1]

Observaţie: La conversiunea din BTU în kcal şi invers trebue observat dacă e vorba de unităţi de căldură sau de puteri calorifice (raportate la unitatea de greutate). In primul caz sunt valabile coloanele a doua şi a treia, în ultimul a patra şi a cincia etc. — BTU e valabilă totdeauna pentru grade Fahrenheit, kcal pentru grade Celsius.

[1]) Dacă se ţine seamă de poziţia virgulei zecimale, se pot folosi pentru conversiune tablele 33, 34, 36 şi 37.

K. Volume de gaze

Tabla 68. Transformarea volumelor gazelor la presiune constantă, pentru alte temperaturi [1])

Valorile lui $1 + \alpha t$. $\alpha = 0{,}003\,67$

t	–9	–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	–0
–20	0,893 57	0,897 24	0,900 91	0,904 58	0,908 25	0,911 92	0,915 59	0,919 26	0,922 93	0,926 60
–10	0,930 27	0,933 94	0,937 61	0,941 28	0,944 95	0,948 62	0,952 29	0,955 96	0,959 63	0,963 30
0	0,966 97	0,970 64	0,974 31	0,977 98	0,981 65	0,985 32	0,988 99	0,992 66	0,996 33	1,000 00

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,000 00	1,003 67	1,007 34	1,011 01	1,014 68	1,018 35	1,022 02	1,025 69	1,029 36	1,033 03
10	1,036 70	1,040 37	1,044 04	1,047 71	1,051 38	1,055 05	1,058 72	1,062 39	1,066 06	1,069 73
20	1,073 40	1,077 07	1,080 74	1,084 41	1,088 08	1,091 75	1,095 42	1,099 09	1,102 76	1,106 43
30	1,110 10	1,113 77	1,117 44	1,121 11	1,124 78	1,128 45	1,132 12	1,135 79	1,139 46	1,143 13
40	1,146 80	1,150 47	1,154 14	1,157 81	1,161 48	1,165 15	1,168 82	1,172 49	1,176 16	1,179 83
50	1,183 50	1,187 17	1,190 84	1,194 51	1,198 18	1,201 85	1,205 52	1,209 19	1,212 86	1,216 53
60	1,220 20	1,223 87	1,227 54	1,231 21	1,234 88	1,238 55	1,242 22	1,245 89	1,249 56	1,253 23
70	1 256 90	1,260 57	1,264 24	1,267 91	1,271 58	1,275 25	1,278 92	1,282 59	1,286 26	1,289 93
80	1,293 60	1,297 27	1,300 94	1,304 61	1,308 28	1,311 95	1,315 62	1,319 29	1,322 96	1,326 63
90	1,330 30	1,333 97	1,337 64	1,341 31	1,344 98	1,348 65	1,352 32	1,355 99	1,359 66	1,363 33
100	1,367 00	1,370 67	1,374 34	1,378 01	1,381 68	1,385 35	1,389 02	1,392 69	1,396 36	1,400 03
110	1,403 70	1,407 37	1,411 04	1,414 71	1,418 38	1,422 05	1,425 72	1,429 39	1,433 06	1,436 73
120	1,440 40	1,444 07	1,447 74	1,451 41	1,455 08	1,458 75	1,462 42	1,466 09	1,469 76	1,473 43
130	1,477 10	1,480 77	1,484 44	1,488 11	1,491 78	1,495 45	1,499 12	1,502 79	1,506 46	1,510 13
140	1,513 80	1,517 47	1,521 14	1,524 81	1,528 48	1,532 15	1,535 82	1,539 49	1,543 16	1,546 83
150	1,550 50	1,554 17	1,557 84	1,561 51	1,565 18	1,568 85	1,572 52	1,576 19	1,579 86	1,583 53
160	1,587 20	1,590 87	1,594 54	1,598 21	1,601 88	1,605 55	1,609 22	1,612 89	1,616 56	1,620 23
170	1,623 90	1,627 57	1,631 24	1,634 91	1,638 58	1,642 25	1,645 92	1,649 59	1,653 26	1,656 93
180	1,660 60	1,664 27	1,667 94	1,671 61	1,675 28	1,678 95	1,682 62	1,686 29	1,689 96	1,693 63
190	1,697 30	1,700 97	1,704 64	1,708 31	1,711 98	1,715 65	1,719 32	1,722 99	1,726 66	1,730 33
200	1,734 00	1,737 67	1,741 34	1,745 01	1,748 68	1,752 35	1,756 02	1,759 69	1,763 36	1,767 03
210	1,770 70	1,774 37	1,778 04	1,781 71	1,785 38	1,789 05	1,792 72	1,796 39	1,800 06	1,803 73
220	1,807 40	1,811 07	1,814 74	1,818 41	1 822 08	1,825 75	1,829 42	1,833 09	1,836 76	1,840 43
230	1,844 10	1,847 77	1,851 44	1,855 11	1,858 78	1,862 45	1,866 12	1,869 79	1,873 46	1,877 13
240	1,880 80	1,884 47	1,888 14	1,891 81	1,895 48	1,899 15	1,902 82	1,906 49	1,910 16	1,913 83
250	1,917 50									

[1]) Alte table privitoare la subiect în B e r l, Chemische Ingenieurtechnik, Berlin 1935, Springer şi în L a n d o l t - B ö r n s t e i n, Physikalisch-chemische Tabellen, ed. a 5-a, Berlin 1923/36, Springer. — După ZVDI 76 (1932), p. 578, avem $T = 273{,}16° + t$, aşa încât astfel $\alpha = 0{,}003\,660\,8$ şi $1 + \alpha t = 1 + 0{,}003\,660\,8\,t$.

Scanned with OKEN Scanner

Tabla 69 a. Variaţiunea de volum a unui gaz la presiune

$v_2 = v_1 (273 + t_2)/(273 + t_1)$

$t_1 \backslash t_2$, T_2	− 20 253	− 10 263	0 273	+ 10 283	20 293	30 303	40 313	50 323	60 333	70 343	80° 353°
− 20°	1	1,0395	1,0790	1,1186	1,1581	1,1976	1,2371	1,2767	1,3162	1,3557	1,3953
− 10	0,9620	1	1,0380	1,0760	1,1141	1,1521	1,1901	1,2281	1,2661	1,3042	1,3422
0	0,9267	0,9634	1	1,0366	1,0733	1,1099	1,1465	1,1832	1,2198	1,2564	1,2930
+ 10	0,8940	0,9293	0,9647	1	1,0353	1,0707	1,1060	1,1413	1,1767	1,2120	1,2473
20	0,8635	0,8976	0,9317	0,9659	1	1,0341	1,0682	1,1024	1,1365	1,1706	1,2048
30	0,8350	0,8680	0,9010	0,9340	0,9670	1	1,0330	1,0660	1,0990	1,1320	1,1650
40	0,8083	0,8403	0,8722	0,9042	0,9361	0,9681	1	1,0320	1,0639	1,0958	1,1278
50	0,7833	0,8143	0,8452	0,8762	0,9071	0,9381	0,9690	1	1,0310	1,0619	1,0929
60	0,7598	0,7898	0,8198	0,8499	0,8799	0,9099	0,9399	0,9700	1	1,0300	1,0601
70	0,7376	0,7668	0,7959	0,8251	0,8542	0,8834	0,9125	0,9417	0,9709	1	1,0292
80	0,7167	0,7451	0,7734	0,8017	0,8300	0,8584	0,8866	0,9150	0,9433	0,9717	1
90	0,6970	0,7245	0,7521	0,7796	0,8072	0,8347	0,8622	0,8898	0,9173	0,9449	0,9724
100	0,6783	0,7051	0,7319	0,7587	0,7855	0,8123	0,8391	0,8659	0,8928	0,9196	0,9464
110	0,6606	0,6867	0,7128	0,7389	0,7650	0,7911	0,8172	0,8433	0,8694	0,8956	0,9217
120	0,6438	0,6692	0,6947	0,7201	0,7456	0,7710	0,7964	0,8219	0,8473	0,8728	0,8982
130	0,6278	0,6526	0,6774	0,7022	0,7271	0,7518	0,7767	0,8015	0,8263	0,8511	0,8759
140	0,6126	0,6368	0,6610	0,6852	0,7095	0,7337	0,7579	0,7821	0,8063	0,8305	0,8547
150	0,5981	0,6218	0,6454	0,6690	0,6927	0,7163	0,7400	0,7636	0,7872	0,8109	0,8345
160	0,5843	0,6074	0,6305	0,6536	0,6767	0,6998	0,7229	0,7460	0,7690	0,7921	0,8152
170	0,5711	0,5937	0,6163	0,6388	0,6614	0,6840	0,7066	0,7291	0,7517	0,7743	0,7968
180	0,5585	0,5806	0,6026	0,6247	0,6468	0,6689	0,6909	0,7130	0,7351	0,7572	0,7792
190	0,5464	0,5680	0,5896	0,6112	0,6328	0,6544	0,6760	0,6976	0,7192	0,7408	0,7624
200°	0,5349	0,5560	0,5772	0,5983	0,6143	0,6406	0,6617	0,6829	0,7040	0,7252	0,7463

Volumul final v_2 pentru o temperatură finală t_2 se găseşte la intersecţiunea liniei variaţiunea temperaturii dela $t_1 = 100°$ până la 20° e, cu linia 100 şi coloana 20, 100, 1 m³ ajunge la 1,2730 m³. — Pentru determinarea greutăţii specifice se proceturii finale cu coloana temperaturii iniţiale. — V. şi o b s e r v a ţ i a din p. 1188.

Tabla 69 b. Variaţiunea de volum a unui gaz la temperatură

$v_2 = v_1 p_1/p_2$, p_1 şi p_2

$p_1 \backslash p_2$	650	660	670	680	690	700	710	720	730	740	750
650 mm Hg	1	0,985	0,971	0.956	0,942	0,929	0,915	0,903	0,890	0,878	0,867
660	1,015	1	0,985	0,971	0,957	0,943	0,930	0,917	0,904	0,892	0,880
670	1,031	1,015	1	0,985	0,971	0,957	0,944	0,931	0,918	0,905	0,893
680	1,046	1,030	1,015	1	0,986	0,971	0,958	0,944	0,932	0,919	0,907
690	1,062	1,045	1,030	1,015	1	0,986	0,972	0,958	0,945	0,932	0,920
700	1,077	1,061	1,045	1,029	1,014	1	0,986	0,972	0,959	0,946	0,933
710	1,092	1,076	1,060	1,044	1,029	1,014	1	0,986	0,973	0,959	0,947
720	1,108	1,091	1,075	1,059	1,043	1,029	1,014	1	0,986	0,973	0,960
730	1,123	1,106	1,090	1,074	1,058	1,043	1,028	1,014	1	0,986	0,973
740	1,138	1,121	1,105	1,088	1,072	1,057	1,042	1,028	1,014	1	0,987
750	1,154	1,136	1,119	1,103	1,087	1,072	1,056	1,042	1,027	1,014	1
760	1,169	1,152	1,134	1,118	1,101	1,086	1,070	1,056	1,041	1,027	1,013
770	1,185	1,167	1,149	1,132	1,116	1,100	1,084	1,069	1,055	1,041	1,027
780	1,200	1,182	1,164	1,147	1,130	1,114	1,099	1,083	1,068	1,054	1.040
790	1,215	1,197	1,179	1,162	1,145	1,129	1,113	1,097	1,082	1,068	1,053
800	1,231	1,212	1,194	1,176	1,159	1,143	1,127	1,111	1,096	1,081	1,067
810	1,246	1,227	1,209	1,191	1,174	1,157	1,141	1,125	1,110	1,095	1,080
820	1,262	1,242	1,224	1,206	1,188	1,171	1,155	1,139	1,123	1,108	1,093
830	1,277	1,258	1,239	1,221	1,203	1,186	1,169	1,153	1,137	1,122	1 107
840	1,292	1,273	1,254	1,235	1,217	1,200	1,183	1,167	1,151	1,135	1,120
850	1,308	1,288	1,269	1,250	1,232	1,214	1,197	1,181	1,164	1,149	1,133
860	1,323	1,303	1,284	1,265	1,246	1,229	1,211	1,194	1,178	1,162	1,147

Volumul final v_2 pentru o presiune finală p_2 se găseşte la intersecţiunea liniei variaţiunea presiunii dela $p_1 = 800$ mm col. Hg până la $p_2 = 720$ mm col. Hg e, cu cea finală 800 mm col. Hg, cu linia 720 mm col. Hg şi coloana 800 mm col. Hg, dează invers; valoarea pentru starea finală se găseşte la intersecţiunea liniei presiunii Referitor la tablele

Scanned with OKEN Scanner

invariabilă, dar temperaturi diferite. (valorile lui T_2/T_1)
$= v_1\, T_2/T_1$. $v_1 = 1$

90 363	100 373	110 383	120 393	130 403	140 413	150 423	160 433	170 443	180 453	190 463	200° 473°
1,4348	1,4743	1,5138	1,5534	1,5929	1,6324	1,6719	1,7115	1,7510	1,7905	1,8300	1,8696
1,3802	1,4182	1,4563	1,4943	1,5323	1,5703	1,6083	1,6464	1,6844	1,7224	1,7604	1,7985
1,3297	1,3663	1,4029	1,4396	1,4762	1,5128	1,5495	1,5861	1,6227	1,6594	1,6960	1,7326
1,2827	1,3180	1,3533	1,3887	1,4240	1,4594	1,4947	1,5300	1,5653	1,6007	1,6360	1,6714
1,2389	1,2730	1,3072	1,3413	1,3754	1,4095	1,4437	1,4778	1,5119	1,5461	1,5802	1,6143
1,1980	1,2310	1,2640	1,2970	1,3300	1,3630	1,3960	1,4290	1,4620	1,4950	1,5281	1,5611
1,1598	1,1917	1,2237	1,2556	1,2876	1,3195	1,3515	1,3834	1,4153	1,4473	1,4793	1,5112
1,1239	1,1548	1,1858	1,2167	1,2477	1,2786	1,3096	1,3406	1,3715	1,4025	1,4334	1,4644
1,0901	1,1201	1,1502	1,1802	1,2102	1,2403	1,2703	1,3003	1,3303	1,3604	1,3904	1,4204
1,0583	1,0875	1,1166	1,1458	1,1750	1,2041	1,2332	1,2624	1,2915	1,3207	1,3499	1,3790
1,0283	1,0567	1,0850	1,1133	1,1417	1,1700	1,1983	1,2266	1,2550	1,2833	1,3116	1,3400
1	1,0275	1,0551	1,0826	1,1102	1,1377	1,1653	1,1928	1,2204	1,2479	1,2755	1,3030
0,9732	1	1,0268	1,0536	1,0804	1,1072	1,1340	1,1609	1,1876	1,2145	1,2413	1,2681
0,9478	0,9739	1	1,0261	1,0522	1,0783	1,1044	1,1306	1,1566	1,1828	1,2089	1,2350
0,9237	0,9491	0,9746	1	1,0255	1,0509	1,0763	1,1018	1,1272	1,1527	1,1781	1,2036
0,9007	0,9256	0,9504	0,9752	1	1,0248	1,0496	1,0744	1,0992	1,1241	1,1489	1,1737
0,8789	0,9032	0,9274	0,9516	0,9758	1	1,0242	1,0484	1,0726	1,0969	1,1211	1,1453
0,8582	0,8818	0,9054	0,9291	0,9527	0,9764	1	1,0236	1,0473	1,0709	1,0946	1,1182
0,8383	0,8614	0,8845	0,9076	0,9307	0,9538	0,9769	1	1,0231	1,0462	1,0693	1,0924
0,8194	0,8420	0,8646	0,8871	0,9097	0,9323	0,9549	0,9774	1	1,0226	1,0452	1,0677
0,8013	0,8234	0,8455	0,8675	0,8896	0,9117	0,9338	0,9559	0,9779	1	1,0221	1,0442
0,7840	0,8056	0,8272	0,8488	0,8704	0,8920	0,9136	0,9352	0,9568	0,9784	1	1,0216
0,7674	0,7886	0,8097	0,8309	0,8520	0,8732	0,8943	0,9155	0,9366	0,9577	0,9789	1

pentru temperatura inițială t_1 cu coloana t_2. De ex. volumul final pentru 1 m³ la $v_2 = 0{,}7855$ m³. Dacă starea inițială e 20° și cea finală 100°, cu linia 20 și coloana dează invers; valoarea pentru starea finală se găsește la intersecțiunea liniei tempera-

invariabilă, dar presiuni diferite. (valorile lui p_1/p_2)
în mm col Hg. $v_1 = 1$

760	770	780	790	800	810	820	830	840	850	860 mm QS
0,855	0,844	0,833	0,823	0,813	0,803	0,793	0,783	0,774	0,765	0,756
0,868	0,857	0,846	0,835	0,825	0,815	0,805	0,795	0,786	0,777	0,767
0,882	0,870	0,859	0,848	0,838	0,827	0,817	0,807	0,798	0,788	0,779
0,895	0,883	0,872	0,861	0,850	0,840	0,829	0,819	0,810	0,800	0,791
0,908	0,896	0,885	0,873	0,863	0,852	0,841	0,831	0,821	0,812	0,802
0,921	0,909	0,897	0,886	0,875	0,864	0,854	0,843	0,833	0,824	0,814
0,934	0,922	0,910	0,899	0,888	0,877	0,866	0,855	0,845	0,835	0,826
0,947	0,935	0,923	0,911	0,900	0,889	0,878	0,867	0 857	0,847	0,837
0,961	0,948	0,936	0,924	0,913	0,901	0,890	0,880	0,869	0,859	0,849
0,974	0,961	0,949	0,937	0,925	0,914	0,902	0,892	0,881	0,871	0,860
0,987	0,974	0,962	0,949	0,938	0,926	0,915	0,904	0,893	0,882	0,872
1	0,987	0,974	0,962	0,950	0,938	0,927	0,916	0,905	0,894	0,884
1,013	1	0,987	0,975	0,963	0,951	0,939	0,928	0,917	0,906	0,895
1,026	1,013	1	0,987	0,975	0,963	0,951	0,940	0,929	0,918	0,907
1,039	1,026	1,013	1	0,988	0,975	0,963	0,952	0,940	0,929	0,919
1,053	1,039	1,026	1,013	1	0,988	0,976	0,964	0,952	0,941	0,930
1,066	1,052	1,038	1,025	1,013	1	0,988	0,976	0,964	0,953	0,942
1,079	1,065	1,051	1,038	1,025	1,012	1	0,988	0,976	0,965	0,953
1,092	1,078	1,064	1,051	1,038	1,025	1,012	1	0,988	0,976	0,965
1,105	1,091	1,077	1,063	1,050	1,037	1,024	1,012	1	0,988	0,977
1,118	1,104	1,090	1,076	1,063	1,049	1,037	1,024	1,012	1	0,988
1,132	1,117	1,103	1,089	1,075	1,062	1,049	1,036	1,024	1,012	1

pentru presiunea inițială p_1 cu coloana p_2. De ex. volumul final pentru 1 m³ la linia 800 și coloana 720, $v_2 = 1{,}111$ m³. Dacă starea inițială e 720 mm col. Hg și 1 m³ ajunge la $v_2 = 0{,}900$ m³. — Pentru determinarea greutății specifice se procefinale cu coloana presiunii inițiale. — V. și o b s e r v a ț i a din p. 1188.

69 a și b v. p. 1188

Observaţie privitoare la tablele 69 a şi b: Dacă să se calculeze variaţiunea de volum după variaţiunea presiunii şi a temperaturii, se caută mai întâiu în tablele 69 a şi b valoarea numai pentru presiune şi cea numai pentru temperatură, şi se înmulţesc între ele cele două numere obţinute; se obţine astfel valoarea pentru întreaga variaţiune de volum. Exemplu: Să se calculeze variaţiunea de volum a unui m³ de gaz din starea iniţială 90° şi 750 mm col. Hg până în starea finală 50° şi 700 mm col. Hg. Din tabla 69 a variaţiunea de volum numai pentru temperatură e 0,8898 şi în tabla 69 b cea numai pentru presiune e 1,072; variaţiunea totală e dată deci de 0,8898 · 1,072 = 0,9539 m³ (vol. final).

Tabla 70. Valorile $1/(1+\alpha t)$

– 9	– 8	– 7	– 6	– 5	– 4	– 3	– 2	– 1	0	t
1,119 11	1,114 53	1,109 99	1,105 49	1,101 01	1,096 58	1,092 19	1,087 83	1,083 50	1,079 22	– 20
1,074 95	1,070 73	1,066 55	1,062 38	1,058 25	1,054 17	1,050 10	1,046 07	1,042 08	1,038 10	– 10
1,034 17	1,030 24	1,026 36	1,022 52	1,018 68	1,014 89	1,011 14	1,007 40	1,003 69	1,000 00	0

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,000 00	0,996 34	0,992 71	0,989 11	0,985 53	0,981 98	0,978 45	0,974 95	0,971 48	0,968 03
10	0,964 60	0,961 20	0,957 82	0,954 46	0,951 13	0,947 82	0,944 54	0,941 27	0,938 03	0,934 82
20	0,931 62	0,928 45	0,925 29	0,922 16	0,919 05	0,915 96	0,912 89	0,909 84	0,906 82	0,903 81
30	0,900 82	0,897 85	0,894 90	0,891 97	0,889 06	0,886 17	0,883 30	0,880 44	0,877 61	0,874 79
40	0,871 99	0,869 21	0,866 45	0,863 70	0,860 97	0,858 26	0,855 56	0,852 89	0,850 22	0,847 58
50	0,844 95	0,842 34	0,839 74	0,837 16	0,834 60	0,832 05	0,829 52	0,827 00	0,824 50	0,822 01
60	0,819 54	0,817 08	0,814 64	0,812 21	0,809 80	0,807 40	0,805 01	0,802 64	0,800 28	0,797 94
70	0,795 61	0,793 29	0,790 99	0,788 70	0,786 42	0,784 16	0,781 91	0,779 67	6,777 45	0,775 24
80	0,773 04	0,770 85	0,768 67	0,766 51	0,764 36	0,762 22	0,760 10	0,757 98	0,755 88	0,753 79
90	0,751 71	0,749 64	0,747 59	0,745 54	0,743 51	0,741 48	0,739 47	0,737 47	0,735 48	0,733 50
100	0,731 53	0,729 57	0,727 62	0,725 68	0,723 76	0,721 84	0,719 93	0,718 03	0,716 14	0,714 27
110	0,712 41	0,710 55	0,708 70	0,706 85	0,705 03	0,703 22	0,701 41	0,699 60	0,697 81	0,696 02
120	0,694 25	0,692 49	0,690 73	0,688 99	0,687 25	0,685 52	0,683 80	0,682 09	0,680 39	0,678 69
130	0,677 00	0,675 32	0,673 65	0,671 99	0,670 35	0,668 70	0,667 05	0,665 43	0,663 81	0,662 20
140	0,660 59	0,658 99	0,657 40	0,655 81	0,654 24	0,652 68	0,651 12	0,649 56	0,648 02	0,646 49
150	0,644 96	0,643 43	0,641 92	0,640 41	0,638 91	0,637 41	0,635 92	0,634 44	0,632 97	0,631 50
160	0,630 04	0,628 59	0,627 13	0,625 71	0,624 27	0,622 85	0,621 41	0,620 01	0,618 60	0,617 19
170	0,615 80	0,614 41	0,613 03	0,611 65	0,610 28	0,608 92	0,607 56	0,606 21	0,604 87	0,603 53
180	0,602 20	0,600 87	0,599 54	0,598 22	0,596 91	0,595 61	0,594 31	0,593 02	0,591 73	0,590 45
190	0,589 17	0,587 90	0,586 63	0,585 37	0,584 12	0,582 87	0,581 63	0,580 39	0,579 15	0,577 92
200	0,576 70	0,575 48	0,574 27	0,573 06	0,571 86	0,570 66	0,569 47	0,568 28	0,567 10	0,565 92
210	0,564 75	0,563 58	0,562 42	0,561 26	0,560 11	0,558 96	0,557 81	0,556 67	0,555 53	0,554 41
220	0,553 28	0,552 16	0,551 05	0,549 93	0,548 82	0,547 72	0,546 63	0,545 53	0,544 44	0,543 35
230	0,542 27	0,541 19	0,540 12	0,539 05	0,537 99	0,536 93	0,535 87	0,534 82	0,533 77	0,532 73
240	0,531 69	0,530 65	0,529 62	0,528 59	0,527 57	0,526 55	0,525 54	0,524 52	0,523 52	0,522 51
250	0,521 51									

Scanned with OKEN Scanner

III. Codul Morse

Literele şi cifrele se formează din linii orizontale şi puncte. Lungimea unei linii corespunde la trei puncte; între semnele unei litere sau cifre rămâne un interval de o lungime de punct; între două litere, de trei lungimi de punct; între două cuvinte, de cinci lungimi de punct.

a • —	i • •	q — — • —	y — • — —	8 — — — • •
ä • — • —	j • — — —	r • — •	z — — • •	9 — — — — •
b — • • •	k — • —	s • • •	1 • — — — —	0 — — — — —
c — • — •	l • — • •	t —	2 • • — — —	. • • • •
d — • •	m — —	u • • —	3 • • • — —	, • — • — • —
e •	n — •	ü • • — —	4 • • • • —	; — • — • • •
f • • — •	o — — —	v • • • —	5 • • • • •	: — — — • • •
g — — •	ö — — — •	w • — —	6 — • • • •	? • • — — • •
h • • • •	p • — — •	x — • • —	7 — — • • •	! — — • • — —
ch — — — —				

IV. Legi pentru protecţiunea proprietăţii industriale

Prelucrare de av. ing. dipl. Gerhard W. Schmidt, Berlin

a) Uniunea internaţională pentru protecţiunea proprietăţii industriale

(Extras din dispoziţii)

Cetăţenii şi locuitorii statelor contractante, cari au făcut reglementar în unul din aceste state o cerere de brevet de invenţie sau de mostră industrială, se bucură în celelalte state de un drept de prioritate de douăsprezece luni, începând cu ziua primei cereri.

Cele mai multe state admit ca dreptul de prioritate pentru o cerere de brevet să fie bazat pe o cerere de mostră industrială în ţara de origine, şi invers. Anumite ţări nu acordă dreptul de prioritate dacă un cetăţean sau locuitor al lor a înaintat prima cerere într'o altă ţară. Germania, ca şi cele mai multe din celelalte ţări, acordă dreptul de prioritate numai pe baza primei din mai multe alte cereri din străinătate.

Pentru exercitarea invenţiei e fixat un termen minimum de trei ani, care curge în cele mai multe state începând cu data cererii făcute către ele. Excepţional, neexercitarea poate fi scuzată. In privinţa exercitării (dar nu termenelor de prioritate) rămân în vigoare vechile convenţiuni, după cari în Elveţia o invenţie brevetată contează ca exercitată dacă exercitarea a avut loc în Germania (întru cât e protejată şi acolo prin brevet), şi invers.

In raportul cu Statele Unite ale Americii nu există de nicio parte obligativitatea exercitării, cât ea nu e introdusă în Statele Unite.

b) Dispoziții importante ale legilor de brevetare în diferite țări [1])

Austria (în Uniune). Durata brevetului: 18 ani începând cu ziua publicării cererii. Brevetele suplementare sunt scutite de taxe.

Belgia (în Uniune). Brevete principale, de importație și suplementare. Durata brevetului: 20 de ani începând cu ziua înregistrării cererii. Brevetele de importație nu se acordă pentru mai mult decât brevetul obținut în străinătate; brevetele suplementare încetează odată cu cel principal. Nu există examinare prealabilă. Acordare fără garanție, cu rezerva drepturilor terților, pe riscul petiționarului.

Cehoslovacia (în Uniune). Brevete principale și suplementare. Durata brevetului: 15 ani începând cu data publicării cererii. Brevetele de perfecționare încetează împreună cu cel principal. Există examinare în privința noutății. Brevetul se acordă după ce cererea publicată a fost afișată două luni și s'au examinat eventualele opoziții.

Exercitarea în termen de 3 ani, începând cu ziua comunicării acordării brevetului.

Brazilia (în Uniune). Brevete principale, suplementare și provizorii. Durata brevetului: 15 ani dela data acordării, pentru cele provizorii 3 ani. Scurtă examinare în privința aptitudinii de a se breveta, care nu e comparabilă însă cu examinarea germană. Termenul de opoziție: 60 de zile dela publicare.

Exercitarea în termen de 3 ani.

Bulgaria (în Uniune). Brevete principale și suplementare. Durata brevetului: 15 ani începând cu ziua cererii. Fără examinare prealabilă a noutății. Exercitarea în termen de 3 ani.

Danemarca (în Uniune). Brevete principale, dependente și suplementare. Durata brevetelor pentru brevete principale și dependente 17 ani începând cu ziua cererii, brevetele suplementare încetează odată cu cel principal. Examinare prealabilă a noutății.

Exercitarea în termen de 3 ani după acordare. Urmarea neexercitării, numai licență obligatorie. Ea poate fi evitată la cerere.

Elveția (în Uniune). Brevete principale și suplementare. Durata brevetului: 15 ani începând cu ziua cererii. Pentru procedeele de fabricație chimică a medicamentelor 10 ani. Brevetele suplementare expiră odată cu brevetul principal. Brevetele suplementare pot fi transformate oricând în brevet principal. Fără examinare prealabilă asupra noutății, dar examinare formală severă.

Exercitarea în termen de 3 ani dela acordare. Pentru supuși germani și ai Statelor Unite ale Americii ajunge exercitarea în țara lor.

Finlanda (în Uniune). Brevete principale și suplementare. Durata brevetului: 20 ani începând cu ziua cererii. Brevetele suplementare expiră odată cu cel principal. Examinare prealabilă asupra noutății; afișare timp de 2 luni.

Franța (în Uniune). Brevete principale și suplementare. Durata brevetului: 15 ani începând cu ziua cererii. Brevetul suplementar expiră cu cel principal. Nu există cercetare prealabilă asupra noutății sau capacității de brevetare. Eliberarea certificatului de brevet 3...4 luni după cerere. Cererile de brevet fără prioritate pot fi suspendate pe un an. In acest caz eliberarea certificatului de brevet se face 15...16 luni după cerere.

Exercitarea în termen de 3 ani pentru membrii Uniunii; altfel în termen de 2 ani.

Germania (în Uniune). Brevete și mostre industriale. Durata brevetului: maximum 18 ani pentru brevete, 6 ani pentru mostre industriale, contată din momentul cererii. Cercetarea asupra noutății e obligatorie numai pentru brevet, se efectuează la mostra industrială numai în caz de conflict.

Grecia (în Uniune). Brevete principale și suplementare. Durata brevetului: 15 ani începând cu ziua următoare cererii de brevet. Pentru revendicarea de

[1]) Datele privesc starea din primăvara anului 1938.

prioritate 15 ani începând cu ziua cererii în patrie. Nu există cercetare asupra noutăţii şi capacităţii de brevetare.

Italia (în Uniune). Brevete principale, suplementare şi de importaţie. Durata brevetului: 15 ani începând cu ziua cererii. Brevetele suplementare expiră odată cu cel principal. Nu există cercetare prealabilă asupra noutăţii, numai cercetare formală.

Exercitarea în termen de 2 ani; pentru ţările în Uniune 3 ani.

Japonia (în Uniune). Brevete principale şi suplementare. Durata brevetului: 15 ani dela comunicarea cererii. In cazuri speciale e posibilă prelungirea cu 10 ani. Cercetare asupra noutăţii.

Exercitarea în termen de 3 ani dela acordare.

Jugoslavia (în Uniune). Brevete principale şi suplementare. Durata brevetului: 15 ani începând cu ziua publicării cererii de brevet. Brevetele suplementare expiră odată cu brevetul principal, şi pot fi transformate eventual în brevet principal. Cercetarea asupra noutăţii numai în privinţa brevetelor şi cererilor jugoslave.

Exercitarea în termen de 3 ani începând cu ziua comunicării acordării brevetului.

Marea Britanie (în Uniune). In dominioane legi speciale cari se racordează (cu excepţiunea Canadei) mai mult sau mai puţin la ale metropolei. In cele mai multe colonii simplă înregistrare a brevetului britanic.

Brevete principale şi suplementare. Durata brevetului: pentru brevetele acordate înainte de 1 August 1938, 16 ani începând cu ziua înaintării descrierii complete. Cererile fără prioritate pot fi înaintate deocamdată cu descriere provizorie; descrierea completă trebue înaintată în acest caz în termen de 12 luni. Eventuale brevete străine cari expiră mai repede nu au influenţă. Cercetare asupra noutăţii în esenţă numai în privinţa brevetelor britanice anterioare sau a celor americane din ultimul timp, deşi orice publicare în Marea Britanie viciază noutatea. Opoziţia admisibilă în timp de două luni începând cu ziua comunicării acordării (acceptance). Brevetele suplementare au aceeaşi durată ca brevetul principal. Taxele anuale se plătesc pentru prima oară odată cu expirarea anului al patrulea şi trebue repetate pe urmă anual. Brevetele decăzute prin improviziune inevitabilă pot fi repuse în vigoare.

Exercitarea în termen de 3 ani; pentru brevetele „Licence of right" exercitarea nu e obligatorie.

Norvegia (în Uniune). Brevete principale şi suplementare. Durata brevetului: 17 ani începând cu ziua cererii. Brevetele suplementare expiră odată cu cel principal. Cercetare prealabilă asupra noutăţii.

Exercitarea in termen de 3 luni după eliberarea brevetului; altfel licenţă obligatorie.

Olanda (în Uniune). Brevete principale şi suplementare. Durata brevetului: 18 ani începând cu ziua care urmează după termenul de patru luni de comunicare a cererii, în caz de reclamaţie începând cu ziua acordării (data brevetului); brevetele suplementare expiră odată cu cel principal. Există cercetare asupra noutăţii. După comunicarea cererii, afişare de patru luni în vederea opoziţiei.

Exercitarea în termen de 5 ani.

Polonia (în Uniune). Brevete principale şi suplementare. Durata brevetului: 15 ani începând cu ziua acordării brevetului. Brevetele suplementare expiră odată cu cel principal. Cercetare asupra formalităţii şi noutăţii.

Exercitarea în termen de 3 ani după acordarea brevetului; altfel se poate înainta acţiunea de stingere după expirarea a trei ani după acordarea brevetului.

Portugalia (în Uniune). Brevete principale şi suplementare. Durata brevetului: 15 ani începând cu ziua afişării actului de brevet. Examinarea asupra formalităţilor. Acordarea la trei luni după aplicarea cererii. Exercitarea în termen de 2 ani.

România (în Uniune, formularea dela Washington). Brevete principale, de importaţie şi de perfecţionare. Durata brevetului: 15 ani începând cu ziua

cererii pentru brevetele de invenție, cel puțin 10 ani pentru brevetele de perfecționare; pentru brevetele de importație, egală cu a primului brevet de bază străin. Nu există cercetări asupra noutății. Exercitarea în termen de 4 ani.

Suedia (în Uniune). Brevete principale și suplementare. Durata brevetului: 17 ani începând cu ziua cererii. Brevetele suplementare expiră odată cu cel principal. Cercetare prealabilă asupra noutății.

Exercitarea în termen de 3 ani, altfel licență obligatorie.

Spania [1]) (în Uniune). Brevete principale, suplementare și de importație. Durata brevetului: 20 ani dela data eliberării brevetului; brevetele suplementare expiră odată cu cel principal; pentru brevetele de importație maximum 10 ani. Examinare formală asupra capacității de brevetare.

Exercitarea în termen de 3 ani dela eliberarea dovezii.

Statele Unite ale Americii (USA) în Uniune). Nu au brevete suplementare. Durata brevetului: 17 ani începând cu data eliberării brevetului. Examinare prealabilă asupra noutății.

Ungaria (în Uniune). Brevete principale și suplementare. Durata brevetului: 20 ani începând cu ziua cererii.

Exercitarea în termen de 3 ani dela data comunicării acordării brevetului; altfel licență obligatorie.

Afară de statele amintite, există legi de brevetare în următoarele țări:

Argentina	Costarica	Indiile engleze	Noua Zeelandă	Tunis
Australia	Cuba	Irlanda	Panama	Turcia
Bolivia	Ecuador	Islanda	Paraguay	U. R. S. S.
Canada	Filipinele	Luxemburg	Peru	Uniunea Sudafricană
Chile	Guatemala	Maroc	Republica Dominicană	Uruguay
Columbia	Haiti	Mexic	San Salvador	Venezuela
Congo	Honduras	Nicaragua		

[1]) Datele privesc stări mai vechi.

100 lei

Capitole importante

(Secțiunile principale sunt imprimate gras)

	Pagina
Acustică	250
Anexă	1137
Apă	937
Ardere	603
Calculul vectorial	164
Căldură	528
Combustibili	942
Fier și oțel	820
Fizică tehnică	220
Gaze	545
Hidromecanică	457
Lemn	915
Lubrifianți	952
Măsuri	1058
Matematici	1
Materiale	777
Materiale artificiale	924
Mecanică	311
Metale neferoase	833
Mortar, beton etc.	891
Nomografie	187
Optică	282
Registru alfabetic	1193
Rezistența materialelor	636
Roce și pietre	877
Sticlă	905
Substanțe chimice	991
Tensiuni admisibile	768
Termodinamică	541
Topografie	1088
Vapori	556
Vopsele și lacuri	957

Impărțire detaliată: Cuprinsul în p.VIII

Scanned with OKEN Scanner

Pentru deschiderea rapidă!

Tabele utilizate des

Pagina

Abur (tabele) 557
Arii şi volume 211
Calculul conductelor (nomogramă) 477
Căldură specifică 535, 546, 618
Cifre de elasticitate şi rezistenţă 754
Cimenturi (norme) 896
Compararea gradelor termometrice 530
Conductibilităţi 589
Diagrama i - s (Mollier) 558
Dilataţia liniară a solidelor 532
Elemente şi compuşi chimici (soluţii) 779, 781, 1002
Esenţe lemnoase (proprietăţi) 918
Frecvenţe, lungimi de undă 233, 251, 1210
Grade vechi şi noi (funcţiuni trigonometrice) 36, 40, 44, 88
Greutăţi specifice (greutăţi ale unităţii de volum) 786
Grinzi cu diferite încărcări 665
Grinzi de egală rezistenţă 678
Logaritmi (Briggs, vulgari) 34
Materiale artificiale (proprietăţi) 925
Metale (proprietăţi fizice) 804
Momente de inerţie şi module de rezistenţă 352, 658
Momente de torsiune, tensiuni de torsiune şi torsiuni 687
Oţeluri pentru construcţia maşinilor (compoziţie, proprietăţi) 755, 827
Profile standardizate I L T ⊏ 1013, 1028
Proprietăţi termice ale solidelor, lichidelor şi gazelor 533, 536, 538
Tabela capacităţilor 794
Ţoli englezi în mm (tablă de conversiune) 1152
Tensiuni admisibile 771
Tuburi cu manşon şi cu bridă (norme) 1034
Uleiuri şi unsori lubrifiante 954
Unităţi de energie (table comparative) kWh, CPh, kcal, kgm 222, 1179
Unităţi din mecanică 226, 312
Unităţi de putere (table comparative) CP, kW, HP 222, 1180

Citeşte indicaţiile din p. XVII

Scanned with OKEN Scanner